دفترچهٔ پاسخ

آزمون هدیهٔ ٦ تیر ١٤٠٤

اختصاصی دوازدهم ریاضی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی‌پایه وحسابان ۲	هندسه و آمارو ریاضیات‌گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کیان کریمی‌خراسانی	مهرداد ملوندی	مصطفی کیانی	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب	حسین بصیر ترکمبور زهره آقامحمدی	مجتبی محجوب احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	سجاد سلیمی – معصومه صنعت‌کار		سجاد بهارلویی	عرفان قره مشک

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرهوشنگ انصاری)*

$A=\{2,3,4\}, B=\{0,1,2,3\}$

$\Rightarrow (A-B)\cup(B-A)=\{4\}\cup\{0,1\}=\{0,1,4\}$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۲- **گزینهٔ «۲»** *(ابوالفضل آشنا)*

ابتدا عدد M را ساده می‌کنیم:

$$M=(\sqrt[3]{\sqrt[3]{5^3}\times 125\sqrt[5]{625}})^{15}=(\sqrt[3]{\sqrt[5]{5^6}\times\sqrt[5]{5^4}})^{15}=$$

$$(\sqrt[3]{\sqrt[5]{\sqrt[5]{5^{30}\times 5^4}}})^{15}=(\sqrt[30]{5^{34}})^{15}=5^{\frac{34\times 15}{30}}=5^{17}$$

$$\Rightarrow \sqrt{M^{\frac{3}{17}}-100}=\sqrt{(5^{17})^{\frac{3}{17}}-100}=\sqrt{5^3-100}=\sqrt{25}=5$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۳- **گزینهٔ «۴»** *(اشکان انفرادی)*

ابتدا شرط منفی نبودن عبارت زیر رادیکال را بررسی کنیم:

$$9-x^2\geq 0\Rightarrow 9\geq x^2\Rightarrow -3\leq x\leq +3$$

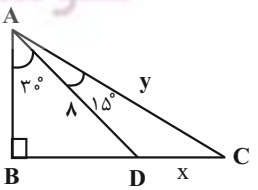
حال جدول تعیین علامت $p(x)=\dfrac{(\sqrt{9-x^2})(x-1)}{x^2-7x+12}$ را رسم می‌کنیم.

x		-3		1		3		4	
$\sqrt{9-x^2}$	///		+		+	///	///		
$x-1$		−		−		+	+		+
$(x-3)(x-4)$	+		+		+		−		+
$P(x)$	///	ت.ن	−	۰	+	ت.ن	///	۰	///

پس بازهٔ $\{-3\}\cup[1,3)$ جواب سؤال هست که شامل ۳ عدد صحیح است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴- **گزینهٔ «۳»** *(زانیار محمدی)*



در مثلث قائم‌الزاویه ABD ضلع رو به رو به زاویه 30° نصف وتر است $\Leftarrow BD=4$

مثلث ABC قائم الزاویه متساوی الساقین است. $(\hat{C}=45^\circ)$

$$\overset{\Delta}{ABD}: \cos 30^\circ=\frac{AB}{8}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AB=4\sqrt{3}$$

$$\overset{\Delta}{ABC}: \sin\hat{C}=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{y}\Rightarrow y=4\sqrt{6}$$

$$\overset{\Delta}{ABC}\ \text{متساوی‌الساقین}: AB=BC\Rightarrow 4\sqrt{3}=4+x$$

$$\Rightarrow x=4\sqrt{3}-4$$

$$x+\sqrt{6}\times y=4\sqrt{3}-4+24=4\sqrt{3}+20=4(\sqrt{3}+5)$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۵- **گزینهٔ «۲»** *(سیرمحمد موسوی)*

ابتدا مقدار کل حل شونده را حساب کرده:

(حجم محلول ۱۰ درصد جرمی را B می‌گیریم)

$$m_{\text{حل‌شونده}}=15\times\frac{60}{100}+35\times\frac{40}{100}+B\times\frac{10}{100}=23+0/1B$$

حالا کل محلول را حساب کرده:

$$m_{\text{کل}}=V_{\text{کل}}=15+35+B-20=30+B$$

حالا غلظت نهایی باید درصد ۵۰ باشد: $\dfrac{23+0/1B}{30+B}=\dfrac{50}{100}\Rightarrow B=20$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمدحسن سلامی‌حسینی)*

$$\left.\begin{matrix}D_f: x\geq\frac{3a}{4}\\ D_g: x\leq\frac{b}{4}\end{matrix}\right\}\xrightarrow{D_{2f-g}=\{1\}}\frac{3a}{4}=\frac{b}{4}=1\Rightarrow b=4, a=\frac{4}{3}$$

و لذا:

$$\begin{cases}f(x)=\sqrt{4x-4}+k-1\\ g(x)=\sqrt{4-4x}+3k\end{cases}$$

$$(2f-g)(1)=2f(1)-g(1)=2(k-1)-3k=-k-2=k\Rightarrow k=-1$$

در نتیجه: $3a-\dfrac{b}{2}-k=4-2-(-1)=3$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۷- **گزینهٔ «۱»** *(محسن شیرازی)*

$$f(x)=x+1+2\sqrt{x-1}$$

$$y=x-1+1+2\sqrt{x-1}+1=(\sqrt{x-1}+1)^2+1$$

$$y-1=(\sqrt{x-1}+1)^2$$

$$\sqrt{y-1}=\sqrt{x-1}+1$$

$$\sqrt{y-1}-1=\sqrt{x-1}$$

$$f(x): y-1+1-2\sqrt{y-1}+1=x$$

$$f^{-1}(x): y=x+1-2\sqrt{x-1}\Rightarrow a=1, b=-2$$

$$f(a-b+7)=f(10)=10+1+2\sqrt{9}=17$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۸- **گزینهٔ «۴»** *(محمدحسن سلامی‌حسینی)*

فرض کنید $f(x)=ax+b$ که در آن $a>0$ است.

$$(fog)(x)=ag(x)+b=-4x+3\Rightarrow g(x)=\frac{-4x+3-b}{a}$$

حال داریم:

$$(f+g)(x)=ax+b+\frac{(-4x+3-b)}{a}=(a-\frac{4}{a})x+b+\frac{3-b}{a}=3x-1$$

پس:

$$\Rightarrow a-\frac{4}{a}=3\Rightarrow a^2-3a-4=0\Rightarrow \begin{cases}a=-1 & \text{غ ق ق}\\ a=4 & \checkmark\end{cases}$$

$$b+\frac{(3-b)}{a}=b+\frac{3-b}{4}=-1\Rightarrow 3b+3=-4\Rightarrow b=-\frac{7}{3}$$

$$f(x)=4x-\frac{7}{3}\Rightarrow f(\frac{4}{3})=\frac{16}{3}-\frac{7}{3}=\frac{9}{3}=3$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۹- **گزینهٔ «۴»** *(سعید پناهی)*

منظور از نقطه برخورد یعنی مقادیر دو تابع در آن نقطه با هم برابرند لذا توابع نمایی و توابع لگاریتمی را باید مساوی قرار دهیم:

$$\begin{cases}y=9\times 3^{a-x}=3^{a-x+2}\\ y=3^{x+2a}\end{cases}\Rightarrow 3^{a-x+2}=3^{x+2a}\Rightarrow a-x+2=x+2a$$

$$2x+a=2$$

$$x=\frac{2-a}{2}$$

$$\begin{cases}y=\log x+1\\ y=\log(2x+a)\end{cases}\Rightarrow \log(2x+a)=\log x+\log 10$$

$$\rightarrow \log(2x+a)=\log 10x$$

$$\Rightarrow 2x+a=10x\Rightarrow a=8x\Rightarrow x=\frac{a}{8}$$

چون دو نقطه یکسان هستند، پس:

$$\frac{a}{8}=\frac{2-a}{2}\Rightarrow 2a=16-8a\Rightarrow 10a=16\Rightarrow a=1/6$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۸۵)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیرهوشنگ انصاری)*

$$E=10^{11/8+1/5M}\ ,\ \frac{E_2}{E_1}=250\ ,\ M_2-M_1=?$$

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{10^{11/8+1/5M_2}}{10^{11/8+1/5M_1}}=250\Rightarrow 10^{1/5(M_2-M_1)}=\frac{1000}{4}$$

از طرفین معادله log می‌گیریم:

$$1/5(M_2-M_1)=3-0/6\Rightarrow M_2-M_1=\frac{2/4}{1/5}=1/6$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۰)

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(محمد پردل نظامی)*

مخرج به ازای $x=2$ صفر است. پس صورت هم باید صفر شود.

$$\sqrt{ax+b}=1\xrightarrow{x=2}\sqrt{2a+b}=1\Rightarrow 2a+b=1\Rightarrow b-1=-2a$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{ax+b}-1}{2x^2-8}\times\frac{\sqrt{ax+b}+1}{\sqrt{ax+b}+1}=\lim_{x\to 2}\frac{ax+b-1}{2(x-2)(x+2)(\sqrt{ax+b}+1)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 2}\frac{-2a+ax}{2(x-2)(x+2)(\sqrt{ax+b}+1)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 2}\frac{a(x-2)}{2(x-2)(x+2)(\sqrt{ax+b}+1)}=\frac{a}{2\times 4\times 2}=\frac{-1}{32}$$

$$\Rightarrow a=\frac{-1}{2}\Rightarrow b=2\Rightarrow \frac{a}{b+1}=\frac{-\frac{1}{2}}{3}=\frac{-1}{6}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** *(رضا سیدنبفی)*

باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $2x-4$ برابر با ۱ است، یعنی $P(2)=1$.

برای محاسبهٔ باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x+1$ بایستی در ضابطهٔ f به‌جای xها ۱ را قرار دهیم، بنابراین:

$$f(1)=4(1)P(1+1)-(1)^2P(3-1)=4P(2)-P(2)$$

$$\Rightarrow f(1)=3P(2)\xrightarrow{P(2)=1}f(1)=3$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(احمد عابدزاده)*

$$x_1=1\ ,\ x_2=2\xrightarrow[x_1<x_2]{\text{تابع صعودی}}y_1\le y_2:a^2-4a\le 12$$

$$a^2-4a-12\le 0\Rightarrow (a-6)(a+2)\le 0$$

$$-2\le a\le 6$$

$$x_2=2\ ,\ x_3=3\xrightarrow[x_2<x_3]{\text{تابع صعودی}}y_2\le y_3:12\le a^3+4\Rightarrow a^3-8\ge 0$$

$$a\ge 2$$

$$\begin{cases}-2\le a\le 6\\ a\ge 2\end{cases}\xrightarrow{\cap}2\le a\le 6\xrightarrow{a\in Z}a:2,3,4,5,6$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(پویان طهرانیان)*

$$\sin(x+\frac{\pi}{4})+\sin(x-\frac{\pi}{4})=\sin(x+\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4})+\sin(x-\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$\Rightarrow \cos(x-\frac{\pi}{4})+\sin(x-\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{10}}{3}\xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$1+2\sin(x-\frac{\pi}{4})\cos(x-\frac{\pi}{4})=\frac{10}{9}\Rightarrow \sin 2(x-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{9}$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$$\Rightarrow -\sin(\frac{\pi}{2}-2x)=\frac{1}{9}\Rightarrow \cos 2x=-\frac{1}{9}$$

از طرفی: $\xrightarrow{\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1}\cos 4x=2\cos^2 2x-1$

$$=2(-\frac{1}{9})^2-1=\frac{-79}{81}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۲)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** (محمد کریمی)

می‌دانیم $\frac{1+\tan x}{1+\cot x}=\tan x$ است. بنابراین:

$$\tan 4x=\tan x\Rightarrow 4x=k\pi+x\Rightarrow x=\frac{k\pi}{3}$$

$$\begin{cases}x=0\\x=\pi\\x=2\pi\end{cases}$$ غ ق ق، $$\begin{cases}x=\frac{\pi}{3}\\x=\frac{2\pi}{3}\\x=\frac{4\pi}{3}\\x=\frac{5\pi}{3}\end{cases}$$ ق ق

بنابراین معادلهٔ ۴ جواب در بازه $[0,2\pi]$ دارد.

$$\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}+\frac{4\pi}{3}+\frac{5\pi}{3}=4\pi$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** (فرشاد صدیقی‌فر)

$$\lim_{x\to 2^-} g(f(x))=g(f(2^-))$$

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{x^3-x^2-x-2}{|x-2|}=\frac{(x-2)(x^2+x+1)}{-(x-2)}=(-7)^+$$

$$\Rightarrow g((-7)^+)=\frac{-5}{0^+}=-\infty$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** (رضا ماجدی)

$f(5)$ را برابر ۳- قرار می‌دهیم:

$$\lim_{x\to 5}\frac{3f(x)+3(x-2)}{x-5}=6\Rightarrow \lim_{x\to 5}\frac{3f(x)+3x-6}{x-5}=6$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 5}\frac{3f(x)+9-9+3x-6}{x-5}=6\Rightarrow \lim_{x\to 5}\frac{3(f(x)+3)}{x-5}+\lim_{x\to 5}\frac{3x-15}{x-5}=6$$

$$\to 3\lim_{x\to 5}\frac{f(x)-f(5)}{x-5}+\lim_{x\to 5}\frac{3(x-5)}{x-5}=6$$

$$\Rightarrow 3f'(5)+3=6\Rightarrow f'(5)=1$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۹۱)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** (نیما کریوریان)

عبارت خواسته شده همان عبارت مشتق حاصلضرب دو عبارت به‌صورت زیر می‌باشد:

$$y=(1+x^2)f''(x)+2xf'(x)\to y=((1+x^2)f'(x))'$$

$$f(x)=\frac{1-2x^2}{x^2+1}\Rightarrow f'(x)=\frac{-6x}{(x^2+1)^2}$$

$$\Rightarrow y=((1+x^2)f'(x))'=((1+x^2)\times\frac{-6x}{(x^2+1)^2})'=(\frac{-6x}{(1+x^2)})'$$

$$\Rightarrow \frac{6x^2-6}{(1+x^2)^2}\xrightarrow{x=\sqrt{2}}y'(\sqrt{2})=\frac{12-6}{(1+2)^2}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

۱۹- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا عباسی زاهد)

$$f(x)=x^4+ax^2+(-a+2)x+5$$

$$f'(x)=4x^3+2ax-a+2\xrightarrow{f'(-2)=0}-32-4a-a+2=0\Rightarrow a=-6$$

$$f'(x)=4x^3-12x+8=4(x^3-3x+2)$$

$$=4(x+2)(x^2-2x+1)=4(x+2)(x-1)^2$$

x	$-\infty$	-2		1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

بر اساس جدول تعیین علامت، تابع کمی قبل و کمی بعد از $x=1$، صعودی می‌باشد بنابراین گزینهٔ «۱» درست است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۴)

۲۰- **گزینهٔ «۲»** (سروش موئینی)

$$S=2\pi r^2+2\pi rh=12\pi\Rightarrow r^2+rh=6$$

$$V=\pi r^2h=\pi r^2(\frac{6-r^2}{r})=\pi(6r-r^3)$$

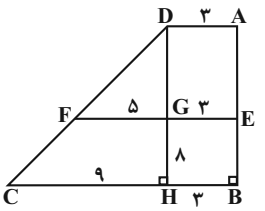
$$V'=\pi(6-3r^2)=0\Rightarrow r^2=2\Rightarrow \text{مساحت قاعده}=\pi r^2=2\pi$$

(حسابان ۲- کاربرد های مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

از نقطهٔ D خطی موازی ساق قائم AB رسم می‌کنیم تا FE و BC را به ترتیب در G و H قطع کند. طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث CDH داریم:



$$\frac{DG}{DG+8}=\frac{5}{9}\Rightarrow 9DG=5DG+40\Rightarrow 4DG=40\Rightarrow DG=10$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث CDH داریم:

$$CD^2=DH^2+CH^2\Rightarrow CD^2=(8+10)^2+9^2=324+81=405$$

$$\Rightarrow CD=\sqrt{405}=\sqrt{81\times5}=9\sqrt{5}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷، ۴۱ و ۴۲)

۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(نیما مهندس)*

اگر $BQ=x$ باشد، با استفاده از قضیه فیثاغورس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{matrix}AQ^2=9^2+x^2 \\ DQ^2=7^2+(8-x)^2\end{matrix}\xrightarrow[AQ=DQ\text{ است}]{\text{چون PQ عمود منصف است}}$$

$$81+x^2=x^2-16x+113\Rightarrow x=2$$

چون چهارضلعی EDCB مستطیل است، $DC=EB=7$ خواهد بود که نتیجه می‌دهد:

$$AE=AB-EB=9-7=2$$

حالا در مثلث AED داریم:

$$AE^2+ED^2=AD^2\xrightarrow[ED=BC=8]{AE=2}AD=2\sqrt{17}$$

مجدداً در مثلث APQ قضیه فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$PQ^2=AQ^2-AP^2\xrightarrow{*}PQ=2\sqrt{17}$$

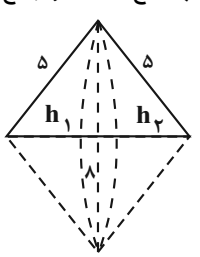
برای مساحت چهارضلعی APQB داریم:

$$S_{APQB}=S_{ABQ}+S_{APQ}=\frac{1}{2}(9)(2)+\frac{1}{2}(\sqrt{17})(2\sqrt{17})=26$$

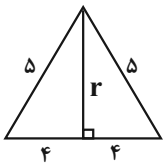
(هندسه ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۴۱، ۴۲ و ۶۵)

۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(بهزاد محرمی)*

شکل حاصل، از دو مخروط با شعاع قاعدهٔ ۳ و ارتفاع ۴ تشکیل شده است.



برای محاسبهٔ حجم آن کافی است شعاع قاعده‌ها که برابر با ارتفاع وارد بر ضلع به طول ۸ است را به‌دست آوریم.



$$r^2=5^2-4^2=25-16=9\Rightarrow r=3$$

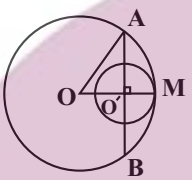
مجموع ارتفاع دو مخروط برابر با همان ضلع بزرگ مثلث است.

$$V_{\text{مخروط}}=\frac{1}{3}\pi r^2(h_1+h_2)=\frac{1}{3}\pi\times3^2(8)=24\pi$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

دو دایره یک مماس مشترک دارند، بنابراین مماس داخل هستند. مطابق شکل داریم:



$$OO'=OM-O'M=R-R'$$
$$=10-2=8$$

$$\overset{\Delta}{OAO'}:OA^2=OO'^2+O'A^2$$
$$\Rightarrow O'A^2=OA^2-OO'^2$$
$$=10^2-8^2=36\Rightarrow O'A=6$$

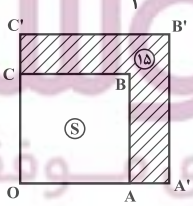
از طرفی می‌دانیم در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین داریم:

$$O'A=\frac{AB}{2}\Rightarrow AB=2O'A=12$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ و ۲۰ تا ۲۲)

۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(رضا عباسی‌اصل)*

فرض کنید مربع $OA'B'C'$ مجانس مربع OABC به مرکز O و با نسبت $\frac{3}{2}$ باشد. داریم:



$$k=\frac{OA'}{OA}=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{S'}{S}=\left(\frac{3}{2}\right)^2\Rightarrow\frac{S+15}{S}=\frac{9}{4}\Rightarrow S=12$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\times BC\times\sin B=\frac{1}{2}\times5\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$$

ازطرفی طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\times BC\times\cos B$$

$$=5^2+8^2-2\times5\times8\times\frac{1}{2}=25+64-40=49\Rightarrow AC=7$$

ایران توشه — توسعه ای برای توفیق

اگر BH ارتفاع وارد بر ضلع AC باشد، آن‌گاه داریم:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}BH\times AC\Rightarrow 10\sqrt{3}=\frac{1}{2}BH\times 7\Rightarrow BH=\frac{20}{7}\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷ و ۷۲)

۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ماتریس ضرایب دستگاه به صورت $A=\begin{bmatrix}3 & a\\ 1 & b\end{bmatrix}$ است. داریم:

$$A^{-1}=\frac{1}{14}\begin{bmatrix}b & -a\\ -1 & 3\end{bmatrix}$$

$$X=A^{-1}B\Rightarrow\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\frac{1}{14}\begin{bmatrix}b & -a\\ -1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}8\\ -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{8b+2a}{14}\\ -1\end{bmatrix}\Rightarrow y=-1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصّه خان)*

نکته: دایره‌های C و C' به مراکز O و O' را در نظر بگیرید. اگر نقطهٔ O' درون دایره C (و غیرمنطبق بر O) باشد، دو دایره بـه مرکـز O' وجـود دارد که با دایره C مماس درونی است. اگر O' روی دایره یا بیرون دایره C باشـد، فقط یک دایره به مرکز O' و مماس درونی با C وجود دارد.

بنابراین (a,a) بایستی درون دایره $x^2+y^2-4x-6y=12$ قرار گیـرد. یعنی فاصله O' از مرکز دایره کمتر از شعاع آن باشد.

$$C:(x-2)^2+(y-3)^2=25\Rightarrow O(2,3)\ ,\ r=5$$

$$OO'=\sqrt{(a-2)^2+(a-3)^2}<5\Rightarrow\sqrt{2a^2-10a+13}<5$$

$$\Rightarrow a^2-5a-6<0\Rightarrow -1<a<6\Rightarrow a=0,1,2,3,4,5$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

می‌دانیم فاصلهٔ هر نقطهٔ واقع بر سهمی از کانون و خط هـادی برابـر یکـدیگر است، پس $AF=AH$ و $NF=NM$ است. با فرض $MN=x$ داریم:

$$\overset{\Delta}{BHF}:MN\parallel HF\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}}\frac{MN}{HF}=\frac{BN}{BF}$$

$$\Rightarrow\frac{x}{2}=\frac{4}{x+4}\Rightarrow x(x+4)=8\Rightarrow x^2+4x-8=0$$

$$\Delta=4^2-4(-8)=48$$

$$x=\frac{-4\pm 4\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\begin{cases}x=2\sqrt{3}-2\\ x=-2\sqrt{3}-2\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه تمرین ۱۲ صفحهٔ ۵۸)

۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(یاسین سپهر)*

برای دو بردار دلخواه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داریم: $|\vec{a}\times\vec{b}|^2+(\vec{a}.\vec{b})^2=|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2$

$$\Rightarrow(5\sqrt{5})^2+(-1)^2=3^2\times|\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow 9|\vec{b}|^2=126\Rightarrow|\vec{b}|^2=14\xrightarrow{|\vec{b}|>0}|\vec{b}|=\sqrt{14}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ مشابه تمرین ۷ صفحهٔ ۸۴)

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(حمیدرضا امیری)*

چون گزارهٔ $p\Rightarrow q$ نادرست است، پس p درست و q نادرسـت اسـت و چون گزارهٔ $r\sim$ درست است، پس r نادرست می‌باشد. داریم:

گزینهٔ «۱»: $(\sim q\Leftrightarrow r)\Leftrightarrow p\equiv(T\Leftrightarrow F)\Leftrightarrow T\equiv F\Leftrightarrow T\equiv F$

گزینهٔ «۲»: $(p\vee q)\Rightarrow r\equiv(T\vee F)\Rightarrow F\equiv T\Rightarrow F\equiv F$

گزینهٔ «۳»: $(p\wedge q)\Rightarrow r\equiv(T\wedge F)\Rightarrow F\equiv F\Rightarrow F\equiv T$

گزینهٔ «۴»: $(q\Rightarrow p)\Leftrightarrow r\equiv(F\Rightarrow T)\Leftrightarrow F\equiv T\Leftrightarrow F\equiv F$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(مهدی براتی)*

ابتدا احتمال هر پیشامد را محاسبه می‌کنیم:

۲ سکه از ۳ سکه

$P(A)=\frac{\binom{3}{2}}{2^3}=\frac{3}{8}$: فقط دو سکه پشت

احتمال اینکه عدد هر کدام از تاس‌ها مضرب ۳ باشد $\frac{2}{6}$ است (۳ یا ۶ رو شود)

$P(B)=\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{9}$: هر دو تاس مضرب ۳

دو پیشامد A و B مستقل‌اند.

تاس دوم مضرب ۳ — تاس اول مضرب ۳

$$P(A\cap B)=P(A).P(B)=\frac{3}{8}\times\frac{1}{9}=\frac{1}{24}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{3}{8}+\frac{1}{9}-\frac{1}{24}=\frac{32}{72}=\frac{4}{9}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۱، ۴۲، ۶۳ تا ۶۵)

۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(رضا ماجدی)*

اگر احتمال موفقیت در آزمون اول را $P(A)$ و احتمال موفقیت در آزمـون دوم را $P(B)$ در نظر بگیریم، داریم:

$$P(A)=0/8\Rightarrow P(A')=0/2$$

$$P(B\mid A')=\frac{P(B\cap A')}{P(A')}\Rightarrow 0/3=\frac{P(B\cap A')}{0/2}$$

$$\Rightarrow P(B\cap A')=P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=0/06$$

$$\xrightarrow{P(B)=0/5}P(A\cap B)=0/44$$

$$\Rightarrow P(A-B)+P(B-A)=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=0/8-0/44+0/5-0/44=0/42$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۱، ۴۲ و ۴۹ تا ۵۲)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(یوسف عراز)*

جمع اختلاف داده ها از میانگین برابر صفر است.

$$a^2+a+3-2a+2-3a+1-2=0$$

$$\Rightarrow a^2-4a+4=0\Rightarrow(a-2)^2=0\Rightarrow a=2$$

اختلاف داده ها از میانگین: $-۲,-۵,-۲,۵,۴$

واریانس: $\sigma^۲ = \frac{(x_۱ - \bar{x})^۲ + ... + (x_n - \bar{x})^۲}{N}$

$$= \frac{(-۲)^۲ + (-۵)^۲ + (-۲)^۲ + (۵)^۲ + (۴)^۲}{۵} = \frac{۷۴}{۵} = ۱۴/۸$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲، ۸۷ و ۸۸)

۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(نیلوفر مهروی)*

انحراف معیار برآورد میانگین جامعه از رابطهٔ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ به‌دست می‌آید. که σ انحراف معیار جامعه و n تعداد اعضای نمونه است. داریم:

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \frac{۱}{۷}\sigma \Rightarrow \sqrt{n} > ۷ \Rightarrow n > ۴۹ \Rightarrow \min(n) = ۵۰$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحهٔ ۱۱۵)

۳۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم اگر $a \overset{n}{\equiv} b$ و $m \mid n$، آنگاه $a \overset{m}{\equiv} b$. بنابراین داریم:

$$a \overset{۴۲}{\equiv} ۱۷ \xrightarrow{۷ \mid ۴۲} a \overset{۷}{\equiv} ۱۷ \equiv ۲\times۷ + ۳ \Rightarrow a \overset{۷}{\equiv} ۳$$

$$a \overset{۴۰}{\equiv} ۲۹ \xrightarrow{۸ \mid ۴۰} a \overset{۸}{\equiv} ۲۹ \equiv ۳\times۸ + ۵ \Rightarrow a \overset{۸}{\equiv} ۵$$

$$\left.\begin{array}{l} a \overset{۷}{\equiv} ۳ \Rightarrow a = ۷q + ۳ \xrightarrow{\times ۸} ۸a = ۵۶q + ۲۴ \\ a \overset{۸}{\equiv} ۵ \Rightarrow a = ۸q' + ۵ \xrightarrow{\times ۷} ۷a = ۵۶q' + ۳۵ \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} a = ۵۶(q - q') - ۱۱ = ۵۶(q - q') - ۵۶ + ۵۶ - ۱۱$$

$$\Rightarrow a = ۵۶(q - q' - ۱) + ۴۵ \Rightarrow r = ۴۵$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۱ و ۲۹)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(عزیزاله علی‌اصغری)*

فرض کنید تعداد ظرف‌های ۵ لیتری برابر x و تعداد ظرف‌های ۹ لیتری برابر y باشد. بنابراین می‌توان صورت مسئله را به شکل معادلهٔ سیالهٔ $۵x + ۹y = ۵۲$ نوشت.

چون $۵ \mid ۵۲ = (۵,۹)۱$، پس معادلهٔ دارای جواب است. داریم:

$$۵x + ۹y = ۵۲ \Rightarrow ۹y \overset{۵}{\equiv} ۵۲ \Rightarrow -y \overset{۵}{\equiv} ۲ \Rightarrow y \overset{۵}{\equiv} -۲ \overset{۵}{\equiv} ۳ \Rightarrow y = ۵k + ۳$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

$$۵x + ۹(۵k + ۳) = ۵۲ \Rightarrow ۵x = -۴۵k + ۲۵ \Rightarrow x = -۹k + ۵$$

تعداد ظرف‌ها لزوماً عددی حسابی است، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq ۰ \Rightarrow -۹k + ۵ \geq ۰ \Rightarrow k \leq \frac{۵}{۹} \\ y \geq ۰ \Rightarrow ۵k + ۳ \geq ۰ \Rightarrow k \geq -\frac{۳}{۵} \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{۳}{۵} \leq k \leq \frac{۵}{۹}$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = ۰$$

بنابراین فقط به یک طریق می‌توان این کار را انجام داد که تعداد ظرف‌های ۵ لیتری، برابر $x = ۵$ و تعداد ظرف‌های ۹ لیتری، برابر $y = ۳$ باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ مشابه تمرین ۱۸ صفحهٔ ۳۰)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیر وفائی)*

این گراف دارای دورهایی به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ است.

دور به طول ۵: abcdea و cdefgc

دور به طول ۶: abcgfea و abcghia و aihgfea

دور به طول ۷: aedcghia

دور به طول ۹: abcdefghia

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ مشابه تمرین ۱۲ صفحهٔ ۴۲)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(علی آزاد)*

با توجه به اینکه حروف تکراری در میان حروف داده شده وجود دارد می‌بایست حالت‌های زیر را به تفکیک مورد بررسی قرار داد:

(حالت اول) از هر حرف فقط یکبار استفاده می‌شود. (حروف تکراری نباشد): $\binom{۵}{۳} = ۱۰$

(حالت دوم) دو حرف A انتخاب شود و از مابقی حروف یک حرف انتخاب گردد: $\binom{۴}{۱} = ۴$

(حالت سوم) دو حرف N انتخاب شود و از مابقی حروف یک حرف انتخاب گردد: $\binom{۴}{۱} = ۴$

(حالت چهارم) فقط سه حرف A انتخاب شود: $\binom{۴}{۰} = ۱$

تعداد کل حالت‌ها $= ۱۰+۴+۴+۱ = ۱۹$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

در بین اعداد ۱ تا ۱۰، ۴ دستهٔ دوتایی وجود دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱۰ باشد و دو عدد ۵ و ۱۰ در هیچ دسته‌ای قرار نمی‌گیرند، پس این اعداد را می‌توان به ۶ زیرمجموعهٔ زیر افراز کرد:

$$\{۱,۹\}, \{۲,۸\}, \{۳,۷\}, \{۴,۶\}, \{۵\}, \{۱۰\}$$

اگر از هریک از این ۶ مجموعه، یک عدد انتخاب کنیم، آن‌گاه مجموع هیچ دوتایی از آن‌ها برابر ۱۰ نمی‌شود. حال چون دو رنگ سیاه و سفید داریم، با انتخاب ۱۲ مهره (۶ مهرهٔ سفید و ۶ مهرهٔ سیاه) شرط مسئله محقق نمی‌شود و چنانچه مهرهٔ سیزدهم را انتخاب کنیم، حتماً دو مهرهٔ همرنگ با مجموع ۱۰ خواهیم داشت.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

فیزیک

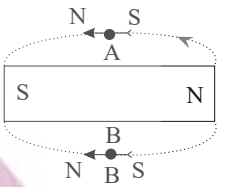
۴۱- گزینهٔ «۳» *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال) برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. بنابراین، در شکل (الف) آخرین رقمی که نشان می‌دهد ۰/۰۰۳ و در شکل (ب)، آخرین رقم ۰/۰۷ است. در این حالت، دقت اندازه‌گیری در شکل (الف) ۰/۰۰۱ و در شکل (ب) ۰/۰۱ خواهد بود.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴۲- گزینهٔ «۴» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

مطابق شکل رو به رو، خطوط میدان مغناطیسی در بیرون آهنربای میله‌ای از قطب N آهنربا به سمت قطب S آن می‌باشد و نوک عقربه در جهت خط میدان قرار می‌گیرد.



(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۴۳- گزینهٔ «۴» *(احمد مرادی پور)*

در معادلات واپاشی، مجموع اعداد جرمی و اتمی دو طرف واکنش برابر است، از طرفی با تابش ذرات β (چه β^+، چه β^-) عدد جرمی تغییری نمی‌کند. حال با توجه به اینکه ذرهٔ α از جنس هسته هلیم (^4_2He) است، می‌توان نوشت:

$$A = 241 + 2\times 4 = 249$$

با تابش هر ذرهٔ α، ۲ واحد از نوترون‌های هسته کاهش می‌یابد پس با تابش ۲ ذرهٔ α، تعداد نوترون‌ها، ۴ واحد کاهش می‌یابد. از طرفی طبق معادله داده شده تعداد نوترون‌ها در کل ۲ واحد افزایش پیدا کرده است، پس تعداد و نوع ذرات β باید بگونه‌ای تعیین شود که ۶ واحد، تعداد نوترون‌ها را افزایش دهد.

در واپاشی β^+، یک پروتون تبدیل به ۱ نوترون و ۱ پوزیترن می‌شود، یعنی با تابش هر ذره β^+، ۱ واحد به تعداد نوترون‌ها اضافه می‌شود پس تعداد ذرات $\beta(M)$ برابر ۶ بوده و از نوع β^+ می‌باشد.

در نتیجه می‌توان معادله را بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$^{249}_{96}X_N \Rightarrow ^{241}_{Z}Y_{N+2} + 2(^4_2He) + 6(^0_{+1}e)$$

حال مجموع اعداد اتمی دو طرف واکنش را برابر قرار می‌دهیم تا Z نیز بدست آید:

$$96 = Z + 2\times 2 + 6\times 1 \Rightarrow Z = 86$$

$$A + Z + M = 249 + 86 + 6 = 341$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۴۴- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*

با توجه به انرژی الکترون در لایه‌های مختلف اتم هیدروژن زمانی که الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n=2$ گذار می‌کند انرژی فوتون گسیل شده برابر با ۲/۵۵ الکترون ولت است.

$$n=4 \quad\text{——}\quad E_4 = \frac{-E_R}{4^2} = -0/85eV$$

$$n=3 \quad\text{——}\quad E_3 = \frac{-E_R}{3^2} = -1/51eV$$

$$n=2 \quad\text{——}\quad E_2 = \frac{-E_R}{2^2} = -3/4eV$$

$$n=1 \quad\text{——}\quad E_1 = \frac{-E_R}{1^2} = -13/6eV$$

چون از تراز $n=4$ به تراز $n=2$ گذار کرده است، این گذار دومین خط رشتهٔ بالمر است. $E_4 - E_2 = (-0/85) - (-3/4) = 2/55eV$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۴۵- گزینهٔ «۴» *(مریم شیخ‌ممو)*

ابتدا تغییرات انرژی جنبشی جسم را بعد از افزایش انرژی جنبشی، می‌یابیم:

$$K_2 = K_1 + 0/21K_1 \Rightarrow K_2 = 1/21K_1$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ بین تکانه و انرژی جنبشی، به‌صورت زیر تکانه جسم را بعد از افزایش انرژی جنبشی پیدا می‌کنیم:

$$K = \frac{P^2}{2m} \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \xrightarrow[P_1=20kg\frac{m}{s}]{K_2=1/21K_1}$$

$$\frac{1/21K_1}{K_1} = \left(\frac{P_2}{20}\right)^2$$

$$1/21 = \left(\frac{P_2}{20}\right)^2 \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} 1/1 = \frac{P_2}{20} \Rightarrow P_2 = 22kg\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۴۶- گزینهٔ «۳» *(آرش یوسفی)*

در گام اول معادلهٔ سرعت- زمان را ساده می‌کنیم:

$$v = t^3 - 6t^2 + 9t = t(t^2 - 6t + 9) \Rightarrow v = t(t-3)^2$$

طبق تعریف معادلهٔ حرکت، زمانی تغییر جهت می‌دهد که معادلهٔ سرعت – زمان تغییر علامت دهد. این معادله در tهای مثبت همیشه مثبت است. پس متحرک تغییر جهت نمی‌دهد. بنابراین مسافت طی‌شده با اندازهٔ جابه‌جایی برابر است. پس مورد «پ» درست و مورد «ب» و «ت» نادرست است.

$$t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = 0$$
$$t_2 = 3 \Rightarrow v_2 = 0 \Rightarrow$$

شتاب متوسط در ۳ ثانیهٔ اول $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0}{3} =$ صفر

مورد « آ» نادرست می‌باشد.

اندازهٔسرعت متحرک در سه ثانیهٔ دوم یعنی در بازهٔ زمانی (۶ s و ۳ s) زیاد می‌شود، پس حرکت تندشونده می‌باشد، پس مورد «ث» درست است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا آذری)*

چون بین لحظهٔ ۱۰s و ۱۴s شتاب متوسط و لحظه‌ای برابرند، بزرگی شتاب متحرک در لحظه $t=12s$ برابر است با :

$$|a|=\left|\frac{0-40}{14-10}\right|=\frac{40}{4}=10\frac{m}{s^2}$$

بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازهٔ صفر تا ۱۰ ثانیه برابر است با:

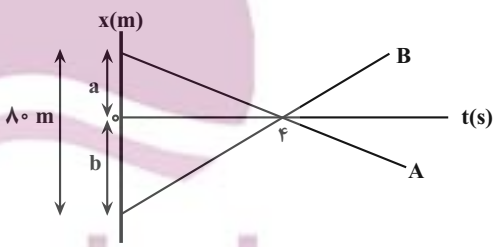
$$|a_{av}|=\frac{40-20}{10-0}=2\frac{m}{s^2}\Rightarrow\frac{|a|}{|a_{av}|}=\frac{10}{2}=5$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمدصادق مام‌سیره)*

اگر در لحظه $t=0$ اندازهٔ فاصلهٔ متحرک‌های A و B را تا مبدأ مکان به ترتیب a و b بنامیم، می‌توان نوشت:

$$v_A=v_B-0/75v_B\Rightarrow v_A=0/25v_B\Rightarrow|v_A|=\frac{1}{4}v_B$$



از طرف دیگر، اندازهٔ شیب نمودار برابر تندی متحرک است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases}v_A=\frac{-a}{4}\\ v_B=\frac{b}{4}\end{cases}\xrightarrow{|v_A|=\frac{1}{4}v_B}\frac{a}{4}=\frac{1}{4}\times\frac{b}{4}\Rightarrow a=\frac{b}{4}\Rightarrow b=4a$$

با توجه به نمودار $a+b=80m$ است. در این حالت داریم:

$$a+b=80\xrightarrow{b=4a}a+4a=80\Rightarrow a=16m,b=64m$$

در آخر، معادلهٔ مکان – زمان متحرک B را نوشته و مکان آن در لحظهٔ $t=6s$ را می‌یابیم:

$$x_B=v_Bt+x_{0B}\xrightarrow[x_{0B}=-b=-64m]{v_B=\frac{b}{4}=\frac{64}{4}=16\frac{m}{s}}x_B=16t-64\xrightarrow{t=6s}$$

$$x_B=(16\times6)-64=32m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین برادران)*

با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_1+v_2}{2}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[v_2=10a+v_0,\Delta x=6/25m]{v_1=5a+v_0,v_0=20\frac{m}{s},\Delta t=5s}$$

$$\frac{5a+20+10a+20}{2}=\frac{6/25}{5}$$

$$\Rightarrow\frac{15a+40}{2}=\frac{625}{500}\Rightarrow\frac{15a+40}{2}=\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow 60a+160=10\Rightarrow a=\frac{-150}{60}=-2/5\frac{m}{s^2}$$

اکنون مسافت طی شده توسّط متحرک را در ۱۰ ثانیهٔ اول به‌دست می‌آوریم؛

ابتدا لحظهٔ تغییر جهت حرکت متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$t_S=\left|\frac{v_0}{a}\right|=\frac{20}{2/5}=8s$$

$$\ell=|\Delta x_{0-8s}|+|\Delta x_{8s-10s}|=\frac{1}{2}\times2/5\times8^2+\frac{1}{2}\times2/5\times2^2=85m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

در شروع حرکت، نیروی اصطکاک به بیشینه مقدار خود می‌رسد. در این حالت $F_e=f_{s,max}$ است و داریم:

$$F=f_{s\,max}=kx=\mu_sF_N$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون و تعادل جسم در راستای قائم داریم:

$$F_N-mg=0\Rightarrow F_N=mg$$

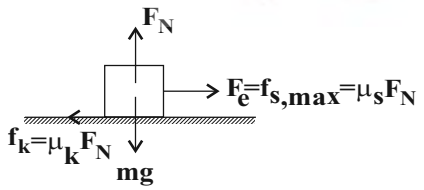
$$200\times x=0/4\times4\times10\rightarrow x=8cm=0/08m$$

پس طول فنر در حالتی که جسم شروع به حرکت می‌کند برابر

$\ell=8+20=28cm$ می‌باشد.

سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای افقی داریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow F_e-f_k=ma\xrightarrow{F_e=f_{s,max}}\mu_sF_N-\mu_kF_N=ma$$



$$\mu_smg-\mu_kmg=ma\Rightarrow a=(\mu_s-\mu_k)g$$

$$a=(0/4-0/1)\times10=3\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه های ۳۹ تا ۴۴)

۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(محمدصادق مام سیره)*

شتاب گرانش با جرم سیاره رابطهٔ مستقیم و با مربع شعاع سیاره رابطهٔ عکس دارد. لذا می‌توان نوشت:

$$\frac{g_A}{g_e}=\frac{M_A}{M_e}\times(\frac{R_e}{R_A})^2\Rightarrow\frac{W_A}{W_e}=\frac{M_A}{M_e}\times(\frac{R_e}{R_A})^2\xrightarrow[\substack{M_A=2M_e\\R_A=3R_e}]{W_A=160N}$$

$$\frac{160}{W_e}=\frac{2M_e}{M_e}\times(\frac{R_e}{3R_e})^2\Rightarrow\frac{160}{W_e}=2\times\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow\frac{80}{W_e}=\frac{1}{9}\Rightarrow W_e=720N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحهٔ ۵۶)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا شتاب جدید ماهواره را می‌یابیم:

$$a_2=a_1-\frac{19}{100}a_1\Rightarrow a_2=\frac{81}{100}a_1$$

از طرف دیگر، طبق قانون دوم نیوتون در مکان جدید، نیروی وارد بر ماهواره برحسب نیروی وارد بر آن در مکان اول برابر است با:

$$F=ma\xrightarrow{m\text{ ثابت}}\frac{F_2}{F_1}=\frac{a_2}{a_1}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{\frac{81}{100}a_1}{a_1}$$

$$\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{81}{100}$$

در آخر، با توجه به قانون گرانش عمومی داریم:

$$F=\frac{GmM_e}{r^2}\xrightarrow[M_e\text{ ثابت}]{m\text{ ثابت}}\frac{F_2}{F_1}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\xrightarrow[r_2=R_e+h]{r_1=R_e+R_e=2R_e}$$

$$\frac{81}{100}=\left(\frac{2R_e}{R_e+h}\right)^2\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}}\frac{9}{10}=\frac{2R_e}{R_e+h}$$

$$\Rightarrow 9R_e+9h=20R_e\Rightarrow 9h=11R_e\Rightarrow h=\frac{11}{9}R_e$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین برادران)*

ابتدا رابطهٔ بین بیشینهٔ انرژی جنبشی نوسانگر که آن را در لحظهٔ عبور از نقطهٔ تعادل دارد و بیشینهٔ نیروی وارد بر نوسانگر را که در نقطه‌های بازگشتی خواهد داشت، به‌دست می‌آوریم و سپس با توجه به داده‌های سوال K_{max} را حساب می‌کنیم:

دقت کنید، دامنهٔ نوسان برابر نصف طول پاره‌خط نوسان می‌باشد و پاره‌خط نوسان برابر اختلاف بیشینه و کمینه طول فنر است.

$$K_{max}=\frac{1}{2}mV_{max}^2\xrightarrow{V_{max}=A\omega}$$

$$K_{max}=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\xrightarrow{F_{max}=mA\omega^2}$$

$$K_{max}=\frac{1}{2}AF_{max}\xrightarrow[L=L_{max}-L_{min}]{A=\frac{L}{2}}$$

$$K_{max}=\frac{1}{2}\times\frac{L_{max}-L_{min}}{2}\times F_{max}$$

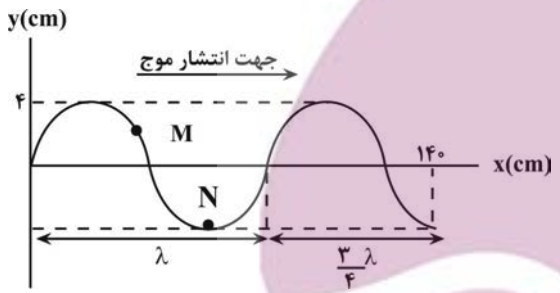
$$\xrightarrow[L_{min}=14cm=0/14m,F_{max}=10N]{L_{max}=24cm=0/24m}$$

$$K_{max}=\frac{1}{4}\times(0/24-0/14)\times10=\frac{1}{4}J$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(احسان مطلبی)*

ابتدا به کمک طول موج و سرعت انتشار موج، دورهٔ تناوب موج که همان دوره تناوب نوسانات ذرات M و N است را بدست می‌آوریم:



$$\lambda+\frac{3\lambda}{4}=140cm\Rightarrow\frac{7\lambda}{4}=140\Rightarrow\lambda=80cm$$

$$T=\frac{\lambda}{v}=\frac{0/8}{5}=0/16s$$

با بررسی مقدار $\frac{\Delta t_M}{T}$ برای ذرهٔ M داریم:

$$\frac{\Delta t_M}{T}=\frac{0/1-0/02}{0/16}=\frac{1}{2}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{2}$$

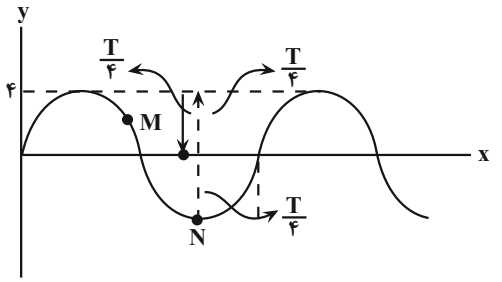
نوسانگر M در این مدت زمان به اندازه $2A$ مسافت طی می‌کند، بنابراین تندی متوسط آن به صورت زیر بدست می‌آید:

$$M:\begin{cases}\Delta t=\frac{T}{2}\Rightarrow s_{av_M}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{2\times0/04}{0/08}=1\frac{m}{s}\\L=2A\end{cases}$$

با بررسی $\frac{\Delta t_N}{T}$ برای ذرهٔ N داریم:

$$\frac{\Delta t_N}{T}=\frac{0/12-0}{0/16}=\frac{3}{4}\Rightarrow\Delta t_N=3\frac{T}{4}$$

با توجه به جهت انتشار موج و مکان اولیهٔ ذرهٔ N می‌توان نتیجه گرفت این ذره در این زمان مسیری به اندازهٔ $3A$ مطابق شکل زیر را طی می‌کند:



با توجه به شکل می‌توان دریافت که ذرهٔ N در حال عبور از مبدأ و جهت حرکت آن در خلاف جهت محور y هاست بنابراین اندازهٔ سرعت آن برابر است با:

$$|v_N| = |A\omega| = |A \times \frac{2\pi}{T}| = |\frac{4}{100} \times \frac{2\pi}{\frac{16}{100}}| = \frac{\pi}{2}\frac{m}{s}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{s_{av_M}}{v_N} = \frac{1}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ و ۷۲ تا ۷۴)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمحمد زمانی)*

توان اولیه را داریم و باید به دنبال توان دریافتی شنونده باشیم تا درصد تغییرات توان را بدست آوریم:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

با توجه به رابطهٔ بالا باید ابتدا مقدار I و r را از داده‌های سوال تعیین کنیم:

$$\text{تندی صوت} \times t = 320 \times 0/625 = 200m \Rightarrow r = \frac{r}{t} = \text{تندی صوت}$$

و همچنین:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 60 = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^6 = \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow I = 10^{-6}\frac{W}{m^2}$$

در نهایت توان دریافتی شنونده را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow P = I \times 4\pi r^2$$

$$P = 10^{-6} \times 4 \times 3 \times 40000 = 48 \times 10^{-2} = 480 \times 10^{-3} W = 480mW$$

و در نهایت درصد تغییرات:

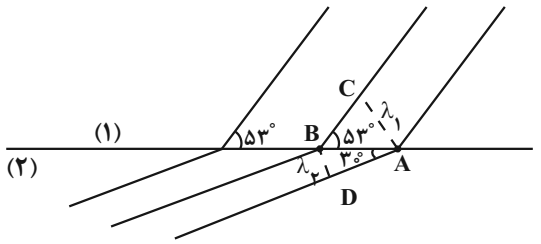
$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{480 - 500}{500} \times 100 = -\frac{20}{500} \times 100 = \%-4$$

۴ درصد جذب محیط شده است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۵۶- **گزینهٔ «۱»** *(حسین ناصحی)*

چون فاصلهٔ دو جبههٔ موج متوالی برابر طول موج است، بنابراین، ابتدا طول موج‌ها را با توجه به شکل دست می‌آوریم. به همین منظور با توجه به مثلث‌های ABC و ABD داریم:



$$\sin 53^\circ = \frac{\lambda_1}{AB} \xrightarrow[\sin 53^\circ = 0/8]{AB=20cm} 0/8 = \frac{\lambda_1}{20}$$

$$\lambda_1 = 16cm = 0/16m$$

$$\sin 30^\circ = \frac{\lambda_2}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\lambda_2}{20} \Rightarrow \lambda_2 = 10cm = 0/1m$$

اکنون، با توجه به رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$، تندی موج در هر محیط را به‌دست می‌آوریم و اختلاف آن‌ها را می‌یابیم:

دقت کنید، بسامد موج در تمام محیط‌ها یکسان است،

$$v_1 = \lambda_1 f \xrightarrow{f=10Hz} v_1 = 0/16 \times 10 = 1/6\frac{m}{s}$$

$$v_2 = \lambda_2 f \Rightarrow v_2 = 0/1 \times 10 = 1\frac{m}{s}$$

$$\Delta v = v_1 - v_2 = 1/6 - 1 \Rightarrow \Delta v = 0/6\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۶)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا با استفاده از رابطهٔ $f_n = \frac{nv}{2L}$، تندی انتشار موج عرضی در تار را می‌یابیم:

$$f_5 - f_3 = 600 \Rightarrow \frac{5v}{2L} - \frac{3v}{2L} = 600 \xrightarrow{L=0/5m}$$

$$\frac{5v}{2\times 0/5} - \frac{3v}{2\times 0/5} = 600 \Rightarrow 5v - 3v = 600 \Rightarrow 2v = 600$$

$$\Rightarrow v = 300\frac{m}{s}$$

اکنون به‌صورت زیر، جرم تار را پیدا می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow[L=0/5m]{F=1800N, v=300\frac{m}{s}} 300 = \sqrt{\frac{1800\times 0/5}{m}}$$

$$\Rightarrow 9\times 10^4 = \frac{900}{m} \Rightarrow m = 10^{-2}kg \xrightarrow{\times 1000} m = 10g$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

ایران نوشه
توشه ای برای موفقیت

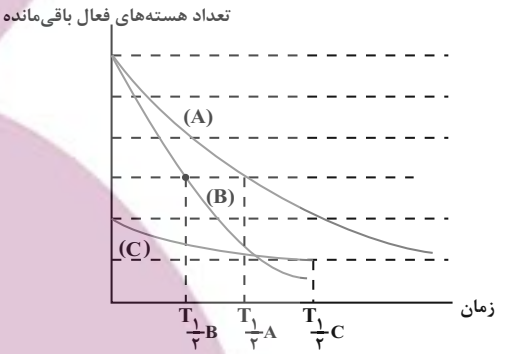
۵۸- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین برادران)

فرایند نشان داده شده مربوط به گسیل خود به خودی است که فوتون در جهت کاتوره‌ای گسیل شده است و انرژی فوتون گسیل شده برابر با $E_U - E_L$ است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحهٔ ۱۳۲)

۵۹- **گزینهٔ «۱»** (محمدجواد سورچی)

با توجه به شکل زیر، می‌بینیم، $T_C > T_A > T_B$ است. بنابراین، در مدت زمان یکسان، انتظار داریم، جرم فعال باقیماندهٔ ماده‌ای که نیمه‌عمر آن کوچکتر است، کمتر باشد. در این صورت داریم:



$$T_C > T_A > T_B \Rightarrow T_{\frac{1}{2}}C > T_{\frac{1}{2}}A > T_{\frac{1}{2}}B$$

$$\xrightarrow[n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}]{m=\frac{m_0}{2^n}} m_C > m_A > m_B$$

دقت کنید، در رابطهٔ $m=\frac{m_0}{2^n}$ و $n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$، هرچه $T_{\frac{1}{2}}$ بزرگ‌تر باشد، حاصل $n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$ کمتر می‌شود در نتیجه حاصل 2^n نیز کمتر خواهد شد، در نتیجه مقدار m بزرگ‌تر می‌گردد.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحهٔ ۱۵۵)

۶۰- **گزینهٔ «۳»** (ابوالفضل خالقی)

مطابق قانون کولن داریم:

$$F \propto \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow[|q_2'|=\frac{3}{2}|q_2|, r'=\frac{r}{2}]{|q_1'|=\frac{3}{2}|q_1|} \frac{F'}{F} = \frac{\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}}{(\frac{1}{2})^2} = 9$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

۶۱- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین برادران)

ابتدا با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی بزرگی میدان الکتریکی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta K = W_t \xrightarrow[\Delta K = K_2 - K_1, K_1 = 0, F_E = E|q|]{W_t = F_E \times d, K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2} \frac{1}{2}mv_2^2 = E|q|d$$

$$\Rightarrow E = \frac{mv_2^2}{2|q|d}$$

$$\xrightarrow[q=4\mu C, d=20cm=0/2m]{v_2=50\frac{m}{s}, m=0/5mg=0/5\times10^{-6}kg} E = \frac{0/5\times10^{-6}\times50^2}{2\times4\times10^{-6}\times2\times10^{-1}}$$

$$= \frac{12500}{16}\frac{N}{C}$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو نقطه که در فاصلهٔ d' از یکدیگر در راستای خطوط میدان قرار دارند برابر است با:

$$\Delta V = Ed' \xrightarrow[E=\frac{12500}{16}\frac{N}{C}]{d'=80cm=0/8m} \Delta V = \frac{12500}{16}\times\frac{8}{10} = 625V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** (ابوالفضل خالقی)

چون الکترون از صفحهٔ مثبت خازن به صفحهٔ منفی منتقل شده است، بنابراین بار ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد. داریم:

$$q_2 = q_1 + ne \xrightarrow{n=5\times10^{13}, e=1/6\times10^{-19}C}$$

$$q_2 = q_1 + 8(\mu C)$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$$U = \frac{q^2}{2C} \Rightarrow \Delta U = \frac{q_2^2}{2C} - \frac{q_1^2}{2C}$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2C}(q_2 - q_1)(q_1 + q_2)$$

$$\xrightarrow[C=5\mu F]{q_2-q_1=8\mu C} \Delta U = \frac{8}{10}(2q_1 + 8) \xrightarrow[V_1=10V]{q_1=CV_1=50\mu C}$$

$$\Delta U = \frac{8}{10}\times108 = 86/4\mu J$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(عطاله شادآباد)*

ابتدا با توجه به مشخصات داده شده جریان گذرنده از شاخه اصلی مدار (جریان کل) را با نوشتن معادله ولتاژ به دست می‌آوریم. چون معادل مقاومت‌های R با مقاومت 3Ω موازی است بنابراین ولتاژ یکسانی را مصرف می‌کنند. پس ولتاژ دو سر باتری بین مقاومت‌های 1Ω، 4Ω و 3Ω تقسیم می‌شود $(V = RI)$:

$$V_{\text{باتری}} = (4+1)I + 3\times 2 = 21 \Rightarrow I = 3A$$

در مدارهای الکتریکی اصل بقای انرژی حکم می‌کند توان خروجی باتری برابر است با توان مصرفی مقاومت‌ها:

$$P_{\text{خروجی}} = V_{\text{باتری}} I = 21\times 3 = 63W$$

$$P_{\text{خروجی}} = P_{1\Omega} + P_{3\Omega} + P_{3\Omega} + P_R \xrightarrow{P=RI^2} \begin{cases} P_{1\Omega} = 1\times 3^2 = 9W \\ P_{4\Omega} = 4\times 3^2 = 36W \\ P_{3\Omega} = 3\times 2^2 = 12W \end{cases}$$

$$\Rightarrow 63 = 9 + 36 + 12 + P_R$$

$$P_R = 6W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(مریم شیخ‌ممو)*

الف) نادرست است. بنا به رابطهٔ $q = It$، آمپر – ساعت یکای بار الکتریکی است.

ب) نادرست است. در یک رسانای فلزی الکترون‌ها با سرعت سوق و خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کنند.

پ) درست است. همان تعریف ابررسانایی است.

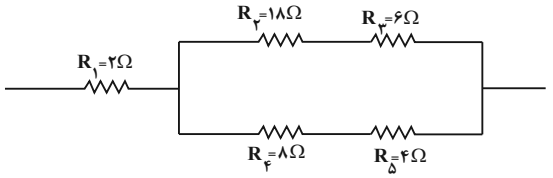
ت) درست است. بنا به رابطهٔ $V = RI$، یکای اهم آمپر، یکای اختلاف پتانسیل الکتریکی (V) است که برابر ولت می‌باشد. از طرف دیگر، بنا به رابطهٔ $V = \frac{\Delta U}{q}$، یکای اختلاف پتانسیل ژول بر کولن می‌باشد. بنابراین، اهم آمپر معادل ژول بر کولن است.

بنابراین، تعداد ۲ عبارت درست است.

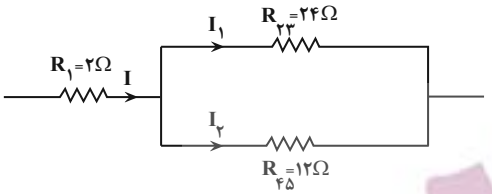
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۳)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی شریفی)*

ابتدا مقاومتی که بیشترین توان را مصرف می‌کند، می‌یابیم. به همین منظور، جریان الکتریکی عبوری از هریک از مقاومت‌ها را برحسب جریان مقاومت R_1 که آن را I می‌نامیم، پیدا می‌کنیم. در ابتدا مقاومت معادل مقاومت‌های شاخهٔ بالا و پایین را به‌دست می‌آوریم و سپس با توجه به برابر بودن اختلاف پتانسیل آنها، جریان هریک را برحسب I می‌یابیم:



$$\Rightarrow \begin{matrix} R_{23} = R_2 + R_3 = 18 + 6 = 24\Omega \\ R_{45} = R_4 + R_5 = 8 + 4 = 12\Omega \end{matrix}$$



$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_{23}I_1 = R_{45}I_2 \Rightarrow 24I_1 = 12I_2 \Rightarrow I_2 = 2I_1$$

$$I_1 + I_2 = I \Rightarrow I_1 + 2I_1 = I \Rightarrow 3I_1 = I \Rightarrow I_1 = \frac{I}{3}$$

$$I_2 = 2I_1 = 2\times\frac{I}{3} \Rightarrow I_2 = \frac{2}{3}I$$

اکنون توان مصرفی هریک از مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$P_1 = R_1I^2 \Rightarrow P_1 = 2I^2, P_2 = R_2I_1^2 = 18\times\frac{I^2}{9} \Rightarrow P_2 = 2I^2$$

$$P_3 = R_3I_1^2 = 6\times\frac{I^2}{9} \Rightarrow P_3 = \frac{2}{3}I^2$$

$$P_4 = R_4I_2^2 = 8\times\frac{4}{9}I^2 \Rightarrow P_4 = \frac{32}{9}I^2$$

$$P_5 = R_5I_2^2 = 4\times\frac{4}{9}I^2 \Rightarrow P_5 = \frac{16}{9}I^2$$

می‌بینیم، بیش‌ترین توان مصرفی مربوط به مقاومت R_4 است، بنابراین داریم:

$$P_4 = \frac{32}{9}I^2 \xrightarrow{P_4=128W} 128 = \frac{32}{9}I^2 \Rightarrow I^2 = 4\times 9 \Rightarrow I = 6A$$

در آخر، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 را می‌یابیم. دقت کنید، از مقاومت R_1 جریان $I = 6A$ می‌گذرد.

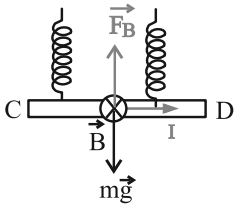
$$V = R_1I = 2\times 6 \Rightarrow V = 12V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(سراسری خارج ۹۸ کنکور تجربی)*

مطابق شکل نیروی وزن به طرف پایین و کشش دو فنر به طرف بالاست. برای این‌که نیرویی بر فنرها وارد نشود باید نیروی مغناطیسی وارد بر میله به طرف بالا و هم‌اندازهٔ وزن آن باشد. تعیین جهت جریان: طبق قاعدهٔ دست راست برای این‌که نیروی وارد بر میله از طرف میدان مغناطیسی به طرف بالا باشد، سوی جریان باید به طرف راست (از C به طرف D) باشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت



محاسبهٔ اندازهٔ جریان، شرط تعادل $F_{net}=0 \Rightarrow F_B=mg$:

$$\Rightarrow I\ell B=mg \Rightarrow I=\frac{mg}{\ell B} \xrightarrow[B=0/4T]{m=0/16kg\ ,\ \ell=0/8m} I=\frac{0/16\times 10}{0/8\times 0/4}=\frac{1/6}{0/32}=5A$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(دانیال الماسیان)*

ابتدا میدان مغناطیسی داخل سیملوله را محاسبه می‌کنیم:

$$B=\frac{\mu_0 NI}{l} \Rightarrow B=\frac{4\pi\times 10^{-7}\times 30000\times 0/5}{0/2} \Rightarrow B=3\pi\times 10^{-2}T$$

$l=20cm=0/2m$

$\mu_0=4\pi\times 10^{-7}\frac{T.m}{A}$

$N=30000$

$I=0/5A$

از طرفی با محاسبه سطح مقطع داریم:

$$A=\pi r^2=\pi\times(2\times 10^{-2})^2=4\pi\times 10^{-4}m^2$$

$r=2cm=2\times 10^{-2}m$

در نتیجه شار را می‌توان محاسبه کرد:

$$\Phi=BA=(3\pi\times 10^{-2})(4\pi\times 10^{-4})=12\times\pi^2\times 10^{-6} \xrightarrow{\pi^2=10} \Phi=BA=12\times 10^{-5}Wb$$

(فیزیک ۲- ترکیبی؛ مغناطیس + القای الکترومغناطیسی؛ صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۱۱)

۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

چون شیب نمودار میدان مغناطیسی برحسب زمان، ثابت است، بنابراین آهنگ تغییر میدان مغناطیسی در تمام بازه‌های زمانی بین صفر تا $t=20ms$ ثابت است. بنابراین داریم:

$$\frac{\Delta B(15ms\ تا\ 5ms)}{\Delta t}=\frac{\Delta B(صفر\ تا\ 20ms)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{B_{20}-B_0}{\Delta t}=\frac{0-250\times 10^{-4}}{20\times 10^{-3}} \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t}=-1/25\frac{T}{s}$$

اکنون با استفاده از قانونی القای الکترومغناطیسی فاراده، داریم:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow[\theta=0^\circ]{\Delta\Phi=A\Delta B\cos\theta} \varepsilon_{av}=-NA\frac{\Delta B}{\Delta t} \xrightarrow{I_{av}=\frac{\varepsilon_{av}}{R}} I_{av}=-\frac{NA}{R}\frac{\Delta B}{\Delta t} \xrightarrow[R=5\Omega\ ,\ \frac{\Delta B}{\Delta t}=-1/25\frac{T}{s}]{N=1\ ,\ A=400\times 10^{-4}m^2}$$

$$I_{av}=-\frac{400\times 10^{-4}}{5}\times(-1/25) \Rightarrow I_{av}=0/01A$$

چون در بازهٔ صفر تا ۲۰ میلی ثانیهٔ، اندازه میدان در حال کاهش است، طبق قانون لنز، برای جلوگیری از کاهش شار مغناطیسی روی حلقه، حلقه میدانی هم جهت با میدان خارجی ایجاد می‌کند، در نتیجه طبق قانون دست راست جهت جریان از دید ناظر به صورت ساعت‌گرد است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(حسین عبدوی نژاد)*

اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B برحسب cmHg بیان شده است که به‌صورت: $\Delta P=P_{جیوه}+P_{مایع}$ بیان می‌شود.

$$\Delta P=P_{جیوه}+P_{مایع} \Rightarrow 12=P_{مایع}+10 \Rightarrow P_{مایع}=2cmHg$$

ستون ۳۶ سانتی‌متری از مایع، فشاری برابر $2cmHg$ ایجاد می‌کند. بنابراین داریم:

$$(\rho h)_{مایع}=(\rho h)_{جیوه} \Rightarrow \rho\times 36=13/5\times 2 \Rightarrow \rho=0/75\frac{g}{cm^3}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

چون جسم‌های A و B هر دو در سطح مایع با چگالی ρ_1، شناورند.

بنابراین چگالی آنها از چگالی مایع کمتر است:

$$\begin{cases}\rho_A<\rho_1 & (1)\\ \rho_B<\rho_1 & (2)\end{cases}$$

از طرفی چون بیشتر حجم جسم A داخل مایع فرو رفته است، بنابراین چگالی جسم A بیشتر از چگالی جسم B است:

$$\rho_A>\rho_B \quad (3)$$

و چون جسم C درون مایع غوطه ور است، چگالی آن با چگالی مایع برابر است:

$$\rho_C=\rho_1 \quad (4)$$

حال اگر جسم B داخل مایع به چگالی ρ_2 غوطه ور شود، می‌توان گفت که چگالی جسم B با چگالی ρ_2 برابر است:

$$\rho_B=\rho_2 \xrightarrow{(2)} \rho_2<\rho_1 \quad (5)$$

بنابراین از رابطه‌های (۳) و (۴) و (۵)، داریم:

$$\rho_A,\rho_C>\rho_2$$

یعنی هر دو جسم A و C در مایع با چگالی ρ_2، ته نشین می‌شوند.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۷۱- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا آذری)*

با توجه به شرایط خلأ و پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow[K_2=\frac{1}{3}U_2=\frac{1}{3}mgh]{U_1=0\,,\ U_2=mgh}$$

$$0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh + \frac{1}{3}mgh$$

$$\xrightarrow{v_1=40\frac{m}{s}} \frac{10h + 30h}{3} = \frac{1}{2}\times 40^2$$

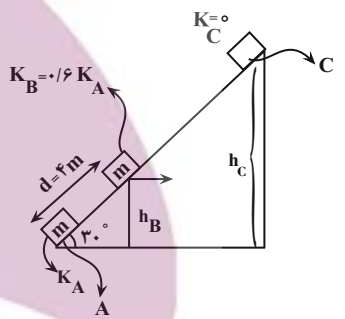
$$40h = 2400 \Rightarrow h = 60m$$

بنابراین گزینه «۴» پاسخ درست است.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین برادران)*

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی را بین دو نقطهٔ A و B و همچنین دو نقطهٔ A و C می‌نویسیم:



$$K_B - K_A = -fd - mgd\sin 30^\circ = d(-f - mg\sin 30^\circ)$$

$$K_C - K_A = -fd' - mgd'\sin 30^\circ$$

$$= d'(-f - mg\sin 30^\circ)$$

$$\Rightarrow \frac{0/6K_A - K_A}{0 - K_A} = \frac{d}{d'} \Rightarrow \frac{-0/4K_A}{-K_A} = \frac{d}{d'} \xrightarrow{d=4m}$$

$$0/4 = \frac{4}{d'} \Rightarrow d' = 10m$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست است. افزایش فشار هوا، آهنگ تبخیر سطحی را کاهش می‌دهد.

گزینهٔ «۲»: درست است. در قلهٔ کوه‌ها که فشار هوا کمتر است، نقطهٔ ذوب برف افزایش می‌یابد، در نتیجه، چون دمای هوا در قله‌ها کمتر از نقطهٔ ذوب برف است، لذا، قادر به ذوب برف نخواهد بود و برف دیرتر ذوب می‌شود.

گزینهٔ «۳»: نادرست است. طبق رابطهٔ $F = 1/8\theta + 32$، دمای $-508^\circ F$ برابر $-300^\circ C$ می‌شود که از $-273^\circ C$، که پایین‌ترین حد ممکن برای دما است، کمتر خواهد شد.

$$-508 = 1/8\theta + 32 \Rightarrow -540 = 1/8\theta \Rightarrow \theta = -300^\circ C$$

گزینهٔ «۴»: نادرست است. افزایش فشار وارد بر آب خالص سبب افزایش دمای نقطهٔ جوش و کاهش دمای نقطهٔ ذوب آب می‌شود. بنابراین اختلاف دمای نقطهٔ جوش و انجماد افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(آرش یوسفی)*

با افزایش دما حجم ظرف و مایع افزایش می‌یابد و زمانی که افزایش حجم مایع با مجموع افزایش حجم ظرف و حجم قسمت خالی ظرف برابر شود، مایع شروع به بیرون ریختن از ظرف می‌کند.

$$V_{\text{حجم خالی}} = 1/2 - 1 = 0/2L$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = \Delta V_{\text{ظرف}} + V_{\text{خالی}} \Rightarrow V_{\text{مایع}}\beta\Delta\theta = V_{\text{ظرف}}(3\alpha)\Delta\theta + V_{\text{خالی}}$$

$$1\times 6/4\times 10^{-4}\times\Delta\theta = 1/2\times 3\times\frac{2}{3}\times 10^{-4}\Delta\theta + 0/2$$

$$(6/4\times 10^{-4} - 2/4\times 10^{-4})\Delta\theta = 0/2 \Rightarrow 4\times 10^{-4}\Delta\theta = 0/2$$

$$\Delta\theta = \frac{0/2}{4\times 10^{-4}} = 500^\circ C \xrightarrow{\theta_1=60^\circ C} \theta_2 = 560^\circ C$$

سوال مقدار θ_2 را می‌خواهد نه مقدار $\Delta\theta$!

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۷۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

می‌دانیم در چرخه $\Delta U = 0$ است. از طرف دیگر، چون چرخه ساعتگرد است، کار بر روی گاز در طی چرخه منفی است. بنابراین با استفاده از قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U=0} 0 = Q + W \Rightarrow Q = -W$$

$$\xrightarrow{W<0} Q > 0$$

می‌بینیم $\Delta U = 0$، $W < 0$ و $Q > 0$ است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

شیمی

۷۶- **گزینهٔ «۴»** *(فرزاد حسینی)*

ابتدا هر عنصر را مشخص می‌کنیم.

$A \to Al \quad X \to Cl$
$E \to S \quad D \to P$

گزینهٔ «۱»: نادرست، عنصر D، فسفر می‌باشد که در گروه ۱۵ جدول است ولی $Z = ۳۱$ در گروه ۱۳ است.

گزینهٔ «۲»: نادرست، عنصر A، $_{۱۳}Al$ می‌باشد که $A = Z + n = ۱۳ + ۱۴ = ۲۷$ است.

گزینهٔ «۳»: نادرست. عنصر E، گوگرد $(_{۱۶}S)$ است که در ترکیب با سدیم $Na_۲E$ می‌دهد.

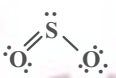
گزینهٔ «۴»: درست $_{۱۷}Cl : ۱s^۲ ۲s^۲ \underbrace{۲p^۶}_{l=۱} ۳s^۲ \underbrace{۳p^۵}_{l=۱}$

عنصر X دارای ۱۱ الکترون با $l = ۱$ می باشد که با عدد اتمی $_{۱۱}Na$ برابر است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۷۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین توکلی)*

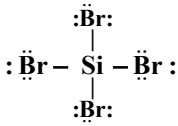
۱) نادرست $SO_۲$:



۶ جفت الکترون ناپیوندی (۱۲ الکترون)
۳ جفت الکترون پیوندی (۶ الکترون)
دارای ساختار خمیده است.

۲) نادرست اتم مرکزی دارای یک جفت الکترون ناپیوندی است.

۳) نادرست CO دارای پیوند سه گانه است: $:C \equiv O:$

۴) درست 

خواص شیمیایی شبه فلزها همانند نافلزها است در نتیجه خواص شیمیایی C و Si همانند یکدیگر است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۷۸- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا بیانی)*

گزینهٔ «۱»- درست می‌باشد. HF به دلیل توانایی در برقراری جاذبه هیدروژنی نقطه جوش بالایی دارد و مقایسه نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن دار عنصرهای گروه ۱۷ بصورت زیر است:

$HF > HI > HBr > HCl$

گزینهٔ «۲»- درست می‌باشد. $H_۲O$ قطبی و $I_۲$ ناقطبی بوده که به نقطه جوش آن مربوط نیست.

گزینهٔ «۳»- نادرست می‌باشد. زیرا تشکیل بلورهای سدیم کلرید در حاشیه دریاچه‌ها، اسمز نیست و تبلور نام دارد.

گزینهٔ «۴»- درست می‌باشد. نمودار انحلال‌پذیری گازها و لیتیم سولفات در آب، نزولی بوده و فرآیندی گرماده هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۱۰ تا ۱۲۲)

۷۹- **گزینهٔ «۴»** *(فاطمه فاطمی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نیتریک اسید قوی است و K_a بزرگی دارد.

گزینهٔ «۲»: هر چه شمار کربنها کمتر باشد کربوکسیلیک اسید قوی‌تر است.

گزینهٔ «۳»: ثابت یونش فقط به دما بستگی دارد و با تغییر غلظت، تغییر نمی‌کند.

گزینهٔ «۴»: HF از HCN قوی‌تر است و بیشتر یونیده می‌شود و باعث رسانایی الکتریکی بیشتر می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

۸۰- **گزینهٔ «۴»** *(پوریا توپچیان)*

به جز گزینه آخر سایر گزینه‌ها درست هستند.

$۳Zn(s) + ۱۲H^+(aq) + ۲VO_۳^-(aq)$
زرد

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

$$\rightarrow 3Zn^{2+}(aq)+2V^{2+}(aq)+6H_2O(l)$$
بنفش

حتی اگر مقدار فلز روی خیلی زیاد باشد، باز نمی‌توان یون VO_3^- را به اتم فلز V کاهش دهد.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۶)

۸۱- **گزینهٔ «۱»** *(محسن زمردپور)*

در کاتیون‌ها داریم:

$$Z=\frac{A-\text{اختلاف نوترون و الکترون}+\text{بار یون}}{2}=\frac{65-7+2}{2}=30$$

$$_{30}Zn: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2$$

$$_{30}Zn^{2+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10}$$

$$a=6 \quad b=2+6+10=18 \quad \frac{b}{a}=3$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۵، ۳۰ تا ۳۴)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(فردین علیدوست)*

باید گرمای حاصل از سردکردن گاز کربن دی اکسید را حساب کنیم اما ابتدا باید جرم آن را به دست آوریم:

$$2000m^3\times\frac{10^3L}{1m^3}\times\frac{1/5gCO_2}{1LCO_2}=3\times10^6gCO_2$$

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=3\times10^6\times0/85\times10=2/55\times10^7J$$

این مقدار گرما به آب داده شده است و فرآیند زیر اتفاق افتاده است:

$$20^\circ C\text{آب}\xrightarrow{Q_1}100^\circ C\text{آب}\xrightarrow{Q_2}100^\circ C\text{بخار آب}$$

$$Q_1+Q_2=2/55\times10^7J\Rightarrow(m\times4/2\times80)+(\frac{m}{18}\times45\times10^3)$$

$$=2/55\times10^7\ J$$

$$\Rightarrow 336m+2500m=2/55\times10^7\Rightarrow m\simeq8991/5g\simeq9kg\ H_2O$$

(شیمی۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** *(علی رمضانی)*

طبق واکنش $2H_2S+CH_4\rightarrow CS_2+4H_2$ هر ۲ مول H_2S با یک مول CH_4 واکنش می‌دهد، پس جرم مولی مخلوط برابر $2H_2S+CH_4=84g.mol^{-1}$ است.

برای محاسبه اختلاف حجم فراورده‌های گازی کافیست از اختلاف ضریب استوکیومتری این دو ماده استفاده کنیم.

روش اول:

$$42g\ \text{مخلوط}\times\frac{1mol\ \text{مخلوط}}{84g\ \text{مخلوط}}\times\frac{3mol\ \text{اختلاف}}{1mol\ \text{مخلوط}}\times\frac{22/4L}{1mol}$$

$$=33/6L$$

روش دوم:

$$\frac{\text{اختلاف}}{84\times1}=\frac{\text{مجموع}}{22/4\times3}\Rightarrow\frac{42}{84\times1}=\frac{x}{22/4\times3}\Rightarrow x=33/6L\ \text{اختلاف}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های۷۹ تا ۸۱)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرشید یُلیمه)*

آ) در بلور ماسه، حاوی SiO_2، روی هر اتم اکسیژن دو جفت الکترون ناپیوندی $(n.e)$ است. در حالی که اتم‌های Si فاقد جفت الکترون ناپیوندی‌اند. (درست)

$$\text{ماسه}1/5g\times\frac{80gSiO_2}{100g\ \text{ماسه}}\times\frac{1molSiO_2}{60gSiO_2}:\text{جفت الکترون ناپیوندی}$$

$$\times\frac{2molO}{1molSiO_2}\times\frac{2mol(n.e)}{1molO}\times\frac{6/02\times10^{23}}{1mol\ n.e}=4/816\times10^{22}n.e$$

ب) واژه شبکه بلور برای توصیف آرایش سه بعدی و منظم اتم‌ها، مولکول‌ها و یون‌ها در حالت جامد به کار می‌رود. (درست)

پ) با توجه به توضیحات رو به رو این مطلب نادرست است.

$$Al_2O_3\ \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}=\frac{\text{تعداد آنیون}}{\text{تعداد کاتیون}}=\frac{3}{2}=1/5$$

$$(NH_4)_3PO_4\ \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}}=\frac{\text{تعداد کاتیون}}{\text{تعداد آنیون}}=\frac{3}{1}=3$$

ت) در مولکول قطبی کربونیل سولفید (SCO) با جایگزین کردن اتم اکسیژن توسط اتم گوگرد، مولکول ناقطبی کربن دی سولفید (CS_2) تشکیل می‌شود و گشتاور دو قطبی کم می‌شود. (درست)

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۶۹، ۷۶ و ۸۰)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(حسین ناصری ثانی)*

نام ترکیب	آهن (III) کلرید	لیتیم‌نیترید	آلومینیم‌نیترات	منگنز (II) سولفید	کروم (II) نیترید	کلسیم اکسید
فرمول شیمیایی	$FeCl_3$	Li_3N	$Al(NO_3)_3$	MnS	Cr_3N_2	CaO
نسبت شمار آنیون به کاتیون	$\frac{3}{1}=3$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{1}=3$	$\frac{1}{1}=1$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{1}=1$

نتیجه: در آهن (III) کلرید و آلومینیم نیترات، نسبت شمار آنیون به شمار کاتیون برابر ۳ است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(ساجد شیری‌طرزم)*

موارد اول، دوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

مورد اول) ترکیب‌های هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۴ ناقطبی بوده و با افزایش جرم مولی، قدرت نیروهای بین مولکولی و نقطهٔ جوش افزایش می‌یابد؛ اما در ترکیب‌های هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۷، HF به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی نقطهٔ جوش بالاتری از سایر ترکیب‌های عناصر این گروه دارد.

مورد دوم) اتانول در آب محلول است. بنابراین:

میانگین نیروی جاذبه میان مولکول‌های آب خالص و اتانول خالص < **نیروی جاذبه میان مولکول‌ها در محلول اتانول و آب**

مورد سوم) مولکول‌های CO_2 ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

مورد چهارم) HF ترکیبی قطبی بوده و میان مولکول‌های آن پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود. بنابراین نقطهٔ جوش آن بالاتر از F_2 بوده و آسان‌تر مایع می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷ و ۱۱۱)

۸۷- **گزینهٔ «۴»** *(علی امینی سورکلایی)*

بررسی موارد نادرست:

گزینهٔ «۱» سوخت سبز دارای اتم‌های کربن و هیدروژن و اکسیژن است. (نه نیتروژن)

گزینهٔ «۲» پلاستیک سبز پلیمری (نه مونومر) بر پایه نشاسته است.

گزینهٔ «۳» CO_2 را در واکنش با اکسید فلزات قلیایی خاکی (گروه ۲) به‌صورت CO_3^{2-} تثبیت می‌کنند.

$$\begin{cases} CO_2(g)+MgO(s)\rightarrow MgCO_3(s) \\ CO_2(g)+CaO(s)\rightarrow CaCO_3(s) \end{cases}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۸۸- **گزینهٔ «۱»** *(حامد صابری)*

فقط Al می‌تواند با Zn^{2+} واکنش دهد:

$$2Al(s)+3Zn^{2+}(aq)\rightarrow 2Al^{3+}(aq)+3Zn(s)$$

به ازای هر ۳ مول Zn جامد تولید شده، ۲ مول Al جامد مصرف می‌شود و چون فقط ۸۰٪ یون‌های روی بر روی تیغه می‌نشیند، پس تغییر جرم تیغه با توجه به معادله به‌صورت زیر است:

$$\text{تغییر جرم تیغه} = (3\times 65\times\frac{80}{100})-(2\times 27)=102g$$

در این واکنش ۶mol الکترون مبادله می‌شود پس:

$$\text{تغییر جرم}=68g \quad 2/408\times10^{24}e^-\times\frac{1mole^-}{6/02\times10^{23}e^-}\times\frac{\text{تغییرجرم}102g}{6mole^-}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۷)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی اشرفی دوست سلماسی)*

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم $2Fe_2O_3+3C\xrightarrow{\Delta}4Fe+3CO_2$

چون همهٔ مواد در حالت جامد هستند و فقط CO_2 حالت گازی دارد و ظرف واکنش را ترک می‌کند.

بنابراین تفاوت جرم جامد ثانویه و جامد اولیه مربوط به مقدار گاز CO_2 تولید شده در این واکنش است.

به عبارت دیگر کافی است بدون درگیر شدن به محاسبات مربوط به درصد خلوص و بازده درصدی از روی آهن تولید شده، مقدار گاز CO_2 تولید شده را بدست آوریم.

$$16/8gFe\times\frac{1molFe}{56gFe}\Rightarrow \text{روش کتاب درسی}$$

$$\times\frac{3\text{mol}\,CO_2}{4\text{mol}\,Fe}\times\frac{44\text{g}\,CO_2}{1\text{mol}\,CO_2}=9/9\text{g}\,CO_2$$

$$\text{روش‌تستی}\Rightarrow \underset{16/8\text{g}}{\overset{4\times56}{4Fe}}\sim\underset{x\text{g}}{\overset{3\times44}{3CO_2}}\Rightarrow x=\frac{16/8\times3\times44}{4\times56}=9/9\text{g}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** (حامد رمضانیان)

$$Ca(OH)_2(aq)+2HNO_2(aq)\rightarrow Ca(NO_2)_2(aq)+2H_2O(l)$$

$$Ca(OH)_2: pH=11/6\xrightarrow{pH+pOH=14}$$

$$pOH=14-11/6=2/4\Rightarrow[OH^-]=10^{-2/4}$$

$$[OH^-]=10^{-3+0/6}=10^{-3}\times10^{0/6}=4\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

$$M_{Ca(OH)_2}=\frac{[OH^-]}{2}=2\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

$$m_1v_1n_1=m_2v_2n_2\Rightarrow2\times10^{-3}\times20\times2=m_2\times8\times1$$

$$\Rightarrow m_2=10^{-2}\,mol.L^{-1}\rightarrow\text{غلظت اسید}$$

$$\text{در محلول اسید}:[H^+]=10^{-3/7}=10^{-4+0/3}=2\times10^{-4}\,mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow\alpha=\frac{[H^+]}{M}=\frac{2\times10^{-4}}{10^{-2}}=0/02$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۹، ۲۴ تا ۲۸ و ۳۰)

۹۱- **گزینهٔ «۱»** (حسن رحمتی کوکنده)

ابتدا به کمک آنتالپی سوختن گازهای متان و پروپان آنتالپی سوختن گاز اتان را به دست می‌آوریم:

$$CH_4\xrightarrow{+CH_2}C_2H_6\xrightarrow{+CH_2}C_3H_8$$
$$-890\xrightarrow[\sim d]{}x\xrightarrow[\sim d]{}-2230$$

$$x=\Delta H_{\text{سوختن اتان}}=\frac{-890+(-2230)}{2}=-1560$$

حال به کمک قانون هس و آنتالپی سوختن مواد می‌توان از رابطهٔ زیر ΔH واکنش داده شده را محاسبه کرد.

$$2CH_4\rightarrow C_2H_6+H_2$$

ΔH واکنش = مجموع آنتالپی سوختن فراورده‌ها − مجموع آنتالپی سوختن واکنش‌دهنده ها

$$\Delta H_{\text{واکنش}}=[2\Delta H_{\text{سوختن}}CH_4]-[\Delta H_{\text{سوختن}}C_2H_6+\Delta H_{\text{سوختن}}H_2]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}}=[2(-890)]-[-1560+(-286)]=\underset{\text{گرماگیر}}{\downarrow}+66\text{kJ}$$

$$\text{جرم مولی}\,C_2H_6=2(12)+6(1)=30$$

$$?\text{kJ}=60\text{g}\,C_2H_6\times\frac{1\text{mol}\,C_2H_6}{30\text{g}\,C_2H_6}\times\frac{+66\text{kJ}}{1\text{mol}\,C_2H_6}=+132\text{kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۱، ۷۲، ۷۳ و ۷۴)

۹۲- **گزینهٔ «۴»** (ساجد شیری‌طرزم)

$$\text{حجم محلول نهایی}=150\text{g}\times\frac{1\text{mL}}{1\text{g}}+60\text{g}\times\frac{1\text{mL}}{1/2\text{g}}=200\text{mL}$$

$$SO_4^{2-}\text{ مجموع مول}=0/2\text{L محلول نهایی}\times\frac{0/018\text{mol}\,SO_4^{2-}}{1\text{L محلول}}$$

$$=0/0036\text{mol}\,SO_4^{2-}$$

$$?\text{mol}\,SO_4^{2-}=150\text{g محلول}\times\frac{2130\text{g}\,Na_2SO_4}{10^6\text{g محلول}}$$

$$\times\frac{1\text{mol}\,SO_4^{2-}}{142\text{g}\,Na_2SO_4}=0/00225\text{mol}\,SO_4^{2-}$$

$$\text{در محلول}\,CaSO_4:0/0036-0/00225=0/00135\text{mol}\,SO_4^{2-}$$

$$?\text{g}\,CaSO_4=0/00135\text{mol}\,SO_4^{2-}$$

$$\times\frac{1\text{mol}\,CaSO_4}{1\text{mol}\,SO_4^{2-}}\times\frac{136\text{g}\,CaSO_4}{1\text{mol}\,CaSO_4}=0/1836\text{g}\,CaSO_4$$

$$CaSO_4\text{ انحلال‌پذیری}=\frac{0/1836\text{g}\,CaSO_4}{60\text{g آب}}\times100=0/306$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴، ۹۵ و ۹۸ تا ۱۰۳)

۹۳- **گزینهٔ «۳»** (امین نوروزی)

$$pH=13/7\Rightarrow[H^+]=10^{-pH}\Rightarrow10^{-13/7}$$

$$\Rightarrow10^{-14}\times10^{0/3}\Rightarrow[H^+]=2\times10^{-14}\,mol.L^{-1}$$

$$[H^+][OH^-]=10^{-14}\Rightarrow[OH^-]=0/5\,mol.L^{-1}$$

$$\frac{[H^+]}{[OH^-]}=\frac{\frac{2\times10^{-14}}{1}}{\frac{1}{2}}=4\times10^{-14}$$

ایران نوشه ترنج‌های طلایی برای موفقیت

$$[OH^-]=[KOH]\Rightarrow ۰/۵$$

$$M=\frac{n}{V}\Rightarrow ۰/۵=\frac{n}{۰/۷۵L}\Rightarrow ۰/۳۷۵molKOH$$

$$۰/۳۷۵molKOH\times\frac{۵۶gKOH}{۱molKOH}\Rightarrow ۲۱gKOH$$

$$ppm=\frac{\text{نمک g}}{\text{محلول g}}\times ۱۰^۶=\frac{۲۱}{۷۰}\times ۱۰^۶=۳\times ۱۰^۵ppm$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۹۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول) نادرست – نقطهٔ جوش AsH_3 به دلیل جرم مولی بیشتر، از PH_3 بیشتر است.

مورد دوم) درست – نقطهٔ جوش N_2O به دلیل جرم مولی بیشتر و قطبی بودن از CH_4 بیشتر است، در نتیجه هنگام کاهش دما، آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

مورد سوم) نادرست – قدرت نیروی بین مولکولی در Br_2 از N_2 بیشتر است. زیرا هر دو ناقطبی بوده و Br_2 جرم مولی بیشتری دارد.

مورد چهارم) درست – CH_3Cl برخلاف SO_3 قطبی است.

مورد پنجم) درست – اتمی که به سمت قطب منفی میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند باید بار جزئی مثبت داشته باشد. در CO اتم دارای بار جزئی مثبت اتم ^6C است ولی در HF، اتم دارای بار جزئی مثبت اتم ^1H است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین نوروزی)*

واکنش آبکافت آمیدها به صورت زیر می‌باشد:

$$R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-\underset{\underset{R''}{|}}{N}-R'+H_2O\rightarrow R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH+H-\underset{\underset{R''}{|}}{N}-R'$$

از روی گرم آمین به دست آمده و واکنش فوق، جرم مولی آمین تولیدی را به دست می آوریم:

$$\frac{\text{گرم آمین}}{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}=\frac{\text{مول آمید}\times\text{بازده واکنش}}{\text{ضریب}\times ۱۰۰}$$

$$\Rightarrow\frac{۲۰\times ۲/۵}{۱۰۰\times ۱}=\frac{۲۹/۵}{۱\times M_w}\Rightarrow M_w=۵۹gmol^{-1}$$

فرمول عمومی آمین ها در شرایطی که به آمین ۲ هیدروژن متصل باشد، به صورت $C_nH_{2n+3}N$ است. بنابراین:

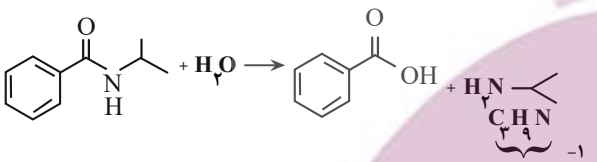
$$C_nH_{2n+3}N\Rightarrow \text{جرم‌مولی}=(۱۲\times n)+(۲n+۳\times ۱)+۱۴$$

$$=۱۲n+۲n+۳+۱۴=۱۴n+۱۷$$

با جرم مولی آمینی که به دست می‌آوریم، برابر قرار می‌دهیم:

$$۱۴n+۱۷=۵۹\Rightarrow ۱۴n=۴۲\Rightarrow n=۳$$

در بین گزینه‌های موجود، تنها گزینهٔ «۱» می‌تواند آمینی دهد که دارای ۳ کربن باشد.



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۹۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی رفیعی)*

۱) درست. مقایسه درست سرعت انجام واکنش‌ها:

تجزیه سلولز < زنگ زدن آهن < تشکیل رسوب $AgCl$ < انفجار

۲) درست

۳) نادرست. افزایش دما سرعت انجام واکنش‌های گرماده و گرماگیر را افزایش می‌دهد.

۴) درست.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

۹۷- **گزینهٔ «۳»** *(رضا سلیمانی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مجموع تغییر عدد اکسایش اتم‌های کربن، در واکنش (I) (اکسایش پارازایلن به ترفتالیک‌اسید) ۱۲ واحد و در واکنش (II) (اکسایش اتن به اتیلن‌گلیکول) ۲ واحد است.

گزینهٔ «۲»: پارازایلن و اتن را می‌توان به‌طور مستقیم از نفت خام تهیه کرد.

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

گزینهٔ «۳»: در هر دو مولکول ترفتالیک‌اسید و اتیلن‌گلیکول، ۶ اتم هیدروژن وجود دارد.

گزینهٔ «۴»: از اکسایش پارازایلن در حضور اکسیژن و کاتالیزگرهای مناسب هم، ترفتالیک‌اسید به‌دست می‌آید.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به‌سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

۹۸- **گزینهٔ «۱»** *(حسن رحمتی کوکنده)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: آلومینیم به دلیل داشتن E° منفی $\left(E^\circ\left[Al^{3+}/Al\right]=-1/66V\right)$ فلزی فعال است که به سرعت در هوا اکسید می‌شود.

گزینهٔ «۲»: در آبکاری کلید آهنی با کروم باید محلول الکترولیت یون‌های کروم (Cr^{3+}) را داشته باشند.

گزینهٔ «۳»: در برقکافت آب جهت افزایش رسانایی الکتریکی آن، مقدار ناچیزی الکترولیت به آن می‌افزایند.

گزینهٔ «۴»: سلول‌های سوختی برخلاف باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کنند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۹، ۵۰، ۵۴ و ۶۰ تا ۶۲)

۹۹- **گزینهٔ «۳»** *(میلاد قاسمی)*

برای رسیدن به واکنش هدف:

$$C_6H_6O_2(aq)+H_2O_2(aq)\rightarrow C_6H_4O_2(aq)+2H_2O(l)$$

کافیست واکنش اول را ثابت، واکنش دوم را در $\frac{1}{3}$ و واکنش سوم را در $\frac{1}{2}$ ضرب کنیم تا به واکنش هدف برسیم.

$$1)\ C_6H_6O_2(aq)\rightarrow C_6H_4O_2(aq)+H_2(g)\quad \Delta H=177kJ$$

$$2)\ H_2O_2(aq)\rightarrow H_2O(l)+\frac{1}{2}O_2(g)\quad \Delta H=-95kJ$$

$$3)\ H_2(g)+\frac{1}{2}O_2(g)\rightarrow H_2O(l)\quad \Delta H=-286kJ$$

$$C_6H_6O_2(aq)+H_2O_2(aq)\rightarrow C_6H_4O_2(aq)+2H_2O(l),\quad \Delta H=-204kJ$$

$$?gH_2O_2=3kJ\times\frac{1molH_2O_2}{204kJ}\times\frac{34gH_2O_2}{1molH_2O_2}=0/5gH_2O_2$$

روش دوم برای بدست آوردن $H_2O_2\leftarrow g$

$$\frac{\text{گرم}}{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}=\frac{Q}{|\Delta H|}\Rightarrow\frac{xgH_2O_2}{1\times34}=\frac{3kJ}{|-204|}$$

$$\Rightarrow gH_2O_2=0/5\,g$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدرینی‌زواره)*

فقط عبارت پ نادرست است.

در عنصر $_{24}Cr$، دو زیرلایهٔ 4s و 3d به ترتیب دارای ۱ و ۵ الکترون می‌باشند. (زیرلایه‌های نیمه‌پر)

$$_{24}Cr:1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,\underbrace{3d^5\,4s^1}_{\text{نیمه‌پر}}$$

بررسی عبارت‌ها:

آ) ۷ زیرلایه از الکترون اشغال شده است.

ب) الکترون‌ها با $l=0$ الکترون‌های زیرلایهٔ s و الکترون‌ها با $n=4$ الکترون‌های لایهٔ چهارم است. $\frac{7}{1}=7$

پ) عنصر در گروه ۶ جای دارد و نماد شیمیایی آن دو حرفی است. (Cr)

ت) Cr (کروم) دو نوع کاتیون Cr^{2+} و Cr^{3+} دارد. (مانند کاتیون‌های Fe^{2+} و Fe^{3+})

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۸)

۱۰۱- **گزینهٔ «۱»** *(شهرزاد معرفت ایزدی)*

گزینهٔ «۱»: واکنش‌پذیری $Na>Zn>Cu$ است پس Na بیشتر از Zn و Cu تمایل به از دست دادن e^- دارد.

گزینهٔ «۲»: $_{19}K$ دارای آرایش الکترونی $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,4s^1$ است که در زیر لایه p آن، $12e^-$ وجود دارد و تمایل به از دست دادن الکترون $K>Fe$ است.

ایران توشه — برای موفقیت

گزینهٔ «۳»: فلزی با واکنش‌پذیری بیشتر (Ca) می‌تواند با نمک فلزی که واکنش‌پذیری کم‌تر (Al) دارد به طور طبیعی واکنش داده و آن را از نمک خود خارج کند.

گزینهٔ «۴»: $_{21}Sc$ با آرایش الکترونی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$ است که در $4s$، دو الکترون در $n=3 , l=2$ یعنی $3d$، دارای $1e^-$ است و در ساختار تلویزیون رنگی کاربرد دارد.

(شیمی۲- قدر هدایای زمین را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** *(بهنام فازانپایی)*

مجموع ضرایب: $3Cu + 8HNO_3 \rightarrow 3Cu(NO_3)_2 + 2NO + 4H_2O \Rightarrow 20$

مجموع ضرایب: $Cu + 4HNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + 2NO_2 + 2H_2O \Rightarrow 10$

اختلاف مجموع ضرایب $= 20 - 10 = 10$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۰۳- **گزینهٔ «۴»** *(سیدعلی اشرفی دوست سلماسی)*

۱) واکنش‌پذیری: $Na > Mg$

$_{11}Na$ با آرایش الکترونی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$، ۵ الکترون با $l=0$ داشته و دومین فلز قلیایی خاکی Mg است.

۲) واکنش‌پذیری: $Ti > Fe$

در $_{22}Ti$ با آرایش $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2 4s^2$، تعداد الکترون‌های لایه سوم، ۵ برابر چهارم است.

۳) واکنش‌پذیری: $Al > Cu$

$_{29}Cu^{2+}$ کاتیونی با آرایش $[Ar]3d^9$ بوده و Al آخرین فلز دوره سوم است.

۴) واکنش‌پذیری: $C > Si$

اولین شبه فلز گروه ۱۴، Si است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱ و ۴۸ و ۴۹)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود طبرسا)*

موارد الف و ت درست است. بررسی موارد:

الف) کولار از ۴ عنصر C، H و N و O تشکیل شده و ویتامین (ث) از سه عنصر C، H و O تشکیل شده است.

ب) اگر طول زنجیره کربنی کم شود، انحلال‌پذیری افزایش می‌یابد.

پ) این بوی بد ناشی از ماندن لباس در آب به دلیل گروه آمین یا مونومرهای اسیدی است نه آمید.

ت) ویتامین C و ویتامین D هر دو دارای عامل OH در ساختار خود هستند، پس پیوند هیدروژنی می‌تواند بین آن‌ها تشکیل شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲، ۱۱۴ و ۱۱۵)

۱۰۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعلی مؤمن زاده)*

بررسی گزینه‌های نادرست

گزینهٔ «۱»: در ساختار سیانواتن یک پیوند سه گانه $C \equiv N$ وجود دارد در حالی که در ساختار پلی سیانو اتن n پیوند از آن یافت می‌شود (n برابر تعداد واحدهای تکرارشونده است)

گزینهٔ «۲»: در ساختار پلی استیرن $3n$ پیوند دوگانه $C=C$ وجود دارد در حالی که در مونومر آن ۴ پیوند دوگانه $C=C$ یافت می‌شود.

گزینهٔ «۴»: بر اثر پلیمری شدن $C_2H_4(g)$، مادهٔ سفیدرنگ با فرمول $(C_2H_4)_n(s)$ تولید می‌شود نه $C_2H_4(s)$.

(شیمی۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های۱۰۲ و ۱۰۴)