ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود گام به گام
- دانلود آزمون گاج و قلم چی و سنجش
- دانلود فیلم و مقاله انگیزشی
- کنکور و مشاوره

IranTooshe.Ir

@irantooshe

IranTooshe

۱ گزینه ۳

گام اول

الف) جسم ۲ کیلوگرمی ← $m = ۲kg$

ب) تغییر سرعت جسم بعد از ۲ ثانیه چند متر بر ثانیه خواهد شد؟ ← $\Delta t = ۲s \ , \ \Delta v = ? \, m/s$

گام دوم

هم‌زمان چهار نیرو به جسم وارد می‌شود، با توجه به اینکه جسم در حالت تعادل قرار دارد $(\sum F = ۰)$ با حذف نیروی ۱۵ نیوتنی، اندازهٔ بردار برآیند بقیهٔ نیروها برابر ۱۵ نیوتن است. بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتن داریم:

$$\begin{cases} F = ma \\ a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \\ \sum F = ۱۵N \end{cases} \Rightarrow F = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow ۱۵ = ۲ \times \frac{\Delta v}{۲} = ۱۵m/s$$

۲ گزینه ۲

باتوجه‌به قانون دوم نیوتن، بردار نیروی $\vec{F}_۳$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \sum \vec{F} = m\vec{a} \\ \sum \vec{F} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ \\ \vec{F}_۱ = -۱۵\vec{i} + ۸\vec{j} \\ \vec{F}_۲ = -۲۱\vec{i} + ۱۹\vec{j} \\ m = ۵kg \\ \vec{a} = -۴\vec{i} + ۳\vec{j} \end{cases} \Rightarrow -۱۵\vec{i} + ۸\vec{j} - ۲۱\vec{i} + ۱۹\vec{j} + \vec{F}_۳ = ۵ \times \left(-۴\vec{i} + ۳\vec{j}\right) \Rightarrow \vec{F}_۳ = ۱۶\vec{i} - ۱۲\vec{j}$$

درنتیجه اندازه نیروی $\vec{F}_۳$ برابر است با:

$$\left|\vec{F}_۳\right| = \sqrt{(۱۶)^۲ + (۱۲)^۲} = ۲۰N$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳

گزینه ۴

گام اول

الف) فقط دونیروی $\overrightarrow{F_۱} = ۲\overrightarrow{i} - ۶\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_۲}$ بر ذره‌ای وارد می‌شوند ← $\sum \overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_۱} + \overrightarrow{F_۲}$

ب) این ذره با سرعت ثابت $\vec{v} = ۳\vec{i} + ۴\vec{j}$ حرکت می‌کند.← $\vec{a} = ۰$

ج) در این حالت نیروی $\overrightarrow{F_۲}$ کدام است؟ ← $\overrightarrow{F_۲} = ?$

گام دوم

چون شتاب حرکت صفر است بنابر طبق قانون دوم نیوتن داریم:

$$\begin{cases} \sum F = ma \\ a = ۰ \end{cases} \Rightarrow \sum F = m \times ۰ = ۰$$

بنابراین کافی است برآیند دونیروی وارد بر جسم صفر شود:

$$\sum \vec{F} = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = ۰ \Rightarrow ۲\vec{i} - ۶\vec{j} + \vec{F}_۲ = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۲ = -۲\vec{i} + ۶\vec{j}$$

۴

گزینه ۴

گام اول

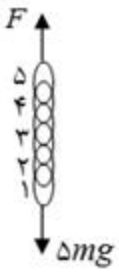
الف) یک زنجیر که از ۵ حلقهٔ مشابه تشکیل شده و جرم هر حلقه ۲۰۰ گرم است ← $M = ۵m = ۵ \times ۰/۲ = ۱kg$

ب) توسط نیروی F با شتاب $۲m/s^۲$ و حرکت تندشونده روبه‌بالا کشیده می‌شود← $a = ۲m/s^۲$

ج) اندازهٔ نیروی F و اندازهٔ نیرویی که دو حلقهٔ ۴ و ۵ بر یکدیگر وارد می‌کنند. به ترتیب هرکدام چند نیوتن است؟← $F_{۴,۵} = ?, F = ?$

گام دوم

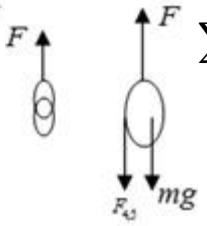
پنج حلقه را یک دستگاه در نظر می‌گیریم تا با استفاده از قانون دوم نیوتن نیروی F را به دست بیاوریم. سپس قانون دوم نیوتن را برای حلقهٔ پنجم می‌نویسیم تا نیرویی که دو حلقهٔ ۴ و ۵ به یکدیگر وارد می‌کنند محاسبه شود:



قانون دوم نیوتن برای دستگاه:

$$\sum F = ma \Rightarrow F - ۵mg = Ma \Rightarrow F - ۵ \times ۰/۲ \times ۱۰ = ۵ \times ۰/۲ \times ۲ = ۱۲N$$

قانون دوم نیوتن برای حلقهٔ پنجم:



$$\sum F = ma \Rightarrow F - mg - F_{۴,۵} = ma \Rightarrow ۲/۰\text{-}۱۲ \times \text{-}۱۰F_{۴,۵} = ۰/۲ \times ۲ \Rightarrow F_{۴,۵} = ۹/۶N$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵ گزینه ۲

گام اول

دونیروی $\vec{F}_۱ = ۲\vec{i} - ۵\vec{j}$ به جسم $۱/۵\,kg$ اثر می‌کند: $\leftarrow m = ۱/۵kg$

گام دوم

باتوجه‌به رابطهٔ $\vec{F}_{eq} = m\vec{a}$، برآیند نیروها را حساب می‌کنیم:

$$\vec{F}_{eq} = m\vec{a} = ۱/۵\left(۲\vec{i} - ۴\vec{j}\right) = ۳\vec{i} - ۶\vec{j}$$

با توجه به اینکه برآیند نیروها، جمع مؤلفه‌های x و y است، نیروی $\vec{F}_۲$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \vec{F}_{eq} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ \\ \vec{F}_۲ = \vec{F}_{۲x}i + \vec{F}_{۲y}j \end{cases} \Rightarrow ۳\vec{i} - ۶\vec{j} = ۲\vec{i} - ۵\vec{j} + \vec{F}_۲$$

$$\Rightarrow ۳\vec{i} - ۶\vec{j} = ۲\vec{i} - ۵\vec{j} + F_{۲x}\vec{i} + F_{۲y}\vec{j}$$

$$\Rightarrow ۳\vec{i} - ۶\vec{j} = (۲ + F_{۲x})\,\vec{i} + (-۵ + F_{۲y})\,\vec{j}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳ = ۲ + F_{۲x} \Rightarrow F_{۲x} = ۱ \\ -۶ = -۵ + F_{۲y} \Rightarrow F_{۲y} = -۱ \end{cases} \Rightarrow F_۲ = ۱\vec{i} - ۱\vec{j}$$

۶ گزینه ۲

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۲۰}{۵} = -۴m/s^۲$$
$$F = ma = ۱/۲ \times ۱۰۰۰ \times |-۴| = ۴/۸ \times ۱۰^۳N$$

۷ گزینه ۱

گام اول

الف) اتومبیلی به جرم ۴ تن $\leftarrow m = ۴ton = ۴۰۰۰kg$

ب) با سرعت $۲۰m/s \leftarrow v_۰ = ۲۰m/s$

ج) در اثر ترمز با شتاب ثابت در مدت ۴s متوقف می‌شود $\leftarrow \Delta t = ۴s, v = ۰, a < ۰$

د) نیروی ترمز چند نیوتون است؟ $\leftarrow F = ?$

گام دوم

ابتدا با استفاده از معادلهٔ سرعت، شتاب حرکت را به دست آورده و سپس به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی ترمز را محاسبه می‌کنیم: (نیروی ترمز، تنها نیروی وارد شونده بر اتومبیل در حین ترمز است)

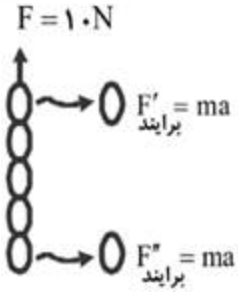
$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = a \times ۴ + ۲۰ \Rightarrow a = -۵m/s^۲$$
$$F = ma = ۴۰۰۰ \times -۵ = -۲۰۰۰۰N$$

توجه: علامت منفی، نشان‌دهندهٔ این است که نیروی ترمز، خلاف جهت حرکت اتومبیل است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۸ گزینه ۱

اگر یک دستگاه با شتاب a در حرکت باشد برآیند نیروهای هر جزء برابر $\sum F = ma$ است. در اینجا چون جرم و شتاب همهٔحلقه‌های یکسان است؛ بنابراین برآیند نیروهای وارد بر هرکدام از حلقه‌ها (فرقی نمی‌کند کدام حلقه باشد) یکسان و برابر با ma است. پس: $\frac{F'}{F''} = ۱$



۹ گزینه ۲

ابتدا فرض می‌کنیم شتاب به سمت بالا باشد.

$$F_۱ - mg = ma \Rightarrow F_۱ - ۴۰ = ۴ \times ۳ \Rightarrow F_۱ = ۵۲N$$

حال در مرحلهٔ دوم باید همان شتاب به سمت پایین باشد.

$$mg - F_۲ = ma \Rightarrow ۴۰ - F_۲ = ۴ \times ۳ \Rightarrow F_۲ = ۲۸N$$

$$\Delta F = ۵۲ - ۲۸ = ۲۴N$$

۱۰ گزینه ۱

$$\Delta y = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t \Rightarrow ۱۰۰ = \frac{۱}{۲}a \times ۱۰^۲ \Rightarrow a = ۲\,m/s^۲$$

$$F - mg = ma \Rightarrow F - ۱۰۰ = ۱۰ \times ۲ \Rightarrow F = ۱۲۰\,N$$

$$\frac{F_۲}{F_۱} = \frac{۱۲۵}{۱۰۰} \Rightarrow F_۲ = ۱۲۰ \times \frac{۵}{۴} = ۱۵۰\,N$$

$$F_۲ - mg = ma \Rightarrow ۱۵۰ - ۱۰۰ = ۱۰a \Rightarrow a = ۵\,m/s^۲$$

۱۱ گزینه ۳

شتاب توقف برای خودرو و کامیون به جرم آن‌ها بستگی ندارد، زیرا:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲ad \xrightarrow[v_۱=v]{v_۲=\circ} |a| = \frac{v^۲}{۲d}$$

از طرفی طبق قانون دوم نیوتن $(F = ma)$ می‌توان نوشت:

$$\frac{F_۲}{F_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times \frac{a_۲}{a_۱} \Rightarrow \frac{F_۲}{F} = ۱/۵ \times ۱ \Rightarrow \frac{F_۲}{F} = ۱/۵$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۲ گزینه ۳

ابتدا برآیند نیروهای افقی وارد بر جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ \Rightarrow \sum \vec{F} = (۷+۲)\vec{i} - (۹+۳)\vec{j} = ۹\vec{i} - ۱۲\vec{j}(N)$$

$$\left|\vec{F}\right| = \sqrt{۹^۲ + ۱۲^۲} = ۱۵N$$

با استفاده از قانون دوم نیوتن، شتاب حرکت جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F = ma \Rightarrow ۱۵ = ۳a \Rightarrow a = ۵m/s^۲$$

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[a=۵m/s^۲,\, t=۴s]{v_۰=۰} v = ۵ \times ۴ + ۰ = ۲۰m/s$$

طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$K_۲ - K_۱ = W_{\text{برآیند}} \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۰^۲ = W_{\text{برآیند}}$$

$$\xrightarrow[m=۳kg,\, v_۰=۰]{v=۲۰m/s} W_{\text{برآیند}} = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times (۲۰^۲ - ۰^۲) = ۶۰۰J$$

۱۳ گزینه ۱

طبق قانون اول نیوتن هنگامی‌که جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر با صفر است؛ بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} \text{در حالت اول}: \sum F = ۰ \Rightarrow F - f_۱ = ۰ \Rightarrow f_۱ = F \\ \text{در حالت دوم}: \sum F = ۰ \Rightarrow ۲F - f_۲ = ۰ \Rightarrow f_۲ = ۲F \end{array}\right\} \Rightarrow f_۲ = ۲f_۱$$

بنابراین در حالت دوم، اندازهٔ نیروی اصطکاک نیز دو برابر می‌شود.

۱۴ گزینه ۲

$$F_T = ma \Rightarrow \sqrt{۶^۲ + (b-۶)^۲} = ۴ \times ۲/۵ \Rightarrow \sqrt{۳۶ + (b-۶)^۲} = ۱۰$$

$$\Rightarrow ۳۶ + (b-۶)^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow (b-۶)^۲ = ۶۴ \Rightarrow b - ۶ = \pm ۸ \Rightarrow b = ۱۴\,N \text{ یا } b = -۲\,N$$

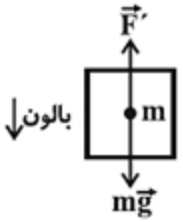
۱۵ گزینه ۴

لختی، مقاومت جسم در مقابل تغییر وضعیت است و قانون لختی همان قانون اول نیوتن است.

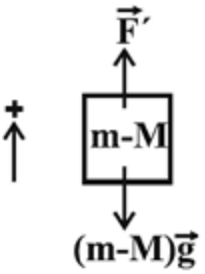
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۶ گزینه ۴

نیروهای وارد بر بالون شامل نیروی وزن و نیروی هوا (F') است.



در حالت پایین آمدن : $F_{\text{برآیند}} = ma \Rightarrow mg - F' = ma \Rightarrow F' = mg - ma\,(I)$



در حالت بالا رفتن : $F_{\text{برآیند}} = (m-M)\,a \Rightarrow F' - (m-M)\,g = (m-M)\,a\,(II)$

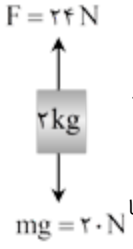
M : جرم بیرون‌ریخته‌شده از بالون

$$\xrightarrow{I,\,II} mg - ma - mg + Mg = ma - Ma \Rightarrow Mg + Ma = ۲ma$$

$$\Rightarrow M\,(g+a) = ۲ma \Rightarrow M = \frac{۲ma}{g+a} = \frac{۲ \times ۶۰۰ \times ۵}{۱۰+۵} \Rightarrow M = ۴۰۰\,kg$$

۱۷ گزینه ۴

اگر جهت مثبت را به طرف بالا در نظر بگیریم:



$$\begin{cases} F - mg = ma \\ mg = ۲ \times ۱۰ = ۲۰\,N \\ F = ۲۴\,N \end{cases} \Rightarrow ۲۴ - ۲۰ = ۲a \Rightarrow ۴ = ۲a \Rightarrow a = ۲\,m/s^۲$$

پس جهت شتاب جسم روبه بالا است. از طرفی کار برابر است با حاصل‌ضرب F و d. باتوجه‌به اینکه F ثابت است، اندازهٔ کار با جابه‌جایی متناسب است. حال به بررسی حالت‌های مختلف می‌پردازیم:

الف) اگر ابتدا جسم ساکن باشد یا به طرف بالا در حرکت باشد، حرکت جسم تندشونده می‌شود و در ثانیه‌های متوالی جابه‌جایی جسم افزایش پیدا می‌کند درنتیجه اندازهٔ کار F نیز افزایش پیدا می‌کند.

ب) درصورتی‌که ابتدا جهت حرکت جسم روبه پایین باشد، حرکت جسم کندشونده می‌شود اما بعد از توقف جسم دوباره حرکتش روبه بالا و تندشونده می‌شود، پس در ثانیه‌های متوالی، جابه‌جایی جسم تا توقف کم می‌شود و بعد از توقف زیاد می‌شود؛ بنابراین اندازهٔ کار نیروی F ابتدا کاهش و بعد افزایش پیدا می‌کند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۸ گزینه ۳

گزینهٔ "۱" : نادرست - به‌طور مثال در حرکت دایره‌ای یکنواخت، اندازهٔ شتاب ثابت و برابر $a = \frac{v^۲}{r}$ است، اما چون سرعت آن مماس بر مسیر دایره‌ای است، امتداد آن در هرلحظه تغییر می‌کند.

گزینهٔ "۲" : نادرست - به‌طور مثال در حرکت دایره‌ای یکنواخت اندازهٔ شتاب ثابت است و مسیر حرکت خط راست نیست.

گزینهٔ "۳" : درست - طبق رابطهٔ $\vec{F} = m\vec{a}$، همواره شتاب با نیرو هم‌جهت و متناسب با آن است. بنابراین وقتی اندازهٔ شتاب ثابت باشد، اندازهٔ نیروی وارد بر جسم ثابت می‌ماند.

گزینهٔ "۴" : نادرست - چون جسم شتاب دارد، سرعت آن متغیر است، بنابراین طبق رابطهٔ $\vec{P} = m\vec{v}$ ، تکانهٔ آن نیز متغیر است.

۱۹ گزینه ۱

$$\begin{cases} ۱۰ - f_k = ۲\,m \\ ۲۰ - f_k = ۷m \end{cases} \Rightarrow ۱۰ = ۵m \Rightarrow m = ۲\,kg$$

۲۰ گزینه ۴

گزینهٔ ۱ نادرست است. زیرا طبق قانون سوم نیوتن، نیروی آب به پارو باعث جلو رفتن پارو و در نتیجه قایق می‌شود.

گزینهٔ ۲ نادرست است، زیرا ترازوی دو کفه‌ای به‌جز در شرایط بی‌وزنی، جرم اجسام را درست نشان می‌دهد؛ چون شرایط برای دو طرف کفه، یکسان است (وقتی شتاب رو به بالا است، یعنی شرایط بی‌وزنی نیست).

گزینهٔ ۳ نادرست است، زیرا در بسیاری مواقع مانند حرکت شخص روی سطح زمین، باعث حرکت جسم می‌شود.

گزینهٔ ۴ درست است.

۲۱ گزینه ۳

زمین به جسم نیروی وزن را وارد می‌کند، پس عکس‌العمل آن نیز به زمین وارد می‌شود.

۲۲ گزینه ۱

$$۲۴ - ۳mg = ۳ma \Rightarrow ۲۴ - ۳۰ \times ۰/۵ = ۳ \times ۰/۵\,a \Rightarrow ۲۴ - ۱۵ = ۱/۵a \Rightarrow a = ۶\,m/s^۲$$
$$\Sigma F = ma = ۰/۵ \times ۶ = ۳N$$

۲۳ گزینه ۴

دپارتمان فیزیک:

ورزشکار به طناب نیرو وارد می‌کند؛ طبق قانون سوم نیوتن، عکس العمل این نیرو (طناب به ورزشکار)، به دست و پای ورزشکار واردشده و باعث می‌شود ورزشکار بالا برود.

۲۴ گزینه ۳

جسمی که از حال سکون، شروع به حرکت می‌کند، در ابتدا هم‌جهت با $\Sigma\vec{F}$ است. در ادامه هم، اگر جهت $\Sigma\vec{F}$ ثابت بماند، هم‌جهت با آن ادامه می‌دهد، اما اگر جهت $\Sigma\vec{F}$ تغییر کند، دیگر جهت حرکت و جهت $\Sigma\vec{F}$ یکی نخواهد بود.

۲۵ گزینه ۴

از طرف شخص، درخت و زمین بر طناب نیرو وارد می‌شود. پس طناب نیز طبق قانون سوم نیوتن بر هر سه نیروی عکس‌العمل وارد می‌کند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

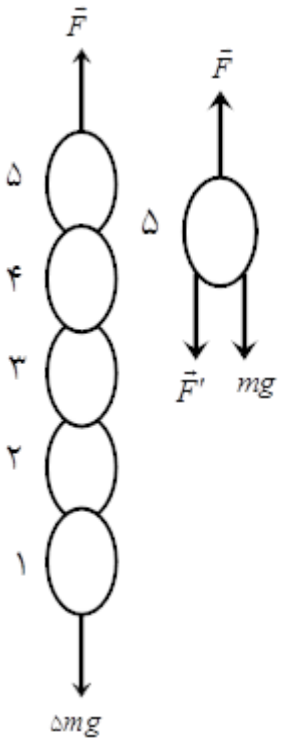
۲۶ گزینه ۴

اگر جرم هر حلقه را m فرض کنیم، با نوشتن قانون دوم نیوتن برای کل دستگاه داریم:

$$F-(۵m)g=(۵m)a$$
$$\Rightarrow F-(۵\times ۰/۲)\times ۱۰=۵(۰/۲)\times ۲\Rightarrow F=۱۲N$$

حال قانون دوم نیوتن را برای حلقهٔ پنجم به کار می‌بریم:

$$F-mg-F'=ma$$
$$\Rightarrow ۱۲-۰/۲\times ۱۰-F'=۰/۲\times ۲\Rightarrow F'=۹/۶N$$



۲۷ گزینه ۲

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{(۶\vec{i}+۹\vec{j})-۰}{۳}=۲\vec{i}+۳\vec{j}$$
$$\sum\vec{F}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۲(۲\vec{i}+۳\vec{j})$$
$$\Rightarrow ۳\vec{i}-۴\vec{j}-۶\vec{i}+۵\vec{j}+\vec{F}_۳=۴\vec{i}+۶\vec{j}\Rightarrow\vec{F}_۳=۷\vec{i}+۵\vec{j}$$

۲۸ گزینه ۲

نیروهای وارد بر بدن چترباز عبارت‌اند از: مقاومت هوا، وزن چترباز و نیرویی که چتر نجات بر بدن چترباز وارد می‌کند. واکنش این نیروها به ترتیب بر هوا، کرهٔ زمین و چتر نجات وارد می‌شود.

توجه داشته باشید که دست‌های چترباز بخشی از بدن او هستند، پس نیرویی که بخش‌های دیگر بدن بر دست وارد می‌کنند، نیروی داخلی است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۹ گزینه ۴

ازآنجایی‌که ذره با سرعت ثابت حرکت می‌کند، شتاب حرکت ذره و نیز برآیند نیروهای وارد بر آن صفر بوده، یعنی دو نیروی $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ قرینه‌اند، لذا داریم:

$$\sum \vec{F} = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۲ = -\vec{F}_۱$$

$$\xrightarrow{\vec{F}_۱ = ۲\vec{i} - ۶\vec{j}} \vec{F}_۲ = -۲\vec{i} + ۶\vec{j}(N)$$

۳۰ گزینه ۳

با استفاده از قانون دوم نیوتن، داریم:

$$\bar{F} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[v_۱ = ۵\ m/s\ ,\ v_۲ = ۰]{\frac{m}{\Delta t} = ۵\ kg/s} \bar{F} = ۵ \times (۰ - ۵) \Rightarrow \bar{F} = -۲۵\ N \Rightarrow |\bar{F}| = ۲۵\ N$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

گزینه ۲

گام اول

الف) یک طناب افقی به طول $۸\,m$ بین دو دیوار بسته شده است ← $l = ۸m$

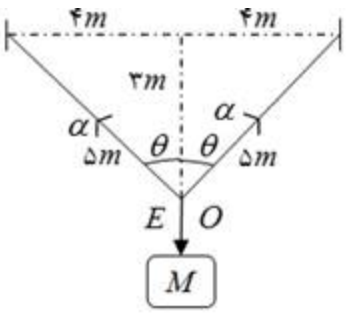
ب) وزنهٔ $۳۰N$ را به وسط آن آویزان می‌کنیم ← $W = ۳۰N$

ج) طناب کش آمده، وسط طناب ۳ متر پایین می‌آید و در آن حالت به تعادل می رسد← $h = ۳m$

گام دوم

جسم تحت اثر سه نیرو در حالت تعادل قرار دارد. بنابراین برآیند نیروهای وارده بر هر نقطه از سیستم برابر صفر است.

ابتدا باتوجه‌به شکل و استفاده از رابطهٔ فیثاغورث طول طناب و زاویهٔ θ را بعد از آویزان کردن وزنه به دست می‌آوریم:



$$\text{وتر مثلث} = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵m$$

$$\cos\theta = \frac{۳}{۵} \ , \ \sin\theta = \frac{۴}{۵}$$

تعادل در راستای افقی را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \sum F_x = ma \\ a = ۰ \end{cases} \Rightarrow T_۱ \sin\theta - T_۲ \sin\theta = ۰ \Rightarrow T_۱ = T_۲$$

حال برآیند نیروها در راستای قائم در نقطه O را می‌نویسیم:

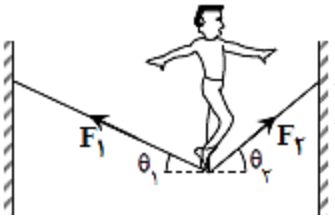
$$\begin{cases} \sum F_y = ma \\ a = ۰ \\ \cos\theta = \frac{۳}{۵} \end{cases} \Rightarrow T_۱ \cos\theta + T_۲ \cos\theta - mg = ۰ \Rightarrow ۲T_۱ \cos\theta = mg \Rightarrow T_۱ = \frac{mg}{۲\cos\theta} \Rightarrow T_۱ = \frac{۳۰}{۲ \times \frac{۳}{۵}} = ۲۵N$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۲ گزینه ۲

مطابق شکل وقتی‌که شخص به‌طرف راست حرکت می‌کند زاویهٔ $\theta_۲$ بیشتر از زاویه $\theta_۱$ می‌شود.

چون شخص بر روی طناب در حالت تعادل قرار دارد کافی است در نقطه‌ای از طناب که شخص ایستاده، شرایط تعادل نیروها را بنویسیم:



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_۱ \cos\theta_۱ = F_۲ \cos\theta_۲$$

چون $\theta_۱ < \theta_۲$ است، درنتیجه $\cos\theta_۲ < \cos\theta_۱$، پس:

$$F_۱ cos\theta_۱ = F_۲ \cos\theta_۲ \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} = \frac{\cos\theta_۱}{\cos\theta_۲} \xrightarrow{\cos\theta_۲ < \cos\theta_۱} F_۲ > F_۱$$

۳۳ گزینه ۲

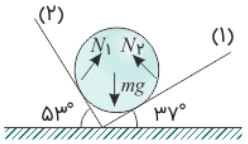
گام اول

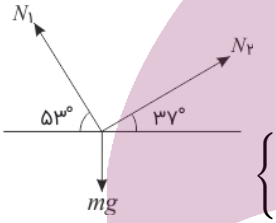
الف) یک کرهٔ فلزی به وزن $۴۰N$ درون ناوه‌ای با دیواره‌های صیقلی قرار دارد ← $W = ۴۰N$

ب) نیرویی که کرهٔ فلزی به دیوارهٔ (۱) ناوه وارد می‌کند چند نیوتن است؟ ← $N_۱ = ?$

گام دوم

مطابق شکل نیروهای وارد بر کره در مرکز جرم آن را رسم می‌کنیم و شرایط تعادل را در دو راستای افقی و عمودی می‌نویسیم:





شرایط تعادل در راستای افقی:

$$\begin{cases} N_۱ \cos ۵۳^\circ = N_۲ \cos ۳۷^\circ \\ \cos ۵۳^\circ = \sin ۳۷ = ۰/۶ \end{cases} \Rightarrow N_۱ \times ۰/۶ = N_۲ \times ۰/۸ \Rightarrow N_۲ = \frac{۳}{۴} N_۱$$

شرایط تعادل در راستای قائم:

$$\begin{cases} \sum F_y = ۰ \\ W = ۴۰N \\ N_۲ = \frac{۳}{۴} N_۱ \end{cases} \Rightarrow N_۲ \sin ۳۷^\circ + N_۱ \sin ۵۳^\circ = W \Rightarrow \frac{۳}{۴} N_۱ \times ۰/۶ + N_۱ \times ۰/۸ = ۴۰ \Rightarrow N_۱ = ۳۲N$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۴ گزینه ۱

گام اول

الف) شخصی به وزن P ← $W = P$

ب) روی سطح افقی ایستاده و وزنه‌ای به وزن Q را در حالت تعادل نگه‌داشته← $\sum F_{\text{وزنه}} = ۰$, $\sum F_{\text{شخص}} = ۰$

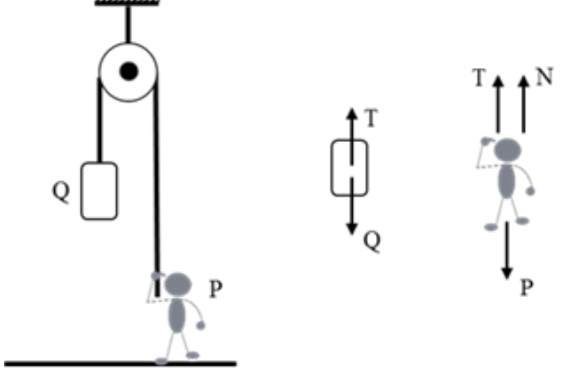
ج) مقدار نیرویی که شخص به سطح وارد می‌کند؟ ← $N = ?$

گام دوم

ابتدا نیروی وارد بر شخص و وزنه را روی شکل مشخص می‌کنیم. سپس با استفاده از قانون دوم نیوتن برای شخص و وزنه، نیرویی که شخص به سطح وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:

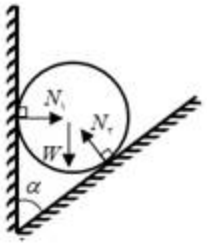
$$\sum F_{\text{وزنه}} = ۰ \Rightarrow Q - T = ۰ \Rightarrow Q = T \quad (I)$$

$$\sum F_{\text{شخص}} = ۰ \Rightarrow P - T - N = ۰ \Rightarrow N = P - T \overset{(I)}{\Rightarrow} N = P - Q$$



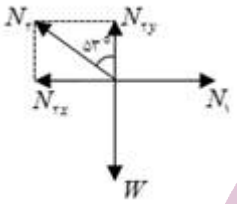
۳۵ گزینه ۳

مطابق شکل نیروهای وارد بر کره را مشخص می‌کنیم.



با توجه به اینکه کره در حالت تعادل است $(\sum F = ۰)$، مؤلفه‌های افقی و عمودی نیروهایی که بر جسم واردشده را برابر هم قرار می‌دهیم تا $N_۱$ را به دست بیاوریم: $(N_۱ = N'_۱$: مطابق قانون عمل و عکس‌العمل)

مؤلفه‌های نیروی $N_۲$:



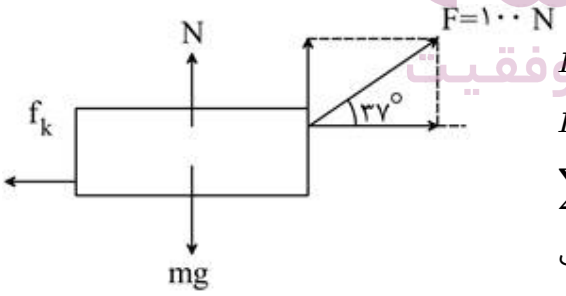
$$\begin{cases} N_{۲x} = N_۲ \sin ۵۳ = ۰/۸N_۲ \\ N_{۲y} = N_۲ \cos ۵۳ = ۰/۶N_۲ \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_{۲y} = W = ۸۰\ (N) \\ N_{۲y} = ۰/۸N_۲ \end{cases} \Rightarrow ۰/۸N_۲ = ۸۰ \Rightarrow N_۲ = ۱۰۰\ (N)$$

$$\begin{cases} N_{۲x} = N_۱ \\ N_{۲x} = ۰/۸N_۲ \\ N_۲ = ۱۰۰\ (N) \end{cases} \Rightarrow ۰/۶ \times ۱۰۰ = N_۱ \Rightarrow N_۱ = ۶۰\ (N)$$

$$N'_۱ = N_۱ = ۶۰\ (N)$$

۳۶ گزینه ۱



$$F \cos \alpha = ۱۰۰ \times \cos ۳۷^\circ = ۸۰N$$

$$F \sin \alpha = ۱۰۰ \times \sin ۳۷^\circ = ۶۰N$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow F \sin \alpha + N - mg = ۰ \Rightarrow ۶۰ + N - ۲۶۰ = ۰ \Rightarrow N = ۲۰۰N$$

سرعت ثابت : $\sum F_x = ۰ \Rightarrow F \cos \alpha - f_k = ۰$

$$۸۰ - ۲۰۰\mu_k = ۰ \Rightarrow \mu_k = \frac{۸۰}{۲۰۰} = \frac{۲}{۵} = ۰/۴$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۷ گزینه ۲

ابتدا فرض می‌کنیم که مجموعه می‌خواهد به سمت راست حرکت نماید، در این صورت حداقل نیروی F را می‌توان به دست آورد:

$$m_۱g - \mu m_۲g - F = ۰ \Rightarrow ۲۰ - ۱۰۰\mu_s - F = ۰ \Rightarrow ۲۰ - ۱۰ - F = ۰ \Rightarrow F_{\min} = ۱۰N$$

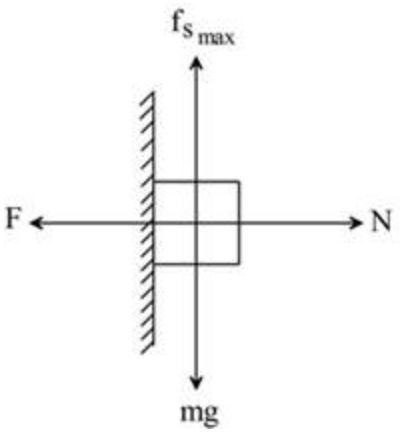
سپس فرض می‌کنیم که مجموعه می‌خواهد به سمت چپ حرکت نماید؛ در این صورت حداکثر نیروی F را تعیین می‌کنیم:

$$F - m_۱g - \mu m_۲g = ۰ \Rightarrow F - ۲۰ - ۱۰۰\mu_s = ۰ \Rightarrow F_{\max} = ۳۰N$$

۳۸ گزینه ۱

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

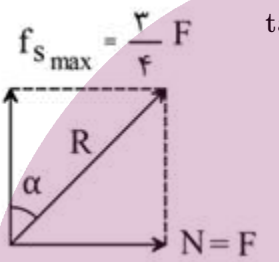
چون در تعادل است:



$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow F = N$$

$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow mg = f_{s\max} = \mu_s.N = \frac{۳}{۴} \times F$$

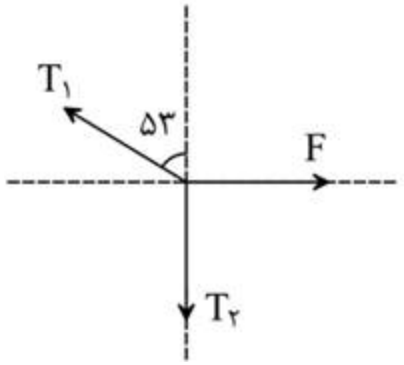
نیروی سطح، برآیند N و $f_{s\max}$ است.



$$\tan\alpha = \frac{N}{f_{s\max}} = \frac{F}{\frac{۳}{۴}F} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \alpha = ۵۳^\circ$$

۳۹ گزینه ۲

در محل تقاطع نخ‌ها نیروها را رسم می‌کنیم.



$$T_۱ = mg = ۸۰N$$

$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow T_۱ sin۵۳^\circ = F \Rightarrow F = ۸۰ \times ۰/۸ = ۶۴N$$

۴۰ گزینه ۲

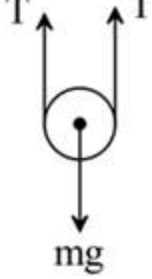
چون دستگاه متعادل است پس کشش نخ افقی با نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت برابر است.

$$T = f_{s\max} = \mu_s.mg = ۰/۴ \times ۲۰ = ۸N$$

حالا نیروهای وارد بر قرقره عمودی را بررسی می‌کنیم:

$$mg = ۲T = ۲ \times ۸ = ۱۶N \Rightarrow m = ۱/۶kg$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



۴۱ گزینه ۴

چون دستگاه در حالت تعادل است پس نخ عمودی متصل به وزنه نیرویی برابر با وزن وزنه دارد. یعنی: $۵۰N$

چون همین نخ تا نقطهٔ A ادامه پیدا کرده، پس نیروی کشش در نقطهٔ A نیز $۵۰N$ است و زاویه‌دار بودن نخ تأثیری در مقدار نیروی کشش آن ندارد.

۴۲ گزینه ۱

$$m_۳g = ۸۰N \ , \ m_۱g = ۱۰۰N \ , \ f_{s_{\max ۲}} = m_۲ g\mu_s = ۴۰N$$

می‌خواهیم به $m_۳$ آن‌قدر وزنه اضافه کنیم که در آستانهٔ حرکت به‌طرف پایین باشد. یعنی $m_۲$ در آستانهٔ لغزیدن به‌طرف چپ باشد، پس $f_{s_۲}$ به‌طرف راست می‌شود.

$$m'_۳g - m_۱g - f_{s_{\max ۲}} = ۰ \Rightarrow m'_۳g = ۱۴۰ \Rightarrow m'_۳ = ۱۴kg \Rightarrow m'_۳ - m_۳ = ۱۴ - ۸ = ۶kg$$

به جرم $m_۳$، ۶ کیلوگرم می‌تواند اضافه شود تا دستگاه ساکن بماند.

۴۳ گزینه ۳

اگر کشش نخ چرخیده از قرقره‌ها را T فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$۲T = \text{وزن قرقره} + m' \text{ وزن}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{جرم قرقره} = ۶۰g = ۰/۰۶kg \\ m' = ۳۲۰g = ۰/۳۲kg \end{array}\right\} \Rightarrow ۲T = ۰/۰۶ \times ۱۰ + ۰/۳۲ \times ۱۰ = ۰/۶ + ۳/۲ = ۳/۸ \Rightarrow T = ۱/۹N$$

از تعادل وزنهٔ m می توان نتیجه گرفت:

$$mg = T \Rightarrow ۱۰m = ۱/۹ \Rightarrow m = ۰/۱۹kg = ۱۹۰g$$

۴۴ گزینه ۲

اگر کشش نخ‌های بسته‌شده به W را از راست به چپ با $T_۱$ و $T_۲$ و $T_۳$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$W = T_۱ + T_۲ + T_۳$$

از اولین قرقره می‌توانیم نتیجه بگیریم که: $T_۱ = F$

از قرقرهٔ دوم می‌توانیم نتیجه بگیریم که: $T_۲ = T_۱ + F \Rightarrow T_۲ = ۲F$

از قرقرهٔ سوم می‌توانیم نتیجه بگیریم که: $T_۳ = ۲T_۲ \Rightarrow T_۳ = ۲(۲F) = ۴F$

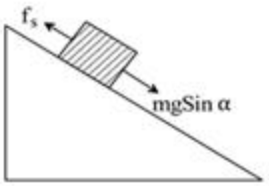
حال اگر $T_۱$ و $T_۲$ و $T_۳$ را در رابطهٔ $W = T_۱ + T_۲ + T_۳$ جایگزین کنیم، خواهیم داشت:

$$W = F + ۲F + ۴F = ۷F$$

$$\Rightarrow ۲۸۰ = ۷F \Rightarrow F = \frac{۲۸۰}{۷} = ۴۰N$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۵ گزینه ۲



وقتی جسم روی سطح شیب‌دار ساکن است:

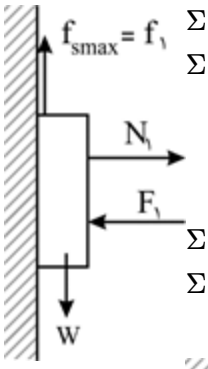
$$f_s = mg\sin\alpha \ , \ f_s \leq \mu_s mg\cos\alpha$$

با کاهش α، اولاً $mg\cos\alpha$ و $\mu_s mg\cos\alpha$ می‌شود و $mg\sin\alpha$ کم می‌شود؛ پس اگر در حالت اول جسم ساکن بوده، بازهم ساکن می‌ماند. ثانیاً چون $mg\sin\alpha$ کم می‌شود، اصطکاک هم کم می‌شود.

۴۶ گزینه ۳

حالت اول:

هنگامی‌که با نیروی افقی $F_۱$ در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد، جسم در حالت تعادل است و در هیچ راستایی، حرکت نداریم؛ پس داریم:

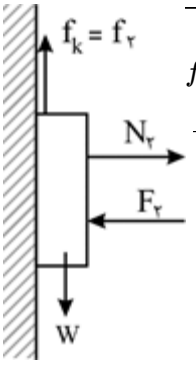


$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow F_۱ = N_۱$$
$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow f_{s\max} = W \Rightarrow f_۱ = W \ (I)$$

حالت دوم:

هنگامی‌که با نیروی افقی $F_۲$ با سرعت ثابت به‌طرف پایین می‌لغزد، چون شتاب حرکت برابر صفر است، داریم:

$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow F_۲ = N_۲$$
$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow f_k = W \Rightarrow f_۲ = W \ \ (II)$$



$$\xrightarrow{(I),(II)} f_۱ = f_۲$$
$$f_۱ = f_۲ \Rightarrow \mu_s N_۱ = \mu_k N_۲ \xrightarrow[N_۲=F_۲]{N_۱=F_۱} \mu_s F_۱ = \mu_k F_۲$$
$$\xrightarrow{\mu_s>\mu_k} F_۱ < F_۲$$

پس گزینهٔ "۳" صحیح است.

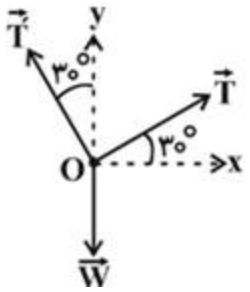
۴۷ گزینه ۱

$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow N = mg \Rightarrow N = ۱۰۰N$$
$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow F - f_k = ۰ \Rightarrow F = \mu_k mg = ۰/۲۵ \times ۱۰۰ = ۲۵N$$
$$F = k\Delta\ell \Rightarrow ۲۵ = k \times ۰/۱ \Rightarrow k = ۲۵۰N/m$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۸ گزینه ۳

کشش نخ در دو طرف قرقره یکسان است، بنابراین:



$$T = W' = ۱۰N$$

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T\cos ۳۰^\circ = T'\sin ۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = T' \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow T' = ۱۰\sqrt{۳}N$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T'\cos ۳۰^\circ + T\sin ۳۰^\circ = W$$

$$\Rightarrow (۱۰\sqrt{۳} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}) + (۱۰ \times \frac{۱}{۲}) = W$$

$$\Rightarrow W = ۲۰N$$

۴۹ گزینه ۳

ابتدا نیروهای وارد بر میله را مشخص می‌کنیم. ازآنجاکه میله در آستانهٔ حرکت است، برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای محورهای x و y برابر با صفر می‌باشد و نیروی اصطکاک وارد بر میله بیشینه است.

$$f_s = f_{s\ \max} = \mu_s N_۱$$

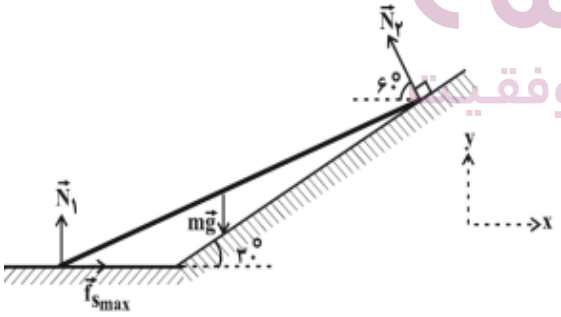
$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow N_۲\cos ۶۰^\circ = f_{s\ \max} \xrightarrow[\mu_s = ۰/۱]{f_{s\ \max} = \mu_s N_۱} \frac{N_۲}{۲} = ۰/۱N_۱$$

$$\Rightarrow N_۲ = ۰/۲N_۱$$

$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow N_۱ + N_۲\sin ۶۰^\circ = mg \xrightarrow[m = ۱kg,\ g = ۱۰N/kg]{N_۲ = ۰/۲N_۱}$$

$$N_۱ + \frac{\sqrt{۳}}{۱۰}N_۱ = ۱۰ \Rightarrow N_۱(\frac{۱۰ + \sqrt{۳}}{۱۰}) = ۱۰ \Rightarrow N_۱ = \frac{۱۰۰}{۱۰ + \sqrt{۳}}N$$

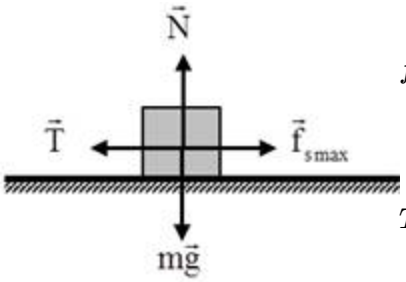
$$\Rightarrow N_۲ = ۰/۲N_۱ = \frac{۲۰}{۱۰ + \sqrt{۳}}N$$



ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۰ گزینه ۲

باتوجه‌به اینکه جسم ۴ کیلوگرمی در آستانهٔ حرکت قرار دارد، کل مجموعه در حال تعادل است، بنابراین به بررسی وضعیت هر جسم به‌طور جداگانه می‌پردازیم. اگر نیروی وارد بر جسم ۴ کیلوگرمی را رسم کنیم، داریم:



$$f_{s\,\max} = T \Rightarrow \mu_s mg = T \xrightarrow[mg=۴۰\,N]{\mu_s=۰/۳} T = ۰/۳ \times ۴۰ = ۱۲\,N$$

نیروی کشش نخ برابر با نیروی کشسانی فنر است، بنابراین داریم:

$$T = F_{\text{فنر}} \Rightarrow T = k\Delta l \Rightarrow ۱۲ = ۶۰\,\Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{۱۲}{۶۰}m = ۲۰\,cm$$

۵۱ گزینه ۱

گام اول

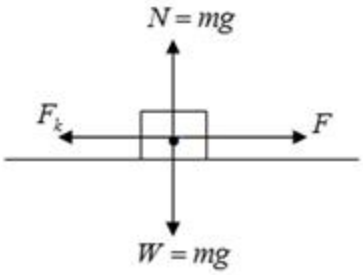
الف) جسمی به جرم $۶kg$ ← $m = ۶kg$

ب) اگر به جسم نیروی افقی $۲۴N$ وارد کنیم، شتاب حرکت $۳m/s^۲$ می‌شود ← $F = ۲۴N\ ,\ a = ۳m/s^۲$

ج) ضریب اصطکاک لغزشی بین سطح و جسم کدام است؟ ← $\mu_k = ?$

گام دوم

باتوجه‌به نیروهای وارد بر جسم و استفاده از قانون دوم نیوتن، نیروی عمودی تکیه‌گاه و ضریب اصطکاک را به دست می‌آوریم:



مؤلفهٔ y برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است، بنابراین:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N - mg = ۰ \Rightarrow N = mg$$

با به‌کارگیری قانون دوم نیوتن در راستای x داریم:

$$\begin{cases} \sum F_x = ma \Rightarrow F - f_k = ma \\ f_k = \mu_k N \\ N = mg \end{cases} \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \Rightarrow ۲۴ - \mu_k \times ۶ \times ۱۰ = ۶ \times ۳ \Rightarrow \mu_k = ۰/۱$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

گزینه ۳

گام اول

الف) وزنه‌ای که توسط نخ سبکی از سقف آویزان است، از راستای قائم ۳۰ درجه منحرف شده است ← $\alpha = ۳۰^\circ$

ب) نسبت به واگن ساکن مانده است. ←شتاب وزنه نسبت به زمین برابر با a است.

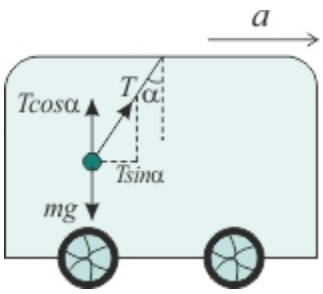
ج) اندازهٔ شتاب حرکت واگن چه کسری از شتاب جاذبهٔ زمین است؟← $\frac{a}{g} = ?$

گام دوم

گلوله تحت تأثیر دونیروی $W = mg$ و کشش نخ T است. چون گلوله نیز همراه واگن با شتاب ثابت a حرکت می‌کند طبق قانون دوم نیوتن این شتاب باید توسط نیرویی ایجاد شده باشد. با توجه به شکل، $T\sin\alpha$ این شتاب را در راستای افق ایجاد کرده است. اما جسم در راستای قائم حرکتی ندارد پس در راستای قائم برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین:

$$\begin{cases} \sum F_x = ma \Rightarrow T\sin\alpha = ma \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow T\cos\alpha - mg = ۰ \Rightarrow T\cos\alpha = mg \end{cases}$$

حال کافی است دو رابطه را بر هم تقسیم کنیم تا نسبت $\frac{a}{g}$ را به دست آوریم:



$$\frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{ma}{mg} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow tan۳۰^\circ = \frac{a}{g} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{a}{g}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۳ گزینه ۲

گام اول

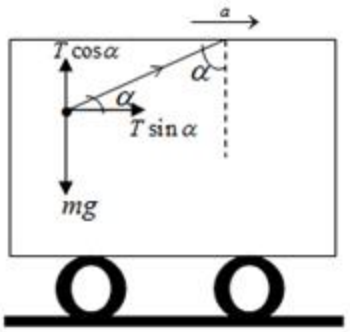
الف) وزنه‌ای به جرم $۲۰۰g$ ← $m = ۲۰۰g = ۰/۲kg$

ب) اتومبیل با شتاب ثابت $۷/۵m/s^۲$ در حال حرکت است ← $a = ۷/۵m/s^۲$

ج) کشش نخ چند نیوتن است؟← $T = ?$

گام دوم

باتوجه‌به شکل، با حرکت اتومبیل، نخ متصل به گلوله با راستای قائم زاویهٔ α ساخته و ثابت می‌ماند. گلوله تحت اثر دو نیروی $W = mg$ و کشش نخ T است و همراه اتومبیل با شتاب ثابت a حرکت می‌کند. طبق قانون دوم نیوتن این شتاب باید توسط نیرویی ایجاد شده باشد، (باتوجه‌به شکل) $T\sin\alpha$ این شتاب را در راستای افق ایجاد کرده است. اما جسم در راستای قائم حرکتی ندارد پس برآیند نیروهای وارد بر آن در راستای قائم صفر است. بنابراین:



$$\begin{cases} \sum F_x = ma \Rightarrow T\sin\alpha = ma \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow T\cos\alpha - mg = ۰ \Rightarrow T\cos\alpha = mg \end{cases}$$

حال کافی است دو رابطه را بر هم تقسیم کنیم تا زاویهٔ α را به دست آوریم:

$$\frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{ma}{mg} \Rightarrow tan\,\alpha = \frac{a}{g} = \frac{۷/۵}{۱۰} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \alpha = ۳۷^\circ$$

اگر در رابطه‌ای که برآیند نیروها را در راستای قائم نوشتیم، مقدار α را قرار دهیم، مقدار T به دست خواهد آمد:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T\cos\alpha = mg \Rightarrow T \times ۰/۸ = ۰/۲ \times ۱۰ \Rightarrow T = ۲/۵N$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۴ گزینه ۳

گام اول

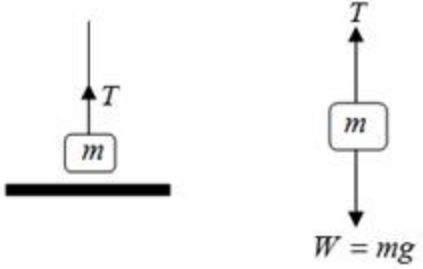
الف) اگر اندازهٔ نیروی کشش نخ $\frac{۱}{۳}$ وزن جسم باشد. ← $T = \frac{W}{۳}$

ب) اندازهٔ شتاب حرکت جسم چند برابر شتاب گرانش است؟ ← $\frac{|a|}{g} = ?$

گام دوم

کافی است نیروهای وارد بر جسم m را رسم کرده و با استفاده از قانون دوم نیوتن شتاب آن را به دست آوریم:

$$\sum F = ma \;\Rightarrow\; W - T = ma \xrightarrow{T=\frac{W}{۳}} mg - \frac{mg}{۳} = ma \;\Rightarrow\; a = \frac{۲g}{۳}$$



۵۵ گزینه ۴

هنگامی که جسم در تعادل است، نیروی عکس‌العمل سطح با وزن جسم برابر است.

۵۶ گزینه ۲

گام اول

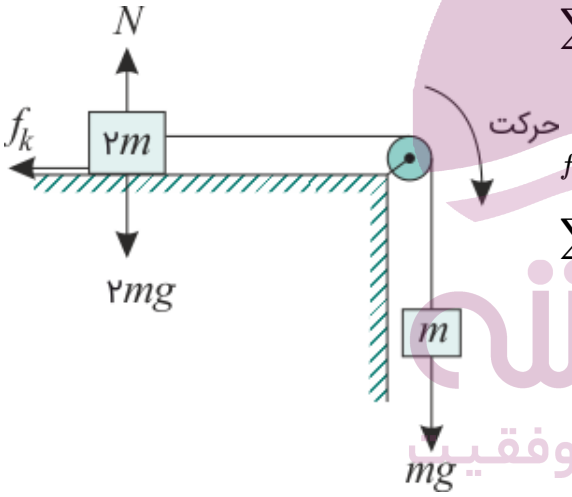
الف) شتاب هریک از وزنه‌ها $\frac{g}{۵}$ است. $\leftarrow$ $a_m = a_{۲m} = a_{\text{کل}} = \frac{g}{۵}$

ب) ضریب اصطکاک جنبشی سطح افقی کدام است. $\leftarrow$ $\mu_k = ?$

گام دوم

دو جسم m و $۲m$ را به‌صورت یک دستگاه در نظر می‌گیریم و قانون دوم نیوتن را برای آن می‌نویسیم. توجه شود که در قانون دوم نیوتن فقط نیروهای خارجی را در نظر می‌گیریم و نیروهای داخلی (مثل کشش طناب در این مسئله) اثرگذار نمی‌باشند:

$$\sum F = (۲m + m)\,a \Rightarrow mg - f_k = ۳ma$$



از طرفی:

$$f_k = \mu_k N \xrightarrow{N=۲mg} f_k = ۲mg\mu_k$$

$$\sum F = mg - ۲mg\mu_k = ۳m\frac{g}{۵} \Rightarrow ۱ - ۲\mu_k = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \mu_k = \frac{۱}{۵} = ۰/۲$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

گزینه ۴

گام اول

الف) جسمی به جرم $۴kg$ ← $m = ۴kg$

ب) با ضریب اصطکاک جنبشی $\frac{۱}{۴}$ ← $\mu_k = \frac{۱}{۴}$

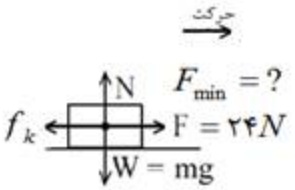
ج) جسم را با نیروی ۴۰ نیوتون می‌کشیم ← $F = ۴۰N$

د) جسم در جهت نیرو حرکت می‌کند ← $F > f_k$

ه) این نیرو را حداکثر چند نیوتون می‌توانیم کاهش دهیم، بدون اینکه سرعت جسم کاهش یابد؟ ← $a = ۰\,,\ F - F_{\min} = ?$

گام دوم

باتوجه‌به اینکه شتاب برابر صفر است، داریم:



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_{\min} - f_k = ۰ \Rightarrow F_{\min} = f_k$$

از طرفی نیروی اصطکاک از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} f_k = \mu_k \times N \\ N = mg \end{cases} \Rightarrow f_k = \frac{۱}{۴} \times ۴ \times ۱۰ = ۱۰N \Rightarrow F_{\min} = ۱۰N$$

درنتیجه حداکثر میزان نیرویی که ما می‌توانیم کاهش دهیم بدون اینکه سرعت کم شود، برابر است با:

$$F - F_{\min} = ۴۰ - ۱۰ = ۳۰N$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۸ گزینه ۱

گام اول

الف) فنری با ثابت $۵۰N/m$ ← $k = ۵۰N/m$

ب) به وزنه‌ای به جرم kg۵ بسته‌ایم ← $m = ۵kg$

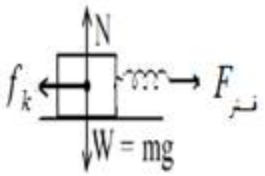
ج) آن را با سرعت ثابت روی سطح افقی می‌کشیم ← $a = ۰$

د) ۱۰ سانتی‌متر افزایش طول پیدا کند ← $\Delta x = ۱۰cm = ۰/۱m$

ه) ضریب اصطکاک جنبشی چقدر است؟ ← $\mu_k = ?$

گام دوم

برای به دست آوردن μ_k باید N و f_k را به دست بیاوریم. قانون دوم نیوتون را در راستای افقی و قائم نوشته و درنهایت ضریب اصطکاک جنبشی را محاسبه می‌کنیم:



$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N - mg = ۰ \Rightarrow N = mg = ۵ \times ۱۰ = ۵۰N$$

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_{فنر} - f_k = ۰ \Rightarrow f_{فنر} = f_k$$

$$\begin{cases} F_{فنر} = f_k \\ f_k = \mu_k.N \\ F_{فنر} = k.\Delta x \end{cases} \Rightarrow k\Delta x = \mu_k.N \Rightarrow ۵۰ \times ۰/۱ = \mu_k \times ۵۰ \Rightarrow \mu_k = ۰/۱$$

۵۹ گزینه ۱

$$v_۰ = ۷۲km/h = ۲۰m/s$$

شتاب کند شدن اتومبیل توسط نیروی اصطکاک لغزشی ایجاد می‌شود.

$$|ma| = \mu mg \Rightarrow |a| = \mu_k g = (\frac{۱}{۴} \times ۱۰)m/s^۲ = \frac{۵}{۲}m/s^۲$$

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۲۰^۲ = ۲(-\frac{۵}{۲})\Delta x$$

$$۴۰۰ = ۵\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۸۰m$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

گزینه ۴

شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v}{t} = \frac{۱}{۱} = ۱m/s^۲$$

بنا به قانون دوم نیوتن می‌توان نوشت:

$$m_۲g - \mu m_۱g = (m_۱ + m_۲)a \Rightarrow ۱۰ - \mu_k \times ۴۰ = (۴ + ۱) \times ۱$$

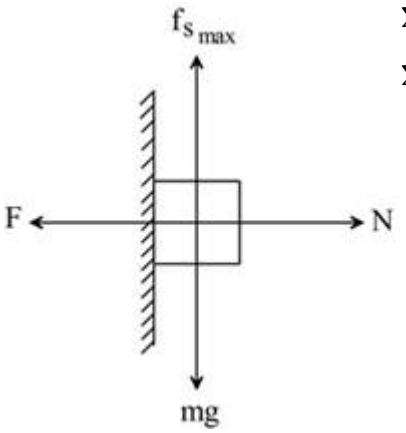
$$۱۰ - ۴۰\mu_k = ۵ \Rightarrow ۵ = ۴۰\mu_k \Rightarrow \mu_k = \frac{۵}{۴۰} = \frac{۱}{۸}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱ گزینه ۱

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

چون در تعادل است:

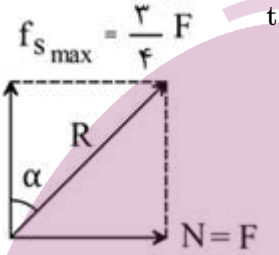


$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow F = N$$

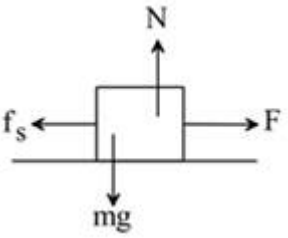
$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow mg = f_{s\,max} = \mu_s . N = \frac{۳}{۴} \times F$$

نیروی سطح، برآیند N و $f_{s\,max}$ است.

$$\tan\alpha = \frac{N}{f_{s\,max}} = \frac{F}{\frac{۳}{۴}F} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \alpha = ۵۳^\circ$$



۲ گزینه ۲



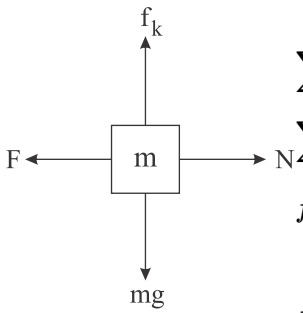
$$f_{s\,max} = N\mu_s = mg\mu_s = ۵۰ \times ۰/۸ = ۴۰N$$

$$F < f_{s\,max} \Rightarrow \text{جسم حرکت نمی‌کند} \Rightarrow F - f_s = ۰ \Rightarrow f_s = ۲۵N$$

$$R = \sqrt{N^۲ + f_s^۲} = \sqrt{۲۵^۲ + ۵۰^۲} = ۲۵\sqrt{۵}N$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳ گزینه ۳



$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow f_s = mg = ۵۰N$$

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F = N$$

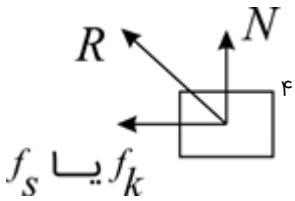
اندازهٔ نیرویی که دیوار بر وزنه وارد می‌کند $R = \sqrt{N^۲ + f_s^۲}$ است. توجه کنید که با دو برابر شدن F مقدار f_s عوض نمی‌شود ولی N و $f_{s\,max}$ دو برابر می‌شوند.

$$R_۱ = \sqrt{۵۰^۲ + ۵۰^۲} = ۵۰\sqrt{۲}N$$

$$R_۲ = \sqrt{۵۰^۲ + ۱۰۰^۲} = ۵۰\sqrt{۵}N$$

$$\frac{R_۲}{R_۱} = \frac{۵۰\sqrt{۵}}{۵۰\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$$

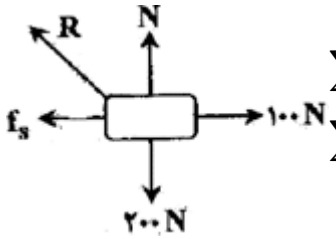
۴ گزینه ۴



گزینه‌های ۱ و ۲ لزوماً درست نیستند، با توجه به عکس‌العمل سطح حتماً جسم دارای اصطکاک است، پس گزینهٔ ۴ درست است.

۵ گزینه ۴

وقتی جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. پس داریم:



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow f_s = ۱۰۰N$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N = ۲۰۰N$$

بزرگی نیروی عکس‌العمل سطح ($\vec{R}$)، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$|\vec{R}| = \sqrt{f_s^۲ + N^۲} = \sqrt{۱۰۰^۲ + ۲۰۰^۲} = ۱۰۰\sqrt{۵}N$$

۶ گزینه ۴

بزرگی نیروی کشش فنر را حساب می کنیم.

شتاب روبه بالا است، پس:

$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + a) = ۱(۱۰ + ۲)N = ۱۲N$$

$$T = k\Delta\ell \Rightarrow ۱۲ = ۱۰۰\Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell = \frac{۱۲}{۱۰۰}m = ۱۲cm$$

$$L_۲ - L_۱ = ۱۲ \Rightarrow L_۲ = L_۱ + ۱۲ = ۲۰ + ۱۲ = ۳۲ \Rightarrow L_۲ = ۳۲cm$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۷ گزینه ۴

تغییر نیروی کشش فنر متناسب با تغییر طول آن است. نیروی فنر در این حالت هم‌اندازه با وزن جسم است.

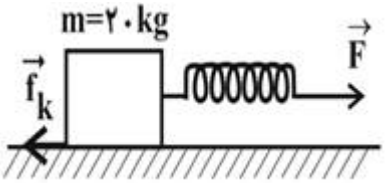
$$F = k(l - l_۰) \Rightarrow \Delta F = k\Delta l \Rightarrow (m_۲ - m_۱)g = k(l_۲ - l_۱)$$

$$\Rightarrow \Delta mg = k\Delta l \xrightarrow[g=۱۰N/kg,\Delta m=۵۰۰-۱۰۰=۴۰۰g=۰/۴kg]{\Delta l=۲۰-۱۵=۵cm=۰/۰۵m}$$

$$۰/۴ \times ۱۰ = k \times ۰/۰۵ \Rightarrow k = ۸۰N/m$$

۸ گزینه ۳

باتوجه‌به شکل زیر، ابتدا اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی را حساب می‌کنیم و سپس قانون دوم نیوتن را برای جسم می‌نویسیم و شتاب حرکت آن را به دست می‌آوریم. دقت کنید، نیروی محرک جسم، همان نیروی کشسانی فنر ($F = k\Delta L$) است.



$$f_k = \mu_k N \xrightarrow{N=mg} f_k = \mu_k mg$$

$$\xrightarrow[g=۱۰N/kg]{\mu_k=۰۱/,m=۲۰kg} f_k = ۰/۱ \times ۲۰ \times ۱۰ = ۲۰N$$

$$\sum F = ma \Rightarrow k\Delta l - f_k = ma \xrightarrow{k=۱۰۰N/m,\Delta l=۰/۴m}$$

$$۱۰۰ \times ۰/۴ - ۲۰ = ۲۰a \Rightarrow a = ۱m/s^۲$$

۹ گزینه ۴

با استفاده از قانون دوم نیوتن در هر مرحله داریم:

وقتی آسانسور پایین می‌رود : $mg - T_۱ = ma_۱ \Rightarrow T_۱ = m(g - a_۱) \Rightarrow k(l_۱ - l_۰) = m(g - a_۱)$ (۱)

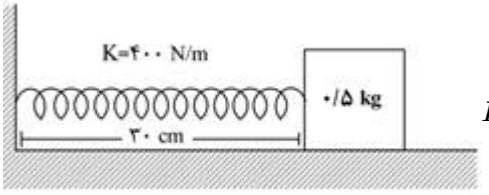
وقتی آسانسور بالا می‌رود : $T_۲ - mg = ma_۲ \Rightarrow T_۲ = m(g + a_۲) \Rightarrow k(l_۲ - l_۰) = m(g + a_۲)$ (۲)

$$\xrightarrow[a_۱=a_۲=a]{(۱)\ ,\ (۲)} k(l_۲ - l_۰) - k(l_۱ - l_۰) = m(g + a) - m(g - a) \Rightarrow k(l_۲ - l_۰) = ۲ma$$

$$\Rightarrow k = \frac{۲ma}{(l_۲ - l_۰)} = \frac{۲ \times ۲ \times ۲}{(۱۶ - ۱۴) \times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow k = ۴۰۰N/m$$

۱۰ گزینه ۱

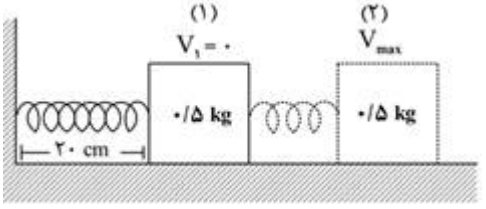
لحظهٔ جدا شدن از فنر، سرعت وزنه، بیشینه است؛ بنابراین طبق قانون پایستگی انرژی داریم:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ = K_۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}k\Delta x^۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$\Rightarrow ۴۰۰ \times (۰/۳ - ۰/۲)^۲ = ۰/۵ \times v_۲^۲ \Rightarrow ۴ = \frac{۱}{۲}v_۲^۲$$

$$\Rightarrow v_۲ = ۲\sqrt{۲}m/s \Rightarrow v_{max} = ۲\sqrt{۲}m/s$$



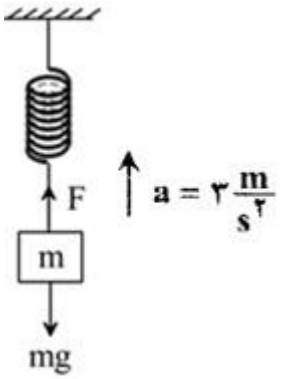
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۱ گزینه ۱

$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow N = mg \Rightarrow N = ۱۰۰N$$
$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow F - f_k = ۰ \Rightarrow F = \mu_k mg = ۰/۲۵ \times ۱۰۰ = ۲۵N$$
$$F = k\Delta\ell \Rightarrow ۲۵ = k \times ۰/۱ \Rightarrow k = ۲۵۰N/m$$

۱۲ گزینه ۴

چون حرکت کندشونده و رو به پایین است، پس شتاب به سمت بالا است.



$$F - mg = ma \Rightarrow k\Delta x - mg = ma$$
$$\Rightarrow ۱۰۰ \times \frac{۱۳}{۱۰۰} - ۱۰m = ۳m$$
$$\Rightarrow ۱۳ = ۱۳m \Rightarrow m = ۱kg$$

۱۳ گزینه ۱

$$\xrightarrow[k=۹\times۱۰^{۹}N.m^{۲}/C^{۲}, r=۳\times۱۰^{-۲}m]{k_{\text{فنر}}=۱۰۰N/m,\ q_۱=۲\times۱۰^{-۷}C,\ q_۲=۵\times۱۰^{-۷}C}$$

$$۱۰۰\Delta l = ۹ \times ۱۰^{۹} \times \frac{۲ \times ۱۰^{-۷} \times ۵ \times ۱۰^{-۷}}{۹ \times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow ۱۰۰\Delta l = ۱$$
$$\Rightarrow \Delta l = ۰/۰۱m \Rightarrow \Delta l = ۱cm$$

۱۴ گزینه ۳

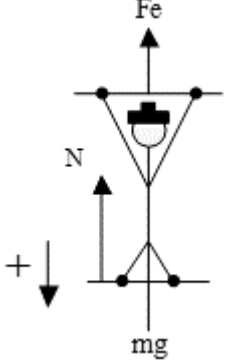
نیروهای وارد بر شخص را مشخص می‌کنیم، شخص فنر را به سمت پایین می‌کشد، بنابراین مطابق قانون سوم نیوتن عکس‌العمل این نیرو به شخص و به سمت بالا وارد می‌شود.

$$F_e = k\Delta x \xrightarrow[k=۵۰۰N/m]{\Delta x=۱۵cm=۰/۱۵m} F_e = ۵۰۰ \times ۰/۱۵ = ۷۵N$$

با در نظر گرفتن جهت مثبت حرکت به سمت پایین، با نوشتن قانون دوم نیوتن خواهیم داشت:

$$\sum F = ma \Rightarrow mg - N - F_e = ma$$
$$\Rightarrow ۶۰۰ - N - ۷۵ = ۶۰ \times ۲ \Rightarrow N = ۴۰۵N$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



۱۵ گزینه ۲

اگر کشش نخ‌های بسته‌شده به W را راست به چپ با T_1 T_2 و T_3 نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$W = T_1 + T_2 + T_3$$

از اولین قرقره می‌توانیم نتیجه بگیریم که: $T_1 = F$

از قرقرهٔ دوم می‌توانیم نتیجه بگیریم که: $T_2 = T_1 + F \Rightarrow T_2 = 2F$

از قرقرهٔ سوم می‌توانیم نتیجه بگیریم که: $T_3 = 2T_2 \Rightarrow T_3 = 2(2F) = 4F$

حال اگر T_1 T_2 و T_3 را در رابطهٔ $W = T_1 + T_2 + T_3$ جایگزین کنیم، خواهیم داشت:

$$W = F + 2F + 4F = 7F$$

$$\Rightarrow 280 = 7F \Rightarrow F = \frac{280}{7} = 40N$$

۱۶ گزینه ۳

$$P_1 = P_0 \Rightarrow P_1 = 10^5\ Pa$$

$$P_2 = P_0 + \frac{F}{A} = P_0 + \frac{k\Delta\ell}{A} = 10^5 + \frac{1000 \times 0/1}{2 \times 10^{-3}} = 1/5 \times 10^5\ Pa$$

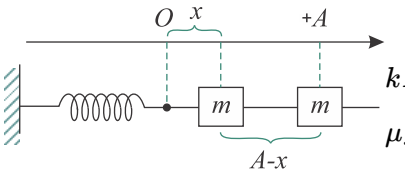
$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{10^5 \times 50A}{400} = \frac{1/5 \times 10^5 \times 60A}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{1/5 \times 400 \times 60}{50} = 720K$$

$$\Delta\theta = \Delta T = 720 - 400 = 320^\circ C$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۷ گزینه ۲

وقتی وزنه را $۲\,cm$ از وضع تعادل آن منحرف می‌کنیم، نیرویی که فنر به وزنه وارد می‌کند از بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی وزنه با سطح بیشتر است $(kA > \mu_s mg)$ بنابراین وزنه شروع به حرکت می‌کند.



$$kA = ۵۰ \times \frac{۲}{۱۰۰} = ۱N$$
$$\mu_s mg = ۰/۲ \times ۰/۲ \times ۱۰ = ۰/۴\,N \Rightarrow kA > \mu_s mg$$

در لحظه‌ای که سرعت وزنه بیشینهٔ مقدار خود را دارد، انرژی جنبشی وزنه بیشینه است.

مطابق اصل پایستگی انرژی داریم:

$$|W_f| = mg\mu_k(A-x)\ ,\ U_{\text{فنر}} = \frac{۱}{۲}kx^۲$$

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}kA^۲ = |W_f| + U_{\text{فنر}} + K_{\text{وزنه}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}kA^۲ = mg\mu_k(A-x) + \frac{۱}{۲}kx^۲ + K_{\text{وزنه}}$$

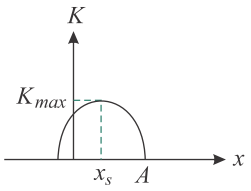
$$\Rightarrow K_{\text{وزنه}} = -\frac{۱}{۲}kx^۲ + mg\mu_k x - mg\mu_k A + \frac{۱}{۲}kA^۲$$

مطابق رابطهٔ بالا انرژی جنبشی وزنه یک تابع سهمی برحسب فاصلهٔ وزنه از لحظهٔ تعادل است که یک سهمی با تقعر رو به پایین است. در سهمی‌ها $(y = ax^۲ + bx + c)$، مؤلفهٔ x رأس سهمی برابر با $x_s = \frac{-b}{۲a}$ است.

$$x_s = \frac{-mg\mu_k}{-k} = \frac{mg\mu_k}{k} \xrightarrow[k=۵۰\,N/m]{m=۲۰۰\,g=۰/۲\,kg} x_s = \frac{۰/۲ \times ۱۰ \times ۰/۱}{۵۰} = \frac{۲}{۵۰۰}m = ۰/۴\,cm$$

بنابراین جابه‌جایی وزنه از لحظهٔ رها شدن تا رسیدن به بیشینهٔ سرعت برابر است با:

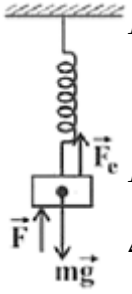
$$\Delta x = A - x_s = ۲ - ۰/۴ = ۱/۶\,cm$$



ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۸ گزینه ۴

ابتدا نیروهای وارد بر وزنه را رسم نموده و بزرگی نیروی کشسانی فنر را حساب می‌کنیم. دقت کنید که چون $mg > F$ است، فنر کشیده می‌شود.



$$F_e + F = mg \xrightarrow[g=۱۰\,N/kg]{F=۱۵\,N\,,\,m=۲\,kg} F_e + ۱۵ = ۲۰\,N \Rightarrow F_e = ۵\,N$$

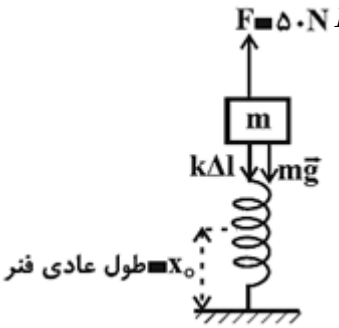
اکنون تغییر طول فنر را حساب می‌کنیم و سپس طول فنر را در حالت تعادل به دست می‌آوریم:

$$F_e = k\Delta x \xrightarrow[F_e=۵\,N]{k=۱۰۰\,N/m} ۵ = ۱۰۰\,\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۰/۰۵\,m \Rightarrow \Delta x = ۵\,cm$$

$$\Delta x = x_۲ - x_۱ \Rightarrow ۵ = x_۲ - ۲۰ \Rightarrow x_۲ = ۲۵\,cm$$

۱۹ گزینه ۱

باید توجه داشت که قرقرهٔ ثابت نقش تغییر جهت نیرو را اجرا کرده و نیازی به تجزیهٔ نیرو برای حل مسئله نیست. باتوجه‌به اینکه دستگاه در حال تعادل است طبق شکل می‌توان نوشت:



$$F = k\Delta l + mg \Rightarrow ۵۰ = ۱۰۰\Delta l + ۳ \times ۱۰ \Rightarrow ۵۰ = ۱۰۰\Delta l + ۳۰$$
$$\Rightarrow ۲۰ = ۱۰۰\Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{۱}{۵}m \Rightarrow \Delta = ۲۰\,cm$$

۲۰ گزینه ۴

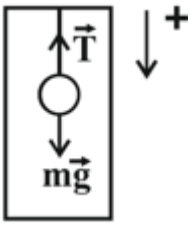
$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - (m + m')g = (m + m')a$$
$$\Rightarrow ۱۲۵ - (۹ + ۱) \times ۱۰ = (۹ + ۱)a \Rightarrow a = ۲/۵m/s^۲$$

حال قانون دوم نیوتن را برای قطعهٔ طناب ۳۰ سانتی‌متری می‌نویسیم. باتوجه‌به یکنواخت بودن طناب، جرم این قطعه $\frac{۳}{۵}$ جرم طناب است.

$$۱۲۵ - \frac{۳}{۵} \times ۱۰ - T_A = \frac{۳}{۵} \times ۲/۵ \Rightarrow T_A = ۱۱۷/۵N$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

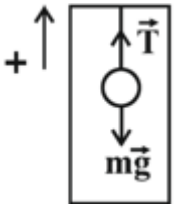
برای هریک از گزینه‌ها نیروی کشش نخ را با استفاده از قانون دوم نیوتن، به‌دست می‌آوریم و با حداکثر مقدار نیروی کشش قابل تحمل نخ مقایسه می‌کنیم، داریم:



جهت شتاب به سمت پایین است ⇐ حرکت تندشونده به سمت پایین یا کندشونده به سمت بالا

$\Rightarrow mg - T = ma$

$$\Rightarrow T = m(g-a) \Rightarrow \begin{cases} \text{گزینهٔ ۳}: a = ۱m/s^۲ \Rightarrow T = ۰/۲(۱۰-۱) = ۱/۸N \xrightarrow{T_{\max}=۱N} T > T_{\max} \Rightarrow \text{نخ پاره می‌شود} \\ \text{گزینهٔ ۲}: a = ۶m/s^۲ \Rightarrow T = ۰/۲(۱۰-۶) = ۰/۸N \xrightarrow{T_{\max}=۱N} T < T_{\max} \Rightarrow \text{نخ پاره نمی‌شود} \end{cases}$$



جهت شتاب به سمت بالا است ⇐ حرکت تندشونده به سمت بالا یا کُندشونده به سمت پایین

$\Rightarrow T - mg = ma$

$$\Rightarrow T = m(g+a) \Rightarrow \begin{cases} \text{گزینهٔ ۱}: a = ۱m/s^۲ \Rightarrow T = ۰/۲(۱۰+۱) = ۲/۲N \xrightarrow{T_{\max}=۱N} T > T_{\max} \Rightarrow \text{نخ پاره می‌شود} \\ \text{گزینهٔ ۴}: a = ۲m/s^۲ \Rightarrow T = ۰/۲(۱۰+۲) = ۲/۴N \xrightarrow{T_{\max}=۱N} T > T_{\max} \Rightarrow \text{نخ پاره می‌شود} \end{cases}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۲ گزینه ۲

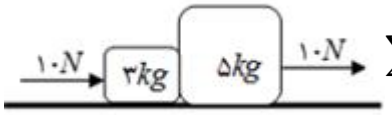
گام اول

الف) سطح افقی بدون اصطکاک است. $\leftarrow f_k = ۰$

ب) نیرویی که از طرف وزنهٔ ۵ کیلوگرمی بر وزنه ۳ کیلوگرمی وارد می‌شود چند نیوتن است؟ $\leftarrow F_{۵,۳} = ?$

گام دوم

ابتدا شتاب سیستم را تعیین می‌کنیم. بر دو جسم ۳ و ۵ کیلوگرمی دونیروی ۱۰ نیوتنی در یک‌سو وارد می‌شود که برآیند آن‌ها ۲۰ نیوتن است. بنابر قانون دوم نیوتن داریم:

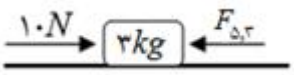


$$\sum F = ma \Rightarrow ۲۰ = (۳+۵)a \Rightarrow a = ۲/۵m/s^۲$$

بنابراین شتاب هرکدام از وزنه‌ها برابر با $۲/۵m/s^۲$ است.

از طرفی بر جسم ۳ کیلوگرمی دونیرو وارد می‌شود، یکی نیرویی که جرم $۵kg$ بر $۳kg$ وارد می‌کند و دیگری نیروی $۱۰N$ که خلاف جهت هم هستند.

با توجه به قانون دوم نیوتن نیروی وارد بر جسم از طرف جسم ۵ کیلوگرمی را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} \sum F = ma \\ F = ۱۰ - N \end{cases} \Rightarrow ۱۰ - N = ۳ \times ۲/۵ \Rightarrow N = ۲/۵N$$

۲۳ گزینه ۴

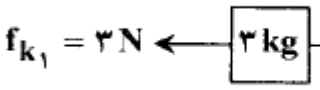
اصطکاک بین دو جسم به ترتیب برابر است با:

$$۰/۱ \times ۳۰ = ۳N$$
$$۰/۱ \times ۲۰ = ۲N$$

برای محاسبهٔ شتاب کل دستگاه:

$$F - f_{k_۱} - f_{k_۲} = (m_۱ + m_۲)a \Rightarrow ۱۰ - ۳ - ۲ = (۳+۲)a \Rightarrow ۵ = ۵a \Rightarrow a = ۱m/s^۲$$

حال برای جسم ۳ کیلوگرمی داریم:



$$F_{فنر} - f_{k_۱} = ma \Rightarrow F_{فنر} - ۳ = ۳ \times ۱$$
$$\Rightarrow F_{فنر} = ۶N = k\Delta\ell = ۱۰۰\Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell = \frac{۶}{۱۰۰}m = ۶cm$$

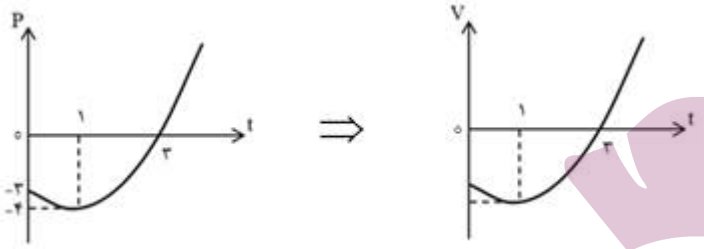
ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۴ گزینه ۴

با توجه به رابطهٔ $\vec{P} = m\vec{v}$ تکانه هم‌جهت و متناسب با سرعت است. بنابراین شکل کلی نمودارشان، همانند یکدیگر است. پس نمودار سرعت زمان آن به‌صورت زیر است:

p	-۴	۰	-۳
t	۱	۳	۰

$P = t^۲ - ۲t - ۳ \Rightarrow P' = ۲t - ۲ \Rightarrow t = ۱s$ راس سهمی



با توجه به نمودار سرعت زمان حرکت از لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۳s$، ابتدا تند شونده و سپس کند شونده است.

۲۵ گزینه ۲

گام اول

الف) یک جسم ۴۰۰ گرمی ← $m = ۴۰۰g = ۰/۴kg$

ب) در لحظهٔ $t = ۲s$ اندازهٔ سرعت جسم چند متر بر ثانیه است؟ ← $v_{(t=۲)}$?

گام دوم

با توجه به رابطهٔ $\vec{P} = m\vec{v}$، ابتدا در لحظهٔ $t = ۲s$ بردار سرعت و سپس اندازهٔ آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{P} = ۶t\vec{i} + ۴t^۲\vec{j} \xrightarrow{t=۲s} \vec{P} = ۱۲\vec{i} + ۱۶\vec{j} \xrightarrow{\vec{p}=m\vec{v}} ۱۲\vec{i} + ۱۶\vec{j} = ۰/۴ \times \vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = ۳۰\vec{i} + ۴۰\vec{j} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{(۳۰)^۲ + (۴۰)^۲} = ۵۰m/s$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۶ گزینه ۲

گام اول

الف) جرم جسمی $۲kg$ ← $m = ۲kg$

ب) سرعت آن به‌اندازهٔ $۸m/s$ افزایش یابد. ← $v_۲ = v_۱ + ۸$

ج) انرژی جنبشی آن ۴ برابر می‌شود ← $K_۲ = ۴k_۱$

گام دوم

ابتدا با استفاده از نسبت $\frac{K_۲}{K_۱} = ۴$ سرعت اولیه را حساب کرده و درنهایت طبق رابطهٔ $P = mv$، تکانه جسم را قبل از افزایش سرعت می‌یابیم:

$$\frac{K_۲}{K_۱} = ۴ \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲} = ۴ \Rightarrow \left(\frac{v_۱ + ۸}{v_۱}\right)^۲ = ۴$$

$$\Rightarrow \frac{v_۱ + ۸}{v_۱} = ۲ \Rightarrow v_۱ = ۸m/s$$

$$P_۱ = mv_۱ = ۲ \times ۸ = ۱۶\, kg.m/s$$

۲۷ گزینه ۱

سطح زیر نمودار نیرو- زمان برابر حاصل‌ضرب جرم جسم در تغییرات سرعت آن است.

$$F.\Delta t = m\Delta v \Rightarrow S_۱ + S_۲ = m\Delta v$$

$$۰/۵ \times ۲۰ + ۰/۵ \times ۱۰ = ۲(v - ۰) \Rightarrow v = ۷/۵m/s$$

۲۸ گزینه ۲

ابتدا بردار تکانهٔ جسم را در لحظهٔ $t = ۰/۴s$، تعیین می‌کنیم.

$$t = ۰/۴s \Rightarrow \vec{P} = ۳(۰/۴)\vec{i} + ۱۰(۰/۴)^۲\vec{j} = ۱/۲\vec{i} + ۱/۶\vec{j}(kg.m/s)$$

حال باتوجه‌به تعریف تکانه، مؤلفه‌های سرعت را به دست می‌آوریم.

$$P_x = mv_x \Rightarrow ۱/۲ = ۰/۲v_x \Rightarrow v_x = ۶m/s$$

$$P_y = mv_y \Rightarrow ۱/۶ = ۰/۲v_y \Rightarrow v_y = ۸m/s$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{v_x^۲ + v_y^۲} = \sqrt{۶^۲ + ۸^۲} = ۱۰m/s$$

۲۹ گزینه ۴

با استفاده از روابط انرژی جنبشی و تکانه می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \\ P = mv \end{cases} \Rightarrow K = \frac{P^۲}{۲m} \Rightarrow \frac{K_۱}{K_۲} = \left(\frac{P_۱}{P_۲}\right)^۲ \times \frac{m_۲}{m_۱}$$

$$\xrightarrow[K_۱=K_۲]{m_۱=۴۰kg, m_۲=۱۰۰g=۰/۱kg} ۱ = \left(\frac{P_۱}{P_۲}\right)^۲ \times \frac{۰/۱}{۴۰}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{P_۱}{P_۲}\right)^۲ = ۴۰۰ \Rightarrow P_۱ = ۲۰P_۲$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۰ گزینه ۴

می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار تکانه برحسب زمان در هر لحظه، اندازهٔ برآیند نیروی وارد بر جسم در آن لحظه را نشان می‌دهد $(\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t})$ ؛ بنابراین مطابق نمودار سؤال، از لحظهٔ $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۱۵\,s$، برآیند نیروهای وارد بر جسم ثابت و برابر با $F_۱ = \frac{۳۰ - ۰}{۱۵ - ۰} = ۲N$ و از لحظهٔ $t_۲ = ۱۵\,s$ تا لحظهٔ $t_۲ = ۲۰\,s$ برآیند نیروهای وارد بر جسم ثابت و برابر با $F_۲ = \frac{۰ - ۳۰}{۲۰ - ۱۵} = -۶N$ بوده است. چون از لحظهٔ $t_۲ = ۱۵\,s$ به بعد نیروی $\vec{F}$ قطع شده است، بنابراین در راستای افق فقط نیروی اصطکاک جنبشی بر جسم اثر می‌کند که اندازهٔ آن برابر با $f_k = ۶N$ است؛ بنابراین در بین لحظه‌های $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۱۵\,s$ می‌توان نوشت:

$$F - f_k = ۲N \xrightarrow{f_k = ۶N} F - ۶ = ۲ \Rightarrow F = ۸N$$

۳۱ گزینه ۴

باتوجه‌به اینکه آهنگ تغییر تکانهٔ یک جسم برابر با برآیند نیروهای وارد بر جسم است، می‌توان نوشت:

$$\left|\vec{F}\right| = \left|\frac{\Delta P}{\Delta t}\right| = \left|m(\frac{v - v_۰}{\Delta t})\right| \Rightarrow \left|\vec{F}\right| = \left|۰/۸ \times \frac{(۰ - ۱۵)}{۰/۰۰۳}\right| \Rightarrow \left|\vec{F}\right| = ۴۰۰۰\,N$$

۳۲ گزینه ۱

راه‌حل اول:

$$P_۱ = mv_۱ \Rightarrow ۳ = ۲v_۱ \Rightarrow v_۱ = \frac{۳}{۲} = ۱/۵\,m/s$$

$$P_۲ = mv_۲ \Rightarrow ۰ = ۲v_۲ \Rightarrow v_۲ = ۰$$

$$\Delta v = v_۲ - v_۱ = ۰ - ۱/۵ = -۱/۵\,m/s$$

راه‌حل دوم:

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow ۰ - ۳ = ۲\,(\Delta v)$$

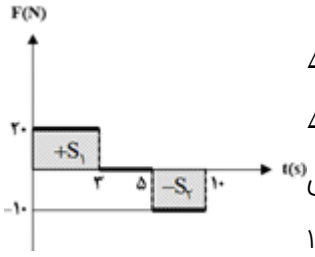
$$\Delta v = -\frac{۳}{۲} = -۱/۵\,m/s$$

۳۳ گزینه ۴

می‌دانیم که سطح محصور بین منحنی

$$F - t$$

و محور زمان معرف تغییرات تکانهٔ جسم است، بنابراین:



$$\Delta P = S_۱ - S_۲$$

$$\Delta P = (۲۰ \times ۳) - (۵ \times ۱۰) = ۱۰kg.m/s$$

از طرفی : $\Delta P = m.\Delta v$

$$۱۰ = ۲(v_۲ - ۱۰)$$

$$۵ = v_۲ - ۱۰ \Rightarrow v_۲ = ۱۵m/s$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۴ گزینه ۴

با استفاده از رابطه بین اندازه تکانه و انرژی جنبشی یک جسم، خواهیم داشت:

$$K=\frac{mv^{۲}}{۲}=\frac{m^{۲}v^{۲}}{۲m}=\frac{P^{۲}}{۲m}\Rightarrow\frac{K_{۲}}{K_{۱}}=\left(\frac{P_{۲}}{P_{۱}}\right)^{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{K_{۲}}{K_{۱}}=\left(\frac{P_{۱}+۰/۲P_{۱}}{P_{۱}}\right)^{۲}=\left(\frac{۱/۲P_{۱}}{P_{۱}}\right)^{۲}=۱/۴۴\Rightarrow K_{۲}=۱/۴۴K_{۱}$$

$$\text{درصد تغییر انرژی جنبشی}=\frac{\Delta K}{K_{۱}}\times ۱۰۰=\frac{K_{۲}-K_{۱}}{K_{۱}}\times ۱۰۰=+\%۴۴$$

۳۵ گزینه ۱

ازآنجایی‌که جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $\vec{P}_{۱}=۰$ است.

مطابق رابطهٔ تغییرات تکانه و برآیند نیروهای وارد بر جسم، داریم:

$$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\Rightarrow\vec{F}_{۱}+\vec{F}_{۲}=\frac{\vec{P}_{۲}-\vec{P}_{۱}}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\Delta t=۳s\,,\,\vec{F}_{۱}=۷\vec{i}+۱۰\vec{j}\,,\,\vec{F}_{۲}=a\vec{i}+b\vec{j}]{\vec{P}_{۱}=\vec{۰}\,,\,\vec{P}_{۲}=۶\vec{i}-۱۲\vec{j}(kg.m/s)}(۷+a)\vec{i}+(۱۰+b)\vec{j}=\frac{۶\vec{i}-۱۲\vec{j}}{۳}$$

$$\Rightarrow(۷+a)\vec{i}+(۱۰+b)\vec{j}=۲\vec{i}-۴\vec{j}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۷+a=\frac{۶}{۳}=۲\Rightarrow a=-۵\\ ۱۰+b=-\frac{۱۲}{۳}=-۴\Rightarrow b=-۱۴\end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b=-۱۴-۵=-۱۹$$

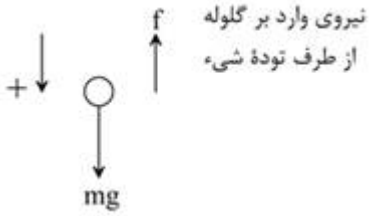
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۶ گزینه ۱

ابتدا سرعت گلوله در لحظهٔ برخورد با تودهٔ شنی را به دست می‌آوریم. مطابق رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت و با فرض کردن جهت مثبت حرکت به سمت پایین، داریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲g\Delta y \xrightarrow[g=۱۰m/s^۲]{v_۰=۱۵m/s\,,\,\Delta y=۲۰m}$$
$$v^۲ - ۱۵^۲ = ۲ \times ۱۰ \times ۲۰ \Rightarrow v^۲ = ۶۲۵ \Rightarrow v = ۲۵m/s$$

حین حرکت گلوله در تودهٔ شنی، دو نیروی وزن گلوله به سمت پایین و نیرویی که از طرف تودهٔ شنی به گلوله به سمت بالا وارد می‌شود، بر گلوله اثر می‌کنند.



باتوجه‌به رابطهٔ نیرو و تغییرات تکانه داریم: (جهت مثبت حرکت را به سمت پایین در نظر می‌گیریم)

$$\vec{\bar{F}} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow -\bar{f} + mg = \frac{m\left(v_۲ - v_۱\right)}{\Delta t} \xrightarrow[m=۲۰۰g=۰/۲kg\,,\,\Delta t=۰/۱s]{v_۲=۰\,,\,v_۱=۲۵m/s}$$
$$-\bar{f} + ۰/۲ \times ۱۰ = \frac{۰/۲ \times (۰ - ۲۵)}{۰/۱} \Rightarrow \bar{f} = ۵۲N$$

۳۷ گزینه ۲

چون نمودار مکان - زمان متحرک به‌صورت خط راست است، بنابراین سرعت حرکت متحرک در تمامی لحظه‌ها ثابت است. بنابراین داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}m/s$$
$$\left|\vec{P}\right| = m\left|\vec{v}\right| \xrightarrow[v=\frac{۱}{۲}m/s]{m=۲kg} P = ۲ \times \frac{۱}{۲} = ۱kg.m/s$$

۳۸ گزینه ۴

ابتدا سرعت جسم را در لحظه‌های $t_۱ = ۰$ و $t_۲ = ۶s$ حساب می‌کنیم و سپس از قضیهٔ کار و انرژی، کار برآیند نیروها را به دست می‌آوریم.

$$v_۱ = \frac{P_۱}{m} \xrightarrow[m=۲kg]{P_۱=-۲۰\,kg.m/s} v_۱ = \frac{-۲۰}{۲} = -۱۰m/s$$
$$v_۲ = \frac{P_۲}{m} \xrightarrow[m=۲kg]{P_۲=۲۰\,kg.m/s} v_۲ = \frac{۲۰}{۲} = ۱۰m/s$$
$$W_T = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_T = \frac{۱}{۲}m\left(v_۲^۲ - v_۱^۲\right)$$
$$\Rightarrow W_T = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times \left(۱۰^۲ - (-۱۰)^۲\right) = ۰$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۹ گزینه ۲

$$\overrightarrow{\sum F}.\Delta t = \overrightarrow{\Delta P} = m.\overrightarrow{\Delta v}$$

$$(-۳\vec{i} + ۴\vec{j}) \times ۴ = ۲(\vec{v}_۲ - (۱۰\vec{i} - ۶\vec{j})) \Rightarrow -۶\vec{i} + ۸\vec{j} = \vec{v}_۲ - ۱۰\vec{i} + ۶\vec{j}$$

$$\vec{v}_۲ = ۴\vec{i} + ۲\vec{j} \Rightarrow |\vec{v}_۲| = \sqrt{۴^۲ + ۲^۲} = ۲\sqrt{۵} m/s$$

۴۰ گزینه ۲

برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر وزن آن است، پس ثابت است.

$$\sum \vec{F}.\Delta t = \overrightarrow{\Delta P} \Rightarrow \frac{\left|\overrightarrow{\Delta P_۲}\right|}{\left|\overrightarrow{\Delta P_۱}\right|} = \frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱} = \frac{۲}{۳}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

گزینه ۳

m یک کمیت اسکالر است؛ بنابراین از رابطهٔ تکانه $(\vec{P} = m\vec{v})$ ، می‌توان دریافت که تغییرات تکانه، نشان‌دهندهٔ تغییرات سرعت جسم است.

$$\vec{P} = ۵\vec{i} + (-۳t + ۶)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} P_x = mv_x = ۵ \Rightarrow \text{سرعت در راستای محور } x \text{ ثابت است} \\ P_y = mv_y = -۳t + ۶ \Rightarrow \text{حرکت با شتاب ثابت در راستای محور } y \end{cases}$$

با تعیین علامت تکانه، نوع حرکت متحرک را به دست می‌آوریم. ازطرفی چون سرعت در راستای محور x ثابت است، نوع حرکت و تغییرات سرعت را v_y تعیین می‌کند:

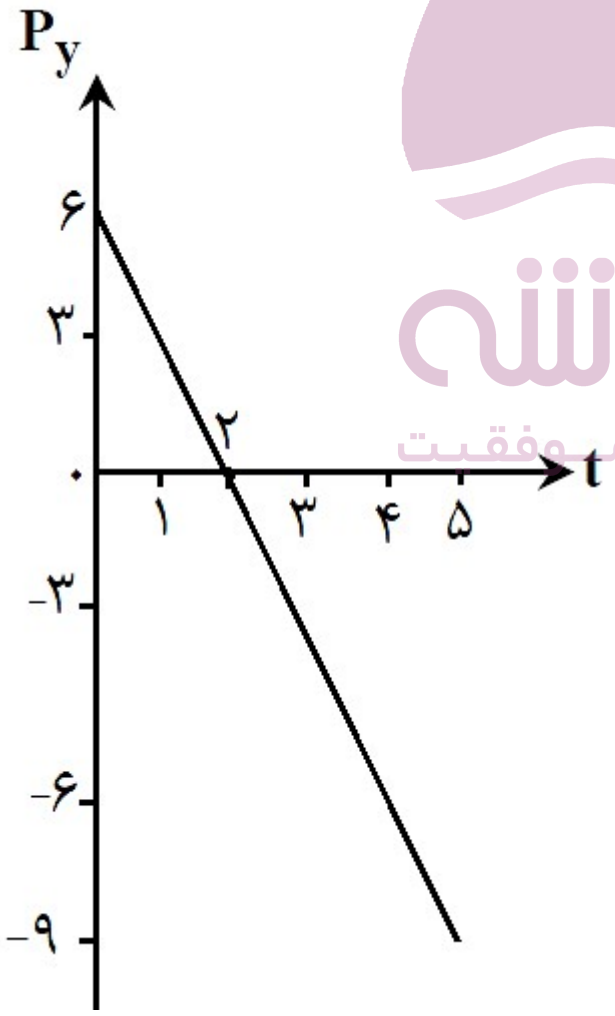
$$P_y = mv_y = -۳t + ۶ = ۰ \Rightarrow t = ۲s$$

t		۲
v	+	−
a	−	−
حاصلضرب علامت‌های a و v	−	+
نوع حرکت	کندشونده	تندشونده

باتوجه‌به جدول تعیین علامت، حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

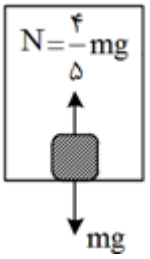
روش دوم: می‌توانیم با رسم نمودار $P_y - t$ (که با توجه به اینکه m مقداری ثابت است، معادل نمودار $v_y - t$ است) در بازه زمانی $۱s$ تا $۵s$ نوع حرکت را بررسی کنیم.

مطابق نمودار زیر مشاهده می‌کنیم در بازه زمانی $۱s$ تا $۲s$ ، اندازه‌ی سرعت متحرک در حال کاهش است پس در این بازه زمانی حرکت کندشونده می‌باشد. در بازه زمانی $۲s$ تا ۵ اندازه‌ی سرعت متحرک در حال افزایش است و درنتیجه حرکت تندشونده است.



ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۲ گزینه ۱



$$F_{\text{برآیند}} = \frac{۶}{۵}mg - mg = \frac{۱}{۵}mg$$

$$\Delta P = F_{\text{برآیند}}\,\Delta t \Rightarrow \Delta P = \frac{۱}{۵}mg \times ۵ = mg$$

۴۳ گزینه ۳

نمودار $P-t$ یک سهمی است و باتوجه‌به تقارن سهمی، در $t = ۲\,s$ اندازهٔ تکانه $P = ۱\,kg.m/s$ است و چون سهمی است، داریم:

$$P = at^۲ + bt + P_۰ = at^۲ + bt + ۱ \begin{cases} \xrightarrow{t_۱=۱\,s} P_۱ = ۰ \Rightarrow a + b + ۱ = ۰ \\ \xrightarrow{t_۲=۲\,s} P_۲ = ۱\,kg.m/s \Rightarrow ۴a + ۲b + ۱ = ۱ \end{cases} \Rightarrow P = t^۲ - ۲t + ۱$$

ثانیهٔ سوم حرکت، بازهٔ زمانی بین لحظه‌های $t = ۲\,s$ تا $t' = ۳\,s$ است؛ بنابراین داریم:

$$P = mv \Rightarrow \Delta P = m\Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{۱}{m}\Delta P = ۲\Delta P$$

$$P = t^۲ - ۲t + ۱ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t=۲\,s} P = ۱\,kg.m/s \\ \xrightarrow{t=۳\,s} P = ۴\,kg.m/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta v = ۲\Delta P = ۲(۴ - ۱) \Rightarrow \Delta v = ۶\,m/s$$

۴۴ گزینه ۲

اگر حجم سیاره، ۸ برابر حجم زمین باشد، می توان نتیجه گرفت که شعاع آن ۲ برابر شعاع زمین است و با توجه به رابطهٔ $g = \frac{G\,m}{R^۲}$، می توان نتیجه گرفت که با دو برابر شدن شعاع، بزرگی شتاب گرانش $\frac{۱}{۴}$ برابر می شود.

۴۵ گزینه ۱

اگر شتاب گرانش در سطح زمین برابر $g_۰$ در ارتفاع h سطح زمین برابر g_h باشد، می‌توان نوشت:

$$\frac{g_h}{g_۰} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^۲ \xrightarrow[h=nR_e]{g_h=\frac{۱}{۴}g_۰} \frac{۱}{۴} = \left(\frac{R_e}{R_e + nR_e}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۱+n} \Rightarrow n = ۱$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۶ گزینه ۲

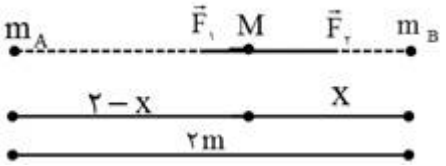
طبق رابطهٔ $g = \frac{GM_e}{r^۲}$، شتاب گرانش با مجذور r (فاصله از مرکز زمین) رابطهٔ عکس دارد و می‌توان نوشت:

$$\frac{g_h}{g} = (\frac{R_e}{R_e + h})^۲ \xrightarrow[h=۲R_e]{g=۱۰m/s^۲} \frac{g_h}{۱۰} = (\frac{۱}{۳})^۲ \Rightarrow g_h = \frac{۱۰}{۹}m/s^۲$$

$$W_h = mg_h \xrightarrow[g_h=\frac{۱۰}{۹}m/s^۲]{m=۷۲kg} W_h = ۷۲ \times \frac{۱۰}{۹} = ۸۰N$$

۴۷ گزینه ۳

مطابق شکل زیر و با استفاده از قانون گرانش نیوتن، داریم:



$$F_۱ = \frac{۱}{۳}F_۲ \Rightarrow G\frac{m_A M}{(۲-x)^۲} = \frac{۱}{۳}G\frac{m_B M}{x^۲} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{۱}{۳}(\frac{۲-x}{x})^۲$$

$$\xrightarrow{\frac{m_A}{m_B}=\frac{۴}{۳}} \frac{۴}{۳} = \frac{۱}{۳}\left(\frac{۲-x}{x}\right)^۲ \Rightarrow ۲ - x = ۲x \Rightarrow x = \frac{۲}{۳}m = \frac{۲۰۰}{۳}cm$$

۴۸ گزینه ۳

با استفاده از قانون گرانش نیوتن داریم:

$$F' = \frac{۷۵}{۱۰۰}F \Rightarrow G\frac{(m-x)(m+x)}{r^۲} = \frac{۷۵}{۱۰۰}G\frac{m \times m}{r^۲}$$

$$\Rightarrow (m^۲ - x^۲) = \frac{۳}{۴}m^۲ \Rightarrow ۴m^۲ - ۴x^۲ = ۳m^۲ \Rightarrow m^۲ = ۴x^۲ \Rightarrow x = \frac{m}{۲}$$

بنابراین باید ۵۰% از جرم یکی کم کرده و به دیگری اضافه کنیم.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۹ گزینه ۴

باتوجه‌به قانون گرانش نیوتن داریم:

$$F = G\frac{m.M}{r^۲}$$

چون جسم در حال تعادل است:

$$F_A = F_B \Rightarrow \frac{GmM_A}{r_A^۲} = \frac{GmM_B}{r_B^۲} \Rightarrow \frac{M_A}{r_A^۲} = \frac{M_B}{r_B^۲}$$
$$\frac{M_A}{۴^۲} = \frac{M_B}{۹^۲} \Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = (\frac{۴}{۹})^۲ = \frac{۱۶}{۸۱}$$

(در تناسب هنگامی که واحدها یکسان هستند، نیازی به تبدیل واحدها نیست.)

۵۰ گزینه ۴

باتوجه‌به رابطهٔ نیروی گرانشی داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{روی سطح زمین}: W = G\frac{mMe}{R_e^۲} \\ \text{در ارتفاع } h: W_h = G\frac{mMe}{(R_e+h)^۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{W}{W_h} = (\frac{R_e+h}{R_e})^۲ = (۱+\frac{h}{R_e})^۲ \Rightarrow \frac{W}{۲۰} = (۱+۲)^۲ \Rightarrow W = ۲۰ \times ۹ = ۱۸۰N$$

۵۱ گزینه ۳

$$m_A = m_B = m$$

$$F_A = F_B \Rightarrow \frac{mv_A^۲}{R_A} = \frac{mv_B^۲}{R_B}$$

اگر به‌جای v_B، $۲v_A$ قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\frac{mv_A^۲}{R_A} = \frac{mv_B^۲}{۲R_A}$$

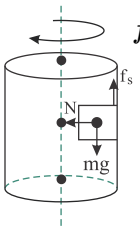
طرفین را در R_A ضرب می‌کنیم.

$$mv_A^۲ = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}mv_B^۲) \Rightarrow K_A = \frac{۱}{۲}K_B$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۲ گزینه ۴

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و سپس نیروی مرکزگرا را تعیین نموده و در آخر، شرط ساکن ماندن جسم را به کار برده و دورهٔ چرخش را حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر، نیروی عمودی تکیه‌گاه (N)، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند. از طرف دیگر شرط ساکن ماندن جسم نسبت به بدنهٔ استوانه آن است که $f_{s\,\max} \geq mg$ باشد؛ بنابراین می‌توان نوشت:



$$f_{s\,\max} \geq mg \xrightarrow{f_{s\,\max}=\mu_s N} \mu_s N \geq mg$$

$$\xrightarrow{N=F_{net}=m\frac{v^۲}{r}} \mu_s \cancel{m}\frac{v^۲}{r} \geq \cancel{m}g \Rightarrow \mu_s \frac{v^۲}{r} \geq g \quad (۱)$$

باتوجه‌به:

$$T = \frac{۲\pi r}{v} \Rightarrow v = \frac{۲\pi r}{T} \quad (۲)$$

حال با جایگذاری رابطهٔ (۲) در (۱) داریم:

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} \mu_s r \times \frac{۴\pi^۲}{T^۲} \geq g \xrightarrow{r=۰/۳\,m \;,\; \mu_s=۰/۳}$$

$$\frac{۰/۳ \times ۰/۳ \times ۴ \times ۱۰}{T^۲} \geq ۱۰ \Rightarrow T^۲ \leq ۰/۳۶ \Rightarrow T \leq ۰/۶$$

ره نمی‌تواند از بیشتر شود زیرا اگر $T > ۰/۶\,s$ شود، $f_{s\,\max} < mg$ خواهد شد و جسم سقوط می‌کند.

۵۳ گزینه ۲

سرعت چرخش ماهواره از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow v \propto \frac{۱}{\sqrt{r}}$$

چون شعاع مدار جدید، ۳۶ درصد کاهش‌یافته است؛ بنابراین داریم:

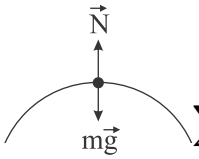
$$r_۲ = r_۱ - ۰/۳۶\,r_۱ = ۰/۶۴\,r_۱$$

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{r_۱}{r_۲}} = \sqrt{\frac{r_۱}{۰/۶۴\,r_۱}} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{۱۰۰}{۶۴}} = \frac{۱۰}{۸} = \frac{۵}{۴} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = ۱/۲۵$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۴ گزینه ۱

برآیند نیروهای وزن و نیروی عمودی سطح نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.

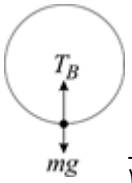


$$\sum F_T = m\frac{v^۲}{R}$$

$$mg - N = m\frac{v^۲}{R} \xrightarrow[N=۰]{\text{در آستانهٔ جدا شدن از تپه}} mg = m\frac{v_{\max}^۲}{R}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{Rg} \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{۲۵۰ \times ۱۰} \Rightarrow v_{\max} = ۵۰\ m/s$$

۵۵ گزینه ۲



پایستگی انرژی : $\frac{۱}{۲}mV_A^۲ + mgh_A = \frac{۱}{۲}mV_B^۲ + mgh_B$

$$\frac{۱}{۲}mV_A^۲ + mgR = \frac{۱}{۲}mV_B^۲ + ۰$$

$$V_A^۲ + ۲Rg = V_B^۲ \Rightarrow ۳۶ + ۲ \times ۲ \times ۱۰ = V_B^۲ \Rightarrow V_B^۲ = ۷۶$$

$$T_B - mg = \frac{mV_B^۲}{R} \Rightarrow T_B - ۵ = \frac{۰/۵ \times ۷۶}{۲} \Rightarrow T_B - ۵ = ۱۹ \Rightarrow T_B = ۲۴\ N$$

۵۶ گزینه ۴

گزینهٔ "۱": نادرست، طبق رابطهٔ $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ اگر برآیند نیروها صفر باشد $\Delta P = ۰$ می‌شود، درنتیجه $P_۱ = P_۲$ است. یعنی تکانه ثابت می‌ماند و ممکن است، صفر نباشد

گزینهٔ "۲": نادرست، چون در حرکت دایره‌ای یکنواخت، بردار سرعت به علت تغییر جهت آن تغییر می‌کند، بنابراین حرکت، شتاب‌دار است، لذا بر جسم نیرو وارد می‌شود.

گزینهٔ "۳": نادرست، اگرچه در حرکت دایره‌ای یکنواخت اندازهٔ سرعت ثابت است، اما چون بردار سرعت تغییر می‌کند، الزاماً بر آن نیرو وارد می‌شود.

گزینهٔ "۴": درست، در حرکت شتاب‌دار تند شونده بر روی خط راست، بردارهای سرعت و شتاب هم‌جهت‌اند، بنابراین چون همواره نیرو و شتاب هم‌جهت‌اند باید سرعت با نیرو نیز هم‌جهت باشند.

۵۷ گزینه ۳

چون تسمه روی چرخ‌های A و B لغزش ندارد، بنابراین اندازهٔ سرعت خطی هر نقطه از محیط دو چرخ الزاماً با هم مساوی است. در حرکت دایره‌ای یکنواخت چون جهت بردار سرعت عوض می‌شود، بنابراین این حرکت از نوع شتاب‌دار است. برای مقایسهٔ اندازهٔ شتاب جانب مرکز دو نقطه از محیط این چرخ‌ها، داریم:

$$a = \frac{v^۲}{R} \xrightarrow{v_A = v_B} \frac{a_A}{a_B} = \frac{R_B}{R_A} \xrightarrow{R_B = ۲R_A} \frac{a_A}{a_B} = ۲$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۸ گزینه ۱

سرعت ماهواره با جذر شعاع دوران (فاصله از مرکز زمین) نسبت عکس دارد، پس:

$$\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}=\sqrt{\frac{۱۲۶۵۰+۶۳۷۰}{۶۳۱۰+۶۳۷۰}}=\sqrt{\frac{۳}{۲}}$$

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{m_A}{m_B}\times(\frac{v_A}{v_B})^۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۲}=\frac{۳}{۴}$$

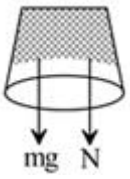
۵۹ گزینه ۴

تنها نیروی مرکزگرا برای شخص، نیروی اصطکاک ایستایی است. اگر سرعت از این مقدار بیشتر شود، اصطکاک نمی‌تواند نیروی مرکزگرای لازم را تأمین کند؛ لذا شخص از مسیر دایره‌ای خارج شده و خواهد لغزید.

$$f_{s_{\max}}=m\frac{v^۲}{r}\Rightarrow\mu_s\cancel{m}g=\cancel{m}\frac{v^۲}{r}\Rightarrow ۰/۵\times ۱۰=\frac{v^۲}{۵}\Rightarrow v^۲=۲۵\Rightarrow v=۵\,m/s$$

۶۰ گزینه ۲

گزینهٔ ۲ پاسخ تست است، زیرا با افزایش سرعت، امکان ریختن آب کمتر می‌شود:



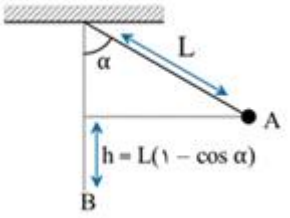
$N+mg=\frac{mv^۲}{R}$ ،با افزایش سرعت N افزایش می‌یابد

درصورتی‌که اگر کاهش سرعت داشته باشیم و به کمتر از $\sqrt{Rg}$ برسانیم، شعاع چرخش آب کاهش یافته و آب می‌ریزد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۱ گزینه ۲

بیشترین کشش نخ وقتی‌که گلوله در پایین‌ترین نقطه برسد (چرا؟)، باتوجه‌به اینکه اصطکاک و مقاومت هوا از سرعت می‌کاهد، پس بیشترین کشش نخ در صورتی است که انرژی تلف نشود. قانون بقای انرژی را می‌نویسیم:



$$E_A=E_B\Rightarrow mgh=\frac{۱}{۲}mV^۲$$

$$mgL\,(۱-Cos\ \alpha)=\frac{۱}{۲}mV^۲\Rightarrow V^۲=g$$

در نقطهٔ B : $T-mg=\frac{mV^۲}{R}\Rightarrow T=mg+\frac{m\times g}{۱}=۲mg$

۶۲ گزینه ۴

ابتدا بزرگی شتاب ذره را به دست می‌آوریم، سپس باتوجه‌به رابطهٔ $a = \frac{v^۲}{r}$ در حرکت دایره‌ای یکنواخت داریم:

$$\vec{a} = ۳\vec{i} + ۴\vec{j} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{(۳)^۲ + (۴)^۲} = ۵\, m/s^۲$$

$$|\vec{a}| = \frac{v^۲}{r} \Rightarrow ۵ = \frac{v^۲}{۲} \Rightarrow v = \sqrt{۱۰}\, m/s$$

۶۳ گزینه ۲

گام اول

الف) حرکت دایره‌ای یکنواخت با شعاع $۲\, mm \rightarrow r = ۲\, mm = ۲ \times ۱۰^{-۳}\, m$

ب) بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره $۳/۲ \times ۱۰^{-۱۶}\, N \rightarrow F_{\text{مغناطیسی}} = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۶}\, N$

گام دوم

استفاده از روابط $F = \frac{mv^۲}{r}$ و $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$ ، انرژی جنبشی ذره را محاسبه می‌کنیم؛ ازطرفی می‌دانیم تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی مغناطیسی است؛ پس داریم:

$$F_{\text{مرکزگرا}} = F_{\text{مغناطیسی}} \Rightarrow \frac{mv^۲}{r} = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۶} \Rightarrow \frac{mv^۲}{۲ \times ۱۰^{-۳}} = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۶} \Rightarrow mv^۲ = ۶/۴ \times ۱۰^{-۱۹} \quad (*)$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \overset{(*)}{=} \frac{۱}{۲} \times ۶/۴ \times ۱۰^{-۱۹} = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۹}\, J \xrightarrow[n=۱]{e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} C} K = \frac{۳/۲ \times ۱۰^{-۱۹}}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۲\, eV$$

۶۴ گزینه ۴

شتاب مرکزگرای ماهواره، همان شتاب گرانش (g) است.

$$g = \frac{GM}{r^۲} = \frac{GM}{(R_e + h)^۲}$$

در سطح زمین $g = ۱۰\, m/s^۲$ و ما می‌خواهیم مقدار g در فاصلهٔ $\frac{۱}{۵}R_e$ از سطح زمین را به دست آوریم.

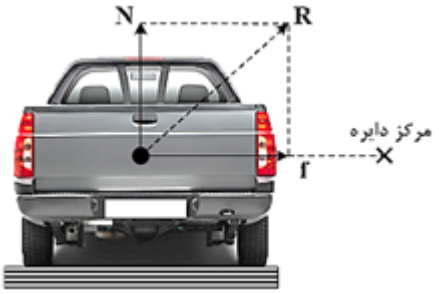
$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{r}{r'}\right)^۲ \Rightarrow \frac{g'}{۱۰} = \left(\frac{R'_e}{R_e + \frac{۱}{۵}R_e}\right)^۲ \Rightarrow g' = \frac{۲۵}{۳۶} \times ۱۰ = \frac{۲۵۰}{۳۶} \simeq ۷\, m/s^۲$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۵ گزینه ۲

نیروی مرکزگرا، اصطکاک عرضی است که سطح جاده بر لاستیک‌ها وارد می‌کند.

$$f = \frac{mV^۲}{R} = \frac{۱۵۰۰ \times ۳۰^۲}{۹۰} = ۱۵۰۰۰N$$
$$N - mg = ۰ \Rightarrow N = mg \Rightarrow N = ۱۵۰۰۰N$$
$$R = \sqrt{N^۲ + f^۲} = ۱۵\sqrt{۲} \times ۱۰^۳ N$$



۶۶ گزینه ۱

در پیچ افقی، نیروی مرکزگرا اصطکاک است.

$$f = \frac{mv^۲}{R}\ ,\ f \le \mu N \Rightarrow \frac{mv^۲}{R} \le \mu mg \Rightarrow v^۲ \le \mu Rg \Rightarrow \frac{v^۲}{Rg} \le \mu \Rightarrow v^۲_{\max} = \mu Rg$$

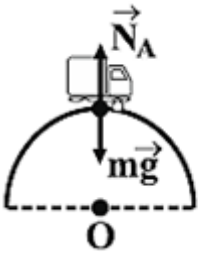
μ عوض نشده اما R عوض شده است.

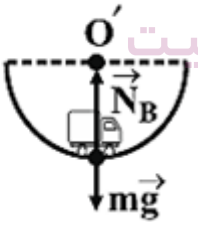
$$\text{حالت اول}\ :\ ۲۰^۲ = ۶۰\mu g \Rightarrow \mu g = \frac{۲۰^۲}{۶۰}$$

$$\text{حالت دوم}\ :\ \mu g = \frac{v^۲}{۹۰} \Rightarrow v^۲ = \frac{۲۰^۲}{۶۰} \times ۹۰ = \frac{۳}{۲} \times ۲۰^۲ = ۶۰۰ \Rightarrow v = ۱۰\sqrt{۶}\, m/s$$

۶۷ گزینه ۳

واکنش نیروی وارد از طرف کامیون بر تکیه‌گاه (پل) همان N است. نیروهایی که در هریک از نقطه‌های A و B بر کامیون وارد می‌شود را رسم می‌کنیم و سپس قانون دوم نیوتون را برای هر نقطه نوشته و N_A و N_B را به دست می‌آوریم و نسبت آنها را حساب می‌کنیم.



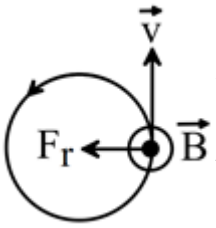


$$mg - N_A = m\frac{v^۲}{R} \Rightarrow N_A = m(g - \frac{v^۲}{R})$$
$$N_B - mg = m\frac{v^۲}{R} \Rightarrow N_B = m(g + \frac{v^۲}{R})$$
$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{m(g - \frac{v^۲}{R})}{m(g + \frac{v^۲}{R})} \xrightarrow[R=۱۰۰\,m]{v=۲۰\,m/s} \frac{N_A}{N_B} = \frac{۱۰ - \frac{۴۰۰}{۱۰۰}}{۱۰ + \frac{۴۰۰}{۱۰۰}} \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{۶}{۱۴} \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{۳}{۷}$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۶۸ گزینه ۳

باتوجه‌به جهت نیروی مرکزگرای وارد بر ذره که به سمت مرکز دایره است و با استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت سرعت ذرهٔ منفی را تعیین می‌کنیم، باتوجه‌به جهت سرعت، ذره به‌صورت پادساعت‌گرد در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند. نیروی مرکزگرای وارد بر ذره همان نیروی مغناطیسی وارد بر ذره است.



$$F_B = F_r \xrightarrow[F_B=|q|vB\sin\theta]{F_r=\frac{mv^۲}{R}} |q|vB\sin\theta = \frac{mv^۲}{R}$$

$$v = \frac{|q|BR\sin\theta}{m} \xrightarrow[m=۴mg=۴\times۱۰^{-۶}kg\,,R=۶\,cm=۶\times۱۰^{-۲}\,m]{\theta=۹۰^\circ\,,\,|q|=۲mC=۲\times۱۰^{-۳}C,\,B=۱۰^{۳}G=۰/۱T}$$

$$v = \frac{۲\times۱۰^{-۳}\times۰/۱\times۶\times۱۰^{-۲}\times۱}{۴\times۱۰^{-۶}} = ۳\,m/s \xrightarrow[R=۶\times۱۰^{-۲}m]{a=\frac{v^۲}{R}} a = \frac{۳^۲}{۶\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow a = ۱۵۰\,m/s^۲$$

۶۹ گزینه ۴

نیروی مرکزگرای ماهواره همان وزن آن است.

$$m\frac{v^۲}{r} = G\frac{mM_e}{r^۲} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{r_۱}{r_۲}}$$

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{R_e+h_۱}{R_e+h_۲}} = \sqrt{\frac{R_e+R_e}{R_e+۳R_e}} = \sqrt{\frac{۲}{۴}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۷۰ گزینه ۴

$$\frac{GMm}{r^۲} = m\frac{V^۲}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM}{r}} \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \sqrt{\frac{r_۱}{r_۲}} = \sqrt{\frac{R_e+\frac{۱}{۶}R_e}{Re+\frac{۱}{۱۲}Re}} = \sqrt{\frac{\frac{۷}{۶}}{\frac{۱۳}{۱۲}}} = \sqrt{\frac{۱۴}{۱۳}}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود گام به گام
- دانلود آزمون گاج و قلم چی و سنجش
- دانلود فیلم و مقاله انگیزشی
- کنکور و مشاوره

IranTooshe.Ir

@irantooshe

IranTooshe