

مثلثات

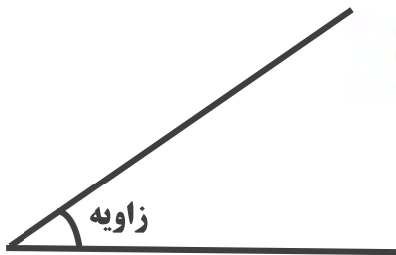
فهرست جزوه

| صفحه | مبحث |
|------|--|
| ۳ | (۱) مفاهیم مقدماتی مثلثات و رادیان (۱۱/۱۰) |
| ۷ | (۲) دایره مثلثاتی (۱۰) |
| ۱۵ | (۳) اتحادهای مثلثاتی مقدماتی (۱۰) |
| ۱۸ | (۴) تبدیل های مثلثاتی (۱۱) |
| ۲۴ | (۵) دوره تناوب و رسم توابع مثلثاتی (۱۲/۱۱) |
| ۳۵ | (۶) اتحادهای مثلثاتی ۲ برابر زاویه (۱۲) |
| ۴۳ | (۷) معادله مثلثاتی (۱۲) |
| ۵۶ | (۸) مثلثات رشته ریاضی (۱۲/۱۱) |
| ۶۶ | (۹) کاربرد مثلثات در مثلث (۱۲) |



بخش اول : مفاهیم اولیه مثلثات و رادیان

زاویه : به ناحیه‌ای که پس از برخورد دو خط بین آنها ایجاد می‌شود زاویه می‌گوییم. زاویه کمیتی برای اندازه‌گیری زاویه‌هاست که واحدهای مهم آن درجه و رادیان است.



درجه: اگر محیط دایره را به ۳۶۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم، هر قسمت یک درجه است.

مساحت : πR^2

محیط دایره : $2\pi R$

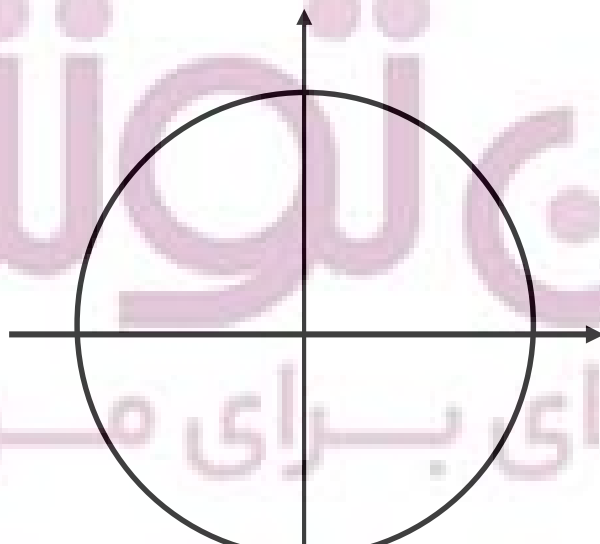
رادیان:

| | | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|------|------|
| درجه | ۳۰° | ۴۵° | ۶۰° | ۹۰° | ۱۸۰° | ۲۷۰° |
| رادیان | | | | | | |

$$\frac{180}{\pi} = \frac{D}{R}$$

تبدیل درجه و رادیان: D درجه و R رادیان باشد:

- دایره مثلثاتی دایره‌ای به شعاع یک است.
- در خلاف جهت عقربه‌های ساعت حرکت کنیم زاویه مثبت و افزایش می‌یابد
- اگر جهت عقربه‌های ساعت حرکت کنیم زاویه منفی و کاهش می‌یابد.



ایران توانمند
توشه‌ای برای موفقیت



۱- 10° درجه چند رادیان است؟

۲- 150° درجه چند رادیان است؟

۳- $\frac{2\pi}{3}$ رادیان چند درجه است؟

۴- $\frac{5\pi}{6}$ رادیان چند درجه است؟

۵- یک رادیان چند درجه است؟

۶- 2° رادیان در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

ایران تونته

توشه ای برای موفقیت



۷- ۳ رادیان در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۸- $\frac{1}{5}$ رادیان در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۹- 1000 درجه در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۱۰- ۶ رادیان در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۱۱- $\frac{775\pi}{3}$ رادیان در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

ایران توفته
توشه ای برای موفقیت



۱۲- $\frac{199\pi}{6}$ رادیان در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۱۳- $-\frac{85\pi}{5}$ رادیان درجه در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

طول کمان: طول کمان روبرو به زاویه θ در دایره به شعاع R برابر $R\theta$ است. (θ بر حسب رادیان)

مساحت قطاع: روبرو به زاویه θ در دایره به شعاع R برابر $\frac{1}{2}R^2\theta$ است. (θ بر حسب رادیان)

۱۴- قطاعی دارای شعاع ۳ و زاویه ۱۲۰ درجه است، طول کمان آن کدام است؟

$5\pi(۴)$

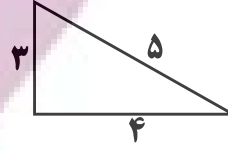
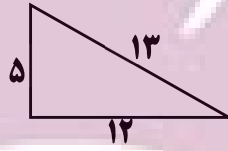
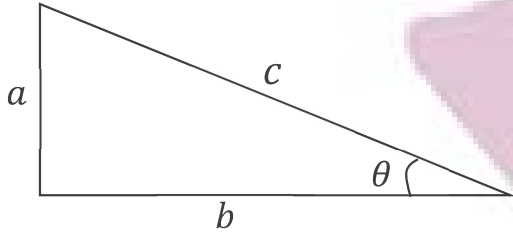
$4\pi(۳)$

$3\pi(۲)$

$2\pi(۱)$



بخش دوم: دایره مثلثاتی

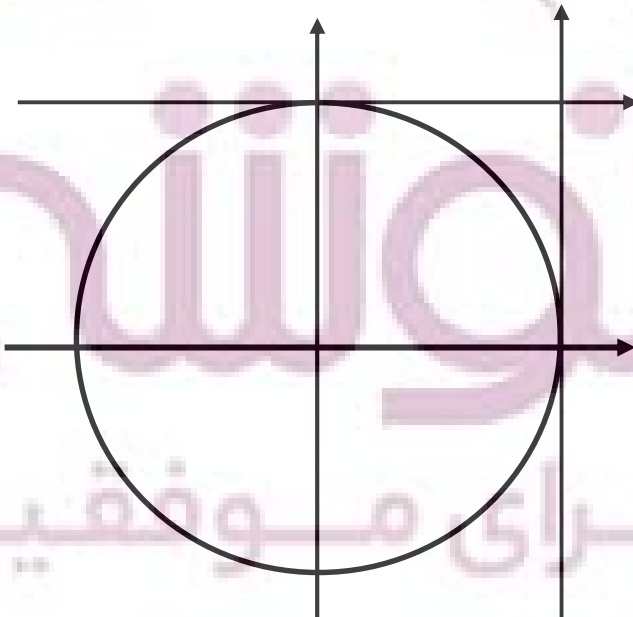
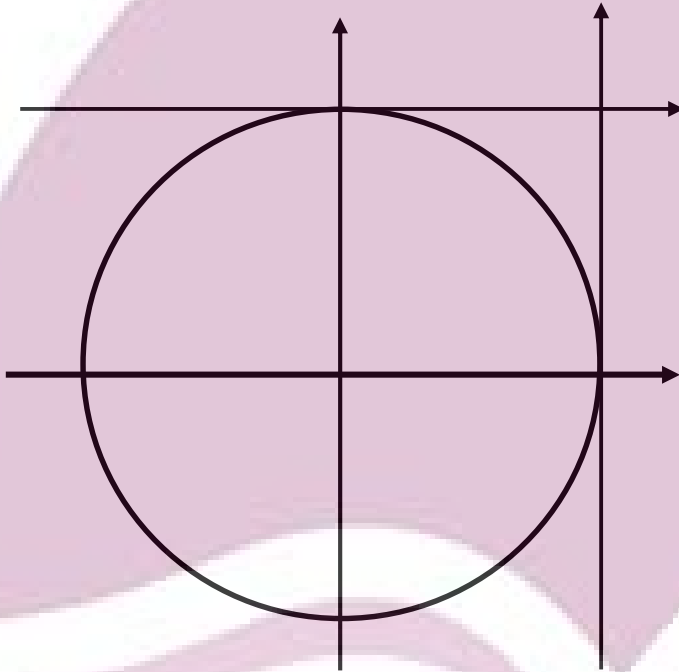


$$\sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$$

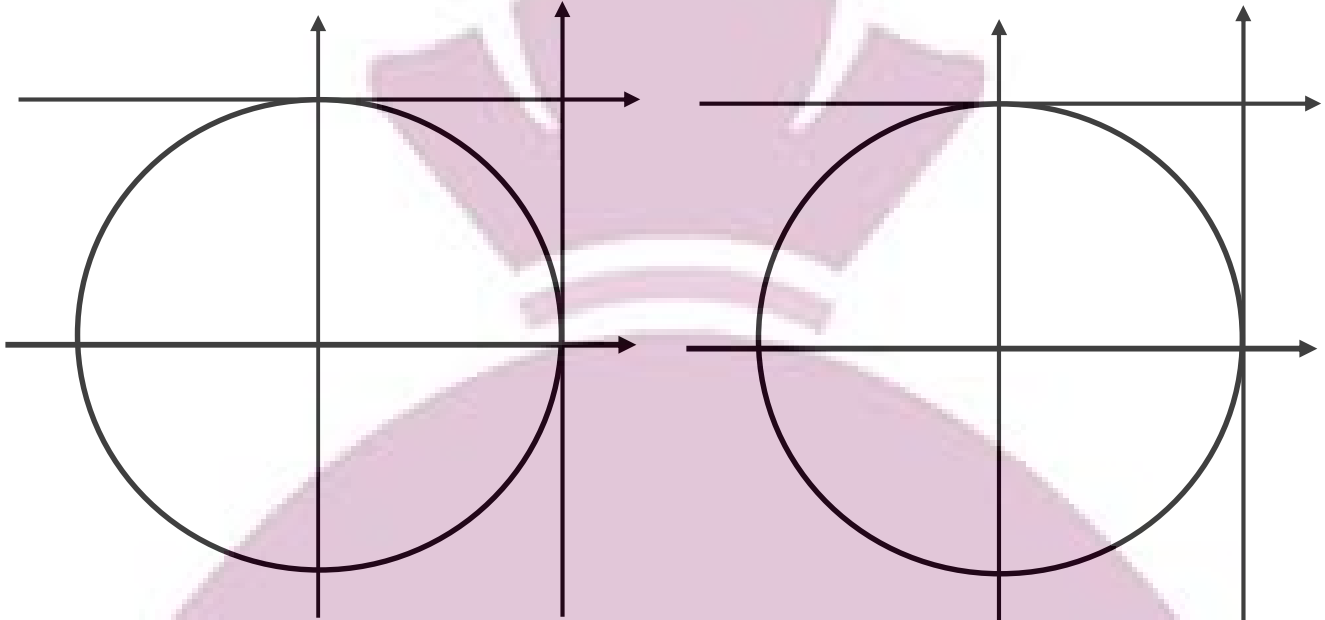
$$\cos \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}}$$



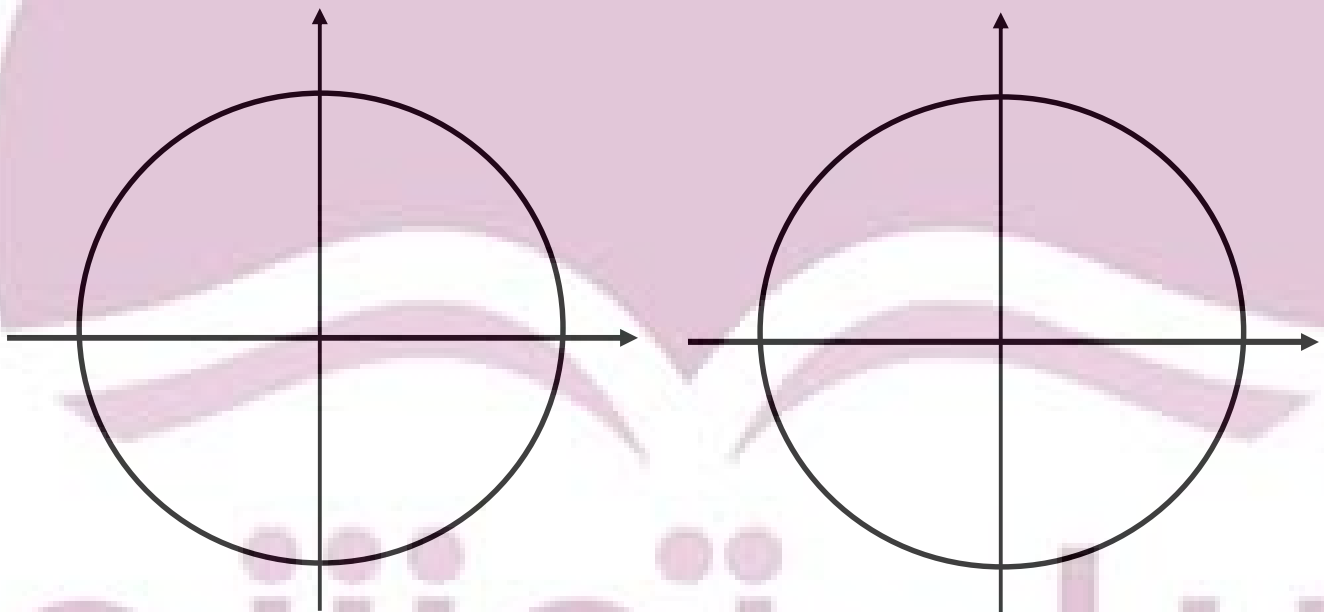
ایران توانمند
توشه ای برای موفقیت



برای پیدا کردن سینوس و کوسینوس بر روی محور های آنها تصویر می کنیم.

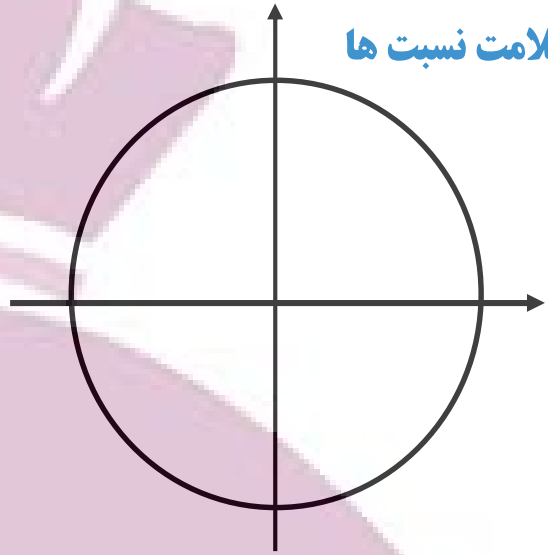
برای پیدا تانژانت و کوتانژانت زاویه را امتداد می دهیم، بینیم محور ها آنها را کجا قطع می کند؟

مقایسه سینوس ها و کوسینوس ها





علامت نسبت ها



$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$-\infty < \tan x < \infty$$

$$-\infty < \cot x < \infty$$

۱۵- در چه ناحیه هایی $\sin \theta > 0$ است؟

۱۶- در چه ناحیه هایی $\tan \theta < 0$ است؟

۱۷- در چه ناحیه هایی $\sin \theta \cos \theta > 0$ است؟

۱۸- زاویه $\frac{\pi}{4}$ بر روی دایره مثلثاتی چه نقطه ای را نشان می دهد؟

۱۹- اگر α در ناحیه دوم باشد و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد $\tan \alpha$ کدام است؟

$$-\frac{4}{3} (4)$$

$$\frac{4}{3} (3)$$

$$-\frac{3}{4} (2)$$

$$\frac{3}{4} (1)$$

ایران توتنه

توشه ای برای موفقیت



۲۰- اگر $\tan \alpha = -\frac{12}{5}$ و α در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\sin \alpha \cos \alpha$ کدام است؟ (قلچی ۱۴۰۱)

$\frac{60}{169}$ (۴)

$-\frac{60}{169}$ (۳)

$\frac{65}{144}$ (۲)

$-\frac{65}{144}$ (۱)

۲۱- اگر α زاویه ای در ناحیه چهارم باشد و $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ باشد آنگاه $\cot \alpha - \tan \alpha$ کدام است؟

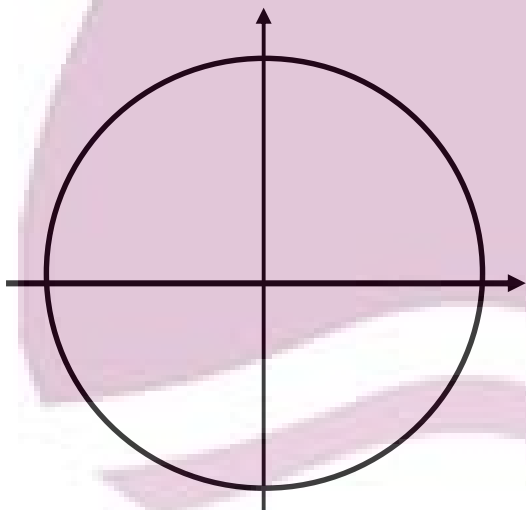
$-\frac{115}{60}$ (۴)

$-\frac{117}{60}$ (۳)

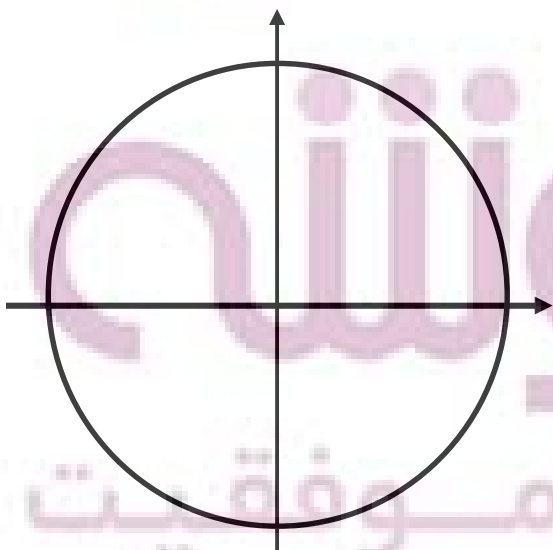
$-\frac{119}{60}$ (۲)

$-\frac{115}{60}$ (۱)

خانواده زاویه های ۴۵ درجه



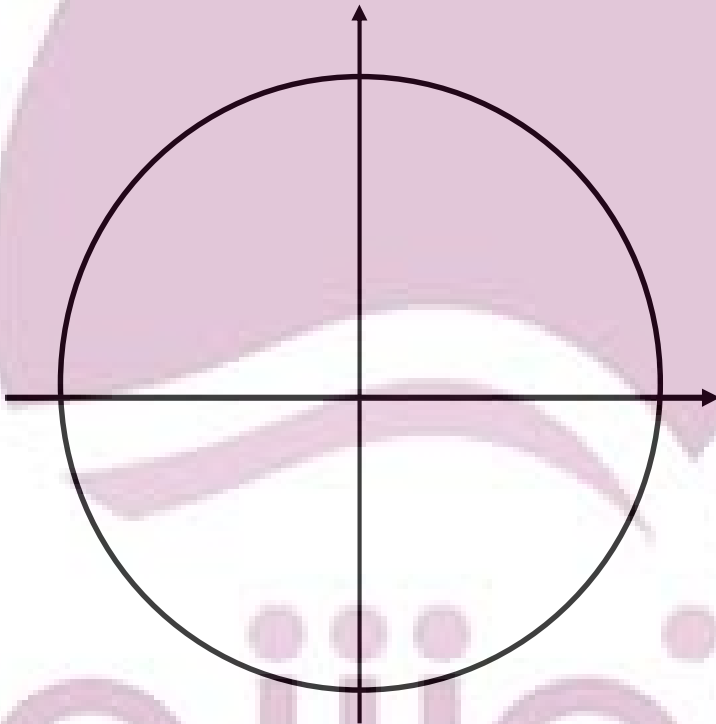
زاویه منفی و مثبت





زاویه های مهم

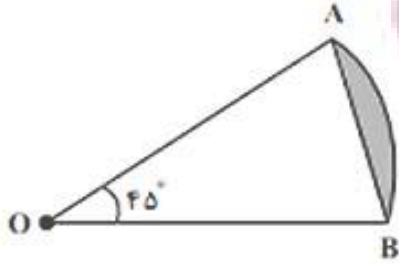
| | | | |
|------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| θ بر حسب رادیان | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{4}$ |
| θ بر حسب درجه | ۳۰ | ۶۰ | ۴۵ |
| $\sin \theta$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| $\cos \theta$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| $\tan \theta$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $\sqrt{3}$ | ۱ |
| $\cot \theta$ | $\sqrt{3}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | ۱ |



ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



۲۲- شکل زیر، بخشی از یک دایره به مرکز O و شعاع ۴ است. مساحت بخش رنگ شده و طول کمان AB کدام است؟



(قلمچی ۱۴۰۰)

(۱) π و $\pi - \sqrt{2}$

(۲) 2π و $4\sqrt{2} - \pi$

(۳) $\pi - 2\sqrt{2}$ و $\frac{\pi}{2}$

(۴) $2\pi - 2\sqrt{2}$ و $\frac{\pi}{8}$

پاسخ: ()

۲۳- دوچرخه سواری در یک مسیر دوچرخه سواری که به صورت دایره‌ای به قطر ۱۰ کیلومتر است شروع به حرکت می‌کند.

اگر این دوچرخه سوار روی محیط دایره ۲ کیلومتر حرکت کند، نسبت به مرکز دایره چه زاویه ای بر حسب درجه طی

می‌کند؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

(۴) $\frac{72}{\pi}$

(۳) $\frac{36}{\pi}$

(۲) $\frac{18}{\pi}$

(۱) $4/0$

پاسخ: ()

۲۴- اگر $\tan \theta \sin \theta < 0$ و $\cot \theta \cos \theta > 0$ در کدام ناحیه ی مثلثاتی قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

پاسخ: ()

ایران توانسته

توشه ای برای موفقیت

۲۵- اگر $\tan \alpha + \sin \alpha < 0$ و $\sin \alpha \tan \alpha > 0$ ، آنگاه انتهای کمان α در کدام ناحیه ی مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

پاسخ: ()

۲۶- نقطه ی $A(0, 1)$ روی دایره ی مثلثاتی به اندازه ی $\frac{13\pi}{4}$ رادیان در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت دوران می

کند تا به نقطه ی A' برسد. مجموع طول و عرض نقطه ی A' کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

پاسخ: ()

۲۷- اگر $\frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$ حدود $\sin x$ کدام است؟

- (۱) $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$ (۲) $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$ (۳) $\{\frac{\sqrt{3}}{2}\}$ (۴) $[\frac{1}{2}, 1]$

پاسخ: ()

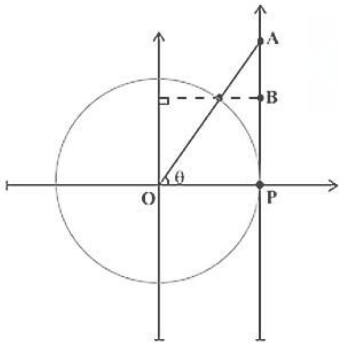
۲۸- کدام یک از موارد زیر از سایر گزینه ها کوچک تر است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) $\sin 1$ (۲) $\sin 2$ (۳) $\sin 7$ (۴) $\sin 8$

پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت

۲۹- در دایره مثلثاتی مقابل، طول پاره خط AB کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)



(۲) $\frac{1}{\cos \theta}$

(۱) $\frac{1}{\sin \theta}$

(۴) $\tan \theta - 1$

(۳) $\tan \theta - \sin \theta$

پاسخ: ()

۳۰- اگر $15^\circ < x \leq 56/25^\circ$ و $A = -2\cos^2 x$ آنگاه کدام رابطه همواره برقرار است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

(۲) $-1 \leq A < -\frac{1}{2}$

(۱) $-2 \leq A < -\frac{1}{2}$

(۴) $-2 \leq A \leq 0$

(۳) $-1 \leq A \leq 0$

پاسخ: ()

۳۱- اگر $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$ و $\sin 2x = \frac{m-1}{2}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۱ تجربی)

(۴) $(-1, 1]$

(۳) $(-1, 1)$

(۲) $(-1, 5]$

(۱) $(-1, 5)$

پاسخ: ()

۳۲- اگر $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ و $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1-m}{2+m}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۱ تجربی)

(۴) $(-1, 2)$

(۳) $(-1, 2]$

(۲) $(-2, 1]$

(۱) $(-2, 1)$

پاسخ: ()



بخش سوم: اتحادهای کلاس دهم

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\tan \theta \cdot \cot \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$(\sin \theta \pm \cos \theta)^2 = 1 \pm 2 \sin \theta \cos \theta$$

۳۳- اگر $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ باشد $\sin \theta \cos \theta$ کدام است؟

$$-\frac{3}{4} (4)$$

$$\frac{3}{4} (3)$$

$$-\frac{3}{8} (2)$$

$$\frac{3}{8} (1)$$

پاسخ: ()

هر جا $\sin \theta \pm \cos \theta$ دیدید به توان دو برسانید.

نتایج بسیار مهم

$$\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$\sin^6 \theta + \cos^6 \theta = 1 - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

۳۴- اگر $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ آنگاه حاصل $\sin x \cos x$ کدام است؟

$$\frac{2}{8} (4)$$

$$\frac{1}{3} (3)$$

$$\frac{2}{3} (2)$$

$$\frac{1}{3} (1)$$

پاسخ: ()



۳۵- اگر زاویه ای در ناحیه سوم دایره مثلثاتی، حاصل $A = \sqrt{\frac{1+\tan^2 x}{\tan^2 x}} \times \sin x$ کدام است؟

۱(۴)

-۱(۳)

$\tan x$ (۲)

$\sin^2 x$ (۱)

پاسخ: ()

۳۶- اگر $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{5}$ باشد، حاصل $\tan \theta + \cot \theta$ کدام است؟

$-\frac{25}{12}$ (۴)

$\frac{25}{12}$ (۳)

$-\frac{12}{25}$ (۲)

$\frac{12}{25}$ (۱)

پاسخ: ()

۳۷- اگر $\cot \theta = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$ کدام است؟

$\frac{13}{6}$ (۴)

$\frac{9}{5}$ (۳)

$\frac{10}{17}$ (۲)

$\frac{7}{11}$ (۱)

پاسخ: ()

۳۸- اگر $\frac{2\pi}{3} < x < \pi$ باشد، حاصل $\sqrt{1 + \tan^2 x} (2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x)$ کدام است؟ (سراسری ۹۸)

$-\cos x$ (۴)

$-\sin x$ (۳)

$\cos x$ (۲)

$\sin x$ (۱)

پاسخ: ()

ایران نوشته
توشه ای برای موفقیت



۳۹- اگر $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin x} - \sin x$ کدام است؟ (سراسری ۹۸ تجربی خارج)

- (۱) $-\cos^2 x$ (۲) $-\cos x$ (۳) $\cos^2 x$ (۴) $\cos x$

پاسخ: ()

۴۰- اگر $\frac{1+\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1+\cos x} = 3$ و x در ربع دوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\tan x$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) $\frac{-2}{\sqrt{5}}$ (۲) $\frac{-3}{\sqrt{5}}$ (۳) $\frac{-2}{3}$ (۴) $\frac{-3}{2}$

پاسخ: ()

۴۱- اگر $\frac{4}{3} = \cos^2 x + 2 \sin^2 x$ باشد، حاصل $\tan^2 x$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۱ تجربی)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ: ()

۴۲- اگر $6\sqrt{5} = (\sin x + \cos x) \cdot 10$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام عدد می تواند است؟ (سراسری ۱۴۰۱ تجربی)

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) -2 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 3

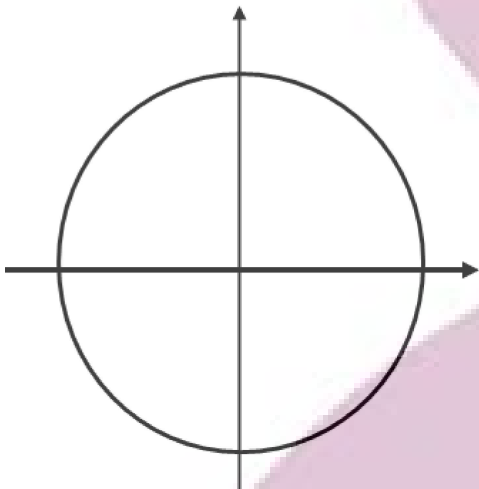
پاسخ: ()

ایران توفته
توشه ای برای موفقیت



بخش چهارم: تبدیل مثلثاتی: مجموع زوایای اصلی با زوایای دیگر

زاویه های اصلی

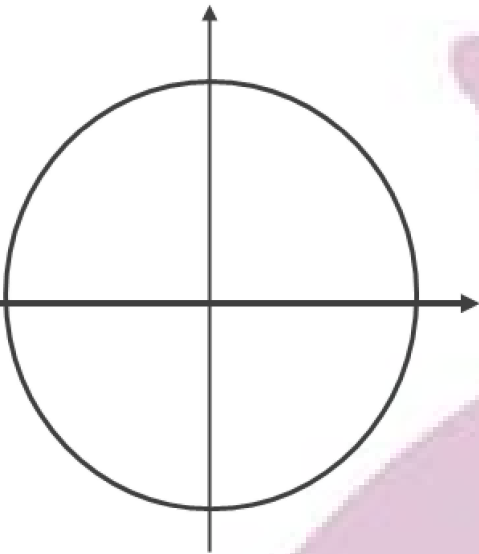


| | |
|--------------------|-------------------|
| $\frac{43\pi}{2}$ | $\frac{9\pi}{2}$ |
| $\frac{25\pi}{4}$ | $\frac{17\pi}{3}$ |
| $\frac{123\pi}{4}$ | $\frac{22\pi}{3}$ |

ایران نوین
توشه ای برای موفقیت



زاویه ی $-\alpha$



نحوه تبدیل مثلثاتی:

مرحله (۱)

زاویه ای که مخرج آن ۱ یا ۲ است را حذف کنید.

مرحله (۲)

مخرج دو با تغییر

مخرج یک بی تغییر

مرحله (۳)

با توجه به صورت سوال ناحیه و علامت را تشخیص می دهیم، علامت مثبت در خلاف جهت عقربه ساعت و

علامت منفی در جهت عقربه های ساعت

۴۳- تبدیل های مثلثاتی زیر را انجام دهید.

$$\sin(\pi + \alpha) =$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$\cos(\pi - \alpha) =$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) =$$

ایران تونش توشه ای برای موفقیت



$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$\tan(\pi + \alpha) =$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) =$$

$$\tan(\alpha - \pi) =$$

$$\sin\left(\frac{15\pi}{4}\right) =$$

$$\cos\left(\frac{17\pi}{6}\right) =$$

$$\tan\left(\frac{11\pi}{3}\right) =$$

۴۴- اگر α در ناحیه دوم باشد و $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ باشد، حاصل $\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ کدام است؟

$$-\frac{12}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{12}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{15}{12} \text{ (۲)}$$

$$-\frac{15}{12} \text{ (۱)}$$

۴۵- اگر α در ناحیه سوم باشد و $\tan \alpha = \frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ کدام است؟

$$-\frac{2}{\sqrt{13}} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2}{\sqrt{13}} \text{ (۳)}$$

$$\frac{\sqrt{13}}{2} \text{ (۲)}$$

$$-\frac{\sqrt{13}}{2} \text{ (۱)}$$

ایران توشه ای برای موفقیت



۴۶- اگر $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ و انتهای کمان α در ناحیه ی چهارم دایره ی مثلثاتی باشد، مقدار $\sin(\frac{3\pi}{4} - \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

۴۷- حاصل عبارت $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$ کدام است؟ (سراسری ۹۸ ریاضی)

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: ()

۴۸- حاصل $A = \frac{\tan(\frac{25\pi}{3}) \sin(\frac{107\pi}{6})}{\cos(\frac{6\pi}{4})}$ کدام است؟؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۲) $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۳) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

پاسخ: ()

۴۹- اگر $\cot 15^\circ = a$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{2\sin 105^\circ + \cos 255^\circ}{\sin 245^\circ + 2\sin 525^\circ}$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) $\frac{2a-1}{2}$ (۲) $\frac{a-2}{1+2a}$ (۳) $\frac{2-a}{1-2a}$ (۴) $\frac{2a+1}{2}$

پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



۵۰- حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ با فرض $\tan 15^\circ = \frac{1}{2}$ کدام است؟

$\frac{16}{9}$ (۴)

$\frac{9}{16}$ (۳)

$-\frac{9}{16}$ (۲)

$-\frac{16}{9}$ (۱)

پاسخ: ()

۵۱- اگر زاویه α در ربع اول دایره مثلثاتی و $\frac{\sin(\alpha + \frac{3\pi}{2}) + 2 \sin(\pi - \alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) + 3 \cos(2\pi + \alpha)} = 2$ باشد، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟

$\frac{4}{\sqrt{13}}$ (۴)

$\frac{4}{\sqrt{65}}$ (۳)

$\frac{4}{17}$ (۲)

$\frac{4}{7}$ (۱)

پاسخ: ()

۵۲- حاصل عبارت $\tan(300^\circ) \cos(210^\circ) + \tan(480^\circ) \sin(840^\circ)$ کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه

هستند.) (سراسری ۹۹)

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



۵۳- حاصل عبارت $\tan(285) \tan(-165) - \sin(1095) \cos(255)$ کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند.) (سراسری ۹۹)

(۱) $\sin^2(15)$ (۲) $\cos^2(15)$ (۳) $-\sin^2(15)$ (۴) $-\cos^2(15)$

پاسخ: ()

۵۴- اگر زاویه α در ناحیه چهارم مثلثاتی و $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) - \sin(\alpha - \pi)}{|\tan^2(\alpha) - 1|}$ کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۰)

(۱) $\frac{4(2+\sqrt{5})}{3}$ (۲) $\frac{4(-2+\sqrt{5})}{3}$ (۳) $\frac{4(2-\sqrt{5})}{3}$ (۴) $-\frac{4(2+\sqrt{5})}{3}$

پاسخ: ()

۵۵- اگر $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟ (سراسری ۹۸ تجربی)

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$$

(۱) $-1/23$ (۲) $-0/52$ (۳) $0/27$ (۴) $0/48$

پاسخ: ()

۵۶- مقدار عددی عبارت $A = \cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \cos 30^\circ + \dots + \cos 170^\circ + \cos 180^\circ$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

پاسخ: ()

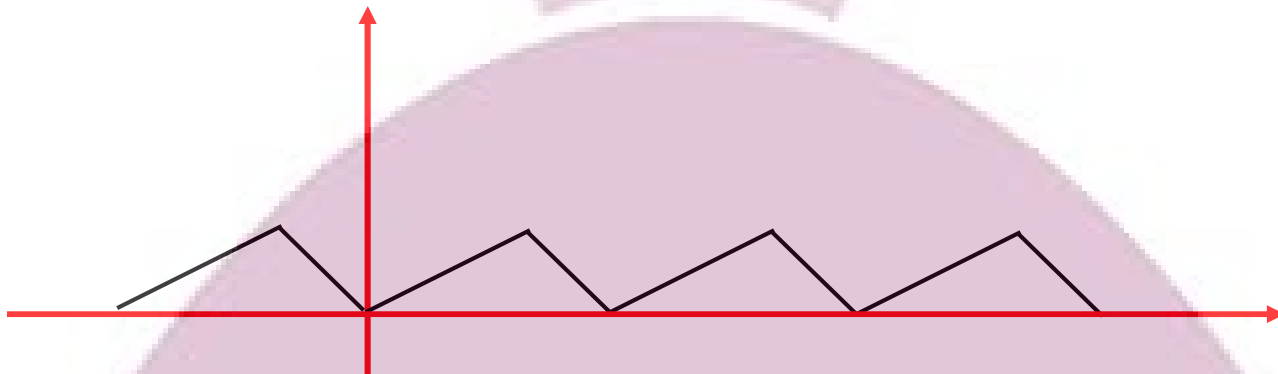
تپوشه ای برای موفقیت

بخش پنجم: رسم توابع مثلثاتی و توابع متناوب

تابع متناوب تابعی است که بخشی از نمودار به طور افقی تکرار شود.

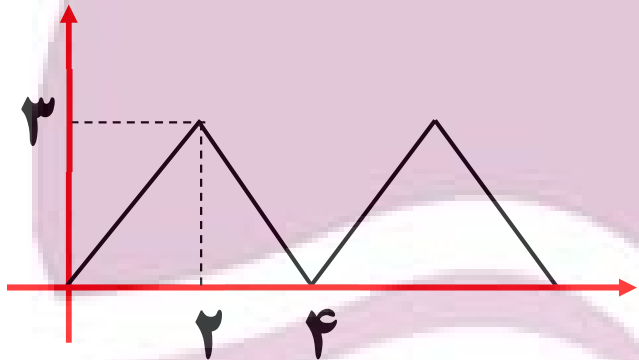
تابع $y = f(x)$ را متناوب با دوره تناوب T می‌گوییم اگر به ازای هر x در دامنه تابع داشته باشیم:

$$f(x + T) = f(x)$$



دوره تناوب: طول بخشی است که تکرار می‌شود و $T > 0$ است.

۵۷- اگر تابع $f(x)$ به صورت روبرو باشد و دوره تناوب آن برابر ۴ باشد حاصل $f(10) + f(1399)$ کدام است؟



۳/۵(۲)

۳(۱)

۳/۵(۴)

۴(۳)

پاسخ: ()

۵۸- دوره تناوب توابع زیر را بیابید.

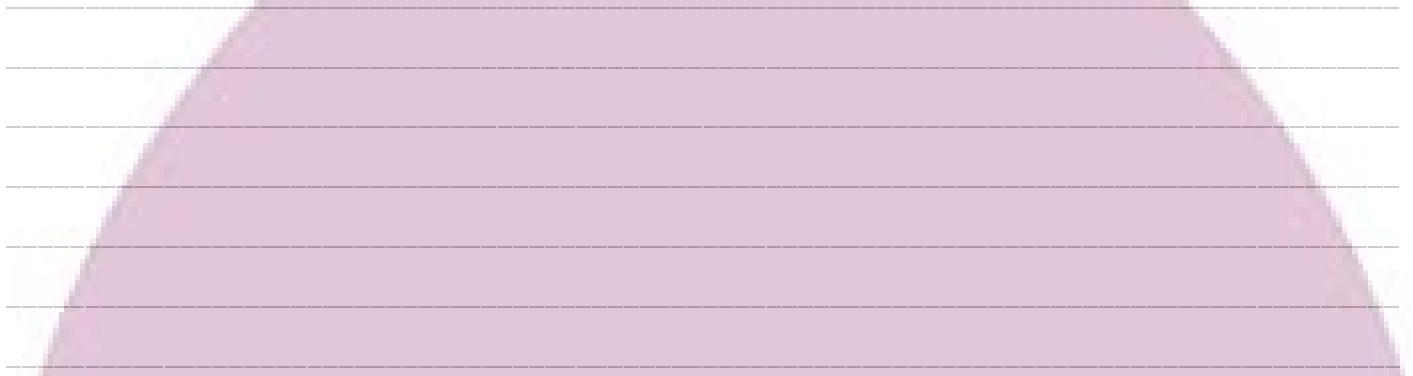
الف) $y = \sin x$ و $y = -\sin x$



ب) $y = -\cos x$ و $y = \cos x$



۵۹- دوره تناوب، ماکسیمم و مینیمم توابع $y = \sin x$ ، $y = \sin 2x$ و $y = 2\sin x$ را بیابید.



توجه: دوره تناوب توابع سینوسی و کوسینوسی به اندازه طول دو طاق است.



نحوه پیدا کردن ماکسیمم و مینیمم و دوره تناوب

$$y = A\sin Bx + C$$

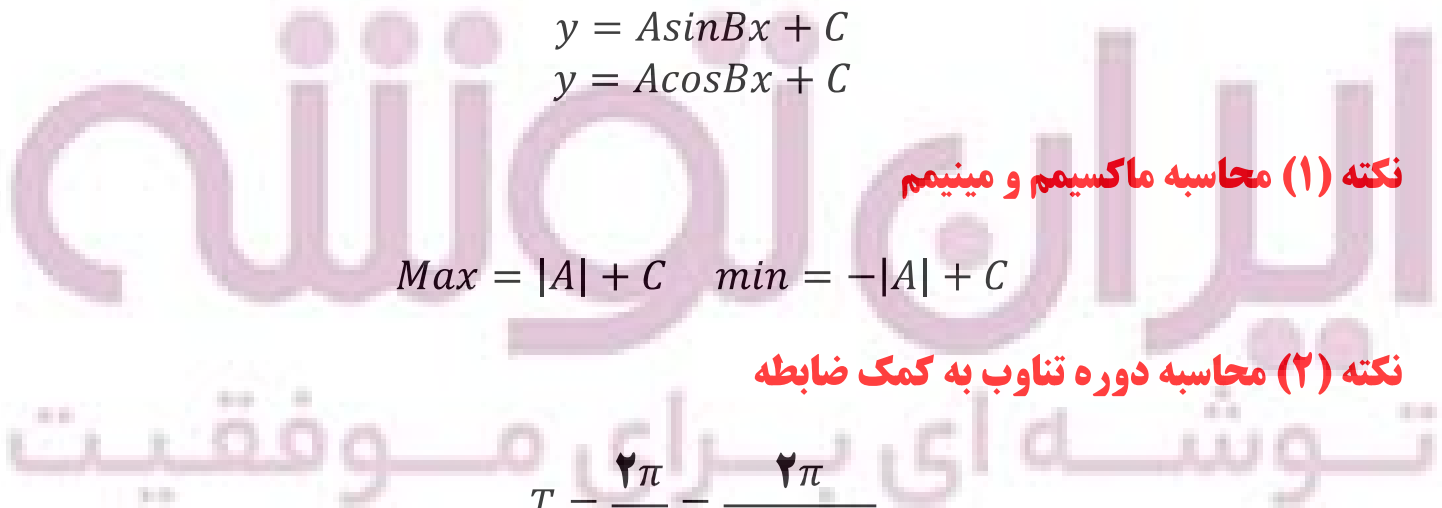
$$y = A\cos Bx + C$$

نکته (۱) محاسبه ماکسیمم و مینیمم

$$\text{Max} = |A| + C \quad \text{min} = -|A| + C$$

نکته (۲) محاسبه دوره تناوب به کمک ضابطه

$$T = \frac{2\pi}{|B|} = \frac{2\pi}{|x \text{ ضرب}|}$$



۶۰- دوره تناوب، ماکسیمم و مینیمم توابع زیر را بیابید.

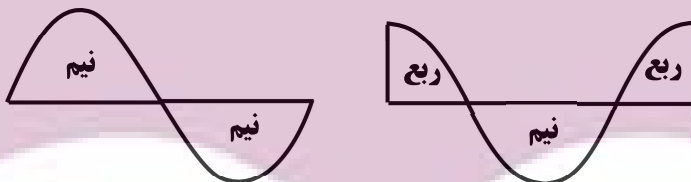
۱) $y = 3 \cos 4x + 1$

۲) $y = -3 \cos \pi x + 1$

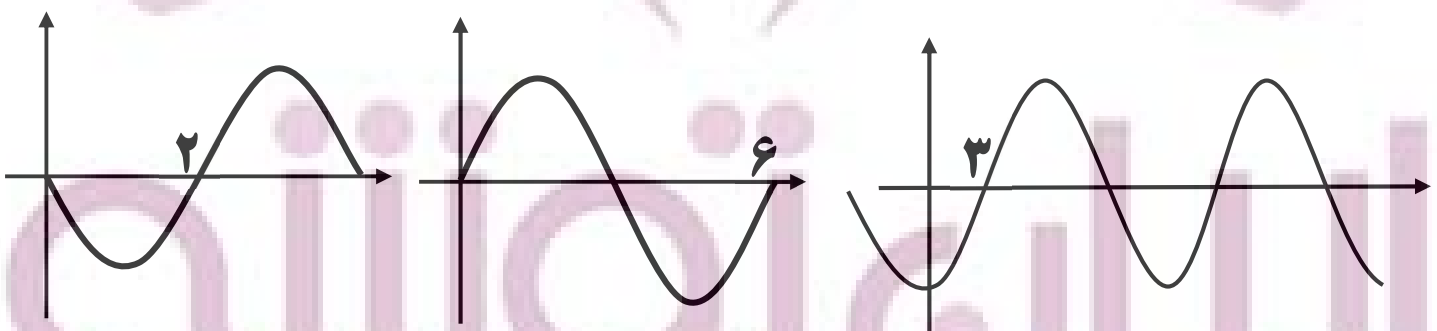
۳) $y = \sqrt{2} \sin \frac{x}{2} - 1$

۴) $y = -\pi \sin \sqrt{2}x - 3$

نکته (۳) محاسبه دوره تناوب به کمک نمودار



۶۱- دوره تناوب نمودار های زیر را بیابید.



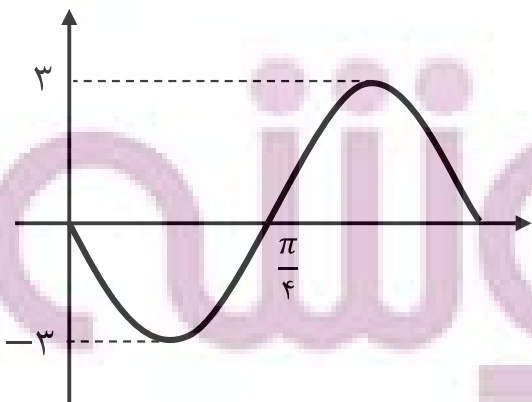


طریقه پیدا کردن معادله سینوس و کوسینوس از روی نمودار



۶۲- معادله نمودارهای زیر را بیابید.

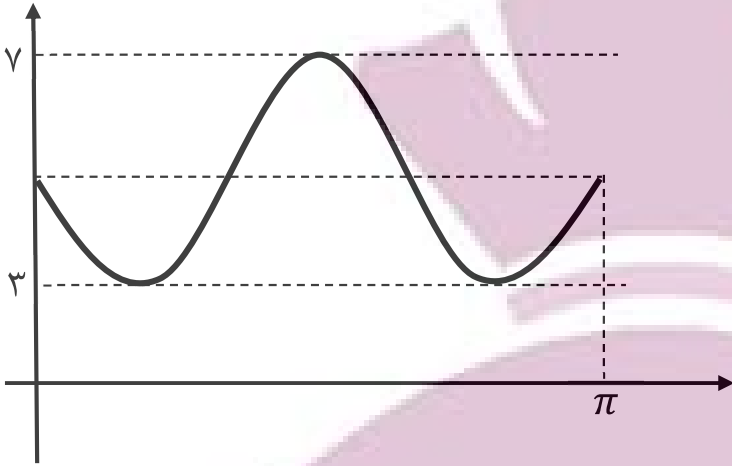
(الف)



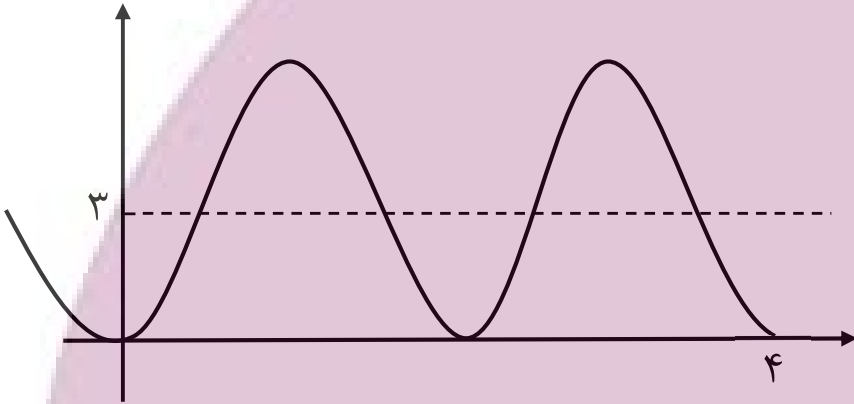
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



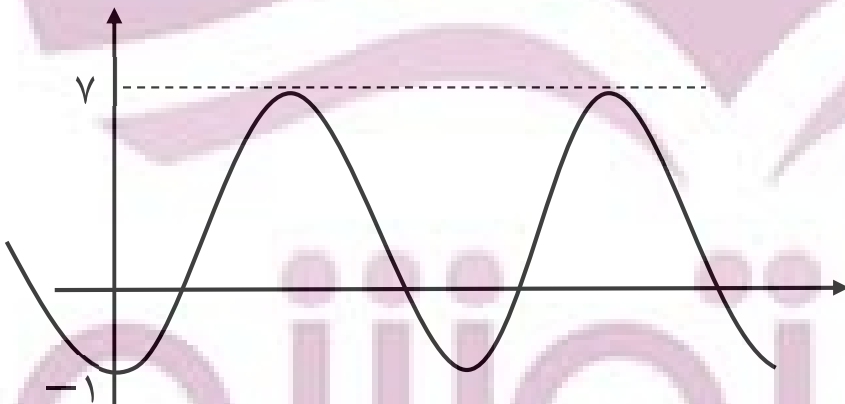
(ب)



(ج)



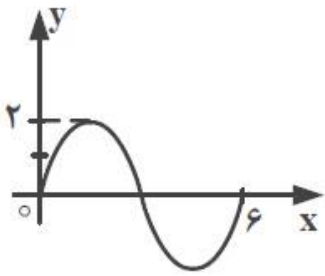
(د)



ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



۶۳- شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟



(سراسری ۹۳)

$\frac{8}{3}$ (۴)

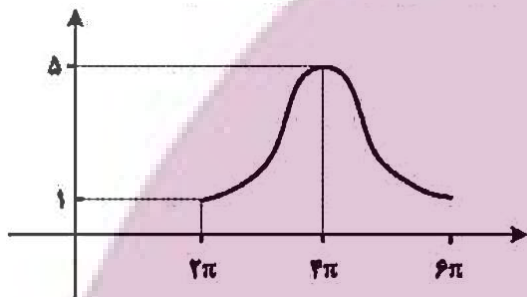
$\frac{7}{3}$ (۳)

$\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

پاسخ: ()

۶۴- شکل روبرو نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را در یک دوره



تناوب نشان می دهد، مقدار c کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

۴ (۲)

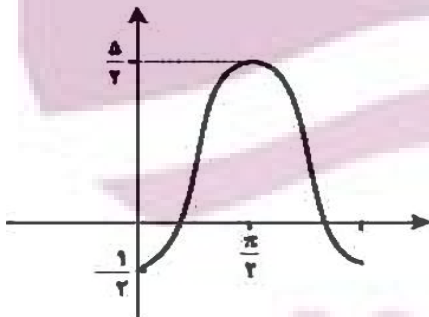
۵ (۱)

۱ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: ()

۶۵- شکل روبرو نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را در یک دوره تناوب نشان



می دهد، مقدار ac کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

-۳ (۲)

-۵ (۱)

$-\frac{3}{2}$ (۴)

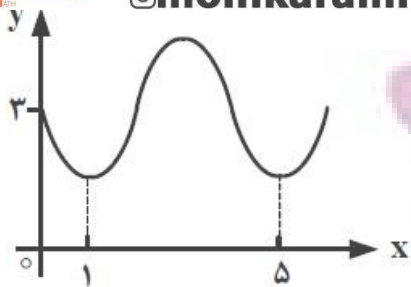
$-\frac{5}{2}$ (۳)

پاسخ: ()

ایران توفته
توشه ای برای موفقیت



۶۶- شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار y



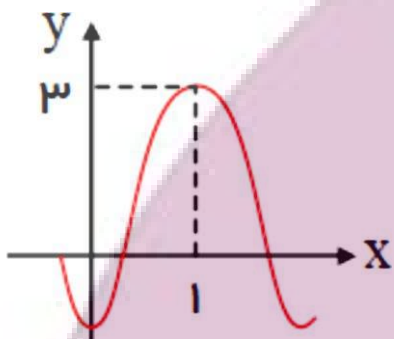
در نقطه‌ی $x = \frac{25}{3}$ کدام است؟ (سراسری ۹۳)

۲ (۱) ۲/۵ (۲)

۳ (۳) ۳/۵ (۴)

پاسخ: ()

۶۷- اگر قسمتی از نمودار $y = 1 + a \cos b\pi x$ به صورت مقابل باشد، کدام



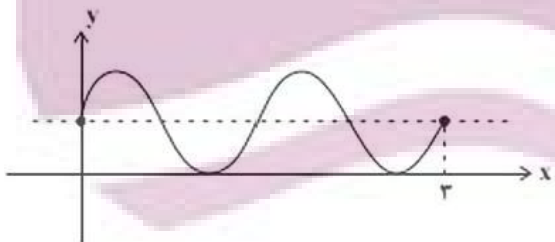
است؟

۲ (۱) -۲ (۲)

-۱ (۳) -۳ (۴)

پاسخ: ()

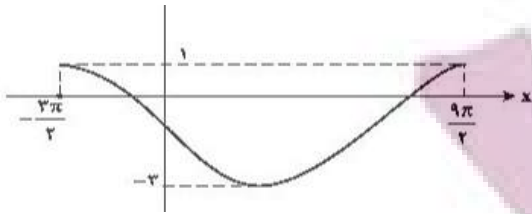
۶۸- اگر تابع $f(x) = a + \sin b\pi x$ در بازه $[0, 3]$ به صورت زیر باشد، حاصل $b - a$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)



(۱) ۴
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۵

پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



۶۹- شکل زیر، نمودار تابع $y = asin(bx) + c$ را در یک بازه

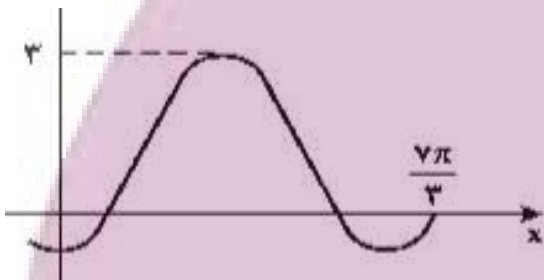
تناوب نشان می دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟ (سراسری ۹۹)

(۱) ۲- (۲) ۳-

(۳) ۴- (۴) ۶-

پاسخ: ()

۷۰- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + bsin(\frac{\pi}{3} + x)$ است. مقدار b کدام است؟ (سراسری ۹۹)



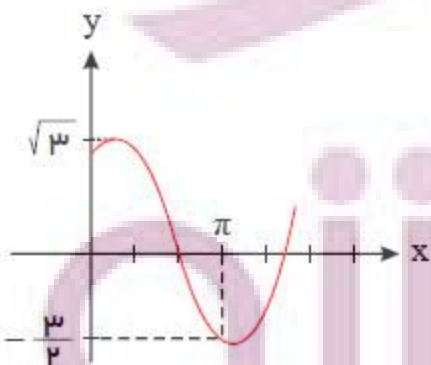
(۱) ۲ (۲) ۱

(۳) ۱- (۴) ۲-

پاسخ: ()

۷۱- شکل زیر قسمتی از نمودار $y = a + bsin(x + \frac{\pi}{3})$ است. در این صورت

b کدام است؟ (سراسری ۹۸)



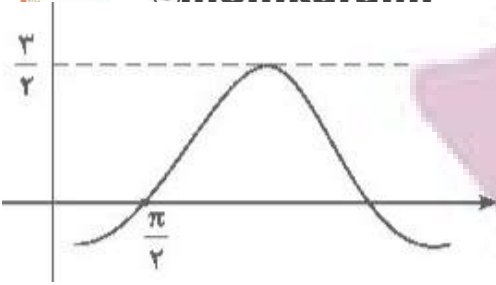
(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

پاسخ: ()



۷۲- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$



است. مقدار a کدام است؟ (سراسری ۹۹)

(۱) -۱

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۱

پاسخ: ()

۷۳- تابعی متناوب $f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ را که دوره ی تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید. مساحت ناحیه

محصور به منحنی f و محور x ها در بازه $[-0.75, 3.25]$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

(۴) ۴

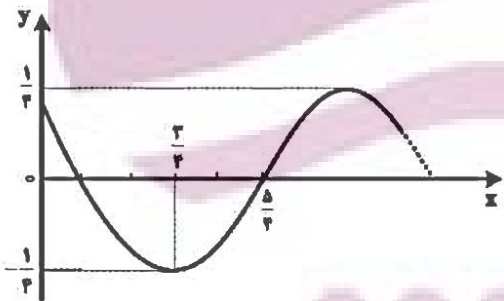
(۳) $\frac{3}{5}$

(۲) ۳

(۱) ۲

پاسخ: ()

۷۴- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$ را نشان می دهد. اگر $b > 0$ و $0 < c < \pi$



باشد، مقدار $\frac{ac}{b}$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۱ رشته ریاضی)

(۲) ۱

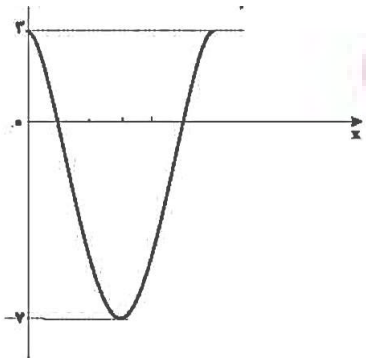
(۱) $\frac{1}{16}$

(۴) π

(۳) $\frac{1}{4\pi}$

پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



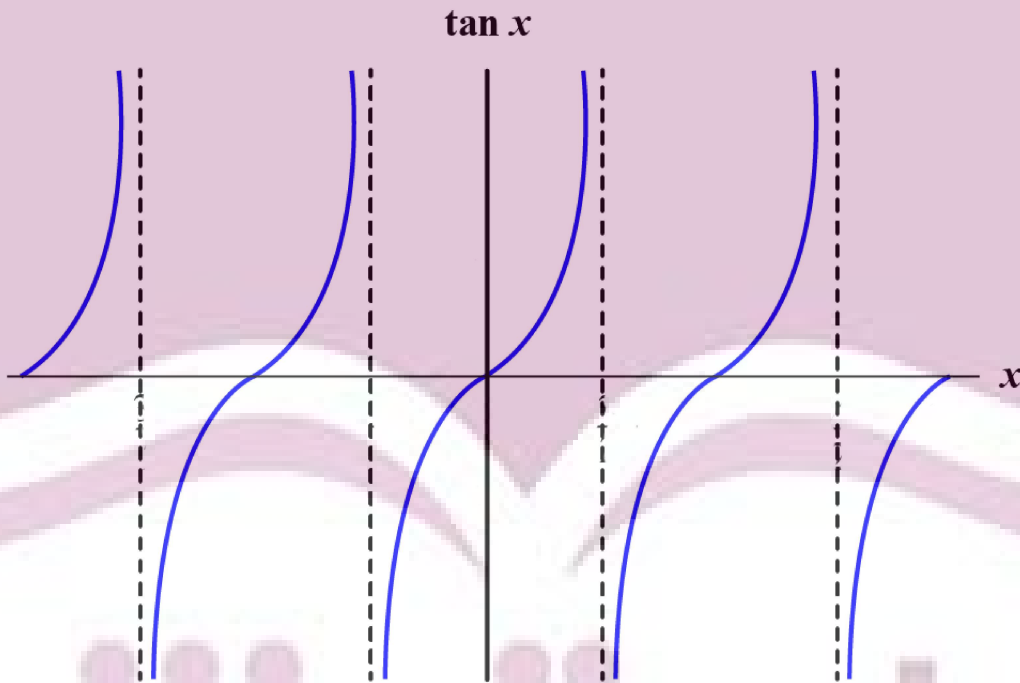
۷۵- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a \cos x + b$ را نشان

می دهد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۱ رشته ریاضی)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{11}{2}$
(۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{11}{2}$

پاسخ: ()

تابع تانژانت



نکته (۱): مجانب های قائم: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ فرد

نکته (۲): مجانب های قائم در دامنه نیستند.

نکته (۳): دوره تناوب برابر فاصله بین دو مجانب قائم است که برابر $\frac{\pi}{|ضریب x|}$

نکته (۴): دامنه برابر همه اعداد حقیقی بجز $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ فرد

پیرایه توشه
توشه ای برای موفقیت



۷۶- دامنه تابع $y = \tan x$ را بیابید.

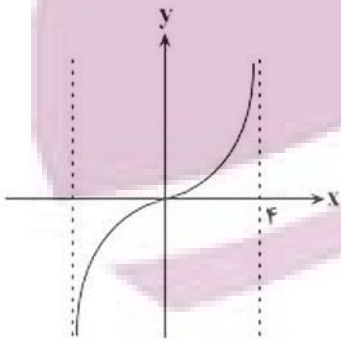
۷۷- دامنه تابع $y = \tan 3x$ را بیابید.

۷۸- تابع f با ضابطه $f(x) = 3 \tan 2\pi x + 1$ در کدام یک از بازه‌های زیر اکیداً صعودی است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) $(-\frac{5}{4}, -\frac{1}{2})$ (۲) $(\frac{5}{4}, \frac{7}{4})$ (۳) $(1, \frac{3}{2})$ (۴) $(-\frac{1}{2}, 0)$
پاسخ: ()

۷۹- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \cot(\frac{\pi}{2}(kx - 3))$ به صورت زیر است. مقدار k

کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)



- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

پاسخ: ()

ایران توتنه
توشه ای برای موفقیت

بخش ششم: فرمول های دو برابر یک زاویه

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

۱) $\sin 70^\circ =$

۵) $\sin x =$

۲) $\sin 20^\circ =$

۶) $\sin 10^\circ =$

۳) $\sin \frac{\pi}{4} =$

۷) $\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} =$

۴) $\sin 4x =$

۸) $\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} =$

۸۰- حاصل عبارت های زیر را بیابید.

۱) $\frac{\sin 80^\circ}{\sin 40^\circ} =$

۲) $\frac{\cos 10^\circ}{\cos 50^\circ} =$

۳) $\sin 75^\circ \cos 75^\circ =$

۴) $(\sin 15^\circ + \cos 15^\circ)^2 =$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

۱) $\cos 80^\circ =$

۵) $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12} =$

۲) $\cos^2 10^\circ - \sin^2 10^\circ =$

۶) $2 \sin^2 10^\circ - 1 =$

۳) $2 \cos^2 15^\circ - 1 =$

۷) $\sin^2 40^\circ - \cos^2 40^\circ =$

۴) $1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{8} =$

۸) $\cos^2 15^\circ - \frac{1}{2} =$

ایران توفته
 توشه ای برای موفقیت



۸۱- اگر $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ باشد $\cos 2\alpha$ کدام است؟

$\frac{4}{9}$ (۴)

$\frac{5}{9}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{7}{9}$ (۱)

۸۲- اگر $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$ باشد $\cos 2\alpha$ کدام است؟

$-\frac{15}{16}$ (۴)

$\frac{15}{16}$ (۳)

$-\frac{7}{8}$ (۲)

$\frac{7}{8}$ (۱)

۸۳- اگر α در ناحیه دوم باشد و $\tan \alpha = -\frac{2}{4}$ باشد $\cos 2\alpha$ کدام است؟

$\frac{7}{25}$ (۴)

$-\frac{7}{25}$ (۳)

$\frac{7}{16}$ (۲)

$-\frac{7}{16}$ (۱)

۸۴- اگر زاویه α در ربع اول به گونه ای باشد که $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$ ، مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

$-\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۳)

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

۸۵- اگر α در ناحیه دوم باشد و $\cot \alpha = -\frac{5}{12}$ باشد $\sin 2\alpha$ کدام است؟

$-\frac{60}{169}$ (۴)

$\frac{60}{169}$ (۳)

$-\frac{120}{169}$ (۲)

$\frac{120}{169}$ (۱)

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت




۸۶- حاصل عبارت های زیر را بیابید.

۱) $\frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} =$

۲) $\frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} =$

۳) $\cot \alpha + \tan \alpha =$

۴) $\cot \alpha - \tan \alpha =$

| اتحادهای 2α | اتحادهای 2α |
|--|--|
| <p>تیپ (۵) تبدیل $\tan \alpha$ به $\sin 2\alpha$ یا $\cos 2\alpha$ یا $\tan 2\alpha$</p>  <p>$2 \tan$</p> <p>$1 + \tan^2 x$</p> <p>$2x$</p> <p>$1 - \tan^2 x$</p> <p>$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$</p> <p>$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$</p> <p>$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$</p> <p>تیپ (۶)</p> <p>$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$</p> <p>$\cot \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$</p> | <p>تیپ (۱) $\sin 2\alpha$</p> <p>$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$</p> <p>$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$</p> <p>$(\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 = 1 \pm \sin 2\alpha$</p> <p>هر جا $\sin \alpha \pm \cos \alpha$ دیدی به توان ۲ برسانی.</p> <p>تیپ (۲) $\cos 2\alpha$</p> <p>$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$</p> <p>$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$</p> <p>$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$</p> <p>تیپ (۳) روابط طلائی</p> <p>$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$</p> <p>$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$</p> <p>تیپ (۴)</p> <p>$\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$</p> <p>$\cot \alpha + \tan \alpha = \frac{2}{\cos 2\alpha}$</p> |



۸۸- حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

الف) $\sin 15 \cos 15 =$

ب) $\sin 15 + \cos 15 =$

ج) $\sin 15 - \cos 15 =$

د) $\sin^2 15 - \cos^2 15 =$

ه) $\sin^2 15 + \cos^2 15 =$

و) $\cos^4 15 - \sin^4 15 =$

ز) $\frac{2 \tan 15}{1 + \tan^2 15} =$

ح) $\tan 15 + \cot 15 =$

ط) $\cos 20 \cdot \cos 40 \cdot \cos 80 =$

ایران توفته
توشه ای برای موفقیت



۸۹- مقدار $\cos 22/5^\circ$ برابر کدام گزینه ی زیر است؟

$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{4}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{4}$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۹۰- اگر $\sin(\pi + x) \cos(\frac{\pi}{3} + x) = \frac{1}{3}$ ، آنگاه حاصل $\cos 2x$ کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$-\frac{1}{3}$ (۱)

پاسخ: ()

۹۱- اگر $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = 2$ باشد، حاصل $\sin 2x$ کدام است؟

۱ (۴)

۰/۸ (۳)

۰/۶ (۲)

۰/۴ (۱)

پاسخ: ()

۹۲- اگر $\tan \frac{2\pi}{3} \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟ (سراسری ۸۸)

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

پاسخ: ()

ایران توفته
توشه ای برای موفقیت



۹۳- اگر $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$ کدام است؟ (سراسری ۹۵)

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{3}{8}$ (۳)

$-\frac{3}{8}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

پاسخ: ()

۹۴- اگر $\tan x = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$ کدام است؟ (سراسری ۹۶)

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$-\frac{2}{3}$ (۲)

$-\frac{2}{4}$ (۱)

پاسخ: ()

۹۵- اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$ کدام است؟ (سراسری ۹۵)

۲ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: ()

۹۶- حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt{1 + \sin 2x}}{\tan x + 1}$ را وقتی $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{4}$ باشد کدام است؟

$-\cos x$ (۴)

$\cos x$ (۳)

$-\sin x$ (۲)

$\sin x$ (۱)

پاسخ: ()

ایران نوین
توشه ای برای موفقیت



۹۷- مقدار عددی عبارت $A = \tan^2 \frac{\pi}{8} - \cot^2 \frac{\pi}{8}$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

۴ (۴)

-۴ (۳)

$-4\sqrt{2}$ (۲)

$4\sqrt{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۹۶- اگر α یک زاویه به گونه‌ای باشد که $\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} = 0/5$ ، مقدار $\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha}$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

۴/۵ (۴)

۳/۵ (۳)

-۴/۵ (۲)

-۳/۵ (۱)

پاسخ: ()

۹۸- اگر $f(x) = 16 \cos^2(3x) \cos^2(6x) \cos^2(12x) \cos^2(24x)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{36}\right)$ کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۰)

$\frac{6+3\sqrt{3}}{16}$ (۴)

$\frac{6+\sqrt{3}}{16}$ (۳)

$\frac{6-\sqrt{3}}{16}$ (۲)

$\frac{6-3\sqrt{3}}{16}$ (۱)

پاسخ: ()

۹۹- اگر زاویه α در ناحیه سوم مثلثاتی و $\tan(\alpha) = \frac{2}{4}$ باشد، مقدار $\frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\cot(2\alpha)}$ کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۰)

$-\frac{1056}{175}$ (۴)

$\frac{96}{175}$ (۳)

$\frac{1056}{175}$ (۲)

$-\frac{96}{175}$ (۱)

پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه‌ای برای موفقیت



۱۰۰- اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $\frac{1-\sin x}{1+\sin x} = 4$ را نشان می دهد، مقدار صحیح $\tan \frac{x}{2}$ کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۱ رشته ریاضی)

-۳(۴)

۳(۳)

-۲(۲)

۲(۱)

پاسخ: ()

۱۰۱- ساده شده عبارت $\frac{\sin(\theta)}{1-\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

$2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (۴)

$2 \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (۳)

$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (۲)

$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (۱)

پاسخ: ()

۱۰۲- دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x)$ کدام است؟ (سراسری ۹۸)

π (۴)

۲(۳)

۱(۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

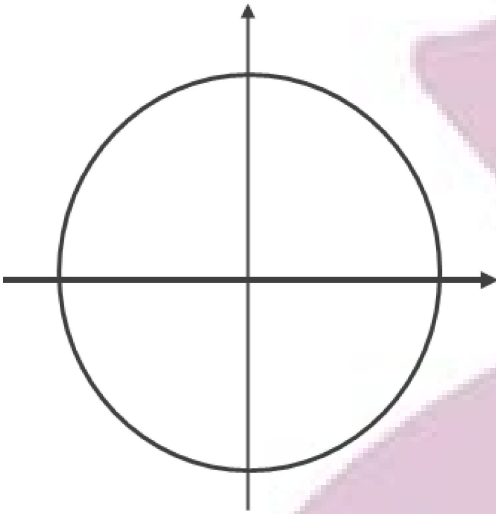
پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت

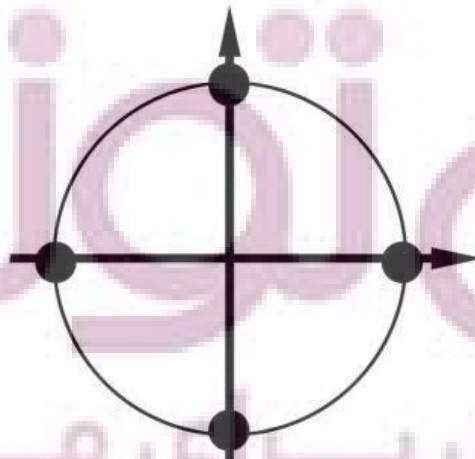
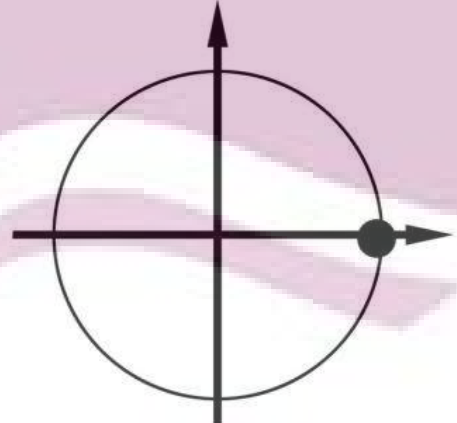
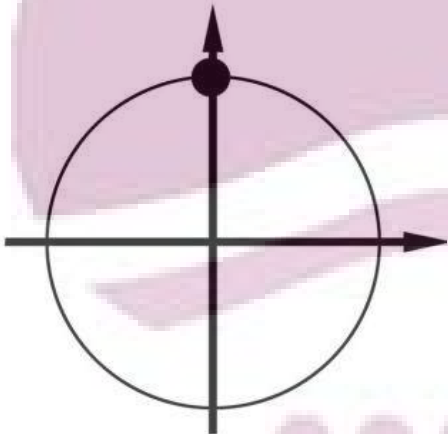
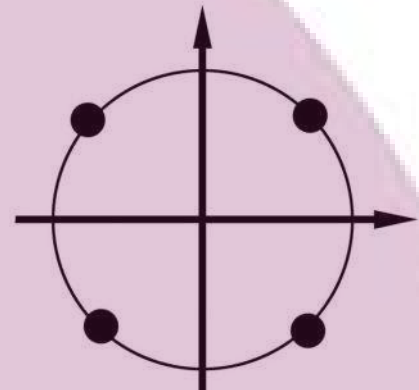
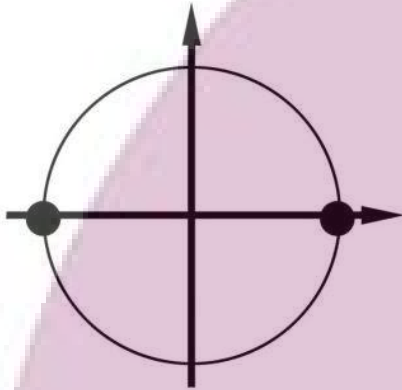


بخش هفتم: معادلات مثلثاتی

دسته جواب ها



۱۰۳- در هر دایره مثلثاتی مجموعه جواب نقاط مشخص را تعیین کنید.



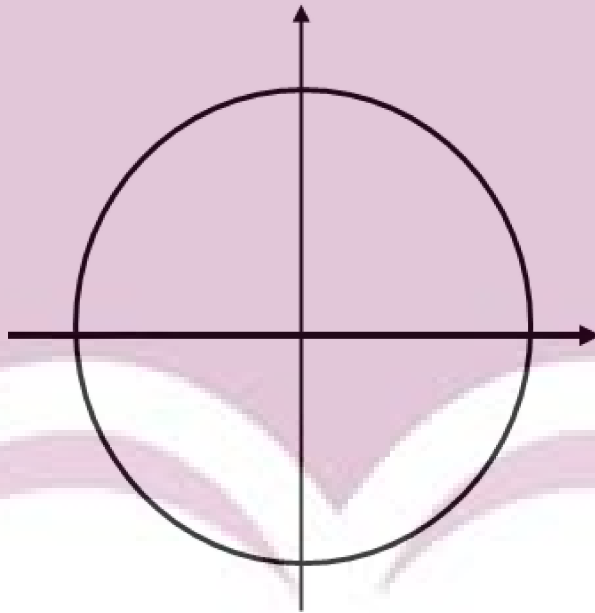


۱۰۴- دسته جواب $k\pi + \frac{\pi}{4}$ و $2k\pi + \frac{\pi}{4}$ را رسم کنید.

پاسخ: ()

معادلات مثلثاتی خاص

زمانی که در معادلات مثلثاتی $\sin x = 0, \pm 1$ ، $\cos x = 0, \pm 1$ شود برای حل آن بایستی از دایره مثلثاتی استفاده شود.



۱۰۵- معادلات زیر را حل کنید.

ب) $\cos x = 0$

الف) $\sin x = 0$



$$\cos x = -1 \quad (\text{د})$$

$$\sin x = 1 \quad (\text{ج})$$

$$\cos 4x = 1 \quad (\text{و})$$

$$\sin 3x = 0 \quad (\text{ه})$$

$$\sin^2(3x) = 1 \quad (\text{ح})$$

$$\sin 3x = -1 \quad (\text{ز})$$

$$\sin x \cos x = \frac{1}{2} \quad (\text{ط})$$

$$\tan x + \cot x = 2 \quad (\text{ی})$$

ایران توننه
توشه ای برای موفقیت



$$\cot x \times \sin(\pi + x) = 1 \quad \text{ج}$$

$$\sin^2 x - 2 \sin x - 3 = 0 \quad \text{و}$$

۱۰۶- معادله $\sin x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟ مجموع آنها را بیابید.

۱۰۷- معادله $\sin 2x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟ مجموع آنها را بیابید.

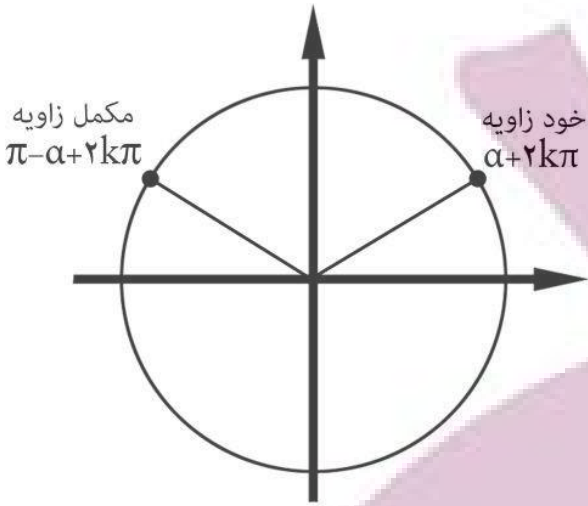
۱۰۸- معادله $\cos 2x = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟ مجموع آنها را بیابید.

۱۰۹- معادله $\cos 3x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟ مجموع آنها را بیابید.

ایران توفته
توشه ای برای موفقیت



معادلات مثلثاتی در حالت کلی



$$\sin x = \sin \alpha \rightarrow \begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ x = \pi - \alpha + 2k\pi \end{cases}$$

۱۱۰- معادلات زیر را حل کنید.

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

الف) $4 \sin x \cos x = 1$

ایران توانسته

ب) $\sin 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

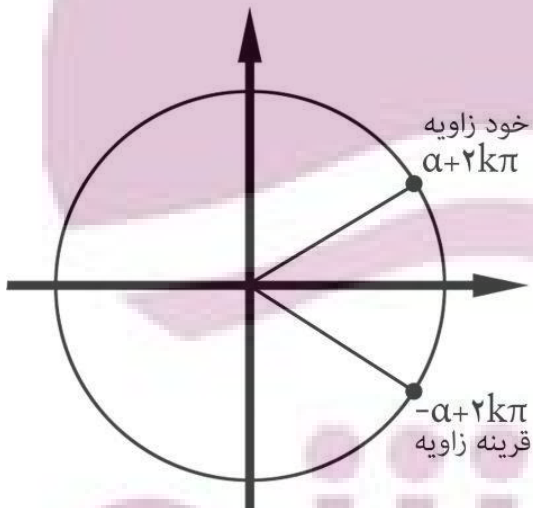
توشه ای برای موفقیت



$$\sin 3x = \sin x \quad (ج)$$

$$\sin 4x = \sin 3x \quad (د)$$

۱۱۱- معادله $\sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ در بازه $[0, \pi]$ چند جواب دارد؟ مجموع آنها را بیابید.



$$\cos x = \cos \alpha \rightarrow x = \pm \alpha + 2k\pi$$

علامت کوسینوس

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



۱۱۲- معادلات زیر را حل کنید.

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (الف)}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \text{ (ب)}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (ج)}$$

$$\cos 2x = \cos x \text{ (د)}$$

$$\cos 3x = -\cos x \text{ (ه)}$$

ایران توانسته

توشه ای برای موفقیت



برای حل تشریحی و مفهومی معادله مثلثاتی به نکات زیر توجه کنید:

(۱) معادله را به کمک اتحاد های دهم و دوازدهم و تبدیل های یازدهم تا حد امکان ساده کنید.

(۲) به حالت های خاص توجه کنید و سعی کنید دو طرف معادله یکی شود.

(۳) در برخی سوالات باید از روش t استفاده کنید.

سوالات معادلات مثلثاتی

| تیپ تست اول | تیپ تست دوم |
|---|---|
| سوالاتی که جواب کلی معادله می خواهد | سوالاتی که مجموع یا تعداد جواب ها را می خواهد |
| راه (۱): استفاده از گزینه ها و جایگذاری در معادله | راه (۱): استفاده از نمودار |
| راه (۲): حل مفهومی معادله | راه (۲): حل مفهومی معادله |

۱۱۳- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟ (سراسری ۹۸ خارج)

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



۱۱۴- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2 \cos^2 x - \cos x - 3 = 0$ کدام است؟

$k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۴)

$2k\pi - \frac{\pi}{3}$ (۳)

$2k\pi + \pi$ (۲)

$k\pi$ (۱)

پاسخ: ()

۱۱۵- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\cos \frac{4\pi}{3} = \tan(\frac{3\pi}{4} - x) (\sin x - \tan x)$ کدام است؟ (سراسری ۹۰)

$2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴)

$2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳)

$k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۲)

$k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۱۶- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2 \sin^2 x = 3 \cos x$ کدام است؟ (سراسری ۸۶)

$2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴)

$2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳)

$k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲)

$k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۱۷- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin(\frac{3\pi}{4} + x)$ ، به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۴)

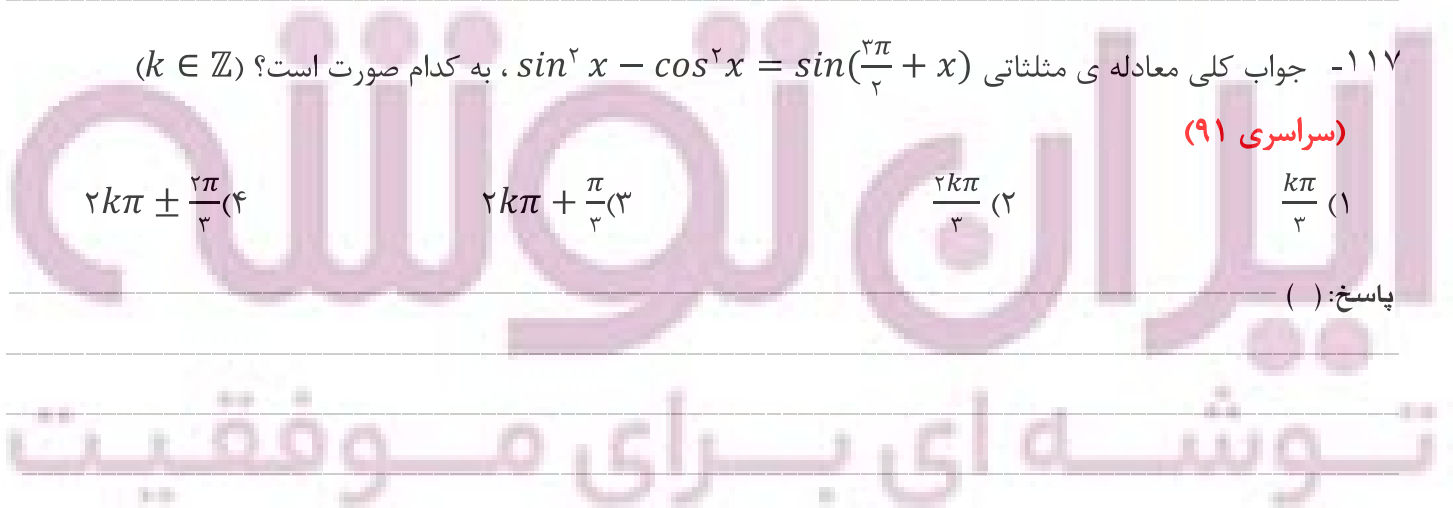
$2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳)

$\frac{2k\pi}{3}$ (۲)

$\frac{k\pi}{3}$ (۱)

(سراسری ۹۱)

پاسخ: ()





۱۱۸- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$ به کدام صورت است؟ (سراسری ۹۲)

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۴)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۳)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

۱۱۹- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$ به کدام صورت است؟ (سراسری ۹۴)

$$k\pi + \frac{\pi}{8} \quad (۴)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

۱۲۰- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2 \sin(\pi - x) \cos(\frac{2\pi}{3} + x) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0$ کدام است؟

(۸۷) $(k \in \mathbb{Z})$

$$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۴)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۳)$$

$$2k\pi + \frac{2\pi}{3} \quad (۲)$$

$$2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

ایران توفته
توشه ای برای موفقیت

۱۲۱- جواب های معادله مثلثاتی $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$ ، با شرط $x \neq k\pi$ که در آن k یک عدد صحیح

است، کدام است؟ (سراسری ۹۹)

$$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{2k\pi}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{k\pi}{3} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

۱۲۲- جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x + 2 \cos^2 x = 0$ کدام است؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

$$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۳)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

۱۲۳- جواب کلی معادله مثلثاتی $3 \cos x + 2 \sin^2 x = 0$ کدام است؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

$$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۳)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

ایران توفته
توشه ای برای موفقیت



۱۲۴- مجموع جواب های معادله مثلثاتی $1 = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟ (سراسری ۹۸ تجربی)

5π (۴)

4π (۳)

3π (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۲۵- مجموع تمام جواب های معادله ی مثلثاتی $1 + \cos \pi = \sin 4x + \sin 5x$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟ (سراسری ۹۲)

11π (۴)

10π (۳)

9π (۲)

8π (۱)

پاسخ: ()

۱۲۶- تعداد جواب های معادله مثلثاتی $1 = \cos(3x) \sin(3x)$ ، در بازه $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ کدام است؟ (سراسری ۹۹)

5 (۴)

4 (۳)

3 (۲)

2 (۱)

پاسخ: ()

ایران توفته

توشه ای برای موفقیت

۱۲۷- تعداد جواب های معادله مثلثاتی $1 = \cos^2(x) - \sin^2(x)\cos(3x)$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۰)

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

پاسخ: ()

۱۲۸- تعداد جواب های معادله مثلثاتی $1 = \cos x - \tan^2 x$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۱ تجربی)

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

پاسخ: ()

۱۲۹- تعداد جواب های معادله $1 = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۱ تجربی)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: ()

۱۳۰- مجموع جواب های معادله $1 = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۱ ریاضی)

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{5\pi}{4}$

پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



بخش هشتم: مثلثات مختص رشته ریاضی (تجربی ها این بخش را ننخوانید)
روابط اصلی مجموع و تفاضل زاویه ها

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

نتایج مهم

$$\sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} \pm \alpha\right)$$

$$\frac{1 \pm \tan \alpha}{1 \mp \tan \alpha} = \tan\left(\frac{\pi}{4} \pm \alpha\right)$$

$$\begin{cases} \cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha \\ \sin 3\alpha = -4 \sin^3 \alpha + 3 \sin \alpha \end{cases}$$

۱۳۱- اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار $\cos\left(\frac{11\pi}{4} + \alpha\right)$ کدام است؟

(سراسری ۹۹)

$$\frac{4}{5}(4)$$

$$\frac{3}{5}(3)$$

$$-\frac{2}{5}(2)$$

$$-\frac{4}{5}(1)$$

پاسخ: ()

۱۳۲- اگر α زاویه ای منفرجه و β زاویه ای حاده است، به طوری که $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = \frac{5}{13}$ ، آنگاه مقدار عددی

عبارت $\sin(\alpha + \beta)$ کدام است؟

$$-\frac{16}{65}(4)$$

$$\frac{56}{65}(3)$$

$$-\frac{63}{65}(2)$$

$$\frac{33}{65}(1)$$

پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت

۱۳۳- اگر $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ ، کدام است؟

$$\frac{2}{9} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{9} \text{ (۳)}$$

$$-\frac{1}{9} \text{ (۲)}$$

$$-\frac{2}{9} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۱۳۴- اگر $\tan \alpha = 2$ و $\tan \beta = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\tan(2\alpha - \beta)$ ، کدام است؟

$$3 \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۳)}$$

$$-2 \text{ (۲)}$$

$$-3 \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۱۳۵- ساده شده ی عبارت $\cos 3x - \cot x \cdot \sin 3x$ ، در صورت معین بودن کدام است؟

$$-2 \cos x \text{ (۴)}$$

$$-2 \sin x \text{ (۳)}$$

$$2 \sin x \text{ (۲)}$$

$$2 \cos x \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

۱۳۶- حاصل عبارت $\frac{1 - \tan \frac{\pi}{12}}{1 + \tan \frac{\pi}{12}}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (۳)}$$

$$\sqrt{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ()

ایران توانمند
توشه ای برای موفقیت



۱۳۷- اگر $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ آنگاه $\sin 2x$ کدام است؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۳۸- عبارت $\cos 50^\circ \tan 70^\circ + \sin 40^\circ \cot 80^\circ$ با کدام گزینه برابر است؟

$2 \cot 20^\circ$ (۴)

$2 \cos 20^\circ$ (۳)

$3 \tan 20^\circ$ (۲)

$2 \sin 20^\circ$ (۱)

پاسخ: ()

۱۳۹- حاصل $(\cos a - \sin a)(\cos 2a - \sin 2a) + \sin 3a$ همواره کدام است؟

$-\cos a$ (۴)

$\cos a$ (۳)

$-\cos 3a$ (۲)

$\cos 3a$ (۱)

پاسخ: ()

۱۴۰- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ برابر ریشه های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشد، مقدار $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟

(سراسری ۹۹)

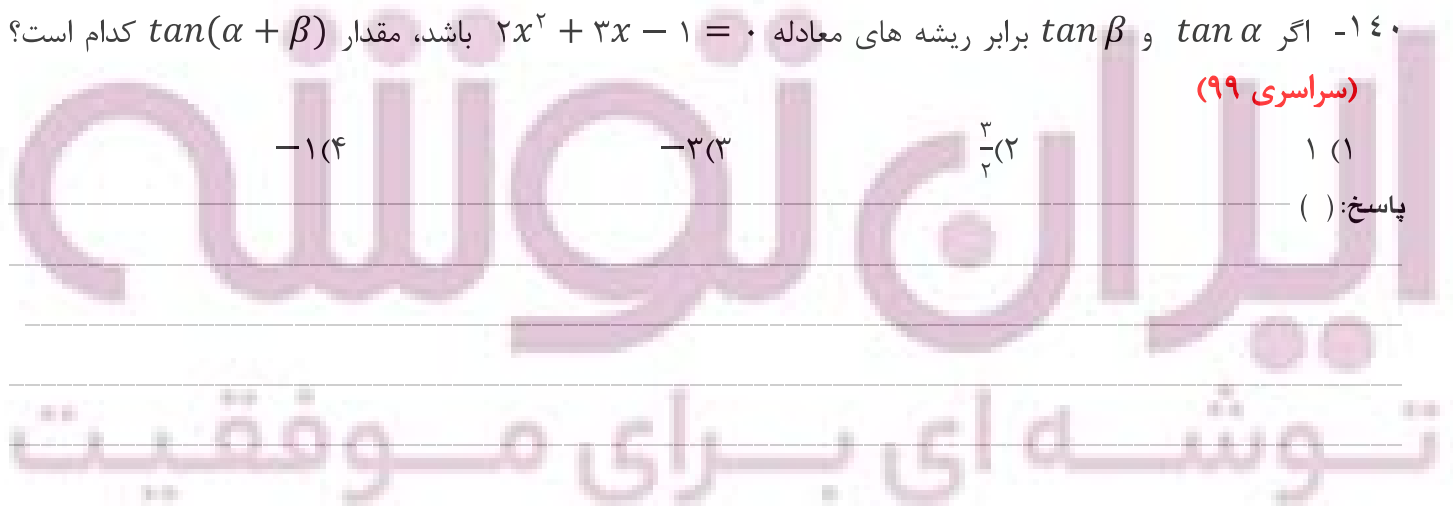
-1 (۴)

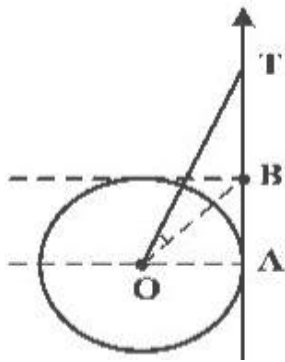
-3 (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

1 (۱)

پاسخ: ()





۱۴۱- با توجه به دایره مثلثاتی زیر، اگر $BT = 2$ باشد، مقدار $\tan(T\hat{O}B)$ کدام است؟

(سراسری ۹۹)

$\frac{1}{2}$ (۲)
 $\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۱)
 $\frac{1}{2}$ (۳)

پاسخ: ()

۱۴۲- اگر $f(\alpha) = 4 \sin \alpha \cos 2\alpha + 2 \sin \alpha$ باشد، مقدار $f\left(\frac{41\pi}{9}\right)$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

-1 (۴)

1 (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$-\sqrt{3}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۴۳- اگر $\tan x - \cot x = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ کدام است؟

$\frac{15}{8}$ (۴)

$\frac{8}{15}$ (۳)

$\frac{23}{7}$ (۲)

$\frac{7}{23}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۴۴- اگر $\tan\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \frac{2}{3}$ باشد، آنگاه $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$-\frac{1}{5}$ (۲)

$-\frac{1}{3}$ (۱)

پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



۱۴۵- اگر $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\cos 4x$ کدام است؟

$-\frac{15}{26}$ (۴)

$\frac{15}{26}$ (۳)

$\frac{47}{81}$ (۲)

$-\frac{47}{81}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۴۶- اگر $\sin 2x + \cos 2x = -\frac{1}{5}$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ یا $\frac{1}{3}$ (۴)

$-\frac{1}{3}$ یا $\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ یا $\frac{1}{3}$ (۲)

$-\frac{1}{3}$ یا $\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۴۷- اگر $\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{2} + x)$ آنگاه $\sin 2x$ کدام است؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



۱۴۸- حاصل $(\cos a - \sin a)(\cos 2a - \sin 2a) + \sin 3a$ همواره کدام است؟

$-\cos a$ (۴)

$\cos a$ (۳)

$-\cos 3a$ (۲)

$\cos 3a$ (۱)

پاسخ: ()

۱۴۹- اگر $\tan \beta = \frac{1}{2}$ و $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$ باشند، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟

$\frac{0}{8}$ (۴)

$\frac{0}{75}$ (۳)

$\frac{0}{6}$ (۲)

$\frac{0}{45}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۵۰- اگر $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1}{5}$ ، $\tan 2\alpha$ ، $\tan 2\alpha$ کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۴)

$\frac{2}{4}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۵۱- ساده شده ی عبارت $\cos 50^\circ (\tan 70^\circ + \tan 10^\circ)$ برابر کدام است؟ (سراسری ۸۵ ریاضی)

$2 \cos 20^\circ$ (۴)

$2 \sin 20^\circ$ (۳)

$\cos 20^\circ$ (۲)

$\sin 20^\circ$ (۱)

پاسخ: ()

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



۱۵۲ - ساده شده ی کسر $\frac{(1+\tan^2 \theta)(1+\cot^2 \theta)}{1-\sin^2 \theta - \cos^4 \theta}$ کدام است؟ (سراسری ۹۱ ریاضی)

۱۶ $\sin^{-4} 2\theta$ (۴)

۱۶ $\cos^{-4} 2\theta$ (۳)

۸ $\sin 2\theta$ (۲)

۸ $\cos^{-2} 2\theta$ (۱)

پاسخ: ()

۱۵۳ - خلاصه شده ی کسر $\frac{\sin^2 7x - \sin^2 2x}{\sin 5x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{54}$ کدام است؟ (سراسری ۹۱ ریاضی)

$\sqrt{3}$ (۴)

۱ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۵۴ - در معادله ی مثلثاتی $\sin 2x (\sin x + \cos x) = \cos 2x (\cos x - \sin x)$ مجموع تمام جواب ها در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

$\frac{7\pi}{4}$ (۴)

$\frac{3\pi}{2}$ (۳)

$\frac{5\pi}{4}$ (۲)

$\frac{3\pi}{4}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۵۵ - مجموع جواب های معادله ی مثلثاتی $\sin(x + \frac{\pi}{8}) + \cos(x - \frac{3\pi}{8}) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ برابر کدام است؟

$\frac{7\pi}{4}$ (۴)

$\frac{3\pi}{2}$ (۳)

$\frac{5\pi}{4}$ (۲)

$\frac{3\pi}{4}$ (۱)

پاسخ: ()

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۵۶- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$ به کدام صورت است؟

(۱) $k\pi - \frac{\pi}{3}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{3}$

پاسخ: ()

۱۵۷- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\frac{\sin 2x}{\sin x} = 2 \cos^2 x$ کدام است؟ (سراسری ۹۳ ریاضی)

(۱) $\frac{k\pi}{2}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

پاسخ: ()

۱۵۸- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2\sqrt{2} \sin x \cos x = \sin x + \cos x$ کدام است؟ (سراسری ۹۲ ریاضی)

(۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

پاسخ: ()

۱۵۹- فرض کنید A مجموعه جواب های معادله مثلثاتی

$$(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))(1 + \cos(8\alpha)) = \frac{1}{8}$$

در بازه $[0, \pi]$ باشد، ماکزیمم عضو مجموعه A کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

(۴) $\frac{8}{9}\pi$

(۳) $\frac{7}{9}\pi$

(۲) $\frac{6}{7}\pi$

(۱) $\frac{5}{7}\pi$

پاسخ: ()

ایران توانمند
توشه ای برای موفقیت



۱۶۰- مجموع جواب های معادله مثلثاتی $1 = \sin(x) + \cos(2x) + 2\sin(x)$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۰)

$\frac{7\pi}{2}$ (۴)

3π (۳)

$\frac{5\pi}{2}$ (۲)

2π (۱)

پاسخ: ()

۱۶۱- جواب های معادله مثلثاتی $\cos 2x = \sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{3})$ ، کدام است؟

$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴)

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳)

$x = \frac{k\pi}{3}$ (۲)

$x = \frac{2k\pi}{3}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۶۲- مجموع جواب های معادله مثلثاتی $\sqrt{2} = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۱ ریاضی)

$\frac{11\pi}{6}$ (۴)

$\frac{9\pi}{4}$ (۳)

$\frac{7\pi}{3}$ (۲)

$\frac{\pi}{3}$ (۱)

پاسخ: ()

ایران توفته
توشه ای برای موفقیت



۱۶۳- مجموع جواب های معادله مثلثاتی $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{4} \sin 2x$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(سراسری ۹۸ ریاضی)

3π (۴)

2π (۳)

$\frac{7\pi}{2}$ (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

پاسخ: ()

معادلات مثلثاتی تانژانت و کوتانژانتی: دو طرف معادله تانژانت یا کوتانژانت باشد

$$\begin{cases} \tan x = \tan \alpha \\ \cot x = \cot \alpha \end{cases} \rightarrow x = k\pi + \alpha$$

۱۶۴- مجموع جواب های معادله مثلثاتی $\tan(3x) \tan(x) = 1$ ، در بازه $[\pi, 2\pi]$ کدام است؟ (سراسری ۹۹ ریاضی)

$\frac{11\pi}{2}$ (۴)

$\frac{9\pi}{2}$ (۳)

6π (۲)

5π (۱)

پاسخ: ()

۱۶۵- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\frac{1-\tan x}{1+\tan x} = \tan 3x$ به کدام صورت است؟ (سراسری ۹۴ ریاضی)

$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$ (۴)

$\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{4}$ (۳)

$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}$ (۲)

$\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{16}$ (۱)

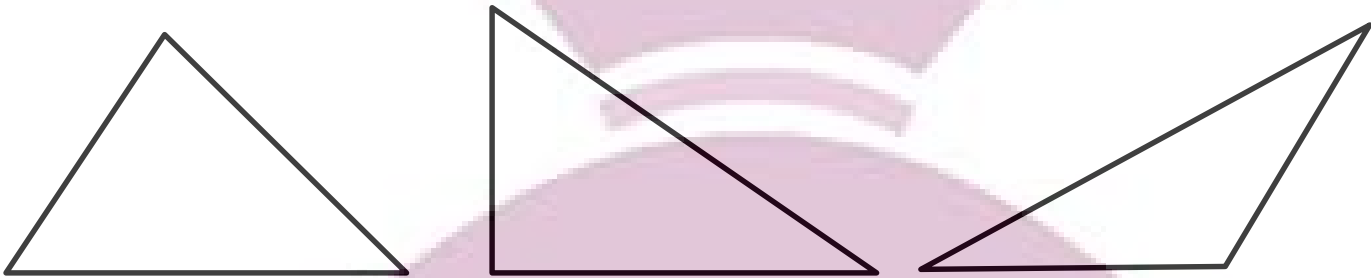
پاسخ: ()

ایران توتنه
توشه ای برای موفقیت



بخش نهم: کاربردهای مثلثات در مثلث

نکته (۱) انواع ارتفاع ها در مثلث



نکته (۲) مساحت مثلث

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{۲} \text{ (الف)}$$

(ب) محاسبه مساحت به کمک ض ز ض $S = \frac{1}{۲} ab \sin \theta$

(ج) محاسبه مساحت به کمک سه ضلع

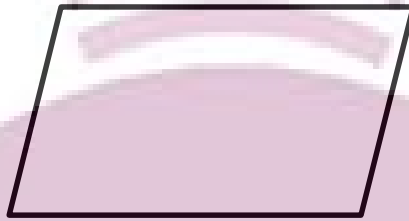
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \text{نصف محیط}$$

۱۶۶- مساحت مثلثی به ضلع ۴، ۷ و ۹ را بیابید.



نکته ۳) مساحت متوازی اضلاع

$$S = \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = ab \sin \theta = \frac{1}{2} dd' \sin \alpha$$



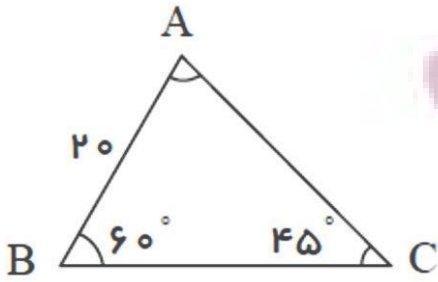
۱۶۷- مساحت چهار ضلعی را بیابید که قطرهای آن ۷ و ۸ و زاویه بین قطرها ۱۲۰ باشد را بیابید.

نکته ۴) قضیه سینوس ها: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

نکته ۴) ضلع مقابل به زاویه ۳۰ درجه نصف وتر است و ضلع مقابل به زاویه ۶۰ درجه $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است.

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت

۱۶۸- در شکل مقابل طول ضلع AC کدام است؟



$20\sqrt{2}$ (۲)

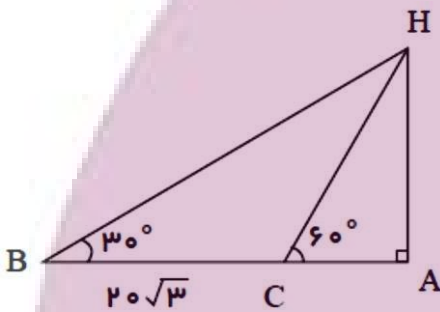
$20\sqrt{3}$ (۱)

$10\sqrt{6}$ (۴)

$20\sqrt{6}$ (۳)

پاسخ: ()

۱۶۹- در شکل مقابل اندازه ی AH کدام است؟



20 (۲)

60 (۱)

40 (۴)

30 (۳)

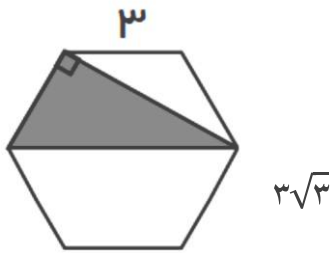
پاسخ: ()

۱۷۰- مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a شش ضلعی منتظمی به ضلع a را محاسبه کنید.

پاسخ: ()

ایران توفته
توشه ای برای موفقیت

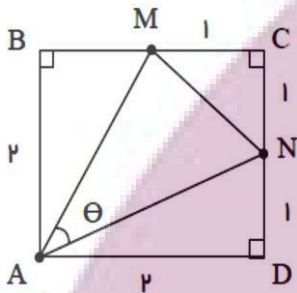
۱۷۱- مساحت قسمت هاشور خورده در شش ضلعی منتظم مقابل چقد راست؟



- (۱) $\frac{9}{2}$
(۲) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
(۳) ۳
(۴) ۶

پاسخ: ()

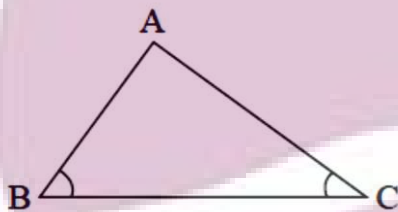
۱۷۲- با توجه به شکل مقابل $\sin \theta$ چقدر است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{2}{5}$
(۴) $\frac{2}{5}$

پاسخ: ()

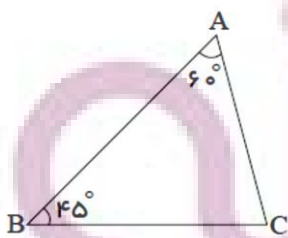
۱۷۳- در شکل زیر، $\sin B = \frac{2}{3}$ و $AB = 30$ و $\cos C = \frac{2}{5}$ در این صورت طول کدام AC است؟



- (۱) ۲۰
(۲) ۲۵
(۳) ۳۵
(۴) ۴۰

پاسخ: ()

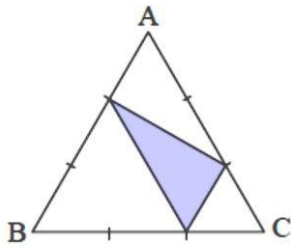
۱۷۴- در شکل زیر، $AC = 10\sqrt{3}$ باشد، آنگاه اندازه ضلع BC کدام است؟



- (۱) ۱۵
(۲) $15\sqrt{2}$
(۳) $15\sqrt{3}$
(۴) ۲۰

پاسخ: ()

۱۷۵- در شکل زیر، هر ضلع مثلث متساوی الاضلاع ABC را به سه قسمت مساوی تقسیم



کرده ایم، مساحت ناحیه سایه زده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

$\frac{2}{9}$ (۲)
 $\frac{4}{9}$ (۴)

$\frac{5}{12}$ (۱)
 $\frac{1}{4}$ (۳)

پاسخ: ()

۱۷۶- در متوازی الاضلاع اندازه ی دو قطر ۱۲ و ۸ واحد و زاویه ی بین دو قطر ۱۳۵ درجه است. مساحت متوازی الاضلاع

چند برابر $\sqrt{2}$ است؟ (سراسری ۹۲)

۳۶ (۴)

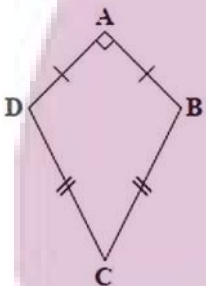
۳۲ (۳)

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

پاسخ: ()

۱۷۷- در چهارضلعی روبه‌رو $AB = AD$ و $BC = CD$ و زاویه A قائمه است. اگر طول قطر AC



برابر $5\sqrt{2}$ و مساحت چهارضلعی برابر ۳۰ باشد، طول ضلع AB کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

۹ (۱)

۶ (۲)

۱۲ (۳)

۴ (۴)

پاسخ: ()

۱۷۸- مثلثی با مساحت ۳ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی متر باشند،

آنگاه چند مثلث با این خاصیت می توان ساخت؟ (تمرین کتاب)

۴ (بیشمار)

۲ (۳)

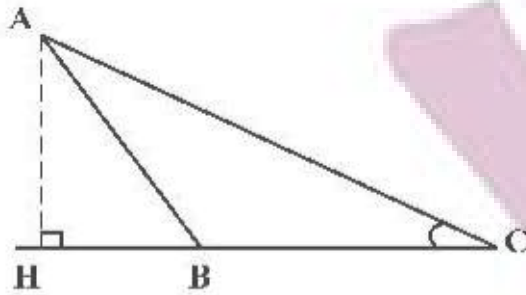
۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()



۱۷۹- در شکل زیر فرض کنید $\sin C = \frac{5}{13}$ و $CH = 9$ اندازه



ارتفاع AH کدام است؟ (سراسری ۹۹)

۳/۵(۲)

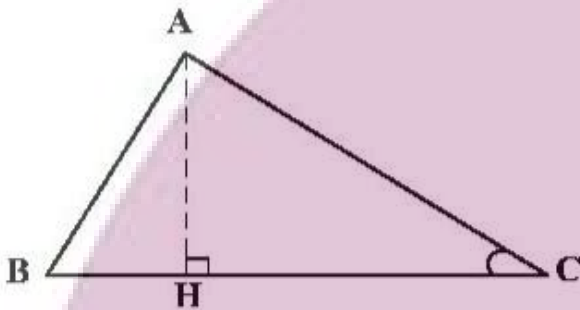
۳/۲۵(۱)

۳/۷۵(۴)

۳/۶(۳)

پاسخ: ()

۱۸۰- در شکل زیر $\cos C = \frac{\sqrt{5}}{4}$ و $AC = 96$ اندازه ارتفاع AH



کدام است؟ (سراسری ۹۹)

۵۶(۲)

۴۸(۱)

۷۲(۴)

۶۴(۳)

پاسخ: ()

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت