پدید آورندگان آزمون ۲۴ شهریور

سال یازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

طراحان

نام درس	نام طراحان
ریاضی (۱) و حسابان (۱)	محمدابراهیم توزنده‌جانی- علی‌غلام پورسرابی- علی آزاد- محمد پوراحمدی- لیلا مرادی- رحیم مشتاق‌نظم- محمد هجری- حمیدرضا سجودی- محمد حمیدی- مجتبی نادری- احسان صادقی- طاهر دادستانی- علی مرشد- بهرام حلاج
هندسه (۱) و (۲)	افشین خاصه‌خان- سهام مجیدی‌پور- امیرحسین ابومحبوب- سرژ یقیازاریان‌تبریزی- رضا عباسی‌اصل- محمد خندان- احمدرضا فلاح- فرزانه خاکپاش- علیرضا احدی- سیدسروش کریمی‌مداحی
فیزیک (۱) و (۲)	میلاد سلامتی- معصومه افضلی- مهدی باغستانی- بابک اسلامی- مصطفی کیانی- مسعود قره‌خانی- امیر محمودی‌انزابی- بنیامین یعقوبی- اشکان ولی‌زاده- محمدعلی راست‌پیمان- عبدالرضا امینی‌نسب
شیمی (۱) و (۲)	ایمان حسین‌نژاد- میرحسن حسینی- حلما حاجی‌نقی- منصور سلیمانی‌ملکان- بنیامین یعقوبی- فهیمه یداللهی- عباس هنرجو- هادی مهدی‌زاده- پویا رستگاری

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
ریاضی (۱) و حسابان (۱)	ایمان چینی‌فروشان	ایمان چینی‌فروشان	حمیدرضا رحیم‌خانلو، مهرداد ملوندی، عادل حسینی	سمیه اسکندری
هندسه (۱) و (۲)	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژیقیازاریان تبریزی
فیزیک (۱) و (۲)	معصومه افضلی	معصومه افضلی	حمید زرین‌کفش، امیرعلی کتیرایی، زهره آقامحمدی، بابک اسلامی	احسان صادقی
شیمی (۱) و (۲)	ایمان حسین‌نژاد	ایمان حسین‌نژاد	امیررضا حکمت‌نیا	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئول دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: محیا اصغری
	مسئول دفترچه: سمیه اسکندری
حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی	فاطمه علی‌یاری
نظارت چاپ	حمید محمدی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

تیزهوشان ایران
توشه‌ای برای موفقیت

ریاضی (۱) – نگاه به گذشته

۱– گزینهٔ «۱» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

باید از بین اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶، سه عدد را انتخاب کنیم، که فقط به یک حالت به‌صورت نزولی مرتب می‌شود، بنابراین:

$$P(A)=\frac{\binom{۶}{۳}}{۶\times۶\times۶}=\frac{۲۰}{۲۱۶}=\frac{۵}{۵۴}$$

(ریاضی ۱– آمار و احتمال– صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۲– گزینهٔ «۳» *(علی غلام پورسرابی)*

گنجایش آب تانکر و وزن نامه‌ها هر دو کمی پیوسته هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: طول مدت مکالمه: کمی پیوسته، تعداد نامه: کمی گسسته

گزینهٔ «۲»: میزان بارندگی: کمی پیوسته، جنسیت: کیفی اسمی

گزینهٔ «۴»: مراحل تکامل قورباغه: کیفی ترتیبی، سن دانشجویان: کمی پیوسته

(ریاضی ۱– آمار و احتمال– صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۳– گزینهٔ «۳» *(علی آزاد)*

$$n(S)=۶\times۶\times۶=۶^{۳}$$

$$n(A)=۳\times۶\times۳$$

۳	۶	۳
رقم ۱, ۳, ۵	همهٔ ارقام	رقم ۴, ۵, ۶

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳\times۶\times۳}{۶\times۶\times۶}=\frac{۱}{۴}$$

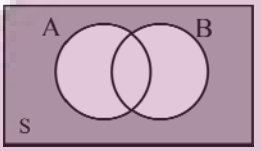
(ریاضی ۱– آمار و احتمال– صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۴– گزینهٔ «۳» *(محمد پوراحمدی)*

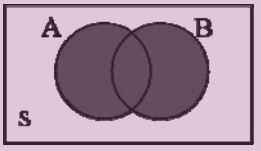
با توجه به نمودار وِن دقیقاً یکی از دو پیشامد **A** یا **B** رخ می‌دهد یعنی $(A-B)\cup(B-A)$

نه **A** رخ دهد و نه **B** رخ دهد، برابر است با:

$$A'\cap B'=(A\cup B)'$$



حداقل یکی از دو پیشامد **A** یا **B** رخ دهد، برابر است با: $A\cup B$



حداکثر یکی از دو پیشامد **A** یا **B** رخ دهد، برابر است با : $(A\cap B)'$

(ریاضی ۱– آمار و احتمال– صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۶)

۵– گزینهٔ «۳» *(لیلا مرادی)*

برای این‌که دو مهره همرنگ نباشند یا یکی سبز و یکی زرد یا یکی سبز و یکی قرمز یا یکی زرد و یکی قرمز هستند. بنابراین:

$$P(A)=\frac{\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۱}+\binom{۴}{۱}\binom{۲}{۱}+\binom{۲}{۱}\binom{۵}{۱}}{\binom{۱۱}{۲}}=\frac{۲۰+۸+۱۰}{۵۵}=\frac{۳۸}{۵۵}$$

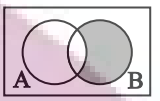
(ریاضی ۱– آمار و احتمال– صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

توشه ای برای موفقیت

۶- گزینهٔ «۲» *(رحیم مشتاق‌نظم)*

طبق نمودار ون، تساوی‌های زیر برقرار هستند.

$$A' \cap B = B \cap A' = B - A = B - (A \cap B)$$



A رخ ندهد ولی B رخ دهد

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۶)

۷- گزینهٔ «۴» *(علی آزاد)*

تعداد حالت‌های مطلوب به صورت زیر خواهد بود:

۱) ۴ رو، ۲ پشت: پ پ ر ر ر ر $\Rightarrow \binom{۶}{۴} = ۱۵$

۲) ۵ رو، ۱ پشت: پ ر ر ر ر ر $\Rightarrow \binom{۶}{۵} = ۶$

۳) ۶ رو: ر ر ر ر ر ر $\Rightarrow \binom{۶}{۶} = ۱$

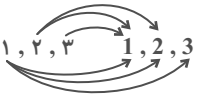
$$\Rightarrow n(A) = ۱۵ + ۶ + ۱ = ۲۲$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲۲}{۲^۶} = \frac{۲۲}{۶۴} = \frac{۱۱}{۳۲}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۸- گزینهٔ «۱» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

مهره‌های سفید را با اعداد فارسی و مهره‌های سیاه را با اعداد انگلیسی نشان می‌دهیم:



$$\Rightarrow P(A) = \frac{۶}{\binom{۹}{۲}} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۹- گزینهٔ «۳» *(علی آزاد)*

اگر فرض کنیم اعداد رو شده ناشی از پرتاب ۳ تاس به‌صورت (a, b, c) باشد، برای اینکه تشکیل دنبالهٔ حسابی دهند، می‌بایست:

$$۲b = a + c$$

بنابراین با توجه به حالت‌های ممکن برای عدد وسط (b) خواهیم داشت:

$$b = ۱ \Rightarrow ۲ = a + c \Rightarrow (۱,۱,۱)$$

$$b = ۲ \Rightarrow ۴ = a + c \Rightarrow (۱,۲,۳)(۳,۲,۱)(۲,۲,۲)$$

$$b = ۳ \Rightarrow ۶ = a + c \Rightarrow (۱,۳,۵)(۲,۳,۴)(۳,۳,۳)(۵,۳,۱)(۴,۳,۲)$$

$$b = ۴ \Rightarrow ۸ = a + c$$

$$\Rightarrow (۲,۴,۶)(۶,۴,۲)(۳,۴,۵)(۵,۴,۳)(۴,۴,۴)$$

$$b = ۵ \Rightarrow ۱۰ = a + c \Rightarrow (۴,۵,۶)(۶,۵,۴)(۵,۵,۵)$$

$$b = ۶ \Rightarrow ۱۲ = a + c \Rightarrow (۶,۶,۶)$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۸}{۶^۳} = \frac{۱}{۱۲}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(محمد هجری)*

$n(S)$ را محاسبه می‌کنیم: $n(S) = ۶ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۴۸$

برای محاسبهٔ $n(A)$ حالت‌بندی می‌کنیم:

اگر عدد تاس ۱ باشد $\Leftarrow$ (پ پ ر ۱) (پ ر پ ۱) (ر پ پ ۱)

اگر عدد تاس ۲ باشد $\Leftarrow$ (پ ر ر ۲) (ر پ ر ۲) (ر ر پ ۲)

اگر عدد تاس ۳ باشد $\Leftarrow$ (ر ر ر ۳)

پس احتمال این پیشامد برابر است با: $\frac{۷}{۴۸}$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۱- گزینهٔ «۳» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

حالت‌هایی که مجموع اعداد کمتر از ۸ است را نمی‌خواهیم:

$$n(S)=\binom{۵}{۳}$$

$$A'=\{\{۱,۲,۳\},\{۱,۲,۴\}\}$$

$$\Rightarrow P(A)=۱-\frac{۲}{\binom{۵}{۳}}=۱-\frac{۱}{۵}=\frac{۴}{۵}=۰/۸$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۱۲- گزینهٔ «۲» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

با جایگذاری $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ در تساوی داده شده، داریم:

$$P(A)+P(B)=(P(A))^۲+(P(B))^۲$$
$$\Rightarrow P(A)(۱-P(A))+P(B)(۱-P(B))=۰$$
$$\Rightarrow P(A)P(A')+P(B)P(B')=۰$$

مجموع دو عبارت نامنفی صفر شده است، پس باید هر دو صفر باشند.

$$\Rightarrow\begin{cases}P(A)P(A')=۰\Rightarrow P(A')=۰\text{یا}۱\\ P(B)P(B')=۰\Rightarrow P(B')=۰\text{یا}۱\end{cases}$$

توجه کنید که در صورت مسئله ذکر شده که A و B دو پیشامد با احتمال نابرابر از فضای نمونه‌ای S هستند، پس:

$$\Rightarrow P(A')+P(B')=۰+۱=۱$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۶)

۱۳- گزینهٔ «۴» *(علی آزاد)*

با توجه به مسألهٔ مطرح شده، تعداد حالت‌های مطلوب به‌صورت زیر خواهد بود:

$$A=\{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۲,۲),(۲,۴),(۳,۳),(۳,۶),(۴,۴),(۵,۵),(۶,۶)\}$$

$$\Rightarrow n(A)=۱۱\ ,\ n(S)=۶^۲=۳۶\Rightarrow P(A)=\frac{۱۱}{۳۶}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۱۴- گزینهٔ «۱» *(حمیدرضا سجودی)*

گروه خونی و وضعیت تأهل (مجرد، متأهل) هر دو متغیر کیفی اسمی هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: میزان تحصیلات (کیفی ترتیبی)- مقاومت یک ترانزیستور (کمّی پیوسته)

گزینهٔ «۳»: طول عمر باطری (کمّی پیوسته)- مراحل زندگی افراد (نوزادی، کودکی و ...) کیفی ترتیبی است.

گزینهٔ «۴»: جنسیت افراد (کیفی اسمی)- تعداد مکالمات تلفنی (کمّی گسسته)

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۱۵- گزینهٔ «۴» *(علی آزاد)*

$$n(S)=\binom{۱۰}{۴}=\frac{۱۰!}{۴!۶!}=\frac{۱۰\times۹\times۸\times۷\times۶!}{۴\times۳\times۲\times۱\times۶!}=۲۱۰$$

$$n(A)=\underbrace{\binom{۵}{۱}}_{\text{انتخاب ۱ زوج از ۵ زوج}}\times\underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{انتخاب ۲ زوج } (Z_۱,Z_۲) \text{ از ۴ زوج باقیمانده}}\times\underbrace{\binom{۲}{۱}}_{\text{انتخاب ۱ نفر از زوج } (Z_۱)}\times\underbrace{\binom{۲}{۱}}_{\text{انتخاب ۱ نفر از زوج } (Z_۲)}$$

$$n(A)=۵\times۶\times۲\times۲=۱۲۰\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۲۰}{۲۱۰}=\frac{۴}{۷}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

توشه‌ای برای موفقیت

۱۶- گزینهٔ «۳» *(محمد حمیدی)*

تمام گزینه‌ها به‌جز گزینهٔ «۳» صحیح هستند در مورد گزینهٔ «۳» داریم:

$$P((A\cup B)') = ۱ - P(A\cup B)$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۶)

۱۷- گزینهٔ «۱» *(مجتبی نادری)*

آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است. علم آمار نیز مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی است.

نمونه زیرمجموعه‌ای از جامعه است که اندازه یا حجم آن همواره کوچکتر یا مساوی اندازه یا حجم جامعه است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(مجتبی نادری)*

متغیر از یک عضو به عضو دیگر معمولاً تغییر می‌کند. (رد گزینهٔ «۱»)

به متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری باشند، کمی گفته می‌شود. (رد گزینهٔ «۲»)

متغیرهای از نوع «تعداد»، کمی گسسته است. (رد گزینهٔ «۴»)

رتبهٔ دانش‌آموزان در کنکور، متغیر کیفی ترتیبی است زیرا نوعی ترتیب طبیعی در آن وجود دارد.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۷۰)

۱۹- گزینهٔ «۲» *(مجتبی نادری)*

برای آنکه فرزندان کنار هم نباشند باید با توجه به شکل، به صورت زیر عمل کنیم:

○ مادربزرگ ○ مادر ○ پدر ○

ابتدا از چهار جایگاه بین (و اطراف) والدین، ۳ جایگاه را برای فرزندان انتخاب می‌کنیم که این کار به $\binom{۴}{۳}$ طریق امکان‌پذیر است. همچنین والدین به $۳!$ طریق و فرزندان نیز به $۳!$ طریق می‌توانند جایگشت داشته باشند لذا تعداد حالات مطلوب عبارت است از:

$$\binom{۴}{۳}\times ۳!\times ۳! = ۴\times ۶\times ۶ = ۱۴۴$$

تعداد کل حالات $= ۶!$

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد کل حالات}} = \frac{۱۴۴}{۶!} = \frac{۱}{۵}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(احسان صادقی)*

ما به $\binom{۶}{۴} = ۱۵$ طریق می‌توانیم یک زیرمجموعهٔ ۴ عضوی از مجموعهٔ ۶ عضوی مورد نظر انتخاب کنیم. برای این‌که عضو A در زیرمجموعه انتخابی بوده و عضوهای C و D همزمان در آن نباشند، باید سه عضو از مجموعهٔ $\{B,C,D,E,F\}$ را طوری انتخاب کنیم که یا C در آن باشد یا D و یا هیچ‌کدام در آن نباشند. پس تعداد حالات (طبق اصل متمم) برابر می‌شود با:

$$\underbrace{\binom{۵}{۳}}_{\substack{\text{تعداد کل حالات انتخاب}\\ \text{۳ عضو از ۵ عضو}}} - \underbrace{\binom{۳}{۱}}_{\substack{\text{انتخاب همزمان}\\ \text{C,D برای مجموعه}}} = ۱۰ - ۳ = ۷$$

پس با احتمال $\frac{۷}{۱۵}$ می‌توان زیرمجموعهٔ مذکور را انتخاب کرد.

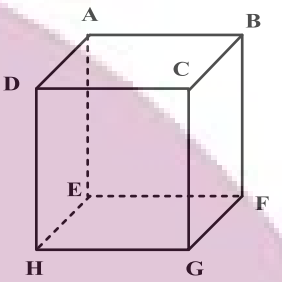
(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱)

تـوشـه ای بـرای مـوفقیت

هندسه (۱) – نگاه به گذشته

۲۱– گزینهٔ «۲» *(افشین خاصه‌خان)*

تنها گزاره‌های «پ» و «ت» همواره درست هستند. به عنوان مثال نقض برای گزاره‌های«الف» و «ب» به مکعب شکل زیر دقت کنید.



در این مکعب دو صفحه **CBFG** و **DCGH** هر دو بر صفحه **ABCD** عمود هستند ولی با یکدیگر موازی نیستند. از طرفی دو خط **BC** و **DC** بر خط **CG** عمودند ولی با یکدیگر موازی نیستند.

(هندسه ۱– صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

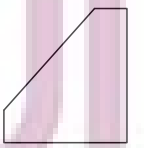
۲۲– گزینهٔ «۲» *(فرشاد صدیقی‌فر)*

هر منشور مثلث‌القاعده دارای سه وجه جانبی و دو قاعده است. از هر منشور، سه وجه جانبی قابل رؤیت است و فقط برای بالاترین منشور، وجه بالایی را می‌توان دید، پس در مجموع $۵\times۳+۱=۱۶$ وجه و در نتیجه ۱۶ عدد یک قابل مشاهده است.

(هندسه ۱– تجسم فضایی– مشابه تمرین ۴ صفحهٔ ۹۱)

۲۳– گزینهٔ «۱» *(امیرحسین ابومحبوب)*

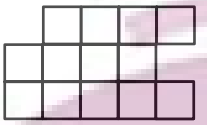
نمای رو به روی صحیح در شکل زیر رسم شده است:



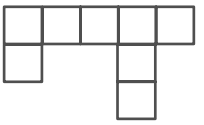
(هندسه ۱– صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۲۴– گزینهٔ «۳» *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

تصویر نمای بالا و روبه‌روی این سازه به صورت شکل زیر است:



نمای روبه‌رو



نمای بالا

اگر مساحت هر مربع را با S نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\frac{\text{مساحت تصویر نمای بالا}}{\text{مساحت تصویر نمای روبه‌رو}}=\frac{۸S}{۱۳S}=\frac{۸}{۱۳}$$

(هندسه ۱– صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۲۵– گزینهٔ «۲» *(رضا عباسی اصل)*

گزینه «۱»: در یک صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.

گزینه «۲» از هر نقطهٔ خارج یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحهٔ شامل این خط بر صفحه مفروض عمود است، پس این گزاره همواره درست است.

گزینه «۳» اگر خطی با یکی ازدو خط متنافر، موازی باشد، می‌تواند با دیگری متقاطع یا متنافر باشد.

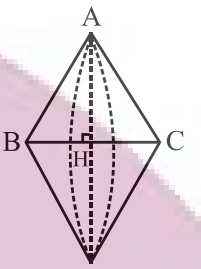
گزینه «۴» از هر نقطه غیر واقع بر یک خط، بی‌شمار خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

(هندسه ۱– صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

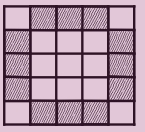
۲۶- گزینهٔ «۲» *(محمد فندان)*

اگر مثلث متساوی‌الساقینی را حول قاعدهٔ آن دوران دهیم، آنگاه مطابق شکل دو مخروط با قاعدهٔ یکسان ایجاد می‌شود که شعاع قاعدهٔ هر کدام برابر طول ارتفاع وارد بر قاعده مثلث و ارتفاع هر کدام برابر نصف طول قاعده مثلث است.



(هندسه ۱- مشابه تمرین ۲ (ت) صفحهٔ ۹۶)

۲۷- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*



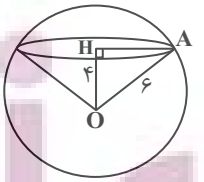
در هر کدام از وجوه این مکعب، مکعب‌های کوچکی که در شکل بالا هاشور خورده اند، دارای دو وجه رنگ شده‌اند. از طرفی هر کدام از این مکعب‌های کوچک به دو وجه مکعب بزرگ تعلق دارند. با توجه به اینکه مکعب دارای ۶ وجه است، پس تعداد این مکعب‌های کوچک برابر است با:

$$\frac{۱۲\times۶}{۲}=۳۶$$

(هندسه ۱- صفحهٔ ۹۰)

۲۸- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر مرکز دایرهٔ سطح مقطع را با H نمایش دهیم، آنگاه داریم:



$$\overset{\Delta}{OHA}: AH^۲=OA^۲-OH^۲=۶^۲-۴^۲=۲۰$$

$$V_{(\text{مخروط})}=\frac{۱}{۳}\pi(AH)^۲OH=\frac{۱}{۳}\pi\times۲۰\times۴=\frac{۸۰\pi}{۳}$$

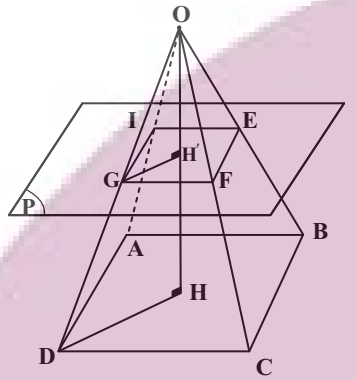
(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۲۹- گزینهٔ «۱» *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

برای محاسبهٔ مساحت مقطع EFGI که خود یک مربع است. ابتدا طول GH' که نصف قطر مربع EFGI است را محاسبه می‌کنیم.

$$S_{EFGI}=(\sqrt{۲}GH')^۲=۱۶\Rightarrow GH'=۲\sqrt{۲}$$

$$DH=\frac{۱}{۲}(BD)=\frac{۱}{۲}(\sqrt{۲}AB)=۳\sqrt{۲}$$



اگر فاصلهٔ رأس هرم (نقطهٔ O) تا محل تقاطع با صفحهٔ P برابر x باشد، طبق قضیهٔ تالس می‌توان نوشت:

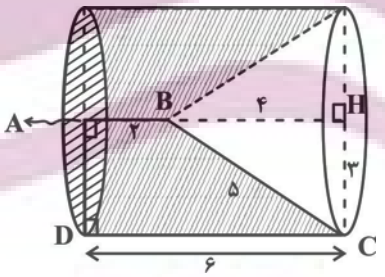
$$GH'\parallel DH\Rightarrow\frac{OH'}{OH}=\frac{GH'}{DH}\Rightarrow\frac{x}{۱۲}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۳\sqrt{۲}}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow x=۸$$

بنابراین فاصلهٔ صفحهٔ P تا صفحهٔ قاعده برابر $HH'=۱۲-۸=۴$ است.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۳۰- گزینهٔ «۱» *(احمدرضا فلاح)*

در مثلث قائم الزاویه **BHC** داریم:



$$BH^۲=BC^۲-CH^۲=۲۵-۹=۱۶\Rightarrow BH=۴$$

حجم حاصل از دوران ذوزنقهٔ قائم الزاویه **ABCD** حول ضلع **AB** مطابق شکل برابر تفاضل حجم یک استوانه و یک مخروط است:

$$\mathbf{V}_{\text{استوانه}}=\pi(AD)^۲\times DC=\pi\times۳^۲\times۶=۵۴\pi$$

$$\mathbf{V}_{\text{مخروط}}=\frac{۱}{۳}\pi(CH)^۲\times BH=\frac{\pi}{۳}\times۳^۲\times۴=۱۲\pi$$

$$\mathbf{V}_{\text{(سایه زده)}}=۵۴\pi-۱۲\pi=۴۲\pi$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

هندسه (۱) – سؤالات آشنا

۳۱– گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

گزینهٔ«۲» هیچ‌گاه نمی‌تواند درست باشد، زیرا طبق فرض سؤال، دو خط d و d' متنافرند و خط d بر صفحهٔ P عمود است، حال اگر خط d' هم بر صفحهٔ P عمود باشد، دو خط d و d' موازی خواهند بود که فرض مسأله را نقض می‌کند.

(هندسه ۱– صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۳۲– گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

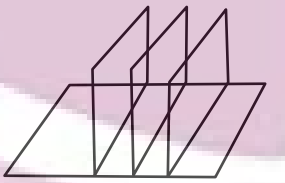
اگر خط **d** بر صفحهٔ **P** عمود باشد و از **A** عمود **AB** را بر **P** وارد کنیم، هر صفحهٔ شامل پاره‌خط **AB** با **d** موازی و بر **P** عمود است. تعداد جواب‌ها در این حالت، بی‌شمار است.

اگر خط **d** بر صفحهٔ **P** عمود نباشد، از **A** خطی موازی با **d** رسم می‌کنیم (d') و از **A** عمود **AB** را بر **P** رسم می‌کنیم. صفحهٔ شامل **AB** و **d'**، جواب مسأله است. در این حالت، فقط یک جواب وجود دارد. پس در حالت کلی، مسأله حداقل یک جواب دارد.

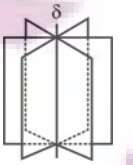
(هندسه ۱– صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۳۳– گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

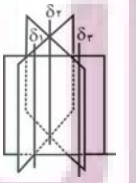
با توجه به دو شکل زیر، فصل مشترک‌های این سه صفحهٔ متمایز که هر سه بر صفحهٔ P عمودند، نمی‌توانند به‌صورت دوبه‌دو متقاطع باشند.



(الف) سه صفحه فاقد فصل مشترک هستند.



(ب) فصل مشترک‌ها بر هم منطبق

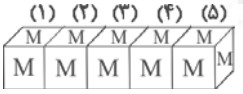


(ج) فصل مشترک ندارند، سه خط موازی

(هندسه ۱– صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۳۴– گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

اگر مکعب‌ها را به‌صورت سطری کنار هم بچینیم، شکل زیر حاصل می‌شود:



همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود در مکعب‌های (۲)، (۳) و (۴) از ۳ وجه مکعب، حرف M مشاهده می‌شود و در مکعب‌های (۱) و (۵)، از ۴ وجه مکعب، حرف M مشاهده می‌شود پس کل تعداد حرف‌های M مشاهده شده برابر است با: $۳\times۳+۲\times۴=۹+۸=۱۷$

(هندسه ۱– صفحهٔ ۹۱)

۳۵– گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

مکعب بزرگ از $۴\times۴\times۳=۴۸$ مکعب کوچک تشکیل شده است.

حداکثر تعداد مکعب‌هایی که می‌توانند برداشته شود برابر است با: $۴۸-۹=۳۹$

همچنین حداقل باید $۳\times۴=۱۲$ مکعب از شکل برداشته شود (۳ مکعب از ردیف بالا که در مجموع ۴ ردیف داریم.) در نتیجه تفاضل حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌هایی که باید برداشته شود، برابر است با:

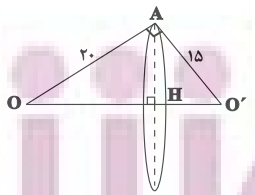
$۳۹-۱۲=۲۷$

(هندسه ۱– صفحهٔ ۹۱)

۳۶– گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

چون $(۲۵)^۲=(۱۵)^۲+(۲۰)^۲$ پس مثلث AOO' قائم‌الزاویه است.

داریم:



$$AH\times۲۵=۱۵\times۲۰\Rightarrow AH=\frac{۱۵\times۲۰}{۲۵}=۱۲$$

سطح مقطع دو کره $=\pi(۱۲)^۲=۱۴۴\pi$

(هندسه ۱– صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

تیزان توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۷- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

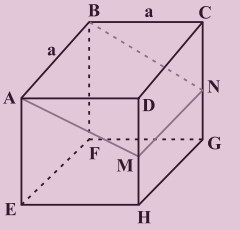
مطابق شکل زیر، صفحهٔ گذرنده از یال BA و وسط یال DH (نقطهٔ M)، از وسط یال CG (نقطهٔ N) نیز می‌گذرد. پس سطح مقطع این برش، مستطیل $ABNM$ است. داریم:

$$\overset{\Delta}{ADM}: AM^۲ = AD^۲ + DM^۲ = a^۲ + \frac{a^۲}{۴} = \frac{۵a^۲}{۴}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{\sqrt{۵}}{۲}a$$

$$S_{ABNM} = AB \times AM = a \times \frac{\sqrt{۵}}{۲}a = \frac{\sqrt{۵}}{۲}a^۲$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABNM}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{\sqrt{۵}}{۲}a^۲}{a^۲} = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

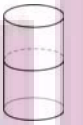


(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۳۸- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

همانند شکل‌های زیر، اگر صفحهٔ مایل برخورد کند، بیضی و اگر صفحهٔ افقی برخورد کند، دایره و اگر صفحهٔ عمودی برخورد کند مستطیل حاصل می‌شود.

صفحهٔ مایل ← بیضی صفحهٔ عمودی ← مستطیل

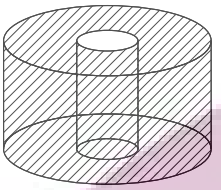


صفحهٔ افقی ← دایره

(هندسه ۱- صفحهٔ ۹۳)

۳۹- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

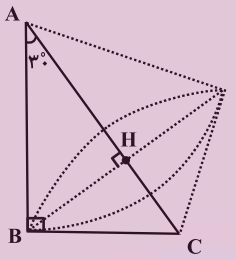
شکل فضایی ایجاد شده مطابق شکل زیر استوانه‌ای است که از درون آن یک استوانهٔ هم محور با آن خالی شده است.



(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۴۰- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

مطابق شکل از دوران مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC حول وتر AC، دو مخروط پدید می‌آید که ارتفاع وارد بر وتر (BH)، شعاع قاعدهٔ این دو مخروط است.



طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° در مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است، پس مطابق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AC = ۸ \Rightarrow BC = \frac{۱}{۲} \times ۸ = ۴$$

$$BC^۲ = AC.CH \Rightarrow ۱۶ = ۸ \times CH \Rightarrow CH = ۲$$

$$\Rightarrow AH = ۸ - ۲ = ۶$$

$$BH^۲ = AH.CH = ۶ \times ۲ = ۱۲$$

مجموع حجم دو مخروط برابر است با:

$$V = \frac{۱}{۳}\pi(BH)^۲ \times AH + \frac{۱}{۳}\pi(BH)^۲ \times CH$$

$$= \frac{\pi}{۳} \times ۱۲ \times ۶ + \frac{\pi}{۳} \times ۱۲ \times ۲ = ۲۴\pi + ۸\pi = ۳۲\pi$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

فیزیک (۱) – نگاه به گذشته

۴۱– گزینهٔ «۳» *(میلاد سلامتی)*

فقط مورد (پ) نادرست است.

برای مقدار مشخصی گاز آرمانی فرایندی را ایستاوار گویند که در طول آن دستگاه همواره بسیار نزدیک به حالت تعادل باشد.

(فیزیک ۱– صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

۴۲– گزینهٔ «۱» *(معصومه افضلی)*

طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow ۴۰۰ = -۳۸۰ + Q \Rightarrow Q = ۷۸۰J$$

توجه کنید که گاز روی محیط کار انجام داده و بنابراین حجم آن افزایش یافته و در نتیجه کار محیط منفی است. چون گرمایی که گاز مبادله می‌کند مثبت است، در نتیجه گاز از محیط گرما گرفته است.

(فیزیک ۱– صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

۴۳– گزینهٔ «۲» *(میلاد سلامتی)*

چون فرایند خیلی سریع انجام شده است، با فرایند بی‌دررو سروکار داریم:

$$\Delta U = W = -۳۰J$$

از آنجایی که انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل فقط تابع دمای مطلق گاز است، می‌توان نوشت:

$$\frac{U_۲}{U_۱} = \frac{T_۲}{T_۱} = \frac{۴۵/۵ + ۲۷۳}{۹۱ + ۲۷۳} = \frac{۳/۵}{۴} = \frac{۷}{۸}$$

$$\frac{۷}{۸}U_۱ - U_۱ = -۳۰ \Rightarrow U_۱ = ۲۴۰J\,,\, U_۲ = ۲۱۰J$$

(فیزیک ۱– صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰ و ۱۳۷ تا ۱۳۹)

۴۴– گزینهٔ «۴» *(معصومه افضلی)*

می‌دانیم انرژی درونی مقدار معینی گاز آرمانی با دمای مطلق آن متناسب است.

$$\frac{U_۲}{U_۱} = \frac{T_۲}{T_۱} \quad (I)$$

طبق قانون گازهای آرمانی داریم:

$$\Rightarrow PV = nRT \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \frac{P_۲}{P_۱} \times \frac{V_۲}{V_۱} \xrightarrow[V_۲ = ۲V_۱]{P_۲ = ۱/۴P} $$

$$\Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = ۱/۴ \times ۲ = ۲/۸ \xrightarrow{(I)} \frac{U_۲}{U_۱} = ۲/۸$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات انرژی درونی} = (\frac{U_۲}{U_۱} - ۱) \times ۱۰۰$$

$$= (۲/۸ - ۱) \times ۱۰۰ = ۱۸۰٪$$

(فیزیک ۱– صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰)

۴۵– گزینهٔ «۱» *(میلاد سلامتی)*

$$\frac{W}{\Delta U} = -۴ \Rightarrow W = -۴\Delta U$$

$$Q = ۲۱۰۰J$$

طبق قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = ۲۱۰۰ - ۴\Delta U$$

$$\Rightarrow \Delta U = ۴۲۰J, W = -۱۶۸۰J$$

(فیزیک ۱– صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰)

۴۶– گزینهٔ «۱» *(معصومه افضلی)*

فرایند ca یک فرایند هم‌حجم است زیرا نمودار $P-T$ این فرایند از مبدأ مختصات می‌گذرد $(P = \frac{nR}{V}T)$ و کار در فرایند هم‌حجم صفر است.

(فیزیک ۱– صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۲)

۴۷– گزینهٔ «۱» *(مهدی باغستانی)*

با توجه به اینکه برای مقدار معینی گاز آرمانی دما برحسب کلوین (T) متناسب با (PV) است. می‌توان نوشت:

اگر بخواهیم فرایند هم‌دما باشد باید $n'PV = P \times nV$ باشد، در نتیجه $n = n'$ و مورد (الف) نادرست است.

اگر بخواهیم فرایند بی‌دررو باشد با توجه به اینکه $W < ۰$ و $\Delta U < ۰$ است، یعنی دما کاهش یافته است، پس باید $nPV < n'PV$ و در نتیجه $n < n'$ باشد در نتیجه مورد (ب) و (پ) هم نادرست می‌باشد.

تـوشـه ای بـرای مـوفقیت

اما اگر $n > n'$ باشد می‌توان گفت در این فرایند دما افزایش یافته و در نتیجه $\Delta U > 0$ و چون فرایند انبساطی است $W < 0$ است:

$$\underbrace{\Delta U}_{\text{مثبت}} = Q + \underbrace{W}_{\text{منفی}} \Rightarrow Q > 0$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۸)

۴۸- گزینهٔ «۲» *(معصومه افضلی)*

ابتدا توسط قانون گازهای آرمانی، دمای نقاط a و c را می‌یابیم:

$$PV = nRT \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{P_a = 6atm,\ V_a = 8L} T_a = \dfrac{6\times10^5 \times 8\times10^{-3}}{nR} \\ = \dfrac{4800}{nR} \\ \xrightarrow{P_c = 3atm,\ V_c = 16L} T_c = \dfrac{3\times10^5 \times 16\times10^{-3}}{nR} \\ = \dfrac{4800}{nR} \end{cases}$$

$$\Rightarrow T_a = T_c \xrightarrow{U \propto T} U_a = U_c \Rightarrow \Delta U_{ac} = 0$$

بنابراین داریم:

$$\Delta U_{ac} = W_{abc} + Q_{abc} \xrightarrow{\Delta U_{ac} = 0} W_{abc} = -Q_{abc}$$

اما گزینهٔ «۲» درست نیست.

$$V_c > V_b \Rightarrow W_{bc} < 0$$

$$P_b V_b > P_a V_a \Rightarrow T_b > T_a \Rightarrow \Delta U_{ab} > 0$$

$$\Delta U_{ac} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} \xrightarrow{\Delta U_{ac} = 0}$$

$$\Delta U_{ab} = -\Delta U_{bc} \xrightarrow{\Delta U_{ab} > 0} \Delta U_{bc} < 0$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

۴۹- گزینهٔ «۱» *(مهدی باغستانی)*

با استفاده از قانون اول ترمودینامیک برای چرخه می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = Q_{\text{چرخه}} + W_{\text{چرخه}} = 0$$

$$= Q_{AB} + W_{AB} + Q_{BC} + W_{BC} + Q_{CA} + W_{CA} = 0$$

$$W_{CA} = -P\Delta V = -2\times10^5 \times 2/5\times10^{-3} = -500J$$

$$W_{AB} = 645J \ , \ W_{BC} = 0 \ , \ Q_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{BC} + Q_{CA} = -145 \xrightarrow[Q_{BC}<0\ ,\ Q_{CA}>0]{|Q_{BC}| = 2|Q_{CA}|}$$

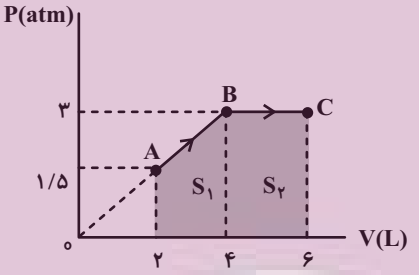
$$\Rightarrow Q_{CA} = 145J$$

در فرایند هم‌فشار علامت Q و W قرینه هم است. در فرایند CA چون انبساطی است $W < 0$ و $Q > 0$ می‌باشد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

۵۰- گزینهٔ «۳» *(مهدی باغستانی)*

با توجه به رابطهٔ $PV = nRT$، برای مقدار معینی گاز کامل، $T \propto PV$ می‌باشد، در نتیجه با توجه به اینکه $P_C V_C = 6P_A V_A$ است، می‌توان گفت $T_C = 6T_A$ و برای مقدار معینی گاز کامل داریم:



$$\frac{U_C}{U_A} = \frac{T_C}{T_A} = 6 \Rightarrow U_C = 6U_A$$

$$\Rightarrow \Delta U = U_C - U_A = 5U_A = 5\times1200 = 6000J$$

در گام بعدی با محاسبهٔ سطح محصور بین نمودار و محور V می‌توانیم مقدار کار کل انجام شده را به‌دست آوریم.

$$|W| = S_1 + S_2$$

$$= \frac{(3+1/5)\times10^5}{2} \times 2\times10^{-3} + 3\times10^5 \times 2\times10^{-3} = 1050$$

$$\xrightarrow{\text{فرایند انبساطی}} W = -1050J$$

طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 6000 = Q - 1050 \Rightarrow Q = 7050J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۱- گزینهٔ «۳» *(مهری باغستانی)*

با توجه به اینکه هر سه فرایند اندازهٔ تغییر دمای یکسانی دارند، می‌توان گفت اندازهٔ تغییرات انرژی درونی برابر دارند، ولی در فرایند AB دما افزایش و در فرایندهای BC و BD دما کاهش یافته است، پس تغییرات انرژی درونی این سه فرایند با هم برابر نیستند.

$$\Delta U_{AB} = -\Delta U_{BC}$$

$$\xrightarrow[W_{BC}=0 \text{ هم‌حجم}]{\Delta U = Q + W} W_{AB} + Q_{AB} = -Q_{BC}$$

$$\xrightarrow{Q_{BC} = -200J} W_{AB} + Q_{AB} = 200J$$

$$\xrightarrow[Q_{AB} > 0]{W_{AB} < 0 \text{ هم‌فشار}} Q_{AB} > 200J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

۵۲- گزینهٔ «۴» *(میلاد سلامتی)*

در مورد مقایسهٔ Q_L و W در چرخهٔ یک یخچال نمی‌توان با قطعیت صحبت کرد و به شرایط دستگاه بستگی دارد. سایر موارد طبق متن کتاب درسی درست است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۷)

۵۳- گزینهٔ «۳» *(مهری باغستانی)*

با توجه به اینکه در هر ثانیه ۱۰۰ چرخه طی می‌شود، می‌توان گفت در $10^5 s$، هزار چرخه طی می‌شود.

$$|Q_L| = 2000 \times 1000 = 2 \times 10^6 J$$

$$P = \frac{|W|}{t} \Rightarrow 5 \times 10^4 = \frac{|W|}{10} \Rightarrow |W| = 5 \times 10^5 J$$

برای یک ماشین گرمایی می‌توان نوشت:

$$Q_H = |Q_L| + |W| = 2 \times 10^6 + 5 \times 10^5$$

$$\Rightarrow Q_H = 2/5 \times 10^6 J$$

$$\text{جرم بنزین موردنیاز} = \frac{2/5 \times 10^6}{5 \times 10^4} = 50g$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۶)

۵۴- گزینهٔ «۱» *(بابک اسلامی)*

بازدهٔ ماشین گرمایی از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow{Q_H = 8g \times 85 \frac{kJ}{g}} 0/45 = \frac{W}{8 \times 85}$$

$$\Rightarrow W = 306kJ$$

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{306}{4 \times 60} \Rightarrow P = 1/275kW$$

(فیزیک ۱- صفحهٔ ۱۴۶)

۵۵- گزینهٔ «۱» *(مصطفی کیانی)*

می‌دانیم در یک چرخه و در فرایند هم‌دما $\Delta U = 0$ است. با توجه به اینکه $\Delta U = Q + W$ است، به‌صورت زیر گرمای مبادله شده در فرایند هم‌حجم را می‌یابیم. دقت کنید، فرایند AB هم‌دما، فرایند BC هم‌حجم و فرایند CA بی‌دررو است. در ضمن در فرایند هم‌حجم $W = 0$ و در فرایند بی‌دررو $Q = 0$ است. در این چرخه چون $V_A > V_C$ است $W_{CA} < 0$ می‌باشد.

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} \xrightarrow[\Delta U_{AB}=0]{\Delta U_{\text{چرخه}}=0}$$

$$0 = 0 + W_{BC} + Q_{BC} + W_{CA} + Q_{CA} \xrightarrow[W_{CA}=-160J]{W_{BC}=0 \,,\, Q_{CA}=0}$$

$$0 = 0 + Q_{BC} - 160 + 0 \Rightarrow Q_{BC} = 160J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

۵۶- گزینهٔ «۳» *(مسعود قره‌فانی)*

گزینه‌های «۱» و «۲» و «۴» صحیح نمی‌باشند که علت آن‌ها در زیر آمده است:

گزینهٔ «۱»: در فرایند AB فشار ثابت و حجم در حال افزایش است، پس کار انجام شده روی گاز منفی و تغییرات دما مثبت است. با توجه به اینکه تغییرات انرژی درونی با تغییرات دما متناسب است، تغییر انرژی درونی مثبت است.

گزینهٔ «۲»: در فرایند هم‌فشار: $\Delta V_{CD} < 0 \Rightarrow W_{CD} > 0$

گزینهٔ «۴»: در فرایند هم‌حجم: $\Delta U = Q$

اما در طی فرایند هم‌حجم DA کار محیط روی گاز برابر با صفر است و بنابراین گرمای مبادله شده توسط گاز با تغییرات انرژی درونی آن برابر است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

توشه‌ای برای موفقیت

۵۷- گزینهٔ «۲» *(امیر محمودی‌انزابی)*

اگر در چرخهٔ یک ماشین گرمایی، تمام گرمای گرفته شده از منبع دمابالا به کار تبدیل شود، قانون اول ترمودینامیک $(\Delta U = Q + W)$ نقض نمی‌شود، اما بر اساس قانون دوم ترمودینامیک، امکان طراحی و ساخت ماشینی که این تبدیل را انجام دهد، وجود ندارد.

(فیزیک ۱- صفحهٔ ۱۴۶)

۵۸- گزینهٔ «۳» *(امیر محمودی‌انزابی)*

عبارت‌های «ب» و «ت» درست و عبارت‌های «الف» و «پ» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «الف»: از نظر تاریخی، نخستین ماشین‌های گرمایی، ماشین‌های گرمایی برون‌سوز بوده‌اند.

عبارت «پ»: چرخهٔ یک ماشین بنزینی شامل شش فرایند است که چهار فرایند از آن (ضربه‌های مکش، تراکم، قدرت و خروج گاز)، با حرکت پیستون همراه‌اند.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۴)

۵۹- گزینهٔ «۳» *(بنیامین یعقوبی)*

مطابق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W$$

$$\Delta U = +۳۰۰ - ۱۷۰ = ۱۳۰ kJ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{هرگاه سامانه گرما از دست بدهد}: Q = -۱۷۰ kJ \Rightarrow Q < ۰ \\ \text{هرگاه کار روی سامانه انجام گیرد}: W = +۳۰۰ kJ \Rightarrow W > ۰ \end{cases}$$

(فیزیک ۱- صفحهٔ ۱۳۰)

۶۰- گزینهٔ «۳» *(بنیامین یعقوبی)*

طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچال گرما به خودی خود از جسم با دمای بیشتر منتقل نمی‌شود. $(W \neq ۰)$

در گزینهٔ «۴» قانون دوم به بیان ماشین گرمایی نقض شده و در گزینهٔ «۱» قانون اول ترمودینامیک نقض شده است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

تـوشـه ای بـرای مـوفقیت

شیمی (۱) - نگاه به گذشته

۶۱- گزینهٔ «۲» *(ایمان حسین‌نژاد)*

کلسیم سولفات برخلاف دو ترکیب سدیم سولفات (محلول) و باریم سولفات (نامحلول)، کم محلول است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۶۲- گزینهٔ «۲» *(میرحسن حسینی)*

$$۳۹^\circ C: ۶۰g\,KNO_۳ + ۱۰۰g\,H_۲O = ۱۶۰g\,KNO_۳\,(aq)$$ (محلول سیرشده)

$$۲۸^\circ C: ۴۰g\,KNO_۳ + ۱۰۰g\,H_۲O = ۱۴۰g\,KNO_۳\,(aq)$$ (محلول سیرشده)

اگر ۱۶۰g محلول سیرشدهٔ $KNO_۳$ را از دمای $۳۹^\circ C$ به $۲۸^\circ C$ برسانیم، ۱۴۰g محلول سیرشده و ۲۰g(=۱۶۰−۱۴۰) رسوب خواهیم داشت؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{درصد رسوب} = \frac{\text{جرم رسوب}}{\text{جرم محلول اولیه}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۰g}{۱۶۰g} \times ۱۰۰ = ۱۲/۵٪$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸ و ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۶۳- گزینهٔ «۳» *(هلما هاجی‌نقی)*

درصد جرمی نمک X در محلول سیرشدهٔ آن در دمای $۱۰^\circ C$ برابر ۳۷/۵ درصد است، پس جرم نمک X حل شده در ۱۰۰ گرم حلال در دمای $۱۰^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$۳۷/۵ = \frac{xgX}{xgX + ۱۰۰g\,H_۲O} \times ۱۰۰ \Rightarrow x = ۶۰$$

بنابراین در دمای $۱۰^\circ C$ در ۱۰۰ گرم آب، ۶۰ گرم نمک X حل می‌شود. مقدار اولیهٔ X، ۱۵۰ گرم بوده است، پس در دمای $۱۰^\circ C$، ۹۰ گرم آن، رسوب کرده است؛ در نتیجه با توجه به انحلال‌پذیری نمک X، برای حل کردن دوبارهٔ این مقدار نمک، به ۱۵۰ گرم آب $۱۰^\circ C$ نیاز است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸ و ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۶۴- گزینهٔ «۳» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

برای تعیین انحلال‌پذیری نمک در دمای $۲۵^\circ C$ خواهیم داشت:

$$\frac{S}{۱۰۰+S} \times ۱۰۰ = ۳۳/۳ \Rightarrow S = ۵۰$$

برای تعیین انحلال‌پذیری نمک در دمای $۸۰^\circ C$ خواهیم داشت:

$$\frac{S}{۱۰۰+S} \times ۱۰۰ = ۳۷/۵ \Rightarrow S = ۶۰$$

پس ۱۶۰ گرم محلول داده شده در مسأله، همان محلول استاندارد است که براساس دما و انحلال‌پذیری در دمای $۸۰^\circ C$ قابل محاسبه است؛ بنابراین اختلاف انحلال‌پذیری نمک در دو دما به‌طور مستقیم مقدار رسوب را به ما می‌دهد.

مقدار گرم رسوب $= ۶۰ - ۵۰ = ۱۰$ گرم

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸ و ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۶۵- گزینهٔ «۴» *(بنیامین یعقوبی)*

در دمای مورد نظر، انحلال‌پذیری دو نمک باید با هم برابر باشد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$S = m\theta + S_۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_A = \frac{۳}{۱۰} = ۰/۳ \Rightarrow S_A = ۰/۳\theta + ۲۷ \\ m_B = \frac{-۱/۵}{۱۰} = -۰/۱۵ \Rightarrow S_B = -۰/۱۵\theta + ۳۶ \end{cases}$$

حال دمایی را به‌دست می‌آوریم که انحلال‌پذیری A و B با هم برابر باشند:

$$\Rightarrow S_A = S_B \Rightarrow ۰/۳\theta + ۲۷ = -۰/۱۵\theta + ۳۶$$

$$\Rightarrow ۰/۴۵\theta = ۹ \Rightarrow \theta = ۲۰^\circ C$$

توشه‌ای برای موفقیت

حال اگر θ را در هر کدام از معادلات انحلال‌پذیری قرار بدهیم، مقدار انحلال‌پذیری این دو نمک در این دما به‌دست می‌آید؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$S_A = ۰/۳ \times ۲۰ + ۲۷ = ۳۳$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۶۶- گزینهٔ «۴» *(ایمان حسین‌نژاد)*

پیوند هیدروژنی زمانی تشکیل می‌شود که در ذرهٔ اول، اتم H متصل به یکی از عنصرهای F، O و N و در ذرهٔ دیگر خود عناصر F، O و N موجود باشد. اتصال H به S (دومین عضو گروه شانزدهم جدول تناوبی) سبب تشکیل پیوند هیدروژنی نمی‌شود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: نیروی پیوند هیدروژنی در ترکیب HF نسبت به آب قوی‌تر است، اما آب شمار پیوندهای هیدروژنی بیشتری تشکیل می‌دهد؛ بنابراین نقطهٔ جوش آب نسبت به HF بیشتر است.

گزینهٔ «۲»: نخستین عضو گروه چهاردهم جدول تناوبی، کربن است؛ بنابراین کربن دی‌اکسید همانند متان، مولکولی ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

گزینهٔ «۳»: به‌طور کلی تمامی مولکول‌های دو اتمی که دارای دو عنصر متفاوت در ساختار خود هستند، قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

۶۷- گزینهٔ «۴» *(فهیمه یراللهی)*

همهٔ جملات داده شده درست هستند. در توجیه برخی از این خواص می‌توان گفت مولکول‌های آب با ساختار خمیده و قطبیت بالا دارای نیروی بین مولکولی بسیار قوی از نوع پیوند هیدروژنی هستند که باعث هم‌راستا شدن همهٔ مولکول‌ها در میدان الکتریکی و دمای جوش بالای غیرعادی می‌شود. همچنین به دلیل آرایش ویژه‌ای که این مولکول‌ها هنگام انجماد می‌گیرند (ایجاد فضاهای خالی منظم) بر اثر انجماد، حجم آب افزایش می‌یابد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۶۸- گزینهٔ «۳» *(هلما حاجی‌نقی)*

فقط عبارت (پ) به‌درستی جملهٔ داده شده را تکمیل می‌کند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (آ): میان مولکول‌های $C_۲H_۵OH$ پیوند هیدروژنی وجود دارد، پس نقطهٔ جوش بالاتر داشته و فراریت کمتری دارد.

عبارت (ب): مولکول‌های $AsH_۳$ سنگین‌تر از مولکول‌های $PH_۳$ هستند و به‌دلیل جرم و حجم بیشتر، نیروهای بین مولکولی از نوع وان‌دروالسی قوی‌تری دارند؛ در نتیجه نقطهٔ جوش بالاتری داشته و فراریت کمتری دارند.

عبارت (ت): مولکول‌های قطبی $O_۳$، به دلیل جرم و حجم بیشتر و قطبی بودن، نیروهای بین مولکولی قوی‌تر و در نتیجه نقطهٔ جوش بالاتری داشته و فراریت کمتری دارند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

۶۹- گزینهٔ «۴» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) متان یک مولکول ناقطبی با جرم مولی پایین‌تر از هیدروژن کلرید است؛ در حالی‌که هیدروژن کلرید قطبی است؛ بنابراین دمای جوش هیدروژن کلرید (HCl) بالاتر از دمای جوش متان $(CH_۴)$ است.

۲) مولکول‌های آب و هیدروژن سولفید هر دو ساختار خمیده و قطبی دارند. این در حالی است که نیروی بین مولکولی در آب پیوند هیدروژنی ولی در هیدروژن سولفید وان‌دروالسی است.

۳) در جدول تناوبی، روند تغییرات دمای جوش (کاهشی یا افزایشی) ترکیبات هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۴ و ۱۷ با هم مشابه نیست، زیرا در گروه ۱۷ اولین ترکیب هیدروژن‌دار، نیروی بین مولکولی آن پیوند هیدروژنی

توشه‌ای برای موفقیت

است، پس دمای جوش آن از بقیه ترکیبات هیدروژن‌دار هم گروه بالاتر است، اما در بقیهٔ عناصر این گروه، با افزایش جرم و حجم، دمای جوش افزایش می‌یابد. در گروه ۱۴ اولین ترکیب هیدروژن‌دار، متان است. این ماده ناقطبی است و جاذبه بین مولکولی در آن وان‌دروالسی است؛ بنابراین در ترکیبات هیدروژن‌دار این گروه، از بالا به پایین، با افزایش جرم و حجم، نیروی بین مولکولی و در نتیجه، نقطهٔ جوش افزایش می‌یابد.

۴) حالت فیزیکی که مولکول‌های آب روی هم می‌لغزند، مایع و حالت فیزیکی که مولکول‌های آب نسبت به هم جایگاه ثابتی دارند، جامد است. می‌دانیم که به دلیل جای‌گیری متفاوت مولکول‌های آب در حالت جامد، در این حالت حجم بیشتر و چگالی کمتری دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۷۰- گزینهٔ «۱» *(بنیامین یعقوبی)*

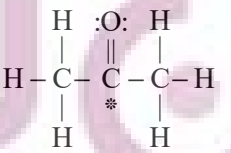
بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: افزودن ید به هگزان منجر به تشکیل محلول (مخلوط همگن) بنفش رنگ می‌شود. حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر محلول‌ها، یکسان و یکنواخت است.

گزینهٔ «۲»: در ساختار یخ، اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار دارند.

گزینهٔ «۳»: گشتاور دو قطبی اغلب هیدروکربن‌ها (نه ترکیب‌های آلی) ناچیز و در حدود صفر است.

گزینهٔ «۴»: در مولکول استون، اکسیژن با کربن پیوند دوگانه دارد و دو الکترون به اشتراک گذاشته است. همچنین اتم کربن (*) با دو پیوند یگانهٔ دیگر به دو اتم کربن کناری خود متصل شده است و در کل ۴ الکترون به اشتراک می‌گذارد. در این ساختار اتم‌های هیدروژن یک الکترون به اشتراک گذاشته‌اند.



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۳ و ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۷۱- گزینهٔ «۱» *(ایمان حسین‌نژاد)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اغلب محلول‌های موجود در بدن انسان، محلول‌های آبی هستند. محلول‌هایی که بیشتر واکنش‌های شیمیایی درون بدن در آن‌ها انجام می‌شود.

گزینهٔ «۲»: شکر، اوزون و اتیلن گلیکول، ترکیب‌های مولکولی‌اند و در اثر انحلال در آب، یون تولید نمی‌کنند، اما سدیم هیدروکسید $(NaOH)$ در آب حل شده و یون‌های سدیم و هیدروکسید را تولید می‌کند.

گزینهٔ «۳»: چربی و هگزان، هر دو ناقطبی‌اند و جاذبهٔ ذرات محلول آن‌ها از نوع وان‌دروالسی است. در محلول سدیم کلرید در آب، جاذبهٔ میان ذرات موجود در محلول از نوع یون ـ دوقطبی است.

گزینهٔ «۴»:

$$NH_4NO_3(s) \xrightarrow{H_2O} \underbrace{NH_4^+(aq) + NO_3^-(aq)}_{\text{دو مول یون}} \quad : \text{آمونیوم نیترات}$$

$$K_2SO_4(s) \xrightarrow{H_2O} \underbrace{2K^+(aq) + SO_4^{2-}(aq)}_{\text{سه مول یون}} \quad : \text{پتاسیم سولفات}$$

از انحلال یک مول آمونیوم نیترات، ۲ مول یون و از انحلال یک مول پتاسیم سولفات، ۳ مول یون در محلول ایجاد و در مجموع ۵ مول یون آزاد می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲ و ۱۰۷ تا ۱۱۲)

۷۲- گزینهٔ «۴» *(عباس هنرپو)*

عنصرها به‌ترتیب $_{12}Mg$، $_9F$، $_7N$، $_6C$، $_8O$ و $_{13}Al$ هستند؛ بنابراین گزینهٔ «۴» نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) CF_4 و CO_2 هر دو ناقطبی هستند.

۲) ترکیب حاصل $(MgO)BF$ است.

۳) ترکیب حاصل $(Mg_3N_2)B_3D_2$ است:

توشه ای برای موفقیت

$$Mg_3N_2 \xrightarrow{H_2O} \underbrace{3Mg^{2+} + 2N^{3-}}_{\text{۵مول یون}}$$ یا

$$B_3D_2 \xrightarrow{H_2O} 3B^{2+} + 2D^{3-}$$

۴) کربنات فلز (عنصر) B به صورت BCO_3 $(MgCO_3)$ می‌باشد که نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرهای آن برابر $\frac{5}{3}$ و سولفات فلز J به‌صورت $J_2(SO_4)_3$ $(Al_2(SO_4)_3)$ می‌باشد که نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرهای آن برابر $\frac{17}{3}$ است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲ و ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۷۳- گزینهٔ «۱» *(فهیمه یداللهی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: طبق قانون هنری، با افزایش فشار، انحلال‌پذیری گازها در آب، در دمای ثابت، افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: انحلال‌پذیری گاز CO_2 به دلیل واکنش با آب (و تشکیل کربنیک‌اسید) و از طرفی جرم مولی بیشتر از NO، در هر دمایی بیشتر از گاز NO است. (دقت شود که CO_2 برخلاف NO، مولکولی ناقطبی است.)

گزینهٔ «۴»: وجود فضاهای خالی در آرایش مولکول‌ها باعث افزایش حجم شده و از آنجا که جرم ثابت است، چگالی کاهش پیدا می‌کند.

$$\downarrow d = \frac{m}{V \uparrow}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸، ۱۱۱ تا ۱۱۵)

۷۴- گزینهٔ «۴» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

بررسی عبارت‌ها:

آ) استون به هر نسبتی در آب حل می‌شود؛ بنابراین نمی‌توان محلول سیرشده از آن تهیه کرد.

ب) ید در هگزان حل می‌شود؛ بنابراین میانگین نیروی جاذبهٔ بین مولکول‌های ید خالص و هگزان خالص، کمتر از نیروی وان‌دروالسی بین مولکول‌های ید و هگزان می‌باشد.

پ) انحلال‌های مولکولی در آب برخلاف انحلال‌های یونی در آب همراه با حفظ ماهیت ذرات حل‌شونده می‌باشد؛ بنابراین استون که ترکیبی مولکولی است، ماهیت خود را حفظ کرده و ترکیب یونی پتاسیم یدید ماهیت خود را از دست می‌دهد.

ت) نمودار اثر فشار بر انحلال‌پذیری گازها در آب یک تابع خطی است که از مبدأ می‌گذرد؛ بنابراین بین فشار و انحلال‌پذیری، نسبت مستقیم وجود دارد و با یک تناسب ساده مساله حل می‌شود.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \frac{0/06\,g}{100\,g\,H_2O} & 9\,atm \\ \hline \frac{x\,g}{100\,g\,H_2O} & 3\,atm \\ \hline \end{array} \Rightarrow x = 0/02\frac{g}{100\,g\,H_2O}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۵)

۷۵- گزینهٔ «۳» *(هلما حاجی‌نقی)*

عبارت داده شده همانند گزینهٔ «۳» درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در مورد گازهای (CH_4, N_2) و همچنین گازهای (Ar, NO) با کاهش جرم مولی مواجه هستیم.

گزینهٔ «۲»: در فشار ۵atm انحلال‌پذیری گاز Ar برابر با ۰/۰۳ گرم در ۱۰۰ گرم آب است:

$$ppm = \frac{\text{جرم Ar}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0/03g}{100g} \times 10^6 = 300ppm$$

تـوشـه ای بـرای مـوفقیت

گزینهٔ «۳»: انحلال‌پذیری گاز متان در فشارهای ۲ و ۶ اتمسفر به ترتیب ۰/۰۰۵ گرم و ۰/۰۱۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. مقدار افزایش انحلال‌پذیری گاز CH_4 به ازای تغییرات فشار در ۱۰۰ گرم آب برابر با $0/015-0/005=0/01g$ است، پس مقدار افزایش انحلال‌پذیری گاز CH_4 در نیم‌کیلوگرم آب برابر با $500gH_2O\times\frac{0/01g\,CH_4}{100g\,H_2O}=0/05g\,CH_4$ است.

گزینهٔ «۴»: مطابق نمودار، در فشار ۳atm مقدار گاز NO حل‌شده برابر با ۰/۰۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. با توجه به اینکه چگالی آب $1g.cm^{-3}$ است؛ بنابراین جرم ۰/۶L آب، ۶۰۰ گرم است.

$$?\,g\,NO=600g\,H_2O\times\frac{0/02g\,NO}{100g\,H_2O}=0/12g\,NO$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸ و ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۷۶- گزینهٔ «۴» *(عباس هنرپو)*

گزینهٔ «۱»: هر چه جرم مولی هالوژن‌ها بیشتر باشد، نیروی بین مولکولی قوی‌تر و نقطهٔ جوش بالاتر دارد.

گزینهٔ «۲»: استون به هر نسبتی در آب حل می‌شود و NO قطبی ولی N_2 ناقطبی است.

گزینهٔ «۳»: جرم و حجم H_2S تقریباً با CO_2 مشابه است، اما H_2S قطبی بوده و نقطهٔ جوش آن بیشتر از CO_2 است. از طرفی H_2O به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی، نیروی بین مولکولی قوی‌تری نسبت به H_2S دارد، پس نقطهٔ جوش آن بیشتر خواهد بود.

گزینهٔ «۴»: NH_3 به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی، نقطهٔ جوش بالاتری دارد؛ بنابراین مقایسهٔ درست به صورت « $NH_3 > AsH_3 > PH_3$ » است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۷۷- گزینهٔ «۲» *(هادی مهدی‌زاده)*

با استفاده از روش اسمز معکوس همانند روش صافی کربن، نمی‌توان میکروب‌ها را از آب جدا کرد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۷۸- گزینهٔ «۴» *(هادی مهدی‌زاده)*

در مقایسهٔ فشار اسمزی، غلظت ذرات محلول تأثیرگذار است، اما از آن‌جا که هر دو ترکیب سدیم نیترات و پتاسیم نیترات، دارای دو یون در هر واحد فرمولی هستند، پس صرفا به بررسی غلظت هر ماده می‌پردازیم؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$M_A=\frac{\text{مول}}{\text{حجم}}\Rightarrow\frac{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم‌مولی}}}{\text{حجم}}=\frac{\frac{42/5}{85}}{V}$$

$$M_B=\frac{\text{مول}}{\text{حجم}}\Rightarrow\frac{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم‌مولی}}}{\text{حجم}}=\frac{\frac{25/25}{101}}{V}$$

$$\frac{M_A}{M_B}=\frac{\frac{0/5}{V_A}}{\frac{0/25}{V_B}}\xrightarrow{V_A=V_B}\frac{M_A}{M_B}=\frac{0/5}{0/25}=2$$

پس غلظت محلول موجود در بازوی A، دو برابر غلظت محلول موجود در بازوی B است. در فرایند اسمز آب از محلول رقیق به محلول غلیظ می‌رود، پس ارتفاع محلول موجود در بازوی A و غلظت محلول موجود در بازوی B، هر دو افزایش می‌یابد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۷۹- گزینهٔ «۴» *(بنیامین یعقوبی)*

مواد A و D به‌ترتیب کم‌ترین و بیشترین قطبیت را دارد؛ بنابراین مخلوط حاصل از آن‌ها، ناهمگن خواهد بود. در صورتی که I_2 و CS_2 هر دو ناقطبی هستند و مخلوطی همگن ایجاد می‌کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹ و ۱۲۰)

۸۰- گزینهٔ «۱» *(ایمان حسین‌نژاد)*

همهٔ عبارت‌های داده شده درست هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۲)

تیزهوشان
توشه‌ای برای موفقیت

حسابان (۱) - نگاه به آینده

۸۱- گزینهٔ «۱» *(علی آزاد)*

اعداد طبیعی دو رقمی که باقیماندهٔ تقسیم آن‌ها بر ۵ برابر با ۳ می‌باشد به‌صورت زیر هستند:

دنباله حسابی با قدرنسبت ۵ $\Rightarrow ۱۳, ۱۸, ۲۳, \ldots, ۹۸$

$$a_n = a_۱ + (n-۱)d \Rightarrow ۹۸ = ۱۳ + (n-۱)\times ۵$$

$$\Rightarrow n = ۱۸ \quad \text{(تعداد جملات)}$$

$$S_{۱۸} = \frac{۱۸}{۲}[۱۳ + ۹۸] = ۹ \times ۱۱۱ = ۹۹۹$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۸۲- گزینهٔ «۴» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

$$۵x^۲ + ۱۰x - ۱ = ۰ \Rightarrow ۵x^۲ + ۱۰x = ۱ \Rightarrow x^۲ + ۲x = \frac{۱}{۵}$$

$x_۱$ و $x_۲$ ریشه‌های معادله بوده و در معادله صدق می‌کنند:

$$x_۱^۲ + ۲x_۱ = \frac{۱}{۵} \;,\; x_۲^۲ + ۲x_۲ = \frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow (x_۱^۲ + ۲x_۱)^۵ + (x_۲^۲ + ۲x_۲)^۵ = (\frac{۱}{۵})^۵ + (\frac{۱}{۵})^۵ = \frac{۲}{۵^۵}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

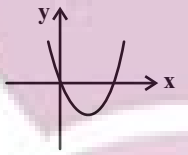
۸۳- گزینهٔ «۳» *(طاهر دارستانی)*

شرط لازم آن است که (۱) دهانه سهمی رو به بالا باشد $(m-۱>۰)$ و (۲) عرض از مبدأ نامنفی $(۳-m\geq ۰)$.

$$m-۱>۰ \Rightarrow m>۱$$
$$۳-m\geq ۰ \Rightarrow m\leq ۳$$

$$\Rightarrow ۱<m\leq ۳ \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m=۲ \text{ یا } m=۳ \quad \text{(دو مقدار)}$$

$m=۲ \Rightarrow y=x^۲-x+۱ \Rightarrow \Delta<۰$



$\Rightarrow$ این سهمی از ناحیه ۳ عبور نمی‌کند.

$m=۳ \Rightarrow y=۲x^۲-x \Rightarrow$ ۲ ریشه نامنفی دارد.

$\Rightarrow$ سهمی از ناحیهٔ ۳ نمی‌گذرد.

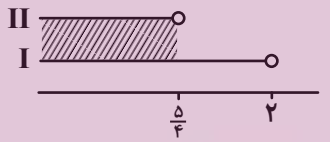
(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۸۴- گزینهٔ «۴» *(علی مرشد)*

با توجه به سهمی، در می‌یابیم که $\Delta<۰$ و $a-۲<۰$ است؛ چون سهمی ریشه ندارد و زیر محور x ها قرار گرفته است. بنابراین:

$$(I) a-۲<۰ \Rightarrow a<۲$$
$$(II) \Delta<۰ \Rightarrow (\sqrt{۳})^۲ - ۴(-۱)(a-۲)<۰$$
$$\Rightarrow ۳+۴a-۸<۰ \Rightarrow ۴a<۵ \Rightarrow a<\frac{۵}{۴}$$

$$I \cap II = (-\infty, \frac{۵}{۴})$$



(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۸۵- گزینهٔ «۲» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

دامنهٔ رادیکال‌ها را می‌یابیم:

$$\left.\begin{array}{l} ۲x-۲\geq ۰ \Rightarrow x\geq ۱ \\ ۲-x\geq ۰ \Rightarrow x\leq ۲ \\ x-۲\geq ۰ \Rightarrow x\geq ۲ \end{array}\right\} \xrightarrow{\cap} D=\{۲\}$$

عدد ۲ را جایگذاری می‌کنیم:

$$\sqrt{x+\sqrt{x-۲}} = \sqrt{۲-x} + \sqrt{۲x-۲} \xrightarrow{x=۲} \sqrt{۲} = \sqrt{۲}$$

تنها جواب معادلهٔ $x=۲$ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

تیزرانان
توشه‌ای برای موفقیت

۸۶- گزینهٔ «۲» *(طاهر دادستانی)*

$$f(a+\frac{1}{a})+g(a-\frac{1}{a})=\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}-2}+\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}+2}$$

$$=\sqrt{(a-\frac{1}{a})^2}+\sqrt{(a+\frac{1}{a})^2}=|a-\frac{1}{a}|+|a+\frac{1}{a}|$$

$$\xrightarrow{-1<a<0}(a-\frac{1}{a})-(a+\frac{1}{a})=\frac{-2}{a}$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰ و ۴۶ تا ۴۸)

۸۷- گزینهٔ «۳» *(بهرام حلاج)*

نکته: نیمساز، مکان هندسی نقاطی از صفحه است که فاصله‌شان از دو ضلع زاویه یکسان باشند. پس داریم:

$$\frac{|3x-4y+1|}{\sqrt{9+16}}=\frac{|5x+12y-3|}{\sqrt{144+25}}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین‌وسطین}}13(3x-4y+1)=\pm5(5x+12y-3)$$

$$\Rightarrow\begin{cases}39x-52y+13=25x+60y-15\\39x-52y+13=-25x-60y+15\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x-8y+2=0\\32x+4y-1=0\end{cases}$$

حال طول از مبدأ خط $x-8y+2=0$ را به دست می‌آوریم.

$$y=0\Rightarrow x+2=0\Rightarrow x=-2$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۸۸- گزینهٔ «۴» *(طاهر دادستانی)*

در گزینهٔ «۴» به ازای $x=1$ دو مقدار برای y به‌دست می‌آید.

$$x=1\Rightarrow y^2+4y=0\Rightarrow\begin{cases}y=0\\y=-4\end{cases}$$

گزینهٔ «۱»: $|y|=-(2x-1)^2\Rightarrow|y|+(2x-1)^2=0$

$\Rightarrow$ یک نقطه: $(\frac{1}{2},0)$

گزینهٔ «۲»: $(x+2)^2+(y+1)^2=0\Rightarrow$ یک نقطه: $(-2,-1)$

گزینهٔ «۳»: $x^2-4\geq0\ ,\ 4-x^2\geq0\Rightarrow x^2-4=0$

$\Rightarrow x=\pm2\ ,\ y=0\Rightarrow$ دو نقطه: $(2,0),(-2,0)$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۸۹- گزینهٔ «۲» *(علی آزاد)*

با توجه به اینکه سمت راست معادله یعنی $3+[-4x]$ عددی صحیح می‌باشد بنابراین می‌بایست سمت چپ یعنی $\sqrt{2x}$ نیز عددی صحیح باشد پس داریم:

$$\Rightarrow\sqrt{2x}=k\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}2x=k^2\Rightarrow-4x=-2k^2$$

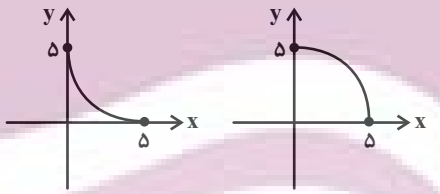
$$\Rightarrow k=-2k^2+3\Rightarrow2k^2+k-3=0\Rightarrow\begin{cases}k=1 & \text{ق ق}\\k=-\frac{3}{2} & \text{غ ق ق}\end{cases}$$

$$\Rightarrow k=1\Rightarrow\sqrt{2x}=1\Rightarrow x=\frac{1}{2}\ \text{ق ق}\ \text{(فقط یک ریشه)}$$

(حسابان ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲ و ۴۹ تا ۵۳)

۹۰- گزینهٔ «۱» *(طاهر دادستانی)*

فرض مسئله نشان می‌دهد در بازهٔ $[0,5]$ نمودار به یکی از دو شکل زیر است:



یکی از ریشه‌ها ۵ و ریشهٔ دیگر را α درنظر می‌گیریم:

$$y=ax^2+bx+c\xrightarrow{f(0)=5}c=5$$

$$\Rightarrow\text{حاصلضرب ریشه‌ها}:\frac{c}{a}=5\alpha\xrightarrow{c=5}\frac{1}{a}=\alpha$$

ریشه‌های دو معادله $ax^2+bx+c=0$ و $cx^2+bx+a=0$ عکس یکدیگرند. پس یکی از ریشه‌ها a و ریشه دیگر $\frac{1}{5}$ خواهد بود.

(حسابان ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۷ تا ۱۳ و ۵۴ تا ۶۲)

تـوشـه ای بـرای مـوفقیت

هندسه (۲) – نگاه به آینده

۹۱– گزینهٔ «۲» *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم اگر از یک نقطه در خارج یک دایره، دو مماس بر آن دایره رسم کنیم، طول مماس‌های رسم شده برابر یکدیگر است، بنابراین داریم:

$$AM = AN = ۴$$
$$CP = CN = ۳$$
$$BM = BP = x$$
$$\text{محیط مثلث } ABC = AB + AC + BC$$
$$\Rightarrow ۲۶ = (AM + BM) + (AN + CN) + (BP + CP)$$
$$\Rightarrow ۲۶ = (۴ + x) + (۴ + ۳) + (x + ۳)$$
$$\Rightarrow ۲۶ = ۱۴ + ۲x \Rightarrow ۲x = ۱۲ \Rightarrow x = ۶$$
$$AB = AM + BM = ۴ + ۶ = ۱۰$$

(هندسه ۲– صفحهٔ ۲۰)

۹۲– گزینهٔ «۲» *(افشین خاصه‌خان)*

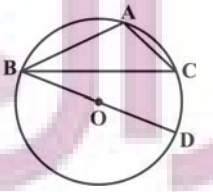
اگر $\overset{\frown}{BT} = x$ و $\overset{\frown}{AT} = y$ فرض شود، آن‌گاه داریم:

$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{BT} - \overset{\frown}{AT}}{۲} \Rightarrow ۲۴^\circ = \frac{x - y}{۲} \Rightarrow x - y = ۴۸^\circ$$
$$\overset{\frown}{BT} + \overset{\frown}{AT} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x + y = ۱۸۰^\circ$$
$$\begin{cases} x - y = ۴۸^\circ \\ x + y = ۱۸۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۱۱۴^\circ \\ y = ۶۶^\circ \end{cases}$$
$$\hat{B} = \frac{\overset{\frown}{AT}}{۲} = \frac{۶۶^\circ}{۲} = ۳۳^\circ$$

(هندسه ۲– صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۹۳– گزینهٔ «۳» *(محمد فندان)*

نقطهٔ O از سه رأس مثلث ABC به یک فاصله است، پس مرکز دایرهٔ محیطی مثلث ABC است. مطابق شکل داریم:



$$\hat{C} = ۱۸۰^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = ۱۸۰^\circ - (۱۱۰^\circ + ۲۰^\circ) = ۵۰^\circ$$
$$\Rightarrow \overset{\frown}{AB} = ۲ \times ۵۰^\circ = ۱۰۰^\circ$$
$$A\hat{B}O = \frac{\overset{\frown}{ACD}}{۲} = \frac{۱۸۰^\circ - \overset{\frown}{AB}}{۲} = \frac{۸۰^\circ}{۲} = ۴۰^\circ \quad \text{(زاویهٔ محاطی)}$$

(هندسه ۲– صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

۹۴– گزینهٔ «۱» *(فرزانه خاکپاش)*

دو دایرهٔ $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ در صورتی متقاطع هستند که $|R - R'| < OO' < R + R'$ باشد.

$$OO' < R + R' \Rightarrow ۱ < ۲m - ۱ + ۱ \Rightarrow ۲m > ۱ \Rightarrow m > \frac{۱}{۲} \quad (۱)$$
$$OO' > |R - R'| \Rightarrow ۱ > |۲m - ۱ - ۱| \Rightarrow |۲m - ۲| < ۱$$
$$\Rightarrow |m - ۱| < \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{-۱}{۲} < m - ۱ < \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲} < m < \frac{۳}{۲} \quad (۲)$$
$$R > ۰ \Rightarrow ۲m - ۱ > ۰ \Rightarrow m > \frac{۱}{۲} \quad (۳)$$
$$(۱), (۲), (۳) \Rightarrow \frac{۱}{۲} < m < \frac{۳}{۲}$$

در بین گزینه‌ها تنها به‌ازای $m = ۱$، دو دایره متقاطع هستند.

(هندسه ۲– صفحهٔ ۲۰)

۹۵– گزینهٔ «۳» *(علیرضا امری)*

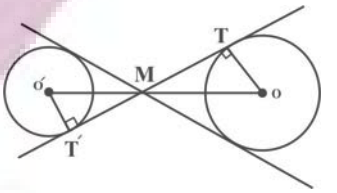
اگر شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر را با R و شعاع دایرهٔ کوچک‌تر را با R' نمایش دهیم، داریم:

$$d = R - R' = ۲ \qquad (*)$$
$$S - S' = ۲۰\pi \Rightarrow \pi R^۲ - \pi R'^۲ = ۲۰\pi$$
$$\Rightarrow (R - R')(R + R') = ۲۰ \xrightarrow{(*)} R + R' = ۱۰$$
$$\begin{cases} R + R' = ۱۰ \\ R - R' = ۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = ۶ \\ R' = ۴ \end{cases} \Rightarrow \frac{R}{R'} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$$

(هندسه ۲– صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

تـــوشـــه ای بـــرای مـــوفقیت

۹۶- گزینهٔ «۴» *(فرزانه خاکپاش)*



خط‌المرکزین دو دایره نیمساز زاویهٔ بین مماس مشترک‌های داخلی دو دایره است، پس مطابق شکل $O\hat{M}T = O'\hat{M}T' = ۳۰^\circ$ است. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰°، نصف طول وتر است، پس داریم:

$$\overset{\Delta}{OMT} : OM = ۲OT = ۲\times۶ = ۱۲$$

$$\overset{\Delta}{O'MT'} : O'M = ۲O'T' = ۲\times۳ = ۶$$

$$OO' = ۱۲+۶ = ۱۸$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{OO'^۲ - (R-R')^۲}$$

$$= \sqrt{۱۸^۲ - (۶-۳)^۲} = \sqrt{۳۱۵} = ۳\sqrt{۳۵}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۹۷- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید شعاع‌های دو دایره برابر R و R' و طول خط‌المرکزین دو دایره برابر d باشد. در این صورت داریم:

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^۲ - (R+R')^۲} = ۸$$

$$\Rightarrow d^۲ - (R+R')^۲ = ۶۴ \quad (۱)$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^۲ - (R-R')^۲} = ۱۲$$

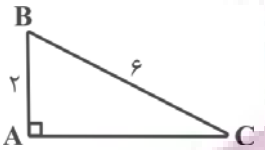
$$\Rightarrow d^۲ - (R-R')^۲ = ۱۴۴ \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow (d^۲ - (R-R')^۲) - (d^۲ - (R+R')^۲) = ۱۴۴ - ۶۴$$
$$\Rightarrow (d^۲ - R^۲ - R'^۲ + ۲RR') - (d^۲ - R^۲ - R'^۲ - ۲RR') = ۸۰$$
$$\Rightarrow ۴RR' = ۸۰ \Rightarrow RR' = ۲۰$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۹۸- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABC داریم:



$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ \Rightarrow ۳۶ = ۴ + AC^۲$$
$$\Rightarrow AC^۲ = ۳۲ \Rightarrow AC = ۴\sqrt{۲}$$

اگر r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی و S و P به‌ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث ABC باشند، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{۱}{۲}AB\times AC = \frac{۱}{۲}\times۲\times۴\sqrt{۲} = ۴\sqrt{۲}$$

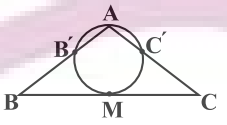
$$P = \frac{۲+۶+۴\sqrt{۲}}{۲} = ۴+۲\sqrt{۲}$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{۴\sqrt{۲}}{۴+۲\sqrt{۲}}\times\frac{۴-۲\sqrt{۲}}{۴-۲\sqrt{۲}} = \frac{۱۶\sqrt{۲}-۱۶}{۸} = ۲\sqrt{۲}-۲$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۹۹- گزینهٔ «۴» *(سیدسروش کریمی‌مدامی)*

BM و CM بر دایره مماس هستند، بنابراین:



$$BM^۲ = BB'.BA \ , \ CM^۲ = CC'.CA$$

با توجه به این‌که M وسط ضلع BC است، پس:

$$BM = CM \Rightarrow BB'.BA = CC'.CA$$

طبق فرض سؤال: $AB = ۱۲$ ، $AC = ۱۵$ و $CC' = ۴$ ،

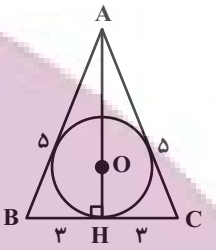
بنابراین: $$BB'\times۱۲ = ۴\times۱۵ \Rightarrow BB' = ۵$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۱۸)

توشه ای برای موفقیت

۱۰۰- گزینهٔ «۲» *(فرزانه خاکپاش)*

محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث همان مرکز دایرهٔ محاطی داخلی مثلث و فاصلهٔ این نقطه از اضلاع مثلث، برابر شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث است.



$\overset{\Delta}{AHB}: AH^۲ = AB^۲ - BH^۲ = ۲۵ - ۹ = ۱۶ \Rightarrow AH = ۴$

اگر S و P به‌ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث ABC و r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی این مثلث باشد، داریم:

$$S = \frac{۱}{۲}AH \times BC = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۶ = ۱۲$$

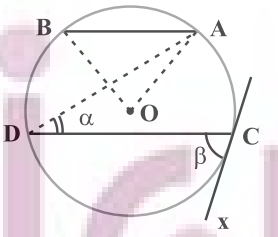
$$P = \frac{AB + AC + BC}{۲} = \frac{۵ + ۵ + ۶}{۲} = ۸$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{۱۲}{۸} = ۱/۵$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

هندسه (۲) - سؤالات آشنا

۱۰۱- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*



$A\hat{D}C = \alpha \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = ۲\alpha$ (زاویهٔ محاطی)

$AB \parallel CD \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{AC} = ۲\alpha$

$D\hat{C}x = \beta \Rightarrow \overset{\frown}{CD} = ۲\beta$ (زاویهٔ ظلی)

$\xrightarrow{\beta = ۲\alpha} \overset{\frown}{CD} = ۴\alpha$

از طرفی وتر AB برابر شعاع دایره است، پس اگر O مرکز دایره باشد، مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است و در نتیجه $\overset{\frown}{AB} = ۶۰^\circ$ بوده و داریم:

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{BD} = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۶۰^\circ + ۲\alpha + ۴\alpha + ۲\alpha = ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۸\alpha = ۳۰۰^\circ \Rightarrow ۲\alpha = ۷۵^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = ۷۵^\circ$$

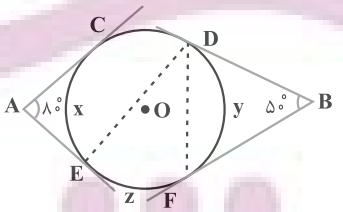
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۲- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

طول وتر CD برابر شعاع دایره است، پس مثلث OCD متساوی‌الاضلاع است و $\overset{\frown}{CD} = ۶۰^\circ$ می‌باشد. با فرض $\overset{\frown}{CE} = x$، $\overset{\frown}{DF} = y$ و $\overset{\frown}{EF} = z$ داریم:

$$\hat{B} = \frac{(۶۰^\circ + x + z) - y}{۲} = ۵۰^\circ \Rightarrow x + z - y = ۴۰^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{(۶۰^\circ + y + z) - x}{۲} = ۸۰^\circ \Rightarrow y + z - x = ۱۰۰^\circ$$



از جمع طرفین دو رابطهٔ به دست آمده داریم:

$$۲z = ۱۴۰^\circ \Rightarrow z = ۷۰^\circ$$

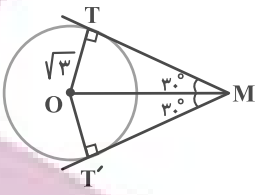
$$\Rightarrow E\hat{D}F = \frac{z}{۲} = ۳۵^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۰۳- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

فرض می‌کنیم نقطه‌ای مانند M ، خاصیت مسأله را دارا باشد، داریم:



$$\overset{\Delta}{TOM} : \sin(T\hat{M}O) = \frac{OT}{OM}$$

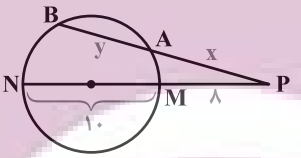
$$\Rightarrow \sin ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{OM} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{OM} \Rightarrow OM = ۲\sqrt{۳}$$

بنابراین فاصلهٔ نقطهٔ M ، از نقطهٔ O برابر مقدار ثابت $۲\sqrt{۳}$ است، پس نقطهٔ M روی دایرهٔ $C'(O, ۲\sqrt{۳})$ قرار دارد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۱۰۴- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

با توجه به فرض داریم:



$$x - y = ۲ \Rightarrow x = y + ۲$$

از طرفی با توجه به شکل داریم:

$$PA.PB = PM.PN \Rightarrow x(x+y) = ۸\times ۱۸$$

$$\Rightarrow (y+۲)(y+۲+y) = ۸\times ۱۸$$

$$\Rightarrow (y+۲)(y+۱) = ۴\times ۱۸ = ۹\times ۸ \Rightarrow y = ۷$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۰۵- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

با توجه به روابط طولی در دو دایره خواهیم داشت:

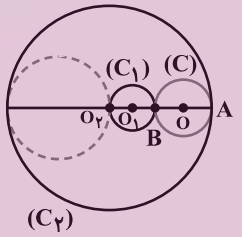
$$\left.\begin{matrix} AD.AE = AF.AG \\ AB.AC = AF.AG \end{matrix}\right\} \Rightarrow AD.AE = AB.AC$$

$$\Rightarrow AD(AD+۸) = ۶\times ۸ \Rightarrow AD = ۴ \Rightarrow AE = ۱۲$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۰۶- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

چون $d < |r_۱ - r_۲|$ ، پس دو دایره متداخل‌اند، به‌طوری که دایرهٔ کوچکتر یعنی $C_۱$ درون دایرهٔ بزرگتر یعنی $C_۲$ قرار دارد، دایرهٔ $C(O, R)$ که در شکل نشان داده شده بر هر دو دایره مماس است و شعاع آن برابر است با:

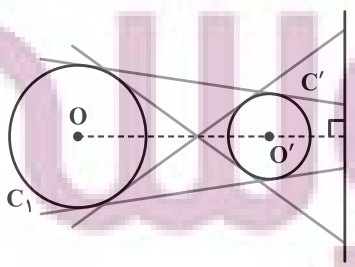


$$R = \frac{۱}{۲}AB = \frac{۱}{۲}(r_۲ - ۲r_۱) = \frac{۱}{۲}(۳-۱) = ۱$$

توجه کنید که در شکل بالا، دایره‌ای که به صورت خط‌چین نشان داده شده نیز بر هر دو دایرهٔ $C_۱$ و $C_۲$ مماس است اما شعاع آن برابر واحد نیست، زیرا شعاع آن برابر است با: $\frac{۱}{۲}r_۲ = ۱/۵$ ، پس فقط یک دایره به شعاع واحد وجود دارد که بر هر دو دایرهٔ $C_۱$ و $C_۲$ مماس است.

(هندسه ۲- صفحهٔ ۲۰)

۱۰۷- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*



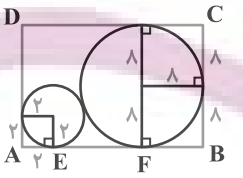
توشه ای برای موفقیت

چون دو دایره متخارج‌اند پس دو مماس مشترک خارجی و دو مماس مشترک داخلی دارند. چون OO' بر d عمود است، در نتیجه همهٔ این چهار مماس مشترک خط d را قطع می‌کنند، زیرا حالت موازی بودن، امکان ندارد. لذا چهار نقطه بر خط d وجود دارد که می‌توان از آن‌ها مماس واحد بر هر دو دایره رسم کرد. البته توجه کنید که اگر نقطهٔ تقاطع d با OO' یا امتداد OO'، بر محل تقاطع مماس‌های مشترک داخلی یا خارجی دو دایره منطبق شوند، تعداد نقاط مورد نظر سؤال سه تا می‌شود، بنابراین پاسخ دقیق این است که بگوییم تعداد نقاط مورد نظر سؤال حداکثر چهارتاست.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۱۰۸- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

دو دایرهٔ زیر مماس برون هستند. مطابق شکل، EF مماس مشترک خارجی دو دایره است، داریم:



$$EF = ۲\sqrt{RR'}$$

$$AB = AE + EF + BF = ۲ + ۲\sqrt{۲\times ۸} + ۸$$

$$\Rightarrow AB = ۲ + ۸ + ۸ = ۱۸$$

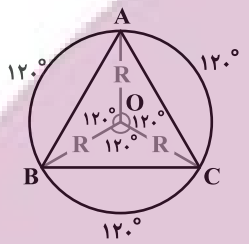
$$BC = ۸ + ۸ = ۱۶$$

$$\text{محیط مستطیل} = ۲(۱۸ + ۱۶) = ۲\times ۳۴ = ۶۸$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۱۰۹- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

رأس‌های مثلث متساوی‌الاضلاع ABC، محیط دایره را به سه کمان برابر به اندازهٔ $\frac{۳۶۰^\circ}{۳} = ۱۲۰^\circ$ تقسیم می‌کنند. پس اگر از O مرکز دایره به رئوس A، B و C وصل کنیم، سه زاویهٔ مرکزی به اندازهٔ ۱۲۰° تشکیل می‌شود.



$$S_{\text{دایره}} = \pi R^۲ = ۴\pi\sqrt{۳} \Rightarrow R^۲ = ۴\sqrt{۳}$$

$$S(\overset{\Delta}{ABC}) = ۳S(\overset{\Delta}{AOB}) = ۳(\frac{۱}{۲}R\times R\times \sin ۱۲۰^\circ)$$

$$S(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{۳}{۲}R^۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۴}\times ۴\sqrt{۳} = ۹$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۱۰- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

اگر مساحت مثلث را با S و محیط آن را با $۲P$ نمایش دهیم، داریم:

$$r_a = \frac{S}{P-a}\ ,\ r_b = \frac{S}{P-b}\ ,\ r_c = \frac{S}{P-c}$$

حال با توجه به فرضیات مسئله نتیجه می‌شود که:

$$a > b \Rightarrow P-a < P-b \Rightarrow \frac{S}{P-a} > \frac{S}{P-b} \Rightarrow r_a > r_b$$

به طریق مشابه داریم:

$$b > c \Rightarrow r_b > r_c$$

بنابراین:

$$r_a > r_b > r_c$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

فیزیک (۲) - نگاه به آینده

۱۱۱- گزینهٔ «۱» *(مهری باغستانی)*

ابتدا در اثر القا، بار کره‌های C و A هم‌اندازه ولی ناهم‌نام می‌باشد. سپس کرهٔ C را جدا می‌کنیم، کرهٔ C دارای بار $(-q)$، کرهٔ A دارای بار $(+q)$ و کرهٔ B نیز خنثی است. حال میله را دور می‌کنیم، در این حالت کره‌های A و B در تماس هستند و چون دو کره مشابه هستند، در نتیجه بار بین دو کره تقسیم می‌شود، یعنی الان هر کدام از کره‌های A و B دارای بار $\frac{q}{۲}$ می‌باشد.

طبق رابطه چگالی سطحی می‌توان نوشت:

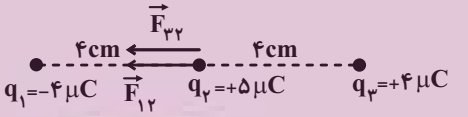
$$\sigma=\frac{Q}{A}\Rightarrow\frac{\sigma_C}{\sigma_A}=\frac{|Q_C|}{Q_A}\times\frac{A_A}{A_C}\xrightarrow{A=۴\pi r^۲}$$

$$\frac{\sigma_C}{\sigma_A}=\frac{q}{\frac{q}{۲}}\times\frac{۴\pi r^۲}{۴\pi(۲r)^۲}=۲\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۲}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۱ تا ۵، ۲۹ و ۳۰)

۱۱۲- گزینهٔ «۴» *(اشکان ولی‌زاده)*

با استفاده از اصل برهم‌نهی نیروهای الکتروستاتیکی می‌توان نوشت:

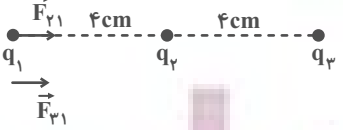


$$F_{T,۲}=F_{۱۲}+F_{۳۲}$$

$$=\frac{۹\times۱۰^۹\times۲۰\times۱۰^{-۱۲}}{۱۶\times۱۰^{-۴}}+\frac{۹\times۱۰^۹\times۲۰\times۱۰^{-۱۲}}{۱۶\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow\vec{F}_{T_۲}=۲۲۵N$$

برای بار $q_۱$ هم همانند بالا می‌توان نوشت:



$$F_{T,۱}=F_{۲۱}+F_{۳۱}$$

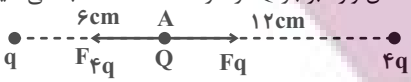
$$=\frac{۹\times۱۰^۹\times۲۰\times۱۰^{-۱۲}}{۱۶\times۱۰^{-۴}}+\frac{۹\times۱۰^۹\times۱۶\times۱۰^{-۱۲}}{۶۴\times۱۰^{-۴}}=۱۳۵N$$

$$\frac{F_{T_۲}}{F_{T_۱}}=\frac{۲۲۵}{۱۳۵}=\frac{۵}{۳}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۱۳- گزینهٔ «۴» *(محمدعلی راست‌پیمان)*

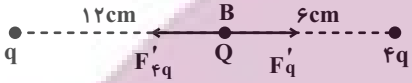
ابتدا نیروی خالص وارد بر بار Q را در نقطهٔ A محاسبه می‌کنیم:



$$F_q=k\frac{|q||Q|}{۳۶}\ ,\ F_{۴q}=\frac{k\times|۴q||Q|}{(۱۲)^۲}=\frac{k|q||Q|}{۳۶}$$

$$F_{T,A}=F_q-F_{۴q}=۰$$

بنابراین نیروی وارد بر بار Q در نقطهٔ B برابر ۷/۵ نیوتون است. با استفاده از اصل برهم‌نهی نیروهای الکتریکی می‌توان نوشت:



$$F_{T,B}=F'_{۴q}-F'_q\Rightarrow F_{T,B}=\frac{k|۴q|Q}{d_۱^۲}-\frac{k|q|Q}{d_۲^۲}$$

$$۷/۵=\frac{۹۰\times|۴q|\times۴}{(۶)^۲}-\frac{۹۰\times|q|\times۴}{(۱۲)^۲}$$

$$\Rightarrow+۴۰|q|-۲/۵|q|=۷/۵\Rightarrow۳۷/۵|q|=۷/۵$$

$$\Rightarrow|q|=۰/۲\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

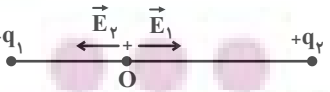
۱۱۴- گزینهٔ «۲» *(مهری باغستانی)*

با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی حاصل از هر بار نقطه‌ای، $E=k\frac{|q|}{r^۲}$، در حالت دوم، میدان حاصل از بار $q_۱$، برابر با $\frac{E_۱}{۲}$ و میدان حاصل از بار $q_۲$ برابر با $۴E_۲$ می‌شود. همچنین جهت میدان‌ها برعکس خواهد شد:

$$\begin{cases}\vec{E}_۱+\vec{E}_۲=\vec{E}\\ -\frac{\vec{E}_۱}{۲}-۴\vec{E}_۲=-۲\vec{E}\end{cases}\Rightarrow\vec{E}_۲=\frac{۳}{۷}\vec{E}\ ,\ \vec{E}_۱=\frac{۴}{۷}\vec{E}$$

$$\frac{E_۲}{E_۱}=|\frac{q_۲}{q_۱}|\times(\frac{r_۱}{r_۲})^۲\Rightarrow\frac{۳}{۴}=|\frac{q_۲}{q_۱}|\times(\frac{r}{۲r})^۲\Rightarrow|\frac{q_۲}{q_۱}|=۳$$

اگر فرض کنیم دو بار هم‌نام هستند:



باید میدان آن‌ها خلاف جهت هم باشند در حالی که با توجه به اینکه $\vec{E}_۱=+\frac{۴}{۷}\vec{E}$ و $\vec{E}_۲=+\frac{۳}{۷}\vec{E}$ می‌شود، پس دو میدان هم‌جهت هستند، در نتیجه فرض هم‌نام بودن غلط است.

$$\frac{q_۲}{q_۱}=-۳$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۱۵- گزینهٔ «۱» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

قطرهٔ روغن الکترون دریافت کرده است، بنابراین بار الکتریکی آن منفی است، برای آنکه چنین قطره‌ای به حالت سکون بماند، باید نیروی الکتریکی وارد بر آن در خلاف جهت وزن و به سمت بالا باشد. طبق رابطهٔ $\vec{F}=q\vec{E}$، میدان الکتریکی به سمت پایین خواهد شد و بنابراین صفحهٔ بالایی باید مثبت باشد، در نتیجه باتری A باید در مدار قرار گیرد.

$$|q|=ne=5\times1/6\times10^{-19}=8\times10^{-19}C$$

شرط تعادل $W=F_E$:

$$\Rightarrow mg=|q||\vec{E}|\xrightarrow{E=\frac{|\Delta V|}{d}}mg=|q|\frac{|\Delta V|}{d}$$

$$\Rightarrow|\Delta V|=\frac{mgd}{|q|}=\frac{4\times10^{-15}\times10\times2\times10^{-3}}{8\times10^{-19}}=100V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۵)

۱۱۶- گزینهٔ «۱» *(مهدی باغستانی)*

با استفاده از رابطهٔ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، تنها کار انجام شده کار نیروی میدان الکتریکی است، پس می‌توان نوشت:

$$W_t=W_E=K_2-K_1\Rightarrow E|q|d=K_2-K_1$$

$$\Rightarrow E\times12\times10^{-6}\times0/1=\frac{1}{2}\times2\times10^{-6}\times12^2\Rightarrow E=120\frac{N}{C}$$

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow120=\frac{V}{0/1}\Rightarrow V=12V$$

حال انرژی ذخیره شده در خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\times5\times10^{-6}\times(12)^2$$

$$=360\times10^{-6}J=360\mu J$$

برای اینکه انرژی $360\mu J$ در خازن ذخیره شود باتری باید ۲ برابر این مقدار کار روی بار انجام دهد.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۶ و ۳۲ تا ۴۰)

۱۱۷- گزینهٔ «۱» *(مهدی باغستانی)*

ابتدا بار و انرژی اولیهٔ ذخیره شده در خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$C=\frac{Q_1}{V}\Rightarrow5\times10^{-6}=\frac{Q_1}{1200}\Rightarrow Q_1=6\times10^{-3}C$$

$$U_1=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\times5\times10^{-6}\times(1200)^2=3/6J$$

طبق رابطه $U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ و با توجه به اینکه ظرفیت خازن ثابت است و از آن‌جایی که بار صفحهٔ مثبت و منفی و در نتیجه بار کل افزایش می‌یابد می‌توان نوشت:

$$U_2=U_1+4/5\Rightarrow U_2=3/6+4/5\Rightarrow U_2=8/1J$$

$$U_2=\frac{Q_2^2}{2C}\Rightarrow8/1\times2\times5\times10^{-6}=Q_2^2$$

$$\Rightarrow Q_2=9mC\Rightarrow q=Q_2-Q_1=9-6=3mC$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۱۸- گزینهٔ «۴» *(میلاد سلامتی)*

فقط گزینهٔ «۴» درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اندازه سرعت سوق در یک رسانای فلزی بسیار کم است؛ در حالی‌که از فیزیک (۱) به یاد داریم سرعت نور در خلا بسیار زیاد $(3\times10^8\frac{m}{s})$ است.

گزینهٔ «۲»: با توجه به شکل صفحهٔ ۴۷ کتاب درسی الکترون‌ها لزوماً برروی یک مسیر مستقیم حرکت نمی‌کند و حرکت زیگزاگ هم دارند.

گزینهٔ «۳»: برای داشتن جریان الکتریکی باید یک شارش خالص بار از یک سطح مقطع معین داشته باشیم.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱۱۹- گزینهٔ «۱» *(میلاد سلامتی)*

با استفاده از اصل کوانتیده بودن بار می‌توان نوشت:

$$\Delta q=ne=6/25\times10^{18}\times1/6\times10^{-19}=1C$$

در نهایت از رابطهٔ جریان الکتریکی متوسط استفاده می‌کنیم:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{1}{100}A=10mA$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۱۲۰- گزینهٔ «۳» *(مهدی باغستانی)*

با استفاده از رابطه مقاومت الکتریکی و قانون اهم می‌توان نوشت:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{V_2}{V_1}\times\frac{I_1}{I_2}\xrightarrow[\Delta t_1=\Delta t_2]{I=\frac{\Delta q}{\Delta t}}$$

$$\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{V_2}{V_1}\times\frac{\Delta q_1}{\Delta q_2}$$

$$\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{3}{1/5}\times\frac{1}{100\times10^{-3}}=20$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

تـوشـه ای بـرای مـوفقیت

شیمی (۲) - نگاه به آینده

۱۲۱- گزینهٔ «۳» *(ایمان حسین‌نژاد)*

عبارت داده شده، طبق متن کتاب درسی درست است.

در عناصر فلزی برخلاف عناصر نافلزی، از بالا به پایین، واکنش‌پذیری عناصر افزایش می‌یابد؛ بنابراین در گروه هفدهم جدول تناوبی، برخلاف گروه دوم، واکنش‌پذیرترین عنصر، کم‌ترین عدد اتمی (Z) را به خود اختصاص می‌دهد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: گسترش صنعت خودرو و صنایع الکترونیک، به‌ترتیب مدیون شناخت و دسترسی به فولاد و نیمه‌رساناها است.

گزینهٔ «۲»: عنصرهای یک گروه، به‌طور کلی آرایش لایهٔ ظرفیت مشابه دارند، اما هیچ دو عنصری در حالت خنثی، نمی‌توانند آرایش الکترونی یکسانی داشته باشند.

گزینهٔ «۴»: سه عنصر $_{19}K$، $_{24}Cr$ و $_{29}Cu$ و همچنین عناصر $_{20}Ca$، $_{21}Sc$، $_{22}Ti$، ... و $_{30}Zn$ (به‌طور کلی عناصر واسطهٔ دورهٔ چهارم جدول تناوبی به جز کروم و مس) دارای آخرین زیرلایه کاملاً یکسان (برای سه عنصر اول $4s^1$ و برای ۹ عنصر بعدی $4s^2$) هستند، پس مجموع عدد اتمی دو عنصر مورد نظر می‌تواند حداقل ۴۱ $(_{21}Sc, _{20}Ca)$ و حداکثر ۵۸ $(_{30}Zn, _{28}Ni)$ باشد؛ بنابراین این عدد می‌تواند ۱۸ $(=۱+۴۱-۵۸)$ مقدار مختلف را به خود اختصاص دهد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۲ تا ۴ و ۶ تا ۱۶)

۱۲۲- گزینهٔ «۴» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

بررسی درستی و نادرستی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست، در هر واحد فرمولی از این ترکیب، سه آنیون «O^{2-}» داریم که هر کدام ده الکترون دارند؛ بنابراین برای محاسبه الکترون هر کاتیون خواهیم داشت: $۲x + ۳۰ = ۷۲ \rightarrow x = ۲۱$

الکترون‌های این کاتیون نشان می‌دهد این کاتیون متعلق به فلزی از دسته $(_{24}Cr)d$ است، پس ترکیبات آن می‌توانند رنگی باشند.

گزینهٔ «۲»: درست، مطابق معادلهٔ زیر، اگر به مقداری زنگ آهن هیدروکلریک‌اسید اضافه کنیم، محلول زردرنگ $FeCl_3$ تولید می‌شود.

$$Fe_2O_3 + ۶HCl \rightarrow ۲FeCl_3 + ۳H_2O$$

گزینهٔ «۳»: درست، بازیافت فلزات باعث صرفه‌جویی در مصرف انرژی می‌شود؛ بنابراین مقدار گازهای گلخانه‌ای که وارد هواکره می‌شوند، کاهش یافته و در نتیجه سرعت گرمایش جهانی کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۴»: نادرست، این جمله به‌طور کلی در صورتی درست است که عناصر مورد بررسی، فلز اصلی باشند و در نافلزات عکس این ویژگی وجود دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶، ۱۹، ۲۷ و ۲۸)

۱۲۳- گزینهٔ «۳» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) این هیدروکربن زنجیری، اولین هیدروکربن زنجیری سیر شده و مایع، یعنی پنتان، با فرمول مولکولی C_5H_{12} است که در ساختار خود دارای دوازده پیوند $C-H$ می‌باشد.

ب) با افزایش شمار اتم‌های کربن، گران‌روی افزایش می‌یابد. ۲، ۳- دی‌متیل بوتان دارای شش اتم کربن ولی ترکیب (الف) دارای پنج اتم کربن است، پس گران‌روی ترکیب (الف) کم‌تر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۳۳ تا ۴۰)

تـوشـه ای بـرای مـوفقیت

۱۲۴- گزینهٔ «۴» *(عباس هنربو)*

با دو برابر شدن شمار اتم‌های آهن موجود در یک نمونه ناخالص از این فلز، جرم ناخالصی‌های موجود در نمونهٔ مورد نظر ثابت می‌ماند، اما درصد خلوص این نمونه، کم‌تر از ۲ برابر حالت اولیه می‌شود.

بررسی گزینهٔ «۱»: با افزودن ۳۲ گرم ناخالصی به ۲ مول مس خالص (معادل ۱۲۸ گرم مس خالص) نمونه‌ای از این فلز با خلوص ٪۸۰ به‌دست می‌آید.

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم کل}} \times ۱۰۰ = \frac{\text{جرم مس}}{\text{ناخالصی + جرم مس}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{درصد خلوص} = \frac{۱۲۸}{۱۶۰} \times ۱۰۰ = ۸۰٪$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۲۵- گزینهٔ «۱» *(عباس هنربو)*

ابتدا واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:

$$I)\ ۲Al + ۶HCl \rightarrow ۲AlCl_۳ + ۳H_۲$$
$$II)\ ۲H_۲ + CO \rightarrow CH_۳OH$$

حال مول گاز تولیدی از واکنش (I) را با استفاده از مقدار کربن مونوکسید به‌دست می‌آوریم:

$$?\,mol\,H_۲ = ۱/۴\,g\,CO \times \frac{۱\,mol\,CO}{۲۸\,g\,CO} \times \frac{۲\,mol\,H_۲}{۱\,mol\,CO} = ۰/۱\,mol\,H_۲$$

حال از طریق مقدار $H_۲$ می‌توان مقدار آلومینیم ناخالص را به‌دست آورد:

$$?\,g\,Al = ۰/۱\,mol\,H_۲ \times \frac{۲\,mol\,Al}{۳\,mol\,H_۲} \times \frac{۲۷\,g\,Al}{۱\,mol\,Al} \times \frac{۱۰۰}{۷۵} = ۲/۴\,g\,Al$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۲۶- گزینهٔ «۲» *(عباس هنربو)*

لازم است جرم گاز اکسیژن تولید شده را محاسبه کرده و از جرم جامد اولیه کم کنیم:

$$۲KMnO_۴(s) \rightarrow K_۲MnO_۴(s) + MnO_۲(s) + O_۲(g)$$

$$?\,g\,O_۲ = ۶۳/۲\,g\,KMnO_۴ \times \frac{۸۰}{۱۰۰} \times \frac{۱\,mol\,KMnO_۴}{۱۵۸\,g\,KMnO_۴}$$
$$\times \frac{۱\,mol\,O_۲}{۲\,mol\,KMnO_۴} \times \frac{۳۲\,g\,O_۲}{۱\,mol\,O_۲} \times \frac{۷۵}{۱۰۰} = ۳/۸۴\,g\,O_۲$$

جرم جامد باقی‌مانده: $۶۳/۲ - ۳/۸۴ = ۵۹/۳۶\,g$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۲۷- گزینهٔ «۱» *(پویا رستگاری)*

در ابتدای کار با توجه به رابطهٔ مربوط به چگالی، حجم مولی گازها را در شرایط واکنش به‌دست می‌آوریم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم مولی}} \Rightarrow ۱/۲۸ = \frac{۳۲}{x} \Rightarrow \text{حجم مولی} = ۲۵\,L.mol^{-۱}$$

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش سوختن پنتان و متان در شرایط آزمایش به‌صورت زیر می‌باشد:

$$I)\ CH_۴ + ۲O_۲ \rightarrow CO_۲ + ۲H_۲O$$
$$II)\ C_۵H_{۱۲} + ۸O_۲ \rightarrow ۵CO_۲ + ۶H_۲O$$

در جرم‌های برابر از متان و پنتان، چون جرم مولی پنتان ۴/۵ برابر جرم مولی متان است $(\frac{۷۲}{۱۶} = ۴/۵)$، می‌توانیم تعداد مول متان را برابر با $۴/۵x$ و تعداد مول پنتان را برابر با x مول فرض کنیم. اگر بازدهٔ درصدی واکنش سوختن متان را برابر با $R_۱$ و بازدهٔ درصدی واکنش سوختن پنتان را برابر با $R_۲$ در نظر بگیریم، حجم گاز $CO_۲$ تولید شده در دو واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$I)\ ?\,L\,CO_۲ = ۴/۵x\,mol\,CH_۴ \times \frac{۱\,mol\,CO_۲}{۱\,mol\,CH_۴} \times \frac{۲۵\,L\,CO_۲}{۱\,mol\,CO_۲} \times \frac{R_۱}{۱۰۰}$$
$$= \frac{۴/۵x \times R_۱ \times ۲۵}{۱۰۰}\,L\,CO_۲$$

تـــوشـــه ای بـــرای مـــوفقیت

$$II)\ ?\,L\ CO_2 = x\,mol C_5H_{12} \times \frac{5\,mol CO_2}{1\,mol C_5H_{12}} \times \frac{25\,L\,CO_2}{1\,mol CO_2}$$

$$\times \frac{R_2}{100} = \frac{5x \times R_2 \times 25}{100}\,L\,CO_2$$

$$\xrightarrow{\text{II به I نسبت } CO_2 \text{ در} = 0/675} \frac{\frac{4/5x \times R_1 \times 25}{100}}{\frac{5x \times R_2 \times 25}{100}} = \frac{675}{1000}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{5}{4/5} \times \frac{27}{40} = \frac{3}{4}$$

حال به محاسبهٔ مقدار اکسیژن مصرف شده می‌پردازیم:

$$I)\ ?\,LO_2 = 4/5\,x\,mol CH_4 \times \frac{2\,mol O_2}{1\,mol CH_4} \times \frac{25\,LO_2}{1\,mol O_2} \times \frac{R_1}{100}$$

$$= \frac{9x \times 25 \times R_1}{100}\,LO_2$$

$$II)\ ?\,LO_2 = x\,mol C_5H_{12} \times \frac{8\,mol O_2}{1\,mol C_5H_{12}} \times \frac{25\,LO_2}{1\,mol O_2} \times \frac{R_2}{100}$$

$$= \frac{8x \times 25 \times R_2}{100}\,LO_2$$

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{\frac{8x \times 25 \times R_2}{100}}{\frac{9x \times 25 \times R_1}{100}} = \frac{8R_2}{9R_1}$$

$$\xrightarrow{\frac{R_2}{R_1} = \frac{4}{3}} \text{نسبت خواسته شده} = \frac{8 \times 4}{9 \times 3} = \frac{32}{27}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۳۳ تا ۳۸)

۱۲۸- گزینهٔ «۳» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

چون یک مول از هیدروکربن داده شده، یک مول برم را بی‌رنگ می‌کند، پس یک هیدروکربن سیرنشده با یک پیوند دوگانه است. حال از طریق رسم ۱۵ پیوند کووالانسی تا تکمیل شدن ساختار و یا از طریق فرمول زیر می‌توان به فرمول مولکولی این آلکن رسید:

$$\text{تعداد پیوند کووالانسی در آلکن با } n \text{ اتم کربن} = 3n = 15 \rightarrow n = 5$$

$$\text{فرمول ترکیب} \rightarrow = C_5H_{10}$$

$$?\,mol\ \ C_5H_{10}Br_2 = 280\,g\,C_5H_{10} \times \frac{90}{100} \times \frac{1\,mol\,C_5H_{10}}{70\,g\,C_5H_{10}} \times \frac{1\,mol\,C_5H_{10}Br_2}{1\,mol\,C_5H_{10}}$$

$$\times \frac{75}{100} = 2/7\,mol\,C_5H_{10}Br_2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۴۰ تا ۴۲)

۱۲۹- گزینهٔ «۴» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

هیدروکربنی که در جوش کاربیدی به‌کار می‌رود، اتین (C_2H_2) نام دارد، که دارای ۲ اتم کربن می‌باشد؛ بنابراین آلکان مورد نظر دارای هفت اتم کربن است. از بین ترکیبات داده شده گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» هفت اتم کربن دارند. گزینهٔ «۱»، دارای یک شاخهٔ جانبی است ولی گزینه‌های «۳» و «۴» سه شاخه جانبی دارند. در بین گزینه‌های «۳» و «۴»، گزینهٔ «۳» به غلط نامگذاری شده، براین اساس گزینهٔ «۴» پاسخ این سؤال است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰ و ۴۲)

۱۳۰- گزینهٔ «۲» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

عبارت‌های چهارم و پنجم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: واکنش‌پذیری تیتانیم بیش‌تر از آهن است؛ بنابراین نمی‌توان برای نگه‌داری محلول آهن (**III**) کلرید از ظرفی که از جنس تیتانیم است، استفاده نمود؛ زیرا تیتانیم با محلول نمک آهن واکنش داده و به جای کاتیون آهن در محلول قرار می‌گیرد.

عبارت دوم: سیلیسیم مادهٔ اصلی سازندهٔ سلول‌های خورشیدی است.

عبارت سوم: برای جداسازی یون سولفات در یک نمونه شیمیایی نمی‌توان از باریم کربنات استفاده کرد، زیرا با توجه به انحلال‌پذیری این نمک می‌توان نتیجه گرفت در آب نامحلول است؛ بنابراین کاتیون آن نمی‌تواند وارد واکنش با یون سولفات محلول در آب شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱، ۴۳ و ۴۶ تا ۴۹)

تـوشـه ای بـرای مـوفقیت