

ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود کتاب های مجموعه
- دانلود آزمون های حس و بینش
- دانلود فیلم و مقاله آنلاین شی
- دانلود و مثاواره



IranTooshe.Ir



@irantoooshe



IranTooshe



۱ جذر عدد $5+2\sqrt{6}$ کدام است؟

$2+\sqrt{3}$ (۴)

$\sqrt{5}+\sqrt{6}$ (۳)

$\sqrt{2}+\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{2}-\sqrt{3}$ (۱)

اگر $x = \frac{(\sqrt{2}-2)}{\sqrt{2}}$ باشد، حاصل $x^3 - 5x$ کدام است؟

۲ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

۱ (۱)

۲ حاصل عبارت $\sqrt{32} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{72} - \sqrt{8}$ کدام است؟

$22\sqrt{2}$ (۴)

$10\sqrt{2}$ (۳)

$16\sqrt{2}$ (۲)

$14\sqrt{2}$ (۱)

۳ حاصل عبارت $(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}) \div \sqrt{3}$ کدام است؟

$\sqrt{8}$ (۴)

$\sqrt{6}$ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

۴ خلاصه شدهی عبارت $|2 - \sqrt{3}| - \sqrt{3}|1 - \sqrt{3}|$ کدام است؟

$5 - 2\sqrt{3}$ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۵ اگر x باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x+2}{25+x}}$ برابر کدام است؟

۱/۴ (۴)

۱/۲ (۳)

۰/۸ (۲)

۰/۶ (۱)

۶ حاصل عبارت $(\sqrt{2}-\sqrt{3}) + \sqrt{50} - \frac{6}{\sqrt{3}}$ برابر کدام است؟

$\sqrt{12}$ (۴)

$\sqrt{8}$ (۳)

$\sqrt{6}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

۸

خلاصه شدهی عبارت $\left(\sqrt{\frac{2}{4}} - \sqrt{\frac{2}{9}}\right) \sqrt{\frac{4}{50}}$ کدام است؟

$\frac{2}{15}(4)$

$\frac{1}{10}(3)$

$\frac{1}{15}(2)$

$\frac{1}{30}(1)$

۹

حاصل عبارت $\sqrt[3]{(-x)^3} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(-2)^2}$ وقی که $x > 0$ کدام است؟

$2(4)$

$2x + 2(3)$

$-2(2)$

$-2x - 2(1)$

۱۰

حاصل عبارت $\sqrt[4]{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6 + 4\sqrt{2}}$ کدام است؟

$4(4)$

$2\sqrt{2}(3)$

$2(2)$

$\sqrt{2}(1)$

۱۱

حاصل عبارت $\sqrt[3]{2 + 2\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{6 - 4\sqrt{2}}$ کدام است؟

$\sqrt{2}(4)$

$\sqrt[3]{4}(3)$

$\sqrt[3]{2}(2)$

$1(1)$

۱۲

حاصل عبارت $\sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{2 + \sqrt{3}}$ کدام است؟

$2(4)$

$\frac{3}{2}(3)$

$1(2)$

$\frac{1}{2}(1)$

ایرانجی اگر $x = \sqrt[2]{2\sqrt{2}}$ باشد، x^2 برابر است با:

$2(4)$

$\sqrt[3]{4}(3)$

$\sqrt[3]{2}(2)$

$\sqrt{2}(1)$

توشه‌ای برای موفقیت

۱۳

حاصل عبارت $\sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} \times \sqrt[3]{9 + 4\sqrt{5}}$ کدام است؟

$\sqrt{2}(4)$

$1(3)$

$-1(2)$

$-\sqrt{2}(1)$

۱۵

حاصل عبارت $\sqrt[3]{4 + 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt[3]{4}$ کدام است؟

$4(4)$

$3(3)$

$2(2)$

$1(1)$



۱۶

حاصل عبارت $\left[\frac{1}{2} + (12) \frac{1}{2} \right] \frac{-1}{3}$ کدام است؟

$2 + \sqrt{2}$ (۴)

$-2 + \sqrt{2}$ (۳)

$2 - \sqrt{2}$ (۲)

$-(2 + \sqrt{2})$ (۱)

۱۷

ساده‌ترین عبارت جبری که در $\sqrt[3]{4a^2}$ ضرب شود، تا حاصل مربع کامل گردد، کدام است؟

$a(2a)^{\frac{1}{3}}$ (۴)

$a(2a)^{\frac{1}{2}}$ (۳)

$(2a)^{\frac{1}{3}}$ (۲)

$(2a)^{\frac{1}{2}}$ (۱)

۱۸

حاصل $\frac{-1}{2} \times \sqrt[3]{216}$ کدام است؟

28 (۴)

24 (۳)

18 (۲)

12 (۱)

۱۹

در تجزیه عبارت $24 - 4x - 4x^2$ کدام عامل وجود دارد؟

$x + 3$ (۴)

$x + 2$ (۳)

$x - 2$ (۲)

$x - 6$ (۱)

۲۰

عبارت $10 - 11x + 3x^2$ به حاصلضرب دو عبارت تجزیه شده است. یکی از عوامل تجزیه کدام است؟

$3x - 2$ (۴)

$3x + 2$ (۳)

$3x - 5$ (۲)

$3x + 5$ (۱)

۲۱

کدام مقدار A، عبارت $9x^2y^2 + x^4 + Ax^2y^2$ را به صورت توان دوم یک دو جمله‌ای در می‌آورد؟

$6x^2y^2$ (۴)

$3x^2y^2$ (۳)

$-6x^3y$ (۲)

$-3x^3y$ (۱)

4 (۴)

ابزار توشه توشه

توشه‌ای برای موفقیت

۲۲

ساده شده عبارت $\frac{2\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}}$ کدام است؟

-4 (۱)

$3 + 2\sqrt{2}$ (۴)

$3 - 2\sqrt{2}$ (۳)

$-3 + 2\sqrt{2}$ (۲)

$-(3 + 2\sqrt{2})$ (۱)

۲۳

اگر $x = 1 - \sqrt{2}$ آنگاه x^{-2} کدام است؟



۲۴

حاصل کدام است؟

$$\frac{\sqrt{6}}{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{150}$$

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

۲۵

برابر است با:

$$\frac{2}{\sqrt[5]{4}}$$

 $\sqrt[5]{16}$ (۴) $\sqrt[5]{8}$ (۳) $\sqrt[5]{6}$ (۲) $\sqrt[5]{2}$ (۱)

۲۶

کسر برابر با کدام عبارت است؟

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$$

$$\frac{\sqrt[3]{2} + 2}{3} \quad (۲)$$

$$(\sqrt[3]{4} + 1)^2 \quad (۴)$$

$$\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{3} + 1 \quad (۱)$$

$$\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1 \quad (۳)$$

۲۷

حاصل کدام است؟

$$\frac{(\sqrt[3]{5} - 1))}{(\sqrt[3]{5} + 1)} - \frac{(\sqrt[3]{5} - 2)}{(\sqrt[3]{5} + 2)}$$

۴ (۴)

۳ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)

۲۸

 $x + 6$ (۴)

ابعادی

توشه‌ای برای موفقیت

کدام عامل ضرب در تجزیه عبارت $x^3 - 7x^2 - 6x + 3$ وجود دارد؟

 $x - 6$ (۱) $x + 3$ (۳) $x - 3$ (۲)

۲۹

گویا شده کسر کدام است؟

$$\frac{1}{(2\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$\frac{1}{5}(2\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad (۲)$$

$$\frac{1}{10}(2\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad (۴)$$

$$\frac{1}{5}(2\sqrt{3} + \sqrt{2}) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{10}(2\sqrt{3} + \sqrt{2}) \quad (۳)$$



۳۰

پس از گویا کردن $\frac{1}{(2\sqrt{2} - 2\sqrt{2})}$ ، مخرج کسر کدام است؟

۸ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

۳۱

اگر $x = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} - \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}$ باشد، مقدار $x^3 - 3x$ کدام است؟

۲ $\sqrt{2}$ (۴)

۲ (۳)

 $\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۱)

۳۲

حاصل عبارت $\sqrt[3]{1 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}}$ کدام است؟

 $\sqrt{2}$ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

 $-\sqrt{2}$ (۱)

۳۳

اگر $x < 0$ باشد، حاصل $2\sqrt{x^3} + \sqrt{x^4}$ کدام است؟

-۳x (۴)

-x (۳)

x (۲)

۳x (۱)

۳۴

حاصل عبارت $(\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}) \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ کدام است؟

۲ $\sqrt{3}$ (۴)۱ + $\sqrt{3}$ (۳)

۲ (۲)

 $\sqrt{3}$ (۱)

۳۵

حاصل عبارت $\sqrt[3]{12} \times \sqrt[3]{54} \times \sqrt[3]{2\sqrt{6}}$ کدام است؟

۶ (۴)

۲ $\sqrt[3]{9}$ (۳)۳ $\sqrt[3]{32}$ (۲)۶ $\sqrt[3]{2}$ (۱)

ایران لجی

توشه‌ای برای موفقیت

۳۶

اگر $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = \alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta$ باشند حاصل عبارت $\beta = \sqrt[3]{3\sqrt{2} + 4}$ و $\alpha = \sqrt[3]{3\sqrt{2} - 4}$ کدام است؟

۷ $\sqrt{2}$ (۴)۶ $\sqrt{2}$ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)



۳۷

اگر $A = \sqrt[5]{\sqrt[3]{9}}(12)$ باشد، حاصل $A = \sqrt[1]{1 + A^{-1}}$ کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۳۸

فرض کنید $a = \sqrt[4]{\sqrt{6} - 2}$ و $b = \sqrt[4]{\sqrt{6} + 2}$. مقدار $(a^2 + b^2 - ab)^{\frac{1}{2}} (a^2 + b^2 + ab)^{\frac{1}{2}}$ کدام است؟

۱۶ $(2 - \sqrt{3})$ (۴)۱۶ $(2 + \sqrt{3})$ (۳)۴ $(2 - \sqrt{3})$ (۲)۴ $(2 + \sqrt{3})$ (۱)

۳۹

اگر $B = x^{\frac{1}{t+1}}$ و $A = x^{\frac{t+1}{t}}$ برقرار است، کدام رابطه بین A و B برقرار است؟ ($t \neq 0, t \neq -1$)

$$A^{\frac{t}{t+1}} = B^{\frac{t+1}{t}} \quad (۲)$$

$$A^{\frac{t}{t+1}} = B^{\frac{t+1}{t}} \quad (۱)$$

$$A^{\frac{1}{t+1}} = B^{\frac{1}{t+1}} \quad (۴)$$

$$A^{\frac{1}{t+1}} = B^{\frac{t+1}{t}} \quad (۳)$$

۴۰

اگر حاصل عبارت $\sqrt[3]{A} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}} \times \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}}$ باشد، A کدام است؟

 $\sqrt{3} + 1$ (۴) $2(3)$ $\sqrt{3}(2)$ $\sqrt{3} - 1$ (۱)

۴۱

اگر $A = \sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $\frac{1}{2}A$ کدام است؟

۱ (۴)

۰/۷۵ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

۴۲

کدام عدد زیر یک مقسوم علیه عدد $3^{37} + 3^{35}$ است؟

۱۲۹۹ (۴)

۱۲۸۹ (۳)

۱۲۸۱ (۲)

۱۲۷۱ (۱)



۴۳

حاصل مقدار $\frac{1}{(3\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{3})}$ کدام است؟

$\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{3} + 1$ (۳)

$\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{3} - 1$ (۱)

۴۴

در تجزیه عبارت $x^2 + x(-2y - 1) + (-3y + 1)(y - 2)$ کدام عامل وجود دارد؟

$x + y - 2$ (۴)

$x + y + 2$ (۳)

$x - y + 2$ (۲)

$x - y - 2$ (۱)

۴۵

مقدار $|x - y|$ چقدر است؟ $\begin{cases} x + y = 13 \\ x^2 + y^2 = 97 \end{cases}$ اگر

$\sqrt{7}$ (۴)

$\sqrt{6}$ (۳)

5 (۲)

$\sqrt{4}$ (۱)

۴۶

عبارت $x^2 + (x - 1)(y + 1) - x$ را به حاصل ضرب دو عبارت تجزیه کرده‌ایم. یکی از دو عبارت کدام است؟

$x + y + 1$ (۴)

$x + y - 1$ (۳)

$x - y - 1$ (۲)

$x - y + 1$ (۱)

۴۷

در تجزیه عبارت $x^4 + 2x^3 - x - 2$ کدام عامل وجود ندارد؟

$x - 1$ (۴)

$x + 2$ (۳)

$x^2 + x + 1$ (۲)

$x^2 - x + 1$ (۱)

۴۸

از رابطه $\frac{(b+c-a)^3}{abc}$ کدام است؟ $(a-2b)^2 + (b-2c)^2 = 0$ مقدار

$\frac{1}{8}$ (۴)

$-\frac{1}{8}$ (۳)

8 (۲)

-8 (۱)

فرض کنیم به ازاء هر x , $x^2 + 2x^3 - x^4 = a(x-2) + b(x-2)^2 - (x-2)^3 + x + 1$ در این صورت

$a + b$ برابر کدام است؟

تو شهای برای موفقیت

-7 (۱)

۴۹

فرض کنیم به ازاء هر x , $x^2 + 2x^3 - x^4 = a(x-2) + b(x-2)^2 - (x-2)^3 + x + 1$ در این صورت

$a + b$ برابر کدام است؟

-5 (۲)

v (۴)

در تجزیه عبارت $a^2(1-x) + (b^2+c^2+2bc)(x-1)$ کدام عامل وجود ندارد؟

$x - 1$ (۴)

$b + c - a$ (۳)

$a + b + c$ (۲)

$a + b - c$ (۱)

۵۰

اگر $a + b$ حاصل $2a^2 + 4b^2 - 4ab - 2a + 1 = 0$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

1 (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

2 (۱)



۵۲

اگر $\frac{4}{3}xy^2$ باشد، حاصل کدام است؟ $(x+2y)^2 - (x-2y)^2 = 4(a+b+c)$

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

۵۳

اگر آنگاه مقدار $a^2 + b^2 + c^2 + r = 2(a+b+c)$ چقدر است؟

۲ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۵۴

در تجزیه عبارت $4a^2 - 4a - b^2 - 4b - 3$ ، کدام عامل وجود دارد؟
 $2a + b + 1$ (۴) $2a - b + 1$ (۲) $2a + b + ۳$ (۱)

 $2a + b + 1$ (۴)

۱۴۴ (۴)

۲۶۴ (۴)

اگر $c^2 - d^2 = uv$ و $c - d = -v$ مقدار $(c+d)^2$ کدام است؟

۱۲۱ (۳)

۸۱ (۲)

۶۴ (۱)

۵۵

اگر $xy = ۵$ و $x + y = v$ باشد، حاصل کدام است؟ $x^3 + y^3$

۲۴۴ (۳)

۲۳۸ (۲)

۲۱۶ (۱)

۵۷

حاصل $\frac{(\sqrt{۷۵} - \sqrt{۲۷} + \sqrt{۱۲})}{\sqrt{۶}}$ کدام است؟

 $2\sqrt{۶}$ (۴) $3\sqrt{۲}$ (۳) $2\sqrt{۳}$ (۲) $\sqrt{۶}$ (۱)

۵۸

حاصل کسر $\frac{(۲\sqrt{۳})}{(1 - \sqrt{۳})}$ کدام است؟

$۳ + \sqrt{۳}$ (۴) $۳ - \sqrt{۳}$ (۳) $-۳ + \sqrt{۳}$ (۱) $-۳ - \sqrt{۳}$ (۰)

۵۹

حاصل $\frac{\sqrt{۲}}{(۳\sqrt{۲} + ۲\sqrt{۳})}$ کدام است؟

 $1 + \frac{\sqrt{۶}}{۳}$ (۴) $1 - \frac{\sqrt{۶}}{۳}$ (۳) $2 - \frac{\sqrt{۶}}{۶}$ (۲) $2 + \frac{\sqrt{۶}}{۶}$ (۱)

حاصل عبارت کدام است؟

$$\frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{18}} + \frac{1}{\sqrt{18} + \sqrt{25}}$$

$\frac{2}{3}(4)$

$\frac{1}{3}(3)$

$\frac{3}{7}(2)$

$\frac{2}{7}(1)$

خلاصه شده عبارت کدام است؟

$$\frac{(4)^{+/\sqrt{5}}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{2}} + 9^{+/\sqrt{5}}$$

$1 + \sqrt{2}(4)$

$\sqrt{2}(3)$

$1(2)$

$\sqrt{2} - 1(1)$

حاصل $(1 + 4\sqrt{5})(1 - \sqrt{20})$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} +$$

-34 (4)

-36 (3)

-44 (2)

-45 (1)

حاصل عبارت کدام است؟

$$\frac{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2}$$

$(x + y + z)(4)$

$\frac{1}{2}(x + y + z)(3)$

$-(x + y + z)(2)$

$-\frac{1}{2}(x + y + z)(1)$

حاصل عبارت کدام است؟

$$\frac{1}{3 - \sqrt{6}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{27}}$$

$2(4)$

$1(3)$

$-2(1)$

حاصل عبارت برابر کدام است؟

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{48}$$

$7(4)$

$2\sqrt{3}(3)$

$5(2)$

$2\sqrt{3}(1)$

٦٦

$$\text{حاصل عبارت} \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}}$$

+ (٤)

-١ (٣)

-٢ (٢)

-٣ (١)

٦٧

$$\text{حاصل عبارت} \sqrt[3]{24} \times \sqrt[3]{9} + \frac{2 - \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} - \sqrt{80}$$

-٣- $2\sqrt{5}$ (٤)-١- $2\sqrt{5}$ (٣)

-٣ (٢)

-٤ (١)

٦٨

$$\text{حاصل} \sqrt[4]{(1 - \sqrt{2})^4} + \frac{1}{1 - \sqrt{2}}$$

 $2\sqrt{2}$ (٤)

٢ (٣)

-٢ (٢)

-٢ $\sqrt{2}$ (١)

٦٩

$$\text{حاصل} \frac{2}{2 + \sqrt{6}} + (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

٢ (٤)

-١ (٣)

-١ (٢)

-٢ (١)

٧٠

$$\text{حاصل عبارت} \frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1}$$

 $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ (٤)توضیحاتی برای $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ و فقیت $1 + \sqrt{3}$ (١)

٧١

$$\text{حاصل عبارت} \frac{\sqrt{27} - 1}{4 + \sqrt{3}} + (2 - \sqrt{3})^{-1}$$

١ (٤)

 $1 + \sqrt{3}$ (٣) $2\sqrt{3}$ (٢) $1 + 2\sqrt{3}$ (١)

فرض کنید $a = \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}}$. مقدار $a = \left(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2}\right)^2 \left(a + \frac{1}{a} - \sqrt{2}\right)^2$ کدام است؟

۴۹ (۴)

۲۵ (۳)

۱۶ (۲)

۹ (۱)

سید علی موسوی

۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴

مشهد مقدس



ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت



۱

عبارت داده شده را می‌توان تبدیل به مریع کامل نمود:

$$5 + 2\sqrt{6} = 2 + 3 + 2\sqrt{2 \times 3} = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \Rightarrow \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۲

$$x = \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{2} = 1 - \sqrt{2}$$

با جایگذاری خواهیم داشت:

$$x^3 = (1 - \sqrt{2})^3 = 1 - 3\sqrt{2} + 6 - 2\sqrt{2} = 7 - 5\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$x^3 - 5x = 7 - 5\sqrt{2} - 5(1 - \sqrt{2}) = 7 - 5\sqrt{2} - 5 + 5\sqrt{2} = 7 - 5 = 2$$

بنابراین گزینه ۴ درست است.

۳

$$\begin{aligned} \sqrt{32} - 2\sqrt{18} + 2\sqrt{72} - \sqrt{8} &= \sqrt{16 \times 2} - 2\sqrt{9 \times 2} + 3\sqrt{36 \times 2} - \sqrt{4 \times 2} \\ &= 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 18\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۴

$$(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}) = \sqrt{3} + \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{3 \times 25} = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}) \div \sqrt{3} = 8\sqrt{3} \div \sqrt{3} = 8$$

بنابراین :

پس گزینه ۲ صحیح است.

۵

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\sqrt{3} \approx 1.7$ پس $1 - \sqrt{3} < 0$ و $2 - \sqrt{3} > 0$ می‌باشد. بنابراین:

$$\begin{aligned} |2 - \sqrt{3}| &= 2 - \sqrt{3} \quad |1 - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - 1 \\ \Rightarrow (2 - \sqrt{3}) + \sqrt{3}(1 - \sqrt{3}) &= 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 3 = -1 \end{aligned}$$

۶

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با جایگذاری $x = 7 - 2\sqrt{6}$ در عبارت سؤال داریم:

$$\sqrt{\frac{x+2}{25} + \frac{1}{x}} \Rightarrow x = 7 - 2\sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{\frac{7 - 2\sqrt{6} + 2}{25} + \frac{1}{7 - 2\sqrt{6}}}$$

عبارت $\frac{1}{7 - 2\sqrt{6}}$ را گویا می‌کنیم: (صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم).

$$\frac{1}{7 - 2\sqrt{6}} \times \frac{7 + 2\sqrt{6}}{7 + 2\sqrt{6}} = \frac{7 + 2\sqrt{6}}{7^2 - (2\sqrt{6})^2} = \frac{7 + 2\sqrt{6}}{49 - 24} = \frac{7 + 2\sqrt{6}}{25}$$

بنابراین در عبارت اصلی خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{7 - 2\sqrt{6} + 2}{25} + \frac{7 + 2\sqrt{6}}{25}} = \sqrt{\frac{7 - 2\sqrt{6} + 2 + 7 + 2\sqrt{6}}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} = 0.8$$

۷

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{2}\sqrt{3}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 5\sqrt{2} - \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$$

۸

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3} &= \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{6} \\ \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{50}} &= \frac{2}{\sqrt{50 \times 2}} = \frac{2}{5\sqrt{2}} \end{aligned} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{15} \\ \frac{2}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{15} \end{array} \right.$$

۹

می‌دانیم ریشه سوم یک عدد جبری، هم‌علامت با خود عدد می‌باشد و همچنین $|x| = \sqrt{x^2}$ پس:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{(-x)^3} + \sqrt{x^3} + \sqrt{(-2)^3} &= -x + |x| + |-2| \\ x > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{عبارت} = -x + x + 2 = 2$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح می‌باشد.



۱۰

عبارت زیر را دیگال دوم تبدیل به مربع کامل می‌شود و با عدد فرجه ساده می‌شود پس داریم:

$$\begin{aligned} & \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6 + 4\sqrt{2}} = \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{(2 + \sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt[4]{2(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} = \sqrt[4]{2(4 - 2)} = \sqrt[4]{4} = 2 \end{aligned}$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{2 + 2\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{(6 - 4\sqrt{2})} = \sqrt[3]{2 + 2\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{(2 - \sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt[3]{2 + 2\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{2 - \sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2}(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})} \\ &= \sqrt[3]{\sqrt{2}(4 - 2)} = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(\sqrt{2})^3} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

ابتدا رادیکالها را هم فرجه نموده و سپس با توجه به اتحادها ساده می‌نماییم :

$$\sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}} \sqrt[4]{7 + \sqrt{3}} = \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}} \sqrt[4]{7 + 4\sqrt{3}} = \sqrt[4]{49 - 48} = 1$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

۱۳

$$x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} \Rightarrow x = \sqrt[3]{\sqrt{2^2 \times 2}} \Rightarrow x = \sqrt[3]{\sqrt{2^3}} = \sqrt[3]{2^3} \Rightarrow x = \sqrt[3]{2} \Rightarrow x^2 = 2$$

پس گزینه ۴ صحیح است.
راه حل دوم:

$$x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} \Rightarrow x^3 = 2\sqrt{2} \Rightarrow (x^3)^2 = (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow x^6 = 8 \Rightarrow \sqrt[3]{x^6} = \sqrt[3]{8} \Rightarrow x^2 = 2$$

ابراهیم

توشه‌ای برای موفقیت

۱۴

مقدار زیر را دیگال دوم را می‌توان بصورت مربع کامل نوشت:

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} \times \sqrt[3]{9 + 4\sqrt{5}} = \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} \times \sqrt[3]{(2 + \sqrt{5})^2} = \\ & \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} \times \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} = \sqrt[3]{2^2 - 5} = \sqrt[3]{-1} = -1 \end{aligned}$$

پس گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$4 + 2\sqrt{3} = 3 + 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3} + 1)^2$$

پس :

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{4+2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[3]{4} &= \sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)^2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[3]{4} \\ &= \sqrt[3]{\sqrt{3}+1} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{(\sqrt{3})^2 - 1} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{12} \right] \times \frac{-1}{3^{\frac{1}{2}}} &= \frac{\left[\frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right]}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{6}}{3^{\frac{1}{2}}} + \frac{\frac{1}{12}}{3^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1}{12} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + 2 \\ &= \sqrt{2} + 2 \end{aligned}$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

عبارت $(4a^2)^{\frac{1}{3}}$ را در نظر می‌گیریم، برای اینکه این عبارت مربع کامل شود باید آن را در $(4a^2)^{\frac{1}{3}}$ ضرب کنیم زیرا:

$$(4a^2)^{\frac{1}{3}} \times (4a^2)^{\frac{1}{3}} = (4a^2)^{\frac{1}{3}} = 4a^2$$

مربع کامل است

بنابراین:

$$(4a^2)^{\frac{2}{3}} = ((4a^2)^{\frac{1}{3}})^2 = (2a)^{\frac{4}{3}}$$

$$3 \times 6^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt{216} = 3 \times \frac{1}{\sqrt{6}} \times \sqrt{216} = 3 \times \frac{1}{\sqrt{6}} \times \sqrt{216} = 3 \sqrt{\frac{216}{6}} = 3 \sqrt{36} = 3 \times 6 = 18$$

پس گزینه ۲ صحیح است.



$$4(x^2 - x - 6) = 4(x - 3)(x + 2)$$

عبارت را تجزیه می کنیم داریم:
پس گزینه ۳ صحیح است.

۱۹

$$(rx^2 - 11x + 10) = (rx - 5)(x - 2)$$

به کمک اتحاد یک جمله مشترک تجزیه می کنیم:
بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۰

$$9x^2y^2 + x^4 + A = (rxy)^2 + (x^2)^2 + A \Rightarrow A = \pm 2(rxy)(x^2) = \pm 6x^3y$$

با توجه به گزینه ها گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۱

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

برای حل این مسئله از روابط روی برو استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} + 2 &= \frac{2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})} + 2 \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}{1 - (\sqrt{2})^2} + 2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}(\sqrt{2})}{1 - 2} + 2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2} + 4}{-1} + 2\sqrt{2} = -2\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{2} = -4 \end{aligned}$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

۲۲

$$x = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(1 - \sqrt{2})^2} = \frac{1}{1 + 2 - 2\sqrt{2}} = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} =$$

$$\frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} \times \frac{3 + 2\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}} = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{9 - 8} = 3 + 2\sqrt{2}$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

۲۳

ابران توشی

توشه‌ای برای موفقیت



۲۴

$$\frac{\sqrt{6}}{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{10} = \frac{\sqrt{6}}{5 - 2\sqrt{6}} - 5\sqrt{6} = \frac{\sqrt{6} - 25\sqrt{6} + 2 \times 5 \times 6}{5 - 2\sqrt{6}} = \frac{60 - 24\sqrt{6}}{5 - 2\sqrt{6}}$$

$$= \frac{12(5 - 2\sqrt{6})}{5 - 2\sqrt{6}} = 12$$

بنابراین گزینه ۴، پاسخ صحیح است.

۲۵ عبارت مورد نظر را گویا می کنیم:

$$\frac{2}{\sqrt[5]{4}} = \frac{\sqrt[5]{2^5}}{\sqrt[5]{4}} = \sqrt[5]{\frac{2^5}{4}} = \sqrt[5]{\frac{2^5}{2^2}} = \sqrt[5]{2^3} = \sqrt[5]{8}$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۲۶ اتحاد تفاضل مکعبات بصورت $(a - b)(a^2 + b^2 + ab) = a^3 - b^3$ می باشد. بنابراین برای گویا کردن کسر، صورت و مخرج آن را در قسمت دوم اتحاد ضرب می نماییم.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2-1}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2} + 1 + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2} + 1 + \sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2^2} + 1 + \sqrt[3]{2}}{(\sqrt[3]{2})^3 - 1^3} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا هر یک از کسرهای عبارت را گویا می‌کنیم:

۲۷

$$\frac{^8(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}+1} = \frac{^8(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}+1} \times \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1} = \frac{^8(\sqrt{5}-1)^2}{5-1} = \frac{^8(\sqrt{5}-1)^2}{4} =$$

$$2(5-2\sqrt{5}+1) = 10-4\sqrt{5}+2 = 12-4\sqrt{5}$$

$$\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} \times \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}-2)^2}{5-4} = 5-4\sqrt{5}+4 = 9-4\sqrt{5}$$

بنابراین:

$$(10-4\sqrt{5}+2) - (5-4\sqrt{5}+4) = 3$$

عبارت داده شده در سوال را تجزیه می‌نماییم، پس:

۲۸

$$x^3 - vx^2 + 6x = x(x^2 - vx + 6) = x(x-1)(x-6)$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۱ درست است.

برای گویا کردن کسر، صورت و مخرج آن را در مزدوج مخرج ضرب می‌نماییم:

$$\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{12-2} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{10}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ درست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای گویا کردن کسر، صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم، پس مخرج کسر گویا به صورت زیر خواهد بود:

$$(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}) = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 18 - 12 = 6$$

۳۰

ابزاری برای توشیه



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر $b = \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}$ و $a = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}}$ فرض کنیم خواهیم داشت

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

بنابراین $x = a - b$ و نیز می‌دانیم

$$\left. \begin{aligned} x^3 - 3x &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) - 3(a - b) \\ ab &= \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} = \sqrt[3]{-1} = -1 \\ &= a^3 - b^3 = 1 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^3 - 3x = a^3 - b^3 + 3(a - b) - 3(a - b)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $3 + 2\sqrt{2} = (1 + \sqrt{2})^2$ پس:

$$\sqrt[3]{1 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}} = -(\sqrt{2} - 1)^{\frac{1}{3}} (\sqrt{2} + 1)^{\frac{1}{3}} = -(2 - 1)^{\frac{1}{3}} = -1$$

می‌دانیم اگر $|x| = -x$ باشد x خواهد بود پس:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt[3]{x^4} &= |x| = -x \\ \sqrt[3]{x^3} &= x \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{x^4} = 2x - x = x$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

راه اول:

$$x = (\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}) \cdot \sqrt{2} \Rightarrow x^2 = (2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{4 - 3}) \cdot 2 \\ \Rightarrow x^2 = 6 \times 2 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

راه دوم:

$$x = (\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \\ \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1 = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$\sqrt[12]{12^2} \times \sqrt[12]{54^3} \times \sqrt[12]{2^4 \times 6} = \sqrt[12]{(2^2 \times 3)^2} \times \sqrt[12]{(3^3 \times 2)^3} \times \sqrt[12]{2^4 \times 2 \times 3} \\ \sqrt[12]{2^4 \times 3^2} \times \sqrt[12]{3^9 \times 2^3} \times \sqrt[12]{2^5 \times 3} = \sqrt[12]{2^{12} \times 3^{12}} = 2 \times 3 = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$\alpha = \sqrt[4]{3\sqrt{2 - 4}} \\ \beta = \sqrt[4]{3\sqrt{2 + 4}} \Rightarrow (\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta) = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - \alpha^2\beta^2 \\ = \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 - \alpha^2\beta^2 = \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2 \\ = (\sqrt[4]{3\sqrt{2 - 4}})^4 + (\sqrt[4]{3\sqrt{2 + 4}})^4 + (\sqrt[4]{3\sqrt{2 - 4}})(\sqrt[4]{3\sqrt{2 + 4}})^2 \\ = 3\sqrt{2 - 4} + 3\sqrt{2 + 4} + \sqrt{(3\sqrt{2 - 4})(3\sqrt{2 + 4})} = 6\sqrt{2} + \sqrt{18 - 16} \\ = 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۳۷

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt[5]{\sqrt[3]{12}}^{-1/5} = \sqrt[5]{\frac{1}{12}} = \sqrt[5]{\frac{1}{12}} = \frac{1}{\sqrt[5]{12}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt[5]{\frac{1}{2^3 \times 3}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{2^3 \times 3}} = \frac{1}{2^3 \times 3} \\
 (1 + A^{-1})^{\frac{1}{2}} &= (1 + 24)^{\frac{1}{2}} = (5^2)^{\frac{1}{2}} = 5
 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۳۸

$$\begin{aligned}
 (a - b)^t (a + b)^t &\Rightarrow (a^t - b^t)^t \\
 (\sqrt{\sqrt{6+2}} - \sqrt{\sqrt{6-2}})^t &= (\sqrt{6+2} + \sqrt{6-2} - 2\sqrt{2})^t = (2\sqrt{6} - 2\sqrt{2})^t \\
 = 4(6+2-4\sqrt{3}) &= 8(4-2\sqrt{3}) = 16(2-\sqrt{3})
 \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در به توان رساندن اعداد نمایی خاصیت:

۳۹

$$\begin{aligned}
 A &= x^{\frac{t+1}{t}} \Rightarrow A^{\frac{t}{t+1}} = \left(x^{\frac{t+1}{t}}\right)^{\frac{t}{t+1}} = x^{\frac{t+1}{t} \times \frac{t}{t+1}} = x^{\frac{1}{t+1}} \Rightarrow A^{\frac{t}{t+1}} = B^{t+1} \\
 B &= x^{\frac{1}{t+1}} \Rightarrow B^{t+1} = \left(x^{\frac{1}{t+1}}\right)^{t+1} = x^{\frac{1}{t+1} \times (t+1)} = x^1 = x
 \end{aligned}$$

توشه‌ای برای موفقیت

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۴۰

$$\begin{aligned}
 \sqrt[3]{A} &= (\sqrt[3]{2-\sqrt{3}})^{\frac{1}{3}} (\sqrt[3]{2+\sqrt{3}})^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(\sqrt[3]{2-\sqrt{3}})^3} \sqrt[3]{(\sqrt[3]{2+\sqrt{3}})^3} \sqrt[3]{\sqrt{2}} \\
 &= \sqrt[3]{(\sqrt[3]{2-\sqrt{3}})^3} (\sqrt[3]{2+\sqrt{3}})^3 (\sqrt{2})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{((\sqrt[3]{2-\sqrt{3}})(\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}))^3} (\sqrt[3]{2-\sqrt{3}})(\sqrt{2}) \\
 &= \sqrt[3]{4-2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(\sqrt{3}-1)^3} = \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \Rightarrow A = \sqrt{3}-1
 \end{aligned}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴۱

$$A = \sqrt[5]{\sqrt[2]{\sqrt[3]{2^4}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[5]{\sqrt[2]{2^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}}} = \sqrt[5]{\sqrt[2]{\frac{16}{3}}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} \Rightarrow A = \left(\frac{16}{3}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}$$

$$= 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} = 2^2 \Rightarrow (2A)^{-\frac{1}{3}} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-1} = -1/5$$

با استفاده از اتحاد $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ، داریم:

$$(35)^3 + (37)^3 = (35+37)((35)^2 - (35 \times 37) + (37)^2) = 72 \times 1299$$

بنابراین ۱۲۹۹ یکی از مقسوم‌علیه‌ها است و با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا عبارت داده شده را ساده می‌نماییم:

$$\frac{1}{(3\sqrt{2} - \sqrt{50} + \sqrt{3})} = \frac{1}{3\sqrt{2} - \sqrt{25 \times 2} + \sqrt{3}} = \frac{1}{6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

برای گویا کردن کسر بدست آمده صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج است:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 - 3} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{-1} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

بنابراین گزینه ۲ درست است.

$$\left. \begin{aligned} x^2 + x(-2y - 1) + (-2y + 1)(y - 2) \\ (-2y + 1) + (y - 2) = -2y - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 + x[(-2y + 1) + (y - 2)] + (-2y + 1)(y - 2)$$

با کمک اتحاد حاصلضرب دو جمله‌ای که در یک جمله مشترک باشند:

$$[x + (-2y + 1)][x + (y - 2)] = (x - 2y + 1)(x + y - 2)$$

بنابراین یکی از عوامل ضرب $x^2 - y^2 - x$ است، پس گزینه ۴ صحیح است.

از آنجاکه رابطه زیر به عنوان اتحاد همواره برقرار است، پس داریم:

$$\Rightarrow 169 + (x - y)^2 = 2 \times 97 = 194 \Rightarrow (x - y)^2 = 194 - 169 = 25 \Rightarrow |x - y| = 5$$

پس گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴۶

$$\begin{aligned} x^2 + (x - 1) \times (y + 1) - x &= x^2 - x + (x - 1)(y + 1) = x(x - 1) + (x - 1)(y + 1) \\ &= (x - 1)(x + y + 1) \end{aligned}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ پس:

$$x^4 + 2x^3 - x - 2 = x^3(x + 2) - (x + 2)(x^2 - 1) = (x + 2)(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

سه عامل بدست آمده در گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴ موجود است. پس عامل تعریف شده در گزینه ۱ وجود ندارد.

چون مجموع مربعات دو مقدار برابر صفر شد. پس هر کدام از آنها صفر می‌باشد یعنی :

$$\begin{cases} a - 2b = 0 \\ b - 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ b = 2c \end{cases} \Rightarrow a = 4c$$

$$\frac{(b + c - a)^3}{abc} = \frac{(2c + c - 4c)^3}{4c \times 2c \times c} = \frac{-c^3}{8c^3} = -\frac{1}{8}$$

حال با جایگذاری داریم:

یعنی گزینه ۳ صحیح است.

روش اول : به جای X عددی قرار می‌دهیم تا ضرایب a + b و b برابر ۱ شود (چون مقدار a + b مورد نظر است). با قرار دادن $x = 3$

$$1 + 3 + 2x^3 - 3^3 = 3 + a + b - 1 \Rightarrow a + b = -7$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

روش دوم : با درنظر گرفتن اینکه عبارت داده شده یک اتحاد است، ضرایب توانهای مختلف X را برابر قرار داده واز اینجا a و b قابل محاسبه می‌باشند.

روش سوم:

$$1 + x + 2x^2 - x^3 = 3 + a(x - 2) + b(x - 2)^2 - (x - 2)^3 \xrightarrow{\text{مشتق می‌گیریم}}$$

$$*1 + 4x - 3x^2 = a + 2b(x - 2) - 3(x - 2)^2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ x = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 + 8 - 12 = a + \dots \Rightarrow a = -3 \quad (\text{I})$$

برای بدست آوردن b از تساوی فوق (*) یکبار دیگر مشتق می‌گیریم:

$$4 - 6x = 2b - 6(x - 2) \quad \left. \begin{array}{l} \\ x = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 - 6 \times 2 = 2b - \dots \Rightarrow 2b = -8 \Rightarrow b = -4 \quad (\text{II})$$

$$(I) \text{ و } (II) \Rightarrow a + b = -3 - 4 = -7 \Rightarrow \text{از تو شهای برای موفقیت}$$

۵۰ با تجزیه عبارت داده شده به عوامل اول خواهیم داشت :

$$\begin{aligned} a^2(1 - x) + (b^2 + c^2 + 2bc)(x - 1) &= a^2(1 - x) - (b + c)^2(1 - x) = (1 - x)[a^2 - (b + c)^2] \\ &= (1 - x)[(a - b - c)(a + b + c)] \end{aligned}$$

پس فقط عبارت $c - a + b$ وجود ندارد. بنابراین گزینه ۱ صحیح است.



عبارت را بصورت جمع دو مربع کامل می‌نویسیم :

۵۱

$$x^2 + y^2 - 4ab - 2a + 1 = \cdot \Rightarrow (a^2 + y^2 - 4ab) + (a^2 - 2a + 1) = \cdot \Rightarrow (a - 2b)^2 + (a - 1)^2 = \cdot$$

چون جمع دو مربع کامل صفر است، پس هر کدام باید صفر باشد :

$$\begin{cases} (a - 2b)^2 = \cdot \\ (a - 1)^2 = \cdot \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = \frac{3}{2}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۵۲

$$x^2 + 9y^2 + 6xy^2 - x^2 - 9y^2 + 6xy^2 = 12xy^2 = 12 \times \frac{4}{3} = 16$$

عبارت را بصورت مجموع مربعات کامل می‌نویسیم :

۵۳

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 + r &= r(a + b + c) \Rightarrow (a^2 - ra + 1) + (b^2 - rb + 1) + (c^2 - rc + 1) = \cdot \\ &\Rightarrow (a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (c - 1)^2 = \cdot \end{aligned}$$

مجموع سه عدد نامنفی وقتی صفر است که هر سه صفر باشند، پس :

$$a - 1 = \cdot, b - 1 = \cdot, c - 1 = \cdot \Rightarrow a = 1, b = 1, c = 1$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۵۴

$$\underbrace{r^2 a^2 - b^2}_{= (ra + b)(ra - b)} - 8a - 2b + 2a - b - r = (ra - b)(ra + b) - r(ra + b) + (ra - b - r)$$

$$= (ra + b)(ra - b - r) + (ra - b - r) = (ra - b - r)(ra + b + 1)$$

راه دوم:

$$r^2 a^2 - r^2 a + 1 - b^2 - 4b - r = (ra - 1)^2 - (b + 2)^2$$

$$= (ra - 1 + b + 2)(ra - 1 - b - 2) = (ra + b + 1)(ra - b - r)$$

۵۵

با توجه به اتحاد مزدوج عبارت را ساده می‌کنیم:

$$(c - d)(d + c) = vv \xrightarrow{c - d = -v} d + c = -vv \Rightarrow (d + c)^2 = 121$$

پس گزینه ۳ صحیح است

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۵۶

$$x^2 + y^2 = S^2 - 2SP = v^2 - 2(v \times 5) = 343 - 105 = 238$$

$$S = x + y$$

$$P = xy$$

$$\frac{(\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{12})}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5^2 \times 3} - \sqrt{3^3} + \sqrt{2^2 \times 3}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

با ضرب صورت و مخرج کسر در مزدوج مخرج کسر، کسر را گویا می‌کنیم:

$$\frac{2\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \times \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} + 6}{1 - 3} = \frac{2(\sqrt{3} + 3)}{-2} = -(\sqrt{3} + 3)$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

با ضرب صورت و مخرج کسر در مزدوج مخرج، کسر را گویا می‌نماییم:

$$\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = \frac{6 - 2\sqrt{6}}{18 - 12} = \frac{6 - 2\sqrt{6}}{6} = 1 - \frac{\sqrt{6}}{3}$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا مخرج هر یک از کسرها را گویا می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{11} - \sqrt{4}}{11 - 4} + \frac{\sqrt{18} - \sqrt{11}}{18 - 11} + \frac{\sqrt{25} - \sqrt{18}}{25 - 18} = \frac{\sqrt{11} - \sqrt{4} + \sqrt{18} - \sqrt{11} + \sqrt{25} - \sqrt{18}}{7} = \frac{3}{7}$$

پس گزینه ۲ صحیح است



مخرج کسر را گویا می‌کنیم برای اینکار مخرج را دسته‌بندی کرده سپس ساده می‌کنیم داریم.

$$\frac{\frac{(\sqrt{2})^{1/25}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + (\sqrt{2})^{1/25}}{(\sqrt{2})^{1/25} + \sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{(\sqrt{2})^{1/2} - (\sqrt{3})^{1/2}} + \sqrt{3}$$

$$\frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{1+2+2\sqrt{2}-3} + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{2}$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} \times \frac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5+5}}{4-5} = -2\sqrt{5-5}$$

$$(1+4\sqrt{5})(1-2\sqrt{5}) = 1-2\sqrt{5}+4\sqrt{5}-40 = 2\sqrt{5}-39$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به اتحاد مربع كامل داریم :

$$\frac{x^3+y^3+z^3-3xyz}{(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3} = \frac{x^3+y^3+z^3-3xyz}{2(x^3+y^3+z^3-xy-xz-yz)}$$

وجود ضریب ۲ در مخرج کسر و اینکه $\frac{x^3}{x} = x^2$ و متقابله بودن عبارت نسبت به x و y و z جواب صحیح را

می‌توان $(x+y+z)^{\frac{1}{2}}$ انتخاب کرد که گزینه ۳ صحیح خواهد بود.

راه حل دوم:

$$\frac{x^3+y^3+z^3-3xyz}{(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3} = \frac{x^3+y^3+z^3-3xyz}{2(x^3+y^3+z^3-xy-xz-yz)}$$

$$= \frac{(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz)}{2(x^3+y^3+z^3-xy-xz-yz)} = \frac{x+y+z}{2}$$

یادآوری: برای حل این مسئله از اتحاد اویلری معروف زیر استفاده شده:

$$x^3+y^3+z^3-3xyz = (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz)$$



٦٤

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا کسر اول را گویا و کسر دوم را ساده می‌کنیم.

$$\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{6}}{\sqrt{6}+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{6}}{9-6} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{9 \times 2}}{\sqrt{9 \times 3}} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

حال خواهیم داشت:

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{6}-\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3} = 1$$

$$\begin{aligned} \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \sqrt{48} &= \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + 4\sqrt{3} = \frac{2-\sqrt{3} + 4\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3} + 8\sqrt{3} + 12}{2+\sqrt{3}} \\ &= \frac{14+7\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{7(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})} = 7 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح سوال است.

٦٥

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{(1-\sqrt{2})^2}{1-2} = \frac{1+2-2\sqrt{2}}{-1} = 2\sqrt{2}-3$$

$$\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = 4 \times \sqrt{\frac{6}{12}} = 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = 2\sqrt{2}-3-2\sqrt{2} = -3$$

٦٦

$$\sqrt[3]{24} \times \sqrt[3]{9} + \frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} - \sqrt[3]{80} = 2\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9} + \frac{(2-\sqrt{5})^2}{4-5} - 4\sqrt{5} \quad \text{گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.}$$

$$= 2 \times 3 + \frac{4+5-4\sqrt{5}}{-1} - 4\sqrt{5} = 6-9+4\sqrt{5}-4\sqrt{5} = -3$$

٦٧



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۶۸

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \frac{1}{1-\sqrt{2}} = |1-\sqrt{2}| + \left(\frac{1}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \right) = \\ = -1 + \sqrt{2} + \frac{1+\sqrt{2}}{-1} = -1 + \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۶۹

$$\frac{2}{2+\sqrt{6}} \times \frac{2-\sqrt{6}}{2-\sqrt{6}} = \frac{2(2-\sqrt{6})}{-2} = \sqrt{6}-2 \quad (1)$$

$$(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 6+2\sqrt{6}-3\sqrt{6}-6 = -\sqrt{6} \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow \sqrt{6}-2-\sqrt{6} = -2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۷۰

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}} - \underbrace{2(\sqrt{3}-1)}_{\sqrt{3}-1=\sqrt{3}-1}^{-1} = \frac{(2\sqrt{2}+2\sqrt{3})(5+\sqrt{6})}{(5-\sqrt{6})(5+\sqrt{6})} - \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} \\ = \frac{10\sqrt{2}+4\sqrt{3}+10\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{19} - \sqrt{3}-1 = \frac{19\sqrt{2}+19\sqrt{3}}{19} - \sqrt{3}-1 = \frac{19(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{19} - \sqrt{3}-1 \\ = \sqrt{2} + \cancel{\sqrt{2}} - \cancel{\sqrt{2}} - 1 = \sqrt{2} - 1$$

ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۷۱

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1} = \sqrt{3}-1+2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}+1$$

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}-9-4+\sqrt{3}}{13} = \frac{13\sqrt{3}-13}{13} = \frac{13(\sqrt{3}-1)}{13} = \sqrt{3}-1$$

$$(2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۷۲

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} \left(\left(a + \frac{1}{a} \right)^2 - 2 \right)^2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 - 2 \right)^2 = a^4 + \frac{1}{a^4} + 2$$

$$= 7 - 4\sqrt{3} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}} + 2 = 9 - 4\sqrt{3} + \frac{7+4\sqrt{3}}{49-48} = 16$$

ابراهیم
سید علی موسوی
توشتہ ای برای موفقیت
۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴

مشهد مقدس

