پدید آورندگان آزمون ۲۸ شهریور

سال یازدهم ریاضی

طراحان

نام درس	نام طراحان
ریاضی (۱) و حسابان (۱)	مهدی ملارمضانی- علی آزاد- محمد قرقچیان- امیر محمودیان- احمد مهرابی- سهیل حسن‌خان‌پور- مصطفی بهنام‌مقدم- بهرام حلاج- مجید انصاری- سجاد داوطلب- عاطفه خان‌محمدی- مهدی حاجی‌نژادیان- احسان غنی‌زاده- مسعود برملا- جواد زنگنه‌قاسم‌آبادی- علی شهرابی- پدرام نیکوکار
هندسه (۱) و (۲)	محمدابراهیم گیتی‌زاده- محمد قیدی- رضا عباسی‌اصل- نوید مجیدی- علی فتح‌آبادی- محمد خندان- ماهان فرهمندفر- احمدرضا فلاح- محمد بحیرایی- مهدی نیک‌زاد- امیرمحمد کریمی- سید محمدرضا حسینی‌فرد- سرژ یقیازاریان تبریزی- فرزانه خاکپاش- فرشاد فرامرزی- حنانه اتفاقی
فیزیک (۱) و (۲)	مهدی زمان‌زاده- پوریا علاقه‌مند- محمد عظیم‌پور- رضا امامی- بهنام شاهنی- عبدالرضا امینی‌نسب- حامد ترحمی- حمید زرین‌کفش- امیر محمودی‌انزابی- مصطفی کیانی- محمدجعفر مفتاح- مسعود قره‌خانی- امیرحسین برادران- حسام نادری- سیدامیر نیکویی‌نهالی- بهنام رستمی- میلاد سلامتی- امیرمحمد میرسعید- سینا صالحی- معصومه افضلی- مهدی باغستانی
شیمی (۱) و (۲)	سپهر کاظمی- سیدسجاد کمالی- امیر فرضی- میثم کوثری‌لنگری- فرزین بوستانی- روزبه رضوانی- محسن زمرّدپور- علیرضا بیانی- علیرضا رضایی سراب- سینا هاشمی- حسن رحمتی‌کوکنده- میلاد قاسمی- عبدالرضا دادخواه- کامران جعفری- روزبه رضوانی- رضا باسلیقه- احسان پنجه‌شاهی- آرمین محمدی‌چیرانی- عباس هنرجو- رسول عابدینی‌زواره- پویا رستگاری- ایمان حسین‌نژاد

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر و مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
ریاضی (۱) و حسابان (۱)	مهدی ملارمضانی	سپهر متولیان- مهدی بحرکاظمی- احسان غنی‌زاده گروه مستندسازی: معصومه صنعت‌کار- سیداحسان میرزینلی- سجاد سلیمی	سمیه اسکندری
هندسه (۱) و (۲)	امیرمحمد کریمی	سپهر متولیان- سجاد محمدنژاد- مهدی بحرکاظمی گروه مستندسازی: معصومه صنعت‌کار- مهسا محمدنیا- سیداحسان میرزینلی	سجاد سلیمی
فیزیک (۱) و (۲)	سینا صالحی	حسین بصیرترکمبور- بابک اسلامی گروه مستندسازی: مهدی صالحی- ابراهیم نوری	علیرضا همایون‌خواه
شیمی (۱) و (۲)	ایمان حسین‌نژاد	پویا رستگاری- احسان پنجه‌شاهی- آرش ظریف- سیدعلی موسوی‌فرد گروه مستندسازی: محسن دستجردی- عرفان قره‌مشک	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	**بابک اسلامی**
مسئول دفترچه	**لیلا نورانی**
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	**مدیر گروه: محیا اصغری/ مسئول دفترچه: سجاد سلیمی**
حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی	**فاطمه علی‌یاری**
نظارت چاپ	**حمید محمدی**

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

ریاضی (۱) - نگاه به گذشته

۱- گزینهٔ «۲» *(مهدی ملارمضانی)*

در پرتاب دو تاس برای آن‌که مجموع دو تاس برابر ۵ شود، داریم:

$$A=\{(۱,۴),(۴,۱),(۲,۳),(۳,۲)\}\Rightarrow n(A)=۴$$

$$n(S)=۳۶\Rightarrow P(A)=\frac{۴}{۳۶}=\frac{۱}{۹}$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۲- گزینهٔ «۲» *(علی آزاد)*

فرض کنیم x لامپ، سوخته است:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۱۰-x}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}}=\frac{۱}{۶}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{(۱۰-x)!}{۳!(۱۰-x-۳)!}}{\frac{۱۰!}{۳!\times ۷!}}=\frac{\frac{(۱۰-x)!}{(۷-x)!}}{\frac{۱۰\times ۹\times ۸\times ۷!}{۷!}}=\frac{۱}{۶}$$

$$\Rightarrow \frac{(۱۰-x)!}{(۷-x)!}=\frac{۱۰\times ۹\times ۸}{۶}=۱۲۰$$

$$\Rightarrow \frac{(۷-x)!(۸-x)(۹-x)(۱۰-x)}{(۷-x)!}=۱۲۰$$

حاصل‌ضرب سه عدد متوالی برابر با ۱۲۰ شده است که با جایگذاری می‌توان فهمید:

$$x=۴$$

(ریاضی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۵۱)

۳- گزینهٔ «۱» *(علی آزاد)*

احتمال عدم بارش باران $=P(A')$ احتمال بارش باران $=P(A)$

احتمال بارش هر دو $=P(A\cap B)$ احتمال بارش برف $=P(B)$

$$P(A)=\frac{۳}{۱۷}P(A')\Rightarrow P(A)=\frac{۳}{۱۷}(۱-P(A))=\frac{۳}{۱۷}-\frac{۳}{۱۷}P(A)$$

$$\frac{۲۰}{۱۷}P(A)=\frac{۳}{۱۷}\Rightarrow P(A)=\frac{۳}{۲۰}=۰/۱۵$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=۰/۱۵+۰/۱۸-۰/۱۲=۰/۲۱$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۴- گزینهٔ «۳» *(محمد قرقچیان)*

روش اول:

مجموع عددها	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
احتمال	$\frac{۱}{۳۶}$	$\frac{۲}{۳۶}$	$\frac{۳}{۳۶}$	$\frac{۴}{۳۶}$	$\frac{۵}{۳۶}$	$\frac{۶}{۳۶}$	$\frac{۵}{۳۶}$	$\frac{۴}{۳۶}$	$\frac{۳}{۳۶}$	$\frac{۲}{۳۶}$	$\frac{۱}{۳۶}$

$$m+n=۱۴$$

روش دوم: می‌دانیم در پرتاب ۲ تاس، احتمال اینکه مجموع اعداد ظاهر شده k باشد از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases}\frac{k-۱}{۳۶} & k\le ۶\\ \frac{۱۳-k}{۳۶} & k>۶\end{cases}\Rightarrow \frac{k_۱-۱}{۳۶}=\frac{۱۳-k_۲}{۳۶}$$

$$k_۱-۱=۱۳-k_۲\Rightarrow k_۱+k_۲=۱۴$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۵- گزینهٔ «۴» *(امیر محمودیان)*

برای آن‌که هیچ فرزندی به تنهایی انتخاب نشود، حالات زیر ممکن است:

الف) ۳ نفر انتخاب شده، از بین اولیا باشند: $\binom{۶}{۳}=۲۰$

ب) ۱ نفر از بین فرزندان، همراه والدینش انتخاب شود:

$$\binom{۳}{۱}\times\binom{۲}{۱}\times\binom{۲}{۲}=۶$$

پ) ۱ نفر از بین فرزندان همراه با یکی از والدینش و یکی از والدین دیگر انتخاب شوند: $\binom{۶}{۱}\times\binom{۲}{۱}\times\binom{۴}{۱}=۴۸$

ت) ۲ فرزند یک خانواده به همراه یکی از والدین انتخاب شوند:

$$\binom{۳}{۱}\times\binom{۲}{۲}\times\binom{۲}{۱}=۶$$

تعداد کل حالات انتخاب نیز برابر $\binom{۱۲}{۳}=۲۲۰$ است.

$$\Rightarrow P(A)=\frac{۲۰+۶+۴۸+۶}{۲۲۰}=\frac{۸۰}{۲۲۰}=\frac{۴}{۱۱}$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۶- گزینهٔ «۳» *(علی آزاد)*

انتخاب سه مهره از ۸ مهره $=\binom{۸}{۳}=\frac{۸\times۷\times۶}{۱\times۲\times۳}=۸\times۷$

$$x+y=۸$$

با توجه به گزینه‌ها، حالت‌های مختلف را برای y و x در نظر می‌گیریم:

$$۱)\ x=۳,y=۵\Rightarrow\frac{۱}{۷}=\frac{\binom{۳}{۳}+\binom{۵}{۳}}{۷\times۸}\Rightarrow ۱+۱۰\neq ۸$$

طبق قسمت قبل، قابل‌قبول نیست. $۲)\ x=۵,y=۳\Rightarrow$

$$۳)\ x=۴,y=۴\Rightarrow\frac{۱}{۷}=\frac{\binom{۴}{۳}+\binom{۴}{۳}}{۷\times۸}\Rightarrow ۴+۴=۸$$

$$۴)\ x=۶,y=۲\Rightarrow\frac{۱}{۷}=\frac{\binom{۶}{۳}}{۷\times۸}\Rightarrow\binom{۶}{۳}\neq ۸$$

بنابراین $x=y=۴$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۷- گزینهٔ «۴» *(احمد مهرابی)*

احتمال آنکه سه نفر در یک روز هفته متولد شوند، برابر با $\frac{۷}{۷^۳}$ و احتمال آنکه سه نفر همگی در روز جمعه متولد شده باشند، برابر $\frac{۱}{۷^۳}$ است، بنابراین پاسخ مطلوب، عبارت است از:

$$\frac{۷}{۷^۳}\div\frac{۱}{۷^۳}=۷$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱)

۸- گزینهٔ «۲» *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

پیشامد A، این است که تعداد افراد بین دو برادر بیش از یک نفر باشد. از پیشامد متمم برای حل مسئله استفاده می‌کنیم:

پیشامد A': دو برادر کنار هم باشند یا فقط یک نفر بین آن‌ها باشد.

حالت اول: دو برادر کنار هم باشند:

برادر دوم و برادر اول	ــــ	ــــ	ــــ	ــــ	ــــ

$$۲!\ (\text{جایگشت دو برادر})\times ۶!\ (\text{جایگشت بسته و افراد دیگر})=۲\times۶\times۵!=۱۲\times۵!$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

حالت دوم: یک نفر بین دو برادر باشد. یک بسته فرض می‌کنیم. ابتدا فردی که بین دو برادر قرار می‌گیرد را از بین ۵ نفر انتخاب می‌کنیم.

برادر دوم و فرد دیگر و برادر اول	ـــ	ـــ	ـــ	ـــ

$$\binom{5}{1}\times \underset{\text{جایگشت دو برادر}}{\downarrow 2!} \times 5! = 5\times 2\times 5! = 10\times 5!$$

$$\Rightarrow n(A') = 12\times 5! + 10\times 5! = 22\times 5!, \; n(S) = 7!$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{22\times 5!}{7!} = \frac{11}{21} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = \frac{10}{21}$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۹- گزینهٔ «۴» *(احمد مهرابی)*

$$\text{تعداد اعضای فضای نمونه} = n(S) = \binom{10}{4} = \frac{10\times 9\times 8\times 7}{1\times 2\times 3\times 4} = 210$$

برای یافتن تعداد حالات پیشامد **A** به طوری که یک جفت در میان ۴ لنگه کفش باشد، ابتدا یک جفت از ۵ جفت انتخاب می‌کنیم، سپس از ۴ جفت باقی‌مانده دو جفت دیگر انتخاب و از هر جفت انتخابی، یک لنگه بر می‌داریم؛ یعنی:

$$n(A) = \binom{5}{1}\binom{4}{2}\binom{2}{1}\binom{2}{1} = 120$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{120}{210} = \frac{4}{7}$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(مصطفی بهنام‌مقدم)*

A: پیشامد آن که دقیقاً سه بار از ۵ پرتاب «رو» بیاید:

$$n(A) = \binom{5}{3}$$

$$n(S) = 2^5$$

$$P(A) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۱۱- گزینهٔ «۳» *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

در این بررسی باید کل افرادی که در ایران مبتلا به سرطان می‌شوند را جزء جامعهٔ آماری دانست، زیرا کسانی که مبتلا به سرطان ریه می‌شوند زیرمجموعه‌ای از این جامعهٔ آماری هستند (نمونه).

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۱۲- گزینهٔ «۴» *(بهرام حلاج)*

از بین موارد گفته شده گروه خونی، اسامی افراد و نوع آلاینده‌های هوا، متغیرهای کیفی اسمی‌اند.

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۱۳- گزینهٔ «۴» *(مجید انصاری)*

جنسیت داوطلبان: کیفی اسمی

عدد ریشتر زلزله: کمی پیوسته

سطح تحصیلات: کیفی ترتیبی

تعداد فرزندان دختر یک خانواده: کمی گسسته

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۴- گزینهٔ «۴» *(سپهر داوطلب)*

معمولاً در جامعه‌های با حجم کم و در دسترس می‌توانیم ویژگی تمام اعضا را بررسی کنیم. در این حالت اصطلاحاً می‌گوییم، سرشماری کرده‌ایم.

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۱۵- گزینهٔ «۴» *(عاطفه خان‌محمدی)*

متغیرهای رنگ مو، انواع اتومبیل متغیرهای کیفی اسمی و متغیر تعداد فرزندان، متغیر کمی گسسته می‌باشد.

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۱۶- گزینهٔ «۱» *(احمد مهرابی)*

آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است. علم آمار، مجموعهٔ روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی می‌شود، بنابراین گزینهٔ «۱»، مربوط به علم آمار نیست.

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۱۷- گزینهٔ «۲» *(مهدی حاجی‌نژادیان)*

نوع تلفن ⟸ متغیر کیفی اسمی

قطر تنهٔ درختان ⟸ متغیر کمی پیوسته

مقطع تحصیلات افراد ⟸ متغیر کیفی ترتیبی

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(امیر محمودیان)*

متغیرهای داده شده در صورت سؤال به‌ترتیب «کیفی اسمی» ـ «کمی پیوسته» ـ «کیفی اسمی» است که با نوع متغیرهای گزینهٔ «۳» یکسان است.

نوع متغیرهای سایر گزینه‌ها:

۱) کیفی ترتیبی ـ کمی پیوسته ـ کیفی اسمی

۲) کیفی اسمی ـ کمی گسسته ـ کیفی اسمی

۴) کیفی اسمی ـ کمی پیوسته ـ کیفی ترتیبی

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۱۹- گزینهٔ «۳» *(عاطفه خان‌محمدی)*

در این سؤال، جامعه، کل دانش‌آموزان مدرسه را شامل می‌شود که ۴۰۰ نفر هستند. عدد ۲۰۰ اندازهٔ نمونه را نشان می‌دهد.

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(عاطفه خان‌محمدی)*

علم آمار، مجموعهٔ روش‌هایی است که به‌ترتیب شامل مراحل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی می‌شود.

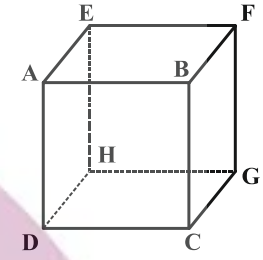
(ریاضی ۱- صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

هندسه (۱) – نگاه به گذشته

۲۱– گزینهٔ «۲» *(محمدابراهیم گیتی‌زاده)*

دو صفحهٔ عمود بر هم ABCD و ABFE را در نظر بگیرید. گزارهٔ «ب» نادرست است، زیرا مثلاً صفحهٔ BFGC بر صفحهٔ ABCD عمود است و با صفحهٔ ABFE موازی نیست. (صفحهٔ BFGC بر صفحهٔ ABFE عمود است.)



گزارهٔ «پ» نادرست است، زیرا مثلاً خط GH با صفحهٔ ABCD موازی است و بر صفحهٔ ABFE عمود نیست. (خط GH موازی صفحهٔ ABFE است.)

گزاره‌های «الف» و «ت» همواره صحیح هستند.

(هندسه ۱– صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۲۲– گزینهٔ «۴» *(محمد قیدی)*

اگر وجه بالایی مکعب مستطیل را به‌صورت زیر دسته‌بندی کنیم، واضح است که همهٔ مکعب‌های خانه‌های b و مکعب‌های زیر آنها یعنی $۶\times۳=۱۸$ مکعب باید حذف شوند. بنابراین کم‌ترین مقدار برابر $m=۱۸$ است.

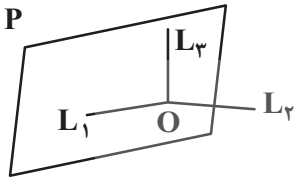
$a_۱$	$b_۱$	$b_۲$	$b_۳$
$a_۲$	$a_۳$	$b_۴$	$b_۵$
$a_۴$	$a_۵$	$a_۶$	$b_۶$
$a_۷$	$a_۸$	$a_۹$	$a_{۱۰}$

از طرفی حداقل تعداد مکعب‌های لازم در شکل برابر ۱۰ است (تعداد خانه‌های a در نمای بالا)، بنابراین حداکثر می‌توان $M=۴۸-۱۰=۳۸$ مکعب را از شکل حذف نمود. در نتیجه $M-m=۳۸-۱۸=۲۰$ است.

(هندسه ۱– صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۲۳– گزینهٔ «۱» *(رضا عباسی‌اصل)*

فرض کنید خط $L_۳$ درون صفحهٔ P نباشد. در این صورت بر دو خط متقاطع $L_۱$ و $L_۳$، صفحه‌ای مانند P' می‌گذرد.

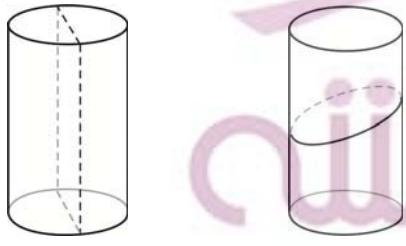


چون خط $L_۲$ بر دو خط متقاطع از صفحهٔ P' در محل تقاطع عمود است، پس $L_۲\perp P'$. از طرفی $L_۲\perp P$، پس $P\parallel P'$. با توجه به اینکه دو صفحهٔ P و P' هر دو شامل خط $L_۱$ هستند، پس نمی‌توانند موازی یکدیگر باشند و در نتیجه طبق برهان خلف، خط $L_۳$ لزوماً درون صفحهٔ P قرار دارد.

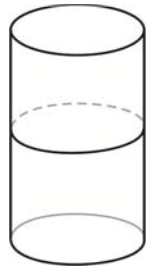
(هندسه ۱– صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۲۴– گزینهٔ «۲» *(نوید مجیری)*

همانند شکل‌های زیر، اگر صفحهٔ مایل برخورد کند، بیضی، اگر صفحهٔ افقی برخورد کند، دایره و اگر صفحهٔ عمودی برخورد کند، مستطیل حاصل می‌شود.



صفحهٔ مایل ← بیضی صفحهٔ عمودی ← مستطیل



صفحه افقی ← دایره

(هندسه ۱– صفحهٔ ۹۲)

ایران توانا
توشه ای برای موفقیت

۲۵- گزینهٔ «۳» *(علی فتح‌آبادی)*

فرض کنید n مکعب را روی هم قرار داده باشیم. بدیهی است که فقط ۴ وجه جانبی مکعب پایینی و مکعب‌های میانی قابل رؤیت هستند و در مکعب بالایی، علاوه بر ۴ وجه جانبی، وجه بالایی آنها نیز دیده می‌شود، بنابراین داریم: $\text{مجموع تعداد وجوه قابل رؤیت} = ۵ + (n-۱)\times ۴ = ۴n+۱$

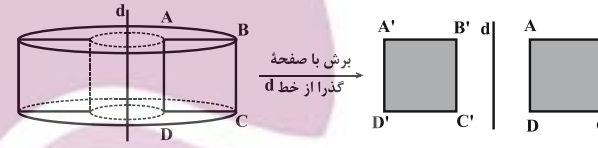
$$\text{مجموع اعداد قابل رؤیت} = ۷(۴n+۱) \Rightarrow ۳۱۵ = ۷(۴n+۱)$$

$$\Rightarrow ۴n+۱ = ۴۵ \Rightarrow ۴n = ۴۴ \Rightarrow n = ۱۱$$

(هندسه ۱- مشابه تمرین ۴ صفحهٔ ۹۱)

۲۶- گزینهٔ «۳» *(محمد خندان)*

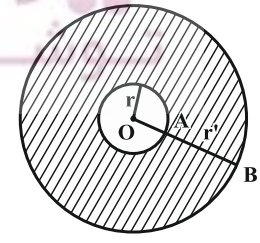
اگر مربع $ABCD$ را حول خط d دوران دهیم، شکل حاصل یک استوانه است که از داخل آن یک استوانه خالی شده است. اگر این استوانه را با صفحهٔ گذرا بر خط d برش دهیم، سطح مقطع حاصل، دو مربع می‌شود.



مساحت سطح مقطع حاصل، دو برابر مساحت مربع $ABCD$ است، پس:

$$\text{سطح مقطع حاصل } S = ۲S_{ABCD} = ۱۸ \Rightarrow ۲AB^۲ = ۱۸ \Rightarrow AB = ۳$$

حال اگر شکل حاصل را با صفحه‌ای عمود بر خط d برش دهیم، شکل زیر حاصل می‌شود:

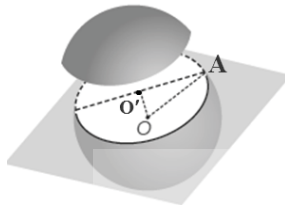


$$OA = ۱ \ , \ AB = ۳ \Rightarrow \begin{cases} r = ۱ \\ r' = ۴ \end{cases}$$

$$S_{\text{هاشورزده}} = \pi r'^۲ - \pi r^۲ = \pi(۴)^۲ - \pi(۱)^۲ = ۱۵\pi$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

۲۷- گزینهٔ «۴» *(ماهان فرهمندفر)*



سطح مقطع ایجاد شده از تقاطع صفحهٔ P با کره، یک دایره به شعاع AO' است. حال برای به‌دست آوردن شعاع سطح مقطع حاصل با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOO' داریم:

$$AO^۲ = OO'^۲ + AO'^۲$$

$$\xrightarrow[OO'=۶\sqrt{۲}]{AO=۹} (۹)^۲ = (۶\sqrt{۲})^۲ + AO'^۲$$

$$\Rightarrow ۸۱ = ۷۲ + AO'^۲ \Rightarrow AO'^۲ = ۹ \Rightarrow AO' = ۳$$

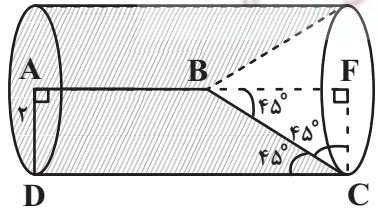
حال حجم مخروط موردنظر برابر است با:

$$\text{حجم مخروط} = \frac{\pi}{۳} \times (AO'^۲) \times OO' = \frac{\pi}{۳} \times ۹ \times ۶\sqrt{۲} = ۱۸\sqrt{۲}\pi$$

(هندسه ۱- صفحهٔ ۹۴)

۲۸- گزینهٔ «۲» *(احمدرضا فلاح)*

کافی است حجم مخروط با رأس B و شعاع قاعدهٔ FC را از حجم استوانه کم کنیم.



$$\overset{\Delta}{BFC} : \hat{F} = ۹۰^\circ \ , \ \hat{BCF} = ۴۵^\circ \Rightarrow \hat{CBF} = ۴۵^\circ$$

$$\hat{BCF} = \hat{CBF} \Rightarrow BF = FC = ۲$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

$\Rightarrow AF = AB + BF = ۵ + ۲ = ۷$

حجم استوانه $= \pi(AD)^۲ \times AF = \pi \times ۲^۲ \times ۷ = ۲۸\pi$

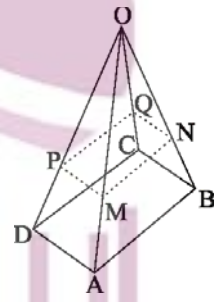
حجم مخروط $= \frac{۱}{۳}\pi(FC)^۲ \times BF = \frac{\pi}{۳} \times ۲^۲ \times ۲ = \frac{۸\pi}{۳}$

حجم حاصل از دوران $= ۲۸\pi - \frac{۸\pi}{۳} = \frac{۸۴\pi - ۸\pi}{۳} = \frac{۷۶\pi}{۳}$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۲۹- گزینهٔ «۴» *(محمد بحیرایی)*

مطابق شکل سطح مقطع مستطیلی است متشابه با مستطیل ABCD که اندازهٔ اضلاع آن را به کمک تعمیم قضیهٔ تالس به‌دست می‌آوریم، چون ارتفاع هرم توسط سطح مقطع به دو قسمت ۴ و ۶ واحد تقسیم شده است. پس نسبت اضلاع مستطیل MNQP به ABCD برابر $\frac{۶}{۱۰}$ است:



$\overset{\Delta}{OAB}: \frac{MN}{۶} = \frac{۶}{۱۰} \Rightarrow MN = ۳/۶$

$\overset{\Delta}{OAD}: \frac{MP}{۴} = \frac{۶}{۱۰} \Rightarrow MP = ۲/۴$

$\Rightarrow S_{MNQP} = ۳/۶ \times ۲/۴ = ۸/۶۴$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۳۰- گزینهٔ «۴» *(مهدی نیک‌زاد)*

حجم حاصل از دوران شکل صورت سؤال، برابر اختلاف حجم مخروط حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه و حجم نیمکره حاصل از دوران ربع دایره است.

بنابراین داریم:

حجم مخروط $= \frac{۱}{۳}\pi r^۲ h = \frac{۱}{۳}\pi \times (۳)^۲ \times ۴ = ۱۲\pi$

حجم نیمکره $= \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳}\pi(۲)^۳ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۳۲\pi}{۳} = \frac{۱۶\pi}{۳}$

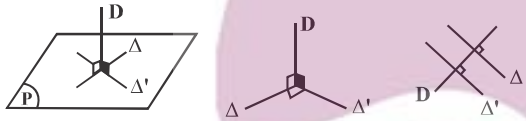
حجم شکل حاصل $= ۱۲\pi - \frac{۱۶\pi}{۳} = \frac{۲۰\pi}{۳}$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

هندسه (۱) - سؤالات آشنا

۳۱- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

شکل‌های زیر را در نظر بگیرید:



گزینهٔ «۴» گزینهٔ «۳» گزینهٔ «۲»

یعنی هر سه گزینهٔ «۲»، «۳» و «۴» می‌توانند درست باشند، پس در حالت کلی وضعیت Δ و Δ' غیرمشخص است.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۳۲- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

چون AB و CD متنافرند، پس AC و BD نیز متنافرند.

با رسم شکل سؤال، حل مسئله آسان می‌شود. مطابق شکل فرض کنید M و N به‌ترتیب وسط پاره‌خط‌های متنافر AC و BD باشند و P صفحه‌ای است که بر خط MN عمود است. خطوط AA'، BB'، CC'، DD' و MN همگی بر صفحهٔ P عمود شده‌اند، بنابراین با هم موازی‌اند. در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ $ACC'A'$ داریم:

تـوشـه‌ای بـرای مـوفقیت

$$\left.\begin{matrix} AA' \parallel MO \parallel CC' \\ AM = MC \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} A'O = OC' \quad (۱)$$

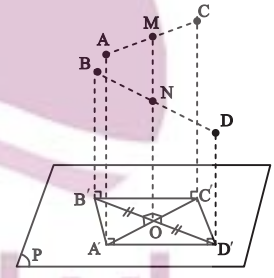
در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ $BDD'B'$ نیز داریم:

$$\left.\begin{matrix} BB' \parallel NO \parallel DD' \\ BN = ND \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} B'O = OD' \quad (۲)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود $A'B'C'D'$ متوازی‌الاضلاع و O محل همرسی اقطار آن است.

تذکر ۱: چهارضلعی $A'B'C'D'$ تنها در صورتی لوزی می‌شود که زاویهٔ بین دو خط متنافر AC و BD، قائمه باشد.

تذکر ۲: اگر دو خط AB و CD متنافر نباشند یعنی یا موازی یا متقاطع باشند، تصاویر نقاط A و B و C و D روی صفحهٔ P همگی بر روی یک خط قرار می‌گیرند و هیچ چهارضلعی‌ای تشکیل نمی‌شود.



(هندسه ۱- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۳۳- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

اگر خط d درون صفحهٔ Q و $d \parallel P$ باشد، آنگاه در صورتی که دو صفحهٔ P و Q، متقاطع باشند، فصل مشترک آن‌ها یعنی خط L قطعاً موازی d می‌باشد. خط L متعلق به صفحهٔ Q است، پس اگر خط گذرنده از نقطهٔ A در این صفحه، خط d را قطع کند، قطعاً خط L را نیز قطع خواهد کرد، یعنی خط d و صفحهٔ Q متقاطع می‌شوند.

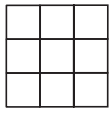
(هندسه ۱- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۳۴- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

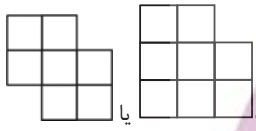
اگر خط d با صفحهٔ P موازی باشد، هر صفحه که از d بگذرد و با P غیرموازی (متقاطع) باشد، صفحهٔ P را در یک خط موازی با d، قطع می‌کند. بنابراین گزینهٔ «۴» صحیح است.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۳۵- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*



شکل دیده شده از نماهای ۱، ۲ و ۴ به صورت و شکل دیده



شده از نمای ۳، می‌تواند به صورت یا باشد.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

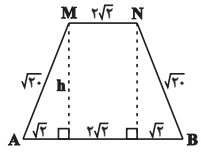
۳۶- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

همان‌طور که در شکل گسترده مشاهده می‌کنید، اعداد $(۱,۳)$ و $(۵,۶)$ و $(۲,۴)$ مقابل هم قرار می‌گیرند، بنابراین گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» نادرست می‌باشند.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۳۷- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

با توجه به اندازهٔ یال مکعب داده شده، اندازه‌های اضلاع ذوزنقهٔ موردنظر به صورت مقابل هستند.



ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$$h = \sqrt{۲۰ - ۲} = \sqrt{۱۸}$$

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{\sqrt{۱۸}(۲\sqrt{۲} + ۴\sqrt{۲})}{۲} = \frac{۶\sqrt{۳۶}}{۲} = ۱۸$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۳۸- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

شکل حاصل از دوران مستطیل، استوانه‌ای به ارتفاع ۵ و شعاع قاعدهٔ ۲ و شکل حاصل از دوران نیم‌دایره، کره‌ای به شعاع $\frac{۳}{۲}$ است. داریم:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi(۲)^۲ \times ۵ = ۲۰\pi$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{۴}{۳}\pi(\frac{۳}{۲})^۳ = \frac{۹}{۲}\pi$$

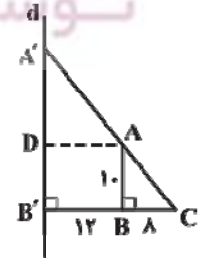
بنابراین حجم ناحیهٔ محدود به مستطیل و نیم‌دایره برابر است با:

$$V = ۲۰\pi - \frac{۹}{۲}\pi = \frac{۳۱}{۲}\pi = ۱۵/۵\pi$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۳۹- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

ابتدا حجم شکل حاصل از دوران $A'B'C$ را به‌دست می‌آوریم و با کم کردن حجم شکل حاصل از دوران $A'ABB'$، حجم شکل حاصل از دوران ABC را به‌دست می‌آوریم:



$$AB \parallel A'B' \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۰}{A'B'} = \frac{۸}{۲۰} \Rightarrow A'B' = ۲۵$$

شکل حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه مخروط و شکل حاصل از دوران مستطیل استوانه است.

$$V_{\text{دوران } A'B'C} = \frac{۱}{۳} \times \pi \times ۲۰^۲ \times ۲۵$$

$$V_{\text{دوران } A'ABB'} = V_{\text{دوران } A'AD} + V_{\text{دوران } DABB'}$$

$$= \frac{۱}{۳} \times \pi \times ۱۲^۲ \times ۱۵ + \pi \times ۱۲^۲ \times ۱۰ = \pi \times ۱۲^۲ \times ۱۵$$

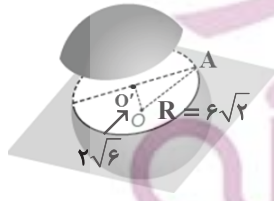
$$V_{\text{دوران } ABC} = V_{\text{دوران } A'B'C} - V_{\text{دوران } A'ABB'}$$

$$= \frac{۱}{۳} \times \pi \times ۲۰^۲ \times ۲۵ - \pi \times ۱۲^۲ \times ۱۵ = ۳۵۲۰$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۴۰- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

صفحهٔ P هنگامی که کره را قطع می‌کند، سطح مقطع ایجاد شده یک دایره می‌باشد به شعاع AO'. حال برای به‌دست آوردن شعاع سطح مقطع حاصل با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOO' داریم:



$$AO^۲ = OO'^۲ + AO'^۲$$

$$\xrightarrow[OO'=۲\sqrt{۶}]{AO=۶\sqrt{۲}} (۶\sqrt{۲})^۲ = (۲\sqrt{۶})^۲ + AO'^۲$$

$$۳۶ \times ۲ = ۴ \times ۶ + AO'^۲$$

$$\Rightarrow ۷۲ = ۲۴ + AO'^۲ \Rightarrow AO'^۲ = ۴۸$$

حال مساحت سطح مقطع موردنظر برابر است با:

$$\text{مساحت سطح مقطع} = \pi(AO')^۲ = \pi \times ۴۸ = ۴۸\pi$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

فیزیک (۱) - نگاه به گذشته

۴۱- گزینهٔ «۱» *(مهدی زمان‌زاده)*

در علم ترمودینامیک، فرایندها و عملکرد دستگاه به وسیلهٔ کمیت‌های مشاهده پذیر یا اصطلاحاً ماکروسکوپی که حتما شامل دماست، توصیف می‌شوند.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

۴۲- گزینهٔ «۴» *(پوریا علاقه‌مند)*

انرژی درونی مقدار معینی از یک گاز آرمانی، تابع دمای مطلق آن است:

$$F_1=\frac{9}{5}\theta_1+32\Rightarrow 80/6=\frac{9}{5}\theta_1+32\Rightarrow 48/6=\frac{9}{5}\theta_1$$

$$\Rightarrow\theta_1=\frac{5\times 48/6}{9}=27^\circ C\Rightarrow T_1=273+27=300K$$

$$F_2=\frac{9}{5}\theta_2+32\Rightarrow 188/6=\frac{9}{5}\theta_2+32\Rightarrow 156/6=\frac{9}{5}\theta_2$$

$$\Rightarrow\theta_2=\frac{5\times 156/6}{9}=87^\circ C\Rightarrow T_2=273+87=360K$$

$$U\propto T\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{T_2}{T_1}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{360}{300}=\frac{6}{5}$$

$$\text{درصد تغییرات انرژی درونی}=(\frac{U_2}{U_1}-1)\times 100=(\frac{6}{5}-1)\times 100=20\%$$

پس انرژی درونی آن ۲۰٪ زیاد شده است.

(فیزیک ۱- صفحهٔ ۱۳۰)

۴۳- گزینهٔ «۳» *(محمد عظیم‌پور)*

با توجه به قانون اول ترمودینامیک، باید مجموع گرمای گرفته شده توسط گاز و کار انجام شده توسط محیط بر روی گاز، برابر با تغییر انرژی درونی آن باشد؛ حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ «۱»: $Q+W=150+320=+470J\neq\Delta U=-470J$

گزینهٔ «۲»: $Q+W=-300+250=-50J\neq\Delta U=-550J$

گزینهٔ «۳»: $Q+W=120-30=+90J=\Delta U=90J$

گزینهٔ «۴»: $Q+W=-700-300=-1000J\neq\Delta U=-400J$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۱)

۴۴- گزینهٔ «۲» *(رضا امامی)*

چون دستگاه از محیط گرما گرفته است، لذا Q مثبت و با انجام دادن کار روی محیط، W منفی است. با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U=Q+W\xrightarrow[W=-400J]{Q=500J}\Delta U=500+(-400)=100J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۱)

۴۵- گزینهٔ «۱» *(بهنام شاهنی)*

فرایند CA یک فرایند هم‌حجم است. (چون امتداد نمودار $P-T$ از مبدأ می‌گذرد.) بنابراین کار انجام شده روی گاز در این فرایند صفر است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۲)

۴۶- گزینهٔ «۲» *(بهنام شاهنی)*

از آنجا که فشار ثابت است، داریم:

$$T_2=273+27=300K,\ T_1=273+87=360K$$

$$\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_1}{T_1}\Rightarrow\frac{V_2}{300}=\frac{1}{360}\Rightarrow V_2=\frac{5}{6}L$$

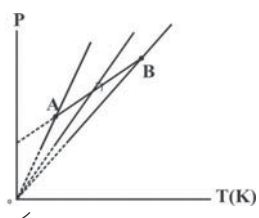
$$W=-P\Delta V=-60\times 10^3\times(\frac{5}{6}-1)\times 10^{-3}$$

$$=-60\times-\frac{1}{6}=10J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵)

۴۷- گزینهٔ «۲» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

اگر حجم گاز ثابت باشد، طبق رابطهٔ $P=\frac{nR}{V}T$، نمودار فشار برحسب دمای مطلق، خطی راست است که امتداد آن از مبدأ می‌گذرد. در نمودار داده شده، چون امتداد نمودار از مبدأ نمی‌گذرد، پس حجم ثابت نیست. مطابق شکل زیر، اگر چند نمودار هم‌حجم رسم کنیم، شیب این خط‌ها (یعنی $\frac{nR}{V}$) از A به B کاهش می‌یابد، بنابراین طبق رابطهٔ $\frac{nR}{V}$ که معرف شیب نمودار است و کاهش یافته، (چون n و R ثابت‌اند) حجم گاز افزایش پیدا کرده است.



(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

۴۸- گزینهٔ «۲» *(حامد ترحمی)*

هر سه فرایند، تغییرات حجم برابری دارند $(\Delta V_3 = \Delta V_2 = \Delta V_1)$، لذا:

مقایسهٔ (۱) و (۲): $P\Delta V = nR\Delta T \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}\times\frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = \frac{n_2}{n_1}\times\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \xrightarrow{P_1>P_2>0} \Delta T_1 > \Delta T_2 \quad (1)$$

مقایسهٔ (۲) و (۳): $P\Delta V = nR\Delta T \Rightarrow \frac{P_3}{P_2}\times\frac{\Delta V_3}{\Delta V_2} = \frac{n_3}{n_2}\times\frac{\Delta T_3}{\Delta T_2}$

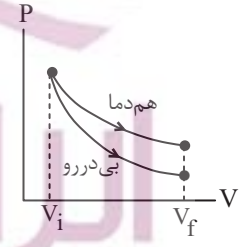
$$\Rightarrow \frac{P_3}{P_2} = \frac{\Delta T_3}{\Delta T_2} \xrightarrow{P_2>P_3>0} \Delta T_2 > \Delta T_3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \Delta T_1 > \Delta T_2 > \Delta T_3$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵)

۴۹- گزینهٔ «۳» *(حمید زرین‌کفش)*

با توجه به نمودار $P-V$ که در شکل زیر برای دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو رسم شده است، درمی‌یابیم که در فرایند بی‌دررو تغییر فشار بیشتری رخ می‌دهد و فشار گاز بیشتر کاهش می‌یابد. در نتیجه نمودار بی‌دررو زیر نمودار هم‌دما قرار می‌گیرد.



حال به بررسی گزینه‌های نادرست می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: دمای نهایی گاز در فرایند هم‌دما بیشتر از فرایند بی‌دررو است، زیرا $T \propto PV$ و چون PV نهایی برای فرایند هم‌دما بیشتر است، لذا دمای آن نیز بیشتر است.

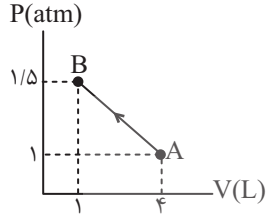
گزینهٔ «۲»: کار انجام شده بر روی محیط در فرایند هم‌دما بیشتر است، زیرا سطح زیر نمودار $P-V$ و محور V، در فرایند هم‌دما بیشتر است.

گزینهٔ «۴»: تغییر انرژی درونی در فرایند هم‌دما صفر است، ولی در فرایند بی‌دررو این مقدار مخالف صفر است، لذا اندازهٔ تغییر انرژی درونی در فرایند بی‌دررو بیشتر است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۵۰- گزینهٔ «۱» *(امیر معموری‌انزابی)*

با توجه به نمودار درمی‌یابیم که سطح زیر نمودار، در فرایند AB برابر کار انجام شده روی گاز است: (تراکم گاز)



$$W = S = \frac{1}{2}(1+1/5)\times 10^5 \times (4-1)\times 10^{-3} = 375J$$

از طرفی انرژی درونی گاز متناسب با دمای مطلق گاز است و طبق رابطهٔ قانون گازهای آرمانی نیز دمای مطلق متناسب با PV است:

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{T_B}{T_A} \xrightarrow{T\propto PV} \frac{U_B}{U_A} = \frac{P_B V_B}{P_A V_A}$$

$$\Rightarrow \frac{U_B}{200} = \frac{1\times 1/5}{4\times 1} \Rightarrow U_B = 75J$$

حال با توجه به رابطهٔ قانون اول ترمودینامیک، داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow U_B - U_A = Q + W$$

$$\Rightarrow 75 - 200 = Q + 375 \Rightarrow Q = -500J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۵۱- گزینهٔ «۳» *(مصطفی کیانی)*

ابتدا مساحت داخل چرخه را که برابر با اندازهٔ کار انجام شده توسط ماشین گرمایی در یک چرخه است، می‌یابیم. دقت کنید $1atm = 10^5 Pa$ است.

$$|W| = \text{مساحت مستطیل} = (0/6-0/2)\times(1/5-1)\times 10^5$$

$$\Rightarrow |W| = 2\times 10^4 J = 20kJ$$

اکنون بازدهٔ ماشین گرمایی را پیدا می‌کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow[Q_H=80kJ]{|W|=20kJ} \eta = \frac{20}{80} = \frac{1}{4} = 0/25$$

$$\Rightarrow \eta\times 100 = 25\%$$

برای محاسبهٔ توان خروجی ماشین باید از رابطهٔ $P = \frac{W}{t}$ استفاده کنیم. در این رابطه کار انجام شده در هر دقیقه $(60s)$ که مربوط به ۳۰۰ چرخه است را می‌یابیم. دقت کنید، ماشین در هر چرخه $20kJ$ کار انجام می‌دهد.

$$|W_{کل}| = 300\times 20 = 6000kJ$$

$$P = \frac{|W_{کل}|}{t} \xrightarrow[|W_{کل}|=6000kJ]{t=1min=60s} P = \frac{6000}{60} = 100kW$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۵)

۵۲- گزینهٔ «۴» *(حمید زرین‌کفش)*

با توجه به نمودار، درمی‌یابیم که هر سه فرایند در فشار ثابت انجام شده‌اند که در نمودار $V-T$، فرایند هم‌فشار خطی است که امتداد آن از مبدأ محور مختصات عبور می‌کند (رد گزینه‌های (۱) و (۳)). از طرفی با توجه به معادلهٔ حالت $PV=nRT$ درمی‌یابیم که $V=\frac{nR}{P}T$ است که هرچه شیب نمودار $V-T$ کمتر باشد، در حقیقت فشار آن بیشتر است؛ زیرا شیب خط با فشار رابطهٔ عکس دارد. (زیرا n و R ثابت‌اند). پس با توجه به نمودار چون $P_۳>P_۲>P_۱$ است، لذا با مقایسه شیب فرایندها در نمودار $V-T$، $\frac{nR}{P_۳}<\frac{nR}{P_۲}<\frac{nR}{P_۱}$ شده و درمی‌یابیم که نمودار گزینهٔ «۴» صحیح است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵)

۵۳- گزینهٔ «۱» *(محمدجعفر مفتاح)*

با استفاده از رابطهٔ بازدهٔ ماشین گرمایی و با توجه به این که $Q_{H_۲}=|Q_{L_۱}|$ و $|Q_{L_۲}|=\frac{۳}{۴}Q_{H_۱}$ است، می‌توان نوشت:

$$\eta_۲=\frac{|W_۲|}{Q_{H_۲}}=۱-\frac{|Q_{L_۲}|}{Q_{H_۲}} \xrightarrow[|Q_{L_۲}|=\frac{۳}{۴}Q_{H_۱}]{\eta_۲=\frac{۲۰}{۱۰۰}=\frac{۱}{۵}} \frac{۱}{۵}=۱-\frac{\frac{۳}{۴}Q_{H_۱}}{Q_{H_۲}} \Rightarrow \frac{۳}{۴}\frac{Q_{H_۱}}{Q_{H_۲}}=\frac{۴}{۵}$$

$$\frac{Q_{H_۱}}{Q_{H_۲}}=\frac{۱۶}{۱۵} \xrightarrow{Q_{H_۲}=|Q_{L_۱}|} \frac{Q_{H_۱}}{|Q_{L_۱}|}=\frac{۱۶}{۱۵} \quad (*)$$

بنابراین بازدهٔ ماشین گرمایی (۱) برابر است با:

$$\eta_۱=\frac{|W_۱|}{Q_{H_۱}}=۱-\frac{|Q_{L_۱}|}{Q_{H_۱}} \xrightarrow{(*)} \eta_۱=۱-\frac{۱۵}{۱۶}=\frac{۱}{۱۶}$$

$$\Rightarrow \eta_۱\times ۱۰۰=۶/۲۵٪$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

۵۴- گزینهٔ «۲» *(محمدجعفر مفتاح)*

در نمودار $V-T$ امتداد دو فرایند AB و CD از مبدأ می‌گذرد که با توجه به معادلهٔ حالت $PV=nRT$، درمی‌یابیم که این دو فرایند، فرایند هم‌فشار می‌باشند. از طرفی چون شیب نمودار AB کمتر است، لذا با توجه به رابطهٔ $V=\frac{nR}{P}T$ درمی‌یابیم که فشار در این فرایند بیشتر از فرایند CD است، لذا در نمودار $P-V$ نمودار مربوط به آن بالاتر از CD قرار می‌گیرد (گزینه‌های (۱) و (۴) رد می‌شوند.)

از طرفی فرایند AB یک فرایند فشار ثابت با افزایش حجم است که با توجه به نمودار گزینهٔ (۲) درمی‌یابیم که این گزینه صحیح است. دقت کنید که فرایندهای BC و DA، فرایندهای هم‌حجم می‌باشند.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

۵۵- گزینهٔ «۴» *(حمید زرین‌کفش)*

می‌دانیم که در یک چرخه، تغییرات انرژی درونی صفر است، لذا داریم:

$$\Delta U_{\text{چرخه}}=۰ \Rightarrow \Delta U_{AB}+\Delta U_{BC}+\Delta U_{CA}=۰$$

$$\Rightarrow Q_{AB}+W_{AB}+Q_{BC}+W_{BC}+Q_{CA}+W_{CA}=۰$$

$$\xrightarrow[Q_{CA}=۰]{W_{AB}=۰} Q_{AB}+Q_{BC}+W_{BC}+W_{CA}=۰$$

$$\xrightarrow[Q_{AB}=۱۵۰۰J, Q_{BC}=-۲۲۵۰J]{W_{BC}=-P\Delta V}$$

$$۱۵۰۰+(-۲۲۵۰)+(-۳\times ۱۰^{۵}\times(۲-۵)\times ۱۰^{-۳})+W_{CA}=۰$$

$$\Rightarrow ۱۵۰۰-۲۲۵۰+۹۰۰+W_{CA}=۰ \Rightarrow W_{CA}=-۱۵۰J$$

دقت کنید که فرایند AB یک فرایند هم حجم با افزایش دما می‌باشد، لذا $Q_{AB}>۰$ و فرایند BC یک فرایند فشار ثابت با کاهش دما است، لذا $Q_{BC}<۰$ است. همچنین در فرایند AB که حجم ثابت است، کار انجام شده روی گاز صفر و در فرایند بی‌دررروی CA، گرمای مبادله شده صفر است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

۵۶- گزینهٔ «۴» *(حمید زرین‌کفش)*

با توجه به رابطهٔ بازدهٔ ماشین گرمایی، ابتدا کار مفید آن را می‌یابیم:

$$\text{بازده} = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{|W|}{۱۲۰\times۱۰^۳} \Rightarrow |W| = ۳۰\times۱۰^۳ J$$

مقدار کار انجام شده در یک دقیقه برابر $W = ۳۰\times۱۰^۳ J$ است، لذا تعداد چرخه‌ها در هر دقیقه با توجه به اندازهٔ کار در هر چرخه برابر است با:

$$n = \frac{W_{\text{کل}}}{W_{\text{چرخه}}} \Rightarrow n = \frac{۳۰\times۱۰^۳}{۵۰۰} = ۶۰$$

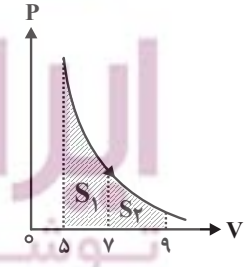
توان ماشین برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{۳۰\times۱۰^۳}{۶۰} = ۵۰۰W$$

(فیزیک ۱- صفحهٔ ۱۴۵)

۵۷- گزینهٔ «۳» *(مسعود قره‌خانی)*

با توجه به شکل نمودار $P-V$ در فرایند انبساط بی‌دررو، می‌توان نوشت:



$$S_۱ > S_۲ \Rightarrow |W_۱| > |W_۲|$$

همچنین در فرایند بی‌دررو $Q = ۰$ است، پس:

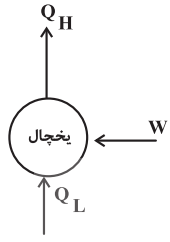
$$\Delta U = Q + W$$

$$\xrightarrow{Q=۰} \Delta U = W \Rightarrow |\Delta U| = |W|$$

$$\xrightarrow{|W_۱|>|W_۲|} |\Delta U_۱| > |\Delta U_۲|$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۳۷ تا ۱۳۹)

۵۸- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*



در یخچال علامت W، Q_L و Q_H به ترتیب مثبت، مثبت و منفی است (رد موارد الف و ب). از طرفی مطابق قانون اول داریم (رد مورد پ):

$$|Q_H| = W + Q_L$$

(فیزیک ۱- صفحهٔ ۱۴۷)

۵۹- گزینهٔ «۳» *(حسام نادری)*

اولاً توجه کنیم که برای یک یخچال علامت Q_H منفی و W و Q_L مثبت است.

ثانیاً زمانی قانون دوم ترمودینامیک برای یخچال نقض می‌شود که گرما به‌طور خودبه‌خود و بدون انجام کار از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود، یعنی $W = ۰$ باشد.

در گزینهٔ «۲» هم قانون دوم و هم قانون اول نقض شده است. اما در گزینهٔ «۳»، قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود ولی قانون اول که در اصل پایستگی انرژی است، برقرار است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۴۷)

۶۰- گزینهٔ «۴» *(حسام نادری)*

علت نادرستی گزینهٔ «۴»: در مرحلهٔ ضربهٔ قدرت، در اثر فشار زیاد مخلوط به سرعت منبسط می‌شود و می‌توان آن را یک انبساط بی‌دررو در نظر گرفت که در نتیجهٔ آن فشار و دمای مخلوط کاهش می‌یابد. گزینه‌های دیگر طبق متن کتاب درسی درست هستند.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۳، ۱۳۷، ۱۴۱ و ۱۴۳)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

شیمی (۱) - نگاه به گذشته

۶۱- گزینهٔ «۳» *(سپهر کاظمی)*

ابتدا با توجه به نمودار، معادلهٔ انحلال‌پذیری سدیم نیترات را به دست می‌آوریم:

$$S-۸۰=(\frac{۹۶-۸۰}{۳۰-۱۰})(\theta-۱۰)\rightarrow S=۰/۸\theta+۷۲$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ابتدا انحلال‌پذیری در دمای $۱۶^\circ C$ را محاسبه می‌کنیم:

$$S=(۰/۸\times ۱۶)+۷۲=۸۴/۸g$$

$$\text{مول حل‌شونده}=\frac{۸۴/۸}{۸۵}\simeq ۱mol$$

$$\text{جرم محلول}=۱۰۰g+۸۴/۸g=۱۸۴/۸g$$

$$\Rightarrow \text{حجم محلول}=\frac{۱۸۴/۸g}{۱/۸۵\frac{g}{mL}}\simeq ۱۰۰mL \text{ یا } ۰/۱L$$

$$M=\frac{n}{V}\Rightarrow M=\frac{۱mol}{۰/۱L}=۱۰\frac{mol}{L}$$

گزینهٔ «۲»: ابتدا باید انحلال‌پذیری سدیم نیترات را در دمای $۲۰^\circ C$ محاسبه کنیم:

$$S=(۰/۸\times ۲۰)+۷۲=۸۸g$$

حال با استفاده از نسبت‌های انحلال‌پذیری میزان رسوب را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{رسوب}_g=۹۴۰g_{\text{محلول}}\times\frac{۸g_{\text{رسوب}}}{۱۸۸g_{\text{محلول}}}=۴۰g \quad ?g_{\text{رسوب}}$$

گزینهٔ «۳»: انحلال‌پذیری در دمای $۳۵^\circ C$ برابر است با:

$$S=(۰/۸\times ۳۵)+۷۲=۱۰۰g$$

$$\text{جرم محلول}=۱۰۰g+۱۰۰g=۲۰۰g$$

$$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times ۱۰^۶\Rightarrow ppm=\frac{۱۰۰g}{۲۰۰g}\times ۱۰^۶=۵۰\times ۱۰^۴$$

بنابراین محلول با غلظت ۴۵×۱۰^۴ سیر نشده است.

گزینهٔ «۴»: انحلال‌پذیری در دمای $۴۰^\circ C$ برابر است با:

$$S=(۰/۸\times ۴۰)+۷۲=۱۰۴g$$

$$\text{جرم محلول}=۱۰۰g+۱۰۴g=۲۰۴g$$

$$\text{آب}_g=۳۰۶g_{\text{محلول}}\times\frac{۱۰۰g_{\text{آب}}}{۲۰۴g_{\text{محلول}}}=۱۵۰g \quad ?g_{\text{آب}}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۳)

۶۲- گزینهٔ «۱» *(سیدسجاد کمالی)*

ابتدا انحلال‌پذیری را در دمای $۱۵^\circ C$ و $۲۵^\circ C$ به دست می‌آوریم.

$$\%W/W=\frac{S}{۱۰۰+S}\times ۱۰۰$$

$$\frac{۱}{۳}=\frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم نمک}+۱۰۰}\Rightarrow \text{جرم نمک}=۵۰g$$

$$\Rightarrow \text{انحلال‌پذیری در دمای } ۱۵^\circ C=۵۰g$$

$$\frac{۳}{۸}=\frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم نمک}+۱۰۰}\Rightarrow \text{جرم نمک}=۶۰g$$

$$\Rightarrow \text{انحلال‌پذیری در دمای } ۲۵^\circ C=۶۰g$$

$$S=a\theta+b$$

دمای $۱۵^\circ C$ را جاگذاری می‌کنیم:

$$a=\frac{S_۲-S_۱}{\theta_۲-\theta_۱}\Rightarrow a=\frac{۶۰-۵۰}{۲۵-۱۵}=۱$$

$$۵۰=۱۵+b$$

$$b=۳۵$$

پس معادلهٔ انحلال‌پذیری این نمک $S=\theta+۳۵$ است.

$$\%W/W=\frac{S}{۱۰۰+S}\times ۱۰۰\Rightarrow ۵۰=\frac{۱۰۰S}{۱۰۰+S}\Rightarrow S=۱۰۰$$

حال دما را محاسبه می‌کنیم.

$$S=\theta+۳۵\Rightarrow ۱۰۰=\theta+۳۵\Rightarrow \theta=۶۵^\circ C$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶ و ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۶۳- گزینهٔ «۱» *(امیر فرضی)*

مرحله اول: جرم نمک و آب را در دمای ۶۰° به‌دست می‌آوریم:

طبق انحلال‌پذیری در ۱۴۰ گرم محلول، ۴۰ گرم نمک داریم، پس در ۱۷۵ گرم محلول ۵۰ گرم نمک خواهیم داشت:

$$\text{نمک } ۵۰g \Rightarrow \text{محلول } ۱۷۵g\times\frac{\text{نمک } ۴۰g}{\text{محلول } ۱۴۰g}=\text{گرم نمک}$$

$$\Rightarrow \text{آب } ۱۷۵-۵۰=۱۲۵g$$

مرحله دوم: محاسبه مقدار آب مورد نیاز برای حل کل نمک در دمای $۹۰^\circ C$:

$$\text{مقدار نمک}=\overbrace{۵۰}^{\text{اولیه}}+\overbrace{۹۰}^{\text{افزوده‌شده}}=۱۴۰g$$

$$\text{مقدار آب مورد نیاز}=\frac{\text{آب } ۱۰۰g}{\text{نمک } ۷۰g}\times\text{نمک } ۱۴۰g\Rightarrow \text{آب } ۲۰۰g$$

مرحله سوم: محاسبه مقدار آب:

$$\text{مقدار آب}\Rightarrow ۱۲۵+۲۵\Rightarrow ۱۵۰g$$

باید در دمای $۹۰^\circ C$ آب $۲۰۰-۱۵۰=۵۰g$ اضافه شود. $\Rightarrow$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۶۴- گزینهٔ «۳» *(میثم کوثری‌لنگری)*

براساس جدول معادله انحلال‌پذیری به‌صورت $S_\theta = a\theta + b$ به‌دست می‌آید.

$$a = \frac{\Delta S}{\Delta \theta} = \frac{۵۸ - ۵۰}{۳۰ - ۲۰} = ۰/۸ \qquad S_\theta = ۰/۸\theta + b$$

با قرار دادن داده‌های یکی از دماهای داده شده **b** به‌دست می‌آید:

$$۵۰ = ۰/۸ \times ۲۰ + b \Rightarrow b = ۳۴$$

$$S_\theta = ۰/۸\theta + ۳۴$$

انحلال‌پذیری گلوکز در دمای $۵۵^\circ C$: $S_{۵۵^\circ C} = ۰/۸ \times ۵۵ + ۳۴ = ۷۸$

یعنی در دمای $۵۵^\circ C$، ۷۸ گرم گلوکز در ۱۰۰ گرم آب حل می‌شود و ۱۷۸ گرم محلول حاصل می‌شود؛ بنابراین در ۵۳۴ گرم محلول سیرشده در این دما، ۲۳۴ گرم گلوکز حل شده است.

محلول	حل‌شونده
۱۷۸g	۷۸g
۵۳۴	?

$$\text{گرم } ۳۰۰ = \text{حلال آب} \quad \Rightarrow \text{حل‌شونده} = ۲۳۴g$$

با داشتن مقدار حل‌شونده (۲۳۴g) و مقدار محلول (۵۳۴g) می‌توان مولاریته محلول را به‌دست آورد.

$$\text{جرم نهایی محلول} = ۵۳۴ + ۶۶g = ۶۰۰g$$

$$\text{حجم محلول} = \frac{۶۰۰g}{۱/۲\frac{g}{mL}} = ۵۰۰mL \text{ یا } ۰/۵L$$

$$\text{مول حل‌شونده} = ۲۳۴g \text{ گلوکز} \times \frac{۱mol \text{ گلوکز}}{۱۸۰g \text{ گلوکز}} = ۱/۳mol \text{ گلوکز}$$

$$\text{مولاریته} = \frac{۱/۳mol}{۰/۵L} = ۲/۶\frac{mol}{L}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳)

۶۵- گزینهٔ «۲» *(فرزین بوستانی)*

مولکول سنگین‌تر لزوماً نیروی بین مولکولی قوی‌تری ندارد، برای مثال H_2S سنگین‌تر از H_2O است اما نیروی بین مولکولی ضعیف‌تری نسبت به H_2O دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۶۶- گزینهٔ «۲» *(روزبه رضوانی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: گشتاور دوقطبی هگزان حدود و نزدیک به صفر است، (صفر مطلق نیست.)

گزینهٔ «۳»: گاز CO قطبی و N_2 ناقطبی است، پس نقطهٔ جوش CO بالاتر است و راحت‌تر از N_2 مایع می‌شود.

گزینهٔ «۴»: در دمای معمولی ید جامد و برم مایع است، اما دلیل آن جرم مولی زیاد ید و نیروی بین مولکولی قوی‌تر آن نسبت به برم است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۶۷- گزینهٔ «۱» *(فرزین بوستانی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: تعدادی از ترکیبات یونی در آب نامحلول‌اند.

گزینهٔ «۳»: گشتاور دو قطبی در ترکیبات ناقطبی مساوی یا تقریباً صفر است.

گزینهٔ «۴»: هر دو نوعی مخلوط همگن می‌باشند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۱)

۶۸- گزینهٔ «۳» *(محسن زمردّپور)*

مولکول‌هایی که در آن‌ها اتم هیدروژن متصل به یکی از سه اتم فلوئور یا اکسیژن و یا نیتروژن باشد، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی داشته و در نتیجه اغلب نقطه جوش بالاتری نسبت به سایر ترکیبات هیدروژن‌دار مشابه گروه خود دارند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: یخ ساختار سه بعدی دارد و در آن هر مولکول آب با چهار مولکول دیگر آب، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد. (پیوند اشتراکی بین اتم‌ها درون یک مولکول و پیوند هیدروژنی نوعی نیروی جاذبه بین مولکولی است.)

گزینهٔ «۲»: جرم مولی هیدروژن سولفید بیشتر از آب است اما نقطه جوش آب به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی بالاتر از هیدروژن سولفید است. (نقطه جوش آب $۱۰۰^\circ C$ و نقطه جوش هیدروژن سولفید $-۶۰^\circ C$ است.)

گزینهٔ «۴»: ترتیب درست نقطه جوش $NH_3 > AsH_3 > PH_3$، آمونیاک به دلیل توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی نقطه جوش بالاتری دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

۶۹- گزینهٔ «۲» *(علیرضا بیانی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مولکول‌های آب در حالت جامد (یخ)، ۴ پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهند اما میانگین پیوندهای هیدروژنی در حالت مایع میان مولکول‌های آب ۲ یا ۳ پیوند است و در حالت گازی گویی مولکول‌های آب با یکدیگر پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌دهند.

گزینهٔ «۲»: چون باریم سولفات یک ترکیب نامحلول است. قدرت نیروی جاذبه یون دوقطبی در مخلوط پایانی کمتر از میانگین قدرت یونی در ترکیب باریم سولفات و جاذبه هیدروژنی در آب می‌شود.

گزینهٔ «۳»: انحلال استون در آب به صورت مولکولی می‌باشد و نیروهای جاذبهٔ هیدروژنی میان مولکول‌های حل‌شونده و حلال در حین فرایند انحلال، تشکیل می‌شود.

گزینهٔ «۴»: چون هر ۳ حلال، آلی هستند، محلول حاصل غیرآبی است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲ و ۱۰۳ تا ۱۱۲)

۷۰- گزینهٔ «۳» *(علیرضا رضایی سراب)*

اگر در مولکولی اتم **H** به یکی از اتم‌های **F**، **O** یا **N** متصل باشد امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود دارد. ترکیب الزاماً دارای پیوند هیدروژنی نمی‌باشد و می‌تواند نیروی وان‌دروالسی داشته باشد.

توجه:هگزان حلالی ناقطبی است و حل‌شونده‌های ناقطبی‌تر بهتر در آن حل می‌شوند. قطبیت **A** از **B** و **C** کمتر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹ و ۱۲۰)

۷۱- گزینهٔ «۴» *(سینا هاشمی)*

گزینهٔ «۱»: به طور کلی در تعیین میزان نقطهٔ جوش، جرم و حجم مولکول اولویت اول است، برای مثال ید با اینکه ناقطبی است از **HCl** که قطبی است، نقطه جوش بالاتری دارد. توجه شود ید در دمای اتاق جامد و **HCl** به صورت گاز است؛ بنابراین قطعاً نقطه جوش I_2 که ناقطبی است از **HCl** که قطبی است، بیشتر است.

گزینهٔ «۲»: در توضیحات گزینهٔ «۱» دقیقاً به این گزینه پرداخته شد فقط دقت شود بین نقطه جوش و سهولت مایع شدن از حالت گاز (میعان) رابطهٔ مستقیم وجود دارد.

گزینهٔ «۳»: ید در دمای اتاق جامد است؛ بنابراین از آب که مایع است، نقطه جوش بالاتری دارد. از طرفی هر ماده‌ای نقطه جوش بالاتری داشته باشد، نیروی بین مولکولی قوی‌تر دارد، دشوارتر تبدیل به گاز می‌شود.

گزینهٔ «۴»: در دورهٔ چهارم جدول تناوبی، همهٔ عناصر به جز **Br** و **Kr** جامدند. بدون در نظر گرفتن **Kr**، برم که مایع است نسبت به بقیه که جامدند، کمترین نقطهٔ ذوب را دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۷۲- گزینهٔ «۱» *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) از جمله ویژگی‌های گوناگون و شگفت‌انگیز آب، توانایی حل کردن اغلب مواد، افزایش حجم هنگام انجماد و داشتن نقطه جوش بالا و غیرعادی است.

ب) مولکول‌های CO_2 و CH_4 ناقطبی‌اند ولی مولکول O_3 قطبی است. مولکول‌های ناقطبی برخلاف مولکول‌های قطبی در میدان الکتریکی، جهت‌گیری نمی‌کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۷۳- گزینهٔ «۴» *(میلاد قاسمی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»:انحلال استون در آب، مولکولی و انحلال لیتیم سولفات در آب یونی است که در آن ساختار و ماهیت حل‌شونده حفظ نمی‌شود.

گزینهٔ «۲»: $AgCl$ یک مادهٔ نامحلول در آب است؛ بنابراین میانگین نیروی پیوند یونی در $AgCl$ و پیوند هیدروژنی در آب بیشتر از نیروی جاذبهٔ یون – دوقطبی است.

گزینهٔ «۳»: استون با اینکه گشتاور دوقطبی بزرگتر از صفر دارد و مولکولی قطبی به‌حساب می‌آید اما حلال برخی چربی‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

۷۴- گزینهٔ «۴» *(علیرضا رضایی‌سراب)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: میان یون‌ها و آب جاذبهٔ «یون – دو قطبی» تشکیل می‌شود.

گزینهٔ «۲»: یون‌های کلرید بار الکتریکی منفی دارند و به طرف هیدروژن در مولکول آب جاذبه برقرار می‌کنند.

گزینهٔ «۳»: از انحلال هر مول سدیم سولفات (Na_2SO_4) در آب، ۳ مول یون و از انحلال هر مول سدیم فسفات (Na_3PO_4) در آب، ۴ مول یون آزاد می‌شود.

گزینهٔ «۴»: ویژگی ساختاری حل شونده یونی، از بین می‌رود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۷۵- گزینهٔ «۱» *(علیرضا رضایی‌سراب)*

نمودارهای (۱)، (۲) و (۳) به‌ترتیب مربوط به گازهای NO، O_2 و N_2 است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: انحلال‌پذیری گاز CO_2 از گاز NO بیشتر است؛ بنابراین مقدار انحلال‌پذیری باید از عدد ۰/۰۳۵ گرم بیشتر باشد.

گزینهٔ «۲»: در آب دریا، گاز کمتری حل می‌شود؛ بنابراین انحلال‌پذیری O_2 در فشار $4/5atm$ از ۰/۰۲ گرم کمتر است.

گزینهٔ «۳»: با افزایش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب کم می‌شود.

گزینهٔ «۴»: تفاوت انحلال‌پذیری گازهای O_2 و N_2 در فشار $9atm$ برابر ۰/۰۲ گرم است؛ در حالی‌که انحلال‌پذیری NO در فشار $6atm$ برابر ۰/۰۴ گرم است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵ و ۱۲۱)

۷۶- گزینهٔ «۴» *(میثم کوثری لنگری)*

نمودارهای (۱)، (۲) و (۳) به ترتیب برای گازهای NO، O_2 و N_2 است. در فشار $9atm$ به ترتیب ۰/۰۲ و ۰/۰۴ گرم از گازهای N_2 و O_2 در ۱۰۰ گرم آب حل شده‌اند؛ بنابراین مول هر کدام را به دست می‌آوریم:

$$?\,mol\,N_2 = 0/02g\,N_2 \times \frac{1mol\,N_2}{28g\,N_2} \simeq 0/0007mol\,N_2$$

$$?\,mol\,O_2 = 0/04g\,O_2 \times \frac{1mol\,O_2}{32g\,O_2} \simeq 0/0012\,mol\,O_2$$

$$\Rightarrow \frac{mol\,O_2}{mol\,N_2} \simeq 1/7$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱» نمودار (۲)، انحلال‌پذیری O_2 را نشان می‌دهد که ساختار $:\ddot{O}=\ddot{O}:$ دارد.

گزینهٔ «۲» گاز CO_2 ناقطبی است اما چون با آب واکنش می‌دهد، انحلال‌پذیری بیشتری از NO قطبی دارد، پس اگر نمودار آن رسم شود، شیب آن از گازهای داده شده، بیشتر است.

گزینهٔ «۳» در فشار $4/5atm$، انحلال‌پذیری گاز NO برابر ۰/۰۳ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

$$?\,mol\,NO = 0/03g\,NO \times \frac{1mol\,NO}{30g\,NO} = 0/001mol\,NO$$

$$\text{جرم محلول} = 100g + 0/03g \cong 100g$$

$$\text{حجم محلول} = 100mL \text{ یا } 0/1L \Rightarrow \text{چون چگالی محلول(۱) است}$$

$$[NO] = \frac{0/001mol}{0/1L} = 0/01\frac{mol}{L}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰ و ۱۱۲ تا ۱۱۵)

۷۷- گزینهٔ «۲» *(عبدالرضا دارخواه)*

از آن جایی که فشار گاز ۲/۲۵ برابر می‌شود، مقدار حل شونده در ۱۰۰ گرم آب نیز ۲/۲۵ برابر می‌شود. اکنون اگر جرم حلال ۲۰۰ گرم باشد پس مقدار حل شونده در آن نیز ۲ برابر خواهد شد.

$$\frac{2/25\times 0/01}{100} = \frac{x}{200} \Rightarrow x = 0/045g$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)

۷۸- گزینهٔ «۴» *(میثم کوثری لنگری)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: کلسیم فسفات در آب نامحلول است و نیروی جاذبهٔ بین ذرات محلول، از میانگین جاذبه در حلال و جاذبه در حل‌شونده، کمتر است.

گزینهٔ «۲»: مولکول CO_2 با اینکه ناقطبی است، با آب واکنش می‌دهد و به همین دلیل انحلال‌پذیری بیشتری نسبت به برخی مولکول‌های قطبی مانند NO دارد.

گزینهٔ «۳»: در روش تقطیر برای تصفیهٔ آب، علاوه بر میکروب‌ها، ترکیبات آلی فرار نیز باقی می‌ماند و کلر تنها میکروب را حذف می‌کند و در نتیجه ترکیبات آلی فرار در آب باقی می‌ماند.

گزینهٔ «۴»: نیروی جاذبه بین مولکول‌های استون وان‌درواسی است و هیدروژنی نمی‌باشد، زیرا اتم هیدروژن متصل به اکسیژن ندارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۵ و ۱۱۹)

۷۹- گزینهٔ «۲» *(کامران جعفری)*

با توجه به متن کتاب درسی، گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ درست هستند.

بیشتر مواد غذایی حاوی یون پتاسیم هستند و کمبود آن به ندرت احساس می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۱۲، ۱۱۵ و ۱۱۶)

۸۰- گزینهٔ «۳» *(روزبه رضوانی)*

در این روش به مرور زمان آب از بالای غشای نیمه‌تراوا به سمت پایین آن حرکت می‌کند و محلول بالای غشا غلیظ‌تر می‌شود. (رد گزینهٔ «۳» و تأیید گزینهٔ «۱»)

ترکیب‌های آلی فرار در روش‌های اسمز معکوس و صافی کربن از آب جدا می‌شوند اما در روش تقطیر در آب باقی خواهند ماند. در هیچ‌یک از سه روش تقطیر، اسمز معکوس و صافی کربنی، میکروب‌ها را نمی‌توان از آب جدا کرد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

حسابان (۱) - نگاه به آینده

۸۱- گزینهٔ «۲» *(مهری ملارمضانی)*

در ضابطهٔ داده شده، داریم:

$$y=-\frac{۱}{۳}x+۴\Rightarrow y-۴=-\frac{۱}{۳}x\Rightarrow -۳(y-۴)=x$$

$$\Rightarrow x=-۳y+۱۲\Rightarrow f^{-۱}(x)=-۳x+۱۲$$

(حسابان ۱- تابع- مشابه تمرین ۶، صفحهٔ ۶۲)

۸۲- گزینهٔ «۳» *(مهری ملارمضانی)*

با بررسی کردن گزینه‌ها، داریم:

$$۱)\ f(x)=(x-۴)^۲=۴\Rightarrow\begin{cases}x-۴=۲\Rightarrow x=۶\\x-۴=-۲\Rightarrow x=۲\end{cases}$$

یک به یک نمی‌باشد.

$$۲)\ g(x)=|x+۲|-۱=۱\Rightarrow|x+۲|=۲$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x+۲=۲\Rightarrow x=۰\\x+۲=-۲\Rightarrow x=-۴\end{cases}$$

یک به یک نمی‌باشد.

$$۳)\ k(x)=\sqrt{x-۱}$$

یک به یک می‌باشد.

$$۴)\ h(x)=[x]=۱\Rightarrow ۱\le x<۲$$

یک به یک نمی‌باشد.

(حسابان ۱- تابع- مشابه تمرین ۳، صفحهٔ ۶۲)

۸۳- گزینهٔ «۳» *(مهری ملارمضانی)*

در رابطهٔ داده شده، داریم:

$$\begin{cases}(۵,۳)\in f\\(m,۳)\in f\end{cases}\Rightarrow m=۵$$

$$\begin{cases}(۱,۴)\in f\\(۱,k)\in f\end{cases}\Rightarrow k=۴$$

$$\Rightarrow m+k=۹$$

(حسابان ۱- تابع- مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۵۶)

۸۴- گزینهٔ «۴» *(احسان غنی‌زاده)*

می‌دانیم که تابع قدرمطلق در بازه‌ای که ریشهٔ داخل قدرمطلق درون بازه باشد، یک به یک نیست، بنابراین کافی است ریشه را بیابیم، پس داریم:

$$f(x)=۳|۲x+a|+۱\xrightarrow[\text{ریشهٔ داخل قدر مطلق}]{x=-\frac{a}{۲}}$$

$$-۳<-\frac{a}{۲}<۴\xrightarrow{\times(-۲)}-۸<a<۶$$

بنابراین a در بازهٔ $(-۸,۶)$ قرار دارد و چون صورت سؤال مقادیر $a\in\mathbb{N}$ را از ما خواسته است، پس جواب ما $\{۱,۲,۳,۴,۵\}$؛ یعنی ۵ جواب طبیعی خواهد بود.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۸۵- گزینهٔ «۲» *(مسعود برملا)*

$$A=f^{-۱}(-۸)+f^{-۱}(-۵)$$

$$f^{-۱}(-۸)=a\Rightarrow f(a)=-۸\Rightarrow a^۲-۶a=-۸\Rightarrow\begin{cases}a=۲\ \text{ق}\\a=۴\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

$$f^{-۱}(-۵)=a\Rightarrow f(a)=-۵\Rightarrow a^۲-۶a=-۵\Rightarrow\begin{cases}a=۱\ \text{ق}\\a=۵\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

$$\Rightarrow A=f^{-۱}(-۸)+f^{-۱}(-۵)=۲+۱=۳$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۸۶- گزینهٔ «۲» *(جواد زنگنه‌قاسم‌آبادی)*

می‌دانیم که اگر اواسط اضلاع مثلثی را به هم وصل کنیم، مثلثی ایجاد می‌شود که مساحت آن $\frac{۱}{۴}$ مساحت مثلث اولی است، پس داریم:

$$S,\frac{۱}{۴}S,\frac{۱}{۱۶}S,\frac{۱}{۶۴}S$$

مساحت مثلث‌ها یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت $\frac{۱}{۴}$ تشکیل می‌دهند، بنابراین:

$$S_۴=a_۱\frac{(۱-q^۴)}{۱-q}=S\frac{(۱-(\frac{۱}{۴})^۴)}{۱-\frac{۱}{۴}}=\frac{۸۵}{۶۴}S$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۴ تا ۶)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۸۷- گزینهٔ «۳» *(جواد زنگنه‌قاسم‌آبادی)*

$$\frac{۲-\sqrt{x}}{۲+\sqrt{x}}=۴-x \Rightarrow \frac{۲-\sqrt{x}}{۲+\sqrt{x}}=(۲-\sqrt{x})(۲+\sqrt{x})$$

$$\Rightarrow \frac{۲-\sqrt{x}}{۲+\sqrt{x}}-(۲-\sqrt{x})(۲+\sqrt{x})=۰$$

$$\Rightarrow \frac{(۲-\sqrt{x})\left[۱-(۲+\sqrt{x})^{۲}\right]}{(۲+\sqrt{x})}=۰$$

$$\begin{cases} ۲-\sqrt{x}=۰ \Rightarrow x=۴ \text{ ق ق} \\ (۲+\sqrt{x})^{۲}=۱ \Rightarrow \begin{cases} ۲+\sqrt{x}=-۱ \text{ غ ق ق} \\ ۲+\sqrt{x}=۱ \Rightarrow \sqrt{x}=-۱ \text{ غ ق ق} \end{cases} \end{cases}$$

$\Rightarrow x=۴$: تنها جواب معادله

(حسابان ۱- پیر و معادله- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۸۸- گزینهٔ «۱» *(علی شهرابی)*

از ویژگی زیر در حل معادله استفاده می‌کنیم:

$$|A|=|B| \Rightarrow A=\pm B$$

$$|۲x-۸|-|۳x-۲|=۰ \Rightarrow |۲x-۸|=|۳x-۲|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲x-۸=۳x-۲ \Rightarrow x=-۶ \\ ۲x-۸=-۳x+۲ \Rightarrow x=۲ \end{cases}$$

پس مجموع جواب‌های این معادله، برابر با $۲+۶-=۴-$ است.

(حسابان ۱- پیر و معادله- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۸۹- گزینهٔ «۳» *(پدرام نیکوکار)*

هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ «۱»:

$۰ \in D_f \quad , \quad ۰ \notin D_g \Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow$ برابر نیستند

گزینهٔ «۲»:

$$D_f=D_g=\mathbb{R}$$

اما ضابطه‌ها با هم برابر نیستند، چون حاصل تابع $f(x)$ همیشه نامنفی است اما حاصل تابع $g(x)$ می‌تواند منفی باشد؛ در نتیجه نابرابرند.

گزینهٔ «۳»:

$$f(x)=\sqrt{x+۲\sqrt{x-۱}}=\sqrt{(\sqrt{x-۱}+۱)^{۲}}=\sqrt{x-۱}+۱=g(x)$$

و $D_f=D_g=[۱\ ,\ +\infty)$

در نتیجه دو تابع با هم مساوی هستند.

گزینهٔ «۴»:

$$D_f=\mathbb{R}-\{۲\ ,\ ۳\} \quad , \quad D_g=\mathbb{R}-\{۳\}$$

چون دامنه‌ها یکسان نیستند؛ در نتیجه دو تابع با هم برابر نیستند.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۸)

۹۰- گزینهٔ «۱» *(علی شهرابی)*

چون دامنهٔ تابع f به‌صورت $\mathbb{R}-\{۵\ ,\ b\}$ است، پس $x=۵$ ریشهٔ مخرج f است:

$$۵^{۲}+۵a-۱۰=۰ \Rightarrow a=-۳$$

با جای‌گذاری $a=-۳$، مخرج تابع f را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا b نیز به دست آید:

$$x^{۲}-۳x-۱۰=۰ \Rightarrow (x-۵)(x+۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۵ \\ x=-۲ \Rightarrow b=-۲ \end{cases}$$

با جای‌گذاری $a=-۳$ و $b=-۲$، معادلهٔ $f(c)=۱$ را حل می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{x^{۲}-۸x+۳}{x^{۲}-۳x-۱۰} \xrightarrow{f(c)=۱} c^{۲}-۸c+۳=c^{۲}-۳c-۱۰$$

$$\Rightarrow ۵c=۱۳ \Rightarrow c=\frac{۱۳}{۵}=۲/۶$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

حسابان (۱) - سؤالات آشنا

۹۱- گزینهٔ «۲» *(کتاب اول)*

در معادلهٔ درجهٔ دوم داده شده، داریم:

$$S=\alpha+۱+\beta+۱=\alpha+\beta+۲=-۴ \Rightarrow \alpha+\beta=-۶(*)$$

$$P=(\alpha+۱)(\beta+۱)=\alpha\beta+\alpha+\beta+۱=-۱ \xrightarrow{(*)} \alpha\beta=۴$$

حال فرض می‌کنیم $x_۱=۲\alpha$ و $x_۲=۲\beta$، ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم جدید باشند:

$$S_{ج}=x_۱+x_۲=۲\alpha+۲\beta=۲(\alpha+\beta)=۲(-۶)=-۱۲$$

$$P_{ج}=x_۱.x_۲=۲\alpha.۲\beta=۴\alpha\beta=۴(۴)=۱۶$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

حال معادلهٔ درجهٔ دوم جدید را با استفاده از $x^۲ - S_{ج}x + P_{ج} = ۰$ می‌نویسیم:

$$x^۲ + ۱۲x + ۱۶ = ۰$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۸ و ۹)

۹۲- گزینهٔ «۳» *(کتاب اول)*

با در نظر گرفتن $t = ۲x^۲ - ۳x$ داریم:

$$(۲x^۲ - ۳x)^۲ - (۲x^۲ - ۳x) - ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow t^۲ - t - ۲ = ۰ \Rightarrow (t+۱)(t-۲) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -۱ \Rightarrow ۲x^۲ - ۳x = -۱ \Rightarrow ۲x^۲ - ۳x + ۱ = ۰ \\ \Rightarrow x = ۱ \text{ یا } x = \frac{۱}{۲} \\ t = ۲ \Rightarrow ۲x^۲ - ۳x = ۲ \Rightarrow ۲x^۲ - ۳x - ۲ = ۰ \\ \Rightarrow x = \frac{-۱}{۲} \text{ یا } x = ۲ \end{cases}$$

بنابراین کوچکترین ریشه $x = \frac{-۱}{۲}$ و بزرگترین ریشه $x = ۲$ و حاصل جمع آن‌ها، برابر $\frac{۳}{۲} = (\frac{-۱}{۲}) + ۲$ می‌باشد.

(حسابان ۱- جبر و معادله- مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۱۵)

۹۳- گزینهٔ «۴» *(کتاب اول)*

با استفاده از ویژگی‌های قدرمطلق داریم:

$$|\frac{x}{۲} + ۱| < \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{-۱}{۳} < \frac{x}{۲} + ۱ < \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{-۴}{۳} < \frac{x}{۲} < \frac{-۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{-۸}{۳} < x < \frac{-۴}{۳}$$

حال از روی محدوده x، محدوده $۳x + ۱$ را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{-۸}{۳} < x < \frac{-۴}{۳} \Rightarrow -۸ < ۳x < -۴ \Rightarrow -۷ < ۳x + ۱ < -۳$$

بنابراین $A = -۷$ و $B = -۳$ و $A + B = -۱۰$ می‌باشد.

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۹۴- گزینهٔ «۳» *(کتاب اول)*

وقتی دامنهٔ تابع گویا، همهٔ اعداد حقیقی $(\mathbb{R})$ است که مخرج آن ریشه نداشته باشد. مخرج تابع f یک عبارت درجهٔ ۲ است که باید ریشه نداشته باشد، لذا $\Delta < ۰$ است.

$$x^۲ + ax + ۱ = ۰ \xrightarrow{\Delta < ۰} a^۲ - ۴(۱)(۱) < ۰$$

$$\Rightarrow a^۲ < ۴ \xrightarrow{\text{جذر}} |a| < ۲ \Rightarrow -۲ < a < +۲$$

در $(۲ , -۲)$، ۳ عدد صحیح $۱ , ۰ , -۱$ وجود دارد.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۹۵- گزینهٔ «۲» *(کتاب اول)*

اولاً باید دامنهٔ f و g یکسان باشد، دامنهٔ g، $x \neq -۱$ است، پس دامنهٔ f نیز باید $x \neq -۱$ باشد، بنابراین، چون تابع f یک تابع گویا است، $x = -۱$ ریشهٔ مخرج تابع f است:

$$۲x^۳ - c = ۰ \xrightarrow{x=-۱} -۲ - c = ۰ \Rightarrow c = -۲$$

و ثانیاً ضابطه‌های دو تابع f و g باید با هم برابر باشند:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{ax^۳ + b}{۲x^۳ + ۲} = ۲ \Rightarrow ax^۳ + b = ۴x^۳ + ۴$$

$$\Rightarrow a = ۴ \ , \ b = ۴ \Rightarrow a + b + c = ۴ + ۴ - ۲ = ۶$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۵)

۹۶- گزینهٔ «۴» *(کتاب اول)*

در توابع وارون‌پذیر، داریم:

$$f^{-۱}(a) = b \Rightarrow f(b) = a$$

$$f^{-۱}(۲) = -۳ \Rightarrow f(-۳) = ۲ \Rightarrow \frac{a+۱}{-۳+۲} - ۱ = ۲$$

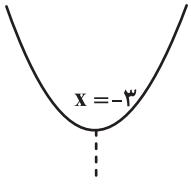
$$\Rightarrow \frac{a+۱}{-۱} = ۳ \Rightarrow a = -۴$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۹۷- گزینهٔ «۳» *(کتاب اول)*

نقطهٔ طول رأس سهمی در تابع درجهٔ ۲ یک نقطهٔ مرزی برای یک به یک بودن است.

$$f(x) = ۲x^۲ + ۱۲x - ۱$$



$$x_S = -\frac{b}{۲a} = -۳$$

$$\xrightarrow{\text{باؤوارون‌پذیر}} [-۳ , +\infty) \text{ یا } (-\infty , -۳]$$

هر بازه‌ای که زیرمجموعهٔ یکی از این دو بازه باشد، تابع درجهٔ ۲ در آن بازه وارون‌پذیر و لذا یک به یک است. تنها گزینه‌ای که این شرط را دارد، گزینهٔ «۳» است.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۹۸- گزینهٔ «۲» *(کتاب اول)*

خوب است بدانید که ضابطهٔ وارون تابع $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ به صورت $f^{-1}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a}$ است.

$$f(x)=\frac{2x+1}{x+2}\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{-2x+1}{x-2}$$

حال برای به دست آوردن نقاط برخورد، باید معادلهٔ $f(x)=f^{-1}(x)$ را حل کنیم:

$$f(x)=f^{-1}(x)\Rightarrow\frac{2x+1}{x+2}=\frac{-2x+1}{x-2}$$

$$\Rightarrow 2x^2-3x-2=-2x^2-3x+2\Rightarrow 4x^2=4$$

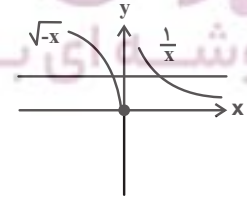
$$\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm 1$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

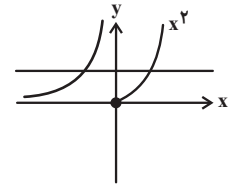
۹۹- گزینهٔ «۳» *(کتاب اول)*

شرط وارون‌پذیری و یک به یک بودن، این است که هر خط موازی محور xها، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند، پس برویم سراغ رسم نمودار گزینه‌ها:

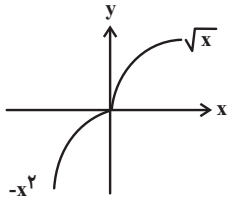
گزینهٔ «۱»: وارون‌پذیر نیست.



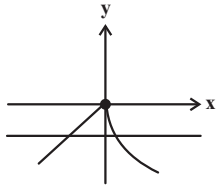
گزینهٔ «۲»: وارون‌پذیر نیست.



گزینهٔ «۳»: وارون‌پذیر است.



گزینهٔ «۴»: وارون‌پذیر نیست.



(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۱۰۰- گزینهٔ «۴» *(کتاب اول)*

اولاً شرط تابع بودن این است که از هر عضو مجموعهٔ اول یک فلش خارج شود، پس گزینهٔ «۳» تابع نیست، دوماً شرط وارون‌پذیر بودن نیز این است که به هر عضو مجموعهٔ دوم نیز یک فلش وارد شده باشد، پس گزینه‌های «۱» و «۲» وارون‌پذیر نیستند. با توجه به دو شرط اول و دوم، گزینهٔ «۴»، درست است.

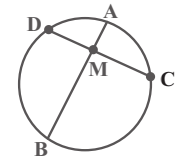
(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۴ تا ۵۷)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

هندسه (۲) - نگاه به آینده

۱۰۱- گزینهٔ «۲» *(امیرمحمد کریمی)*

$$\left.\begin{matrix}\frac{CM}{MD}=\frac{۳}{۲}\\ CM+MD=۱۰\end{matrix}\right\}\Rightarrow CM=۶, MD=۴$$

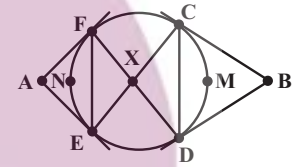


با توجه به روابط طولی دایره داریم:

$$AM.BM=CM.MD$$
$$\Rightarrow (۱۴-BM)BM=۶\times ۴\Rightarrow ۱۴BM-BM^{۲}-۲۴=۰$$
$$\Rightarrow \begin{cases}BM=۱۲\Rightarrow AM=۲ & \text{ق}\\ BM=۲\Rightarrow AM=۱۲\Rightarrow AM>BM & \text{غ ق}\end{cases}$$

(هندسه ۲- مشابه تمرین ۱، صفحهٔ ۲۳)

۱۰۲- گزینهٔ «۴» *(امیرمحمد کریمی)*



$$\left.\begin{matrix}BC=BD\\ \hat{B}=۶۰^\circ\end{matrix}\right\}\Rightarrow B\hat{C}D=B\hat{D}C=۶۰^\circ\Rightarrow \overset{\frown}{DMC}=۱۲۰^\circ$$
$$\left.\begin{matrix}AF=AE\\ \hat{A}=۱۱۰^\circ\end{matrix}\right\}\Rightarrow A\hat{F}E=A\hat{E}F=۳۵^\circ\Rightarrow \overset{\frown}{FNE}=۷۰^\circ$$
$$\Rightarrow E\hat{X}D=\frac{\overset{\frown}{DE}+\overset{\frown}{FC}}{۲}=\frac{۳۶۰^\circ-\overset{\frown}{DMC}-\overset{\frown}{FNE}}{۲}$$
$$=\frac{۳۶۰^\circ-۱۲۰^\circ-۷۰^\circ}{۲}=۸۵^\circ$$

(هندسه ۲- مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۱۷)

۱۰۳- گزینهٔ «۲» *(امیرمحمد کریمی)*

$$\text{مساحت قطاع به زاویه } \alpha^\circ \text{ در دایره به شعاع } R=\frac{\pi R^{۲}\alpha}{۳۶۰^\circ}$$
$$\Rightarrow ۸\pi=\frac{\pi R^{۲}\times ۶۰^\circ}{۳۶۰^\circ}\Rightarrow R^{۲}=۴۸\Rightarrow R=۴\sqrt{۳}$$
$$\text{طول کمان زاویه } \alpha^\circ \text{ در دایره به شعاع } R=\frac{\pi R\alpha}{۱۸۰^\circ}=\frac{\pi\times ۴\sqrt{۳}\times ۱۲۰^\circ}{۱۸۰^\circ}$$
$$=\frac{۳\times ۴\sqrt{۳}\times ۲}{۳}=۸\sqrt{۳}$$

(هندسه ۲- مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۱۲)

۱۰۴- گزینهٔ «۱» *(رضا عباسی‌اصل)*

طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطهٔ خارج آن با هم برابرند، بنابراین داریم:

$$BE=BD=۳\Rightarrow AE=۱۲+۳=۱۵$$
$$AF=AE=۱۵\Rightarrow CF=۱۵-۱۳=۲\Rightarrow CD=۲$$

در نتیجه مثلث ABC قائم‌الزاویه است، زیرا داریم:

$$۱۳^{۲}=۱۲^{۲}+۵^{۲}\Rightarrow AC^{۲}=AB^{۲}+BC^{۲}$$

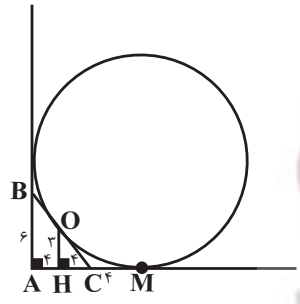
در صورتی که S و P به‌ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث ABC باشند، شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع BC به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P=\frac{۱۳+۱۲+۵}{۲}=۱۵$$
$$S=\frac{۱}{۲}\times ۵\times ۱۲=۳۰$$
$$r_a=\frac{S}{P-a}=\frac{۳۰}{۱۵-۵}=\frac{۳۰}{۱۰}=۳$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۹، ۲۰، ۲۵ و ۲۶)

۱۰۵- گزینهٔ «۲» *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

بزرگ‌ترین دایرهٔ محاطی خارجی روبه‌رو به رأس قائمه است و داریم:



$$BC=\sqrt{AB^{۲}+AC^{۲}}=۱۰$$
$$AM=P=\frac{۶+۸+۱۰}{۲}=۱۲$$

اگر O مرکز دایرهٔ محیطی (وسط وتر) باشد، عمودی از O بر AC رسم می‌کنیم که از وسط AC می‌گذرد و طبق تعمیم قضیهٔ تالس داریم:

$$OH=\frac{AB}{۲}=۳ \text{ و } HC=\frac{۱}{۲}AC=۴$$
$$\Rightarrow OM=\sqrt{OH^{۲}+HM^{۲}}\Rightarrow OM=\sqrt{۹+۶۴}=\sqrt{۷۳}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۰۶- گزینهٔ «۳» *(امیرمحمد کریمی)*

$$BC^۲ = ۵^۲ = ۴^۲ + ۳^۲ = AB^۲ + AC^۲ \Rightarrow \hat{A} = ۹۰^\circ$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \times AC}{۲} = \frac{۳ \times ۴}{۲} = ۶$$

$$P_{\Delta ABC} = \frac{AB + AC + BC}{۲} = \frac{۳ + ۴ + ۵}{۲} = ۶$$

$$\Rightarrow r = \frac{S}{P}_{\Delta} = \frac{۶}{۶} = ۱$$

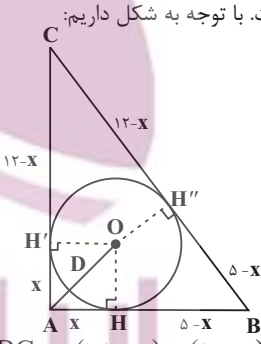
از طرفی $\hat{A} = ۹۰^\circ$ است پس BC قطر دایره محیطی ΔABC است پس $R = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$ در نتیجه داریم:

$$\text{مساحت مطلوب} = \pi R^۲ - \pi r^۲ = \pi(R^۲ - r^۲) = \pi(۲/۵^۲ - ۱^۲)$$
$$= ۵/۲۵\pi$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۲۵)

۱۰۷- گزینهٔ «۴» *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

با توجه به اینکه اعداد ۵، ۱۲ و ۱۳ فیثاغورسی هستند، می‌توان نتیجه گرفت که مثلث ABC قائم‌الزاویه است. اگر از A به مرکز O وصل کنیم تا دایره را در نقطهٔ D قطع کند، آنگاه AD نزدیک‌ترین فاصلهٔ A تا نقاط دایره است. با توجه به شکل داریم:



$$CH'' + BH'' = BC \Rightarrow (۱۲ - x) + (۵ - x) = ۱۳ \Rightarrow x = ۲$$

$$\Delta OAH : OA^۲ = OH^۲ + AH^۲ \Rightarrow ۲^۲ + ۲^۲ = ۸ \Rightarrow OA = ۲\sqrt{۲}$$

$$AD = OA - OD = ۲\sqrt{۲} - ۲ = ۲(\sqrt{۲} - ۱)$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۰۸- گزینهٔ «۱» *(فرزانه خاکپاش)*

اگر طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع برابر **a** باشد، آن‌گاه داریم:

$$r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲}{\frac{۳a}{۲} - a}$$ (شعاع دایرهٔ محاطی خارجی)

$$= \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲}{\frac{a}{۲}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a$$

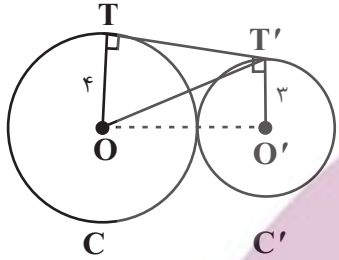
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}a = \sqrt{۳} \Rightarrow a = ۲$$

$$S = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲ = \frac{\sqrt{۳}}{۴} \times ۴ = \sqrt{۳}$$ (مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع)

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۰۹- گزینهٔ «۱» *(فرشاد فرامرزی)*

ابتدا اندازهٔ مماس مشترک خارجی دو دایره را بدست می‌آوریم.



$$TT' = ۲\sqrt{rr'} = ۲\sqrt{۴ \times ۳} = ۴\sqrt{۳}$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ OTT' داریم:

$$OT'^۲ = OT^۲ + TT'^۲$$

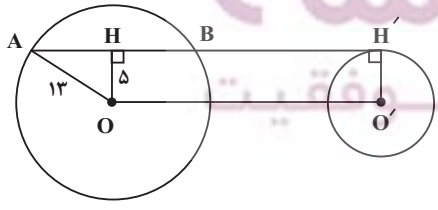
$$\Rightarrow OT'^۲ = ۴^۲ + (۴\sqrt{۳})^۲ = ۱۶ + ۴۸ = ۶۴$$

$$\Rightarrow OT' = ۸$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱۱۰- گزینهٔ «۴» *(هنانه اتفاقی)*

مطابق شکل چهارضلعی $OHH'O'$ مستطیل است، پس $OH = R' = ۵$ و در نتیجه در مثلث OAH داریم:



$$AH^۲ = OA^۲ - OH^۲ = ۱۶۹ - ۲۵ = ۱۴۴ \Rightarrow AH = ۱۲$$

$$\Rightarrow AB = ۲ \times ۱۲ = ۲۴ \Rightarrow OO' = AB = ۲۴$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{OO'^۲ - (R - R')^۲}$$

$$= \sqrt{۲۴^۲ - (۱۳ - ۵)^۲} = \sqrt{۵۷۶ - ۶۴}$$

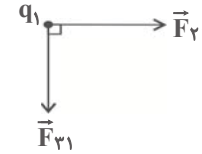
$$= \sqrt{۵۱۲} = \sqrt{۲۵۶ \times ۲} = ۱۶\sqrt{۲}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

فیزیک (۲) - نگاه به آینده

۱۱۱- گزینهٔ «۲» *(سیدامیر نیکویی‌نهالی)*

نیروی خالص وارد بر بار q_1، برایند دو نیروی $\vec{F}_{31}$ (نیروی وارد از q_3 بر q_1) و $\vec{F}_{21}$ (نیروی وارد از q_2 بر q_1) است.



$$\vec{F}_{T,1} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} \xrightarrow{\text{نیروها بر هم عمودند}}$$

$$F_{T,1} = \sqrt{|F_{21}|^2 + |F_{31}|^2}$$

$$F_{21} = k\frac{|q_1||q_2|}{r_{21}^2} = \frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}\times3\times10^{-6}}{(6\times10^{-2})^2} = 30\,N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{21} = 30\vec{i}$$

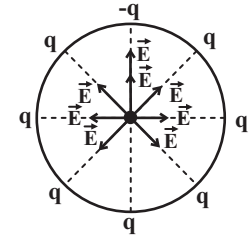
$$\Rightarrow 30\sqrt{5} = \sqrt{30^2 + |F_{31}|^2} \Rightarrow F_{31} = 60\,N \Rightarrow \vec{F}_{31} = -60\vec{j}$$

$$\vec{F}_{T,1} = 30\vec{i} - 60\vec{j}\,(N)$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۱۲- گزینهٔ «۴» *(بهنام رستمی)*

طبق متن کتاب درسی، اگر بار آزمون را در مرکز دایره قرار دهیم، جهت میدان الکتریکی هر یک از بارها در آن‌نقطه به‌دست می‌آید. اگر ۸ بار الکتریکی را مطابق شکل روی محیط دایره‌ای قرار دهیم، میدان برایند حاصل از بارها دو به دو در مرکز دایره صفر بوده به‌جز دو بار مقابل یکدیگر که یکی مثبت و دیگری منفی است. برایند میدان الکتریکی حاصل از این دو بار چون هم‌جهت و هم‌راستا هستند برابر است با مجموع میدان حاصل از هر بار:



$$E_T = E + E = 2E$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۱۱۳- گزینهٔ «۳» *(میلاد سلامتی)*

جملهٔ «الف» نادرست است، میدان الکتریکی همواره درون یک رسانای منزوی برابر صفر است.

جملهٔ «ب» درست است.

جملهٔ «پ» درست است.

جملهٔ «ت» نادرست است، پتانسیل الکتریکی تمام نقاط درون جسم رسانای باردار منزوی با هم برابر است ولی الزاماً صفر نیست؛ به عبارتی $\Delta V = 0$ ولی لزوماً $V = 0$ نیست.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۱۱۴- گزینهٔ «۳» *(امیرمحمد میرسعید)*

با انتقال $-4\mu C$ بار از صفحهٔ منفی به صفحهٔ مثبت، بار خازن کاهش می‌یابد:

$$q_2 = q_1 - 4\times10^{-6}$$

در نتیجه انرژی ذخیره شده در خازن نیز کمتر می‌شود، پس $U_2 < U_1$ است.

$$U_1 - U_2 = 2\times10^{-6} \xrightarrow{U=\frac{q^2}{2C}}$$

$$\frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C} - \frac{1}{2}\frac{q_2^2}{C} = 2\times10^{-6} \Rightarrow \frac{1}{2C}(q_1^2 - q_2^2) = 2\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow q_1^2 - q_2^2 = 2\times10^{-6}\times2\times10\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow q_1^2 - q_2^2 = 4\times10^{-11} \xrightarrow{\text{اتحادمزدوج}}$$

$$(q_1 - q_2)(q_1 + q_2) = 4\times10^{-11} \xrightarrow{q_2 = q_1 - 4\times10^{-6}\,C}$$

$$(q_1 - q_1 + 4\times10^{-6})(q_1 + q_1 - 4\times10^{-6}) = 4\times10^{-11}$$

$$\Rightarrow 4\times10^{-6}(2q_1 - 4\times10^{-6}) = 4\times10^{-11}$$

$$\Rightarrow 2q_1 - 4\times10^{-6} = 10^{-5}$$

$$\Rightarrow 2q_1 = 14\times10^{-6} \Rightarrow q_1 = 7\times10^{-6}\,C = 7\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن- صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۱۵- گزینهٔ «۱» *(میلاد سلامتی)*

طبق رابطهٔ ظرفیت خازن تخت داریم:

$$C=\frac{\kappa\varepsilon_{\circ}A}{d}=\frac{۲/۵\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times۱۰۰\times۱۰^{-۴}}{۰/۵\times۱۰^{-۳}}$$

$$\Rightarrow C=۴/۵\times۱۰^{-۱۰}F=۴۵۰pF$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۱۱۶- گزینهٔ «۲» *(سینا صالحی)*

ابتدا متوسط بار عبوری را می‌یابیم:

$$\Delta q=I\Delta t=۱۰^{-۴}\times۳/۶\times۱۰^{۳}=۳/۶\times۱۰^{-۱}C$$

حال با استفاده از رابطه اندازهٔ کار نیروی خارجی در شرایطی که تنها نیروی الکتریکی اثر می‌کند، داریم:

$$W_{\text{خارجی}}=q\,\Delta V=۳/۶\times۱۰^{-۱}\times۳=\text{انرژی داده شده به مدار}$$

$$\Rightarrow W_{\text{خارجی}}=۱/۰۸J$$

(فیزیک ۲- مثال ۲-۱ - صفحهٔ ۴۸)

۱۱۷- گزینهٔ «۱» *(معصومه افضلی)*

با استفاده از رابطهٔ جریان الکتریکی متوسط داریم:

$$I_{av}=\frac{|\Delta q|}{\Delta t}\Rightarrow ۱/۷\times۱۰^{-۳}=\frac{|\Delta q|}{۲\times۱۰^{-۳}}$$

$$\Rightarrow|\Delta q|=۳/۴\times۱۰^{-۶}C=۳/۴\mu C$$

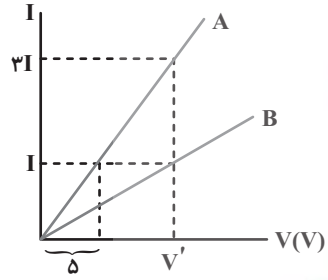
بار منفی از کرهٔ A به سمت کرهٔ B حرکت می‌کند. پس برای کرهٔ A داریم:

$$\Delta q=q'_A-q_A=۳/۴\mu C\Rightarrow q'_A-(-۳)=۳/۴$$
$$\Rightarrow q'_A=۰/۴\mu C$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

۱۱۸- گزینهٔ «۲» *(مهدی باغستانی)*

شیب نمودار $I-V$ با عکس مقاومت رسانا برابر است. طبق قانون اهم داریم:



$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{V_A}{V_B}\times\frac{I_B}{I_A}\xrightarrow{V_A=V_B=V'}\frac{R_A}{R_B}=\frac{I}{۳I}=\frac{۱}{۳}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۱۱۹- گزینهٔ «۳» *(سینا صالحی)*

با استفاده از تعریف جریان الکتریکی متوسط داریم:

$$۱۰۰\mu A=۰/۱mA\Rightarrow I=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow ۰/۱=\frac{۱۰۰۰}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow\Delta t=۱۰^{۴}h$$

(فیزیک ۲- تمرین ۲ -۱ - صفحهٔ ۴۸)

۱۲۰- گزینهٔ «۴» *(سینا صالحی)*

با استفاده از قانون اهم داریم:

$$R=\frac{V}{I}=\frac{۱/۵}{۰/۵}=۳\Omega$$

(فیزیک ۲- مثال ۲- ۲- صفحهٔ ۵۱)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

شیمی (۲) - نگاه به آینده

۱۲۱- گزینهٔ «۳» *(رضا باسلیقه)*

جمله‌های تکمیل شدهٔ داده شده در صورت سؤال به‌صورت زیر است:

الف) ظروف شیشه‌ای از شن و ماسه تولید می‌شوند.

ب) برای رشد سبزیجات از کودهای دارای پتاسیم، نیتروژن و فسفر استفاده می‌شود.

ج) در یک سال، مقدار تولید یا مصرفی نسبی مواد معدنی از مجموع تولید یا مصرف نسبی فلزها و سوخت‌های فسیلی، بیشتر است.

د) پیش‌بینی می‌شود که در سال ۲۰۳۰ میلادی به تقریب ۷۲ میلیارد تن از مواد معدنی، سوخت‌های فسیلی و فلزها استخراج و مصرف شود.

(شیمی ۲- صفحهٔ ۴)

۱۲۲- گزینهٔ «۲» *(احسان پنجه‌شاهی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: عناصر سدیم، منیزیم، آلومینیم، سیلیسیم، ژرمانیم، قلع و سرب دارای سطح درخشان‌اند.

گزینهٔ «۲»: عنصر فسفر دارای آلوتروپ فسفر سفید است که آن را زیر آب نگهداری می‌کنند.

گزینهٔ «۳»: پنجمین عنصر گروه چهاردهم جدول تناوبی، سرب است که آخرین زیرلایهٔ آن $6p^2$ است:

$$n+l: 2(6+1)=14$$

گزینهٔ «۴»: در گروه چهاردهم از بالا به پایین، خصلت فلزی افزایش می‌یابد، اما در دورهٔ سوم از چپ به راست، کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۲۳- گزینهٔ «۳» *(آرمین محمدی‌پیرانی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در یک گروه از بالا به پایین، واکنش‌پذیری فلزات افزایش می‌یابد.

گزینهٔ (۲): با توجه به نمودار صفحهٔ ۱۳ کتاب درسی، اختلاف شعاع اتمی دو فلز متوالی دورهٔ سوم بیشتر از دو نافلز متوالی است.

گزینهٔ (۳): هر چه آهنگ خروج گاز در یک فرایند شیمیایی بیشتر باشد، واکنش‌دهنده‌ها فعالیت شیمیایی بیشتری دارند.

گزینهٔ (۴): تنها نافلز مایع، برم است که در دمای $200^\circ C$ با هیدروژن واکنش می‌دهد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱۲۴- گزینهٔ «۲» *(عباس هنرجو)*

$$FeO \rightarrow {}_{26}Fe^{2+}: [Ar]3d^6$$

$$Sc_2O_3 \rightarrow {}_{21}Sc^{3+}: [Ar]$$

$$Cr_2O_3 \rightarrow {}_{24}Cr^{3+}: [Ar]3d^3$$

$$Cu_2O \rightarrow {}_{29}Cu^{+}: [Ar]3d^{10}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱۲۵- گزینهٔ «۴» *(علیرضا بیانی)*

$A + M_2(SO_4)_3 \rightarrow \cdots$ واکنش‌پذیری : $A > M$

$X + A(NO_3)_2 \rightarrow \cdots$ واکنش‌پذیری : $X > A$

در نتیجه: واکنش‌پذیری: $X > A > M$

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) بار یون فلز M، $+3$ می‌باشد، در نتیجه قطعاً نمی‌تواند فلز مس (Cu^{2+}, Cu^{+}) باشد.

ج) اگر X و A هم گروه باشند، شعاع اتمی X نسبت به A بیشتر است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴، ۲۰ و ۲۱)

۱۲۶- گزینهٔ «۳» *(رسول عابدینی‌زواره)*

محاسبه شمار پیوندهای دوگانه در ساختار ترکیب:

فرمول مولکولی آلکان هم کربن $\Leftarrow C_{28}H_{58}$

افزودن هر پیوند دو گانه و هر حلقه می‌تواند دو اتم هیدروژن از ساختار حذف نماید؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$58 - 2(3+x) = 48 \Rightarrow x = 2$$

با توجه به اینکه ترکیب موردنظر دو پیوند دوگانه دارد؛ هر مول از آن با دو مول برم (Br_2) واکنش می‌دهد.

$$?\,g Br_2 = 2\,g\,C_{28}H_{47}OH \times \frac{1\,mol\,C_{28}H_{47}OH}{400\,g\,C_{28}H_{47}OH} \times \frac{2\,mol\,Br_2}{1\,mol\,C_{28}H_{47}OH} \times \frac{160\,g\,Br_2}{1\,mol\,Br_2} = 1/6\,g\,Br_2$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۲، ۳۳ و ۴۰ تا ۴۳)

ایران توشه - توشه‌ای برای موفقیت

۱۲۷- گزینهٔ «۲» *(پویا رستگاری)*

عبارت‌های (الف) و (ج) درست هستند.

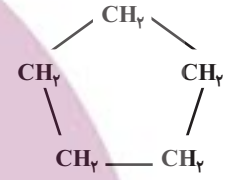
بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف): در واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز، اتانول به همراه گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. در واکنش اتن با آب در محیط اسیدی نیز اتانول تولید می‌شود؛ بنابراین فراوردهٔ مشترک این دو واکنش اتانول می‌باشد.

عبارت (ب): ساختار مولکول «۱- هگزن» به‌صورت زیر است:

$$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH=CH_2$$

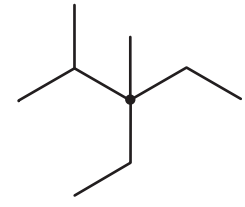
در این مولکول ۴ اتم کربن به دو اتم هیدروژن متصل‌اند. از طرفی ساختار سیکلوپنتان نیز به‌صورت زیر است که در این مولکول ۵ اتم کربن داریم که به ۲ اتم هیدروژن متصل شده است:

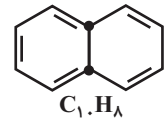


عبارت (ج): ساختار مولکول «۵- اتیل -۲، ۳- دی متیل هپتان» به‌صورت زیر است:

گروه‌های CH_3، با (*) و گروه‌های CH_2 با دایره مشخص شده‌اند؛ بنابراین نسبت خواسته شده برابر با $\frac{3}{5}=0/6$ است.

عبارت (د): ساختار نفتالن و «۳- اتیل- ۲، ۳- دی‌متیل پنتان» به‌صورت زیر است:





$C_{10}H_8$

در نفتالن دو اتم کربن و در آلکان داده شده، یک اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۴۳)

۱۲۸- گزینهٔ «۳» *(تبدیل به تست؛ ایمان حسین‌نژاد)*

$$?\,g\,SO_4^{2-}=2/18\,g\,BaSO_4\times\frac{1\,mol\,BaSO_4}{233\,g\,BaSO_4}$$

$$\times\frac{1\,mol\,SO_4^{2-}}{1\,mol\,BaSO_4}\times\frac{96\,g\,SO_4^{2-}}{1\,mol\,SO_4^{2-}}\simeq 0/9\,g\,SO_4^{2-}$$

$$\text{درصد خلوص}=\frac{0/9}{2/45}\times 100\simeq 36/7$$

(شیمی ۲- سوال ۱ تمرین دوره‌ای، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۴۸)

۱۲۹- گزینهٔ «۱» *(تبدیل به تست؛ ایمان حسین‌نژاد)*

نمودار داده شده تغییرات واکنش‌پذیری عنصرهای دورهٔ دوم جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد.

(شیمی ۲- سوال ۴ تمرین دوره‌ای، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴، ۱۹ تا ۲۱، ۳۳ تا ۳۵ و ۴۸)

۱۳۰- گزینهٔ «۱» *(تبدیل به تست؛ ایمان حسین‌نژاد)*

$$C_xH_y\begin{cases}\frac{12x}{y}=6\Rightarrow y=2x\\ \Rightarrow \text{فرمول عمومی}=C_nH_{2n}\begin{cases}(1)\text{آلکن}\\(2)\text{سیکلو آلکان}\end{cases}\\ \text{جرم‌مولی}=14n\Rightarrow 14n=140\Rightarrow n=10\end{cases}$$

از آنجا که این ترکیب با محلول برم واکنش داده و آن را بی‌رنگ کرده است، پس آلکن است.

(شیمی ۲- سوال ۹ تمرین دوره‌ای، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳ و ۵۰)

شیمی (۲) - سؤالات آشنا

۱۳۱- گزینهٔ «۱» *(کتاب اول)*

فقط عبارت ب نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) انسان از منابع طبیعی برای برآورده کردن نیازهای خود به شکل‌های گوناگون استفاده می‌کند استخراج فلز از سنگ معدن آن یکی از این روش‌ها است.

ب) غلظت بیشتر گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمین، بهره‌برداری از این منابع را نوید می‌دهد.

پ) بستر اقیانوس‌ها منبعی غنی از منابع فلزی گوناگون است.

ت) کلوخه‌ها و پوسته‌های غنی از فلزهای مانند کبالت (Co)، آهن (Fe) و ... بخشی از گنج عظیم نهفته در اعماق دریاها است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۳۲- گزینهٔ «۲» *(کتاب اول)*

فرمول عمومی آلکان‌ها به صورت C_nH_{2n+2} است و با افزایش تعداد اتم‌های کربن در یک آلکان نقطه‌جوش افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

۱۳۳- گزینهٔ «۱» *(کتاب اول)*

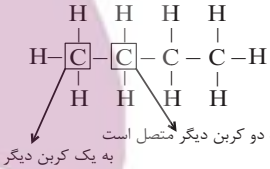
آلکان‌ها به دلیل ناقطبی بودن در آب نامحلول‌اند و این ویژگی سبب می‌شود تا بتوان از آن‌ها برای حفاظت از فلزها استفاده کرد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

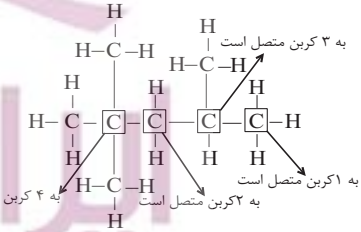
۱۳۴- گزینهٔ «۱» *(کتاب اول)*

در آلکان‌های راست زنجیر هر اتم کربن به یک یا دو اتم کربن دیگر متصل است، در حالی که در آلکان‌های شاخه‌دار برخی اتم‌های کربن به سه یا چهار اتم کربن دیگر متصل‌اند.

مثال ۱: آلکان راست زنجیر

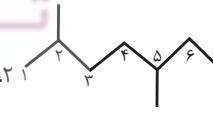


مثال ۲: آلکان شاخه‌دار



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: ۲، ۵- دی‌متیل هپتان



این آلکان دارای ۹ اتم کربن می‌باشد که فرمول مولکولی آن به صورت زیر است.

C_9H_{20}

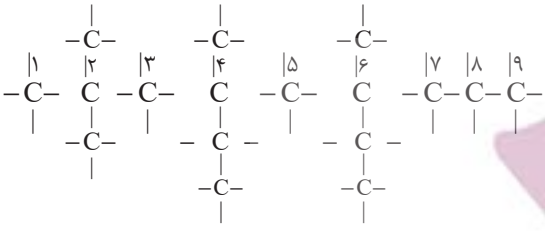
گزینهٔ «۳»: فرمول مولکولی تقریبی گریس $C_{18}H_{38}$ و فرمول مولکولی تقریبی وازلین $C_{25}H_{52}$ است.

گزینهٔ «۴»: نیروی بین مولکولی در آلکان‌ها از نوع واندروالسی است چون مولکول‌های ناقطبی بوده و گشتاور دوقطبی آن‌ها در حدود صفر است.

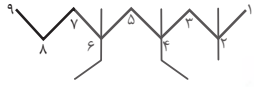
(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

۱۳۵- گزینهٔ «۲» *(کتاب اول)*

برای رسم فرمول ساختاری آلکانی با نام «۴، ۶- دی‌اتیل-۲، ۲، ۴، ۶- تترامتیل نونان»، ابتدا زنجیر اصلی را تشخیص داده سپس آن را شماره‌گذاری کرده و در انتها شاخه‌های فرعی را در جایگاه خود قرار می‌دهیم:

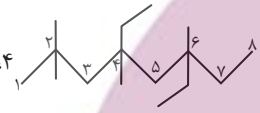


که فرمول پیوند خط این ساختار به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ۴، ۶- دی اتیل-۲، ۲، ۴، ۶- تترامتیل اوکتان



گزینهٔ «۳»: ۳، ۵- دی‌اتیل-۳، ۴، ۵، ۶- پنتامتیل نونان

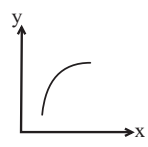
گزینهٔ «۴»: ۵، ۷- دی اتیل- ۳، ۵، ۷- تری‌متیل دکان

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

۱۳۶- گزینهٔ «۳» *(کتاب اول)*

نمودار نشان دهندهٔ رابطهٔ مستقیم مابین دو پارامتر x و y است.

گران‌روی هیدروکربن‌ها و فرار بودن آن‌ها رابطهٔ عکس دارند.



هر چقدر شمار اتم‌های کربن ↑ ← نقطه‌جوش هیدروکربن ↑ ← گران‌روی ↑ ← چسبندگی ↑ نیروی بین مولکولی ↑ ← نسبت جرم عنصر کربن به جرم هیدروکربن ↑ ← فراریت ↓

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۴۳)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۳۷- گزینهٔ «۴» *(کتاب اول)*

پس از جدا کردن نمک‌ها، اسیدها و آب، نفت‌خام را پالایش می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: آلکان‌ها بخش عمدهٔ هیدروکربن‌های موجود در نفت‌خام را تشکیل می‌دهند و به دلیل واکنش‌پذیری کم اغلب به عنوان سوخت به کار می‌روند، به‌طوری که بیش از ۹۰ درصد نفت‌خام صرف سوزاندن و تأمین انرژی می‌شود و تنها مقدار کمی از آن به عنوان خوراک پتروشیمی به کار می‌رود.

گزینهٔ «۲»: ترتیب: «بنزین > نفت سفید > گازوئیل > نفت کوره» مقایسهٔ میزان فراریت اجزای نفت را نشان می‌دهند و از آن‌جا که میزان فراریت با اندازهٔ مولکول‌ها رابطهٔ عکس دارد، نفت کوره بزرگ‌ترین و بنزین کوچک‌ترین مولکول می‌باشد.

گزینهٔ «۳»: در نفت برنت دریای شمال بیش‌ترین درصد بنزین و خوراک پتروشیمی و کم‌ترین درصد نفت کوره وجود دارد، به همین دلیل قیمت نفت برنت دریای شمال از دیگر نفت‌ها بیش‌تر است. در نفت سنگین کشورهای عربی کم‌ترین درصد بنزین و خوراک پتروشیمی و بیش‌ترین درصد نفت‌کوره وجود دارد، به سبب همین قیمت این نفت از سایر نفت‌ها کم‌تر است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱۳۸- گزینهٔ «۴» *(کتاب اول)*

در آلکان‌های شاخه‌دار، برخی اتم‌های کربن می‌توانند به سه یا چهار اتم کربن دیگر متصل باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: سومین عضو خانوادهٔ آلکین‌ها C_4H_6 و دومین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها C_2H_6 است که دارای تعداد H های برابر هستند.

گزینهٔ «۲»: برای به دام انداختن SO_2 از CaO استفاده می‌کنند.

$$CaO(s) + SO_2(g) \rightarrow CaSO_3(s)$$

گزینهٔ «۳»: از سوختن یک مول گاز اتن (C_2H_4)، ۴ مول گاز تولید می‌شود.

$$C_2H_4(g) + 3O_2(g) \rightarrow \underbrace{2CO_2(g) + 2H_2O(g)}_{4\text{مول}}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۴۷)

۱۳۹- گزینهٔ «۴» *(کتاب اول)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: چهارمین عضو خانوادهٔ سیکلو آلکان‌ها $(C_nH_{2n}, n \geq 3)$، سیکلوهگزان با فرمول C_6H_{12} بوده و جرم مولی آن $6\times12+12\times1=84\frac{g}{mol}$ است. سبک‌ترین آلکن C_2H_4 (اتن) می‌باشد که نسبت خواسته‌شده برابر با $\frac{84}{28}=3$ است.

گزینهٔ «۲»: نفتالن $(C_{10}H_8)$ ترکیب آروماتیک جامد می‌باشد که دارای دو حلقه و ۵ پیوند دوگانه است.

گزینهٔ «۳»: درصد نفت‌کوره در نفت سنگین ایران (۴۶٪) کم‌تر از درصد نفت‌کوره در نفت سنگین کشورهای عربی (۵۲/۵٪) می‌باشد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۷)

۱۴۰- گزینهٔ «۴» *(کتاب اول)*

گاز متان، سبک، بی‌رنگ، بی‌بو با واکنش‌پذیری ناچیز بوده که از بالای برج تقطیر خارج می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: سوخت هواپیما به‌طور عمده شامل آلکان‌هایی با ده تا پانزده اتم کربن هست.

گزینهٔ «۲»: حدود ۶۶ درصد از سوخت از طریق لوله و مابقی آن به وسیلهٔ راه‌آهن نفت‌کش جاده‌پیما و کشتی نفتی به مراکز توزیع انتقال می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: یکی از مشکلات زغال‌سنگ، شرایط دشوار استخراج آن است، به گونه‌ای که در سدهٔ اخیر بیش از ۵۰۰ هزار نفر در سطح جهان در اثر انفجار یا فرو ریختن معدن جان خود را از دست داده‌اند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

۲۸ شهریور

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
ویراستار	فاطمه راسخ
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، سجاد محمدنژاد، حمید گنجی، حامد کریمی،فرزاد شیرمحمدلی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۳» *(حامد کریمی)*

می‌دانیم «را» بعد از فعل نمی‌آید. در هم پیچیدن جمله‌های غیرساده نیز مخلّ فصاحت است. شکل درست عبارت گزینه‌ی «۳»: ناصرخسرو در این مورد خشک و متعصّب است و هر دیدگاهی را که با آنچه در ذهن اوست مغایر است، رد می‌کند.

(تصحیح جملات، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینهٔ «۴» *(کتاب استعدادتحلیلی، هوش کلامی)*

ترتیب پیشنهادی: «شکی نیست که ادبیّات فارسی با عرفان اسلامی و ایرانی گره خورده‌است.»

(ترتیب کلمات، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

کشور «روسیه» و پایتخت آن «مسکو» مدنظر است.

(کلمه‌سازی، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

حروف به‌ترتیب الفبا بدون تکراری‌ها: ا ب پ ت خ د ر س ش ط ف ک ن و هـ ی

دومین حرف از سمت راست: ب

اوّلین حرف از سمتِ راستِ «ب»: ا

چهارمین حرفِ سمتِ چپِ «ا»: خ

(الفبا، بازی‌های کلامی، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۴» *(حامد کریمی)*

چهار جفت حرف مدّنظر:

ا ب / ا پ / ت ب / ب پ

(الفبا، بازی‌های کلامی، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینهٔ «۳» *(حامد کریمی)*

به شمارهٔ الفبایی حروف دقّت کنید که به‌ترتیب «یک، دو، سه، چهار، پنج، شش و هفت» واحد بیشتر می‌شوند:

الف	ب	ت	چ	ذ	ش	غ	ن
۱	۲	۴	۷	۱۱	۱۶	۲۲	۲۹

(الفبا، بازی‌های کلامی، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینهٔ «۱» *(کتاب استعدادتحلیلی، هوش کلامی)*

بیت صورت سؤال می‌گوید پیش از آن که وارد جایی یا کاری بشوی به فکر این باش که چگونه و در چه حالتی از آن بیرون می‌آیی، یعنی عاقبت‌اندیش باش. مصراع گزینهٔ «۱» هم با نوعی طنز همین مسأله را بیان می‌کند. مناره (گلدسته) به آن بزرگی را اگر بدزدی، آن را کجا پنهان خواهی کرد؟ ابتدا چاهی بکن و بعد مناره را که دزدیدی در آن بگذار (!) که کسی نفهمد.

عبارت گزینهٔ «۲» مخاطب را به راستی و درستی پند می‌دهد، مخاطبی که به فکر رسیدن به مقصد، باید راستی را در پیش گیرد. عبارت گزینهٔ «۳» با مصراع «وای به روزی که بگندد نمک» هم‌معناست و عبارت گزینهٔ «۴» از شخصی می‌گوید که در کار ساده مانده‌است، حال کار دشوارتر را هم می‌پذیرد.

(ضرب‌المثل، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۱» *(سبّار محمدنژاد)*

ابتدا عددهای ۱ و ۴ را در ستون دوم قرار می‌دهیم، اما به‌جز آن هیچ خانهٔ دیگری نیست که تکلیف آن قطعی مشخص باشد.

	۱	۲	۳	۴
۱	۱	۴		
۲		۳		
۳		۱		۴
۴		۲		

حال برای مثال با قرار دادن عدد ۲ در خانهٔ «ستون سوم، ردیف سوم» جدول سودوکو به یک حالت و با قرار دادن عدد ۳ در این خانه، جدول سودوکو به یک حالت دیگر کامل می‌شود.

پس با معلوم شدن یک خانه می‌توان جدول را کامل کرد:

۱	۴	۲	۳
۴	۳	۱	۲
۲	۱	۳	۴
۳	۲	۴	۱

۱	۴	۳	۲
۲	۳	۴	۱
۳	۱	۲	۴
۴	۲	۱	۳

(سودوکو، هوش منطقی ریاضی)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۵۹- گزینهٔ «۳» *(سیّار محمدنژاد)*

ستون اول به عدد ۲ احتیاج دارد و فقط یک خانه برای این عدد هست. حال جایگاه عدد ۴ نیز در این ستون معلوم است. عدد ۳ در ردیف دوم نیز، اکنون معلوم شده است.

	۱	۲	۳	۴
۱	۱			
۲	۴	۱	۳	۲
۳	۲		۱	
۴	۳			۱

حال در یکی از ردیف‌ها و ستون‌ها که دو خانهٔ خالی دارد، یکی از عددهای ممکن را فرض می‌کنیم. مثلاً در ردیف سوم، عددهای ۳ و ۴ را درنظر می‌گیریم. اکنون در ستون چهارم، جایگاه عدد ۳ معلوم است.

	۱	۲	۳	۴
۱	۱			۳
۲	۴	۱	۳	۲
۳	۲	۳	۱	۴
۴	۳			۱

در چهار خانهٔ باقی‌مانده، عددهای ۲ و ۴ هر کدام دو بار قرار می‌گیرند که حالت‌های زیر را می‌سازند:

۱	۲	۴	۳
۴	۱	۳	۲
۲	۳	۱	۴
۳	۴	۲	۱

۱	۴	۲	۳
۴	۱	۳	۲
۲	۳	۱	۴
۳	۲	۴	۱

اما اگر عددهای ۳ و ۴ را در ردیف سوم، برعکس درنظر بگیریم، به جدول زیر می‌رسیم که تنها یک حالت برای کامل شدن دارد:

۱			۴
۴	۱	۳	۲
۲	۴	۱	۳
۳			۱

→

۱	۳	۲	۴
۴	۱	۳	۲
۲	۴	۱	۳
۳	۲	۴	۱

پس در کل ۳ حالت داریم.

(سودوکو، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینهٔ «۳» *(خرزاد شیرمحمدلی)*

ابتدا تعداد بردها را معلوم می‌کنیم. داریم:

$$\frac{۵۰}{۱۰۰}=\frac{?}{۱۵۰}\Rightarrow ?=۷۵$$

حال درصد پیروزی‌ها پس از حداقل x بازی دیگر:

$$\frac{۷۵+x}{۱۵۰+x}=\frac{۶۰}{۱۰۰}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow ۵x+۳۷۵=۳x+۴۵۰$$

$$\Rightarrow ۲x=۷۵\Rightarrow x=۳۷/۵$$

پس اگر این سرمربی ۳۸ بازی بعدی را پشت سر هم ببرد، آمار خواسته شده به‌دست می‌آید.

(کسر و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

برای سادگی کار و در حالی‌که تأثیری در پاسخ ندارد، فرض می‌کنیم قیمت اولیه ۱۰۰ تومان بوده باشد. با هشتاد درصد تخفیف، قیمت ۸۰ تومان و با پنج درصد افزایش، قیمت ۱۰۵ تومان خواهد بود. صد کالا را با قیمت ۸۰ تومان فروخته‌ایم و باید x کالای دیگر را با قیمت ۱۰۵ تومان بفروشیم و زیان اولیه را جبران کنیم. پس داریم:

$$(۱۰۰\times ۸۰)+(x\times ۱۰۵)=(x+۱۰۰)\times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۱۰۵x+۸۰۰۰=۱۰۰x+۱۰۰۰۰$$

$$\Rightarrow ۵x=۲۰۰۰\Rightarrow x=۴۰۰$$

(کسر و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینهٔ «۲» *(حمید کنبی)*

اگر ده کارگر، کار باقی‌مانده را در x روز تمام می‌کردند، پنج کارگر آن را در $x+۶$ روز تمام می‌کنند. حال معلوم است که تعداد کارگرها نصف شده است پس زمان انجام کار دو برابر شده است. یعنی $x+۶=۲x\Rightarrow x=۶$ است. پس کل کار با ده کارگر، $۶+۶=۱۲$ روزه تمام می‌شد.

(کسر و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینهٔ «۱» *(حمید کنبی)*

شعاع دایره را r و ضلع مربع را a می‌گیریم. داریم:

$$\text{محیط دایره}=\text{محیط مربع}\Rightarrow ۴a=۲\pi r\Rightarrow a=\frac{\pi r}{۲}$$

حال اختلاف مساحت‌ها معلوم است:

$$\text{مساحت دایره}-\text{مساحت مربع}=\pi r^۲-a^۲=\pi r^۲-\frac{\pi^۲ r^۲}{۴}$$

$$\Rightarrow \pi r^۲(۱-\frac{\pi}{۴})=۹\pi-\frac{۹\pi^۲}{۴}=۹\pi(۱-\frac{\pi}{۴})$$

$$\Rightarrow r^۲=۹\Rightarrow r=۳$$

دقت کنید طول شعاع عدد منفی نیست. حال محیط دایره، همان طول طناب است:

$$۲\pi r=۲\pi\times ۳=۶\pi$$

(هندسه، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینهٔ «۴» *(حمید کنبی)*

ابتدا «الف ب» و «ب الف» را دو حالت یک کتاب می‌گیریم و چهار جایگاه برای ما می‌ماند. پس در کل چهار کتاب به ۱×۲×۳×۴ حالت کنار هم قرار می‌گیرند.

$$\underline{۴} \times \underline{۳} \times \underline{۲} \times \underline{۱} = ۲۴,۲۴ \times ۲ = ۴۸$$

حال حالتی را که «ت ث» کنار یکدیگرند محاسبه و از تعداد کل حالت ها کم می‌کنیم، یعنی ۳ کتاب داریم که دو تا، دو حالت دارند. پس کل حالت‌های ممکن، ۱×۲×۳ است، هر چند دوتا از آن‌ها دو حالت دارند:

$$\underline{۳} \times \underline{۲} \times \underline{۱} = ۶,۶ \times ۲ \times ۲ = ۲۴$$

پس تعداد کل حالات مطلوب، $۴۸ - ۲۴ = ۲۴$ حالت است.

(اصل ضرب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینهٔ «۱» *(خرزاد شیرمحمدلی)*

در الگوی صورت سؤال داریم:

$$\frac{۹}{۲۱} + \frac{۸}{۱۴} = \frac{۳}{۷} + \frac{۴}{۷} = \frac{۷}{۷} = ۱$$

$$\frac{۵}{۳} + \frac{۲}{۶} = \frac{۱۰+۲}{۶} = \frac{۱۲}{۶} = ۲$$

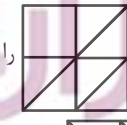
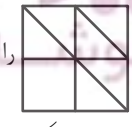
$$\frac{۱۹}{۱۳} + \frac{۶۰}{۳۹} = \frac{۵۷+۶۰}{۳۹} = \frac{۱۱۷}{۳۹} = ۳$$

$$\frac{۷۰}{۱۸} + \frac{?}{۹} = ۴ \Rightarrow \frac{۷۰+۲\times ?}{۱۸} = ۴$$

$$\Rightarrow ۷۰ + ۲? = ۷۲ \Rightarrow ? = \frac{۷۲-۷۰}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

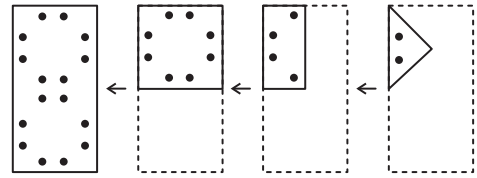
۲۶۶- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

روی هم افتادنِ برگه‌های دیگر گزینه‌ها، شکلِ  را می‌سازد و نود درجه چرخش پادساعتگرد آن، شکل  را حاصل می‌کند.

(کاغذ شفاف، هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینهٔ «۱» *(فاطمه راسخ)*

مراحلِ باز شدنِ کاغذ گزینهٔ «۱» و تبدیل به شکل صورت سؤال:



(تای کاغذ، هوش غیرکلامی)

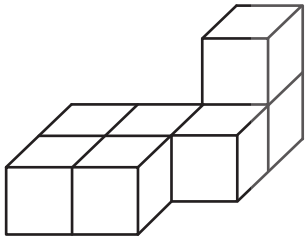
۲۶۸- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

دو وجه و در مکعب مستطیل حاصل از شکل گستردهٔ صورت سؤال روبه‌روی هم‌اند نه کنار هم.

(مجسم‌های غیرمنتظم، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینهٔ «۴» *(حمید کنبی)*

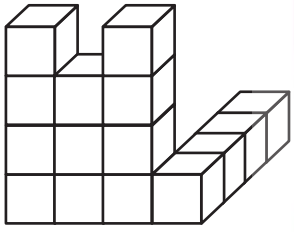
شکل درست گزینهٔ «۴»:



(تبدیل‌های فضایی، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۳» *(خرزاد شیرمحمّدلی)*

حجم موردنظر از ۱۵ مکعب واحد تشکیل شده است:



(نقشه‌کشی، هوش غیرکلامی)

ایران توشه
برای موفقیت