

دفترچه پاسخ

آزمون ۲۷ شهریور ۱۴۰۵ اختصاصی دوازدهم ریاضی



پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	امیرحسین ابومحبوب-کاظم اجلالی-عباس اشرفی-امیرهوشنگ انصاری-امیرمحمد باقری نصرآبادی-میلاد چاشمی عادل حسینی-بهرام حلاج-محمد خندان-طاهر دادستانی-زهره رامشینی-میلاد سجادی لاریجانی-علی سرآبادانی علی شهبازی-فرشاد صدیقی-فر-پویان طهرانیان-حمید علیزاده-کیان کریمی خراسانی-سیدسپهر متولیان محمدجواد محسنی-علی مرشد-مهرداد ملوندی-میلاد منصوری-سروش موئینی-علیرضا ندافزاده-امین نصراله
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-محمد بحیرایی-فاطمه برزویی-فرزاد جوادی جواد حاتمی افشین خاصه خان-محمد خندان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-محمد صحت کار-هومن عقیلی احمدرضا فلاح-سهام مجیدی پور-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-سرژ یقیا زاریان تبریزی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-حسین الهی-عبدالرضا امینی نسب-احسان ایرانی-زهره آقامحمدی-پژمان بردبار امیرمهدی جعفری-آزاده حسین نژاد-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-سیدمحمد رضا روحانی-سعید شرق مصطفی کیانی-علیرضا گونه-محمدحسین معززیان-محمدکاظم منشادی-سیدعلی میرنوری-حسام نادری محمد نهاوندی مقدم-شادمان ویسی
شیمی	امیرعلی بر خوردار یون-فرزین بوستانی-هدی بهاری پور-مهدی پور فولاد-امیرحسین توحیدی-سعید تیزرو-مسعود جعفری ارژنگ خانلری-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبحی-روزبه رضوانی-محمد هادی شریفی-میلاد شیخ الاسلامی-آترین صبا امیرحسین طیبی-هادی عبادی-آرمین عظیمی-امیرمحمد کنگرانی فراهانی-مجتبی محبوب-امیرحسین مرتضوی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محبوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیر تر کمپور زهره آقامحمدی	احسان پنجه شاهی آترین صبا امیرحسین توحیدی مجید جلیل ناغونی
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت کار-سجاد سلیمی-مهسا محمدنیا-فرشته کمرانی-احسان میرزینلی امیرعباس محمدی سجاد بهارلویی				

گروه هی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: علیرضا همایون خواه
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۱

۱- گزینه «۲»

(ممبرموار ممسنی)

$$x \in (2x-1, 3x+2) \Rightarrow \begin{cases} 2x-1 < 3x+2 \Rightarrow -3 < x \\ 2x-1 < x \Rightarrow x < 1 \\ x < 3x+2 \Rightarrow -1 < x \end{cases}$$

پس بازه مطلوب x برابر با $(-1, 1)$ بوده که فقط شامل یک عدد صحیح است.

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه ۱۱۸)

۲- گزینه «۲»

(سیرسپهر متولیان)

در یک همسایگی راست $x=0$ ، عبارت $x - \sin x$ بیشتر از صفر است.

پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [f(x - \sin x)] = \lim_{x \rightarrow 0^+} [f(0)] = [1/5] = 1$$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۳- گزینه «۴»

(میلار سبازی لاریانی)

$$g(x) = \sqrt{f(x)} \Rightarrow D_g = \{x \in D_f \mid f(x) \geq 0\}$$

$$\Rightarrow D_g = \{-3\} \cup [-1, 0] \cup [2, +\infty)$$

از آنجا که برای وجود حد باید دامنه تابع در همسایگی محذوف نقطه مورد نظر

تعریف شده باشد، با توجه به نمودار برای مجموعه نقاط $\{-3, -1, 0, 2\}$

همسایگی محذوف در دامنه تابع تعریف نشده است و تابع در این نقاط حد ندارد.

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

۴- گزینه «۱»

(ظاهر دارستانی)

برای اینکه تابع در $x=2$ دارای حد باشد، باید حد چپ و راست برابر

داشته باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-2a - \frac{b(x-2)}{(x-2)(x+2)})$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} (-2a - \frac{b}{x+2}) = -2a - \frac{b}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (-2a + \frac{b(x-2)}{(x-2)(x+2)})$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} (-2a + \frac{b}{x+2}) = -2a + \frac{b}{4}$$

از تساوی این دو مقدار داریم:

$$-2a - \frac{b}{4} = -2a + \frac{b}{4} \Rightarrow a = \frac{b}{4} \Rightarrow 2a - b = 0$$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۵- گزینه «۴»

(میلار منصور)

$$I = \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

بنابراین قضایای حد داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{f(x) - 2} = \sqrt{1 - 2} = 3b$$

$$\Rightarrow 1 = 9b^2 + 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(4-x)}{b} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{b} = \frac{1}{b} = 11$$

$$\Rightarrow 1 = 11b \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 11b = 9b^2 + 2 \Rightarrow \underbrace{9b^2 - 11b + 2}_{{(9b-2)(b-1)}} = 0$$

$$\Rightarrow b = 1 \text{ یا } \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} (f(x) - 2b) = 11b - 2b = 9b = 2 \text{ یا } 9$$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶)

۶- گزینه «۳»

(کلاظم ایلانی)

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} - 1}{\sin x \sin 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\cos x \cos 2x - 1}{(\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} + 1) \sin x \sin 2x}$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\cos x (2 \cos^2 x - 1) - 1}{\sin^2 x \cos x} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{2 \cos^3 x - \cos x - 1}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(\cos x - 1)(2 \cos^2 x + 2 \cos x + 1)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}$$

$$= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{-(2 \cos^2 x + 2 \cos x + 1)}{1 + \cos x} = -\frac{5}{8}$$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۷- گزینه «۱»

(امیرمهر باقری نصرآبادی)

با حد صفر صفرم مواجه هستیم.

روش اول: $x = 1$ ریشه مرتبه ۳ صورت اما ریشه ساده مخرج است. پس

حاصل حد صفر است.

روش دوم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1)}{\sqrt{\sqrt{x}}\sqrt{\sqrt{x}-1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\sqrt{x}-1} \times \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1}{\sqrt[4]{x}} = 0 \times 3 = 0$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۸- گزینه «۳»

(مهمربوار ممسنی)

هر کدام از اجزای f را بررسی می‌کنیم.

$$I) (-1)^{|x|} = \begin{cases} -1 & ; [x] \\ 1 & ; [x] \end{cases} \text{ فرد زوج}$$

$$II) \cos(\pi[x]) = \begin{cases} -1 & ; [x] \\ 1 & ; [x] \end{cases} \text{ فرد زوج}$$

$$III) [x] \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sin(\pi[x]) = 0$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} (-1)(-1) + 0 = 1 & ; [x] \text{ فرد} \\ (1)(1) + 0 = 1 & ; [x] \text{ زوج} \end{cases}$$

پس همواره $f(x) = 1$ بوده و از این رو در تمام نقاط پیوسته است.

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۹- گزینه «۳»

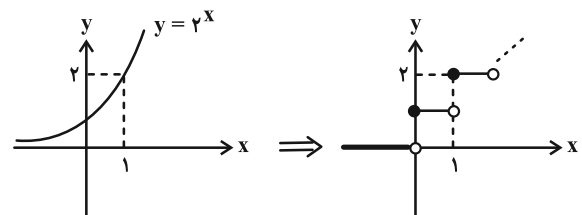
(عباس اشرفی)

توابع به فرم $[f(x)]$ تنها در نقاطی که $f(x)$ مقداری صحیح دارد، می‌توانند

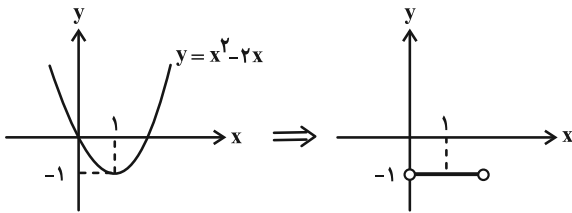
ناپیوسته باشند. حال بررسی این نقاط را می‌توان به دو روش انجام داد.

روش اول: رسم نمودار

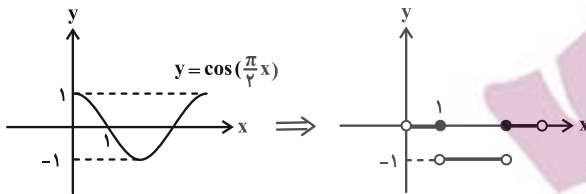
گزینه «۱»:



گزینه «۲»:



گزینه «۳»:



گزینه «۴»: تابع $y = \sqrt{x+1}$ در $x = 1$ مقدار صحیح ندارد.

بنابراین تنها گزینه «۳» در $x = 1$ پیوستگی از چپ دارد.

روش دوم: اگر $f(x)$ در $x = 1$ صحیح و نزولی باشد، آنگاه پیوستگی از چپ

دارد. تنها گزینه‌ای که این ویژگی را دارد گزینه «۳» می‌باشد.

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۱۰- گزینه «۴»

(کلاطم ایلالی)

مقدار تابع و حدود چپ و راست را در $x = \frac{\pi}{4}$ حساب می‌کنیم:

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = b\left[\frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{6}\right] + \left[-\frac{\pi}{\frac{\pi}{4}}\right] = 2b - 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} b\left[\frac{\pi}{4} \sin \frac{\sqrt{x}}{3}\right] + \left[-\frac{\pi}{\sqrt{x}}\right] = b - 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{a \sin \sqrt{x}}{\sqrt{x} - \pi} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{a \sin(\pi - \sqrt{x})}{-(\pi - \sqrt{x})} = -a$$

پس برای پیوستگی در $x = \frac{\pi}{4}$ ، باید سه مقدار بالا برابر باشند:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2b - 2 = b - 3 \Rightarrow b = -1 \\ b - 3 = -a \Rightarrow a = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

ریاضی ۱

گزینه «۴» - ۱۱

(علی سرآبادانی)

به ۳ سؤال از ۵ سؤال اول و به ۵ سؤال از ۷ سؤال دوم باید پاسخ داده شود.

$$\binom{5}{3} \times \binom{7}{5} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} \times \frac{7 \times 6 \times 5!}{5! \times 2!}$$

$$= (5 \times 2) \times (7 \times 3) = 210$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه «۳» - ۱۲

(بهرام علاج)

یک جفت کامل و ۴ لنگه غیر جفت:

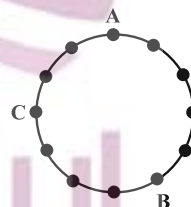
$$\binom{8}{1} \times \binom{7}{4} \binom{2}{1}^4 = 8 \times 35 \times 16 = 4480$$

۴ لنگه غیر جفت ۱ جفت

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه «۱» - ۱۳

(امیرحوشنگ انصاری)



پنج ضلعی‌های محدب شامل AC + پنج ضلعی‌های محدب شامل AB

$$\binom{8}{3} + \binom{6}{3} = 56 + 20 = 76$$

پنج ضلعی‌های محدب شامل AC, AB -

$$\binom{3}{2} = 3$$

$\Rightarrow$ جواب = ۷۷

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه «۲» - ۱۴

(امیرحسین ابوموسیوب)

مجموع ارقام یک عدد چهار رقمی زمانی زوج است که یا هر چهار رقم فرد یا دو رقم فرد و دو رقم دیگر زوج یا هر چهار رقم زوج باشند. همچنین با انتخاب هر چهار رقم متمایز، به تعداد $4!$ عدد چهار رقمی متمایز می‌توان نوشت. تعداد کل اعداد طبیعی چهار رقمی با شرایط مورد نظر برابر است با:

$$\left[\binom{5}{4} + \binom{5}{2} \binom{4}{2} + \binom{4}{4} \right] \times 4! = (5 + 60 + 1) \times 24 = 1584$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه «۱» - ۱۵

(امین نصراله)

$$\binom{n}{2} + \binom{n-2}{2} = 21 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n-2)(n-3)}{2} = 21$$

$$\Rightarrow \frac{n^2 - n + n^2 - 5n + 6}{2} = 21 \Rightarrow \frac{2n^2 - 6n + 6}{2} = 21$$

$$\Rightarrow \frac{n^2 - 3n - 18}{(n-6)(n+3)} = 0 \Rightarrow n = -3 \text{ یا } n = 6$$

$\Rightarrow n = 6$ قابل قبول است

$\Rightarrow n + (n-2) = 6 + 4 = 10$: تعداد کل کتاب‌ها

$$\binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2} = 210$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه «۲» - ۱۶

(علی مرشد)

اگر تعداد مهره‌های قرمز ظرف n باشد، داریم:
اگر $n > 1$ باشد:

$$\frac{2}{5} = \frac{\binom{n}{2} - \binom{2}{2}}{\binom{n+3}{2}} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{\frac{n(n-1)}{2} - 1}{\frac{(n+3)(n+2)}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{n^2 - n + 6}{n^2 + 5n + 6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6}x$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{1}{6}x}{x} = \frac{1}{6}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

(زهره رامشینی)

۱۹- گزینه «۴»

به مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره ویژگی‌هایی روی آن‌ها تحقیق صورت می‌گیرد، جامعه یا جمعیت می‌گویند.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

(سروش موثینی)

۲۰- گزینه «۳»

«حجم یک اتاق»، متغیر کمی پیوسته، «گروه خونی» متغیر کیفی اسمی، «مراحل رشد» متغیر کیفی ترتیبی و «تعداد کارمندان یک شرکت» متغیر کمی گسسته است، بنابراین در گزینه «۳» تمام متغیرهای چهارگانه موجود هستند.

در گزینه «۱» هر دو متغیر «قد» و «میانگین سالانه بارش برف» کمی پیوسته، متغیر «جنسیت» کیفی اسمی و متغیر «میزان تحصیلات» کیفی ترتیبی است.

در گزینه «۲» هر دو متغیر «ملیت» و «شغل» کیفی اسمی، متغیر «وزن» کمی پیوسته و متغیر «تعداد فرزندان» کمی گسسته است.

در گزینه «۴» هر دو متغیر «رنگ مورد علاقه هر فرد» و «گروه خونی» کیفی اسمی، متغیر «تعداد تماس‌ها» کمی گسسته و متغیر «مراحل تحصیل» کیفی ترتیبی است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

$$\Rightarrow 2n^2 + 10n + 12 = 5n^2 - 5n + 30 \Rightarrow 3n^2 - 15n + 18 = 0$$

$$\xrightarrow{+3} n^2 - 5n + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = 2 \end{cases}$$

$$\left(\frac{3}{2} \right) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \neq \frac{2}{5}$$

اگر $n = 1$ باشد، آنگاه:

بنابراین $n = 1$ قابل قبول نیست.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

(کیان کریمی فراسانی)

۱۷- گزینه «۳»

در پرتاب سه تاس، چهار حالت پیش می‌آید که جمع اعداد رو شده ۷ شود:

$$1, 1, 5 \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 3$$

$$1, 2, 4 \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 3! = 6$$

$$1, 3, 3 \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 3$$

$$2, 2, 3 \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 3$$

پس $n(A) = 15$ و $n(S) = 6^3$ است. برای محاسبه احتمال داریم:

$$P(A) = \frac{15}{6^3} = \frac{5}{72}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

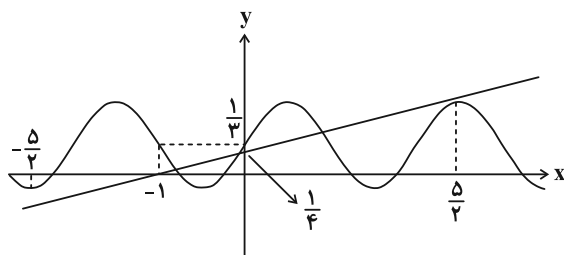
(مهرداد ملوندی)

۱۸- گزینه «۱»

فرض کنید $P(A \cup B) = x$ باشد. در این صورت $P(A) = \frac{1}{2}x$ و

$$P(B) = \frac{2}{3}x \text{ هستند و داریم:}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



پس تعداد نقاط تلاقی برابر با ۳ است.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(غرض از صریحی فر)

گزینه «۱»

توجه کنید که طبق نمودار در نقطه B مقدار تابع برای بار دوم در $x > 0$

صفر می‌شود. حال این‌طور می‌نویسیم:

$$\cos(\pi x - \frac{\pi}{3}) = 0 \xrightarrow{\text{حل معادله}} \pi x - \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \pi k = k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = k + \frac{5}{6}$$

$$\xrightarrow{\text{دومین مقدار مثبت}} x_B = 1 + \frac{5}{6} = \frac{11}{6} \Rightarrow B(\frac{11}{6}, 0)$$

همچنین در نقطه A تابع برای بار دوم در $x > 0$ دارای کمترین مقدار خود می‌شود.

$$\cos(\pi x - \frac{\pi}{3}) = -1 \xrightarrow{\text{حل معادله}} \pi x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \pi$$

$$\Rightarrow \pi x = 2k\pi + \frac{4\pi}{3} \Rightarrow x = 2k + \frac{4}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{دومین مقدار مثبت}} x_A = 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3} \Rightarrow A(\frac{10}{3}, -1)$$

پس فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر برابر است با:

$$|AB| = \sqrt{(\frac{10}{3} - \frac{11}{6})^2 + (-2 - 0)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \frac{5}{2} = 2.5$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹ و ۳۸ تا ۴۱)

حسابان ۲

گزینه «۳»

(ممر فندان)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = a + b \cos(\frac{\pi}{3} - cx) = a + b \sin cx$$

مقدار ماکزیمم تابع برابر با ۱ و مقدار مینیمم برابر با -۳ است:

$$\Rightarrow \begin{cases} a + |b| = 1 \\ a - |b| = -3 \end{cases} \Rightarrow a = -1, |b| = 2$$

نمودار تابع در همسایگی راست $x = 0$ نزولی است. پس باید $bc < 0$

باشد، b را منفی و c را مثبت می‌گیریم، یعنی:

$$b = -2$$

از طرفی $\frac{3}{4}$ دوره تناوب برابر $\frac{\pi}{c}$ شده است:

$$\Rightarrow \frac{3}{4}T = \frac{\pi}{c} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|c|} \xrightarrow{c > 0} c = 3$$

$$\Rightarrow abc = 6$$

(مسئله ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۲۸)

گزینه «۲»

(عادل مسینی)

مقدار ماکزیمم تابع برابر با $\frac{5}{6}$ است.

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + 2|a| = \frac{1}{3} + 2a = \frac{5}{6} \Rightarrow a = \frac{1}{6}$$

نصف دوره تناوب هم برابر با ۱ شده است:

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{4|b|\pi} = \frac{1}{2b} = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$

حال برای پیدا کردن نقاط تلاقی، نمودار تابع f و خط $y = \frac{x+1}{4}$ را با

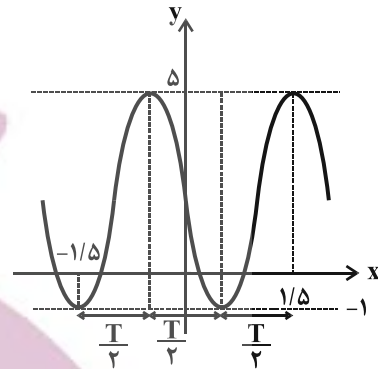
دقت بیشتری در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

۲۴- گزینه «۴»

(میلاد پاشمی)

با استفاده از اتحاد $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ داریم:

$$f(x) = a + \frac{b}{2} \sin(2cx)$$



با توجه به نمودار داریم:

$$\begin{cases} 1/5 T = 2 \Rightarrow T = 2 \\ T = \frac{2\pi}{|2c|} \Rightarrow |c| = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

از طرفی، مقدار a میانگین مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع است و داریم:

$$\begin{cases} a = \frac{5 + (-1)}{2} = 2 \\ y_{\max} = a + \frac{|b|}{2} \xrightarrow{a=2} 2 + \frac{|b|}{2} = 5 \Rightarrow |b| = 6 \end{cases}$$

با توجه به اینکه نمودار تابع در همسایگی $x = 0$ فرم نزولی دارد، حاصل

bc و $\frac{c}{b}$ قطعاً منفی هستند، بنابراین داریم:

$$\frac{ac}{b} = a \times \left(-\frac{|c|}{|b|} \right) = 2 \times \left(-\frac{\frac{\pi}{2}}{6} \right) = -\frac{\pi}{6}$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۲۵- گزینه «۱»

(پویان طهرانیان)

$$f(x) = \sin ax \cos ax (\cos^2 ax - \sin^2 ax)$$

$$= \underbrace{\sin ax \cos ax}_{\frac{1}{2} \sin 2ax} (\underbrace{\cos^2 ax - \sin^2 ax}_{\cos 2ax}) (\underbrace{\cos^2 ax + \sin^2 ax}_1)$$

$$= \frac{1}{2} \sin 2ax \cos 2ax \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4} \sin 4ax$$

نصف دوره تناوب روی نمودار برابر $\frac{\pi}{8} - \left(-\frac{\pi}{16} \right) = \frac{\pi}{16}$ می‌باشد، پس

$$T = \frac{\pi}{4} \text{ است و داریم:}$$

$$T = \frac{2\pi}{|4a|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2$$

شروع نزولی تابع از مبدا

از طرفی b همان مقدار $\min$ تابع است:

$$\Rightarrow b = \frac{1}{4}(-1) = -\frac{1}{4} \Rightarrow a - b = -\frac{7}{4}$$

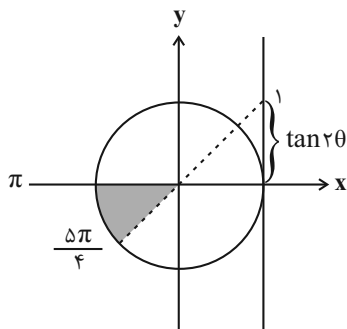
(مسابان ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

۲۶- گزینه «۴»

(عمید علینژاده)

$$\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{5\pi}{8} \Rightarrow \pi < 2\theta \leq \frac{5\pi}{4}$$

یعنی انتهای کمان 2θ می‌تواند در قطاع مشخص شده زیر باشد:



پس $\tan 2\theta$ در بازه $(0, 1]$ می‌تواند تغییر کند.

$$\Rightarrow 0 < \frac{1}{m-1} \leq 1 \Rightarrow m-1 \geq 1 \Rightarrow m \geq 2$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه ۲۹)

۲۷- گزینه «۳»

(علی شهرایی)

فاصله دو نقطه به طول‌های $\frac{\pi}{18}$ و $\frac{\Delta\pi}{9}$ برابر با $1/5$ برابر دوره تناوب است.

$$\frac{3}{2}T = \frac{\Delta\pi}{9} - \frac{\pi}{18} \Rightarrow \frac{3}{2}T = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = \frac{\pi}{3}$$

از طرفی دوره تناوب تابع $f(x) = \tan(ax+b)$ برابر با $\frac{\pi}{|a|}$ است و چون

نمودار داده شده در بازه‌های تعریف آن اکیداً صعودی است، a باید مثبت

$$\frac{\pi}{a} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow a = 3$$

باشد، پس داریم:

تا اینجا ضابطه تابع به صورت $f(x) = \tan(3x+b)$ شد. مقدار تابع به

ازای $x = \frac{\pi}{18}$ صفر است، لذا داریم:

$$f\left(\frac{\pi}{18}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{6} + b\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{6} + b = k\pi \Rightarrow b = k\pi - \frac{\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

بنابراین برای b ، تمام مقادیر $k\pi - \frac{\pi}{6}$ را می‌توان در نظر گرفت. برای

$$\text{سادگی } b = -\frac{\pi}{6} \text{ را در نظر می‌گیریم:}$$

$$\Rightarrow f(x) = \tan\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow f\left(-\frac{\pi}{36}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -1$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴ و ۴۲)

۲۸- گزینه «۱»

(عارل حسینی)

$$\cos 5x = \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 5x = 2k\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 4x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \end{cases}$$

(مسایان ۲- مثلثات: مشابه تمرین ۱ صفحه ۴۴)

۲۹- گزینه «۴»

(علیرضا نرافزاده)

$$\sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

جواب‌های بازه $[0, \pi]$ عبارتند از صفر، $\frac{3\pi}{4}$ و π که مجموع آن‌ها برابر

$$\frac{7\pi}{4} \text{ است.}$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۳۰- گزینه «۳»

(عمید علیرزاده)

با توجه به شکل، $x + \alpha = 45^\circ$ است. پس $\tan x$ به صورت زیر به دست

می‌آید:

$$\Rightarrow \tan x = \tan(45^\circ - \alpha) = \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \frac{1 - \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{2}{3}$$

(مسایان ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۴۳)

هندسه ۲

گزینه ۱» ۳۱

(فاطمه برزویی)

طبق قضیه کسینوسها داریم:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A} \\ \Rightarrow a^2 &= (\sqrt{5} - 2)^2 + (\sqrt{5} + 2)^2 - 2(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) \cos 120^\circ \\ \Rightarrow a^2 &= (9 - 4\sqrt{5}) + (9 + 4\sqrt{5}) + 1 \\ \Rightarrow a^2 &= 19 \Rightarrow a = \sqrt{19} \end{aligned}$$

سپس با توجه به قضیه سینوسها داریم:

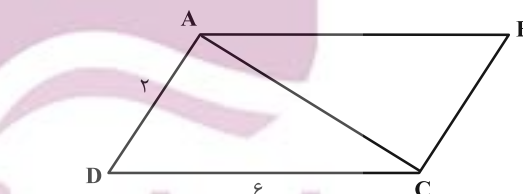
$$\begin{aligned} \frac{a}{\sin \hat{A}} &= \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{\sqrt{19}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{5} - 2}{\sin \hat{B}} \\ \Rightarrow \sin \hat{B} &= \frac{\sqrt{15} - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{19}} = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{12}}{\sqrt{76}} \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۶)

گزینه ۳» ۳۲

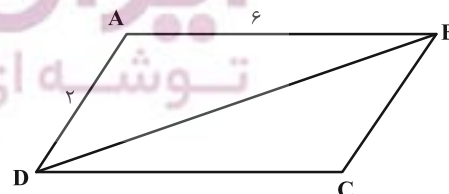
(مهم فندان)

طبق قضیه کسینوسها در مثلث ADC داریم:



$$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2AD \times DC \times \cos \hat{D}$$

به طور مشابه طبق قضیه کسینوسها در مثلث ABD داریم:



$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \hat{A}$$

از طرفی $AB = DC$ و $\hat{A} = 180^\circ - \hat{D}$ ، پس $\cos \hat{A} = -\cos \hat{D}$

در نتیجه داریم:

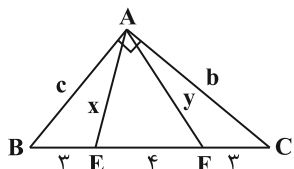
$$AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + AD^2) = 2(6^2 + 2^2) = 80$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

گزینه ۲» ۳۳

(هومن عقیلی)

طبق قضیه استوارت در مثلث ABF داریم:



$$4c^2 + 3y^2 = 7(12 + x^2) \Rightarrow 4c^2 + 3y^2 = 84 + 7x^2 \quad (1)$$

همچنین طبق قضیه استوارت در مثلث AEC داریم:

$$4b^2 + 3x^2 = 7(12 + y^2) \Rightarrow 4b^2 + 3x^2 = 84 + 7y^2 \quad (2)$$

از جمع کردن تساوی‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$4c^2 + 4b^2 + 3y^2 + 3x^2 = 168 + 7x^2 + 7y^2$$

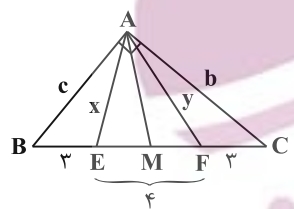
$$\xrightarrow{b^2 + c^2 = 10^2} 4 \times 10^2 = 168 + 4x^2 + 4y^2$$

$$\Rightarrow 400 - 168 = 4(x^2 + y^2) \Rightarrow 232 = 4(x^2 + y^2) = 4(AE^2 + AF^2)$$

راه‌حل دوم: در مثلث ABC، میانه AM را رسم می‌کنیم. چون

$\hat{A} = 90^\circ$ ، پس $AM = \frac{BC}{2}$ است. با نوشتن قضیه میانه‌ها در مثلث

AEF خواهیم داشت:



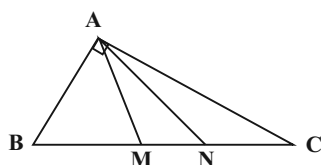
$$AE^2 + AF^2 = \frac{EF^2}{2} + 2AM^2$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} AM = \frac{BC}{2} = 6 \\ EF = 6 \end{matrix}} AE^2 + AF^2 = 18 + 2(6^2) = 18 + 72 = 90$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۷)

گزینه ۳» ۳۴

(امیرحسین ابومصوب)



طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 144 - 80 = 64$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6}$$

$$= \sqrt{(3 \times 7) \times 2^3 \times 7 \times (2 \times 3)} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 7^2} = 2^2 \times 3 \times 7 = 84$$

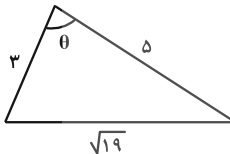
$$r = \frac{S}{p} = \frac{84}{21} = 4$$

شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث برابر است با: $r = \frac{S}{p} = \frac{84}{21} = 4$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

۳۸- گزینه «۴» (سوکندر روشنی)

با توجه به طول اضلاع از رابطه هرون (به راحتی) نمی‌توان استفاده کرد. بهتر است زاویه بین دو ضلع با طول‌های ۵ و ۳ را از قضیه کسینوس‌ها محاسبه کنیم:



$$19 = 9 + 25 - 2(3 \times 5) \cos \theta \Rightarrow 3 \cos \theta = 15$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

در نتیجه مساحت این مثلث برابر می‌شود با:

$$S = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۵، ۷۱ تا ۷۳)

۳۹- گزینه «۲» (سوکندر روشنی)

ابتدا کسینوس زاویه $\hat{A} = \theta$ را با استفاده از قضیه کسینوس‌ها در مثلث ADE به دست می‌آوریم:

$$57 = 64 + 49 - 2(56) \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}$$

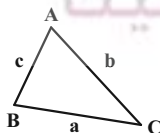
حالا در مثلث اصلی ABC، قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 100 + 256 - 2 \times 10 \times 16 \times \frac{1}{2} = 196 \Rightarrow BC = 14$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۵ و ۷۳)

۴۰- گزینه «۴» (اغشین فاصه‌فان)



طبق فرض، رابطه $abc = 20R$ برقرار است. حال قضیه سینوس‌ها را برای ضلع a می‌نویسیم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow a = 2R \sin \hat{A} \xrightarrow{\times bc} abc = 2bcR \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow 20R = 2bcR \sin \hat{A} \Rightarrow S = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} = 5$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۱، ۶۲ و ۷۴)

می‌دانیم طول میانه وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است. پس $AM = \frac{BC}{2} = 6$. از طرفی AN میانه وارد بر ضلع CM است. لذا طبق قضیه میانه‌ها در مثلث AMC داریم:

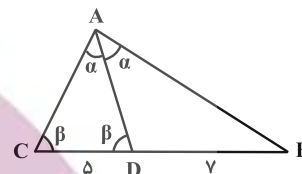
$$AM^2 + AC^2 = 2AN^2 + \frac{CM^2}{2} \Rightarrow 36 + 64 = 2AN^2 + \frac{36}{2}$$

$$\Rightarrow 2AN^2 = 82 \Rightarrow AN^2 = 41 \Rightarrow AN = \sqrt{41}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۷)

۳۵- گزینه «۱» (کیوان دارابی)

طبق فرض، AD نیمساز داخلی $\hat{A}$ بوده و مثلث ACD متساوی‌الساقین است. طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{\gamma}{\delta} \Rightarrow \begin{cases} AB = \gamma k \\ AC = \delta k \end{cases}$$

بنابراین $AD = AC = \delta k$ ؛ حال رابطه طول نیمساز AD را می‌نویسیم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD \Rightarrow (\delta k)^2 = (\gamma k)(\delta k) - \gamma \times \delta$$

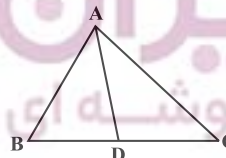
$$\Rightarrow 2\delta k^2 = 3\delta k^2 - 35 \Rightarrow 10k^2 = 35 \Rightarrow k^2 = 3.5$$

در نتیجه $AC^2 = (\delta k)^2 = 2\delta k^2 = 87.5$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۳۶- گزینه «۳» (پوار فاطمی)

با در اختیار داشتن طول دو ضلع مثلث و اندازه زاویه بین این دو ضلع، طول نیمساز داخلی زاویه از رابطه زیر محاسبه می‌شود:



$$AD = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c} = \frac{2 \times 15 \times 10 \times \cos 30^\circ}{15+10} = \frac{2 \times 15 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{25} = 6\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: تمرین صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۳۷- گزینه «۱» (امیرمسین ابومصوب)

فرض کنید $a=13$ ، $b=14$ و $c=15$ باشد. طبق قضیه هرون برای مساحت این مثلث داریم:

$$p = \frac{13+14+15}{2} = 21$$

نصف محیط

هندسه ۱

گزینه ۱» ۴۱-

(افشین فاضل‌نژاد)

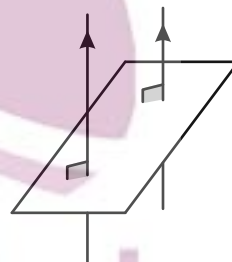
پال AD در نقطه D بر صفحه گذرنده از نقاط D, E و F عمود است، بنابراین خط دلخواه L در این صفحه نمی‌تواند با پال AD موازی باشد، چون می‌دانیم اگر یکی از دو خط موازی بر صفحه‌ای عمود باشد، دیگری نیز بر آن صفحه عمود است، یعنی خط L باید بر صفحه گذرنده از نقاط D, E و F عمود باشد که مخالف فرض است.

(هنر سه - ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

گزینه ۳» ۴۲-

(هومن عقیلی)

گزینه ۳ همواره نادرست است، زیرا اگر دو خط بر یک صفحه عمود شوند با هم موازی می‌شوند که با فرض متضاد بودن آن‌ها مغایرت دارد. درستی گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ را خودتان بررسی کنید



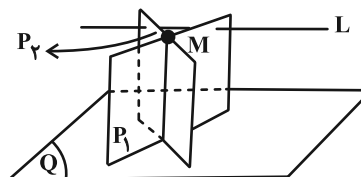
(هنر سه - ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

گزینه ۴» ۴۳-

(سرژ یقین‌آزاد تهرانی)

بی‌شمار صفحه با مشخصات داده شده وجود دارد. برای نمونه دو تا از این

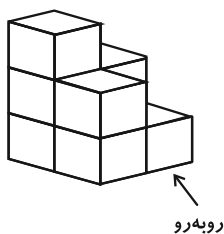
صفحات (P_1 و P_2) در شکل زیر رسم شده‌اند:



(هنر سه - ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

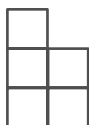
گزینه ۱» ۴۴-

(امیرحسین ملازینل)

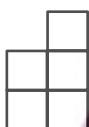


تعداد X ها با تعداد مربع‌های مشاهده شده در پنج نمای روبه‌رو، چپ، پشت، راست و بالا معادل می‌باشد.

الف) در دو نمای روبه‌رو و چپ، شکل مشاهده شده، رسم شده که شامل ۵ مربع کوچک است.



ب) در دو نمای پشت و راست، شکل مشاهده شده، رسم شده که شامل ۵ مربع کوچک است.



ج) نمای بالا نیز به صورت یک مربع ۲x۲ می‌باشد که شامل ۴ مربع کوچک است. در نتیجه تعداد X های قابل مشاهده برابر است با:

$$4 \times 5 + 4 = 24$$

(هنر سه - ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

گزینه ۲» ۴۵-

(افشین فاضل‌نژاد)

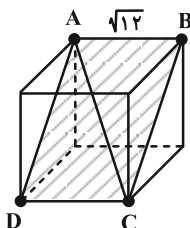
اگر فرض کنیم وجه‌های بالایی و پایینی آبی و وجه‌های مقابل و پشت سر قرمز باشند، آن‌گاه تعداد مکعب‌هایی که فقط دو رنگ قرمز و آبی دارند $x = 4$ است (دو مکعب در وجه بالایی و دو مکعب در وجه پایینی). همچنین می‌دانیم مکعب‌هایی که هر سه رنگ آبی، سفید و قرمز را دارند، مکعب‌های گوشه‌ای هستند. از آنجا که ۸ مکعب گوشه‌ای داریم $y = 8$ بوده و در نتیجه $x + y = 12$ جواب مسئله است.

(هنر سه - ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه ۹۰)

گزینه ۲» ۴۶-

(مهرادر ملونری)

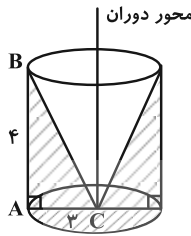
مطابق شکل، ABCD سطح مقطع مستطیل شکل (شامل قطر AC و پال AB) مورد نظر است. داریم:



(هومن عقیلی)

۴۹- گزینه «۳»

حجم مورد نظر به صورت زیر است و داریم:



حجم مخروط - حجم استوانه = حجم جسم حاصل

$$= \pi \times 9 \times 4 - \frac{1}{3} \pi \times 9 \times 4 = \frac{2}{3} \pi \times 9 \times 4 = 24\pi$$

(هنر سه - ۱- تقسیم فضایی: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

(مهمر فخران)

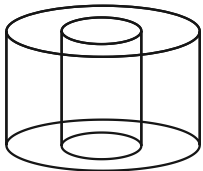
۵۰- گزینه «۳»

اگر مربع $MNPQ$ را حول خط L دوران دهیم، شکل حاصل یک استوانه

است که از داخل آن یک استوانه کوچک‌تر برداشته شده است. شعاع قاعده

استوانه‌ها برابر ۲ و ۷ و ارتفاع هر دو استوانه برابر ۵ است. بنابراین اگر حجم

حاصل از دوران را با V نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:



V = حجم استوانه کوچک - حجم استوانه بزرگ

$$= \pi \times 7^2 \times 5 - \pi \times 2^2 \times 5 = 245\pi - 20\pi = 225\pi$$

(هنر سه - ۱- تقسیم فضایی: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

$$BC = a\sqrt{2} = \sqrt{12} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{6}$$

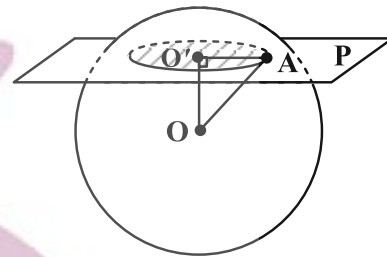
در نتیجه مساحت این سطح مقطع برابر می‌شود با:

$$S = \sqrt{12} \times 2\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$$

(هنر سه - ۱- تقسیم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۳)

(سرژ یقین‌آریان تبریزی)

۴۷- گزینه «۳»



سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه P و نیم کره، دایره‌ای به شعاع r است.

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه $OO'A$ داریم:

$$OA^2 = OO'^2 + O'A^2 \Rightarrow 17^2 = 8^2 + r^2$$

$$\Rightarrow r^2 = 289 - 64 = 225 \Rightarrow r = 15$$

محیط سطح مقطع برابر است با:

$$2\pi r = 2\pi \times 15 = 30\pi$$

(هنر سه - ۱- تقسیم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۳)

(مهمر پیرایی)

۴۸- گزینه «۴»

مطابق شکل، سطح مقطع مستطیلی است متشابه با مستطیل $ABCD$ که اندازه

اضلاع آن را به کمک قضیه تالس به دست می‌آوریم. چون ارتفاع هر دو توسط

سطح مقطع به دو قسمت ۸ و ۱۲ واحد تقسیم شده است، پس نسبت اضلاع

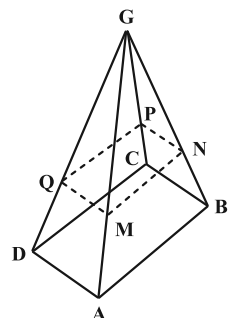
مستطیل $MNPQ$ به $ABCD$ برابر $\frac{8}{20}$ است:

$$\Delta GAB: \frac{MN}{10} = \frac{8}{20} \Rightarrow MN = 4$$

$$\Delta GAD: \frac{MQ}{6} = \frac{8}{20} \Rightarrow MQ = 2 \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow S_{MNPQ} = 4 \times 2 \frac{2}{5} = 9 \frac{4}{5}$$

(هنر سه - ۱- تقسیم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۳)



هندسه ۳

۵۱- گزینه «۱»

(افشین فاضل‌نژاد)

دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در صورتی جواب ندارد که

باشد. بنابراین برای دستگاه مذکور داریم: $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

$$\frac{m}{2} = \frac{m+1}{3m+1} \neq \frac{1}{2m}$$

$$\frac{m}{2} = \frac{m+1}{3m+1} \Rightarrow 3m^2 + m = 2m + 2$$

$$\Rightarrow \underbrace{3m^2 - m - 2}_{(3m+2)(m-1)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\frac{m}{2} \neq \frac{1}{2m} \Rightarrow m^2 \neq 1 \Rightarrow m \neq 1, -1$$

بنابراین به ازای $m = -\frac{2}{3}$ ، دستگاه جواب ندارد.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۲۶)

(مشابه نهایی - شهریور ۱۴۰۲)

۵۲- گزینه «۳»

(اسحاق اسفندیار)

برای این که دستگاه معادلات جواب منحصر به فرد نداشته باشد، باید دترمینان ماتریس ضرایب مساوی صفر باشد، پس:

$$|A| = 0 \Rightarrow 2^3(a^2 - a) \times 2^a - 2^3 \times 2^2 = 0 \Rightarrow 2^3 a^2 - 2a = 2^5 \\ \Rightarrow 3a^2 - 2a = 5 \Rightarrow a = -1, a = \frac{5}{3} \xrightarrow{a \geq 0} a = \frac{5}{3}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} & 6 \\ \frac{5}{3} & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -\frac{5}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} \text{ مجموع درایه‌های } = -\frac{1}{5} \left(3 - 6 - \frac{5}{3} + \frac{5}{3} \right) = \frac{3}{5}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۵۳- گزینه «۲»

(سوام میبیدی پور)

با توجه به فرض، حل دستگاه از طریق ماتریس وارون به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3c+2c' \\ -c+c' \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x+y = 3c+2c'-c+c' = 2c+3c' = 12 \Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

$$y = -c+c' = -3+2 = -1 \quad \text{بنابراین داریم:}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۵۴- گزینه «۴»

(مشابه نهایی - فروردین ۱۴۰۳)

شرط این که دستگاه اولیه، بی‌شمار جواب داشته باشد را بررسی می‌کنیم:

$$\frac{-2}{-4} = \frac{\frac{m-3}{-4}}{\frac{m-3}{-2}} = \frac{m+1}{-m} \Rightarrow 2m = m+1 \Rightarrow m = 1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۲۶)

۵۵- گزینه «۱»

(سوام میبیدی پور)

$$BA - I = C \Rightarrow BA = I + C \xrightarrow{B^{-1} \times} A = B^{-1}(I + C) \quad (1)$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow A = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -4 & 8 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با:

$$\frac{1}{4}(-4+8-5+7) = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۵۶- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

برای آنکه دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد، باید دو خط $ax - 3y = 1$ و

$$20x + by = 5 \quad \text{بر هم منطبق باشند،}$$

$$\frac{a}{20} = \frac{-3}{b} = \frac{1}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -15 \end{cases}$$

حال بین گزینه‌ها، دستگاه معادلاتی را انتخاب می‌کنیم که درمیان ماتریس ضرایب آن مخالف صفر باشد تا جواب منحصر به فرد داشته باشد:

$$۱) \begin{vmatrix} ۱۵ & -۴ \\ b & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ۱۵ & -۴ \\ -۱۵ & ۴ \end{vmatrix} = ۰$$

$$۲) \begin{vmatrix} a & -۱۵ \\ ۴ & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ۴ & -۱۵ \\ ۴ & -۱۵ \end{vmatrix} = ۰$$

$$۳) \begin{vmatrix} a & ۱۵ \\ b & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ۴ & ۱۵ \\ -۱۵ & ۴ \end{vmatrix} \neq ۰$$

$$۴) \begin{vmatrix} a & b \\ ۳a & ۳b \end{vmatrix} = ۰$$

بنابراین دستگاه معادلات گزینه «۳» جواب یکتا دارد.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۵۷- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

ماتریس ضرایب را تشکیل داده و وارونش را به دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ ۳ & -۵ \end{bmatrix} \xrightarrow{|A|=۱۷} A^{-1} = \frac{1}{۱۷} \begin{bmatrix} -۵ & -b \\ -۳ & a \end{bmatrix}$$

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{۱۷} \begin{bmatrix} -۵ & -b \\ -۳ & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۵ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{۱۷} (-۲۵ - ۳b) \xrightarrow{x=-۲} -۲ = \frac{1}{۱۷} (-۲۵ - ۳b)$$

$$\Rightarrow -۲۵ - ۳b = -۳۴ \Rightarrow b = ۳$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۵۸- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

می‌دانیم که اگر یک سطر (یا یک ستون) یک ماتریس مربعی را در عدد

حقیقی دلخواه k ضرب کنیم، درمیان ماتریس k برابر می‌شود.

درایه‌های سطر اول ماتریس در ۱، درایه‌های سطر دوم ماتریس در ۲ و

درایه‌های سطر سوم ماتریس در ۳ ضرب می‌شوند و به‌طور مشابه درایه‌های

ستون‌های اول، دوم و سوم ماتریس به ترتیب در ۱، ۲ و ۳ ضرب می‌شوند.

بنابراین داریم: $|B| = (۱ \times ۲ \times ۳) \times (۱ \times ۲ \times ۳) |A| = ۳! \times ۳! |A|$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: برگرفته از تمرین ۸ صفحه ۳۱)

۵۹- گزینه «۱»

(مشابه نهایی - شهریور ۱۴۰۲)

از طرفین تساوی داده شده، درمیان می‌گیریم:

$$|۲A| = \begin{vmatrix} |A| & -۱ \\ ۱ & ۴|A| \end{vmatrix} \Rightarrow ۲^۲ |A| = ۴ |A|^۲ + ۱$$

$$\Rightarrow ۴ |A|^۲ - ۴ |A| + ۱ = 0 \Rightarrow (۲ |A| - ۱)^۲ = 0$$

$$\Rightarrow ۲ |A| = ۱ \Rightarrow |A| = \frac{1}{۲}$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = ۲$$

در نتیجه داریم:

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۶۰- گزینه «۱»

(امیرحسین ایوبیوب)

با استفاده از دستور ساروس برای محاسبه درمیان ماتریس‌های ۳×۳

داریم:

$$\begin{vmatrix} -۴ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ & x \\ ۳ & x+۱ & ۲ \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (-۸ + ۳x + x + ۱) - (۳ - ۴x(x+۱) + ۲) = 0$$

$$\Rightarrow (۴x - ۷) - (-۴x^۲ - ۴x + ۵) = 0$$

$$\Rightarrow ۴x^۲ + ۸x - ۱۲ = 0 \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۳ = 0$$

$$\Rightarrow (x+۳)(x-۱) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -۳ \\ x = ۱ \end{cases}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

آمار و احتمال

۶۱- گزینه «۲»

(امیرمسین ملازینل)

مطابق با تعاریف صفحه ۱۰۷ کتاب درسی، (الف) زمانی از «مصاحبه» استفاده می‌شود که آمارگیر از همه پاسخ‌های ممکن اطلاعات کافی نداشته باشد، (ب) در بسیاری از مؤسسات و سامانه‌ها استفاده از روش «دادگان» برای جمع‌آوری اطلاعات به سرعت رواج یافته و (ج) «مشاهده» گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو می‌باشد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۰۷)

۶۲- گزینه «۱»

(امیررضا فلاح)

این نوع نمونه‌گیری، «نمونه‌گیری خوشه‌ای» نام دارد. در این روش نمونه‌گیری، کل جامعه در قالب چند گروه یا خوشه در نظر گرفته می‌شوند. این خوشه‌ها به عنوان واحدهای آماری اولیه در نظر گرفته می‌شوند و تعدادی از آنها انتخاب می‌شوند؛ سپس همه واحدهای آماری آن خوشه‌ها به عنوان نمونه در نظر گرفته شده و بررسی می‌شوند. در این روش نمونه‌گیری اگر تعداد کل خوشه‌ها n و تعداد خوشه‌های انتخاب شده m باشد، احتمال

انتخاب هر عضو جامعه $\frac{m}{n}$ خواهد بود. پس:

$$\begin{cases} m = 4 \\ n = 10 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{4}{10} = 0.4$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۱)

۶۳- گزینه «۳»

(مطفی دبراری)

از آنجا که $\frac{605}{55} = 11$ ، پس افراد به ۵۵ گروه ۱۱ تایی تقسیم شده‌اند. همچنین چون $73 = 6 \times 11 + 7$ ، پس شماره اولین نفر انتخاب شده برابر ۷ و قدرنسبت شماره‌های انتخابی برابر ۱۱ است و در نتیجه شماره‌های انتخاب شده به صورت $11k + 7$ هستند. حالا شماره افرادی که بیشترین و کمترین شماره سه رقمی را دارند را پیدا می‌کنیم:

$$100 \leq 11k + 7 \leq 605 \Rightarrow 93 \leq 11k \leq 598$$

$$k \in \mathbb{Z} \rightarrow 9 \leq k \leq 54 \Rightarrow \begin{cases} 11 \times 9 + 7 = 106 & \text{کمترین} \\ 11 \times 54 + 7 = 601 & \text{بیشترین} \end{cases}$$

$$601 - 106 = 495 = 3^2 \times 5 \times 11 = 15 \times 33$$

بنابراین عدد داده شده مضرب ۳۳ است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۰۱)

۶۴- گزینه «۲»

(علی ایمانی)

نفرات انتخاب شده در روش سامانمند تشکیل دنباله حسابی می‌دهند:

$$\begin{cases} a_1 = m + 2 \\ a_7 = 3m + 4 \Rightarrow d = 2m + 2 \xrightarrow{\times 3} 3d = 6m + 6 \\ a_8 = 7m + 16 \end{cases} \quad (1)$$

$$a_8 - a_7 = 3d = 6m + 12 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 6m + 6 = 6m + 12 \Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow m = 3$$

$$a_1 = 5, a_7 = 13 \Rightarrow \text{طول دسته} = 8$$

$$\frac{240}{8} = 30 \Rightarrow a_{30} = \frac{5}{a_1} + 29(8) = 237$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۰۱)

۶۵- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

با توجه به رابطه انحراف معیار برآورد میانگین جامعه داریم:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{9}{\sqrt{144}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}}^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۱۵)

۶۶- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

ابتدا میانه این نمونه را محاسبه می‌کنیم. برای این کار اعداد نمونه را از

کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$5, 5, 6, 11, 12, 17$$

$$Q_2 = \frac{6 + 11}{2} = 8.5$$

حال میانه اعداد ۰ تا N را پیدا می‌کنیم. اگر N زوج باشد، تعداد این اعداد

فرد است و میانه برابر عدد وسط یعنی $\frac{N}{2}$ خواهد بود.

$$[\bar{x} - \frac{10}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{10}{\sqrt{n}}] = [15/6, 16/4]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{10}{\sqrt{n}} = 0/8 \Rightarrow \sqrt{n} = 25 \Rightarrow n = 625 \\ \bar{x} - \frac{10}{\sqrt{n}} = 15/6 \Rightarrow \bar{x} - 0/4 = 15/6 \Rightarrow \bar{x} = 16 \end{cases}$$

بنابراین مجموع داده‌های نمونه برابرند با:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow x_1 + \dots + x_n = n\bar{x} = 625 \times 16 = 10^4$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

(نیلوفر مهری)

۷۰- گزینه «۲»

بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین جامعه به صورت زیر است:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 7/32, \quad \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 7/68$$

$$\frac{7/32 + 7/68}{2} = 7/5 \quad \text{میانگین داده‌های نمونه برابر است با:}$$

یکی از روابط فوق را در نظر گرفته و مقادیر اندازه نمونه و میانگین را

جای گذاری کرده تا مقدار انحراف معیار به دست آید:

$$7/5 + \frac{2\sigma}{\sqrt{2500}} = 7/68 \Rightarrow \frac{2\sigma}{50} = 0/18$$

$$\Rightarrow 2\sigma = 9 \Rightarrow \sigma = 4/5$$

بنابراین مقدار واریانس جامعه برابر است با: $\sigma^2 = (4/5)^2 = 20/25$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

اگر N فرد باشد، تعداد این اعداد زوج است و میانه برابر میانگین دو عدد

وسطی یعنی $\frac{N-1}{2}$ و $\frac{N+1}{2}$ خواهد بود که این مقدار نیز برابر $\frac{N}{2}$ است.

$$\frac{N}{2} = 8/5 \Rightarrow N = 17$$

بنابراین همواره داریم:

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)

(مصطفی دبراری)

۶۷- گزینه «۴»

$$\text{میانگین جامعه} = \frac{1+3+5+\dots+(2N-1)}{N} = \frac{N^2}{N} = N$$

$$\text{میانگین نمونه} = \frac{7+13+5+23}{4} = \frac{48}{4} = 12$$

میانگین نمونه برآوردی از میانگین جامعه است، پس $N = 12$ برآورد می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۱)

(سوکندر روشنی)

۶۸- گزینه «۴»

می‌دانیم کران بالای بازه اطمینان $\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ است که σ انحراف معیار

جامعه و n اندازه نمونه است. طبق فرض داریم:

$$11 + \frac{2\sigma}{\sqrt{1600}} = 11/15 \Rightarrow \frac{2\sigma}{40} = \frac{15}{100} = \frac{6}{40} \Rightarrow \sigma = 3$$

اگر تعداد اعضای نمونه ۷۰۰ واحد کاهش یابد، $n = 900$ خواهد شد و داریم:

$$\text{طول بازه اطمینان} : \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4(3)}{\sqrt{900}} = \frac{4(3)}{30} = 0/4$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

(کیوان داریی)

۶۹- گزینه «۱»

در جامعه‌ای با انحراف معیار σ و میانگین $\bar{x}$ ، برای نمونه‌ای با اندازه n ،

بازه با اطمینان بیش از ۹۵٪ به صورت $[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$ می‌باشد.

در این جامعه $\sigma = 5$ می‌باشد، بنابراین:

ریاضیات گسسته

گزینه «۱» - ۷۱

(غرض از بواردی)

طبق فرض داریم:

$$\begin{aligned} \overline{11} \quad \overline{11} \\ 31024a \equiv 1 \Rightarrow a - 4 + 2 - 0 + 1 - 3 \equiv 1 \\ \Rightarrow a \equiv 5 \Rightarrow a = 11k + 5 \Rightarrow a \in \{\dots, -6, 5, 16, 27, \dots\} \end{aligned}$$

a یک رقم است پس a فقط می تواند ۵ باشد. بنابراین:

$$\begin{aligned} \overline{9} \quad \overline{9} \quad \overline{9} \\ 5535 \equiv 5 + 5 + 3 + 5 \equiv 18 \equiv 0 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۴» - ۷۲

(علی ایمانی)

عددی مضرب ۳۳ است که بر ۳ و ۱۱ بخش پذیر باشد. با توجه به این موضوع که $0 \leq x, y \leq 9$ داریم:

$$\begin{aligned} \overline{3} \quad \overline{3} \\ 34x2y \equiv 0 \Rightarrow 3 + 4 + x + 2 + y \equiv 0 \Rightarrow 9 + x + y \equiv 0 \\ \Rightarrow x + y \equiv 0 \Rightarrow x + y = 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18 \quad (1) \\ \overline{11} \quad \overline{11} \\ 34x2y \equiv 0 \Rightarrow y - 2 + x - 4 + 3 \equiv 0 \Rightarrow x + y - 3 \equiv 0 \\ \Rightarrow x + y \equiv 3 \Rightarrow x + y = 3, 14 \quad (2) \end{aligned}$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می شود که $x + y = 3$ است، بنابراین ۴ حالت زیر برای x و y و در نتیجه عدد $\overline{34x2y}$ امکان پذیر است:

$$\begin{cases} x=0, y=3 \Rightarrow 34023 \\ x=1, y=2 \Rightarrow 34122 \\ x=2, y=1 \Rightarrow 34221 \\ x=3, y=0 \Rightarrow 34320 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۳» - ۷۳

(نیلوفر مهدوی)

می دانیم $100 \equiv -1$ ، با توجه به این موضوع که $0 < y \leq 9$ و $0 < x \leq 9$ داریم:

$$\begin{aligned} \overline{101} \quad \overline{101} \quad \overline{101} \\ xy7124 \equiv 0 \Rightarrow 24 + 71 \times 100 + xy \times 100^2 \equiv 0 \Rightarrow 24 - 71 + xy \equiv 0 \\ \Rightarrow xy \equiv 47 \Rightarrow x = 4, y = 7 \end{aligned}$$

$$\overline{11} \quad \overline{11} \quad \overline{11} \quad \overline{11} \\ y06x \equiv 7064 \equiv 4 - 6 + 0 - 7 \equiv -9 \equiv -9 + 11 \equiv 2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۲» - ۷۴

(نیلوفر مهدوی)

فرض کنید x روز قبل شنبه بوده است، برای این که y روز بعد هم شنبه باشد، کافی است تعداد روزهای بین این دو تاریخ، یعنی $(x + y)$ مضربی از ۷ باشد. با توجه به گزینه ها داریم:

$$\begin{aligned} \overline{7} \quad \times \\ 12 + 33 &\equiv 3 \\ \overline{7} \quad \checkmark \\ 12 + 37 &\equiv 0 \\ \overline{7} \quad \times \\ 12 + 46 &\equiv 2 \\ \overline{7} \quad \times \\ 12 + 48 &\equiv 4 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

(مشابه فعالیت صفحه ۲۴)

گزینه «۳» - ۷۵

(محمدرضا صمدکار)

ابتدا فاصله پنجم اردیبهشت تا اول اسفند را محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned} 26 + 4 \times 31 + 5 \times 30 + 1 &= 301 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{اسفند} \quad \text{مهر} \quad \text{تابهمن} \quad \text{خرداد} \quad \text{تاشهریور} \quad \text{اردیبهشت} \\ 301 &= 43 \times 7 \end{aligned}$$

پس اول اسفند نیز شنبه است و در نتیجه اولین سه شنبه اسفند ماه، ۴ اسفند خواهد بود:

۲۵ اسفند $\rightarrow$ ۱۸ اسفند $\rightarrow$ ۱۱ اسفند $\rightarrow$ ۴ اسفند
بنابراین آخرین سه شنبه ماه اسفند (آخرین سه شنبه سال) روز ۲۵ ام این ماه است.
(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

گزینه «۲» - ۷۶

(سوکندر روشنی)

مطابق فرض مسئله داریم:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{1403} n! &= 0! + 1! + \dots + 1402! + 1403! \\ &\Rightarrow (0! + 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! + \dots + 1403!)x \equiv 1403 \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ &\quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 6 \quad 24 \quad \dots \\ &\Rightarrow 15x \equiv 8 \xrightarrow{+4} 15x \equiv 12 \Rightarrow x \equiv 2 \Rightarrow x = 15k + 2 \end{aligned}$$

$$7(4k+1)+4y=67 \Rightarrow 4y=-28k+60 \Rightarrow y=-7k+15$$

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0 &\Rightarrow 4k+1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{4} \\ y \geq 0 &\Rightarrow -7k+15 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{15}{7} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{15}{7}$$

$$k \in \mathbb{Z} \rightarrow k = 0, 1, 2$$

بنابراین سه حالت برای جابجایی کارکنان با این دو خودرو وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(علی ایمانی)

۸۰. گزینه «۲»

فرض کنید تعداد اسکناس‌های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی به ترتیب برابر x و y

باشد. در این صورت داریم:

$$200x + 500y = 13000 \Rightarrow 2x + 5y = 130$$

$$\Rightarrow 5y \equiv 130 \pmod{2} \Rightarrow y \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow y = 2k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2x + 5(2k) = 130 \Rightarrow 2x = -10k + 130 \Rightarrow x = -5k + 65$$

$$\left. \begin{aligned} x > 0 &\Rightarrow -5k + 65 > 0 \Rightarrow k < 13 \\ y > 0 &\Rightarrow 2k > 0 \Rightarrow k > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1 \leq k \leq 12$$

بنابراین در صورتی که بخواهیم از هر دو مدل اسکناس استفاده کنیم، به ۱۲

طریق می‌توان این کار را انجام داد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۲۹)

به ازای $k = 66$ بزرگ‌ترین مقدار سه رقمی x به دست می‌آید:

$$x_{\max} = 992 \Rightarrow 9 + 9 + 2 = 20$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۷۷. گزینه «۴»

$$a = 21q + 4 \xrightarrow{a \text{ مضرب ۵ است}} 21q + 4 \equiv 0$$

$$\Rightarrow q - 1 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow q \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow q = 5m + 1$$

$$a = 21(5m+1) + 4 = 105m + 25$$

$$100 \leq a \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 105m + 25 \leq 999$$

$$\Rightarrow 75 \leq 105m \leq 974 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} 1 \leq m \leq 9$$

بنابراین ۹ مقدار برای m و در نتیجه ۹ عدد طبیعی a با مشخصات موردنظر وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

(علی ایمانی)

۷۸. گزینه «۱»

$$48x + 72y = 1440 \xrightarrow{+24} 2x + 3y = 60 \Rightarrow 3y \equiv 60$$

$$\Rightarrow y \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow y = 3k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2x + 3(3k) = 60 \Rightarrow 2x = 60 - 9k \Rightarrow x = 30 - \frac{9}{2}k$$

$$\left. \begin{aligned} x > 0 &\Rightarrow 30 - \frac{9}{2}k > 0 \Rightarrow k < 10 \\ y > 0 &\Rightarrow 3k > 0 \Rightarrow k > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 < k < 10 \Rightarrow 1 \leq k \leq 9$$

بنابراین معادله سیاله موردنظر دارای ۹ دسته جواب طبیعی است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۲۷)

(افشین فاضله‌نار)

۷۹. گزینه «۳»

فرض کنید خودروی ون x بار و خودروی سمند y بار کارکنان کارخانه را

جابجاء کنند. در این صورت داریم:

$$7x + 4y = 67 \Rightarrow 7x \equiv 67 \pmod{4} \Rightarrow -x \equiv -1 \pmod{4} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow x = 4k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۴»

(معمرفسین معزیزان)

با توجه به اینکه خط‌های میدان مغناطیسی در جهت محور x هستند، بنابراین تعداد خط‌های میدان مغناطیسی عبوری از سطح $ABCD$ (شار مغناطیسی عبوری) برابر با تعداد خط‌های مغناطیسی عبوری از سطح $ABOE$ است. در نتیجه:

$$\Phi = AB \cos \theta = (5 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-2}) \times 0.5 \times 1 = 10^{-3} \text{ Wb} = 1 \text{ mWb}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۸۲- گزینه «۲»

(شارمان ویسی)

در حالت اول چون سطح حلقه بر خط‌های میدان مغناطیسی عمود است:

$$\theta_1 = 0 \Rightarrow \cos \theta_1 = 1$$

و در حالت دوم خطوط میدان با سطح حلقه زاویه 30° درجه می‌سازند. یعنی:

$$\theta_2 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{1}{2}$$

طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$|\mathcal{E}_{av}| = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{AB(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{\Delta t} = -1 \times \frac{0.5 \times 0.4 \times (\frac{1}{2} - 1)}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow |\mathcal{E}_{av}| = 50 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۸۳- گزینه «۳»

(شارمان ویسی)

در حالت اول ابعاد $8 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ از مستطیل درون میدان قرار دارد و پس از افتادن، تمام مستطیل داخل میدان قرار می‌گیرد.

$$A_1 = 8 \times 20 = 160 \text{ cm}^2 = 16 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \quad A_2 = 8 \times 40 = 320 \text{ cm}^2 = 32 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \Rightarrow \Delta A = 16 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

می‌دانیم تغییر مساحت مستطیل باعث ایجاد شدن نیروی محرکه القایی در حلقه می‌شود:

$$|\mathcal{E}_{av}| = -NB \cos \theta \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$|\mathcal{E}_{av}| = -1 \times 15 \times 10 \times \frac{16 \times 10^{-3}}{0.5} = 0.48 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۸۴- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$\mathcal{E}_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Phi = AB \cos \theta} \mathcal{E}_{av} = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

در بازه 0 تا 1 s داریم:

$$\mathcal{E}_{av_1} = -500 \times 20 \times 10^{-4} \left(\frac{0 - 4}{1} \right) \Rightarrow \mathcal{E}_{av_1} = 4 \text{ V}$$

$$\mathcal{E}_{av_2} = -500 \times 20 \times 10^{-4} \times \frac{6 - 0}{2} = -3 \text{ V} \quad \text{در بازه } 1 \text{ s تا } 3 \text{ s داریم:}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۸۵- گزینه «۱»

(سیرممد رضا روحانی)

در شکل (الف)، آهنربا در حال نزدیک شدن به سیملوله است. طبق قانون لنز باید سیملوله با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند؛ لذا سمت راست سیملوله قطب N و سمت چپ قطب S قرار می‌گیرد. به این ترتیب با توجه به قانون دست راست، جهت جریان در سیملوله رو به پایین خواهد بود و در نهایت جهت جریان در مقاومت R از چپ به راست است. در شکل (ب)، (پ) و (ت) جهت جریان I' باید عکس شود تا جهت آن درست باشد.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۸۶- گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

با کاهش مقاومت رنوستا در سیملوله A ، جریان الکتریکی در آن افزایش یافته و در نتیجه میدان مغناطیسی ایجاد شده در آن پیچه افزایش می‌یابد. طبق قانون لنز جهت جریان القایی در سیملوله B باید به گونه‌ای باشد که از افزایش میدان در سیملوله A جلوگیری کند. بنابراین جریان القایی از a به b خواهد بود.

$$R = \rho \frac{L}{A} \frac{\rho = 2 \times 10^{-6} \Omega \cdot m, L = 9m}{A = 3mm^2 = 3 \times 10^{-6} m^2} \rightarrow R = 6 \Omega$$

$$I = \frac{21}{6+1} \Rightarrow I = 3A$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \frac{L=2H}{I=3A} \rightarrow U = \frac{1}{2} \times 2 \times 9 \Rightarrow U = 9J$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

(زهره آقاممیری)

۸۹- گزینه «۱»

دوره جریان برابر $T = 4ms$ است. لحظه $4ms$ برابر با $\frac{T}{4}$ است.

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t = I_m \sin \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} \Rightarrow I = I_m \sin \frac{\pi}{2}$$

در عبارت بالا یعنی زاویه بین خط عمود بر سطح پیچه و خط‌های میدان $\frac{\pi}{2}$

رادیان است پس زاویه بین سطح پیچه و خط‌های میدان صفر خواهد شد.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

(ممدعلی راست‌پیمان)

۹۰- گزینه «۳»

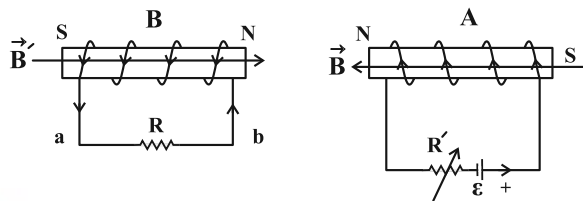
باید از مبدل کاهنده استفاده کنیم. بنابراین، با استفاده از رابطه زیر داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \frac{V_2 = 22V, N_1 = 600}{V_1 = 220V} \rightarrow \frac{22}{220} = \frac{N_2}{600} \Rightarrow N_2 = 60$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)

از طرفی مطابق شکل، دو قطب همنام کنار یکدیگر قرار دارند و نیروی دافعه

به هم وارد می‌کنند.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(علیرضا کونه)

۸۷- گزینه «۳»

با توجه به جهت حرکت میله AC، مساحت قاب و در نتیجه شار عبوری از

آن در حال کاهش است. بنابراین طبق قانون لنز، جریان القایی در جهتی در

قاب القا می‌شود که با اثر مغناطیسی خود، با کاهش شار درون قاب مخالفت

کند. در نتیجه جهت جریان القایی در قاب، ساعتگرد خواهد بود که با ایجاد

میدان مغناطیسی درون‌سو، با کاهش شار مخالفت کند. با استفاده از قانون

القای الکترومغناطیسی فاراده، داریم: $|\mathcal{E}_{av}| = B\ell v \Rightarrow I_{av} R = B\ell v$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-3} \times 3 = 6 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} \times v \Rightarrow v = 2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

(مطفی کیانی)

۸۸- گزینه «۲»

برای محاسبه انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی سیملوله باید از رابطه

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \quad R = \rho \frac{L}{A}$$

جریان الکتریکی را حساب می‌کنیم. بنابراین داریم:

فیزیک ۱

۹۱- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

ابتدا دمای سلسیوس را به کلوین تبدیل می‌کنیم و سپس از رابطه

$$W = -nRT \text{ کار انجام شده بر روی گاز را می‌یابیم.}$$

$$T_2 = \theta_2 + 273 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$W = -nR(T_2 - T_1) \xrightarrow[n=3 \text{ mol}]{T_1=500 \text{ K}}$$

$$W = -3 \times 8 \times (300 - 500) = 4800 \text{ J}$$

می‌بینیم کار انجام شده بر روی گاز ۴۸۰۰ J است، بنابراین کار انجام شده

توسط گاز $W' = -W = -4800 \text{ J}$ خواهد بود.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۵)

۹۲- گزینه «۴»

(بهنام رستمی)

عبارت گزینه (۴) نادرست است. در فرایند تراکم بی‌دررو، تغییرات انرژی

درونی مثبت است.

$$\Delta U = W \xrightarrow{\Delta V < 0 \Rightarrow W > 0} \Delta U > 0$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۹۳- گزینه «۴»

(فسرو ارغوانی‌فرد)

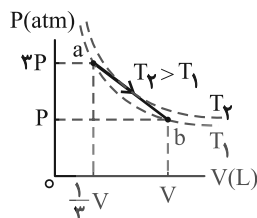
طبق معادله حالت گازهای کامل، داریم:

$$T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow \frac{T_b}{T_a} = \frac{PV}{3P \cdot \frac{1}{3}V} \Rightarrow T_a = T_b$$

هر چند $T_a = T_b$ است، اما فرایند ab فرایندی هم‌دم نیست، بلکه مطابق

شکل زیر طی فرایند ab به نقاطی می‌رسیم که دمای آن بیشتر از دمای اولیه

و انتهای فرایند است. (نادرستی گزینه «۱»)



از طرفی چون فرایند انبساطی است، کار انجام شده توسط گاز روی محیط،

مثبت خواهد بود. (نادرستی گزینه «۲»)

با توجه به قانون اول ترمودینامیک و در نظر گرفتن این نکته که انرژی درونی

مقدار معینی گاز کامل با دمای مطلق آن متناسب است، داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow U_b - U_a = Q + W$$

$$\xrightarrow[U_a=T_b]{U \propto T} Q + W = 0 \Rightarrow |Q| = |W| \quad (\text{نادرستی گزینه «۳»})$$

با توجه به اینکه دمای مطلق گاز ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد، انرژی

درونی گاز ابتدا افزایش و سپس کاهش خواهد یافت.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

۹۴- گزینه «۱»

(امیرمهری پطری)

طبق رابطه $P = \frac{nR}{V} T$ ، شیب نمودار P-T که از مبدأ می‌گذرد با حجم گاز

نسبت معکوس دارد، لذا حجم گاز در نقاط A و C کم‌تر از نقاط B و D است.

بنابراین در فرایند هم‌دمی AB، حجم گاز افزایش و در فرایند هم‌فشار CD

نیز حجم گاز افزایش می‌یابد. در نتیجه با توجه به رابطه $p = \frac{m}{V}$ ، چگالی گاز

در هر دو فرایند هم‌دمی AB و هم‌فشار CD کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

۹۵- گزینه «۲»

(سیدعلی میرنوری)

می‌دانیم که نمودار $P - V$ فرایند بی‌دررو نسبت به هم‌دما تندتر است یعنی برای یک حجم مشخص فشار آن سریع‌تر تغییر می‌کند پس فرایند AB بی‌دررو و فرایند AC هم‌دما است.

بنابراین داریم: (W) : کار انجام شده توسط محیط در فرایند بی‌دررو)

$$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow B : U_B - U_A = W \\ A \rightarrow C : U_C - U_A = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow U_B - U_C = W$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۹۶- گزینه «۲»

(مهمر نهاوندی مقدم)

ابتدا کار انجام شده بر روی گاز در فرایند هم‌فشار ab را محاسبه می‌نماییم:

$$W_{ab} = -P\Delta V = 2 \times 3 \times 10^2 = 600 \text{ J}$$

در چرخه $abca$ ، تغییرات انرژی درونی صفر است که با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، $\Delta U = Q + W$ ، داریم:

$$\Delta U_{abca} = \Delta U_{abc} + \Delta U_{ca} = Q_{abc} + W_{abc} + W_{ca} + Q_{ca}$$

$$\Rightarrow 0 = 300 + 600 + W_{ca} + 0 \Rightarrow W_{ca} = -900 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

۹۷- گزینه «۴»

(مسلم نازری)

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_H = 1200 \text{ J} \\ |Q_L| = 900 \text{ J} \end{array} \right\} \Rightarrow |W| = Q_H - |Q_L| = 300 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{300}{1200} = 0.25 \Rightarrow 25\%$$

$$P = \frac{|W|}{t} = \frac{300}{1} = 300 \text{ W}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه ۱۴۵)

۹۸- گزینه «۲»

(مهمر علی راست پیمان)

با توجه به رابطه بازده یک ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow 0.5 = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow \frac{|Q_L|}{Q_H} = 0.5$$

در حالت دوم، با کاهش گرمای اتلافی، داریم:

$$|Q'_L| = |Q_L| - 0.4|Q_L| \Rightarrow |Q'_L| = 0.6|Q_L|$$

$$\eta' = 1 - \frac{|Q'_L|}{Q_H} \Rightarrow \eta' = 1 - \frac{0.6|Q_L|}{Q_H}$$

$$\eta' = 1 - 0.6 \times 0.5 = 1 - 0.3 \Rightarrow \eta' = 0.7$$

$$\Rightarrow \Delta \eta = 0.7 - 0.5 = 0.2$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۶)

۹۹- گزینه «۴»

(بابک اسلامی)

طبق متن کتاب درسی، هر چهار عبارت داده شده صحیح هستند.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸، ۱۴۰، ۱۴۵ و ۱۴۷)

۱۰۰- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی، ممکن نیست گرما به‌طور خودبه‌خود از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود. یعنی برای انتقال گرما از جسم سرد به جسم گرم، باید کار انجام داد. بنابراین، در یخچال $W > 0$ ، $Q_L > 0$ و $Q_H < 0$ است. با توجه به جدول می‌بینیم، وسیله‌های B و D که در آن‌ها $Q_H > 0$ است، نمی‌توانند یخچال باشند. از طرف دیگر، وسیله C بدون انجام کار، گرما را از منبع دمای پایین به منبع دمای بالا منتقل کرده است. بنابراین، فقط وسیله A که در آن $W > 0$ ، $Q_L > 0$ و $Q_H < 0$ است، یخچال می‌باشد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۷)

فیزیک ۳

۱۰۱- گزینه «۱»

(امسان ایرانی)

الف) نادرست است. تا هنگامی که کف دست دو شخص با هم در تماس است، به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند و طبق قانون سوم نیوتون، این نیروها هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند. طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1}{F_2} \times \frac{m_2}{m_1} \quad F_1 = F_2 \rightarrow$$

$$\frac{a_1}{a_2} = 1 \times \frac{m_2}{2m_1} \Rightarrow a_2 = 2a_1$$

بنابراین، شتاب حرکت دو شخص یکسان نخواهد بود.

ب) نادرست است، طبق قانون سوم نیوتون، اندازه نیرویی که دو شخص به هم وارد می‌کنند، یکسان است.

پ) نادرست است. چون پس از جدا شدن دو شخص از یکدیگر، نیرویی بر آنها وارد نمی‌شود، طبق قانون اول نیوتون، به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه می‌دهند، لذا متوقف نخواهند شد. دقت کنید، پس از جدا شدن، نیرویی که دو شخص به هم وارد می‌کردند، قطع می‌شود و نیروی اصطکاک هم وجود ندارد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۱۰۲- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

طبق قانون سوم نیوتون، نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ هم‌اندازه، هم‌نوع، هم‌راستا و در جهت مخالف یکدیگرند و این دو نیرو، چون بر دو جسم وارد می‌شوند، نمی‌توان برآیند آنها را به‌دست آورد، لذا اثر یکدیگر را نمی‌توانند خنثی کنند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۵)

۱۰۳- گزینه «۴»

(مسین الهی)

اگر جسمی درون مایعی قرار گیرد، از طرف مایع بر آن نیرویی رو به بالا وارد می‌شود که به آن نیروی شناوری می‌گویند. منظور از نیروی پیشران نیز همان نیروی موتور قایق یا نیرویی است که باد بر بادبان‌ها وارد می‌کند و یا نیرویی است که در اثر پارو زدن باعث پیشروی قایق می‌شود. با توجه به ثابت بودن سرعت، نیروی پیشران باید با نیروی دیگری خنثی شود که همان نیروی مقاومت می‌باشد که شامل مقاومت هوا و آب می‌باشد.



(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

(برگرفته از پرسش ۲-۱ کتاب درسی)

۱۰۴- گزینه «۲»

(پژمان برزبار)

با توجه به اینکه گفته شده جسم در حالت تعادل است، داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \quad (1)$$

$$\vec{F}'_{\text{net}} = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \vec{F}'_3 = m\vec{a} \quad \begin{matrix} \vec{F}'_1 = -\frac{1}{3}\vec{F}_1 \\ \vec{F}'_2 = -\frac{1}{3}\vec{F}_2 \end{matrix}$$

$$\vec{F}'_{\text{net}} = -\frac{1}{3}\vec{F}_1 - \frac{1}{3}\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) + \vec{F}_3 = m\vec{a} \xrightarrow{(1)} -\frac{1}{3}(-\vec{F}_3) + \vec{F}_3 = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\vec{F}_3 + \vec{F}_3 = m\vec{a} \Rightarrow \frac{4\vec{F}_3}{3} = m\vec{a} \quad \begin{matrix} \vec{F}_3 = 12\text{N} \\ m = 2\text{kg} \end{matrix}$$

$$\frac{4 \times 12}{3} = 2 \times a \Rightarrow 16 = 2 \times a \Rightarrow a = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

سرعت جسم پس از ۵ ثانیه برابر است با:

$$v = at + v_0 \quad \begin{matrix} a = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, t = 5\text{s} \\ v_0 = 0 \end{matrix} \rightarrow v = 8 \times 5 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۰۵- گزینه «۳»

(مسین الهی)

لختی، ویژگی اجسام در مقاومت در برابر تغییر حالت حرکت یا سکون است. در این آزمایش، سکه در ابتدا ساکن است. وقتی کارت را به سرعت می‌کشیم، سکه تمایل دارد حالت سکون خود را حفظ کند. به همین دلیل همراه کارت حرکت نمی‌کند و تقریباً در جای خود می‌ماند و درون ظرف سقوط می‌کند. پس لختی همان مقاومتی است که جسم در برابر تغییر وضعیت خود نشان می‌دهد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(برگرفته از پرسش ۲-۳ کتاب درسی)

۱۰۶- گزینه «۱»

(مهم‌کلام منشاری)

اگر سطح بدون اصطکاک باشد، در اثر نیروی F جسم شروع به حرکت می‌کند (تندشونده) و پس از به صفر رسیدن نیروی F چون اصطکاکی نداریم، جسم با سرعت ثابت به حرکت ادامه می‌دهد.

اگر سطح اصطکاک داشته باشد ولی شرط حرکت یعنی $f_{s,\text{max}} < F$ برقرار باشد، جسم به‌صورت تندشونده شروع به حرکت می‌کند و پس از قطع نیروی F حرکت جسم توسط نیروی f_k به‌صورت کندشونده ادامه می‌یابد تا متوقف شود.

همچنین اگر سطح اصطکاک داشته باشد ولی شرط حرکت $f_{s,\text{max}} < F$ برقرار نباشد، جسم حرکت نمی‌کند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱۰۷ - گزینه ۲»

(مسام ناری)

با رسم نیروهای وارد بر سطل و نوشتن قانون دوم نیوتون برای آن داریم:



$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= m \times a \\ \Rightarrow T - mg - f_D &= ma \\ \Rightarrow 60 - 50 - 2/5 &= 5a \\ \Rightarrow a &= 1/5 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

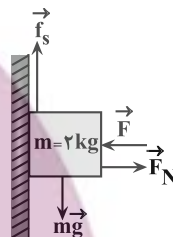
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه ۴۵)

(برگرفته از آزمون نهایی فردار ۱۴۰۳)

۱۰۸ - گزینه ۳»

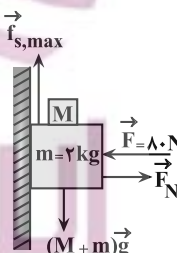
(سعید شرقی)

چون قبل از قرار دادن جسم دوم بر روی جسم اول، این جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر آن در راستای عمودی صفر است. لذا داریم:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow mg - f_s = 0 \Rightarrow f_s = mg = 2 \times 10 = 20 \text{ N}$$

بعد از قرار دادن جسم دوم، جسم اول در آستانه لغزش قرار می‌گیرد. بنابراین بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بر آن وارد می‌شود. در این حالت داریم:



برآیند نیروها در راستای افقی صفر است. بنابراین:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F = 80 \text{ N}$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s \times F_N \xrightarrow{\mu_s = 0/4, F_N = 80 \text{ N}} f_{s,\text{max}} = 0/4 \times 80 = 32 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۱۰۹ - گزینه ۲»

(کتاب آبی)

در اینجا جسم در حال حرکت است. بنابراین نیروی سطح از رابطه $R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2}$ به دست می‌آید. ابتدا شتاب حرکت را می‌یابیم:

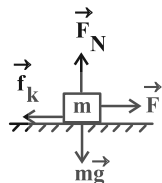
$$a = \frac{v - v_0}{t} \xrightarrow{v = 3 \frac{m}{s}, v_0 = 0, t = 4 \text{ s}} a = \frac{3}{4} \frac{m}{s^2}$$

حال با توجه به قانون دوم نیوتون، در راستای قائم و افقی داریم:

$$\text{در راستای قائم: } F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_N = mg = 36 \times 10 = 360 \text{ N}$$

$$\text{در راستای افقی: } F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{F = 177 \text{ N}, a = \frac{3}{4} \frac{m}{s^2}, m = 36 \text{ kg}}$$

$$177 - f_k = 36 \times \frac{3}{4} \Rightarrow f_k = 177 - 27 = 150 \text{ N}$$



در نهایت داریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{360^2 + 150^2} = \sqrt{(30 \times 12)^2 + (30 \times 5)^2}$$

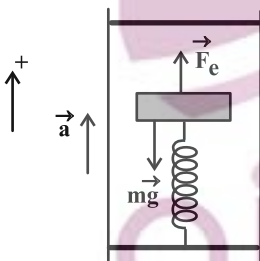
$$\Rightarrow R = 30 \sqrt{12^2 + 5^2} = 30 \times 13 = 390 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۴۳)

۱۱۰ - گزینه ۱»

(آزاده حسین‌نژاد)

مطابق شکل زیر، بر جسم نیروی کشسانی فنر رو به بالا و نیروی وزن جسم رو به پایین وارد می‌شود. بنابراین ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، تغییر طول فنر را می‌یابیم. دقت کنید، چون حرکت آسانسور تندشونده است با انتخاب جهت مثبت به سمت بالا، $a > 0$ می‌باشد.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \xrightarrow{F_e = k|x|}$$

$$k|x| - mg = ma \xrightarrow{k = 400 \frac{N}{m}, m = 2 \text{ kg}, a = 2 \frac{m}{s^2}} k|x| - 20 = 4 \Rightarrow 400|x| = 24 \Rightarrow |x| = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

اکنون طول فنر را می‌یابیم. دقت کنید، چون نیروی فنر رو به بالا به جسم وارد می‌شود، واکنش آن رو به پایین بر فنر وارد خواهد شد، لذا فنر را فشرده نموده و تغییر طول آن منفی می‌شود.

$$x = L_2 - L_1 \xrightarrow{x = -6 \text{ cm}, L_1 = 30 \text{ cm}} -6 = L_2 - 30 \Rightarrow L_2 = 24 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۸ و ۴۳)

شیمی ۲

۱۱۱- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

دی‌الکل‌ها، دی‌اسیدها و دی‌آمین‌ها مونومرهای هستند که از طریق واکنش بین گروه‌های عاملی منجر به تولید پلیمر می‌شوند و لزوماً در ساختار زنجیر کربنی خود پیوند دوگانه $C=C$ ندارند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۶)

۱۱۲- گزینه «۳»

(آزمین صبا)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) از پلی پروپن می‌توان برای ساخت سرنگ استفاده کرد.

(۲) از کولار می‌توان برای ساخت قایق بادبانی استفاده کرد.

(۴) از کولار می‌توان برای ساخت جلیقه ضد گلوله استفاده کرد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۱۷)

۱۱۳- گزینه «۳»

(عمید زبئی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) تعداد اتم‌ها در جرم‌های برابر از دو پلیمر یکسان است.

(۲) چگالی هر دو کوچک‌تر از 1 g.cm^{-3} است.

(۴) شاخه‌ها باعث ایجاد فاصله بین زنجیرها و کاهش سطح تماس می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۱۱۴- گزینه «۴»

(امیرعلی برزورداریون)

تفلون از نظر شیمیایی بی‌اثر است و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۱۱۵- گزینه «۳»

(امیرمهر کنگرانی فراهانی)

بررسی همه موارد:

(۱) در کاهو و کلم، ویتامین «کا» وجود دارد که ترکیبی آروماتیک است.

(۲) در ویتامین «آ» همانند ویتامین «ث»، گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد.

(۳) در ویتامین «کا»، اتم H متصل به یکی از اتم‌های O ، F و N وجود نداشته و امکان تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آن وجود ندارد.

(۴) ویتامین موجود در شیر، ویتامین «دی» است که ترکیبی ناقطبی است.

گشتاور دوقطبی ویتامین «دی»، همانند هیدروکربن‌ها تقریباً صفر است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۱۱۶- گزینه «۳»

(میشی ممیوب)

مونومر سازنده پلی وینیل کلرید در ساختار خود ۲ اتم کربن دارد و در

ساختار مونومر سازنده پلی سیانواتن یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

بنابراین a برابر با ۲ و b برابر با ۱ است و با استفاده از آن و به کمک اتحاد

مزدوج حاصل عبارت زیر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{a^2 - b^2}{a + b} = \frac{(a - b)(a + b)}{a + b} = a - b = 2 - 1 = 1$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه ۱۰۶)

۱۱۷- گزینه «۳»

(امیرمسین توفیری)

ویتامین «دی» سیرنشده است زیرا در ساختار آن پیوندهای دوگانه وجود دارد.

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

(۱) فرمول شیمیایی این ویتامین $C_{28}H_{44}O$ یا $C_{28}H_{43}OH$ است.

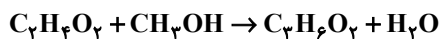
(۲) در ساختار ویتامین «دی» گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد ولی به

علت غلبه بخش ناقطبی بر بخش قطبی در ساختار آن در آب نامحلول است.

(۴) مصرف بیش از حد ویتامین‌های محلول در چربی مانند ویتامین D

برخلاف ویتامین «ث» که ویتامینی محلول در آب است برای بدن مضر است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)



حال مقدار آب تولید شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$? H_2O = 180g C_7H_8O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_8O_2}{60g C_7H_8O_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_7H_8O_2} \times \frac{18g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 54g H_2O$$

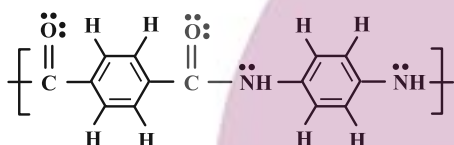
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۱ و ۱۱۳ تا ۱۱۶)

(روزبه رضوانی)

۱۲۰- گزینه «۴»

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ واحد تکرارشونده آن به صورت زیر است:



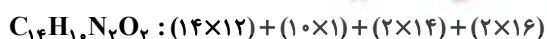
(۲) نادرست؛ با توجه به این که جرم مولی (NH_2) از جرم مولی

$(COOH)$ کمتر است. آمین دوعاملی، مونومر سبک‌تر است. پلی‌استرها از

واکنش دی‌اسید و دی‌الکل به دست می‌آیند و دی‌آمین‌ها در این واکنش

نقشی ندارند.

(۳)



$$= 238g \cdot mol^{-1}$$

$$\frac{\text{جرم الکترون ناپیوندی}}{\text{تعداد اتم هیدروژن}} = \frac{6}{10}$$

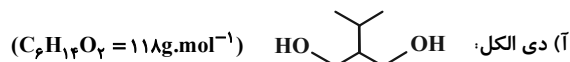
(۴) درست؛

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۶ و ۱۱۷)

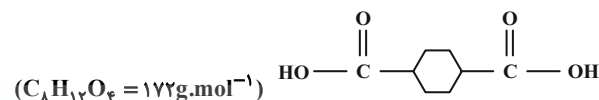
(امیرمسین طیبی)

۱۱۸- گزینه «۲»

بررسی همه موارد:

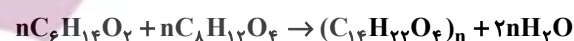


دی‌اسید:



$$= 54g \cdot mol^{-1} \text{ اختلاف جرم مولی}$$

(ب)



$$? H_2O : 7 / 62kg \times \frac{10^3g}{1kg}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } (C_{14}H_{22}O_4)_n}{254n g (C_{14}H_{22}O_4)_n} \times \frac{2n \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } (C_{14}H_{22}O_4)_n}$$

$$\times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ مولکول } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 3 / 612 \times 10^{25} \text{ مولکول } H_2O$$

(پ) در دی‌اسید سازنده آن، ۱۰ پیوند C-H وجود دارد، اما در استیرین

$(H_2C=CH)$ ، ۸ پیوند کربن داریم.



(ت)

$$\text{تعداد جفت الکترون پیوندی} = \frac{(C \times 4) + (H \times 1) + (O \times 2)}{2}$$

$$= \frac{(6 \times 4) + (14 \times 1) + (2 \times 2)}{2} = 21$$

متیل آمین (CH_3NH_2) ، ۷ اتم دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۱۳ تا ۱۱۶)

(مجتبی مهبوب)

۱۱۹- گزینه «۴»

عامل استری موجود در موز پنتیل اتانوات است که اسید سازنده این استر

اتانویک اسید می‌باشد. همچنین عامل استری موجود در سیب متیل بوتانوات

است که الکل سازنده این استر متانول می‌باشد. اگر متانول و اتانویک اسید

در شرایط مناسب با هم واکنش دهند، طبق واکنش زیر متیل اتانوات (ماده

آلی) با فرمول مولکولی $C_4H_8O_2$ به دست می‌آید.

شیمی ۱

۱۲۱- گزینه «۱»

(ارزنگ شانلری)

$$\text{HCl محلول} \begin{cases} C_M(\text{HCl}) = 2M \\ V_{(L)} = 50.0 \text{ mL} = 0.05 \text{ L} \end{cases} \quad (\text{مولار})$$

$7/2 \text{ g} = \text{جرم منیزیم (Mg)}$ در واکنش

تمام منیزیم در واکنش شرکت کرده است. از روی جرم منیزیم مصرفی،

تعداد مولهای HCl مصرف شده را حساب می‌کنیم. mol HCl

مصرف شده را از mol HCl اولیه کم می‌کنیم تا mol HCl

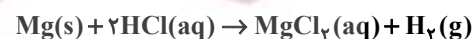
باقی‌مانده به دست آید. از رابطه $M = \frac{n}{V}$ ، برای تبدیل غلظت مولار

HCl به مول آن و برعکس استفاده می‌کنیم.

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow n = M \times V$$

$$\Rightarrow n = 2M \times 0.05 \text{ L} = 1 \text{ mol HCl}$$
 مول اولیه

محاسبه HCl مصرف شده به ازای مصرف $7/2$ گرم منیزیم (Mg)



$$7/2 \text{ g Mg} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{24 \text{ g Mg}} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Mg}}$$

مصرف می‌شود 0.6 mol HCl

محاسبه mol HCl باقی‌مانده پس از انجام واکنش

$$1 - 0.6 = 0.4 \text{ mol HCl}$$
 باقی‌مانده

محاسبه غلظت مولار HCl باقی‌مانده

$$M = \frac{n}{V} = \frac{0.4 \text{ mol HCl}}{0.05 \text{ L}} = 8M$$
 (مولار)

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۲۲- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

کلسیم فسفات ← نامحلول نقره کلرید ← نامحلول

استون ← محلول کلسیم سولفات ← کم محلول

شکر ← محلول باریم سولفات ← نامحلول

نقره نیترات ← محلول

در نتیجه } محلول ← ماده ۳
کم محلول ← ماده ۱
نامحلول ← ماده ۳

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲ و ۱۰۷)

۱۲۳- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

۲۱ گرم نمک با تغییر دما از 60°C به 20°C ته‌نشین می‌شود.

$$\frac{\text{نمک } 42\text{g}}{\text{محلول } 160\text{g}} = \frac{\text{نمک } x\text{g}}{\text{محلول } 80\text{g}} \Rightarrow x = 21\text{g}$$

مقدار آب 20°C لازم برای حل کردن ۲۱g نمک

$$\frac{\text{نمک } 18\text{g}}{\text{آب } 100\text{g}} = \frac{\text{نمک } 21\text{g}}{\text{آب } y\text{g}} \Rightarrow y = 116.6\text{g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۲۴- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

جهت‌گیری آب به دلیل قطبی بودن آن است و مولکول آب از نظر بار

الکتریکی خنثی می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۲۵- گزینه «۳»

(آترین صبا)

$$S_X = S_Y \Rightarrow 1/20 + 46 = 1/50 + 28 \Rightarrow 0/20 = 18 \Rightarrow \theta = 60$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه ۱۰۳)

۱۲۶- گزینه «۴»

(فرزین بوستانی)

مولکول سنگین تر لزوماً نیروی بین مولکولی قوی تری ندارد؛ برای مثال H_2S

سنگین تر از H_2O است اما نیروی بین مولکولی ضعیف تری نسبت به

H_2O دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱۲۷- گزینه «۴»

(میتبی محبوب)

با توجه به این که نقطه جوش NH_3 برابر با $5^\circ C / -33^\circ$ ، نقطه جوش H_2O

برابر با $100^\circ C$ و نقطه جوش HF برابر با $19^\circ C$ می‌باشد گزینه «۴»

صحیح است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۱۲۸- گزینه «۲»

(هری بهاری‌پور)

فقط گزینه «۲» نادرست است. زیرا میانگین رد پای آب برای هر فرد در یک

سال برابر با یک میلیون لیتر است نه میلی‌لیتر.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۱۲۹- گزینه «۲»

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

آب آشامیدنی: با توجه به نمودار، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در دمای

$28^\circ C$ و $46^\circ C$ به ترتیب ۰/۸ و ۰/۶ میلی‌گرم در ۱۰۰ گرم آب

است. با این افزایش دما، از هر ۱۰۰ گرم آب آشامیدنی به اندازه

$2mg / 0.6 - 0.8 = 0.2mg$ اکسیژن آزاد می‌شود. در ادامه جرم ۱۰ لیتر

آب آشامیدنی را به کمک چگالی به دست آورده و اکسیژن آزاد شده به

ازای این مقدار آب را حساب می‌کنیم:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{x}{10000mL} \Rightarrow x = 10000g \text{ آب آشامیدنی}$$

$$20mg O_2 = \frac{\text{اکسیژن } 2mg}{\text{آب } 100g} \times \text{آب } 10000g = \text{اکسیژن } 200g ?$$

آب دریا: انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در دمای $8^\circ C$ و $31^\circ C$ به ترتیب ۱ و

۰/۶ میلی‌گرم در ۱۰۰ گرم آب است. میزان گاز آزاد شده در اثر این

افزایش دما، $4 / 0.6 - 0.8 = 0.2$ میلی‌گرم به ازای ۱۰۰ گرم آب است. محاسبات بالا را

برای آب دریا نیز انجام می‌دهیم.

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/2 = \frac{x}{10000mL} \Rightarrow x = 12000g \text{ آب دریا}$$

$$48mg O_2 = \frac{\text{اکسیژن } 4mg}{\text{آب } 100g} \times \text{آب } 12000g = \text{اکسیژن } 480g ?$$

جمع جرم اکسیژن آزاد شده برابر با ۶۸ میلی‌گرم یا همان 0.068 گرم

می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴ و ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۳۰- گزینه «۲»

(میتبی محبوب)

در هر سه روش تصفیه آب ذکر شده همه مواد به جز میکروب‌ها از آب

جداسازی می‌شوند و فقط در روش تقطیر ترکیب‌های آلی فرار باقی می‌مانند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه ۱۱۹)

شیمی ۲

گزینه ۱» ۱۳۱-

(پیمان فواوی میز)

الکتروشیمی



پ) اندازه گیری و کنترل کیفی (اطمینان از کیفیت فواورده)

ب) تولید مواد (مانند برقکافت و آبکاری)

ا) تامین انرژی (باتری ها، سلول سوختی و سوخت آنها)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه ۳۸)

(برگرفته از متن و شکل کتاب)

گزینه ۱» ۱۳۲-

(امیرمسین مرتضوی)

در یک واکنش اکسایش - کاهش گونه ای که الکترون از دست می دهد، اکسایش یافته و یک کاهنده محسوب می شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۴۰ تا ۴۲)

(برگرفته از با هم بیندیشیم صفحه ۴۰)

گزینه ۴» ۱۳۳-

(مسعود جعفری)

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در این واکنش به ازای اکسایش ۳ مول Mg، ۲ مول Al تولید می شود که نصف (۵۰ درصد) آن به سطح تیغه می چسبد. بنابراین به ازای مبادله ۶ مول الکترون بین اکسند و کاهنده، جرم ۳ مول Mg از تیغه کاسته شده و جرم یک مول Al به آن افزوده می شود.

$$-3\text{mol(Mg)} + \text{mol(Al)} = -3(24) + 27$$

$$= -45\text{g} \sim 6\text{mole}$$

اکنون با توجه به کاهش جرم تیغه ۴۰ گرمی داریم:

$$\frac{m}{40} \times 100 = 45 \Rightarrow \frac{m}{40} \times 100 = \frac{\text{جرم کاهش یافته}}{\text{جرم اولیه}} \times 100$$

$$\Rightarrow m = 18\text{g}$$

در نهایت می توان تعداد e های مبادله شده را محاسبه کرد:

$$\frac{6 \times 10^{23} e^{-}}{1 \text{ mole}^{-}} \times \frac{6 \text{ mole}^{-}}{45 \text{ g کاهش جرم}} \times 18 \text{ g کاهش جرم} = 14 \times 10^{23} e^{-}$$

$$= 14 \times 10^{23} e^{-}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۴۱ تا ۴۳)

گزینه ۳» ۱۳۴-

(سعید تیزرو)

بررسی همه گزینه ها:

۱) برای تشکیل هر مول Al_2O_3 ، ۶ مول الکترون مبادله می شود.

۲) تبدیل هر اتم فلزی به کاتیون آن با کاهش شعاع همراه است.

۳) Al با از دست دادن ۳ الکترون، اکسید شده و به Al^{3+} تبدیل می شود. گونه ای که اکسید می شود، همان کاهنده است.



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۳۹ تا ۴۲)

گزینه ۲» ۱۳۵-

(امیرمسین مرتضوی)

واکنش انجام شده در ظرف: $\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + \text{Zn(s)} \rightarrow \text{Cu(s)} + \text{Zn}^{2+}(\text{aq})$

نیم واکنش کاهش: $\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2e^{-} \rightarrow \text{Cu(s)}$

نیم واکنش اکسایش: $\text{Zn(s)} \rightarrow \text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + 2e^{-}$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه ۴۱)

(برگرفته از نوایی شورپور ۱۴۰۲)

گزینه ۱» ۱۳۶-

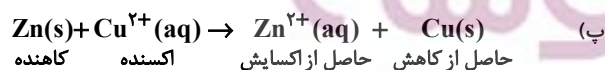
(امیرمسین طبیبی)

تنها عبارت (الف) درست است.

بررسی همه عبارت ها:



ب) چون ضریب هر دو یون فلزی در طرفین واکنش برابر است، مجموع غلظت یون ها قبل و بعد از واکنش ثابت می ماند.



ت) به ازای هر یک مول Zn مصرفی، یک مول Cu بر روی تیغه رسوب می کند. از آنجایی که جرم مولی Zn از Cu بیشتر است، جرم تیغه کاهش می یابد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۳۹ تا ۴۲)

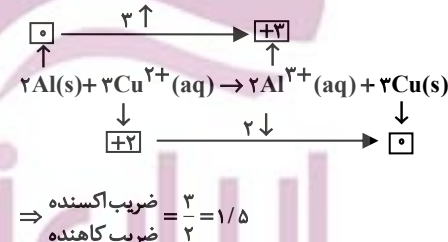
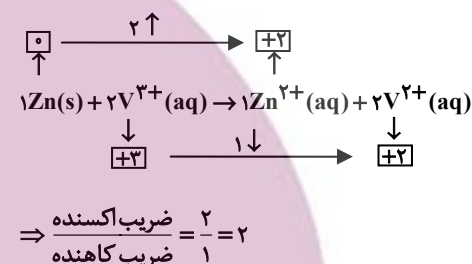
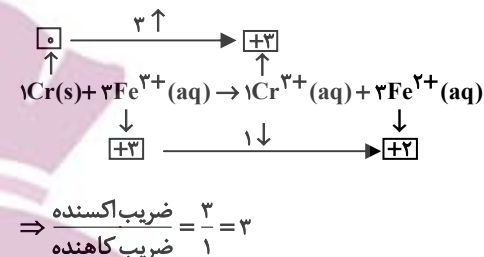
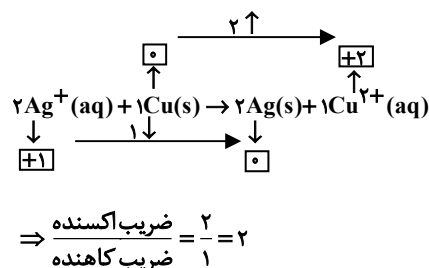
گزینه ۲» ۱۳۷-

(مهمرباری شریفی)

- گونه اکسند گونه ای است که با گرفتن الکترون، کاهش یافته است.

- گونه کاهنده گونه ای است که با از دست دادن الکترون، اکسایش یافته است.

← واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۳۸- گزینه «۴»

(هاری عباری)

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به گرماده بودن واکنش، محتوای انرژی فراورده‌ها کمتر از واکنش‌دهنده‌ها خواهد بود و در نتیجه پایداری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

گزینه «۲»: چون واکنش‌پذیری مس از آهن کمتر است.

گزینه «۳»: هرچه تغییر دمای محلول بیشتر باشد، قدرت کاهندگی فلز بیشتر است و همچنین با توجه به عدم واکنش طلا با Cu^{2+} فلز Cu کاهنده‌تر از فلز Au است. پس داریم: $\text{Zn} > \text{Fe} > \text{Cu} > \text{Au}$

گزینه «۴»: تمایل روی به از دست دادن الکترون و اکسید شدن بیشتر از مس است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

۱۳۹- گزینه «۱»

(معدری پورفولار)

با توجه به توضیحات داده شده قدرت کاهندگی سه فلز به صورت $(\text{Al} > \text{Mn} > \text{V})$ است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۱۴۰- گزینه «۴»

(آرمین عظیمی)

مقایسه قدرت کاهندگی فلزها و قدرت اکسندگی کاتیون‌ها به صورت زیر است:

کاهندگی: $\text{C} > \text{A} > \text{D} > \text{Cu} > \text{B}$

اکسندگی: $\text{B}^{2+} > \text{Cu}^{2+} > \text{D}^{2+} > \text{A}^{2+} > \text{C}^{2+}$

بررسی عبارت‌ها:

الف) قدرت کاهندگی فلز B از C کمتر است، بنابراین واکنشی میان فلز B و کاتیون C^{2+} رخ نمی‌دهد و می‌توان آن‌ها را کنار هم نگه داشت.

ب) تمایل به گرفتن الکترون در یون D^{2+} نسبت به یون A^{2+} بیشتر است، زیرا یون D^{2+} قدرت اکسندگی بیشتری دارد.

پ) قدرت کاهندگی فلز Cu از فلز B بیشتر است، بنابراین واکنش داده شده به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود و پایداری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

ت) دمای محلول دارای تیغه فلز C بیشتر تغییر کرده است، بنابراین سرعت تغییر رنگ آبی محلول مس (II) سولفات در آن نیز بیشتر خواهد بود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)