

تست توان، ریشه و اتحاد، تجزیه

تست ۱. اگر $0 < a < 1$ باشد و بدانیم $x = a\sqrt{-a}$, $y = \frac{a}{\sqrt{-a}}$ آنگاه کدام رابطه صحیح است؟ (ماز ۲۰ خرداد ۱۴۰۰)

(۱) $y < a < x$ (۲) $y < x < a$ (۳) $a < y < x$ (۴) $x < a < y$

تست ۲. اگر $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt[3]{3}$, $c = \sqrt[5]{5}$ آنگاه کدام صحیح است؟

(۱) $a < b < c$ (۲) $c < b < a$ (۳) $c < a < b$ (۴) $a < c < b$

تست ۳. حاصل $\frac{a^{2b} \times b^{2a}}{(2a)^{-b} \times (2b)^{-a}}$ به شرط برابر $a + b = 3$ کدام است؟

(۱) $2ab$ (۲) lab (۳) $(2ab)^3$ (۴) $(2a^b b^a)^3$

تست ۴. اگر $a^{2b} \times b^{2a} = a^{3b} \times b^{3a}$ باشد حاصل $a^b \times b^a$ کدام است؟ (a, b اعدادی صحیح هستند).

(آزمون ربوکاپ)

(۱) ۱ (۲) ۱- (۳) $(-1)^a$ (۴) b

تست ۵. فرض کنید $x = \sqrt[5]{4\sqrt{2}}$ باشد در این صورت حاصل $x \cdot \sqrt{\frac{2}{x}}$ را بدست آورید؟

تست ۶. اگر $x = \sqrt[3]{\frac{2}{\sqrt[4]{2}}}$ باشد حاصل $(x\sqrt{x})^{-2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ (۲) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$ (۴) ۲

تست ۷. حاصل $x = \sqrt[4]{2^3 \sqrt{2} \sqrt[3]{2}}$ برابر کدام است؟ (آزمون یوس ترکیه)

(۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt[3]{4}$ (۴) $\sqrt[4]{8}$

تست ۸. هرگاه عدد $a = \sqrt[3]{-\sqrt{75}}$ بین دو عدد صحیح متوالی باشد حاصل ضرب این دو عدد کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۲۰ (۳) ۶ (۴) ۳۰

تست ۹. بزرگترین عدد طبیعی مانند n که $\sqrt[3]{n} < \sqrt[3]{3}$ چقدر است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

تست ۱۰. اگر $\sqrt[n]{a\sqrt{a^2\sqrt[3]{a^4}\sqrt{a}}} = \sqrt[4]{a}$ مقدار n چقدر است؟

(۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

تست ۱۱. اگر $\sqrt[5]{27\sqrt{a}} = \sqrt[3]{5\sqrt{9}} = \sqrt[4]{a}$ مقدار $\sqrt[4]{a}$ چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt[4]{3}}{3}$ (۴) $3\sqrt{3}$

تست ۱۲. حاصل $\frac{\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[6]{2}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[9]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{2}$ (۳) $\sqrt[6]{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

تست ۱۳. با فرض $P = \frac{2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^8}{2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} + \dots + 2^{-9}}$ حاصل $\sqrt[10]{P}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[5]{2}$ (۲) $\sqrt[10]{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

تست ۱۴. معادله $x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$ چند جواب دارد؟ (۰)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

تست ۱۵. حاصل عبارت $\sqrt[3]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[2]{2\sqrt[3]{6}}$ کدام است؟

- (۱) $6\sqrt[6]{2}$ (۲) $3\sqrt[6]{32}$ (۳) $2\sqrt[6]{9}$ (۴) ۶

تست ۱۶. اگر $(\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{4})^n = 2^{16}$ ، عدد طبیعی n کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۱۲

تست ۱۷. فرض کنید $2^{a-b} = 8$, $3^{a+b} = 8$ باشد در این صورت حاصل $a^2 - b^2$ را بدست آورید. (آزمون SAT

آمریکا)

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۸

تست ۱۸. فرض کنید $2^x = 3^y$, $8^z = 1$ باشد حاصل $\frac{yz}{x}$ کدام است؟ (طراح کالوین لی)

تست ۱۹. اعداد نامنفی a , b در تساوی $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ صدق می کنند. کدام گزینه الزاماً صحیح است؟

- (۱) $ab = 1$ (۲) $a + b = 1$ (۳) $ab > 1$ (۴) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

تست ۲۰. اگر $0 < a < 1$ باشد حاصل $\sqrt{(a^2 - a)^2} + \sqrt{(a-1)^2}$ برابر کدام است؟

- (۱) $a^2 - 1$ (۲) $1 - a^2$ (۳) $a^2 - 1$ (۴) $1 - a$

تست ۲۱. کدام تساوی صحیح نیست؟

- (۱) $\sqrt[25]{x^{15}} = \sqrt[5]{x^3}$ (۲) $\sqrt[18]{x^{12}} = \sqrt[3]{x^2}$ (۳) $\sqrt[15]{x^{10}} = \sqrt[3]{x^2}$ (۴) $\sqrt[24]{x^8} = \sqrt[3]{x}$

تست ۲۲. حاصل $\sqrt{(1 - \sin x)^2}$ برابر کدام است؟

- (۱) $|\cos x|$ (۲) $\cos x$ (۳) $1 - \sin x$ (۴) $1 - |\sin x|$

تست ۲۳. اگر $1 < x < \infty$ باشد کدامیک از عبارات های زیر در مجموعه اعداد حقیقی معنی دار است؟ (قلمچی ۷ فروردین

(۱۴۰۰)

(۱) $\sqrt{x} - \sqrt{x}$ (۲) $\sqrt{x^2 - x}$ (۳) $\sqrt[3]{x} - x$ (۴) $\sqrt{x^3 - x^2}$

تست ۲۴. اگر $1 + 2a^2 + 4b^2 - 4ab - 2a + 1 = 0$ آنگاه حاصل $a + b$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۷۵)

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) 1 (۴) $\frac{1}{2}$

تست ۲۵. مجموع دو عدد برابر ۱۳ و مجموع مربعات آنها ۹۷ است. اختلاف دو عدد کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

تست ۲۶. اگر $a = \frac{3}{2}(1+b)$ حاصل $16a^2 - 48ab + 36b^2$ کدام است؟

(۱) ۴۸ (۲) ۳۶ (۳) ۲۴ (۴) ۱۶

تست ۲۷. اگر $7 = x + \frac{3}{x}$ باشد آنگاه مقدار $\left| x - \frac{3}{x} \right|$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{37}$

تست ۲۸. اگر $a + b - c = 4$ باشد حاصل $a^2 - b^2 + c^2 - 16$ کدام است؟

(۱) $2(bc - 4a)$ (۲) $2(4b - ac)$ (۳) $2(ab - 4c)$ (۴) $2(ac - 4b)$

تست ۲۹. اگر $a + \frac{4b^2}{a} = 5b$ مقدار مثبت $\frac{a+2b}{a-2b}$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $4/5$ (۴) ۹

تست ۳۰. اگر $\frac{1}{7} = \frac{x}{x^2 + x + 1}$ باشد مقدار $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{49}$ (۲) $\frac{1}{42}$ (۳) $\frac{1}{35}$ (۴) $\frac{1}{56}$

تست ۳۱. اگر $\frac{1}{7} = \frac{x}{x^2 + 2x + 3}$ باشد آنگاه حاصل $\frac{x^2}{x^4 + 3x^2 + 9}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{21}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۳) $\frac{1}{22}$ (۴) $\frac{1}{23}$

تست ۳۲. اگر $\frac{1}{7} = \frac{x}{x^2 + 2x + 3}$ باشد آنگاه حاصل $\frac{x^2}{x^4 + 3x^2 + 9}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{21}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۳) $\frac{1}{22}$ (۴) $\frac{1}{23}$

تست ۳۳. اگر $4 = x - \frac{1}{x-1}$ حاصل $\frac{1}{(x-1)^2} + (x-1)^2$ کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۱۱ (۳) ۱۴ (۴) ۱۸

تست ۳۴. با فرض $n \in \mathbb{N}, n \neq 1$ نزدیکترین عدد طبیعی به عبارت $\sqrt{9n^2 + 12n + 1}$ کدام عدد است؟

- (۱) $3n + 1$ (۲) $3n + 2$ (۳) $3n + 4$ (۴) $3n$

تست ۳۵. اگر $a - \frac{1}{a} = 1$ حاصل $a - \frac{1}{a} - \frac{4}{a^2} - \frac{4}{a^3}$ کدام است؟ (جهانبخش نیک نام)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۳۶. اگر $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 5$ و $a + b + c = 6abc$ مقدار $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۷ (۳) ۲۳ (۴) ۲۵

تست ۳۷. اگر $abc = 12, a^2 + b^2 + c^2 = 26, \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = \frac{2}{3}$ مقدار $ab + bc + ca$ چقدر است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴) ۲۱

تست ۳۸. اگر $a - \frac{1}{a} = 3$ مقدار $\frac{a^6 - a^4 + a^2 - 1}{-a^2 + a^4}$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

تست ۳۹. : اگر $x^{\sqrt{2}} = 4$ باشد حاصل $x^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + \sqrt[3]{(1 + \sqrt{2})\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}}$ کدام است؟ (کتاب جامع سنجش)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) تعریف نشده

تست ۴۰. اگر $a - \frac{1}{a} = 2$ مقدار $a^2 - \frac{1}{a^2}$ چقدر است؟ ()

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $8\sqrt{2}$

تست ۴۱. اگر $\sqrt{x - a} + \sqrt{x} = 1, \sqrt{x - a} - \sqrt{x} = a + 1$ مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

تست ۴۲. اگر $\sqrt{x + 3} - \sqrt{x - 1} = 5$ حاصل $\sqrt{x + 3} + \sqrt{x - 1}$ کدام است؟

- (۱) $0/5$ (۲) $0/75$ (۳) $1/25$ (۴) $0/18$

تست ۴۳. اگر $x = \sqrt{a} + \sqrt{a - 1}$ باشد حاصل $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ کدام است؟ ($a > 1$)

- (۱) $\frac{2}{a}$ (۲) $\frac{4}{a}$ (۳) $2a$ (۴) $4a$

تست ۴۴. حاصل $P = \frac{1}{\sqrt{3 - a}} + \frac{1}{\sqrt{3 + a}}$ به ازای $a = \sqrt{3} - \sqrt{3}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) $\sqrt{3}$

تست ۴۵. مقدار عبارت $(2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)$ برابر است با:

- ۱) $2^{16} + 1$ (۲) $2^{32} + 1$ (۳) $2^{16} - 1$ (۴) $2^{32} - 1$ (۴)

تست ۴۶. جواب معادله $x^{\sqrt{5}-2} = \sqrt{3}$ کدام است؟

- ۱) $(\sqrt{3})^{\sqrt{5}}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}+2}{3-2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}-2}{3-2}$ (۴) $(\sqrt{5})^{\sqrt{3}}$

تست ۴۷. ساده شده عبارت $\left(\frac{\sqrt{6}-2}{2}\right)^{\sqrt{2}-1} \times (\sqrt{6}+2)^{\sqrt{2}+1}$ کدام است؟

- ۱) $10 + 4\sqrt{6}$ (۲) $8 + 4\sqrt{6}$ (۳) $1 + \sqrt{6}$ (۴) $10 + 4\sqrt{6}$

تست ۴۸. اگر $x^2 - y^2 = -4$, $x^2 + xy + y^2 = 43$ آنگاه مقدار مثبت xy کدام است؟

- ۱) 3 (۲) $\sqrt{5}$ (۳) 4 (۴) $\sqrt{6}$

تست ۴۹. توان چهارم عبارت $A = (\sqrt{2}\sqrt{3} + 3 + \sqrt{2}\sqrt{3} - 3)$ کدام است؟

- ۱) 102 (۲) 92 (۳) 96 (۴) 108

تست ۵۰. اگر $\sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{5 + \sqrt{n}} = 1$ مقدار n کدام است؟

- ۱) 6 (۲) 24 (۳) 18 (۴) 12

تست ۵۱. اگر $\frac{a}{\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}-2} = \sqrt[3]{9}$ باشد حاصل $\frac{a}{3}$ کدام است؟ (ماز ۱۴۰۰/۴/۲)

- ۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt[3]{3}$ (۳) $-\sqrt[4]{3}$ (۴) $-\sqrt{3}$

تست ۵۲. ساده شده عبارت $\frac{(3 + \sqrt{2})^2 - 11}{\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}} + 1}$ کدام است؟ (۷ فروردین گاج ۹۰)

- ۱) 5 (۲) 6 (۳) 7 (۴) 4

تست ۵۳. اگر $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$ باشد آنگاه حاصل $\frac{2}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$ برابر کدام است؟ (از کتاب جمع بندی

ریاضیات تجربی مهر و ماه - میلاد منصوری - محمد گودرزی - کیان کریمی)

- ۱) $5(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})$ (۲) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$ (۳) 120 (۴) $2(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})$

تست ۵۴. اگر $A = \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$ مقدار $\left(A + \frac{1}{A}\right)^2$ کدام است؟ (آزمون ۳ ماز ۱۴۰۰)

- ۱) $\frac{49}{6}$ (۲) 4 (۳) $7 + 4\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{37}}{6}$

تست ۵۵. هرگاه $a = \frac{8}{(16 + \sqrt{240})(4 + \sqrt{240})(2 + \sqrt{240})}$ باشد حاصل عبارت $\frac{1}{1 - (1-a)^8}$ کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

تست ۵۶. اگر $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = 2$ آنگاه $\frac{1-a^2}{a}$ کدام است؟ (۵ فروردین ۱۴۰۰)

(۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $-4\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

تست ۵۷. حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{y - 5x}{x - y}$ کدام است؟ ($x \neq 0, y \neq 0$)

(۵ فروردین گزینه دو)

(۱) ۲ (۲) $\frac{2y}{x-y}$ (۳) -۳ (۴) $\frac{3y+x}{x-y}$

تست ۵۸. مقدار عددی عبارت $A = \frac{(2 + \sqrt{2})^2}{2 - \sqrt{2}} - \sqrt{98}$ کدام است؟ (ماز ۲۰ فروردین ۱۴۰۰)

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

تست ۵۹. عبارت $A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}$ برابر کدام است؟ (گزینه دو ۵ فروردین ۱۴۰۰)

(۱) $\frac{3 + \sqrt{6} + \sqrt{15}}{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{10}}{6}$
 (۳) $\frac{2 + \sqrt{6} + \sqrt{10}}{10}$ (۴) $\frac{2 + \sqrt{6} - \sqrt{10}}{6}$

تست ۶۰. اگر $1 = \frac{1}{1 + 4^{1-x}} + \frac{1}{1 + 8^x}$ باشد آنگاه x کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) $\frac{1}{2}$

تست ۶۱. حاصل $P = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ برابر است با:

(۱) $\sqrt{3} + 2$ (۲) $1 + \sqrt{3}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

تست ۶۲. حاصل عبارت $(\sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5}) \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) ۲ (۴) ۱

تست ۶۳. حاصل $P = \sqrt[4]{3 - 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{2}}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

تست ۶۴. فرض کنید $a = 2 + 2\sqrt{2}, b = 2 - 2\sqrt{2}$ باشد در این صورت حاصل $\frac{1}{(a+1)^2} + \frac{1}{(b+1)^2}$ برابر کدام است؟

(از کتاب جمع بندی ریاضیات تجربی مهر و ماه - میلاد منصوری - محمد گودرزی - کیان کریمی)

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2} - 1$ (۴) $\sqrt{2} + 1$

تست ۶۵. ساده شده عبارت $\frac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}} - \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{30}+3\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \sqrt{9-4\sqrt{2}}$ برابر کدام است؟ (۲۵)

اردیبهشت ۱۴۰۰

- (۱) $4\sqrt{2}-1$ (۲) $2\sqrt{6}+1$ (۳) $4\sqrt{2}-1$ (۴) صفر

تست ۶۶. حاصل $(2+\sqrt{3})^9 \sqrt{7-4\sqrt{3}} (7-4\sqrt{3})^3$ کدام است؟ (۷ خرداد ۱۴۰۰)

- (۱) $2-\sqrt{3}$ (۲) $2+\sqrt{3}$ (۳) $4+2\sqrt{3}$ (۴) $7+4\sqrt{3}$

تست ۶۷. حاصل عبارت $\frac{\sqrt[6]{7-4\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{4-2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6+4\sqrt{2}}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

تست ۶۸. حاصل $\sqrt{10+2\sqrt{21}} + \sqrt{10-2\sqrt{21}}$ چند $\sqrt{7}$ برابر است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

تست ۶۹. حاصل عبارت $\frac{x^2+2x-3}{x^2-9} \div \frac{x^2-6x-7}{x^2-10x+21}$ به ازای $x=\sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) $3+2\sqrt{2}$ (۲) $3-2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}+1$ (۴) $\sqrt{2}-1$

تست ۷۰. ساده شده عبارت $\frac{2x^2+3x-5}{x^2+x-2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2x-5}{x+2}$ (۲) $\frac{2x+5}{x-2}$ (۳) $\frac{2x+5}{x+2}$ (۴) $\frac{2x-5}{x-2}$

تست ۷۱. اگر $a^3+3ab^2=152$ و $b^3+3a^2b=98$ باشد حاصل $\frac{a-b}{a+b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{8}$

تست ۷۲. مجموع مکعب های دو عدد طبیعی متوالی از دو برابر مکعب عدد بزرگتر ۹۱ واحد کمتر است. عدد کوچکتر کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

تست ۷۳. اگر $a+b=4$ ، $ab=2$ ، آنگاه حاصل a^3+b^3 کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۸ (۳) ۴۰ (۴) ۴۲

تست ۷۴. اگر $x^4-6x^2+4=0$ ، آنگاه حاصل $\frac{x^6}{x^{12}+64}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{72}$ (۲) $\frac{1}{108}$ (۳) $\frac{1}{144}$ (۴) $\frac{1}{9}$

تست ۷۵. $a = \sqrt[3]{6 + \sqrt{\frac{847}{27}}} + \sqrt[3]{6 - \sqrt{\frac{847}{27}}}$ برابر کدام عدد است؟ (جهانبخش نیک نام)

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

تست ۷۶. مقدار $(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{4}) \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}$ چقدر است؟

- ۱ (۱) $\sqrt[3]{4}$ (۲) $\sqrt[3]{9}$ (۳) $2\sqrt[3]{4}$ (۴) $2\sqrt[3]{9}$

تست ۷۷. حاصل عبارت $A = \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 2} + \frac{5}{\sqrt[3]{32} + \sqrt[3]{2} - 2}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt[3]{2} + 1$ (۲) $\sqrt[3]{4} - 1$ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۴) $\sqrt[3]{4}$

تست ۷۸. مقدار عبارت $64 + (x^2 + 2x + 4)(x^3 + 8)(x - 2)$ به ازای $x = \sqrt{2}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

تست ۷۹. اگر $x - 1 = \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2} + 1}$ باشد حاصل $\left(\frac{1}{x} + 1\right)^6$ چقدر است؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) $\sqrt[3]{16} - 1$ (۴) $\sqrt[3]{16} + 1$

تست ۸۰. کسر $\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}$ برابر کدام است؟

- ۱ (۱) $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(3\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{9} + 4)$ (۲) $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(3\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{9} + 4)$
 ۳ (۳) $(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})(3\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{9} + 4)$ (۴) $(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})(3\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{9} + 1)$

تست ۸۱. حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}$ پس از گویا کردن کدام است؟ (کتاب درسی)

- ۱ (۱) $\sqrt[3]{2} - 1$ (۲) $\sqrt[3]{2} + 1$ (۳) $\sqrt[3]{2} - 1$ (۴) $\sqrt[3]{2} + 1$

تست ۸۲. اگر $a + \sqrt[3]{b} = \frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1} - \sqrt[3]{2\sqrt[3]{4}}$ مجموع اعداد صحیح a و b کدام است؟ (فورتیک)

- ۱ (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۲

تست ۸۳. اگر $a^3 + b^3 = 16$ باشد حاصل $\frac{a^2 + 2a + 4}{b^2 + 2b + 4}$ کدام است؟ ($a, b \neq 2$)

- ۱ (۱) $\frac{a-2}{b-2}$ (۲) $\frac{2-a}{b-2}$ (۳) $\frac{b-2}{a-2}$ (۴) $\frac{b-2}{2-a}$

تست ۸۴. اگر $(a-b)^2 = 2ab, a > b > 0$ حاصل $\frac{a^3 + b^3}{a^3 - b^3}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $0/4\sqrt{3}$ (۲) $0/4\sqrt{6}$ (۳) $0/6\sqrt{2}$ (۴) $0/6\sqrt{3}$

تست ۸۵. ساده شده عبارت $\frac{(x^2+x)^2 - 18(x+x) + 72}{(x-3)(x+3)}$ برابر کدام است؟ (از کتاب جمع بندی ریاضیات

تجربی مهر و ماه - میلاد منصوری - محمد گودرزی - کیان کریمی)

(۱) $x^2 - 2x - 8$ (۲) $x^2 + 2x + 8$ (۳) $x^2 + 2x - 8$ (۴) $x^2 - 2x + 8$

تست ۸۶. اگر برای دو عدد a, b داشته باشیم $a^2 - 3a = 1, 2a^2 + 3b = 2, ab \neq 1$ حاصل $\frac{ab+a+1}{b}$ کدام

است؟ (جهانبخش نیک نام)

(۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

تست ۸۷. در تجزیه عبارت $2a^2 - 3ab - 2b^2$ کدام عامل وجود دارد؟

(۱) $a + 2b$ (۲) $2a - b$ (۳) $a - 2b$ (۴) $a + b$

تست ۸۸. در تجزیه $16x^4 - y^4$ کدام عامل وجود ندارد؟

(۱) $2x - y$ (۲) $2x + y$ (۳) $4x^2 + y^2$ (۴) $2x^2 + y^2$

تست ۸۹. در تجزیه $x^4 + 2x^2 + 9$ چند عامل اول وجود دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

تست ۹۰. یکی از عامل های عبارت $x^4 + x^2 + 1$ برابر $x^2 + ax + b$ می باشد. مقدار ab کدام است؟

(۱) ۱ یا -۱ (۲) ۱ یا -۲ (۳) ۲ یا -۲ (۴) ۱ یا -۱

تست ۹۱. عبارت $x^2 - 144$ بر کدام یک از عبارت های زیر بخش پذیر نیست؟

(۱) $x + 4$ (۲) $x - 4$ (۳) $x + 2$ (۴) $x - 8$

تست ۹۲. کدام عامل در تجزیه عبارت $4x^4 - 16x^2y^2 + 9y^4$ وجود دارد؟

(۱) $2x^2 - xy + 3y^2$ (۲) $2x^2 + xy + 3y^2$

(۳) $2x^2 + 3xy + 3y^2$ (۴) $2x^2 - 2xy - 3y^2$

پاسخنامه تست توان، ریشه و اتحاد، تجزیه

۱. پاسخ: گزینه ۱

$$a = -\frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)} = -\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}$$

$$y = \frac{a}{\sqrt{-a}} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} < -\frac{1}{4} < -\frac{1}{8} \Rightarrow y < a < x$$

۲. پاسخ: گزینه ۳

اعداد a, b, c را به صورت اعدادی با فرجه برابر می نویسیم چون ۲، ۳ و ۵ نسبت به هم اول هستند پس ۳۰ فرجه مشترک فواید بود.

$$a = \sqrt{2} = \sqrt[30]{2^{15}}$$

$$b = \sqrt[3]{3} = \sqrt[30]{3^{10}}$$

$$c = \sqrt[5]{5} = \sqrt[30]{5^6}$$

حال باید سه عدد $2^{15}, 3^{10}, 5^6$ را مقایسه کنیم. ابتدا 2^{15} و 3^{10} را مقایسه می کنیم:

$$3^{10} = (3^2)^5 = 9^5$$

$$2^{15} = (2^3)^5 = 8^5 \Rightarrow 9^5 > 8^5 \Rightarrow 3^{10} > 2^{15}$$

و سپس نشان می دهیم $2^{15} > 5^6$ است:

$$2^{15} = (2^5)^3 = 32^3$$

$$5^6 = (5^2)^3 = 25^3 \Rightarrow 32^3 > 25^3 \Rightarrow 2^{15} > 5^6$$

در نتیجه $3^{10} > 2^{15} > 5^6$ پس داریم: $b > a > c$

۳. پاسخ: گزینه ۴

دقت کنید که داریم:

$$\frac{a^{2b} \times b^{2a}}{(2a)^{-b} \times (2b)^{-a}} = \frac{a^{2b} \times b^{2a} \times (2a)^b \times (2b)^a}{1} = a^{2b} \times b^{2a} \times 2^b a^b$$

$$2^a b^a = 2^{a+b} \times a^{2b} \times b^{2a} = 2^3 a^{2b} b^{2a} = (2^3 a^2 b^2)^3$$

۴. پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{a^{2b} \times b^{2a}}{(2a)^{-b} \times (2b)^{-a}} = 2^{a+b} \times a^{2b} \times b^{2a} \Rightarrow 2^{a+b} a^{2b} \times b^{2a} = a^{2b} \times b^{2a}$$

$$\Rightarrow 2^{a+b} = 1 \Rightarrow a+b = 0 \Rightarrow \boxed{b = -a}$$

$$a^b \times b^a = a^{-a} \times (-a)^a = a^{-a} \times (-1)^a \times a^a = a^0 \times (-1)^a = (-1)^a$$

۵. پاسخ: \Rightarrow

$$x = \sqrt[5]{4\sqrt{2}} = x^{10} = 4^2 \times 2 \Rightarrow x^{10} = 2^4 \times 2 = 2^5 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$A = \sqrt{x^2 \sqrt{\frac{2}{x}}} \Rightarrow A^6 = x^3 \cdot \frac{2}{x} = 2x^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$\Rightarrow A = \sqrt[6]{4} = \sqrt[3]{2}$$

۶. پاسخ: گزینه ۳

$$x = \sqrt[2]{\frac{2}{\sqrt[4]{2}}} = x^{12} = \frac{2^2}{2} = 2^3 \Rightarrow x = \sqrt[4]{2}$$

$$(x\sqrt{x})^{-2} = (x^{\frac{3}{2}})^{-2} = x^{-3} = \frac{1}{x^3} = \frac{1}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{8}}$$

۷. پاسخ: گزینه ۴

$$x^{24} = 2^6 \times 2^2 \times 2^1 = 2^9$$

$$\Rightarrow x^8 = 2^3 \Rightarrow x = \sqrt[8]{2^3} = \sqrt[8]{8}$$

۸. پاسخ: گزینه ۳

ابتدا عدد a را ساده می کنیم:

$$a = \sqrt{-\sqrt{75}} = -\sqrt[3]{\sqrt{75}} = -\sqrt[3]{2 \times 75} = -\sqrt[3]{150} \Rightarrow a = -\sqrt[3]{150} \quad (*)$$

همچنین می دانیم که:

$$2^6 < 75 < 3^6 \xrightarrow{\text{ریشه ششم مثبت رو حساب کن.}} 2 < \sqrt[6]{75} < 3$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} -3 < -\sqrt[6]{75} < -2 \xrightarrow{(*)} -3 < a < -2$$

بنابراین عدد a بین دو عدد صحیح (-3) و (-2) هست که حاصل ضرب این دو عدد ۶ است.

۹. پاسخ: گزینه ۳

چون دو طرف نابرابری $\sqrt[4]{n} < \sqrt[3]{3}$ مثبت اند می توانیم دو طرف را به توان ۱۲ برسانیم در این صورت:

$$\sqrt[4]{n} < \sqrt[3]{3} \Rightarrow (\sqrt[4]{n})^{12} < (\sqrt[3]{3})^{12} \Rightarrow n^3 < 3^4 = 81$$

چون $n^3 = 81$ پس بیشترین مقدار n برابر ۳ است.

۱۰. پاسف: گزینه ۴

$$A = \sqrt[n]{a \sqrt{a^2 \sqrt{a^3 \sqrt{a^4 \sqrt{a^5}}}}} = \sqrt[4]{a}$$

طرفین را به توان $12n$ می‌رسانیم

$$\Rightarrow A^{12n} = a^{12} \times a^{12} \times a^8 \times a^4 = a^{3n}$$

$$a^{33} = a^{3n} \Rightarrow 33 = 3n \Rightarrow n = 11$$

۱۱. پاسف: گزینه ۲

$$\sqrt[3]{3\sqrt{9}} = \sqrt[5]{27\sqrt{a}}$$

طرفین را به توان ۱۵ می‌رسانیم

$$3^4 \times 9 = 27^3 \times a \Rightarrow 3^5 \times 3^2 = 3^9 \times a \Rightarrow a = 3^{-2}$$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{3^{-2}} = \sqrt{3^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۲. پاسف: گزینه ۲

❖ راه اول) فرض کنید $\sqrt[6]{2} = a$ در این صورت:

$$\sqrt[6]{2} = a \Rightarrow 2^{\frac{1}{6}} = a \Rightarrow \left(2^{\frac{1}{6}}\right)^3 = a^3 \Rightarrow 2^{\frac{1}{2}} = a^3 \Rightarrow \sqrt{2} = a^3$$

$$\sqrt[6]{2} = a \Rightarrow 2^{\frac{1}{6}} = a \Rightarrow \left(2^{\frac{1}{6}}\right)^2 = a^2 \Rightarrow 2^{\frac{1}{3}} = a^2 \Rightarrow \sqrt[3]{2} = a^2$$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[6]{2}} = \frac{a^3 + a^2}{1 + a} = \frac{a^2(a+1)}{1+a} = a^2 = \sqrt[6]{2}$$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[6]{2}} = \frac{\sqrt[6]{2}(\sqrt[6]{2} + 1)}{1 + \sqrt[6]{2}} = \sqrt[6]{2} \quad \text{❖ راه دوم) توجه کنید که:}$$

۱۳. پاسف: گزینه ۳

از صورت و مخرج کسر زیر کوچکترین توان را فاکتور می‌گیریم:

$$P = \frac{2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^8}{2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} + \dots + 2^{-9}} = \frac{2(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^7)}{2^{-9}(2^7 + 2^6 + \dots + 1)} = \frac{2}{2^{-9}} = 2^{10}$$

$$\Rightarrow \sqrt[10]{P} = \sqrt[10]{2^{10}} = 2$$

برابر مخرج آن است.

در واقع اگر مخرج کسر P را در 2^{10} ضرب کنیم صورت کسر ایحاد می‌شود.

۱۴. پاسف: گزینه ۳

طرفین معادله را به عامل های توان دار با پایه های یکسان تبدیل می کنیم:

$$x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x = x^{x\sqrt{x}} = (x^{\frac{1}{2}})^x \Rightarrow x^{x\sqrt{x}} = (x^{\frac{3}{2}})^x \Rightarrow x^{x\sqrt{x}} = x^{\frac{3}{2}x}$$

حالا چون داریم $x^{x\sqrt{x}} = x^{\frac{3}{2}x}$ و می دانیم ۱ به هر توانی برابر ۱ است پس یک جواب $x=1$ است برای پیدا کردن بقیه جواب ها با فرض $x \neq 1$ توان ها را مساوی قرار می دهیم:

$$x\sqrt{x} = \frac{3}{2}x \Rightarrow x\sqrt{x} - \frac{3}{2}x = 0 \Rightarrow x\left(\sqrt{x} - \frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

پس دو جواب $x = \frac{9}{4}, x = 1$ داریم.

۱۵. پاسف: گزینه ۲

$$\sqrt[6]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{2^4 \sqrt[2]{6}} \Rightarrow A^{12} = (2^2 \times 3)^2 \times (3^3 \times 2)^3 \times (2^4 \sqrt[2]{6})^4$$

$$= 2^4 \times 3^2 \times 3^9 \times 2^2 \times 2^4 \times (2 \times 3) = 2^{12} \times 3^{12} \Rightarrow A = 2 \times 3 = 6$$

۱۶. پاسف: گزینه ۲

می دانیم $\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a$ (پس: $a > 0$)

طرفین را به توان ۹ می رسانیم:

$$(4^3 \times 4)^n = 2^{144} \Rightarrow (4^4)^n = 4^{72} \Rightarrow 4^{4n} = 4^{72} \Rightarrow 4n = 72 \Rightarrow n = 18$$

۱۷. پاسف: گزینه ۱

$$r^{a-b} = 81 \Rightarrow (r^{a-b})^{a+b} = (81)^{a+b}$$

$$r^{a^2-b^2} = (3^4)^{a+b}$$

$$r^{a^2-b^2} = (3^{a+b})^4 = 81^4 = 2^{12} \Rightarrow a^2 - b^2 = 12$$

۱۸. پاسف: دقت کنید که داریم:

$$8^z = 81 \Rightarrow 2^{3z} = 3^4$$

دو طرف را به توان x می رسانیم:

$$2^{3zx} = (3^4)^x \Rightarrow (2^x)^{3z} = 3^{4x}$$

$$\Rightarrow (3^y)^{3z} = 3^{4x} \Rightarrow 3^{3yz} = 3^{4x} \Rightarrow 3yz = 4x \Rightarrow \frac{yz}{x} = \frac{4}{3}$$

۱۹. پاسخ: گزینه ۴

دو طرف را به توان دو می‌رسانیم:

$$a + b + 2\sqrt{ab} = a + b \Rightarrow ab = 0$$

مراقب a یا b صفر است. در این صورت گزینه ۴ صحیح است.

۲۰. پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{(a^2 - a)^2} + \sqrt{(a - 1)^2} = |a^2 - a| + |a - 1|$$

$$\text{چون } 0 < a < 1 \text{ است پس } a^2 < a \text{ است لذا: } |a^2 - a| + |a - 1| = a - a^2 + 1 - a = 1 - a^2$$

۲۱. پاسخ: گزینه ۴

۱) $\sqrt[2]{x^{15}} = \sqrt[5]{x^3}$ تساوی کاملاً صحیح است زیرا توان و فرجه به ۵ که عددی فرد است، ساده شدند و لذا پایه لازم نیست قدرمطلق بگیرد.

۲) رابطه $\sqrt[1]{x^{12}} = \sqrt[3]{x^2}$ به دلایل جایی درست است. می‌دانیم توان و فرجه به عدد ۶ که زوج است ساده شده اند و پایه باید

قدرمطلق بگیرد. یعنی: $\sqrt[1]{x^{12}} = \sqrt[3]{|x|^2}$ اما $|x|^2 = x^2$ است و لذا: $\sqrt[3]{|x|^2} = \sqrt[3]{x^2}$ پس این رابطه هم درست است. ۳) به دلیل مشابه به گزینه ۱ نادرست است.

۴) این تساوی غلط است زیرا توان و فرجه را به ۸ ساده کرده است. قدرمطلق نگذاشته. رابطه $\sqrt[4]{x^8} = \sqrt[3]{x}$ درست است.

۲۲. پاسخ: گزینه ۳

$$\sqrt{(1 - \sin x)^2} = |1 - \sin x|$$

اما در فصل مثلثات فوایدیم که عبارت های $1 \pm \sin x$, $1 \pm \cos x$ همگی نامنفی هستند در نتیجه:

$$|1 - \sin x| = 1 - \sin x$$

۲۳. پاسخ: گزینه ۳

$$۱) \sqrt{x} - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x \geq \sqrt{x} \Rightarrow x \geq 1 \quad \times$$

$$۲) \sqrt{x^2 - x} \geq 0 \Rightarrow \frac{0}{+} \quad | \quad \frac{1}{-} \quad | \quad \frac{1}{+} \quad \times$$

$$۳) \sqrt[3]{x} - x \geq 0 \Rightarrow \sqrt[3]{x} \geq x \Rightarrow x \geq x^3 \Rightarrow x^3 - x \leq 0$$

$$\Rightarrow x(x-1)(x+1) \leq 0 \Rightarrow \frac{-1}{-} \quad | \quad \frac{0}{+} \quad | \quad \frac{1}{-} \quad | \quad \frac{1}{+} \quad \checkmark$$

$$۴) \sqrt{x^3 - x^2} \geq 0 \Rightarrow x^2(x-1) \geq 0 \Rightarrow \frac{0}{-} \quad | \quad \frac{1}{-} \quad | \quad \frac{1}{+} \quad \times$$

۲۴. پاسخ: گزینه ۲

$$2a^2 + 4b^2 - 4ab - 2a + 1 = 0 \Rightarrow a^2 - 4ab + 4b^2 + a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow \underbrace{(a-2b)^2} + \underbrace{(a-1)^2} = 0$$

چون مجموع دو عبارت نامنفی صفر شده است پس هر کدام باید صفر باشند.

$$\Rightarrow \begin{cases} a-2b=0 \Rightarrow a=2b \\ a-1=0 \Rightarrow a=1 \end{cases} \Rightarrow b=\frac{1}{2} \Rightarrow a+b=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

۲۵. پاسخ: گزینه ۲

اگر دو عدد را a و b فرض کنیم داریم $a+b=13$, $a^2+b^2=97$, باید اختلاف دو عدد یعنی $|a-b|$ را پیدا کنیم می دانیم:

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2) \Rightarrow 13^2 + (a-b)^2 = 2(97)$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 = 194 - 169 \Rightarrow (a-b)^2 = 25 \Rightarrow |a-b| = 5$$

۲۶. پاسخ: گزینه ۲

عبارتی که حاصل آن را می خواهیم به صورت زیر ساده می شود:

$$16a^2 - 48ab + 36b^2 = 4(4a^2 - 12ab + 9b^2) = 4(2a-3b)^2 \quad (*)$$

حالا باید از تساوی داده شده کمک بگیریم:

$$a = \frac{3}{2}(1+b) \xrightarrow{\times 2} 2a = 3(1+b) \Rightarrow 2a = 3 + 3b \Rightarrow 2a - 3b = 3$$

$$\xrightarrow{(*)} 4(3)^2 = 36$$

۲۷. پاسخ: گزینه ۴ از نتیجه اتحادها استفاده می کنیم:

$$(A+B)^2 - (A-B)^2 = 4AB$$

$$\left(x + \frac{3}{x}\right)^2 - \left(x - \frac{3}{x}\right)^2 = 4(x) \underbrace{\left(\frac{3}{x}\right)}_{12} \xrightarrow{\text{جایگذاری کن}} 7^2 - \left(x - \frac{3}{x}\right)^2 = 12$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{3}{x}\right)^2 = 37 \Rightarrow \left|x - \frac{3}{x}\right| = \sqrt{37}$$

۲۸. پاسخ: گزینه ۴

اگر طرفین فرض را به توان ۲ برسانیم علامت a^2 , b^2 , c^2 مثبت فواید شد اما در حکم چون علامت b^2 منفی است پس بهتر است b را به سمت دیگر فرض برده و بعد به توان ۲ برسانیم:

$$a + b - c = 4 \Rightarrow a - c = 4 - b \Rightarrow (a - c)^2 = (4 - b)^2 \Rightarrow a^2 + c^2 - 2ac = 16 + b^2 - 8b$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 + c^2 - 16 = 2ac - 8b = 2(ac - 4b)$$

۲۹. پاسخ: گزینه ۱

در رابطه $a + \frac{4b^2}{a} = 5b$ با ضرب دو طرف در a داریم: $a^2 + 4b^2 = 5ab$

سوال از ما $\frac{a+2b}{a-2b}$ را فواسته اگر آن را به توان ۲ برسانیم شبیه همین چیزی می شود که در بالا داریم ببینید:

$$x = \frac{a+2b}{a-2b} \Rightarrow x^2 = \frac{a^2 + 4b^2 + 4ab}{a^2 + 4b^2 - 4ab} \xrightarrow[\text{می گذاریم } 5ab]{\text{به جای } a^2 + 4b^2} \frac{5ab + 4ab}{5ab - 4ab} = \frac{9ab}{1ab} = 9$$

پس $x = 3$

۳۰. پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{x}{x^2 + x + 1} = \frac{1}{7} \xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{تفضیل صورت}} \frac{x}{x^2 + 1} = \frac{1}{6} \xrightarrow[\text{به توان ۲}]{\text{تفضیل صورت}} \frac{x^2}{x^4 + 2x^2 + 1} = \frac{1}{36}$$

$$\xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{تفضیل صورت}} \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{1}{35}$$

۳۱. پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{x}{x^2 + 2x + 3} = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{x^2 + 2x + 3}{x} = 7 \Rightarrow x + 2 + \frac{3}{x} = 7 \Rightarrow x + \frac{3}{x} = 5$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{9}{x^2} + 6 = 25 \Rightarrow x^2 + \frac{9}{x^2} = 19 \Rightarrow \frac{x^4 + 9}{x^2} = 19$$

با توجه به این که مسئله را از ما $\frac{x^2}{x^4 + 3x^2 + 9}$ می فواهد به دو طرف (*) باید ۳ واحد اضافه کنیم و سپس آن را معکوس کنیم:

$$\frac{x^4 + 9}{x^2} + 3 = 22 \Rightarrow \frac{x^4 + 3x^2 + 9}{x^2} = 22 \Rightarrow \frac{x^2}{x^4 + 3x^2 + 9} = \frac{1}{22}$$

راه حل (دو)

$$\frac{2x}{x^2 + 2x + 3} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{2x}{x^2 + x} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{x}{x^2 + 3} = \frac{1}{5}$$

$$\xrightarrow[\text{به توان ۲}]{\text{توضیح}} \frac{x^2}{x^4 + 6x^2 + 9} = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{3x^2}{x^4 + 6x^2 + 9} = \frac{3}{25} \Rightarrow \frac{3x^2}{x^4 + 3x^2 + 9} = \frac{3}{22}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x^4 + 3x^2 + 9} = \frac{1}{22}$$

۳۲. پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{x}{x^2 + 2x + 3} = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{x^2 + 2x + 3}{x} = 7 \Rightarrow x + 2 + \frac{3}{x} = 7 \Rightarrow x + \frac{3}{x} = 5$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{9}{x^2} + 6 = 25 \Rightarrow x^2 + \frac{9}{x^2} = 19 \Rightarrow \frac{x^4 + 9}{x^2} = 19$$

با توجه به این که مسئله را از ما می خواهر به دو طرف (*) باید ۳ واحد اضافه کنیم و سپس آن را معکوس کنیم:

$$\frac{x^4 + 9}{x^2} + 3 = 22 \Rightarrow \frac{x^4 + 3x^2 + 9}{x^2} = 22 \Rightarrow \frac{x^2}{x^4 + 3x^2 + 9} = \frac{1}{22}$$

راه حل (دو)

$$\frac{2x}{x^2 + 2x + 3} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{2x}{x^2 + x} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{x}{x^2 + 3} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x^4 + 6x^2 + 9} = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{3x^2}{x^4 + 6x^2 + 9} = \frac{3}{25} \Rightarrow \frac{3x^2}{x^4 + 3x^2 + 9} = \frac{3}{22}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x^4 + 3x^2 + 9} = \frac{1}{22}$$

۳۳. پاسخ: گزینه ۲

دو طرف را منهای کرده و سپس به توان دو می رسانیم:

$$x - 1 - \frac{1}{x-1} = 3 \Rightarrow (x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2 = 9 \Rightarrow (x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} = 11$$

۳۴. پاسخ: گزینه ۲

$$(3n+1)^2 = 9n^2 + 6n + 1, (3n+2)^2 = 9n^2 + 12n + 4$$

پس با فرض طبیعی بودن n داریم: $(3n+1)^2 < 9n^2 + 12n + 1 < (3n+2)^2$

$$\text{در نتیجه: } 3n+1 < \sqrt{9n^2 + 12n + 1} < 3n+2$$

که با توجه به آن که اختلاف $9n^2 + 12n + 1$ ، $(3n+2)^2$ کمتر از اختلاف $(3n+1)^2$ است

پس $\sqrt{9n^2 + 12n + 1}$ به $3n+2$ نزدیکتر است.

۳۵. پاسخ: گزینه ۳ [حل از ایمان نخستین]

$$a - \frac{1}{a} = 1 \xrightarrow{\text{به توان } 2} a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = 1 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 3 \quad (1)$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 3 \xrightarrow{\text{به توان } 2} a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 = 9 \Rightarrow a^4 + \frac{1}{a^4} = 7 \quad (2)$$

$$a - \frac{1}{a} = 1 \longrightarrow a^2 - a = 1 \Rightarrow 4a^2 - 4a = 4 \quad (3)$$

حال به حل مسئله می پردازیم:

$$\begin{aligned} & a^4 + \frac{1}{a^4} - \frac{4}{a^2} - 4a^2 + 4a^2 - \frac{4}{a} + 4a - 4a \\ &= \left(a^4 + \frac{1}{a^4} \right) - 4 \left(a^2 + \frac{1}{a^2} \right) - 4 \left(a - \frac{1}{a} \right) + 4a^2 - 4a \\ &= 7 - (4 \times 3) + (4 \times 1) + 4 = 7 - 12 + 4 + 4 = 3 \end{aligned}$$

۳۶. پاسخ: گزینه ۱

توجه کنید که $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 2 \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \right)$ از طرف دیگر:

$$a + b + c = 6abc \Rightarrow \frac{a+b+c}{abc} = 6 \Rightarrow \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = 6$$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 13 \quad \text{بنابراین } 5^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 2(6)$$

۳۷. پاسخ: گزینه ۳

ابتدا توجه کنید که:

$$\begin{cases} \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = \frac{2}{3} \\ abc = 12 \end{cases} \Rightarrow \frac{c+a+b}{abc} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{c+a+b}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow c+a+b = 8$$

الکون بنابر اتحاد مربع مجموع سه جمله:

$$\begin{aligned} (c+a+b)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \Rightarrow 8^2 = 26 + 2(ab+bc+ca) \\ \Rightarrow ab+bc+ca &= 19 \end{aligned}$$

۳۸. پاسخ: گزینه ۴ (راه اول)

$$\frac{a^6 - a^4 + a^2 - 1}{-a^2 + a^4} = \frac{a^5 \left(a - \frac{1}{a}\right) + a \left(a - \frac{1}{a}\right)}{a^2 \left(a - \frac{1}{a}\right)} = \frac{a^5 + a}{a^2} = a^3 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$$

$$= 3^2 + 2 = 11$$

(راه دوم)

$$\frac{a^6 - a^4 + a^2 - 1}{-a^2 + a^4} = \frac{a^4(a^2 - 1) + (a^2 - 1)}{a^2(a^2 - 1)} = \frac{a^4 + 1}{a^2} = a^2 + \frac{1}{a^2}$$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11$$

۳۹. پاسخ: گزینه ۳

باید در عبارت داده شده \sqrt{x} بسازیم:

$$x^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + \sqrt{(1+\sqrt{2})\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}} = (x^{\sqrt{2}})^{\frac{1}{2}} + \sqrt{(1+\sqrt{2})|1-\sqrt{2}|}$$

$$\xrightarrow{x^{\sqrt{2}}=4} (4)^{\frac{1}{2}} + \sqrt{(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{4} + (\sqrt{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}) = 2 + \sqrt{2-1} = 2+1=3$$

۴۰. پاسخ: گزینه ۲

$$a^2 - \frac{1}{a^2} = 2 \Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right) \left(a + \frac{1}{a}\right) = 2 \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$\Rightarrow a - \frac{1}{a} = 2 \Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 4 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = 4 \Rightarrow a^2 - \frac{1}{a^2} = 6$$

انکون توجه کنید که چون a عددی مثبت است پس $\frac{1}{a}$ هم عددی مثبت است در نتیجه $a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{2}$ به این ترتیب:

$$a^2 - \frac{1}{a^2} = 2 \left(a + \frac{1}{a}\right) = 4\sqrt{2}$$

۴۱. پاسخ: گزینه ۳

طرفین تساوی های داده شده را در هم ضرب می کنیم:

$$(\sqrt{x-a} + \sqrt{x})(\sqrt{x-a} - \sqrt{x}) = a+1$$

$$x - a - x = a+1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

۴۲. پاسخ: گزینه ۴

ضرب این ها را ببینید:

$$(\sqrt{x+3} - \sqrt{x-1})(\sqrt{x+3} + \sqrt{x-1}) = \sqrt{x+3}^2 - \sqrt{x-1}^2$$

$$\Rightarrow 5(\sqrt{x+3} + \sqrt{x-1}) = x+3 - (x-1) = 4 \Rightarrow \sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} = \frac{4}{5} \quad \circ / 8$$

۱۴۳. پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a-1}} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{a-1}}{\sqrt{a} - \sqrt{a-1}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{a-1}}{a - (a-1)} = \sqrt{a} - \sqrt{a-1}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{a-1} + \sqrt{a} - \sqrt{a-1})^2 = (2\sqrt{a})^2 = 4a$$

۱۴۴. پاسخ: گزینه ۲

$$P = \frac{(\sqrt{3} + a) + (\sqrt{3} - a)}{3 - a^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3 - (3 - \sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$$

۱۴۵. پاسخ: گزینه ۳

عبارت $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$ را در یک عامل $(2-1)$ ضرب می‌کنیم:

$$(2-1)(2+1)(2^2+1)\dots(2^8+1) = (2^2-1)(2^2+1) = (2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1) = (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16} - 1$$

۱۴۶. پاسخ: گزینه ۲

برای آنکه x تنها شود دو طرف را به توان $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ می‌رسانیم:

$$x^{\sqrt{5}-2} = \sqrt{3} \Rightarrow (x^{\sqrt{5}-2})^{\frac{1}{\sqrt{5}-2}} = (\sqrt{3})^{\frac{1}{\sqrt{5}-2}}$$

سمت چپ تساوی می‌شود $x^1 = x$ پس $x = (\sqrt{3})^{\frac{1}{\sqrt{5}-2}}$ از طرفی:

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{1}{\sqrt{5}-2} \times \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2$$

$$x = (\sqrt{3})^{\sqrt{5}+2} = (3^{\frac{1}{2}})^{\sqrt{5}+2} = 3^{\frac{\sqrt{5}+2}{2}} \quad \text{یعنی:}$$

۱۴۷. پاسخ: گزینه ۴

اعداد $\sqrt{6} + 2, \frac{\sqrt{6}-2}{2}$ معکوس یکدیگرند چون حاصل ضربشان ۱ می‌شود:

$$\frac{\sqrt{6}-2}{2} \times (\sqrt{6}+2) = \frac{6-4}{2} = 1$$

پس به جای $\frac{\sqrt{6}-2}{2}$ بنویسیم $\frac{1}{\sqrt{6}+2}$:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{6}+2}\right)^{\sqrt{2}-1} \times (\sqrt{6}+2)^{\sqrt{2}+1}$$

در اولی پایه را وارونه و توان را قرینه کنیم این کار عبارت را تغییر نمی دهد:

$$(\sqrt{6}+2)^{1-\sqrt{2}} \times (\sqrt{6}+2)^{\sqrt{2}+1}$$

توان ها جمع می شوند:

$$(\sqrt{6}+2)^{1-\sqrt{2}+\sqrt{2}+1} = (\sqrt{6}+2)^2 = 6+4+4\sqrt{6} = 10+4\sqrt{6}$$

۴۸. پاسخ: گزینه ۱

در تساوی دوم از اتحاد مزدوج استفاده می کنیم:

$$(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = 43 \Rightarrow (x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy) = 43$$

$$\Rightarrow ((x^2 + y^2)^2 - (xy)^2) = 43$$

$$x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - x^2y^2 = 43 \Rightarrow x^4 + y^4 + x^2y^2 = 43 \quad (*)$$

برای مناسبه xy طرفین تساوی $x^2 - y^2 = -4$ را نیز به توان ۲ می رسانیم:

$$(x^2 - y^2)^2 = (-4)^2 \Rightarrow x^4 + y^4 - 2x^2y^2 = 16 \quad (**)$$

حالا طرفین تساوی های (*) و (***) را از هم کم می کنیم:

$$3x^2y^2 = 27 \Rightarrow x^2y^2 = 9 \Rightarrow xy = 3$$

۴۹. پاسخ: گزینه ۴

برای این عبارت را به توان چهارم برسانیم کافی است که دو بار آن را به توان ۲ برسانیم:

$$A = 2\sqrt{3} + 3 + 2\sqrt{3} - 3 + 2(\sqrt{(2\sqrt{3}+3)(2\sqrt{3}-3)}) = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{12-9} = 6\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow A^4 = 36 \times 3 = 108$$

۵۰. پاسخ: گزینه ۲ (اه اول)

می دانیم اگر $a > 0$, $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^n}$, پس: $\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} = \sqrt{3+2-2\sqrt{6}} = \sqrt{5-2\sqrt{6}}$

از طرفی می دانیم $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ پس:

$$\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \sqrt{5+\sqrt{n}} = \sqrt{5-2\sqrt{6}} \times \sqrt{5+\sqrt{n}} = 1 \Rightarrow \sqrt{(5-2\sqrt{6})(5+\sqrt{n})} = 1$$

چون $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ اگر $n = 24$ باشد تساوی فوق برقرار است:

$$(5-2\sqrt{6})(5+\sqrt{24}) = (5-\sqrt{24})(5+\sqrt{24}) = 25-24=1$$

۵۴ (دوم) طرفین را به توان ۴ می‌رسانیم:

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 (\sqrt{5} + \sqrt{n}) = 1 \Rightarrow (3 + 2 - 2\sqrt{6})(\sqrt{5} + \sqrt{n}) = 1$$

$$\Rightarrow (\sqrt{5} - 2\sqrt{6})(\sqrt{5} + \sqrt{n}) = 1 \Rightarrow (\sqrt{5} - \sqrt{24})(\sqrt{5} + \sqrt{n}) = 1 \Rightarrow n = 24$$

۵۱. پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{a}{\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}-2} = \frac{a}{\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}-2} = \frac{a}{\sqrt{(2-\sqrt{3})^2-2}} = \frac{a}{|2-\sqrt{3}|-2}$$

$$\frac{a}{2-\sqrt{3}-2} = \frac{a}{-\sqrt{3}} = \sqrt[3]{9} \Rightarrow a = -3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{2}{3}} = -3^{\frac{7}{6}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} = -\frac{3^{\frac{7}{6}}}{3^1} = -3^{\frac{1}{6}} = -\sqrt[6]{3}$$

۵۲. پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{9+2+6\sqrt{2}-11}{\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} + 1} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{1} + 1}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2-1+1}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 6$$

۵۳. پاسخ: گزینه ۱

مفرج $\frac{2}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$ را در مزدوجش ضرب می‌کنیم:

$$\frac{2(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})} = \frac{2(5)}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}} = \frac{10}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$$

حالا مفرج کسر افبر را گویا می‌کنیم:

$$\frac{10(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})} = \frac{10(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})}{(x+1)-(x-1)} = \frac{10(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})}{2}$$

$$= 5(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})$$

۵۴. پاسخ: گزینه ۱

$$A^2 = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$$

$$A^2 = 4 + 2 = 6 \Rightarrow A = \sqrt{6} \quad \left(\sqrt{6} + \frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2 = 6 + \frac{1}{6} + 2 = \frac{49}{6}$$

۵۵. پاسخ: گزینه ۲

$$a = \frac{1}{(16 + \sqrt{240})(4 + \sqrt[3]{240})(2 + \sqrt{240})} \times \frac{2 - \sqrt{240}}{2 - \sqrt{240}}$$

$$= \frac{1(2 - \sqrt{240})}{(16 + \sqrt{240})(4 + \sqrt[3]{240})(4 - \sqrt[3]{240})} = \frac{1(2 - \sqrt{240})}{16} = \frac{2 - \sqrt{240}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{240}}{2}$$

$$\Rightarrow 1 - a = 1 - 1 + \frac{\sqrt{240}}{2} = \frac{\sqrt{240}}{2} \quad (1-a)^4 = \frac{240}{2^4} = \frac{240}{16} \Rightarrow \frac{1}{1 - (1-a)^4} = \frac{1}{1 - \frac{240}{16}} = 16$$

۵۶. پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{cases} \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = 2 \\ \frac{1-a^2}{a} = ? \end{cases}$$

$$\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = 2 \Rightarrow \left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 - \underbrace{\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2}_4 = 4 \Rightarrow \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} = 2\sqrt{2} \\ \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = 2 \end{cases} \xrightarrow{\times} \left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right) = a - \frac{1}{a} = 4\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{a} - a = -4\sqrt{2}$$

۵۷. پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{x - y}$$

$$\Rightarrow \frac{2x + 2y}{x - y} + \frac{y - x}{x - y} = \frac{-3x + 3y}{x - y} = -3$$

۵۸. پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{(2 + \sqrt{2})^2}{2 - \sqrt{2}} \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} - \sqrt{2 \times 49} = \frac{(2 + \sqrt{2})^3}{2} - 7\sqrt{2}$$

$$= \frac{1 + 3(2)(\sqrt{2}) + 3(2)(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3}{2} - 7\sqrt{2}$$

$$= \frac{1 + 12\sqrt{2} + 12 + 2\sqrt{2}}{2} - 7\sqrt{2} = \frac{13 + 14\sqrt{2}}{2} - 7\sqrt{2} = 10 + 7\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 10$$

۵۹. پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}} \times \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})}{2+3+2\sqrt{6}-5}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})}{2\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}+3+\sqrt{15}}{6}$$

۶۰. پاسخ: گزینه ۳

باید $8^x, 4^{1-x}$ دو عدد وارون باشند یعنی:

$$8^x \times 4^{1-x} = 1 \Rightarrow 2^{3x} \times 2^{2-2x} = 1 \Rightarrow 2^{2+x} = 1 \Rightarrow 2+x = 0 \Rightarrow x = -2$$

تذکر: دقت کنید که نکته گفته شده یک قضیه دو شرطی است و عکس آن نیز درست است. یعنی از این که

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} = 1 \text{ است نتیجه می گیریم که } a \text{ و } b \text{ وارون یکدیگر هستند.}$$

۶۱. پاسخ: گزینه ۲

با توجه به رابطه $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$ داریم:

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \times 2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$$

پس حاصل P برابر است با:

$$P = \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2(2+\sqrt{3})} = \sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{(1+\sqrt{3})^2} = 1+\sqrt{3}$$

۶۲. پاسخ: گزینه ۲

ابتدا $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ را ساده میکنیم:

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \times 2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[3]{2^3} = \sqrt{2}$$

حال $\sqrt{2}$ را در پرانتز پیش می کنیم:

$$P = (\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{5})\sqrt{2} = \sqrt{2}\sqrt{3}-\sqrt{2}\sqrt{5}+\sqrt{2}\sqrt{3}+\sqrt{2}\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{2(3-\sqrt{5})} + \sqrt{2(3+\sqrt{5})} = \sqrt{6-2\sqrt{5}} + \sqrt{6+2\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} = (\sqrt{5}-1) + (\sqrt{5}+1) = 2\sqrt{5}$$

۶۳. پاسخ: گزینه ۱

به کمک اتحاد مربع دو جمله ای داریم:

$$\underbrace{3}_{a^2+b^2} - \underbrace{2\sqrt{2}}_{2ab} = \underbrace{2}_{a^2} + \underbrace{1}_{b^2} - 2\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}^2 + 1^2 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2$$

$$P = \sqrt[4]{3 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt{1 + \sqrt{2}} = \sqrt[4]{(\sqrt{2} - 1)^2} \times \sqrt{1 + \sqrt{2}}$$

چون $\sqrt{2} - 1$ مثبت است $\sqrt[4]{(\sqrt{2} - 1)^2} \times \sqrt{1 + \sqrt{2}}$ پس:

$$P = \sqrt[4]{(\sqrt{2} - 1)^2} \times \sqrt{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{\sqrt{2}^2 - 1^2} = \sqrt{2 - 1} = 1$$

۶۴. پاسخ: گزینه ۱

$$(a+1)^{-\frac{1}{2}} + (b+1)^{-\frac{1}{2}} = (3+2\sqrt{2})^{-\frac{1}{2}} + (3-2\sqrt{2})^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow ((\sqrt{2}+1)^2)^{-\frac{1}{2}} + ((\sqrt{2}-1)^2)^{-\frac{1}{2}} = (\sqrt{2}+1)^{-1} + (\sqrt{2}-1)^{-1}$$

$$= (\sqrt{2}-1)^1 + (\sqrt{2}+1)^1 = 2\sqrt{2}$$

۶۵. پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}} \times \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}{1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = \sqrt{7}+\sqrt{6}$$

$$\frac{\sqrt{30}+3\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{150}-\sqrt{90}+3\sqrt{15}-3\sqrt{6}}{2}$$

$$= \frac{5\sqrt{6}-3\sqrt{10}+3\sqrt{10}-3\sqrt{6}}{2} = \frac{2\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$$

$$= \sqrt{9-4\sqrt{2}} = \sqrt{(2\sqrt{2}-1)^2} = 2\sqrt{2}-1$$

$$= 2\sqrt{2} + \sqrt{7} - \sqrt{7} - \sqrt{6} + \sqrt{6} + 2\sqrt{2} - 1 = 4\sqrt{2} - 1$$

۶۶. پاسخ: گزینه ۴

$$((2-\sqrt{3})^2)^3 (2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})^9 = (2-\sqrt{3})^6 (2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})^9$$

$$\underbrace{(2-\sqrt{3})^9 (2+\sqrt{3})^9}_{1} (2+\sqrt{3})^2 = 7+4\sqrt{3}$$

۶۷. پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{\sqrt[6]{7-4\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{2+\sqrt{3}}}{\sqrt[6]{4-2\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{6+4\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2} \times \sqrt[3]{2+\sqrt{3}}}{\sqrt[6]{4-2\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{(2+\sqrt{2})^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{2+\sqrt{3}}}{\sqrt[3]{2(2-\sqrt{2})} \times \sqrt[3]{2+\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt[3]{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{4-3}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}\sqrt{4-2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2 \times \sqrt{2}}} = \frac{1}{2}$$

۶۸. پاسخ: گزینه ۱

به کمک اتحاد اول داریم: $10+2\sqrt{21}=(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2$, $10-2\sqrt{21}=(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2$
بنابراین در این مسئله داریم:

$$\sqrt{10+2\sqrt{21}}+\sqrt{10-2\sqrt{21}}=\sqrt{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}+\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}$$

$$=\sqrt{7}+\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{3}=2\sqrt{7}$$

که به طور واضح دو برابر $\sqrt{7}$ است.

۶۹. پاسخ: گزینه ۲

در هر دو کسر صورت و مخرج را تجزیه کنیم:

$$\frac{x^2+2x-3}{x^2-9} \div \frac{x^2-6x-7}{x^2-10x+21} = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+3)(x-3)} \div \frac{(x+1)(x-7)}{(x-3)(x-7)}$$

$$= \frac{(x-1)}{(x-3)} \div \frac{x+1}{x-3} = \frac{x-1}{x-3} \times \frac{x-3}{x+1} = \frac{x-1}{x+1} \xrightarrow{x=\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2-1} = 3-2\sqrt{2}$$

۷۰. پاسخ: گزینه ۳

ابتدا عبارت $2x^2+3x-5$ را تجزیه می‌کنیم:

$$2x^2+3x-5 \Rightarrow x^2+3x-10 \Rightarrow (x+5)(x-2)$$

$$\Rightarrow 2x^2+3x-5 = (2x+5)(x-1)$$

حالا به کمک تجزیه بالا کسر را ساده می‌کنیم:

$$\frac{2x^2+3x-5}{x^2+x-2} = \frac{(2x+5)(x-1)}{(x+2)(x-1)} = \frac{2x+5}{x+2}$$

۷۱. پاسخ: گزینه ۳

قیافه a^3+3ab^2 و b^3+3a^2b آشنا نیست؟ یک بار جمع و یک بار کم کنیم:

$$a^3+3ab^2+b^3+3a^2b = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 = 152+98 = 250$$

$$a^3+ab^2-(b^3+3a^2b) = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3 = 152-98 = 54$$

اولی $(a+b)^3$ و دومی $(a-b)^3$ است و داریم:

$$\div \rightarrow \frac{(a-b)^3}{(a+b)^3} = \frac{250}{54} = \frac{125}{27} \xrightarrow{\text{ریشه سوم}} \frac{a+b}{a-b} = \frac{5}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{a-b}{a+b} = \frac{3}{5} = 0/6$$

۷۲. پاسخ: گزینه ۲

در عدد طبیعی متوالی را به صورت n و $n-1$ در نظر می‌گیریم پس:

$$\begin{aligned} n^3 + (n-1)^3 &= 2n^3 - 91 \xrightarrow{\text{اتحاد}} n^3 + n^3 - 3n^2 + 3n - 1 = 2n^3 - 91 \\ -3n^2 + 3n + 90 &\xrightarrow{\div(-3)} n^2 - n - 30 = 0 \\ \xrightarrow{\text{تجزیه کن}} (n+5)(n-6) &= 0 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 6 \xrightarrow{\text{عدد کوچکتر}} n-1 = 5 \end{aligned}$$

۷۳. پاسخ: گزینه ۳

اتحاد مکعب را این‌جوری بنویسیم:

$$\begin{aligned} (a+b)^3 &= a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \xrightarrow{a+b=4, ab=2} 4^3 = a^3 + b^3 + 3(2)(4) \\ 64 &= a^3 + b^3 + 24 \Rightarrow a^3 + b^3 = 40 \end{aligned}$$

۷۴. پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{x^{12} + 64}{x^6} = \frac{x^6}{x^{12} + 64} \quad (*) \text{، } \frac{x^{12} + 64}{x^6} \text{ یعنی } \frac{x^6}{x^{12} + 64} \text{ عبارت معکوس عبارت}$$

$$x^4 - 6x^2 + 4 = 0 \xrightarrow{\div x^2} x^2 - 6 + \frac{4}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} = 6 \quad (**)$$

فالا با استفاده از اتحاد $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ در عبارت (*) داریم:

$$x^6 + \frac{64}{x^6} = \left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) - 3\left(x^2\right)\left(\frac{4}{x^2}\right)\left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) \xrightarrow{(**)} x^6 + \frac{64}{x^6} = 6^3 - 3(4)(6) = 144$$

پس حاصل عبارت داده شده برابر $\frac{1}{144}$ است.

۷۵. پاسخ: گزینه ۲

$$a = \sqrt[3]{6 + \sqrt{\frac{847}{27}}} + \sqrt[3]{6 - \sqrt{\frac{847}{27}}} \Rightarrow a^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)$$

$$= 6 + \sqrt{\frac{847}{27}} + 6 - \sqrt{\frac{847}{27}} + 3\sqrt{36 - \frac{847}{27}} a \Rightarrow a^3 = 12 + 3\sqrt{\frac{125}{27}} a$$

$$\Rightarrow a^3 = 12 + 5a \Rightarrow a^3 - 5a - 12 = 0 \Rightarrow a = 3$$

۷۶. پاسخ: گزینه ۳

چون در مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}}$ ریشه سوم وجود دارد برای گویا کردن مخرج این کسر از اتحاد پاق و لاغر استفاده می کنیم. به این

ترتیب صورت و مخرج این کسر را در $\sqrt[3]{3}^2 + \sqrt[3]{3}\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2}^2$ ضرب می کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{4}}{(\sqrt[3]{3})^3 - (\sqrt[3]{2})^3} = \frac{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}{3-2} = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$$

به این ترتیب عبارت مورد نظر برابر است با: $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4} - (\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}) = 2\sqrt[3]{4}$

۷۷. پاسخ: گزینه ۱

$$A = \frac{1}{\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{2}+1+\sqrt[3]{4})} + \frac{5}{\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{16}+1-\sqrt[3]{4})} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}+1} + \frac{5}{\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{4}+1)} \right)$$

اکنون مخرج هر یک از کسرها را به کمک اتحاد پاق و لاغر گویا می کنیم:

$$A = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \left(\frac{\sqrt[3]{2}-1}{\sqrt[3]{2}^3-1} + \frac{5\sqrt[3]{4}+1}{\sqrt[3]{4}^3+1} \right) = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} (\sqrt[3]{2}-1+\sqrt[3]{4}+1) = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} (\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}) = \sqrt[3]{2}+1$$

۷۸. پاسخ: گزینه ۳

$$A = ((x-2)(x^2+2x+4))(x^3+8) + 64 = (x^3-8)(x^3+8) + 64$$

$$= x^6 - 64 + 64 = x^6$$

بنابراین مقدار A به ازای $x = \sqrt{2}$ برابر است با:

$$A = (\sqrt{2})^6 = 2^3 = 8$$

۷۹. پاسخ: گزینه ۲

مقدار x را از فرض مسئله مناسبه کرده و در عبارت مورد نظر جای گذاری می کنیم:

$$x = \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2}+1} + 1 = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{\sqrt[3]{2} + 1} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{\sqrt[3]{2} + 1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{\sqrt[3]{2} - 1}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{4} - 1}{2 - 1} = \sqrt[3]{4} - 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{x} + 1\right)^6 = (\sqrt[3]{4} - 1 + 1)^6 = (\sqrt[3]{4})^6 = 16$$

۸۰. پاسخ: گزینه ۲

از اتحاد مزدوج استفاده می کنیم و سپس با استفاده از اتحاد تفاضل مکعبات مخرج کسر را گویا می کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{9}-2} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{9^2}+2\sqrt{9}+4}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{9^2}+2\sqrt{9}+4)}{9-8} = (\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{9^2}+2\sqrt{9}+4)$$

$$= (\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{(3^2)^2}+2\sqrt{9}+4) = (\sqrt{3}+\sqrt{2})(3\sqrt{3}+2\sqrt{9}+4)$$

۸۱. پاسخ: گزینه ۳

با توجه به این که عبارت مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}$ به شکل $\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ است پس با توجه به اتحاد

$$(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) = a - b$$

باید آن را، $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$ ضرب کنیم پس:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1} \times \frac{\sqrt[3]{2}-1}{\sqrt[3]{2}-1} = \frac{\sqrt[3]{2}-1}{2-1} = \sqrt[3]{2}-1$$

۸۲. پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \times \frac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1} - \sqrt[5]{\sqrt[3]{2^3} \times 2^2} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1 - \sqrt[5]{2^5}$$

$$= \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1 - \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{4} + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 5$$

۸۳. پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{a^3 + 2a + 4}{b^3 + 2b + 4} \times \frac{a-2}{a-2} \times \frac{b-2}{b-2} = \frac{(a^3-8)(b-2)}{(b^3-8)(a-2)} = \frac{b-2}{-(a-2)} = \frac{b-2}{2-a}$$

$$\omega: a^3 + b^3 = 16 = 8 + 8 \Rightarrow a^3 - 8 = 8 - b^3 \Rightarrow (a^3 - 8) = -(b^3 - 8)$$

۸۴. پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از اتحاد پاج ولاغر داریم:

$$\frac{a^3 + b^3}{a^3 - b^3} = \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} \quad (*)$$

حالا با استفاده از تساوی $(a-b)^2 = 2ab$ عبارت های مورد نیاز را می یابیم:

$$(a-b)^2 = 2ab \Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab \Rightarrow a^2 + b^2 = 4ab$$

با استفاده از این تساوی $a-b, a+b, a$ ، مناسبه می کنیم:

$$\xrightarrow{+2ab} a^2 + b^2 + 2ab = 6ab \Rightarrow (a+b)^2 = 6ab \xrightarrow{a, b > 0} a+b = \sqrt{6} \sqrt{ab}$$

$$\xrightarrow{-2ab} a^2 + b^2 - 2ab = 2ab \Rightarrow (a-b)^2 = 2ab \xrightarrow{a > b > 0, a-b > 0} a-b = \sqrt{2} \sqrt{ab}$$

پس حاصل عبارت فواسته شده برابر است با:

$$(*) \rightarrow \frac{a^3 + b^3}{a^3 - b^3} = \frac{(\sqrt{6} \sqrt{ab})(6ab - ab)}{(\sqrt{2} \sqrt{ab})(6ab + ab)} = \frac{(\sqrt{6} \sqrt{ab})(5ab)}{(\sqrt{2} \sqrt{ab})(7ab)} = \frac{3\sqrt{6}}{5\sqrt{2}} = \frac{3}{5} \sqrt{3} = 0.6 \sqrt{3}$$

۸۵. پاسخ: گزینه ۳

در صورت کسر، اتحاد جمله مشترک داریم:

$$\frac{(x^2 + x)^2 - 18(x+x) + 72}{(|x-3|)(|x+3|)} = \frac{(x^2 + x - 12)(x^2 + x - 6)}{x^2 - 9} = \frac{(x+4)(x-3)(x+3)(x-2)}{(x-3)(x+3)}$$

$$= (x+4)(x-2) = x^2 + 2x - 8$$

۸۶. پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{cases} 2a^2 - 3a = 1 \xrightarrow{\times b} \\ b^2 + 3b = 2 \xrightarrow{\times b} \end{cases} \begin{cases} 2a^2b - 3ab = b \\ ab^2 + 3ab = 2a \end{cases} \xrightarrow{+}$$

$$2a^2b + ab^2 = 2a + b \Rightarrow ab(2a+b) = (2a+b)$$

$$ab \neq 1 \Rightarrow 2a+b = 0 \Rightarrow b = -2a \Rightarrow \frac{ab+a+1}{b} = \frac{-2a^2+a+1}{-2a}$$

$$= \frac{-3a-1+a+1}{-2a} = \frac{-2a}{-2a} \xrightarrow{a \neq 0} 1$$

۸۷. پاسخ: گزینه ۳

عبارت را به صورت زیر تجزیه می‌کنیم:

$$2a^2 - 3ab - 2b^2 = (2a^2 - 4ab) + (ab - 2b^2) = 2a(a-2b) + b(a-2b) \\ = (a-2b)(2a+b)$$

بنابراین در تجزیه عبارت عامل $a-2b$ وجود دارد.

۸۸. پاسخ: گزینه ۴

دو بار از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$16x^4 - y^4 = (4x^2 - y^2)(4x^2 + y^2) = (2x-y)(2x+y)(4x^2 + y^2)$$

در بین گزینه‌ها فقط $2x^2 + y^2$ در تجزیه مان وجود ندارد.

۸۹. پاسخ: گزینه ۴

$$x^4 + 2x^2 + 9 = x^4 + 6x^2 + 9 - 4x^2$$

$$= (x^2 + 3)^2 - 4x^2 = (x^2 + 3 + 2x)(x^2 + 3 - 2x) = (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)$$

پون در عبارات درجهٔ دوم دلتا منفی است پس تجزیه نمی شود.

۹۰. پاسخ: گزینه ۱

اگر $x^4 + x^2 + 1$ را تجزیه کنیم فوایم داشت:

$$x^4 + x^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = (x^2 + 1)^2 - x^2$$

$$= (x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

پس $a = 1, b = 1$ یا $a = -1, b = 1$ است پس $ab = 1, ab = -1$ است.

۹۱. پاسخ: گزینه ۱

عبارت $x^2 - 6x - 4$ را تجزیه می کنیم. اول از اتحاد مزدوج استفاده می کنیم:

$$(x^2 - 6x - 4)^2 - 12^2 = (x^2 - 6x - 4 - 12)(x^2 - 6x - 4 + 12) = (x^2 - 6x - 16)(x^2 - 6x + 8)$$

حالا هر کدام از عامل های به دست آمده را با استفاده از اتحاد جملهٔ مشترک تجزیه می کنیم:

$$(x^2 - 6x - 16)(x^2 - 6x + 8) = ((x+2)(x-8))((x-2)(x-4))$$

پس عبارت داده شده از بین گزینه ها فقط بر $x + 4$ بخش پذیر نیست.

۹۲. پاسخ: گزینه ۴

توجه کنید که با استفاده از اتحاد مربع تفاضل دو جمله می توان نوشت :

$$4x^4 - 16x^2y^2 + 9y^4 = 4x^4 - 12x^2y^2 + 9y^4 - 4x^2y^2 = (2x^2 - 3y^2)^2 - 4x^2y^2$$

طبق اتحاد مزدوج این عبارت به صورت $(2x^2 - 2xy - 3y^2)(2x^2 + 2xy - 3y^2)$ تجزیه می شود. بنابراین در تجزیه

عبارت عامل $2x^2 - 2xy - 3y^2$ وجود دارد.