پدید آورندگان آزمون ۲۰ تیر

سال یازدهم ریاضی

طراحان

نام درس	نام طراحان
ریاضی (۱)	حمید علیزاده- علی ارجمند- مهدی ملارمضانی- سید عادل حسینی- کیان کریمی‌خراسانی- امیر محمودیان- حمید صالحی- مصطفی بهنام‌مقدم- اسماعیل میرزایی
هندسه (۱)	حمیدرضا مظاهری- حسین حاجیلو- سرژ یقیازاریان تبریزی- مرتضی نوری- شایان عباچی- فرشاد فرامرزی- محمد خندان- محمدابراهیم گیتی‌زاده- امیرحسین ابومحبوب- احمدرضا فلاح
فیزیک (۱)	شیلا شیرزادی- مجتبی نکوئیان- محمد مقدم- محمود منصوری- مهران اسماعیلی- مصطفی واثقی- دانیال راستی- محمد نهاوندی‌مقدم
شیمی (۱)	محمد عظیمیان‌زواره- رئوف اسلام‌دوست- حامد پویان‌نظر- نواب میان‌دوآب- سروش عبادی- امیرمحمد بائو- امیر حاتمیان

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر و مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
ریاضی (۱)	مهدی ملارمضانی	سپهر متولیان	سمیه اسکندری
هندسه (۱)	امیرمحمد کریمی	سپهر متولیان	سجاد سلیمی
فیزیک (۱)	سینا صالحی	بابک اسلامی	علیرضا همایون‌خواه
شیمی (۱)	ایمان حسین‌نژاد	امیررضا حکمت‌نیا، احسان پنجه‌شاهی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئول دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: محیا اصغری
	مسئول دفترچه: سمیه اسکندری
حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی	فاطمه علی‌یاری
نظارت چاپ	حمید محمدی

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

ریاضی (۱)

۱- گزینهٔ «۳» *(حمید علیزاده)*

شکل nام	...	شکل ۳	شکل ۲	شکل ۱	
$n^۲+(n+۱)$	...	$۳^۲+(۳+۱)$	$۲^۲+(۲+۱)$	$۱^۲+(۱+۱)$	تعداد دایره‌های سفید
$n^۲+n$	...	$۳^۲+۳$	$۲^۲+۲$	$۱^۲+۱$	تعداد دایره‌های سیاه

$$\text{شکل دوازدهم}: \frac{\text{تعداد دایره‌های سیاه}}{\text{تعداد دایره‌های سفید}} = \frac{۱۲^۲+۱۲}{۱۲^۲+۱۳} = \frac{۱۵۶}{۱۵۷}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۲- گزینهٔ «۴» *(علی ارجمند)*

$$۱)\ W' \cup \mathbb{Z}' = (W \cap \mathbb{Z})' = W' = \{..., -۳, -۲, -۱\}$$

$$۲)\ W' \cap \mathbb{N}' = (W \cup \mathbb{N})' = W' = \{..., -۳, -۲, -۱\}$$

$$۳)\ W \cup \mathbb{N}' = \{۰, ۱, ۲, ...\} \cup \{..., -۳, -۲, -۱, ۰\}$$

$$= \{۰, \pm۱, \pm۲, ...\} = \mathbb{Z}$$

$$۴)\ \mathbb{N} \cup W' = \{۱, ۲, ...\} \cup \{..., -۳, -۲, -۱\}$$

$$= \{\pm۱, \pm۲, ...\} = \mathbb{Z} - \{۰\}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۳- گزینهٔ «۳» *(مهدی ملارمضانی)*

$$\begin{cases} \cot\theta = \frac{۱}{\tan\theta} \Rightarrow \cot\theta = \frac{۳}{۲} \\ ۱+\cot^۲\theta = \frac{۱}{\sin^۲\theta} \Rightarrow \frac{۱}{\sin^۲\theta} = ۱+\frac{۹}{۴} = \frac{۱۳}{۴} \end{cases}$$

$$(\tan\theta+\cot\theta)^۲ + \frac{۱}{\sin^۲\theta} = \left(\frac{۲}{۳}+\frac{۳}{۲}\right)^۲ + \frac{۱۳}{۴}$$

$$= \frac{۱۶۹}{۳۶} + \frac{۱۳}{۴} = \frac{۱۶۹+۱۱۷}{۳۶} = \frac{۱۴۳}{۱۸}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴- گزینهٔ «۲» *(سید عادل حسینی)*

$$\frac{\sqrt{۶\sqrt{۳\sqrt{۲}}}}{\sqrt{۲\sqrt{۳\sqrt{۶}}}} = \sqrt{۳\times\frac{\sqrt{۳\sqrt{۲}}}{\sqrt{۳\sqrt{۶}}}} = \sqrt{۳\sqrt{\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۶}}}} = \sqrt{۳\sqrt{\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}\times\sqrt{۲}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{۳}{\sqrt[۴]{۳}}} = \sqrt{۳\times۳^{-\frac{۱}{۴}}} = \sqrt{۳^{\frac{۳}{۴}}} = \sqrt{\sqrt[۴]{۲۷}} = \sqrt[۸]{۲۷} = \sqrt[۸]{a}$$

$$\Rightarrow a = ۲۷$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۵- گزینهٔ «۱» *(کیان کریمی‌خراسانی)*

$x = ۱$ را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$(a-۳)+(۱۹-۹a)+a^۲ = ۰$$

$$\Rightarrow a^۲-۸a+۱۶ = ۰ \Rightarrow (a-۴)^۲ = ۰ \Rightarrow a = ۴$$

داریم:

$$x^۲-۱۷x+۱۶ = ۰ \Rightarrow (x-۱۶)(x-۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = ۱۶ \end{cases}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۶- گزینهٔ «۲» *(کیان کریمی‌خراسانی)*

مختصات رأس سهمی به معادلهٔ $y=a(x-h)^۲+k$ ، $(a\neq ۰)$ برابر (h,k) است. از طرفی نقطه‌ای که روی نیمساز ناحیهٔ سوم قرار دارد، دارای طول و عرض برابر و منفی است.

$$y=(x-m^۲+۶)^۲+m \xrightarrow[\text{سهمی}]{\text{مختصات رأس}} (m^۲-۶,m)$$

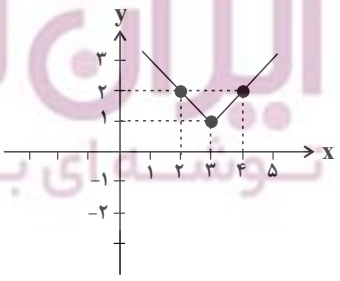
$$\Rightarrow m^۲-۶=m \Rightarrow m^۲-m-۶=۰ \Rightarrow (m-۳)(m+۲)=۰$$

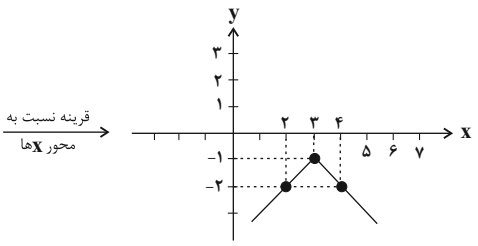
$$\Rightarrow \begin{cases} m=۳ \\ m=-۲ \end{cases} \xrightarrow{m<۰} m=-۲$$

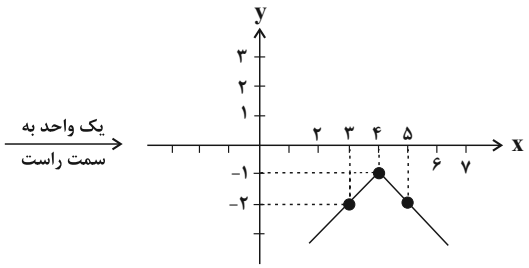
(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

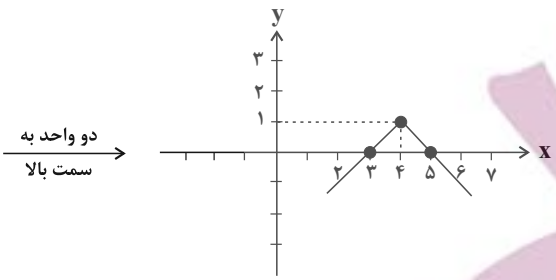
۷- گزینهٔ «۲» *(امیر محمودیان)*

ابتدا نمودار تابع $|x-۳|+۱$ را به کمک انتقال رسم می‌کنیم:









(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۸- گزینهٔ «۴» *(حمید صالحی)*

برای این که عدد سه‌رقمی زوج باشد، باید یکان یکی از اعداد ۲، ۰ یا ۴ باشد، از طرفی مضرب ۵ نیست پس صفر نمی‌تواند باشد:

$$\underset{\text{صفر نمی‌تواند باشد}}{\underset{\downarrow}{۳}} \times ۳ \times \underset{\{۲ \text{ یا } ۴\}}{۲} = ۱۸$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۹- گزینهٔ «۲» *(مصطفی بهنام‌مقدم)*

A: پیشامد آن که دقیقاً سه بار از ۵ پرتاب رو بیاید:

$$n(A)=\binom{۵}{۳}=۱۰$$

$$n(S)=۲^۵$$

$$P(A)=\frac{۱۰}{۳۲}=\frac{۵}{۱۶}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۱۰- گزینهٔ «۳» *(اسماعیل میرزایی)*

متغیرهای کمی پیوسته: شاخص تودهٔ بدن افراد کلاس / قطر تنهٔ درختان / سن / وزن / درصد آلودگی هوا

A: پیشامد این که حداقل ۲ متغیر کمی پیوسته انتخاب شوند:

$$n(A)=\binom{۵}{۲}\binom{۶}{۱}+\binom{۵}{۳}=۱۰\times۶+۱۰=۷۰$$

$$n(S)=\binom{۱۱}{۳}=\frac{۱۱!}{۳!\times۸!}=۱۶۵$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۷۰}{۱۶۵}=\frac{۱۴}{۳۳}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱ و ۱۵۹ تا ۱۷۰)

ریاضی (۱) ـ سؤالات آشنا

۱۱- گزینهٔ «۴» *(کتاب زرد)*

برای آنکه تعداد افرادی را که عضو هیچ گروهی نیستند پیدا کنیم، باید تعداد افرادی را که عضو حداقل یک گروه هستند، یعنی اجتماع دو گروه مورد نظر را، حساب کنیم. داریم:

S: گروه ورزش و J: گروه روزنامه دیواری

$$n(S\cup J)=n(S)+n(J)-n(S\cap J)$$

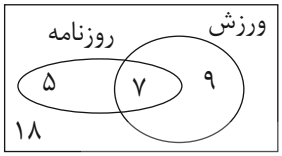
$$=n(J)+\underbrace{(n(S)-n(S\cap J))}_{\text{تعداد افرادی که فقط در گروه ورزش هستند.}}$$

$$\Rightarrow n(S\cup J)=۱۲+۹=۲۱$$

حال با تفریق عدد حاصل از تعداد افراد کلاس، تعداد افراد مورد نظر به دست می‌آید.

$$۳۹-۲۱=۱۸ = \text{تعداد افرادی که عضو هیچ گروهی نیستند.}$$

نمودار زیر وضعیت این کلاس را نشان می‌دهد.



(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۲- گزینهٔ «۴» *(کتاب زرد)*

از رابطهٔ $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\sqrt{۱-\sin^۲\theta}}$ (برای θی حاده)، مقدار $\tan\hat{C}$ را حساب می‌کنیم.

$$\xrightarrow{\hat{C}\text{حاده و}\tan C\text{مثبت است.}}\tan\hat{C}=\frac{\frac{۵}{۱۳}}{\sqrt{۱-\frac{۲۵}{۱۶۹}}}=\frac{\frac{۵}{۱۳}}{\frac{۱۲}{۱۳}}=\frac{۵}{۱۲}$$

از طرفی در مثلث AHC داریم:

$$\tan\hat{C}=\frac{AH}{CH}=\frac{AH}{۹}=\frac{۵}{۱۲}\Rightarrow AH=\frac{۹\times۵}{۱۲}=\frac{۱۵}{۴}=۳/۷۵$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱۳- گزینهٔ «۳» *(کتاب زرد)*

$$۳^x=\frac{۲۱۶}{۱۰۰۰}=\frac{۶^۳}{۱۰^۳}=\frac{۲^۳\times۳^۳}{۲^۳\times۵^۳}=۳^۳\times۵^{-۳}$$

$$\Rightarrow ۳^{x-۳}=۵^{-۳}\Rightarrow ۳^{۱-\frac{x}{۳}}=۵ \qquad (۱)$$

$$۵^y=۶۷۵=۳\times۲۲۵=۳\times۱۵^۲=۳\times۳^۲\times۵^۲=۳^۳\times۵^۲$$

$$\Rightarrow 5^{y-2}=3^3 \Rightarrow 5^{\frac{y-2}{3}}=3 \qquad (2)$$

با ترکیب روابط (۱) و (۲) داریم:

$$(3^{1-\frac{x}{3}})^{\frac{y-2}{3}}=3$$

$$\Rightarrow \frac{(3-x)(y-2)}{9}=1 \Rightarrow y-2=\frac{9}{3-x} \Rightarrow y=\frac{2x-15}{x-3}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۱۴- گزینهٔ «۲» *(کتاب زرد)*

با توجه به اینکه $\left(a^n\right)^m=a^{nm}$ و $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$ است، A را برحسب توان‌های ۲ به‌دست می‌آوریم:

$$A=\sqrt[5]{2^2\times\sqrt[3]{2^4}}\times(2^{-1})^{-\frac{4}{3}}=\sqrt[5]{2^2}\times\sqrt[5]{\sqrt[3]{2^4}}\times 2^{\frac{4}{3}}$$

$$=2^{\frac{2}{5}+\frac{4}{15}}\times 2^{\frac{4}{3}}=2^2$$

$$\Rightarrow (2A)^{-\frac{1}{3}}=(2^3)^{-\frac{1}{3}}=2^{-1}=\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۱۵- گزینهٔ «۳» *(کتاب زرد)*

باید Δ ی معادله، مثبت باشد:

$$\Delta=6^2-4(2m-1)(m-2)=-4(2m^2-5m-7)$$

$$\Delta>0 \Rightarrow 2m^2-5m-7<0 \Rightarrow (m+1)(2m-7)<0$$

$$\Rightarrow -1<m<3/5$$

اما $m=\frac{1}{2}$ غیرقابل قبول است، زیرا به ازای آن، معادله درجهٔ یک خواهد شد و فقط یک جواب حقیقی دارد. بنابراین پاسخ صحیح تست $m\in(-1,3/5)-\{\frac{1}{2}\}$ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱۶- گزینهٔ «۲» *(کتاب زرد)*

عبارت نامعادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{[(m^2-1)x^2-4mx+4](\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}{2x-3}\geq 0$$

دقت کنید با توجه به مجموعه جواب، نامعادله باید به صورت $\geq$ باشد.

مجموعه جواب‌های نامعادله به صورت $[2,4]$ است، پس $x=2$ ریشهٔ ساده معادلهٔ $(m^2-1)x^2-4mx+4=0$ است:

$$4(m^2-1)-4m(2)+4=4m^2-8m=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m=2 \rightarrow \text{غ‌ق‌ق} \\ m=0 \end{cases}$$

دقت کنید که به ازای $x>4$ عبارت داده شده منفی است، پس حتماً ضریب x^2 یعنی m^2-1 منفی است، پس $m=0$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۷- گزینهٔ «۲» *(کتاب زرد)*

رقم یکان عدد مورد نظر صفر یا ۵ است.

حالت اول: رقم یکان صفر باشد.

$$\underline{۹}\times\underline{۸}\times\underline{۷}\times\underline{۱}=۵۰۴$$

حالت دوم: رقم یکان ۵ باشد.

$$\underline{۸}\times\underline{۸}\times۷\times۱=۴۴۸$$

$$\text{تعداد کل اعداد مورد نظر}=۵۰۴+۴۴۸=۹۵۲$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(کتاب زرد)*

دو حالت مختلف می‌توان برای چنین عددی در نظر گرفت.

حالت اول: رقم سمت چپ فرد باشد.

$$\underbrace{۳}_{\text{فرد}}\times\underbrace{۴}_{\text{زوج}}\times\underbrace{۴}_{\text{فرد}}\times\underbrace{۵}_{\text{زوج}}\times\underbrace{۵}_{\text{فرد}}=۱۲۰۰$$

حالت دوم: رقم سمت چپ زوج باشد. در این حالت رقم سمت چپ نمی‌تواند صفر باشد.

$$\underbrace{۳}_{\text{زوج}}\times\underbrace{۴}_{\text{فرد}}\times\underbrace{۴}_{\text{زوج}}\times\underbrace{۵}_{\text{فرد}}\times\underbrace{۴}_{\text{زوج}}=۹۶۰$$

بنابراین تعداد کل اعداد موردنظر برابر است با:

$$۱۲۰۰+۹۶۰=۲۱۶۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۱۹- گزینهٔ «۳» *(کتاب زرد)*

$$n(S)=۶\times۶\times۶=۲۱۶$$

اگر پیشامد موردنظر را با A نمایش دهیم، آنگاه A' پیشامد آن است که اصلاً عدد ۶ ظاهر نشود. داریم:

$$n(A')=۵\times۵\times۵=۱۲۵$$

$$P(A')=\frac{n(A')}{n(S)}=\frac{۱۲۵}{۲۱۶}\Rightarrow P(A)=۱-\frac{۱۲۵}{۲۱۶}=\frac{۹۱}{۲۱۶}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(کتاب زرد)*

در پرتاب دو تاس، فضای نمونه‌ای $n(S)=۶\times۶=۳۶$ عضو دارد.

برای مجموع دو عدد رو شده هم جدول زیر را داریم که حالت‌های مطلوب در آن مشخص شده‌اند.

تعداد حالت‌ها	مجموع دو عدد رو شده
۱	۲
۲	۳
۳	۴
۴	۵
۵	۶
۶	۷
۵	۸
۴	۹
۳	۱۰
۲	۱۱
۱	۱۲

پس:

$$n(A)=۳+۵+۱=۹\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۹}{۳۶}=\frac{۱}{۴}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

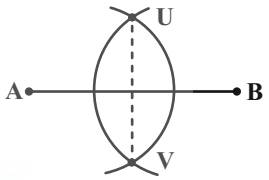
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

هندسه (۱)

۲۱- گزینهٔ «۳» *(حمیدرضا مظاهری)*

برای رسم عمودمنصف یک پاره‌خط به کمک پرگار، دهانهٔ پرگار را باید بیش از نصف طول پاره‌خط باز کرده و از دو سر پاره‌خط دو کمان با شعاع‌های برابر ترسیم کرد تا یک‌دیگر را در دو نقطه قطع کنند.

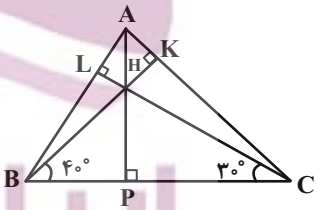
خطی که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند، عمودمنصف پاره‌خط است.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحهٔ ۱۴)

۲۲- گزینهٔ «۱» *(حسین حاجیلو)*

ارتفاع‌های هر مثلث همرسند، پس اگر از **A** به **H** وصل کرده و امتداد دهیم، خط حاصل بر **BC** عمود است، مطابق شکل داریم:



$$\overset{\Delta}{BHP}\text{ زاویهٔ خارجی برای }: A\hat{H}B = ۴۰^\circ + ۹۰^\circ = ۱۳۰^\circ$$

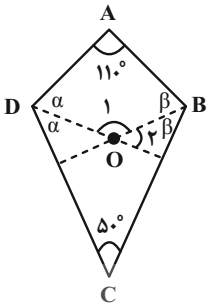
$$\overset{\Delta}{CHP}\text{ زاویهٔ خارجی برای }: A\hat{H}C = ۳۰^\circ + ۹۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

$$\Rightarrow |A\hat{H}B - A\hat{H}C| = ۱۰^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحهٔ ۱۹)

۲۳- گزینهٔ «۳» *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

نیمساز زوایای $\hat{B}$ و $\hat{D}$ را رسم می‌کنیم:



می‌دانیم مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب ۳۶۰° می‌باشد. می‌توان نوشت:

$$۲\alpha + ۲\beta + ۱۱۰^\circ + ۵۰^\circ = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = ۱۰۰^\circ$$

$$\hat{O}_۱ + \alpha + \beta + ۱۱۰^\circ = ۳۶۰^\circ \xrightarrow{\alpha+\beta=۱۰۰^\circ} \hat{O}_۱ = ۱۵۰^\circ$$

$$\hat{O}_۱ + \hat{O}_۲ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{O}_۲ = ۳۰^\circ$$

به راحتی ثابت می‌شود در هر چهارضلعی محدب زاویهٔ بین نیمساز داخلی دو زاویهٔ متقابل برابر است با نصف قدر مطلق تفاضل دو زاویهٔ دیگر.

$$\hat{O}_۱ = \frac{|\hat{A} - \hat{C}|}{۲}$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحهٔ ۱۸)

۲۴- گزینهٔ «۲» *(مرتضی نوری)*

مساحت مثلث را از سه روش به دست می‌آوریم.

$$\left.\begin{aligned} S &= \frac{۱}{۲} \times ۶h_۱ \\ S &= \frac{۱}{۲} \times ۷h_۲ \\ S &= \frac{۱}{۲} \times ۸h_۳ \end{aligned}\right\} \Rightarrow ۶h_۱ = ۷h_۲ = ۸h_۳$$

پس: $\frac{h_۳}{h_۱} = \frac{۶}{۸}, \frac{h_۲}{h_۳} = \frac{۸}{۷}, \frac{h_۱}{h_۲} = \frac{۷}{۶}$

در نتیجه:

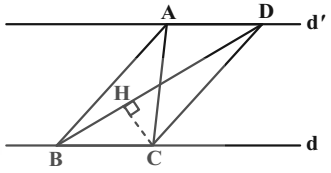
$$\frac{h_۱}{h_۲} + \frac{h_۲}{h_۳} + \frac{h_۳}{h_۱} = \frac{۷}{۶} + \frac{۸}{۷} + \frac{۶}{۸} = \frac{۱۹۶ + ۱۹۲ + ۱۲۶}{۱۶۸} = \frac{۵۱۴}{۱۶۸}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۲۵- گزینهٔ «۳» *(شایان عباچی)*

با توجه به $d \parallel d'$ پس دو مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{DBC}$ هم مساحت هستند و داریم:



$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = S_{\overset{\Delta}{BCD}} \Rightarrow ۴۸ = \frac{۱}{۲} CH \times BD \Rightarrow BD = ۱۶$$

$$\frac{BC}{۵} = \frac{AC}{۵} = \frac{AB}{۶} = \frac{BD}{۸}$$

$$\xrightarrow{BD=۱۶} BC = ۱۰, AC = ۱۰, AB = ۱۲$$

$$\Rightarrow \text{محیط } ABC = AB + BC + AC = ۳۲$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- مشابه تمرین ۴ صفحهٔ ۳۳)

۲۶- گزینهٔ «۲» *(فرشاد فرامرزی)*

AD واسطهٔ هندسی **AB** و **CD** است. $\Rightarrow AD^۲ = AB \times CD$

$$\Rightarrow (۲x+۲)^۲ = ۲x(۵x-۱)$$

$$\Rightarrow ۴x^۲ + ۸x + ۴ = ۱۰x^۲ - ۲x \Rightarrow ۶x^۲ - ۱۰x - ۴ = ۰$$

با حل معادلهٔ فوق از روش Δ داریم:

$$\Delta = (-۱۰)^۲ - ۴(۶)(-۴) = ۱۹۶$$

$$x = \frac{۱۰ \pm ۱۴}{۱۲} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۲۴}{۱۲} = ۲ \\ x = -\frac{۴}{۱۲} = -\frac{۱}{۳} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

پاره‌خط **MN** موازی قاعده‌های ذوزنقه است، پس طبق قضیهٔ تالس در ذوزنقه داریم:

$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow \frac{۲}{۴} = \frac{y+۱}{۳y-۱} \Rightarrow ۲(۳y-۱) = ۴(y+۱)$$

$$\Rightarrow ۶y - ۲ = ۴y + ۴ \Rightarrow ۲y = ۶ \Rightarrow y = ۳$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحهٔ ۳۷)

۲۷- گزینهٔ «۴» *(محمد قندان)*

می‌دانیم هردو n ضلعی منتظم با یکدیگر متشابه‌اند، پس هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع دلخواه نیز متشابه‌اند. از طرفی نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، مجذور نسبت تشابه آن دو مثلث است، بنابراین در مثلث قائم‌الزاویهٔ **ABC** داریم:

$$AB^۲ + AC^۲ = BC^۲ \Rightarrow \frac{AB^۲}{BC^۲} + \frac{AC^۲}{BC^۲} = ۱$$

$$\Rightarrow \left(\frac{AB}{BC}\right)^۲ + \left(\frac{AC}{BC}\right)^۲ = ۱ \Rightarrow \frac{S_۱}{S_۳} + \frac{S_۲}{S_۳} = ۱$$

$$\Rightarrow S_۱ + S_۲ = S_۳$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۲۸- گزینهٔ «۳» *(محمدابراهیم گیتی‌زاده)*

از هر رأس یک **n**ضلعی محدب، $n-۳$ قطر می‌گذرد و تعداد قطرهای یک **n** ضلعی محدب برابر $\frac{n(n-۳)}{۲}$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{n(n-۳)}{۲} = ۴۴ \Rightarrow n(n-۳) = ۸۸ = ۱۱ \times ۸$$

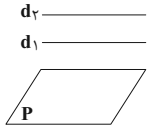
$$\Rightarrow n = ۱۱ \Rightarrow n - ۳ = ۸$$

بنابراین از هر رأس این **n** ضلعی محدب، ۸ قطر می‌گذرد.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحهٔ ۵۵)

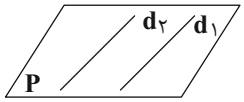
۲۹- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

گزارهٔ «الف» نادرست است. مطابق شکل اگر خط $d_۱$ با صفحهٔ **P** موازی باشد، آنگاه خط $d_۲$ می‌تواند خارج صفحهٔ **P** قرار داشته باشد.



ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

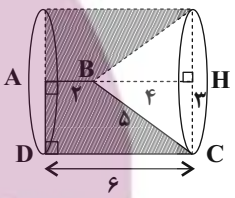
گزارهٔ «ب» درست است. مطابق شکل صفحهٔ **P** می‌تواند شامل دو خط موازی d_1 و d_2 باشد.



گزارهٔ «پ» درست است. اگر صفحهٔ **P** یکی از دو خط موازی d_1 و d_2 را قطع کند، لزوماً دیگری را نیز قطع خواهد کرد.

(هندسه ۱- تجسم فضایی- مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۸۱)

۳۰- گزینهٔ «۱» *(احمدرضا فلاح)*



در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{BHC}$ داریم:

$$BH^2 = BC^2 - CH^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow BH = 4$$

حجم حاصل از دوران ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ **ABCD** حول ضلع **AB** مطابق شکل برابر تفاضل حجم یک استوانه و یک مخروط است:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi(AD)^2 \times DC = \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}\pi(CH)^2 \times BH = \frac{\pi}{3} \times 3^2 \times 4 = 12\pi$$

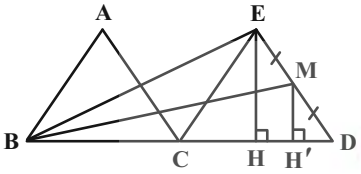
$$V_{\text{سایه‌زده}} = 54\pi - 12\pi = 42\pi$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

هندسه (۱) ــ سؤالات آشنا

۳۱- گزینهٔ «۲» *(کتاب زرد)*

از نقاط E و M، عمودهایی بر ضلع CD رسم می‌کنیم.



می‌دانیم در مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع a، طول ارتفاع برابر $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ است، بنابراین داریم:

$$EH = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overset{\Delta}{DEH} : MH' \parallel EH \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}$$

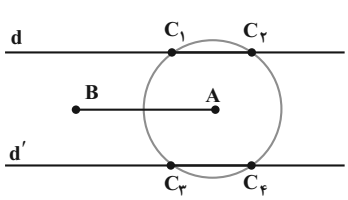
$$\frac{MH'}{EH} = \frac{DM}{DE} \Rightarrow \frac{MH'}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow MH' = \sqrt{3}$$

$$S_{\overset{\Delta}{BMD}} = \frac{1}{2} MH' \times BD = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 8 = 4\sqrt{3}$$

(هندسهٔ ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

۳۲- گزینهٔ «۴» *(کتاب زرد)*

محل نقاطی از صفحه که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۷ واحد باشند، دایره‌ای به مرکز A و به شعاع ۷ واحد است. همچنین محل نقاطی از صفحه که از پاره‌خط AB به فاصلهٔ ۵ واحد باشند، دو خط به موازات پاره‌خط AB به فاصلهٔ ۵ واحد از آن و در طرفین پاره‌خط AB است. مطابق شکل، این دو محل در ۴ نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند و بنابراین ۴ نقطهٔ متمایز برای رأس C در صفحهٔ مختصات پیدا می‌شود.



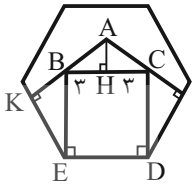
(هندسهٔ ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۳- گزینهٔ «۱» *(کتاب زرد)*

هر زاویهٔ یک شش ضلعی منتظم برابر ۱۲۰° است، پس داریم:

$$B\hat{E}K = ۱۲۰^\circ - ۹۰^\circ = ۳۰^\circ$$



اضلاع دو زاویهٔ $A\hat{B}C$ و $B\hat{E}K$ دو به دو بر هم عمودند، پس $A\hat{B}C = B\hat{E}K = ۳۰^\circ$ است. به‌طور مشابه $A\hat{C}B = ۳۰^\circ$ و در نتیجه مثلث ABC متساوی‌الساقین است. با رسم ارتفاع AH در این مثلث داریم:

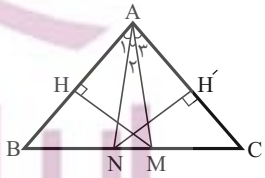
$$\tan(A\hat{B}H) = \frac{AH}{BH} \xrightarrow{A\hat{B}H=۳۰^\circ} \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{AH}{۳}$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{۳}$$

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} AH \times BC = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۳} \times ۶ = ۳\sqrt{۳}$$

(هندسهٔ ۱- چندضلعی‌ها- صفحهٔ ۶۵)

۳۴- گزینهٔ «۲» *(کتاب زرد)*



$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{۱۸۰^\circ - ۸۰^\circ}{۲} = ۵۰^\circ$$

M روی عمودمنصف AB است $\Rightarrow AM = BM \Rightarrow B\hat{A}M = \hat{B} = ۵۰^\circ$

$$\Rightarrow \hat{A}_۱ + \hat{A}_۲ = ۵۰^\circ \qquad (۱)$$

N روی عمودمنصف AC است $\Rightarrow AN = CN \Rightarrow C\hat{A}N = \hat{C} = ۵۰^\circ$

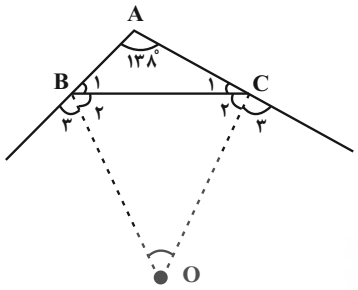
$$\Rightarrow \hat{A}_۲ + \hat{A}_۳ = ۵۰^\circ \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow (\hat{A}_۱ + \hat{A}_۲ + \hat{A}_۳) + \hat{A}_۲ = ۱۰۰^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_۲ = ۱۰۰^\circ - ۸۰^\circ = ۲۰^\circ$$

(هندسهٔ ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۸ و ۲۱)

۳۵- گزینهٔ «۱» *(کتاب زرد)*



$$\hat{B}_۱ + \hat{C}_۱ = ۱۸۰^\circ - ۱۳۸^\circ = ۴۲^\circ$$

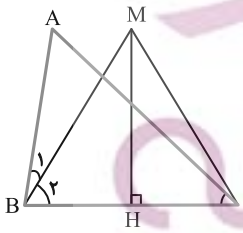
$$\Rightarrow (\hat{B}_۲ + \hat{B}_۳) + (\hat{C}_۲ + \hat{C}_۳) = ۳۶۰^\circ - ۴۲^\circ$$

$$\Rightarrow ۲\hat{B}_۲ + ۲\hat{C}_۲ = ۳۱۸^\circ \Rightarrow \hat{B}_۲ + \hat{C}_۲ = ۱۵۹^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O} = ۱۸۰^\circ - ۱۵۹^\circ = ۲۱^\circ$$

(هندسهٔ ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۳۶- گزینهٔ «۳» *(کتاب زرد)*



M روی عمود منصف BC $\Rightarrow MB = MC \xrightarrow[MBC]{\Delta}$

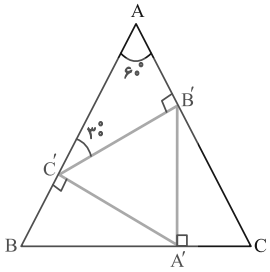
$$\hat{B}_۲ = M\hat{C}B \xrightarrow{M\hat{C}B > A\hat{C}B}$$

$$\hat{B}_۲ > A\hat{C}B \Rightarrow \frac{\hat{B}}{۲} > \hat{C} \Rightarrow \hat{B} > ۲\hat{C}$$

(هندسهٔ ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۳۷- گزینهٔ «۱» *(کتاب زرد)*

سه مثلث $AB'C'$، $BA'C'$ و $CA'B'$ هم‌نهشت هستند. در مثلث $AB'C'$، AB' ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰ است، پس $AC'=2AB'$ است و داریم:



$$\overset{\Delta}{AB'C'}: AC'^2 = B'C'^2 + AB'^2$$

$$\Rightarrow 4AB'^2 = B'C'^2 + AB'^2 \Rightarrow B'C'^2 = 3AB'^2$$

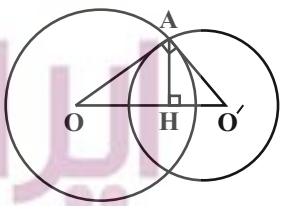
$$\Rightarrow B'C' = \sqrt{3}AB' \Rightarrow AB' = \frac{\sqrt{3}}{3}B'C' \quad (1)$$

$$AB = AC' + BC' = 2AB' + AB' = 3AB'$$

$$\xrightarrow{(1)} AB = \sqrt{3}B'C' \Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}{S_{\overset{\Delta}{A'B'C'}}} = (\sqrt{3})^2 = 3$$

(هندسهٔ ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحهٔ ۴۷)

۳۸- گزینهٔ «۴» *(کتاب زرد)*



$$\overset{\Delta}{OAO'}: 5^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow OO'^2 = OA^2 + O'A^2$$

$$\xrightarrow{\text{طبق عکس قضیهٔ فیثاغورس}} \hat{OAO'} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow AH \times OO' = OA \times O'A$$

$$\Rightarrow AH \times 5 = 4 \times 3 \Rightarrow AH = 2/4$$

مکان هندسی نقاط مشترک دو کره، دایره‌ای به شعاع AH است، بنابراین:

$$S = \pi(AH)^2 = 5/76\pi$$

(هندسهٔ ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۳۹- گزینهٔ «۲» *(کتاب زرد)*

$$\overset{\Delta}{EDC}: AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{EA}{AD} = \frac{EB}{BC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{3x-4}{4}$$

$$\Rightarrow x(3x-4) = 20 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ x = -2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیهٔ اساسی تشابه}} \overset{\Delta}{EAB} \sim \overset{\Delta}{EDC}$$

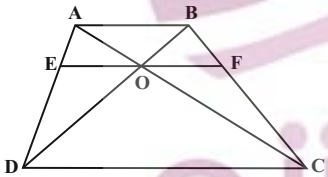
$$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{EAB}}}{S_{\overset{\Delta}{EDC}}} = \left(\frac{EA}{ED}\right)^2 = \left(\frac{5}{\frac{25}{3}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{EAB}}}{S_{\overset{\Delta}{EDC}}} = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{S_{\overset{\Delta}{EAB}}}{S_{ABCD}} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{\overset{\Delta}{EAB}}} = \frac{16}{9}$$

(هندسهٔ ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۴ تا ۴۰)

۴۰- گزینهٔ «۱» *(کتاب زرد)*



$$\overset{\Delta}{ADC}: EO \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{EO}{DC} = \frac{AE}{AD} \quad (1)$$

$$\overset{\Delta}{DAB}: EO \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{EO}{AB} = \frac{DE}{AD} \quad (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow \frac{EO}{DC} + \frac{EO}{AB} = \frac{AE}{AD} + \frac{DE}{AD} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{EO}{9} + \frac{EO}{5} = 1 \Rightarrow EO = \frac{45}{14}$$

به‌طور مشابه $OF = \frac{45}{14}$ است و در نتیجه داریم:

$$EF = 2EO = 2 \times \frac{45}{14} = \frac{45}{7}$$

(هندسهٔ ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

فیزیک (۱)

۴۱- گزینهٔ «۳» *(شیلا شیرزادی)*

ابتدا به روش تبدیل زنجیره‌ای، ۲۱۸ نانومتر را به میکرومتر تبدیل می‌کنیم:

$$۲۱۸\text{nm} = ۲۱۸\text{nm} \times \frac{۱۰^{-۹}\text{m}}{۱\text{nm}} \times \frac{۱\mu\text{m}}{۱۰^{-۶}\text{m}} = ۲۱۸ \times ۱۰^{-۳}\mu\text{m}$$

اکنون عدد به دست آمده را برحسب نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$۲۱۸ \times ۱۰^{-۳}\mu\text{m} = ۲/۱۸ \times ۱۰^{۲} \times ۱۰^{-۳}\mu\text{m} = ۲/۱۸ \times ۱۰^{-۱}\mu\text{m}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۴۲- گزینهٔ «۴» *(مجتبی نکوئیان)*

با استفاده از رابطهٔ چگالی $(\rho = \frac{m}{V})$ می‌توان نوشت:

$$V_{۱\text{یخ}} = \frac{m_{۱\text{یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}} \xrightarrow[\rho_{\text{یخ}} = ۰/۹ \frac{g}{cm^۳}]{m_{۱\text{یخ}} = ۶/۳\text{kg} = ۶۳۰۰\text{g}}$$

$$V_{۱\text{یخ}} = V_{۱\text{ کل}} = \frac{۶۳۰۰}{۰/۹} = ۷۰۰۰\text{cm}^۳$$

$$V_{۲\text{ کل}} = V_{۲\text{یخ}} + V_{۲\text{آب}} = \frac{m_{۲\text{یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}} + \frac{m_{۲\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}}$$

$$\xrightarrow{m_{۲\text{ آب}} = ۰/۴ m_{۱\text{یخ}} \ ,\ m_{۲\text{یخ}} = ۰/۶ m_{۱\text{یخ}}}$$

$$V_{۲\text{ کل}} = \frac{(۰/۶)(۶۳۰۰)}{۰/۹} + \frac{(۰/۴)(۶۳۰۰)}{۱}$$

$$= ۴۲۰۰ + ۲۵۲۰ = ۶۷۲۰\text{cm}^۳$$

و در نهایت، درصد تغییرات حجم را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{V_{۲\text{ کل}} - V_{۱\text{ کل}}}{V_{۱\text{ کل}}} \times ۱۰۰$$

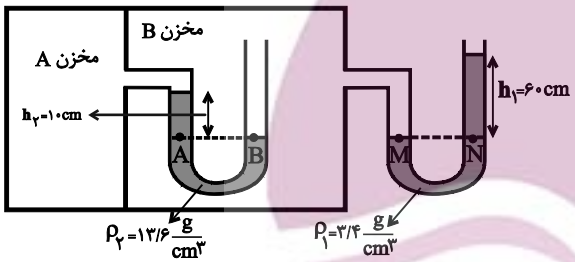
$$\Rightarrow \frac{۶۷۲۰ - ۷۰۰۰}{۷۰۰۰} \times ۱۰۰ = -۴\%$$

بنابراین حجم مخلوط، ۴ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴۳- گزینهٔ «۴» *(محمد مقدم)*

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{A_{\text{مخزن}}} + \rho_۲ g h_۲ = P_{B_{\text{مخزن}}} \quad (۱)$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{B_{\text{مخزن}}} = \rho_۱ g h_۱ + P_۰ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} P_{A_{\text{مخزن}}} + \rho_۲ g h_۲ = \rho_۱ g h_۱ + P_۰$$

$$\Rightarrow P_{A_{\text{مخزن}}} - P_۰ = \rho_۱ g h_۱ - \rho_۲ g h_۲$$

$$\Rightarrow P_g = ۳/۴ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰/۶ - ۱۳/۶ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰/۱$$

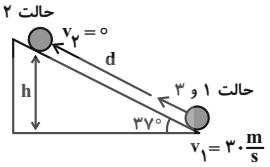
$$= ۲۰/۴ \times ۱۰^۳ - ۱۳/۶ \times ۱۰^۳ = ۶/۸ \times ۱۰^۳\text{Pa} = ۶/۸\text{kPa}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۴- گزینهٔ «۲» *(محمود منصوری)*

اگر فاصلهٔ نقطهٔ پرتاب تا توقف در امتداد سطح شیبدار را d بنامیم، خواهیم داشت:



$$h = d\sin 37^\circ = d\times 0/6$$

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = f\,d\cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\times 10\times(d\times 0/6) - \frac{1}{2}\times 2\times 30^2 = 6\times d\times(-1) \Rightarrow d = 50\,m$$

$$W_f = f\,d\cos 180^\circ = 6\times 50\times(-1) = -300\,J$$

نکته: چون نیروی اصطکاک در طول مسیر ثابت است، کار نیروی اصطکاک در رفت و برگشت با هم برابر است. در رفت و برگشت داریم:

$$E_3 - E_1 = 2W_f \Rightarrow K_3 - K_1 = 2W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m(v_3^2 - v_1^2) = 2\times(-300) \Rightarrow \frac{1}{2}\times 2\times(v_3^2 - 900) = -600$$

$$\Rightarrow v_3^2 = 300 \Rightarrow v_3 = \sqrt{300}\frac{m}{s} = 10\sqrt{3}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان - صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۴۵- گزینهٔ «۳» *(مهران اسماعیلی)*

ابتدا با داشتن حجم و چگالی آب، جرم آب خروجی در هر ثانیه را محاسبه می‌کنیم:

$$V = 12\,L = 12\times 10^{-3}\,m^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow[V=12\times 10^{-3}\,m^3]{\rho = 1000\frac{kg}{m^3}}$$

$$m = 1000\times 12\times 10^{-3} = 12\,kg$$

سپس توان خروجی پمپ را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{پمپ}} = Ra\times P_{\text{مصرفی}} \xrightarrow[P_{\text{مصرفی}}=9kW=9000W]{Ra=0/8}$$

$$P_{\text{پمپ}} = 0/8\times 9000 = 7200\,W$$

کار پمپ را در مدت یک ثانیه محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{پمپ}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t} \xrightarrow[t=1s]{P_{\text{پمپ}}=7200W} 7200 = \frac{W_{\text{پمپ}}}{1}$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 7200\,J$$

حال با توجه به قضیهٔ کار - انرژی جنبشی، تندی خروج آب از لوله را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta K = W_t \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_{\text{وزن}} + W_{\text{پمپ}}$$

تندی اولیه آب در ته چاه برابر صفر است $(v_0 = 0)$ و کار وزن آب در جابه‌جایی از ته چاه تا لولهٔ خروجی برابر است با:

$$W_{\text{وزن}} = -mgh \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = -mgh + W_{\text{پمپ}}$$

$$\xrightarrow[W_{\text{پمپ}}=7200J\ ,\ g=10\frac{N}{kg}]{m=12kg\ ,\ h=30m} \frac{1}{2}\times 12v^2 = -12\times 10\times 30 + 7200$$

$$\Rightarrow 6v^2 = 3600 \Rightarrow v^2 = 600 \Rightarrow v = 10\sqrt{6}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴ و ۷۳ تا ۷۶)

۴۶- گزینهٔ «۳» *(مصطفی واثقی)*

ابتدا ضریب انبساط طولی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta A = A_1(2\alpha)\Delta\theta$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

درصد تغییر مساحت $= \frac{\Delta A}{A_1} \times ۱۰۰ = (۲\alpha)\Delta\theta \times ۱۰۰ = ۰/۲$

$\xrightarrow{\Delta\theta = ۷۰ - ۱۰ = ۶۰^\circ C} ۲\alpha(۶۰) = ۲ \times ۱۰^{-۳}$

$\Rightarrow \alpha = \frac{۱}{۶۰} \times ۱۰^{-۳} C^{-۱}$

درصد تغییر حجم $= \frac{\Delta V}{V_1} \times ۱۰۰ = (۳\alpha)\Delta\theta \times ۱۰۰ = ۰/۳$

$\alpha\Delta\theta = ۱۰^{-۳} \xrightarrow{\alpha = \frac{۱}{۶۰} \times ۱۰^{-۳} C^{-۱}}$

$\frac{۱}{۶۰} \times ۱۰^{-۳} \Delta\theta = ۱۰^{-۳} \Rightarrow \Delta\theta = ۶۰^\circ C$

$\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱ \xrightarrow[\theta_۱ = ۱۰^\circ C]{\Delta\theta = ۶۰^\circ C} ۶۰ = \theta_۲ - ۱۰ \Rightarrow \theta_۲ = ۷۰^\circ C$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

۴۷- گزینهٔ «۱» *(مجتبی نکوئیان)*

براساس قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله شده در حالت تعادل گرمایی، برابر صفر است، پس:

$Q_{\text{گرماسنج}} + Q_{\text{آب } ۵۰^\circ C} + Q_{\text{آب } ۳۰^\circ C} = ۰$

$\Rightarrow C_{\text{گرماسنج}}\Delta\theta + m_{\text{آب } ۵۰^\circ C} c_{\text{آب}}\Delta\theta + m_{\text{آب } ۳۰^\circ C} c_{\text{آب}}\Delta\theta' = ۰$

$\xrightarrow{m_{\text{آب } ۳۰^\circ C} = ۵۰۰ - m \ , \ m_{\text{آب } ۵۰^\circ C} = ۲m}$

$c_{\text{آب}} = ۴/۲ \frac{J}{g.K} \ , \ c_{\text{گرماسنج}} = ۲۵۲ \frac{J}{K} \ , \ \Delta\theta = ۵^\circ C \ , \ \Delta\theta' = -۱۵^\circ C$

$(۵۰۰ - m)(۴/۲)(۵) + ۲m(۴/۲)(-۱۵) + ۲۵۲(۵) = ۰$

$\Rightarrow ۵۰۰ - m - ۶m + ۶۰ = ۰ \Rightarrow ۵۶۰ - ۷m = ۰ \Rightarrow m = ۸۰g$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

۴۸- گزینهٔ «۱» *(دانیال راستی)*

طبق معادله حالت برای گازهای آرمانی داریم: $PV = nRT$

با توجه به ثابت بودن nR داریم: $\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲}$ (۱)

فشار آب در عمق $۳۰۵m$ برابر است با:

$P_۱ = P_۰ + \rho_{\text{آب}} g h_۱ \xrightarrow[g = ۱۰ \frac{N}{kg}, P_۰ = ۱۰^۵ Pa]{h_۱ = ۳۰۵m, \rho_{\text{آب}} = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}}$

$P_۱ = ۱۰^۵ + ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۳۰۵ = ۳۱۵ \times ۱۰^۴ Pa$

و در عمق $h_۲ = h_۱ - ۲۱۵ = ۹۰m$ برابر است با:

$P_۲ = P_۰ + \rho_{\text{آب}} g h_۲ \xrightarrow[g = ۱۰ \frac{N}{kg}, P_۰ = ۱۰^۵ Pa]{h_۲ = ۹۰m, \rho_{\text{آب}} = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}}$

$P_۲ = ۱۰^۵ + ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۹۰ = ۱۰۰ \times ۱۰^۴ Pa$

با توجه به نسبت مساحت سطح‌ها، نسبت حجم‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$V = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ \quad , \quad S = ۴\pi R^۲$

$\frac{V_۲}{V_۱} = (\frac{S_۲}{S_۱})^{\frac{۳}{۲}} = (\frac{۱۸cm^۲}{۸cm^۲})^{\frac{۳}{۲}} = (\frac{۹}{۴})^{\frac{۳}{۲}} = \frac{۲۷}{۸}$

در نهایت با توجه به معادلهٔ (۱) داریم:

$(۱) \xrightarrow[P_۲ = ۱۰۰ \times ۱۰^۴ Pa]{V_۲ = \frac{۲۷}{۸} V_۱, P_۱ = ۳۱۵ \times ۱۰^۴ Pa}$

$\frac{۳۱۵ \times ۱۰^۴ V_۱}{T_۱} = \frac{۱۰۰ \times ۱۰^۴ \times ۲۷ \times V_۱}{T_۲ \times ۸} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \frac{۱۵}{۱۴}$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۴۹- گزینهٔ «۱» *(محمد نهاوندی‌مقدم)*

چون حاصل‌ضرب PV در حالت a و c با هم برابر است، بنابراین دمای این دو نقطه یکسان است که می‌توان نتیجه گرفت انرژی درونی حالت a و c با هم برابر است و $\Delta U_{abc} = ۰$ است و چون فرایند ab هم‌حجم است، کار آن صفر بوده و چون فرایند bc بی‌دررو است، $Q_{bc} = ۰$ است.

بنابراین داریم:

$$\Delta U_{abc} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} = ۰$$

$$\Rightarrow Q_{ab} + \cancel{W_{ab}^{۰}} + \cancel{Q_{bc}^{۰}} + W_{bc} = ۰$$

$$\xrightarrow{W_{bc} = -۷۰۰J} Q_{ab} = +۷۰۰J$$

اندازهٔ کار برابر با مساحت زیر نمودار $P-V$ است و چون فرایند ca تراکمی است، علامت کار دستگاه روی محیط منفی است و داریم:

$$W'_{ca} = -\frac{۲+۱}{۲} \times ۳ \times (۱۰^{۵} \times ۱۰^{-۳}) = -۴۵۰J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک - صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

۵۰- گزینهٔ «۳» *(دانیال راستی)*

در مرحلهٔ ضربهٔ تراکم، پیستون بالا می‌آید و به سرعت مخلوط بنزین و هوا را متراکم می‌کند. بنابراین این فرایند بی‌دررو است.

در مرحلهٔ ضربهٔ قدرت، به دلیل فشار زیاد، مخلوط با سرعت زیاد منبسط می‌شود. بنابراین این فرایند بی‌دررو است.

در مرحلهٔ ضربهٔ مکش، سوپاپ ورودی باز است و پیستون پایین می‌رود، چون در این مرحله دریچه باز است، فشار درون استوانه، ثابت و برابر فشار جو است.

در مرحلهٔ ضربهٔ خروج گاز، سوپاپ خروجی باز است و پیستون بالا می‌رود. در این مرحله نیز چون دریچه باز است، فشار، ثابت و برابر فشار جو است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک - صفحهٔ ۱۴۳)

فیزیک (۱) ـ سؤالات آشنا

۵۱- گزینهٔ «۱» *(کتاب زرد)*

با توجه به سازگاری یکاها در روابط فیزیکی، داریم:

$$[x] = [C] \Rightarrow C: \text{طول}$$

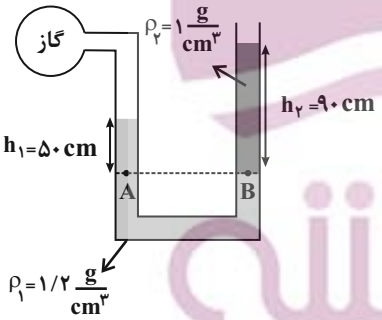
$$[x] = [B]s^{۲} \Rightarrow [B] = \frac{m}{s^{۲}} \Rightarrow [B]: \text{شتاب}$$

$$[x] = [\frac{AB\,t^{۳}}{C}] \Rightarrow [A] = \frac{m \times m}{\frac{m}{s^{۲}} \times s^{۳}} = \frac{m}{s} \Rightarrow [A]: \text{سرعت}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری- صفحهٔ ۱۱)

۵۲- گزینهٔ «۱» *(کتاب زرد)*

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن داریم:



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_۱ g h_۱ = P_۰ + \rho_۲ g h_۲$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_۰ = g(\rho_۲ h_۲ - \rho_۱ h_۱)$$

$$\Rightarrow P_g = ۱۰(۱۰^{۳} \times ۹۰ \times ۱۰^{-۲} - ۱/۲ \times ۱۰^{۳} \times ۵۰ \times ۱۰^{-۲})$$

$$\Rightarrow P_g = ۳۰۰۰Pa$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۳- گزینهٔ «۱» *(کتاب زرد)*

افزایش هر قطره به وزن W_1 به آب درون لوله، باعث افزایش ارتفاع آن به اندازهٔ h خواهد شد.

$$W = mg = \rho Vg = \rho hag \Rightarrow h = \frac{W}{\rho ag}$$

حال افزایش نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب برابر است با:

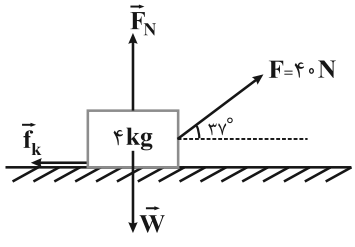
$$\Delta F = \Delta P \,.\, A = \rho gh \,.\, A = \rho g \frac{W}{\rho ag} A \Rightarrow \Delta F = \frac{A}{a} W$$

$$\xrightarrow[a=۲cm^۲]{A=۱۰^۲ cm^۲} \Delta F = \frac{۱۰۰}{۲} W \Rightarrow \Delta F = ۵۰W$$

از طرفی افزایش نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، برابر با وزن قطرهٔ آب اضافه شده به ظرف است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۵۴- گزینهٔ «۲» *(کتاب زرد)*



طبق قضیهٔ کار – انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱$$

$$\Rightarrow W_F + W_{f_k} + W_{mg} + W_{F_N} = K_۲ - K_۱$$

$$\Rightarrow Fd\cos ۳۷^\circ + f_k d\cos(۱۸۰^\circ) + ۰ + ۰ = \frac{۱}{۲} m\left(v_۲^۲ - v_۱^۲\right)$$

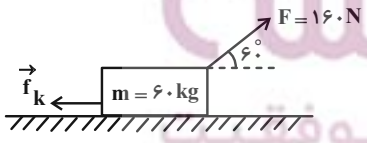
$$\Rightarrow (۴۰\times ۱/۶\times ۰/۸) + (f_k \times ۱/۶\times(-۱)) = \frac{۱}{۲}\times ۴\times\left(۴^۲ - ۰^۲\right)$$

$$\Rightarrow f_k = ۱۲N$$

دقت کنید چون نیروهای $\vec{W}$ و $\vec{F}_N$ بر جابه‌جایی افقی جسم عمود هستند، کار آن‌ها برابر صفر است.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۵۵- گزینهٔ «۳» *(کتاب زرد)*



چون تندی حرکت صندوق ثابت است، طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = W_F + W_{f_k} = ۰$$
$$\Rightarrow W_{f_k} = -W_F$$
$$\Rightarrow W_{f_k} = -Fd\cos\theta = -۱۶۰\times ۵\times ۰/۵ = -۴۰۰J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۶- گزینهٔ «۲» *(کتاب زرد)*

با استفاده از رابطهٔ بین انبساط حجمی با تغییر دما، می‌توان نوشت:

$$\Delta V = 3\alpha V_1 \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1}\times 100 = 3\alpha\Delta\theta\times 100$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1}\times 100 = 3\times 3\times 10^{-5}\times 200\times 100$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1}\times 100 = 1/8\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

۵۷- گزینهٔ «۴» *(کتاب زرد)*

ابتدا دمای $50^\circ F$ را به درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کنیم.

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 50 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \theta = 10^\circ C$$

یخ صفر درجهٔ سلسیوس ابتدا گرما گرفته تا به آب صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل شده و سپس آب صفر درجهٔ سلسیوس با گرفتن گرما به آب $10^\circ C$ تبدیل می‌شود. داریم:

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = mL_F + mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = 20\times 336 + 20\times 4/2\times 10 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 7560\,J$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۵۸- گزینهٔ «۳» *(کتاب زرد)*

مورد (ب) انتقال گرما به روش همرفت و مورد (ج) انتقال گرما به روش تابش است.

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

۵۹- گزینهٔ «۳» *(کتاب زرد)*

با استفاده از تعریف فشار پیمانه‌ای داریم:

$$P_1 - P_0 = 5\times 10^4 \xrightarrow{P_0 = 10^5\,Pa} P_1 = 1/5\times 10^5\,Pa$$

$$P_2 - P_0 = 10\times 10^4 \xrightarrow{P_0 = 10^5\,Pa} P_2 = 2\times 10^5\,Pa$$

حال با استفاده از معادلهٔ حالت گازهای کامل داریم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1/5\times 10^5\times V_1}{T_1} = \frac{2\times 10^5\times 2V_1}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{8}{3}$$

انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل با دمای مطلق گاز رابطهٔ مستقیم دارد. بنابراین:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{U_2}{600} = \frac{8}{3} \Rightarrow U_2 = 1600\,J$$

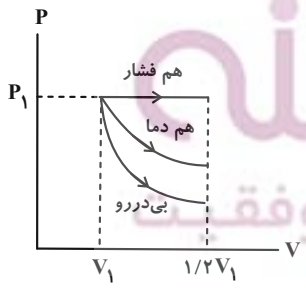
(فیزیک ۱- ترمودینامیک- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۱)

۶۰- گزینهٔ «۱» *(کتاب زرد)*

الف) درست

ب) نادرست؛ در فرایند هم‌دما، تغییر انرژی درونی صفر است، بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک، داریم:

$$\Delta U_{\text{هم‌دما}} = Q_{\text{هم‌دما}} + W_{\text{هم‌دما}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{هم‌دما}} = -W_{\text{هم‌دما}}$$



پ) درست

ت) نادرست؛ در فرایند هم‌فشار، چون حجم گاز افزایش یافته است، پس دمای مطلق گاز نیز طبق رابطهٔ $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ افزایش یافته است و بنابراین انرژی درونی گاز طی فرایند هم‌فشار افزایش یافته است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

شیمی (۱)

۶۱- گزینهٔ «۲» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

خواص شیمیایی عناصر هر ستون (گروه) از جدول تناوبی با هم مشابه (نه یکسان) است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

۶۲- گزینهٔ «۴» *(رئوف اسلام‌دوست)*

$$\text{تعداد مولکول‌های } NH_3 = 5/1\,g\,NH_3 \times \frac{1\,mol\,NH_3}{17\,g\,NH_3}$$

$$\times \frac{N_A NH_3}{1\,mol\,NH_3} = 0/3 N_A NH_3$$

$$\frac{\text{تعداد اتم‌ها در } 47/5 \text{ گرم } X_2}{0/3 N_A NH_3} = \frac{25}{3}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد اتم‌ها در } 47/5 \text{ گرم } X_2 = 2/5 N_A$$

$$47/5\,g\,X_2 \times \frac{1\,mol\,X_2}{M\,g\,X_2} \times \frac{2\,mol\,X}{1\,mol\,X_2}$$

$$\times \frac{N_A X}{1\,mol\,X} = 2/5 N_A(X) \Rightarrow M = 38\,g.mol^{-1}$$

M جرم مولی X_2 است پس جرم مولی **X** برابر ۱۹ است.

عنصر **X** همان فلوئور $\left(^{19}_{9}F\right)$ است $\Rightarrow X = 19\,g.mol^{-1}$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۶۳- گزینهٔ «۲» *(رئوف اسلام‌دوست)*

عبارت‌های (آ) و (ب) نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) دومین عنصر دستهٔ **p** در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای عناصر، $_{14}Si$ است که به‌طور معمول یون تک اتمی تشکیل نمی‌دهد.

ب) آرایش الکترون – نقطه‌ای $\cdot\ddot{X}\cdot$ می‌تواند مربوط به عنصری از گروه ۱۵ جدول دوره‌ای عناصر باشد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۶۴- گزینهٔ «۴» *(هامد پویان‌نظر)*

ترکیب یونی از لحاظ بار الکتریکی خنثی است، زیرا مجموع بار الکتریکی کاتیون‌ها برابر مجموع بار الکتریکی آنیون‌ها است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۶۵- گزینهٔ «۳» *(نواب میان‌دوآب)*

فراوان‌ترین گاز موجود در هوای خشک و پاک، نیتروژن (N_2) است که گازی دو اتمی است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۶۶- گزینهٔ «۲» *(سروش عبادی)*

عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «آ»: معادلهٔ واکنش سوختن متان $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$

مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها (۳) و فراورده‌ها (۳) یکسان است.

عبارت «ب»: معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش سوختن کامل اتانول:

$$C_2H_5OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$$

اختلاف بزرگ‌ترین ضریب استوکیومتری (۳) از کوچک‌ترین آن (۱) برابر ۲ است.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

عبارت «پ»: معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش سوختن ناقص پروپان:

$$۲C_۳H_۸ + ۷O_۲ \rightarrow ۶CO + ۸H_۲O$$

نسبت بیشترین ضریب (۸) به کمترین آن (۲) برابر ۴ است.

عبارت «ت»: پلاتین $(Pt(s))$ کاتالیزگر سوختن گاز هیدروژن است. اگر عدد اتمی آن برابر ۷۸ باشد، بین آن و گاز رادون که هم‌دوره‌اش است، $(۸۶-۷۸)-۱=۷$ عنصر قرار دارد. (عدد اتمی $_{۸۶}Rn$ را بلد باشید.)

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰ و ۶۲ تا ۶۵)

۶۷- گزینهٔ «۱» *(رئوف اسلام‌دوست)*

همهٔ عبارت‌های داده شده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) نیتروژن مایع، دمای بسیار پایینی دارد و از اجسام اطراف خود گرمای بسیار زیادی جذب می‌کند. همین موضوع سبب کاهش دمای هوای درون بادکنک‌ها و در نتیجه کاهش حجم این بادکنک‌ها می‌شود.

ب) گازها حجم و شکل مشخصی ندارند. مایعات نیز شکل مشخصی ندارند و به شکل ظرفی که در آن ریخته می‌شوند، در می‌آیند.

پ) در شرایط **STP** یک مول از گازهای مختلف $۲۲/۴L$ حجم دارند، پس داریم:

$$?LH_۲ = ۱/۶gH_۲ \times \frac{۱molH_۲}{۲gH_۲} \times \frac{۲۲/۴LH_۲}{۱molH_۲}$$

$$= ۰/۸ \times ۲۲/۴LH_۲$$

$$?LO_۲ = ۲۵/۶gO_۲ \times \frac{۱molO_۲}{۳۲gO_۲} \times \frac{۲۲/۴LO_۲}{۱molO_۲}$$

$$= ۰/۸ \times ۲۲/۴LO_۲$$

ت) گلوکز مطابق معادلهٔ زیر اکسایش می‌یابد:

$$C_۶H_{۱۲}O_۶(aq) + ۶O_۲(g) \rightarrow ۶CO_۲(g) + ۶H_۲O(l)$$

پس داریم:

$$?molفراورده = ۰/۱molگلوکز \times \frac{۱۲molفراورده}{۱molگلوکز}$$

$$فراورده = ۱/۲mol$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۷۶ تا ۸۰)

۶۸- گزینهٔ «۲» *(امیرمحمد بائو)*

عبارت‌های «پ» و «ث» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) کاربرد سدیم کلرید برای ذوب کردن یخ جاده‌ها از کاربرد آن در تولید سدیم کربنات بیشتر است.

ث) مواد شیمیایی موجود در آب دریا به روش‌های فیزیکی و شیمیایی قابل جداسازی هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۸۹ تا ۱۰۰)

۶۹- گزینهٔ «۴» *(امیر حاتمیان)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) نیروی جاذبه میان مولکول‌ها در محلول اتانول در آب بیشتر از میانگین نیروی جاذبه میان مولکول‌های آب خالص و اتانول خالص است. از این رو اتانول به خوبی در آب حل می‌شود.

۲) $BaSO_۴$ مادهٔ نامحلول در آب است و نیروی جاذبهٔ آن با آب در مقایسهٔ انجام شده کمتر از میانگین پیوند یونی در $BaSO_۴$ و پیوند هیدروژنی در آب است.

۳) گشتاور دوقطبی استون بزرگ‌تر از صفر است و گشتاور دوقطبی ید برابر صفر است.

۴) چون KNO_3 در آب محلول است مقایسهٔ انجام شده باید برعکس انجام شود و نیروی جاذبهٔ KNO_3 با آب باید بیشتر از میانگین پیوند یونی در KNO_3 و پیوند هیدروژنی در آب باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۲)

۷۰- گزینهٔ «۴» *(امیر حاتمیان)*

$$۱)\ ?\,mol\,NaHCO_3 = ۸/۴g\,NaHCO_3 \times \frac{۱mol\,NaHCO_3}{۸۴g\,NaHCO_3} = ۰/۱molNaHCO_3$$

$$\xrightarrow[\text{غلظت مولی}]{M=\frac{n}{V}} M = \frac{۰/۱}{۰/۴} = ۰/۲۵mol.L^{-۱}$$

$$۲)\ ?\,mol\,NaCl = ۵/۸۵g\,NaCl \times \frac{۱mol\,NaCl}{۵۸/۵g\,NaCl} = ۰/۱molNaCl$$

$$\xrightarrow[\text{غلظت مولی}]{M=\frac{n}{V}} M = \frac{۰/۱}{۰/۲} = ۰/۵mol.L^{-۱}$$

پس محلول سمت راست یعنی $NaCl$ غلیظ‌تر است.

فرآیند اسمز تا جایی که غلظت ۲ محلول تقریباً برابر شود ادامه می‌یابد و ادامه فرآیند جابه‌جایی مولکول‌های آب تا رسیدن به تعادل و یکسان شدن غلظت محلول دو ظرف کافی است و نیازی به انتقال کامل آب به ظرف دیگر نیست.

نکته: از آنجایی‌که نسبت آنیون‌ها به کاتیون‌ها در هر دو ترکیب برابر ۱ است، برای حل مسئله از غلظت ترکیب یونی به‌جای غلظت یون‌ها استفاده شده است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰ و ۱۱۸)

شیمی (۱) ــ سؤالات آشنا

۷۱- گزینهٔ «۳» *(کتاب زرد)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) انرژی لایه‌ها با دور شدن از هسته اتم افزایش، اما تفاوت انرژی میان آن‌ها با دور شدن از هسته اتم کاهش می‌یابد.

۲) الکترون در اتم برانگیخته تمایل دارد با از دست دادن انرژی به‌صورت نور به لایه‌های پایین‌تر منتقل شود، اما ممکن است این انتقال به لایه‌هایی به غیر از حالت پایه انجام شود.

۴) استدلال مطرح شده در این گزینه درست است، اما در انتقال الکترون از لایهٔ چهارم به لایهٔ سوم، طول موج باید در ناحیه فروسرخ باشد و عدد ۴۸۶ نانومتر مربوط به طول موج انتقال الکترون از لایهٔ چهارم به لایهٔ دوم در اتم هیدروژن است.

$$E_{n=۴\to n=۳} < E_{n=۳\to n=۲} \Rightarrow \lambda_{n=۴\to n=۳} > \lambda_{n=۳\to n=۲}$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۹ تا ۲۷)

۷۲- گزینهٔ «۳» *(کتاب زرد)*

فقط عبارت اول نادرست است.

ایزوتوپ ^{۲۳۵}U درمخلوط طبیعی آن فراوانی کمتر از ۰/۷ درصد دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۳- گزینهٔ «۲» *(کتاب زرد)*

عناصر A، M و X به‌ترتیب، ^{۲۷}CO، ^{۲۸}Ni و ^{۳۴}Se هستند.

عبارت اول و پنجم نادرست است.

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: $_{28}Ni$ در گروه ۱۰ جای دارد.

عبارت دوم: هر سه اتم در زیرلایه 4s خود، ۲ الکترون دارند.

عبارت سوم: آرایش الکترونی $_{34}Se$ به $_{36}Kr$ می‌رسد و همه زیر لایه‌های الکترونی پر شده‌اند.

عبارت چهارم: در زیرلایه 3d عناصر CO و Ni به‌ترتیب ۷ و ۸ الکترون وجود دارد.

عبارت پنجم: ایزوتوپ‌های یک عنصر عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت دارند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۵، ۶، ۹ تا ۱۳ و ۳۰ تا ۳۹)

۷۴- گزینهٔ «۲» *(کتاب زرد)*

عبارت‌های سوم و پنجم طبق متن کتاب درسی شیمی ۱ صفحهٔ ۱۰۸ نادرست هستند.

نادرستی عبارت سوم: مولکول‌های آب با پیوند هیدروژنی به یکدیگر متصل هستند.

نادرستی عبارت پنجم: در حالت جامد، مولکول‌های آب در جایگاه‌های به نسبت ثابتی قرار دارند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۷۵- گزینهٔ «۱» *(کتاب زرد)*

از آنجا که انحلال‌پذیری گازها در آب دریا کمتر از آب آشامیدنی است، متوجه می‌شویم که نمودار پایینی مربوط به انحلال‌پذیری اکسیژن در آب دریا است و با افزایش دما، نمودار آن نسبت به نمودار انحلال‌پذیری اکسیژن در آب آشامیدنی، با شیب کمتری کاهش انحلال‌پذیری را نشان می‌دهد که بیانگر تأثیر بیشتر افزایش دما به کاهش انحلال‌پذیری اکسیژن در آب آشامیدنی است.

بررسی برخی از سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: طبق نمودار داریم:

$$\frac{\text{انحلال‌پذیری اکسیژن در آب آشامیدنی } 5^\circ C}{\text{انحلال‌پذیری اکسیژن در آب آشامیدنی } 30^\circ C} \simeq \frac{1/4}{0/8} = 1/75$$

گزینهٔ «۳»: طبق نمودار داریم:

$$\frac{\text{انحلال‌پذیری اکسیژن در آب دریا } 5^\circ C}{\text{انحلال‌پذیری اکسیژن در آب دریا } 45^\circ C} \simeq \frac{1/1}{0/5} = 2/2$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵ و ۱۲۱)

۷۶- گزینهٔ «۳» *(کتاب زرد)*

$$_{36}X: 1s^2\ 2s^2\ \underline{2p^6}\ 3s^2\ \underline{3p^6}\ \underline{3d^{10}}\ 4s^2\ \underline{4p^6}$$

شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l=1$ (p)

$$\Rightarrow 2p^6\ ,\ 3p^6\ ,\ 4p^6 = 18$$

$$_{29}Z: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ \underline{3d^{10}}\ 4s^1$$

شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l=2$ (d)

$$\Rightarrow 3d^{10} = 10$$

(دقت کنید که $_{29}Z$ همان $_{29}Cu$ است که از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند.)

$$\Rightarrow \frac{18}{10} = 1/8 \quad \text{نسبت خواسته شده}$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۷۷- گزینهٔ «۴» *(کتاب زرد)*

تمام داده‌های هر ۴ ردیف درست‌اند؛ بررسی کاتیون هر یک:

۱) $_{29}Cu^{1+} : [Ar]\ 3d^{10}$

۲) $_{26}Fe^{3+} : [Ar]\ 3d^{5}$

۳) $_{24}Cr^{2+} : [Ar]\ 3d^{4}$

۴) $_{21}Sc^{3+} : [Ne]\ 3s^{2}\ 3p^{6}$

(شیمی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۳۸، ۳۹، ۵۵، ۵۶ و ۸۹ تا ۹۲)

۷۸- گزینهٔ «۴» *(کتاب زرد)*

واکنش مطرح شده به صورت موازنه شده به صورت زیر است:

$$3CaCl_2(aq) + 2Na_3PO_4(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s) + 6NaCl(aq)$$

همهٔ موارد درست‌اند.

بررسی موارد:

عبارت اول) یون‌های Na^+ و Cl^- به صورت دست نخورده در محلول باقی می‌مانند و مقدار (مول) آن‌ها تغییر نمی‌کند و از آنجا که حجم محلول نیز ثابت است، پس غلظت آن‌ها نیز ثابت باقی می‌ماند.

عبارت دوم) نمک محلول $(NaCl)$ است:

$$?\ mol\ NaCl = 24/6\ g\ Na_3PO_4 \times \frac{1\ mol\ Na_3PO_4}{164\ g\ Na_3PO_4} \times \frac{6\ mol\ NaCl}{2\ mol\ Na_3PO_4} = 0/45\ mol\ NaCl$$

عبارت سوم) با توجه به واکنش موازنه شده درست است.

عبارت چهارم) از آنجا که مقدار یون تک اتمی (Cl^-) ثابت باقی می‌ماند اما آنیون چند اتمی (PO_4^{3-}) از محلول به صورت رسوب خارج می‌شود، این عبارت نیز درست است.

عبارت پنجم) فرمول شیمیایی فراوردهٔ نامحلول: $Ca_3(PO_4)_2$

$$\frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار اتم‌های سازندهٔ آنیون}} = \frac{3}{2\times5} = 0/3$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲ و ۹۸ تا ۱۰۰)

۷۹- گزینهٔ «۳» *(کتاب زرد)*

دستگاه گلوکومتر، غلظت قندخون را برحسب $\frac{mg}{dL}$ نشان می‌دهد و داریم:

$$\frac{105\ mg}{1\ dL} = \frac{105\times10^{-3}\ g}{0/1\ L} \Rightarrow ppm = \frac{105\times10^{-3}\ g}{100\ g}\times10^6$$

$$= 1050\ ppm$$

محلول دوم $ppm = \frac{5\times10^{-3}\ mol\times180\ g.mol^{-1}}{300\ mL\times1\ g.mL^{-1}}\times10^6$

$$= 3000\ ppm$$

نسبت خواسته شده $= \frac{1050}{3000} = 0/35$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحهٔ ۹۴ تا ۱۰۰)

۸۰- گزینهٔ «۴» *(کتاب زرد)*

ساختار مولکول‌های مطرح شده:

$:\ddot{O}=C=\ddot{O}:$ $\quad :C\equiv O: \quad$ $H-C\equiv C-H$

$CH_3-CH_2-\ddot{O}-H$

$H-C\equiv N:$

(شیمی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۴۰، ۴۱ و ۵۵ تا ۵۷)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت