

ایران توشه

- رانلور نمونه سوالات امتحانی

- رانلور گام به گام

- رانلور آزمون گاج و قلم چی و سنجش

- رانلور فیلم و مقاله آنلیزشی

- کنلور و مشاوره



IranTooshe.Ir



@irantooshe



IranTooshe



فصل اول

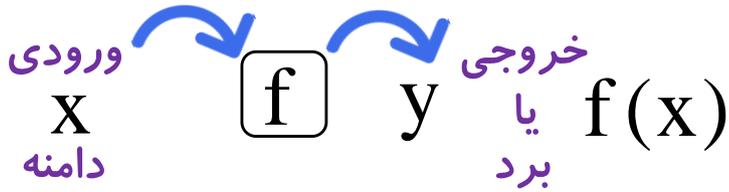
ترکیب توابع

ایران توننده

توشه ای برای موفقیت



ترکیب توابع :



تمرین :

$$f(x) = 2x + 2$$

$$g(x) = x + 1$$

$$f(\cdot) =$$

$$g(1) =$$

$$f(g(1)) =$$

$$f \circ f(\cdot) =$$

$$f(x) = \sqrt{2x^2 - 1}$$

$$g(x) = 3x + 4$$

$$f \circ g(x) =$$

$$g \circ f(x) =$$

ایران توننه

توشه ای برای موفقیت

مثال ۱ :

اگر $f(x) = \frac{\sqrt{2}x}{3x - \sqrt{2}}$ باشد ، حاصل $f \circ f \circ f(\sqrt{2})$ کدام است ؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

مثال ۲ :

اگر $f(x) = [x]$ و $g(x) = \frac{x}{1-x}$ ، آن گاه $(f \circ g)(\sqrt{2})$ کدام است ؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)

تهری ۸۶

مثال ۳ :

در تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x+4} & ; x > 3 \\ 2x + 3 & ; x \leq 3 \end{cases}$ ، مقدار $f(f(5)) + f(f(1))$ کدام است ؟

۶ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۹ (۱)

تهری ۹۰

مثال ۴ :

اگر $f(x) = \frac{2x+3}{2-x}$ و $g(x) = \frac{1-3x}{x+2}$ باشند ، ضابطه ی تابع $g(f(x))$ کدام است ؟

 $x+1$ (۴) $-x-1$ (۳) $-x$ (۲) x (۱)

تهری فارح ۹۶

مثال ۵ :

اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{2x+2}{2-x}$ باشند ، ضابطه ی تابع $g(f(x))$ کدام است ؟

۲x (۴)

x (۳)

x+۱ (۲)

x-۱ (۱)

تجربی ۹۶

مثال ۶ :

اگر $f(x) = x - \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin^2 x$ باشند ، ضابطه ی تابع $f \circ g$ کدام است ؟

$\frac{1}{2} \cos^2 2x$ (۴)

$\frac{1}{4} \cos^2 2x$ (۳)

$-\frac{1}{2} \sin^2 2x$ (۲)

$-\frac{1}{4} \sin^2 2x$ (۱)

تجربی خارج ۹۲

ایران نوننه

توشه ای برای موفقیت

مثال ۷ :

اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ و $f \circ g(x) = \frac{x^2+2}{x^2+1}$ ، مقدار $g(1)$ کدام است ؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

تجربی ۸۴

مثال ۸ :

اگر $fog(x) = \frac{x}{x-3}$ و $g(x) = 2x - 1$ ، مقدار $f(3)$ کدام است ؟

۴ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

تجربی ۱۶

مثال ۹ :

اگر $g(x) = 2x + 1$ و $(fog)(x) = 8x^2 + 6x + 5$ باشند ، تابع $f(x)$ برابر کدام است ؟

$2x^2 - 2x + 3$ (۲)

$2x^2 + 3x + 1$ (۱)

$2x^2 + x + 3$ (۴)

$2x^2 - x + 4$ (۳)

تجربی خارج ۹۵

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

مثال ۱۰ :

اگر $f(x) = 2x + 3$ و $g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20$ باشند ، ضابطه ی تابع fog ، کدام است ؟

$2x^2 - 3x + 7$ (۲)

$2x^2 - 7x + 3$ (۱)

$4x^2 - 4x + 11$ (۴)

$4x^2 - 2x + 13$ (۳)

ریاضی ۹۲

مثال ۱۱ :

اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \sqrt{4x+1}$ باشند ، مساحت ناحیه ی محدود به نمودار تابع $g \circ f$ و خط به معادله ی $y = 3$ کدام است ؟

۶ (۴)

۴/۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

تجربی خارج ۹۲

ترکیب توابع از روی زوج مرتب :

$$f(x) = \{(5, 3), (7, 5), (11, 8), (8, 3)\}$$

$$g(x) = \{(1, 5), (4, 7), (7, 11), (8, 3)\}$$

$$f \circ g(x) =$$

$$g \circ f(x) =$$

مثال ۱ :

اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g = \{(1, 2), (5, 4), (6, 5), (2, 3)\}$ و $g(f(a)) = 5$ باشند ، مقدار عدد a کدام است ؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

تجربی ۹۱

مثال ۲ :

توابع $f = \{(2, 1), (3, 2), (4, 5), (1, 7)\}$ و $g = \{(1, 2), (3, 1), (a, 3), (b, 1)\}$ مفروض اند ، اگر $(4, 1) \in \text{gof}$ ، $(4, 2) \in \text{fog}$ باشند ، دوتایی (a, b) کدام است ؟

(۵, ۴) (۴)

(۴, ۵) (۳)

(۴, ۳) (۲)

(۳, ۴) (۱)

ریاضی ۹۰

دامنه :

$$\frac{f(x)}{g(x)}$$

$$g(x) \neq 0$$

$$\sqrt{f(x)}$$

$$f(x) \geq 0$$

$$\log_b^a$$

$$a > 0, b > 0, \neq 1$$

ایران نونته

توشه ای برای موفقیت

مثال ۱ :

دامنه ی تابع $y = \sqrt{1 - \log(x - 1)}$ کدام است ؟

(۱, ۱۱] (۴)

[۱, ۱۱) (۳)

[۲, ۱۰] (۲)

(۱, ۲] (۱)

تجربی فارغ ۸۶

مثال ۲ :

دامنه ی تابع $y = \sqrt{\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2}} + \sqrt[3]{2x - x^2}$ کدام است ؟

- (۱) $[\frac{2}{3}, 2]$ (۲) $[\frac{-2}{3}, \frac{2}{3}]$ (۳) $[\frac{-2}{3}, 0) \cup (0, 2]$ (۴) $[\frac{-2}{3}, 0) \cup (0, \frac{2}{3}]$

تجربی فارغ ۹۶

مثال ۳ :

دامنه ی تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{\log_4(x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1} + 1}$ کدام است ؟

- (۱) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ (۲) $(-1, 2)$
 (۳) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ (۴) $(-2, 1)$

تجربی ۱۴۰۰

مثال ۴ :

اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \log_4(x^2 + 2x)$ باشند ، دامنه ی تعریف تابع fog ، کدام است ؟

- (۱) $[-4, 2]$ (۲) $[-2, 0]$
 (۳) $[-4, -1] \cup (1, 2]$ (۴) $[-4, -2] \cup (0, 2]$

تجربی ۹۴

مثال ۵ :

اگر $f(x) = \sqrt{2-x}$ و $g(x) = \log(x^2 - 15x)$ باشند ، دامنه ی تابع $f \circ g$ ، کدام است ؟

$$[-5, 0) \cup (15, 20] \quad (2)$$

$$(0, 5) \cup [20, 25) \quad (1)$$

$$[-5, 0) \quad (4)$$

$$(15, 20] \quad (3)$$

ریاضی خارج ۹۵

مثال ۶ :

اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2 + x + 2}}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ باشند . دامنه ی تابع $f \circ g$ ، کدام است ؟

$$\left(-1, \frac{1}{2}\right) \quad (4)$$

$$(-2, 0) \quad (3)$$

$$\left(\frac{1}{2}, +\infty\right) \quad (2)$$

$$\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right) \quad (1)$$

تجربی خارج ۹۴

ایران توننده

نوشته ای برای موفقیت

متنوع مثال ۱ :

اگر $f(x) = x^2 + 3x$ و $g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ ، مجموعه ی طول نقاطی از منحنی تابع $g \circ f$ که در

بالای محور x ها قرار گیرد ، برابر کدام بازه است ؟

$$(-1, 4) \quad (4)$$

$$(-1, 1) \quad (3)$$

$$(-3, 2) \quad (2)$$

$$(-4, 1) \quad (1)$$

تجربی ۹۱

مثال ۲ :

اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ و $g(x) = x+4$ باشند . جواب معادله $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$ ، کدام است ؟

۱, ۷ (۴)

-۱, ۷ (۳)

۱, -۷ (۲)

-۱, -۷ (۱)

تجربی فارغ ۹۷

مثال ۳ :

اگر خروجی از ماشین شکل مقابل $\frac{4}{3}$ باشد ، مقدار ورودی کدام است ؟

۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{7}{2}$ (۲)

$\frac{11}{9}$ (۱)

$$\text{ورودی} \Rightarrow 2x - 2 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x+1}} \Rightarrow \text{خروجی}$$

تجربی ۸۶

ایران توننده

توشه ای برای موفقیت

تابع وارون :

شرط وارون پذیری : یک به یک بودن

بررسی یک به یک :

مثال ۱ :

اگر $f = \{(3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$ تابع یک به یک باشد ، دوتایی (a, b) کدام است ؟

$$(2, 3) \text{ (۴)}$$

$$(2, 1) \text{ (۳)}$$

$$(-1, 3) \text{ (۲)}$$

$$(-1, 1) \text{ (۱)}$$

ریاضی فارغ ۸۶

مثال ۲ :

کدام یک از تابع های زیر یک به یک است ؟

$$g(x) = x - \sqrt{x} \text{ (۲)}$$

$$f(x) = x + \sqrt{x} \text{ (۱)}$$

$$p(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \text{ (۴)}$$

$$h(x) = 2x + \frac{1}{x} \text{ (۳)}$$

ریاضی ۹۷

ایران نوننه

توشه ای برای موفقیت

حالا وارون مثال ۱ :

وارون تابع $y = x^3 - x + 1$ از کدام نقطه عبور می کند ؟

$$\left(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{8}\right) \text{ (۴)}$$

$$(1, 2) \text{ (۳)}$$

$$\left(\frac{5}{8}, \frac{1}{2}\right) \text{ (۲)}$$

$$(-1, -2) \text{ (۱)}$$

تجربی ۱۴۰۱

مثال ۲ :

در تابع با ضابطه $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$ ، مقدار $f^{-1}(4)$ کدام است ؟

-۸ (۴)

-۲ (۳)

-۵ (۲)

(۱) تعریف نشد

ریاضی ۱۱

مثال ۳ :

اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد ، مقدار $g(6) + g(12)$ ، کدام است ؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

تجربی ۹۹

مثال ۴ :

فرض کنید $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ باشد ، حاصل $g(3) + g(15)$ ، کدام است ؟

۸ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

تجربی خارج ۹۹

ایران نوننه
توشه ای برای موفقیت

مثال ۵ :

ضابطه ی وارون تابع $y = \frac{x}{1+|x|}$ کدام است ؟

$$f^{-1}(x) = \frac{1-|x|}{|x|}; |x| > 1 \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1-|x|}; |x| < 1 \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{|x|-1}{x}; |x| < 1 \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{|x|-1}; |x| > 1 \quad (۳)$$

تجربی ۹۱

مثال ۶ :

ضابطه ی وارون تابع $y = 2 - \sqrt{x-1}$ به کدام صورت است ؟

$$f^{-1}(x) = -x^2 + 4x - 5; x \leq 2 \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5; x \leq 2 \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = -x^2 + 4x - 5; x \geq 1 \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5; x \geq 1 \quad (۳)$$

تجربی ۹۲

ایران نوشته

نوشته ای برای موفقیت

مثال ۷ :

ضابطه ی وارون تابع $y = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{x} & x \neq 0 \\ \cdot & x = 0 \end{cases}$ کدام است ؟

$$y = x\sqrt{|x|}, x \in \mathbb{R} - \{0\} \quad (۲)$$

$$y = x\sqrt{|x|}, x \in \mathbb{R} \quad (۱)$$

$$y = x|x|, x \in \mathbb{R} \quad (۴)$$

$$y = x|x|, x \in \mathbb{R} - \{0\} \quad (۳)$$

تجربی خارج ۹۲

مثال ۸ :

تابع با ضابطه ی $f(x) = 2x - |4 - 2x|$ در بازه ای وارون پذیر است . ضابطه ی $f^{-1}(x)$ در آن

بازه کدام می باشد ؟

$$(1) \quad x \geq 4 \text{ و } \frac{1}{4}x + 1$$

$$(2) \quad x \leq 4 \text{ و } \frac{1}{4}x - 1$$

$$(3) \quad x \geq 4 \text{ و } \frac{1}{4}x - 1$$

$$(4) \quad x \leq 4 \text{ و } \frac{1}{4}x + 1$$

ریاضی فارج ۹۲

مثال ۹ :

اگر $g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$ و $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{2x}$ باشند ، آنگاه $g^{-1}(6)$ کدام است ؟

$$(1) \quad 1$$

$$(2) \quad 2$$

$$(3) \quad 3$$

$$(4) \quad 4$$

ریاضی ۱۹

ایران توننده

توشه ای برای موفقیت

مثال ۱۰ :

نمودارهای دو تابع $f(x) = 3^{ax+b}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ در نقطه ای به طول ۱- متقاطع هستند . اگر

$f(2) = \frac{1}{3}$ باشد ، مقدار $f^{-1}(27)$ ، کدام است ؟

$$(1) \quad -3$$

$$(2) \quad -2$$

$$(3) \quad 1$$

$$(4) \quad 3$$

ریاضی ۹۵

مثال ۱۱ :

تابع با ضابطه ی $y = x|x - 2|$ در یک بازه ، نزولی است . ضابطه وارون آن در این بازه کدام است ؟

$$1 - \sqrt{1-x}, x < 1 \quad (2)$$

$$1 - \sqrt{1+x}, x < 0 \quad (1)$$

$$1 - \sqrt{1-x}, 0 < x < 1 \quad (4)$$

$$1 - \sqrt{1-x}, 0 < x < 1 \quad (3)$$

تجربی ۹۴

یادآوری نمودار قدر مطلق :

$$y = |x - 2|$$

$$y = |x^2 - 1|$$

$$y = |x + 1| + |x - 2|$$

ایران نوننه
توشه ای برای موفقیت

مثال ۱ :

نمودار تابع $y = |2x - 6| - |x + 4| + x$ در یک بازه اکیداً نزولی است . ضابطه وارون آن در این بازه کدام است ؟

$$y = -x + 5; x > 2 \quad (2)$$

$$y = -x + 6; x < -4 \quad (1)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1; -4 \leq x \leq 10 \quad (4)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1; -4 < x < 3 \quad (3)$$

ریاضی ۹۴

مثال ۲ :

اگر دو خط به معادلات $ax + by = ۸$ ، $۲x - ۳y = b$ ، و ارون هم باشند ، $a + b$ کدام است ؟

-۲, ۳(۴)

۲, -۳(۳)

$\pm ۲(۲)$

$\pm ۳(۱)$

ریاضی خارج ۹۳

مثال ۳ :

اگر $g(x) = f(۳x - ۴)$ و $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ ، آن گاه حاصل $g^{-1}(۱۶)$ کدام است ؟

۸(۴)

۷(۳)

۶(۲)

۵(۱)

ریاضی خارج ۱۹

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

فصل دوم

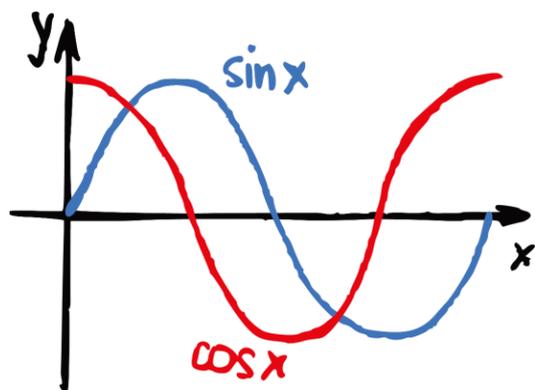


ایران توننه

توشه ای برای موفقیت



دوره تناوب :



$$y = a \sin bx + c$$

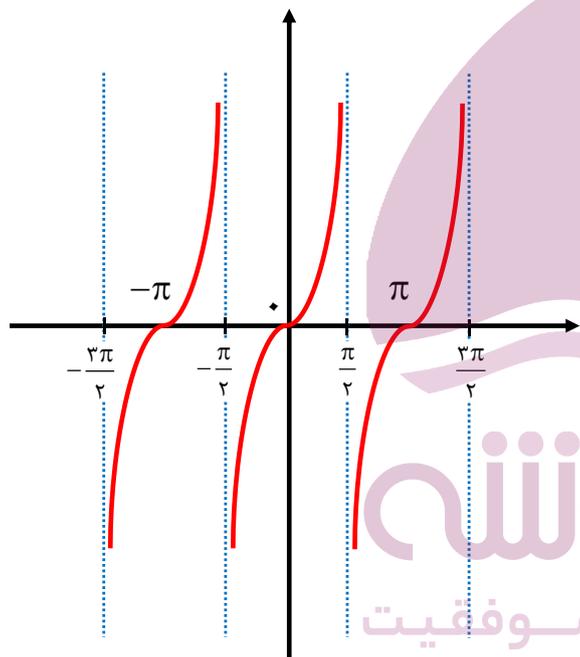
$$y = a \cos bx + c$$

$$T = \text{_____}$$

$$\max =$$

$$\min =$$

تانزانت :



$$y = a \tan bx + c$$

دامنه :

یکنوایی :

مثال ۱ :

تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$ را که دوره تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید.

مساحت ناحیه محصور به منحنی f و محور x ها در بازه $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ کدام است ؟

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

مثال ۲ :

دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x)$ ، کدام است ؟

 $\pi (۴)$ $۲ (۳)$ $۱ (۲)$ $\frac{۱}{۲} (۱)$

ریاضی فارغ ۹۱

مثال ۳ :

نمودار تابع $y = -۴ \cos\left(\frac{\pi}{۴} - ۳\pi x\right)$ روی بازه $[-۱, ۱]$ در چند نقطه بیشترین مقدار را دارد ؟

 $۴ (۴)$ $۳ (۳)$ $۲ (۲)$ $۱ (۱)$

تجربی ۹۱

ایران نوننه

توشه ای برای موفقیت

مثال ۴ :

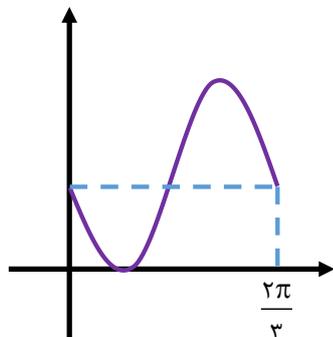
نمودار تابع $y = ۳ \sin\left(\frac{\pi}{۴} - ۲x\right)$ در بازه $[-\pi, \frac{۳\pi}{۲}]$ در چند نقطه محور x ها را قطع می کند ؟

 $۵ (۴)$ $۴ (۳)$ $۳ (۲)$ $۲ (۱)$

تجربی فارغ ۹۱

مثال ۵ :

شکل رو به رو قسمتی از نمودار $y = 1 - \sin(mx)$ است . مقدار تابع در نقطه $x = \frac{7\pi}{6}$ ، کدام است ؟



ریاضی فارغ ۹۶

۲ (۴)

۱ (۳)

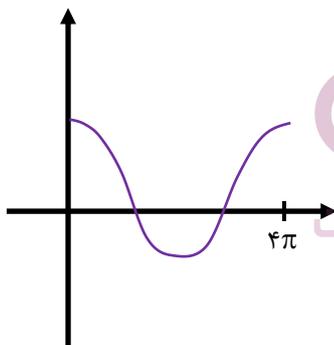
$\frac{1}{2}$ (۲)

صفر (۱)

مثال ۶ :

شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{2} + 2 \cos(mx)$ است . مقدار تابع در نقطه $x = \frac{16\pi}{3}$ ،

کدام است ؟



ریاضی ۹۶

صفر (۴)

۱ (۳)

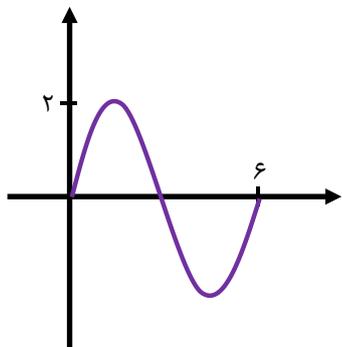
$\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

مثال ۷ :

شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟



$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

$$\frac{7}{3} \quad (3)$$

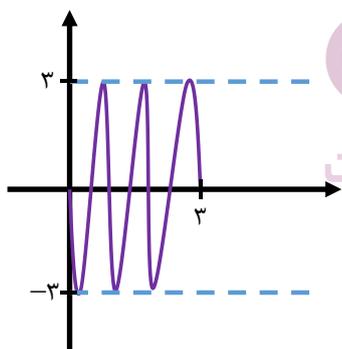
$$\frac{5}{3} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

تئوری فارغ ۹۳

مثال ۸ :

شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a.b$ کدام است؟



$$6 \quad (4)$$

$$4/5 \quad (3)$$

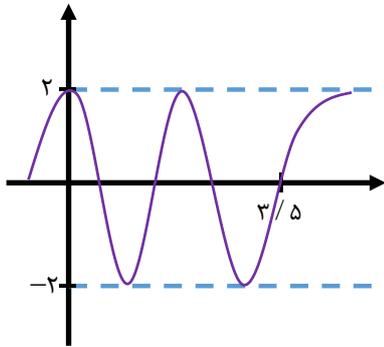
$$-3 \quad (2)$$

$$-6 \quad (1)$$

ریاضی فارغ ۹۲

مثال ۹ :

شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi \left(\frac{1}{5} + bx \right)$ است . کدام ab ؟



۳/۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

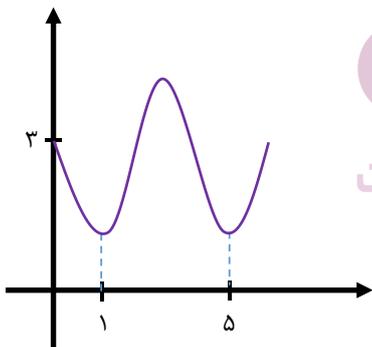
۲/۵ (۱)

ریاضی ۹۲

مثال ۱۰ :

شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است . مقدار y در نقطه $x = \frac{25}{3}$ کدام

است ؟



۳/۵ (۴)

۳ (۳)

۲/۵ (۲)

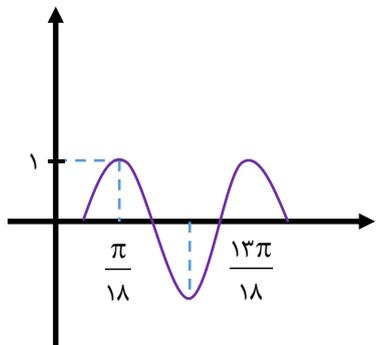
۲ (۱)

تجربی ۹۳

ایران توننه
توشه ای برای موفقیت

مثال ۱۱ :

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a - 2 \cos(bx + \frac{\pi}{2})$ است. $a + b$ کدام است ؟



ریاضی ۹۵

۲ (۴)

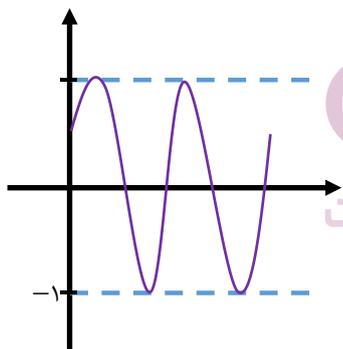
$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

مثال ۱۲ :

شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ در بازه $(0, \frac{4}{3})$ است. $a + b$ کدام است ؟



ریاضی فارغ ۹۷

۶ (۴)

۵ (۳)

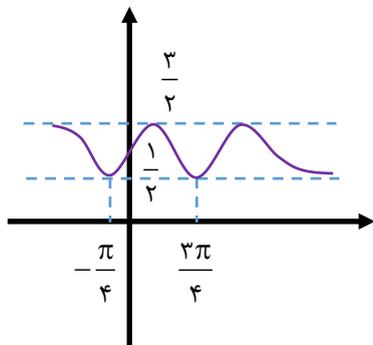
۴ (۲)

۳ (۱)

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

مثال ۱۳ :

شکل رو به رو ، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است . کدام $a + b$ است ؟



۳(۴)

۲(۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

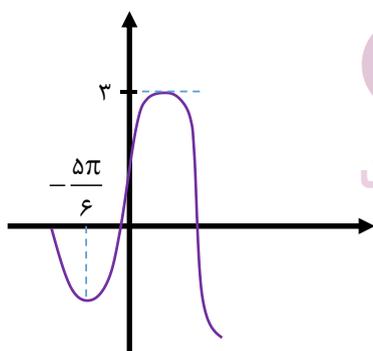
۱(۱)

ریاضی ۹۱

مثال ۱۴ :

شکل رو به رو ، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos(\frac{\pi}{2} - x)$ است . مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام

است ؟



$1 + \sqrt{3}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

۲(۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

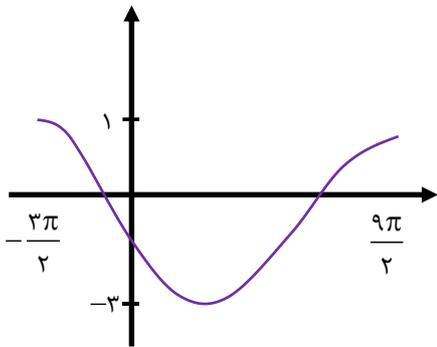
تجربی فارغ ۹۱

ایران توننه
توشه ای برای موفقیت

مثال ۱۵ :

شکل زیر ، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه تناوب نشان می دهد . نسبت $\frac{a}{b}$

کدام است ؟



-۶ (۴)

-۴ (۳)

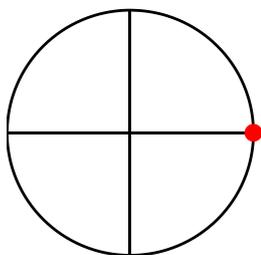
-۳ (۲)

-۲ (۱)

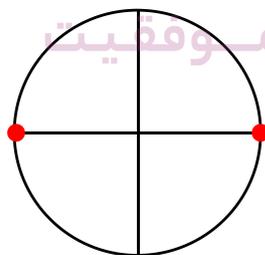
تجربی ۹۹

معادله ی مثلثاتی :

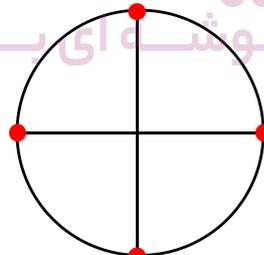
روش حل : رسم دایره ی مثلثاتی



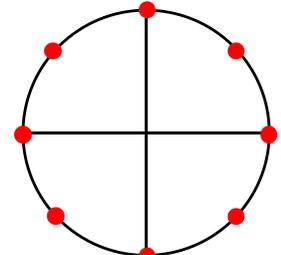
$2k\pi$



$k\pi$



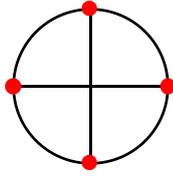
$\frac{k\pi}{2}$



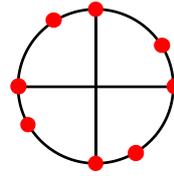
$\frac{k\pi}{4}$

تمرین بیشتر:

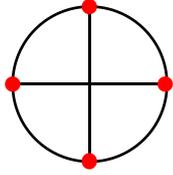
$$k\pi + \frac{\pi}{2}$$



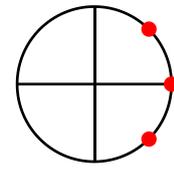
$$\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6}$$



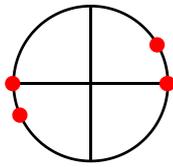
$$k\pi - \frac{\pi}{2}$$



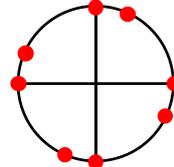
$$2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$$



$$k\pi + \frac{\pi}{6}$$



$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$$



مثال ۱:

جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin 2x \cos x - \cos 2x \sin x = 1$ کدام است؟

$$2k\pi + \pi \quad (۴)$$

$$2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (۳)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (۲)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (۱)$$

ایران توننه

توشه ای برای موفقیت

مثال ۲:

جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

مثال ۳ :

جواب کلی معادله مثلثاتی $\tan x \cdot \cos^2 x = 1$ به کدام صورت است ؟ $k \in \mathbb{Z}$ ؟

$$2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

$$2k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۳)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۲)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

تجربی ۸۶

مثال ۴ :

جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$ به کدام صورت است ؟ $k \in \mathbb{Z}$ ؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۴)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۳)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۱)$$

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

تجربی ۹۲

مثال ۵ :

جواب کلی معادله مثلثاتی $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$ ، کدام است ؟

$$k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (۴)$$

$$2k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \quad (۳)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۱)$$

تجربی ۹۵

مثال ۶ :

جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است ؟

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

تجربی خارج ۹۱

فصل سوم

حد نامتناهی

حد در پیمنایت

ایران نوین

توشه ای برای موفقیت



قرار ما در حد :

قدر ق |

حد که دیدی عدد بده ← براکت ← ب ← [z] ← دوباره عدد

رادیکال ر √

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x - 3|}{x - 3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} |x - 3| =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 3x - 2 =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} [x + 1] =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0.5} [x + 1] =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x - 1}{3x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x - 1} =$$

انتظار ما :

عدد

∞

-

∞

عدد

جواب

رفع ابهام ←

ایران توننه

پوشه ای برای موفقیت ∞ = حدودی

ت.ن = $\frac{\text{عدد}}{\text{واقعی}}$

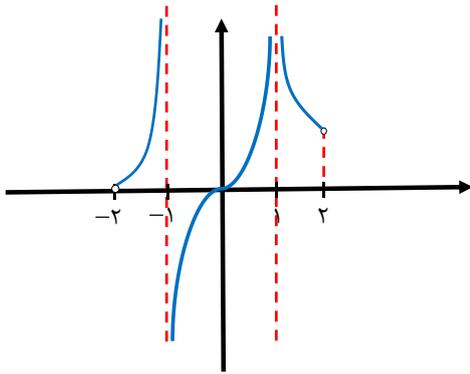
واقعی = $\frac{\text{واقعی}}{\text{حدی}}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{[x]} =$$

حدود نامتناهی (حد بینهایت شونده) :



$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$$

$\frac{+ \text{ عدد}}{+} = +\infty$	$\frac{+ \text{ عدد}}{-} = -\infty$	} خلاصه این که عدد : $\infty = \frac{\text{عدد}}{\cdot}$ راه کار : دهم بازی
$\frac{- \text{ عدد}}{-} = +\infty$	$\frac{- \text{ عدد}}{+} = -\infty$	

تمرین آبکی :

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5}{|x-1|} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2x^2}{(x-2)^2} =$$

ایران توننده

توشه ای برای موفقیت

بازم آبکی :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x-3} =$$

تمرین بیشتر :

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-1}{2x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2+1}{x+2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-2x^2}{x^2-4} =$$

دقت بره بالا :

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{2x}{\cos x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sin x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{1-\cos x} =$$

ایران توننه

توشه ای برای موفقیت

مثال ۱ :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-1}{x+|x|} =$$

تهری ۹۸

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x]+3}{x+2} =$$

تهری ۹۹

مثال ۲ :

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{-1}{2})^-} \frac{10x - 5 + [\frac{3}{x^2}]}{16x - [\frac{-2}{x^2}]} =$$

ریاضی ۱۴۰۰

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2x} + \frac{2[x]}{2 - x} =$$

تجربی ۹۹

مثال ۳ :

مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{-1}{2}^+} \frac{16x - [-\frac{2}{x^2}]}{24x + [\frac{3}{x^2}]}$ ، کدام است ؟ ([] نماد جزء صحیح است .)

$\frac{2}{4}$ (۴)

صفر (۳)

$+\infty$ (۲)

$-\infty$ (۱)

ریاضی خارج ۱۴۰۰

ایران تونش

نوشته‌ای برای موفقیت

مثال ۴ :

حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} (\frac{3}{2x^2 + 5x + 2} - \frac{4}{x^2 - 4})$ کدام است ؟

$\frac{7}{12}$ (۴)

$\frac{5}{12}$ (۳)

$-\frac{5}{12}$ (۲)

$-\frac{7}{12}$ (۱)

تجربی ۹۳

حالا اینبار جوابو می ده :

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{x^2 + ax + b} = +\infty$ آنگاه a و b را بیابید .

مثال ۱ :

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 5}{x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد $a + b$ کدام است ؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۰ (۲)

-۱ (۱)

ریاضی ۹۱

ایران توننده

توشه ای برای موفقیت

اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 4}{2x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد $a + b$ کدام است ؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

ریاضی ۹۲

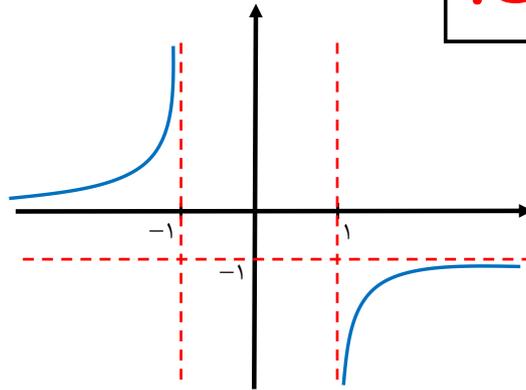
حد در بینهایت :

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$



روش حل در حد در بینهایت :

تمرین ۱ :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(5 - \frac{9}{x+1} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} + 7}{\frac{3}{x^2} - 14} =$$

ایران توننده

توشه ای برای موفقیت

تمرین ۲ :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 3}{x^4 - 5x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x + x^2}{3x^2 + x - 4} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x^3 - 2x^2 + 5}{-2x^2 + 3x - 1} =$$

تمرین ۳ :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{2x^2+1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^2-1)^2 - x^4 + 9x^2}{3x^2+x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -} \frac{(x^2-1)^2 - (x+1)^2}{(x+1)^2 + (x+2)^2} = \frac{x^2 - 3x^2 + 3x - 1 - (x^2 + 3x^2 + 3x + 1)}{x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4} = \frac{-6x^2}{2x^2} = -2$$

مثال ۱ :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 1} - x^2}{x} =$$

تبریزی ۱۴۰۰

ایران نوننه

توشه ای برای موفقیت

مثال ۲ :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right) =$$

تبریزی ۱۴۰۰

حالا جوابو می ده :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^r + x^r + 1}{6x^b - x} = \frac{-2}{3} \text{ که } a \text{ و } b \text{ را طوری بیاید}$$

$$\text{اگر } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^m + x^r + 1}{x^r + 3x - 1} = 2 \text{ آنگاه } m \text{ را بیاید.}$$

$$\text{اگر } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{x^r + ax + b} = +\infty \text{ آنگاه } a \text{ و } b \text{ را بیاید.}$$

مثال ۱ :

در تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{ax^n - 3x + 1}{3x^r + x}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{2}{3}$ باشد ، $f(-1)$ کدام است ؟

ایران توننده

توشه ای برای موفقیت

تجربی فارح ۹۱

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

مثال ۲ :

اگر $g(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{|x-1|}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 6$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

تجربی ۱۳۰

مثال ۳ :

اگر $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x+2} = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^-} \left[\frac{1}{x} \right] f(x)$ کدام است؟

-۱ (۴)

 $\frac{1}{2}$ (۳)

۱ (۲)

 $-\frac{1}{2}$ (۱)

ریاضی خارج ۱۳۰

ایران توننده

توشه‌ای برای موفقیت

مثال ۴ :

تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ باشد، آنگاه

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ ، کدام است؟

 $\frac{-6}{11}$ (۴) $\frac{-5}{12}$ (۳) $\frac{-6}{17}$ (۲) $\frac{-4}{17}$ (۱)

تجربی خارج ۹۹

مثال ۵ :

اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x^2 - 4|}{ax^2 - x + 2} = -1$ ، آنگاه حد راست این عبارت در نقطه ی $x = -2$ کدام است ؟

$\frac{4}{2} \quad (۴)$

$\frac{2}{3} \quad (۳)$

$-\frac{2}{3} \quad (۲)$

$-\frac{4}{3} \quad (۱)$

ریاضی فارچ ۹۰

مثال ۶ :

اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + 9}{1 - x + \sqrt{x + 1}} = 3$ باشد ، آنگاه حد این کسر وقتی $x \rightarrow 3$ ، کدام است ؟

$5 \quad (۴)$

$3 \quad (۳)$

$2 \quad (۲)$

$1 \quad (۱)$

تجربی ۹۳

ایران توننده

توشه ای برای موفقیت

مثال ۷ :

تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{ax - \sqrt[3]{x^2 - 1}}{4x^n - 12}$ را در نظر بگیرید . اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$ باشد ، آنگاه

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است ؟

$\frac{5}{36} \quad (۴)$

$\frac{1}{12} \quad (۳)$

$\frac{1}{18} \quad (۲)$

$\frac{1}{24} \quad (۱)$

تجربی ۹۹

مثال ۸ :

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ باشد ، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است ؟

(۱) -۶

(۲) -۴

(۳) ۳

(۴) ۵

تجربی ۹۴

مثال ۹ :

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{5}{2}$ باشد ، آنگاه حد وقتی $x \rightarrow -1$ کدام است ؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{5}{4}$

تجربی ۹۵

ایران توننه

توشه ای برای موفقیت

 $\infty - \infty$

اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد ، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است ؟

(۱) -۱

(۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$

(۴) صفر

تجربی ۹۸

تمرین ۲ :

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 - 12x - 1})$ کدام است ؟

۳ (۴)

$-\infty$ (۳)

$+\infty$ (۲)

صفر (۱)

تمرین ۳ :

اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 - \sqrt{x^4 - x^2 + b} = \frac{1}{2}$ ، کدام مقدار را می توان بپذیرد ؟

هر مقدار (۴)

هیچ مقدار (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

صفر (۱)

ایران توننه
توشه ای برای موفقیت

فصل چهارم



ایران نوننه

توشه ای برای موفقیت



قضایای مشتق گیری (فرمول ها) :

$$f(x) = ax^n \rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = 2x^r \rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = x^r \rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = 3x \rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = x \rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = 7 \rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = 3x^r - 6x + 10; x = 1 \rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = 4x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 10x + 12$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + 1$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = \frac{5-4x}{3} + x^2$$

$$f'(x) =$$

ایران توننه
توشه ای برای موفقیت

توانی ها :

$$(3x + 7)^{10} =$$

$$(6x^2 - 3x + 11)^{12} =$$

$$\sqrt{3x + 7} =$$

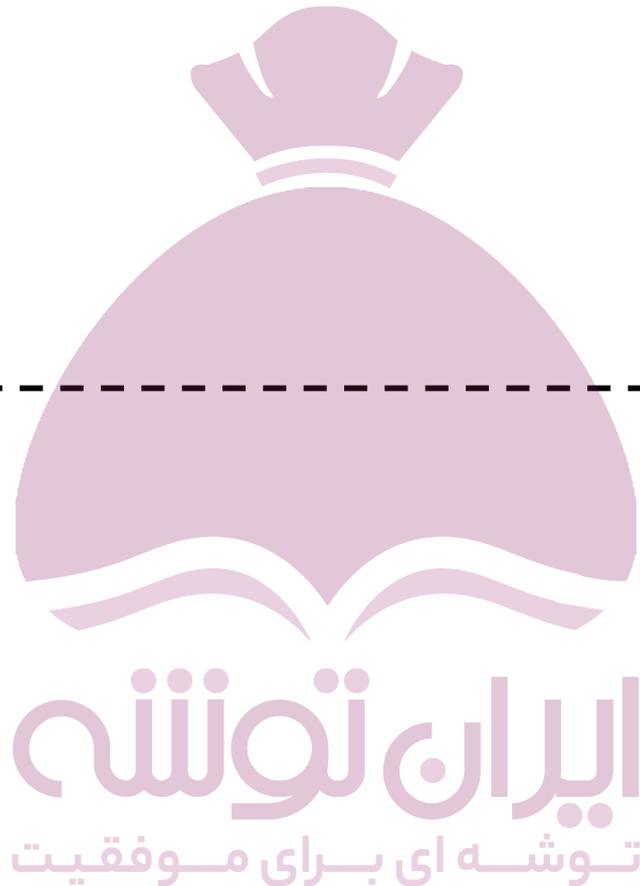
$$\sqrt[3]{3x^2 - 6x} =$$

رادیکالی :

$$\sqrt{x} =$$

$$\sqrt{x^2 - 3x + 1} =$$

$$\sqrt{3x + 7} =$$



ضرب و تقسیم :

$$f \times g = f'g + gf'$$

$$(3x^2 - 4)(5x + 8) \rightarrow$$

$$\frac{f}{g} = \frac{f'g - g'f}{g^2}$$

کمکی اول :

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

$$f(x) = \frac{2x - 1}{3x + 2}$$

کمکی دوم :

$$f(x) = \frac{\text{عدد}}{x}$$

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

تمرین بیشتر :

$$f(x) = \frac{6x^2 + 7x}{2x^2 - 3x}; x = 1$$

$$f(x) = \frac{2x + 1}{2x - 3}$$

$$f(x) = \frac{-5}{x}$$

$$f(x) = \frac{3}{(6x^2 + 8)}$$

عامل صفر کننده (فقط ضربی ها) :

$$f(x) = (x - 1)(\sqrt{5x + 3}); x = 1$$

$$f(x) = (\sqrt[3]{(x - 1)^2} (x + 1)^2 (x - 2)); x = 1$$

ایران تونش
توشه ای برای موفقیت

مثال ۱ :

مشتق عبارت $(\frac{16}{x} - \sqrt[3]{x^2})^2$ به ازای $x = -8$ کدام است ؟

- ۲ (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) -1 (۴)

ریاضی ۱۱

مثال ۲ :

مقدار مشتق تابع با ضابطه ی $f(x) = \sqrt[3]{\left(\frac{2x - x^2}{3x + 5}\right)^2}$ ، در نقطه ی $x = -2$ ، کدام است ؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

تجربی فارغ ۹۹

مثال ۳ :

مشتق تابع با ضابطه ی $f(x) = \left(\frac{\sqrt[3]{x^2 + 2x}}{x^2 - x}\right)^2$ ، در نقطه ی $x = 2$ ، کدام است ؟

- $-\frac{3}{4}$ (۱) $-\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{15}{4}$ (۴)

تجربی ۹۹

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

مثال ۴ :

مشتق تابع $f(x) = x \sqrt{\frac{3x+1}{x+2}}$ در نقطه ی $x = -3$ ، کدام است ؟

$\frac{2}{3} (۴)$

$\frac{4}{3} (۳)$

$\frac{2}{3} (۲)$

$\frac{2}{3} (۱)$

تجربی فارغ ۹۱

مشتق گیری با حضور قدر و برکت :

$f(x) = |x| + |x^2 - 2x|; x = -1$

$f(x) = |x + 3||x|; x = -2$

$f(x) = [\sqrt{x}]2x^2 + x; x = 3$

تکلیف قدر و برکت باید

روشن بشه

قدر

برکت

مثال ۱ :

در تابع با ضابطه ی $f(x) = x\sqrt{x} + |x-1|$ ، مقدار $f'_+(1) + 3f'_-(1)$ کدام است ؟

$2 (۴)$

$4 (۳)$

$3 (۲)$

$5 (۱)$

تجربی ۹۰

مثال ۲ :

اگر $f(x) = x^3 - [2x^2]x$ باشد ، مقدار $f'_+(\sqrt{2})$ کدام است ؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

تهری خارج ۹۴

مثال ۳ :

مشتق راست تابع با ضابطه ی $f(x) = ([x] - |x|)\sqrt[3]{9x}$ در نقطه ی $x = -3$ ، کدام است ؟

$\frac{7}{3}$ (۴)

-۴ (۳)

-۵ (۲)

$-\frac{16}{3}$ (۱)

ریاضی ۹۳

مشتق توابع مرکب :

$$(f \circ g(x))' = g'(x) \times f'(g(x))$$

$$f(x) = x^3 - 4x$$

$$g(x) = 2x + 1$$

$$(f \circ g)' =$$

$$(g \circ f)' =$$

مثال ۱ :

اگر $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$ و $g(x) = 4x + |x|$ باشد ، مشتق تابع $f \circ g(1)$ کدام است ؟

(۴) مشتق ندارد .

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

تجربی ۹۴

مثال ۲ :

فرض کنید $f(x) = (x[x^2 + \frac{1}{2}])^2 + 1$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ ، مقدار مشتق تابع $f \circ g$ در $x = \frac{3}{\sqrt{8}}$ چند برابر $(-128\sqrt{2})$ است ؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) -۴

تجربی ۱۴۰۰

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

مثال ۳ :

اگر $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ و حاصل $f'(g(x)) \times g'(x)$ کدام است ؟

(۴) $\frac{x-3}{x^3}$

(۳) $\frac{1}{3x}$

(۲) $\frac{3}{x^2}$

(۱) $\frac{3}{x}$

ریاضی ۹۲

مثال ۴ :

اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(f \circ g)'(2) = 6$ ، باشد ، $f'(5)$ کدام است ؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

تجربی ۹۸

مشتق مرتبه n ام :

$$x^5 + 3x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 7x + 11 =$$

معادله ی خط مماس بر منحنی در نقطه $A \left(\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \right)$:

$$y - y_a = m(x - x_a)$$

تمرین ۱ :

معادله ی خط مماس بر نمودار $f(x) = x + \sqrt{x+5}$ را در نقطه ای به طول ۱ بنویسید .

تمرین ۲ :

معادله ی خط مماس بر نمودار $y = \frac{x+1}{2x-1}$ را در نقطه ای به طول ۲ بنویسید .

تمرین ۳ :

تابع زیر مفروض است . اگر این تابع در $x = 2$ مشتق پذیر باشد مقدار b را بیابید :

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & ; x \geq 2 \\ x^3 & ; x < 2 \end{cases}$$

شرط مشتق پذیری :

مشتق ناپذیرها :

توابع با محدودیت دامنه

ناپیوسته ها

توابع براکتی : نقاطی که داخل براکت را صحیح می کند $[x]$.

نقاط گوشه یا زاویه دار (مشتق موجود نباشد یا برابر نباشد)

نقاط مرزی چند ضابطه ای .

توابع قدر مطلق : زمانی که داخل قدر ریشه ی ساده بدهد .

پیوسته ها

نقاط بازگشتی یا عطف قائم (∞ شدن مشتق)

رادیکال های فرجه فردی که توان عامل از فرجه کوچکتر است .

تمرین ۱ :

مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & ; x \geq 1 \\ 5x & ; x < 1 \end{cases}$ را در $x = 1$ بررسی کنید؟

تمرین ۲ :

تابع $f(x) = |x^4 - 4x^2|$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟

$$(x-1)^2(x-2)^5(x-3) = 0$$

یادآوری انواع ریشه ها :

ایران تونل

توشه ای برای موفقیت

تمرین ۱ :

مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & ; x \geq 1 \\ 5x & ; x < 1 \end{cases}$ را در $x = 1$ بررسی کنید؟

آهنگ تغییر متوسط :

آهنگ لحظه ای (آنی) :

تمرین ۱ :

معادله ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 + 5t$ می باشد .

الف) سرعت متوسط آن را در فاصله ی زمانی $x = 0$ تا $x = 4$ بیابید ؟

ب) سرعت لحظه ای آن را در $x = 3$ بیابید ؟

ایران توننه
توشه ای برای موفقیت

تمرین ۲ :

آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ به ازای $x = 1$ و نمو γ بیابید ؟

مثال ۱ :

در تابع با ضابطه ی $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه ی $[0, 2]$ از آهنگ

تغییر لحظه ای آن در $x = \frac{3}{4}$ چقدر بیشتر است ؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۲۰ (۳)

۰/۱۵ (۲)

۰/۱۰ (۱)

ریاضی ۹۱

مثال ۲ :

در تابع با ضابطه ی $f(x) = \sqrt{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به متغیر x ، در نقطه ی $x = 1$

با رشد متغیر $0/21$ ، از آهنگ لحظه ای تابع در این نقطه چقدر کمتر است ؟

$\frac{2}{21}$ (۴)

$\frac{3}{42}$ (۳)

$\frac{1}{21}$ (۲)

$\frac{1}{42}$ (۱)

تجربی ۹۴

ایران توننه

توشه ای برای موفقیت

تمرین ۳ :

معادله ی حرکت متحرک به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه ی زمانی $[0, 5]$

(t بر حسب ثانیه) داده شده است . در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه ی

زمانی $[0, 5]$ باهم برابرند ؟

فصل پنجم



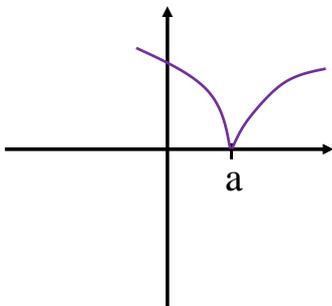
ایران تونلنه

توشه ای برای موفقیت



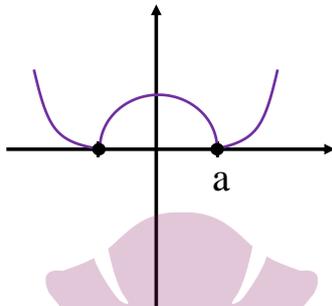
نقاط بحرانی :

نقاطی از دامنه ی تابع که در آن یا مشتق وجود ندارد یا مشتق صفر باشد .



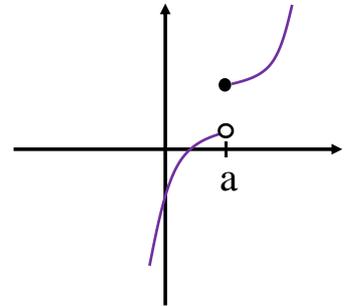
$$f'(a) = \pm\infty$$

وجود ندارد



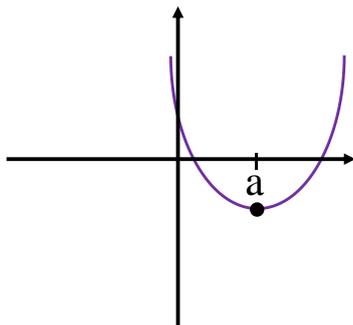
$$f'(a)$$

وجود ندارد

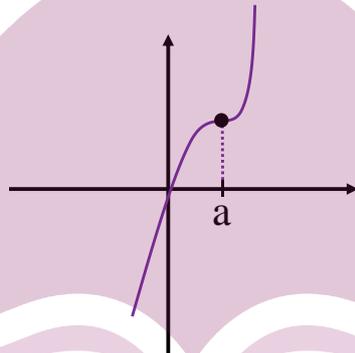


$$f'(a)$$

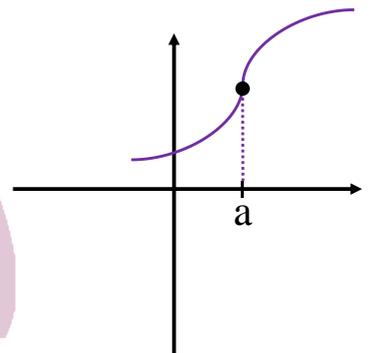
وجود ندارد



$$f'(a) = 0$$



$$f'(a) = 0$$



$$f'(a) = \pm\infty$$

وجود ندارد

ایران توننده

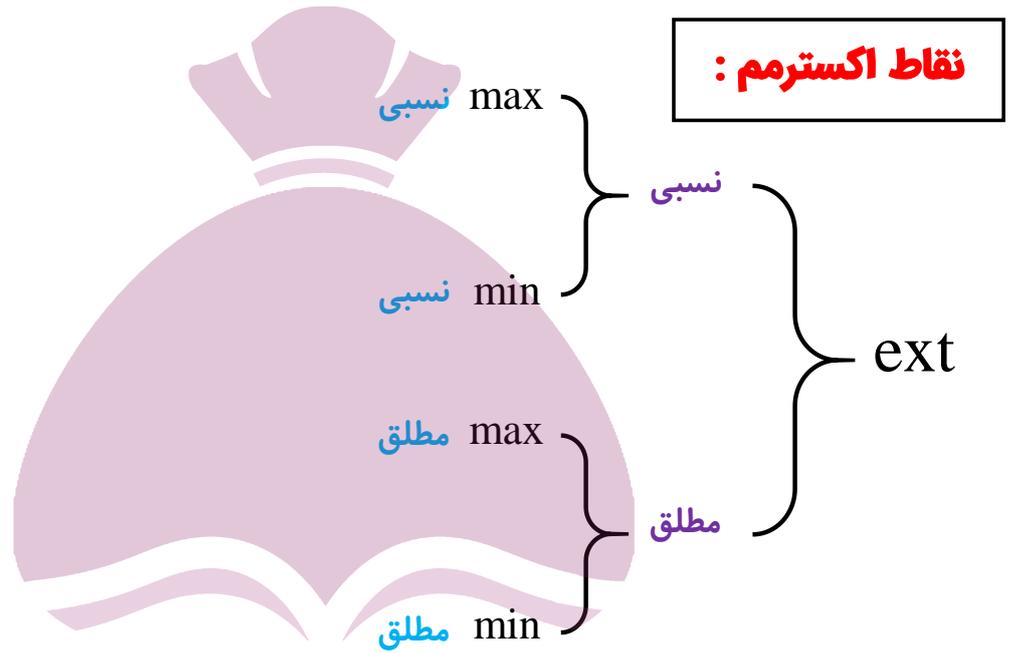
نقاط بحرانی $f(x) = x^2 - 2x + 3$ را در بازه ی $[-1, 2]$ تعیین کنید :
توشه ای برای موفقیت

نقاط بحرانی $y = |x^2 - 1|$ را به کمک رسم بیابید :

نقطه ی بحرانی هر یک را بیابید :

$$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$$

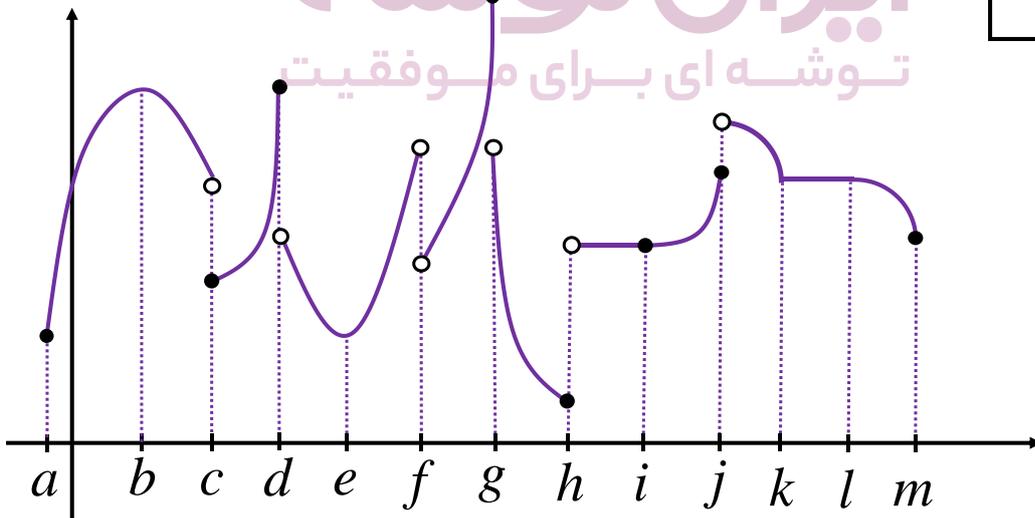
$$y = \sqrt{x-2}$$



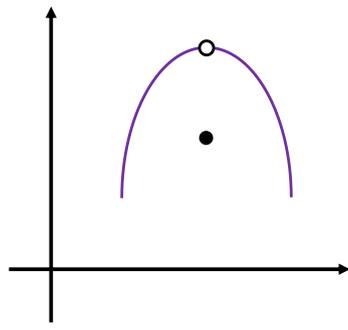
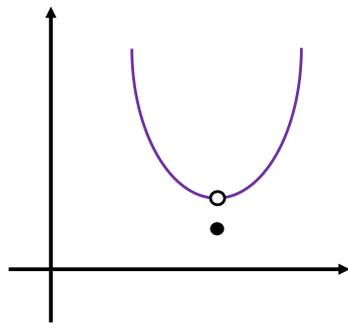
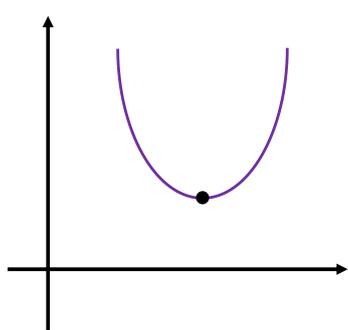
نقاط اکسترمم :

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

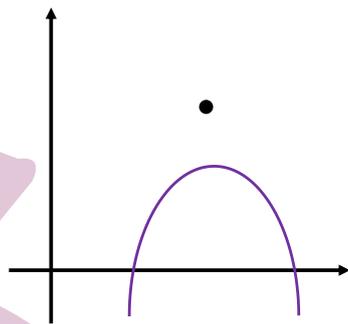
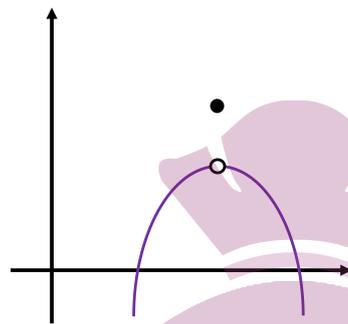
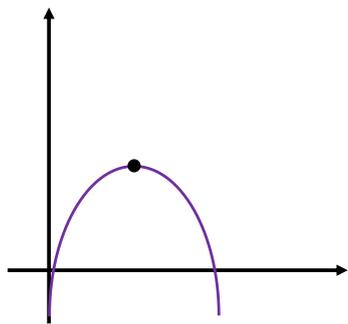
کمکی اول :



هر نقطه ی ext نسبی یک نقطه ی بحرانی است اما



نسبی min



نسبی max

آزمون مشتق اول :

$$y = x^3 - 3x^2 + 3$$

$$y = x^2 - 4x + 3$$

$$y = \sqrt{x-2}$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$$

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

نقاط min و max مطلق :

$$f(x) = \dots\dots\dots x \in [a, b]$$

$$f(x) = 0 \rightarrow \text{ریشه ها } x_1 \in [a, b]$$

$$x_2 \in [a, b]$$

$$A \left| \begin{array}{c} x_1 \\ f(x_1) \end{array} \right.$$

$$A \left| \begin{array}{c} x_2 \\ f(x_2) \end{array} \right.$$

$$f(a) > f(b) > f(x_1) > f(x_2)$$

$$A \left| \begin{array}{c} a \\ f(a) \end{array} \right.$$

$$A \left| \begin{array}{c} b \\ f(b) \end{array} \right.$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad x \in [0, 3]$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x \quad x \in [-2, 4]$$

ایران نوتس

توشه ای برای موفقیت

مثال ۱ :

تابع f در نقطه c دارای \min نسبی است و مشتق راست دارد. الزاماً این مشتق چگونه است؟

(۴) نامنفی

(۳) نامثبت

(۲) منفی

(۱) مثبت

مثال ۲ :

تابع f روی $[a, b]$ تعریف شده و $a < c < b$ ، کدام بیان نادرست است ؟

- (۱) اگر c ، ext نسبی و $f'(c)$ وجود داشته باشد ، خط مماس بر منحنی در C افقی است .
- (۲) اگر c ، ext نسبی باشد ، آنگاه C بحرانی است .
- (۳) اگر C ، بحرانی باشد ، آنگاه ext نسبی است .
- (۴) اگر C ، ext مطلق باشد ، آنگاه بحرانی است .

مثال ۳ :

مقادیر ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x$ ، در بازه ی $[-4, 3]$ ، کدام است ؟

(۴) 27 و -36

(۳) 27 و -36

(۲) 27 و -45

(۱) 24 و -18

تجربی ۹۵

ایران توننده

توشه ای برای موفقیت

مثال ۴ :

در کدام بازه تابع با ضابطه $f(x) = -x^4 + 8x^3 - 18x^2$ ، نزولی و تقعر نمودار آن ، رو به بالا است ؟

(۴) $(0, 3)$

(۳) $(0, 1)$

(۲) $(1, 4)$

(۱) $(1, 3)$

تجربی ۹۳

مثال ۵ :

تابع با ضابطه ی $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x$ از نظر اکسترمم نسبی کدام وضع را دارد ؟

(۱) می نیمم نسبی

(۲) ماکزیمم نسبی

(۳) می نیمم نسبی و ماکزیمم نسبی

(۴) فاقد اکسترمم نسبی

ریاضی خارج ۹۰

تمرین ۱ :

اگر نقطه $(1, 2)$ نقطه ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد ، مقادیر b و d را تعیین کنید.

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

مثال ۶ :

مجموعه مقادیری از اعداد حقیقی که در آن تابع $f(x) = \sqrt[3]{x} + |x|$ صعودی باشند ، کدام است ؟

(۱) $[-1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, \infty)$ (۳) $(-1, 0) \cup (0, \infty)$ (۴) $[-3\sqrt{3}, 0]$

ریاضی خارج ۱۴۰۰

مثال ۷: حال می ده نری!

کدام عبارت، برای تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2\sqrt{x^2-1}}$ درست است؟

- (۱) تابع f در بازه $(0, 1) \cup (1, \infty)$ نزولی است.
- (۲) تابع f در بازه های $(0, 1)$ و $(1, \infty)$ صعودی است.
- (۳) تابع f در بازه $(1, \infty)$ صعودی و در بازه $(0, 1)$ نزولی است.
- (۴) تابع f در بازه $(1, \infty)$ نزولی و در بازه $(0, 1)$ صعودی است.

ریاضی ۱۴۰۰

مثال ۸:

فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$ ، از نیمساز ناحیه اول کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) 2 (۳) 2 (۴) $2\sqrt{2}$

تجربی ۹۹

ایران توننده

توشه ای برای موفقیت

مثال ۹: بحرانی کسری

تعداد نقاط بحرانی برای تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

ریاضی فارغ ۹۰

مثال ۱۰ :

تعداد اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} |x^2 - 4|$ کدام است ؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

تجربی ۱۴۰۰

مثال ۱۱ : اکسترمم کسری

مقدار ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$ ، کدام است ؟

۱ + $\sqrt{3}$ (۴)-۱ + $\sqrt{3}$ (۳)۱ + $\sqrt{5}$ (۲)-۱ + $\sqrt{5}$ (۱)

تجربی خارج ۹۹

ایران توننده

نوشته ای برای موفقیت

مثال ۱۲ :

بازه هایی که تابع $f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 8}$ در آن ها اکیدا نزولی است را در نظر بگیرید . مینیمم طول این بازه ها ، کدام است ؟

۲($\sqrt[3]{4} - 1$) (۴)۲ $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\sqrt[3]{4} - 1$ (۲)

۲ (۱)

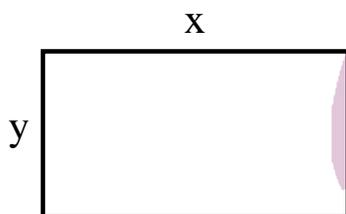
ریاضی ۱۴۰۰

بهینه سازی :

مجموع دو عدد مثبت 110 می باشد ، بیشترین مقدار برای حاصل ضرب این دو عدد کدام است ؟

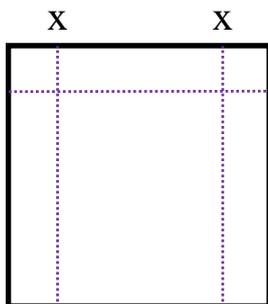
تمرین ۱ :

کمترین محیط مستطیل که مساحت آن واحد مربع باشد ، کدام است ؟



تمرین ۲ :

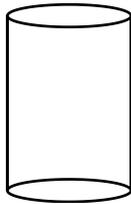
یک قطعه ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع 12 سانتی متر داده شده است . اگر از گوشه های این ورق مربع های کوچکی بریده و با تا کردن صفحه در راستای خطوط یک قوطی در باز ساخته شود ، حداکثر حجم قوطی کدام است ؟



تمرین ۳ :

حجم یک قوطی استوانه ای شکل 250π واحد مکعب است . اگر هزینه ی فلز به کار رفته در

تولید این قوطی کمترین مقدار ممکن باشد ، ارتفاع قوطی چند واحد است ؟

**مثال ۱ :**

کوتاه ترین فاصله ی نقطه $A(5,0)$ از منحنی به معادله ی $y = \sqrt{2x+7}$ ، کدام است ؟

$3\sqrt{2} \quad (4)$

$5 \quad (3)$

$4/5 \quad (2)$

$4 \quad (1)$

تهری ۹۹

ایران نوننه

توشه ای برای موفقیت

مثال ۲ :

کوتاه ترین فاصله سهمی $y^2 = 4x$ از نقطه $M(3,0)$ ، کدام است ؟

$3 \quad (4)$

$2\sqrt{2} \quad (3)$

$\frac{3}{2} \quad (2)$

$\sqrt{2} \quad (1)$

تهری خارج ۱۴۰۰

مثال ۳ :

قرینه نقطه A واقع بر منحنی $f(x) = \sqrt[3]{-x}$ را در دامنه $[0, 1]$ نسبت به نیمساز ناحیه دوم و

چهارم صفحه مختصات تعیین و آن را A' می نامیم . ماکزیمم طول پاره خط AA' ، کدام است ؟

$$\frac{4}{3\sqrt{2}} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3\sqrt{2}} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{3\sqrt{6}} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3\sqrt{6}} \quad (۱)$$

تهربى فارچ ۱۴۰۰



فصل ششم



مثال ۱:

اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات $y + 2x = 16$ ، $2y - x = 2$ و $y = 0$ هستند. اندازه ی میانه ی نظیر ضلع افقی این مثلث، در صفحه ی مختصات کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) ۵ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) ۶

تجربی فارغ ۹۹

مثال ۲:

سه ضلع یک مثلث به معادلات $AB: y + 2x = 7$ ، $AC: 4y - 3x = 17$ و $BC: 2y - 7x = 19$ هستند. طول ارتفاع BH، کدام است؟

- (۱) $4/4$ (۲) ۳ (۳) $2/5$ (۴) ۱

$$\begin{cases} 2y - 7x = -19 \\ y + 2x = 7 \end{cases} \Rightarrow B(3, 1) \quad AH = \frac{|4 - 9 - 17|}{5} = \frac{22}{5} = 4/4 : AB, BC \quad \text{محل تلاقی اضلاع}$$

تجربی ا۱۴

مثال ۳:

مثلثی با رأس های $A(1, 5)$ ، $B(7, 3)$ و $C(2, -2)$ مفروض است. اندازه ی ارتفاع AH در مثلث ABC، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) ۵ (۴) $4\sqrt{2}$

تجربی ۹۹

مثال ۴ :



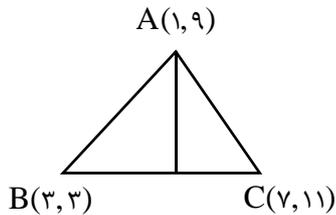
طول ارتفاع AH در مثلثی با رأس های $A(1, 9)$ ، $B(3, 3)$ و $C(7, 11)$ کدام است ؟

۶ (۴)

$2\sqrt{5}$ (۳)

$\sqrt{10}$ (۲)

۲ (۱)



$$y = 2x - 3$$

$$2x - y - 3 = 0$$

$$d = \frac{|2 - 9 - 3|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

تجربی فارغ ۱۴۰۱

مثال ۵ :

سهمی $y = -x^2 + 2x + 1$ خط راست گذرا از نقطه $(1, 0)$ و با عرض از مبدأ -1 را در نقاط A و B قطع می کند . اگر M وسط پاره خط AB باشد ، فاصله رأس سهمی از نقطه M ، کدام مضرب $\sqrt{26}$ است ؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

۲ (۱)

تجربی فارغ ۱۴۰۰

ایران توننده

توشه ای برای موفقیت

مثال ۶ :

نقاط B ، C و $M(3, 2)$ روی خط $x + 2y = 7$ قرار دارند . مثلث متساوی الساقین ABC را چنان می سازیم که اندازه میانه AM برابر $5\sqrt{5}$ واحد و BC قاعده مثلث باشد . طول مختصات یک رأس A ، کدام است ؟

-8 (۴)

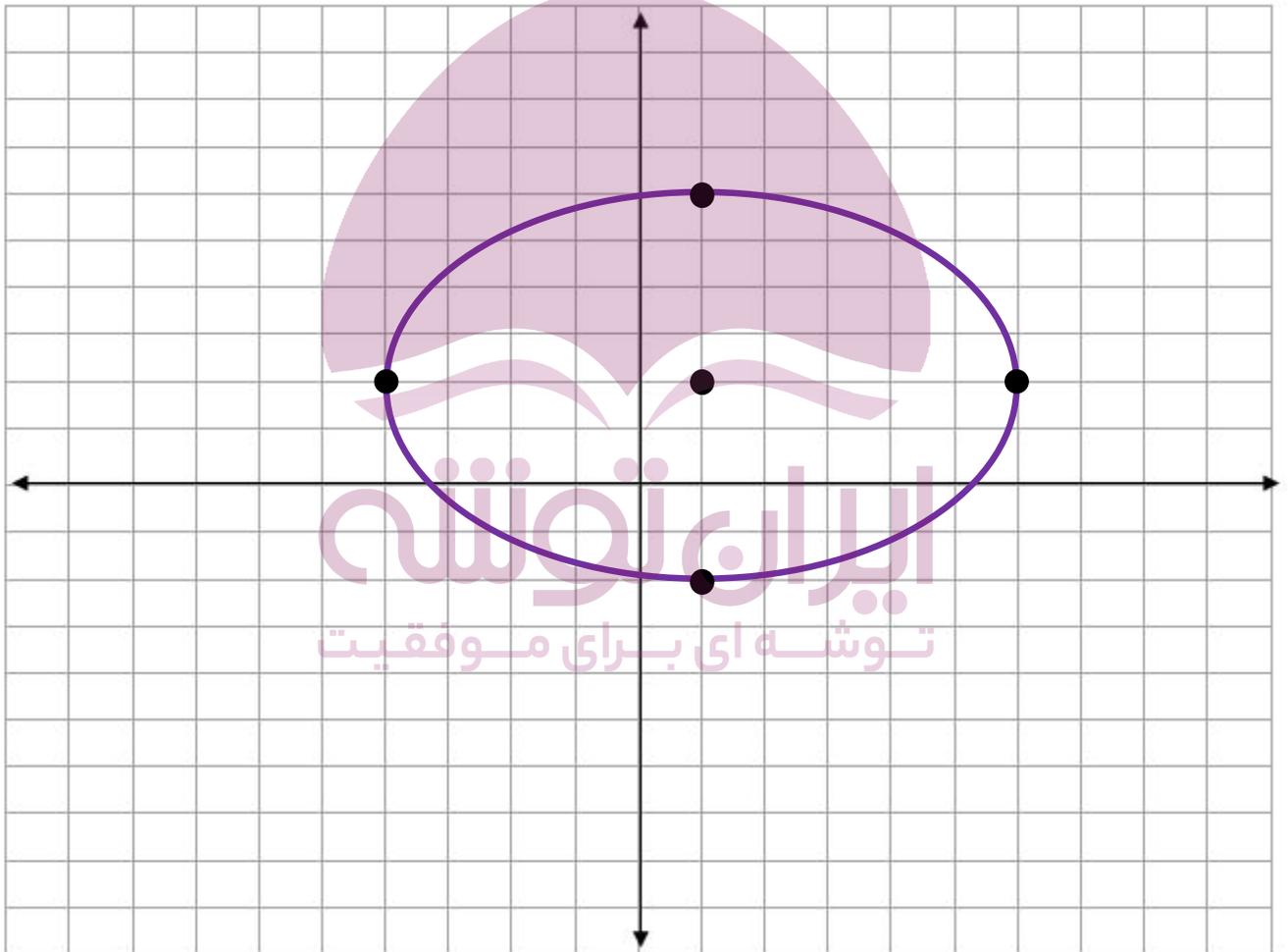
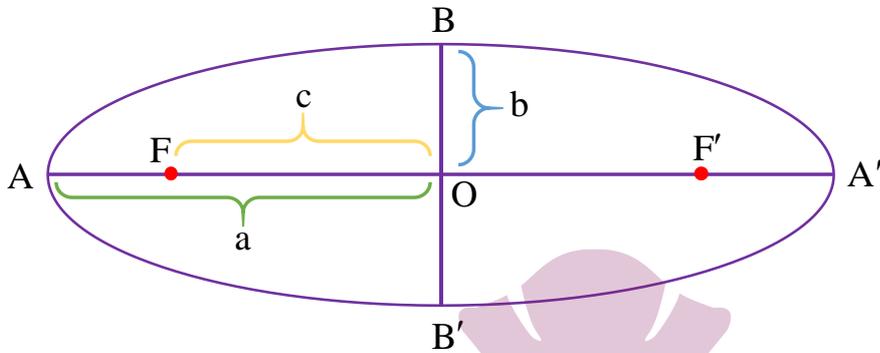
-5 (۳)

-2 (۲)

۵ (۱)

تجربی فارغ ۱۴۰۰

مجموعه نقاطی از صفحه که جمع فاصله ی هر نقطه از دو نقطه ی ثابت مقدار ثابتی باشد .



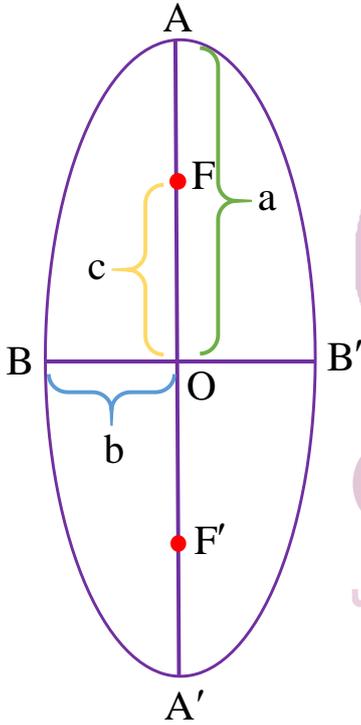
آنچه درباره ی بیضی باید بدانیم :

رابطه :

خروج از مرکز :

وتر کانونی :

بیضی قائم :



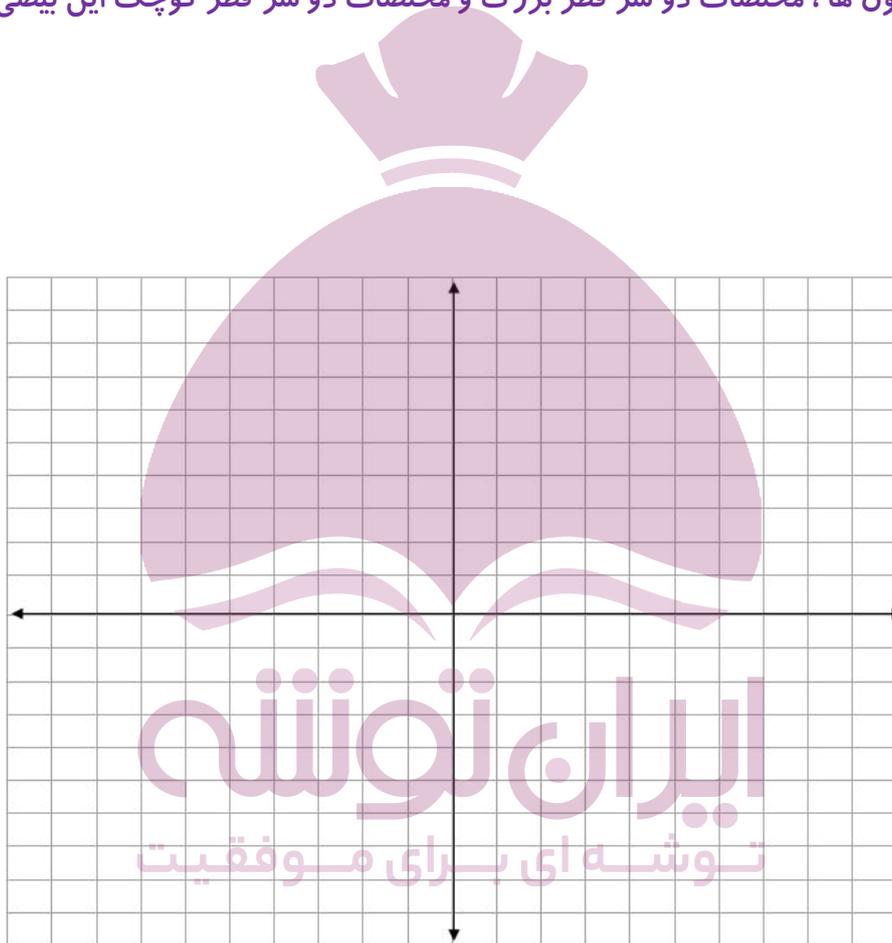
ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

تمرین ۱:

مرکز یک بیضی قائم نقطه $(۱, ۲)$ است. اگر طول قطر بزرگ و قطر کوچک این بیضی به ترتیب ۵ و ۴ واحد باشد:

الف) فاصله $ی$ کانونی و خروج از مرکز این بیضی را به دست آورید.

ب) مختصات کانون ها، مختصات دو سر قطر بزرگ و مختصات دو سر قطر کوچک این بیضی را به دست آورید.



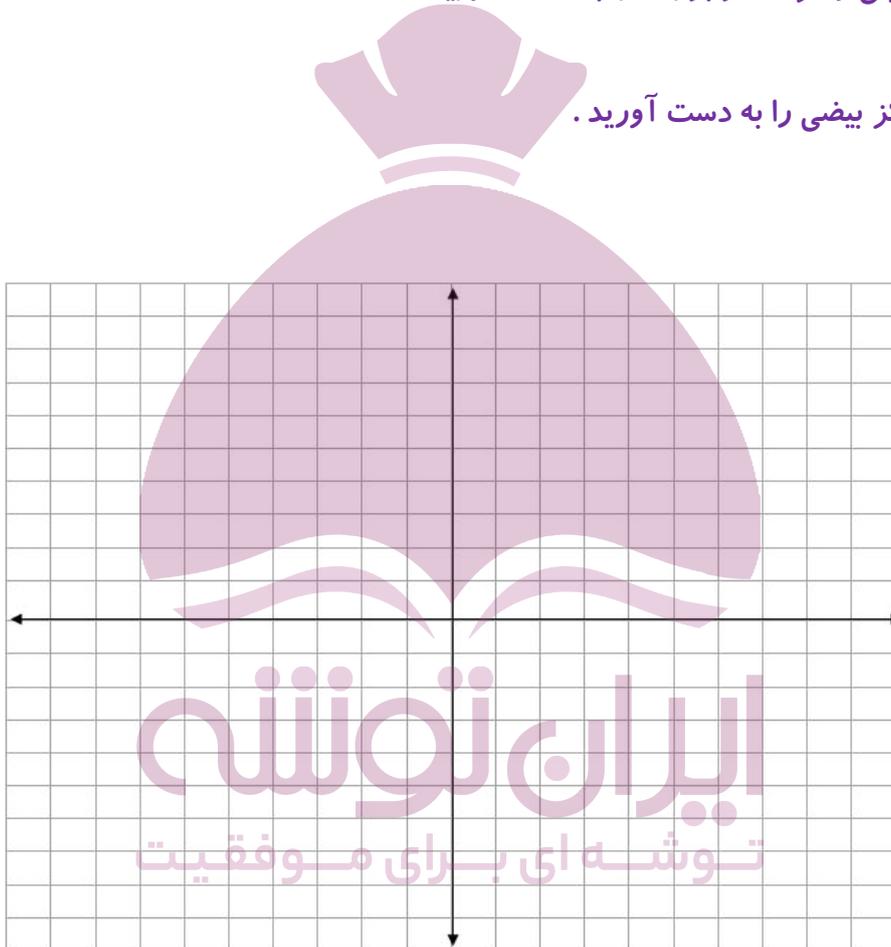
تمرین ۲ :

دو نقطه ی $F(1, 2)$ و $F'(-2, 2)$ کانون های یک بیضی و BB' قطر کوچک آن است. اگر $BF = 2$ ،
آنگاه :

الف) مختصات مرکز بیضی را به دست آورید .

ب) فاصله ی کانونی و طول قطر بزرگ را به دست آورید .

پ) خروج از مرکز بیضی را به دست آورید .



مثال ۱ :

نقطه $(-۱۲, ۰)$ یکی از کانون های یک بیضی است که طول قطر کوچک آن برابر ۱۸ است . اگر مبدأ مختصات مرکز بیضی باشد ، خروج از مرکز بیضی ، چقدر است ؟

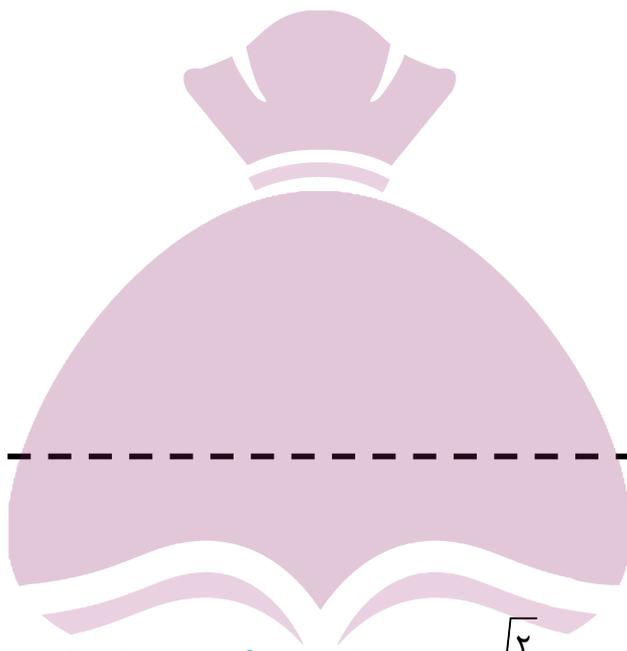
$$۱/۸ (۴)$$

$$۱/۴ (۳)$$

$$۰/۸ (۲)$$

$$۰/۶ (۱)$$

تجربی ۱۴۰۱



مثال ۲ :

در یک بیضی با خروج از مرکز $\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ ، دو سر قطر بزرگ از انتهای قطر کوچک ، با کدام زاویه رؤیت می شود ؟

$$۱۵^\circ (۴)$$

$$۱۲^\circ (۳)$$

$$۹^\circ (۲)$$

$$۶^\circ (۱)$$

ریاضی فارغ ۹۸

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال ۳ :

در یک بیضی به کانون های $(2, -1)$ و $(2, 7)$ ، اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

$$0. / 8 \quad (4)$$

$$0. / 75 \quad (3)$$

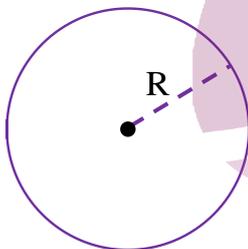
$$0. / 64 \quad (2)$$

$$0. / 6 \quad (1)$$

تجربی ۹۸

دایره :

مجموعه نقاطی در صفحه که فاصله ی آنها از یک نقطه ی ثابت (مرکز) مقدار ثابتی (شعاع) است.



$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$$

معادله ی استاندارد :

مثال ۱ :

معادله ی دایره ای را بنویسید که مرکز آن مبدأ مختصات شعاع واحد است؟

توشه ای برای موفقیت

مثال ۲ :

معادله ی دایره ای به مرکز $O(۳, -۲)$ و شعاع ۵ را بنویسید ؟

مثال ۳ :

معادله ی دایره ای به صورت زیر می باشد ، شعاع و مرکز آن را بیابید ؟

$$(x - ۲)^۲ + (y + ۳)^۲ = ۹$$

مثال ۴ :

معادله ی دایره ای را بنویسید که مبدأ مختصات و نقطه ی $A \left(\begin{array}{c} ۴ \\ ۳ \end{array} \right)$ دو سر قطر آن باشد .

ایران تونلنه

توشه ای برای موفقیت

مثال ۵ :

معادله ی دایره ای را بنویسید که $O \left(\begin{array}{c} ۲ \\ ۳ \end{array} \right)$ مرکز آن باشد و از نقطه ی $A \left(\begin{array}{c} ۵ \\ ۶ \end{array} \right)$ نیز بگذرد ؟

مثال ۶ :

فاصله ی نقطه ی $M(x, y)$ از نقطه ی $A(3, 6)$ ، دو برابر آن از مبدأ مختصات است . بزرگترین وتر از مکان نقاط M کدام است ؟

$4\sqrt{5} \quad (۴)$

$4\sqrt{3} \quad (۳)$

$2\sqrt{5} \quad (۲)$

$2\sqrt{3} \quad (۱)$

تجربی ۹۷

مثال ۷ :

دایره ای از دو نقطه ی $(0, 1)$ و $(3, 0)$ گذشته و معادله ی یک قطر آن به صورت $x - y = 2$ است . شعاع این دایره کدام است ؟

$3 \quad (۴)$

$\sqrt{5} \quad (۳)$

$2 \quad (۲)$

$\sqrt{2} \quad (۱)$

تجربی خارج ۹۰

ایران نوننه

توشه ای برای موفقیت

مثال ۸ :

دایره ای ، محور x ها را در دو نقطه به طول های ۱ و ۳ قطع کرده و مرکز آن ، بر روی نیمساز ربع اول است . شعاع این دایره کدام است ؟

$3 \quad (۴)$

$\sqrt{5} \quad (۳)$

$2 \quad (۲)$

$\sqrt{3} \quad (۱)$

تجربی خارج ۹۵

مثال ۹ :

معادله ی دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O \left(\frac{3}{5} \right)$ باشد و خط به معادله ی $y = 3x + 2$ نیز به آن مماس باشد ؟

مثال ۱۰ :

معادله ی دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(-1, -1)$ باشد و روی خط $x + y = 1$ وترى به طول ۲ ایجاد کند ؟

مثال ۱۱ :

نقطه ی $A(-1, 4)$ مرکز یک دایره است که بر روی خط $2x - 3y + 1 = 0$ وترى به طول $2\sqrt{7}$ جدا می کند . این دایره خط $y = 2$ را با کدام طول قطع می کند ؟

$$-1 \pm \sqrt{3} \quad (۴) \quad -1 \pm \sqrt{2} \quad (۳) \quad 2, -4 \quad (۲) \quad 3, -5 \quad (۱)$$

مثال ۱۲ :

معادله ی دایره ای را بنویسید که خط های $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهایی از آن و خط $4x + 3y = 6$ بر آن مماس باشد ؟

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$O \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix} \frac{|4(2) + 3(-1) - 6|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{1}{5}$$

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{25}$$

مثال ۱۳ :

فرض کنید خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ قطره های یک دایره و خط $4x + 3y + 5 = 0$ مماس بر آن باشد . نزدیکترین فاصله نقطه $M(4, -2)$ از دایره ، کدام است ؟

$$\sqrt{5} - 2 \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{3} - \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} - 1 \quad (1)$$

ایران توننه
توشه ای برای موفقیت

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$$

معادله ی گسترده ی دایره :

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$a^2 + b^2 > 4c \quad \text{به شرط :}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{-a}{2}\right)^2 + \left(\frac{-b}{2}\right)^2 - c}$$

$$O \left| \begin{array}{c} a \\ - \\ 2 \\ b \\ - \\ 2 \\ c \end{array} \right.$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$$

مثال ۲ :

مقدار K را چنان بیابید که معادله ی $x^2 + y^2 - 2x - 6y + k = 0$ دایره ای به شعاع ۲ را مشخص کند؟

حالا وارون مثال ۱ :

معادله ی دایره ای را بنویسید که از سه نقطه ی زیر بگذرد :

A | -۱
-۱
B | ۱
۱
A | ۱
-۳

مقدمه :

دایره ی گذرنده از سه نقطه :

(α, β) (α', β') $(0, 0)$

مرکز { قطر

$$\alpha x + \beta y = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2}$$

قطر { $\alpha' x + \beta' y = \frac{\alpha'^2 + \beta'^2}{2}$

ایران نوشته

نوشته ای برای موفقیت

مثال ۳ :

شعاع دایره ای که از سه نقطه با مختصات $(2, 1)$ و $(-2, 4)$ و $(0, 0)$ می گذرد ، کدام است ؟

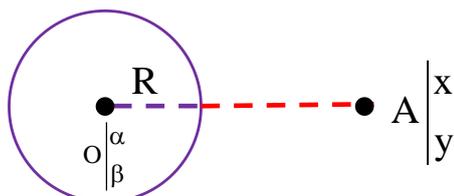
۳ / ۵ (۴)

۳ (۳)

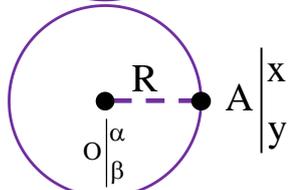
۲ / ۵ (۲)

۲ (۱)

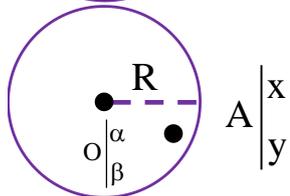
وضعیت نقطه نسبت به دایره :



بیرون دایره :



روی محیط دایره :



روی دایره :

مثال ۵ :

وضعیت هر یک از نقاط زیر را نسبت به دایره به معادله ی زیر مشخص کنید ؟

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 5 = 0$$

الف) مبدأ مختصات

ب) $A \begin{vmatrix} 2 \\ -4 \end{vmatrix}$

ایران توننه

توشه ای برای موفقیت

مثال ۶ :

حدود a را طوری بیابید که نقطه ی (a, a) بیرون دایره به معادله ی $x^2 + y^2 + ax - 3y - 6 = 0$ نباشد .

وضعیت خط و دایره :

(۱) مماس : $d = R$

* طول مماس رسم شده از نقطه M : $MT = \sqrt{\text{معادله } M}$

(۲) غیر متقاطع : $d > R$

فاصله ی نزدیکترین نقطه روی دایره به خط : $AH = d - R$

فاصله ی دورترین نقطه روی دایره به خط : $BH = d + R$

(۳) متقاطع : $d < R$

* طول وتر ایجاد شده ← فیثاغورس

مثال ۸ :

وضعیت خط به معادله $x + \sqrt{3}y = 1$ را با دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x = 1$ مشخص کنید :

$$R = \sqrt{4 + 0 + 1} = \sqrt{5}$$

$$OH = \frac{|1|}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

$$OH < R$$

با دو دایره دو نقطه ی برخورد دارد .

مثال ۹ :

وضعیت خط به معادله ی $x + y = 4$ را با دایره به معادله ی $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ مشخص کنید :

مثال ۱۰ :

به ازای کدام مقدار a ، دایره به معادله ی $x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0$ بر خط به معادله ی

$x + 3y = 0$ مماس است ؟

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

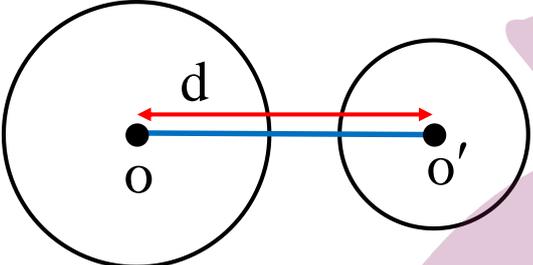
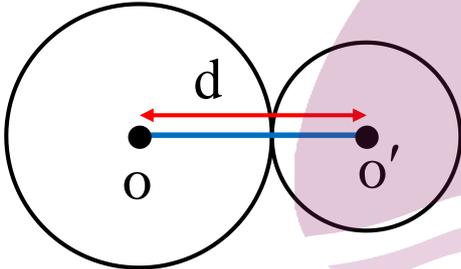
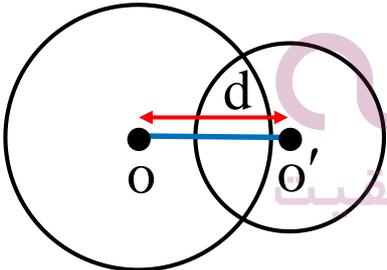
$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

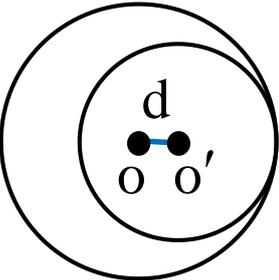
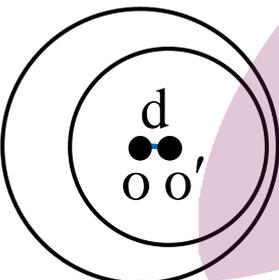
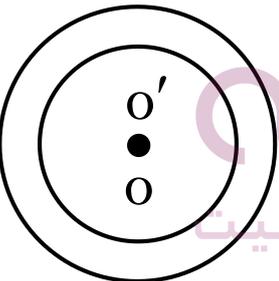
۵ (۴)

۳ (۳)

تجربی ۱۵

ایران توننه
توشه ای برای موفقیت

شکل	مقایسه	دو دایره نسبت به هم
	$d > r + r'$	متخارج
	$d = r + r'$	مماس بیرون
	$ r - r' < d < r + r'$	متقاطع

شکل	مقایسه	دو دایره نسبت به هم
	$d = r - r'$	مماس داخل
	$d < r - r'$	متداخل
	$d = 0$	هم مرکز

مثال ۱ :

وضعیت دو دایره به معادله های $x^2 + y^2 - 6x = 16$ و $x^2 + y^2 - 4y = 9$ را نسبت به هم بررسی کنید .

مثال ۲ :

معادله ی دایره ای به مرکز $(3, -3)$ را بنویسید که بر دایره ی به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ مماس خارج هستند .

مثال ۳ :

شعاع دایره ی به مرکز $(-2, 2)$ و مماس خارج بر دایره ی $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ ، کدام است ؟

۴ (۴)

$2\sqrt{3}$ (۳)

۳ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۱)

مثال ۴ :

دایره $x^2 + y^2 + 2y = 3$ مفروض است. معادله دایره ای که با دایره قبلی مماس داخل بوده و از نقطه $(0, -3)$ گذشته و شعاع آن با قطر دایره اصلی برابر باشد، کدام است؟

$$x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0 \quad (۲) \qquad x^2 + y^2 - 4x = 3 \quad (۱)$$

$$x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0 \quad (۴) \qquad x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0 \quad (۳)$$

تجربی فارغ ۱۴۰۰

مثال ۵ :

دایره های $x^2 + y^2 + 2y = 3$ و $x^2 + y^2 + 2x = 3$ متقاطع اند. معادله ی وتر مشترک این دو دایره، کدام است؟

$$x = 1 - y \quad (۴) \qquad x = -y \quad (۳) \qquad x = 1 + y \quad (۲) \qquad x = y \quad (۱)$$

تجربی ۱۴۰۰

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

مقدمه :

دایره ی مماس بر محورها :

مثال ۱ :

دایره ای از نقطه ی $(-1, 2)$ گذشته و بر هر دو محور مختصات مماس است . قطر دایره بزرگ تر کدام است ؟

۸ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۱۵ (۱)

تجربی ۹۰

مثال ۲ :

دایره ی گذرا بر نقطه ی $(-1, 2)$ ، بر هر دو محور مختصات مماس است . شعاع آن کدام است ؟

۲,۵ (۴)

۲,۴ (۳)

۱,۵ (۲)

۱,۴ (۱)

تجربی خارج ۹۷

ایران توننده

نوشته ای برای موفقیت

مثال ۳ :

از میان دایره های گذرا از نقطه $A(3, 2)$ و مماس بر خطوط $3x - 4y = 0$ و $y = 0$ ، کوچکترین شعاع دایره کدام است ؟

 $\frac{13}{9}$ (۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲)

۱ (۱)

ریاضی خارج ۹۹

فصل هفتم



احتمال :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{پیشامد}}{\text{فضای نمونه}} = \frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{حالات ممکن}}$$

قانون ((و)) و ((یا))

تیپ : انتخاب

روش حل : ۱) نمودار توضیحی ۲) و ، یا ۳) ما که می خواهیم دلم می خواد .

پیش نیاز : ترکیبات

$$\binom{5}{2} =$$

$$\binom{5}{4} =$$

$$\binom{5}{0} =$$

$$\binom{5}{3} =$$

$$\binom{5}{1} =$$

$$\binom{5}{5} =$$

ایران توتنه
توشه ای برای موفقیت

مثال :

در ظرفی ۳ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۵ مهره آبی وجود دارد. به تصادف و با چشم بسته سه مهره از ظرف خارج می کنیم، با کدام احتمال :

الف) هر سه مهره سفید

ب) هر سه مهره آبی

پ) هر سه مهره سیاه

ت) فقط یک مهره سفید

ث) حداقل یک مهره سفید

ج) مهره ها هم رنگ

ح) حداکثر دو مهره سفید

تیپ : چند ظرفی ساده

دو ظرف همانند داریم، در اولی ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه وجود دارد و در دومی ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه وجود دارد. از یکی از ظروف مهره ای بیرون می آوریم، چقدر احتمال دارد این مهره سفید باشد؟

ایران نوشته
توشه ای برای موفقیت

مثال ۲ :

سه ظرف همانند داریم، در اولی ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در دومی ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه و در سومی ۷ مهره سفید و ۸ مهره سیاه داریم. به تصادف از یکی از ظروف مهره ای بیرون می کشیم، چقدر احتمال دارد سفید باشد؟

مثال ۳ :

سه ظرف همانند داریم ، در اولی ۳ مهره ی سفید و ۴ مهره ی سیاه و در دومی ۵ مهره ی سفید و ۶ مهره ی سیاه و در ظرف سوم فقط مهره ی سفید داریم ، به تصادف از یکی از سه ظرف ، مهره ای بیرون می آوریم ، چقدر احتمال دارد این مهره :

الف) سفید باشد .

ب) سیاه باشد .

تیپ ۳ : یک ظرف به یک ظرف

دو ظرف همانند داریم ، در اولی ۳ مهره ی سفید و ۴ مهره ی سیاه و در دومی ۵ مهره ی سفید و ۶ مهره ی سیاه وجود دارد . اگر از ظرف اول یک مهره برداریم و بدون مشاهده در ظرف دوم بیاندازیم و سپس از ظرف دوم مهره ای خارج کنیم چقدر احتمال دارد سفید باشد ؟

تیپ ۳ : دو ظرف به یک ظرف

دو ظرف همانند داریم که در اولی ۳ مهره ی سفید و ۴ مهره ی سیاه و در دومی ۵ مهره ی سفید و ۶ مهره ی سیاه وجود دارد . اگر از اولی ۲ مهره و از دومی ۳ مهره برداریم و در ظرف سوم بریزیم و از ظرف سوم مهره ای خارج کنیم چقدر احتمال دارد سفید باشد ؟

تیپ B ۳: بدون جای گذاری

درون جعبه ای ۵ مهره ی سفید ، ۲ مهره ی سبز و ۲ مهره ی زرد وجود دارد . از این جعبه سه مهره بدون جای گذاری (یکی یکی) بیرون می آوریم ، با چه احتمالی دو مهره ی اول سفید و مهره ی سوم سبز است ؟

تیپ : در صدی ها

روش حل :

مثال ۱ :

۵۵ درصد دانشجویان سال اول ، دختر و بقیه پسر هستند . ۶۰ درصد دختران و ۶۴ درصد پسران ، همه ی واحدهای درسی خود را گذرانده اند . چند درصد کل دانشجویان ، همه ی واحدهای درسی را گذرانده اند ؟

۶۱/۸ (۲) ✓

۶۱/۴ (۱)

۶۲/۸ (۴)

۶۲/۴ (۳)

تجربی خارج ۱۸

ایران تونل
توشه ای برای موفقیت

مثال ۲ :

احتمال انتقال بیماری مسری به افرادی که واکسن زده اند $0.25/0$ و احتمال انتقال به افراد دیگر $0.2/0$ است . $\frac{2}{5}$ کارگران یک کارگاه واکسن زده اند . اگر فرد حامل بیماری با یکی از کارگران ملاقات کند ، با کدام احتمال این بیماری منتقل می شود ؟

۰/۱۵ (۴)

۰/۱۶ (۳)

۰/۱۴ (۲)

۰/۱۳ (۱) ✓

تجربی ۱۹

مثال ۳ :

در یک روستا ۵۴ درصد جمعیت را مردان و ۴۶ درصد را زنان تشکیل می دهند . اگر ۶۰ درصد مردان و ۷۵ درصد زنان دفترچه ی سلامت داشته باشند ، با کدام احتمال یک فرد انتخابی به تصادف از بین آنها ، دفترچه ی سلامت دارد ؟

$$0.696 \text{ (۴)}$$

$$0.685 \text{ (۳)}$$

$$0.669 \text{ (۲) } \checkmark$$

$$0.658 \text{ (۱)}$$

تجربی فارغ ۹۰

مثال ۴ :

در یک شهرک صنعتی ۶۰ درصد جمعیت مرد و ۴۰ درصد آن زن هستند . اگر ۱۸ درصد مردان و ۱۲ درصد زنان تحصیلات دانشگاهی داشته باشند ، چند درصد این جمعیت تحصیلات دانشگاهی دارند ؟

$$16/2 \text{ (۴)}$$

$$15/8 \text{ (۳)}$$

$$15/6 \text{ (۲) } \checkmark$$

$$15/2 \text{ (۱)}$$

تجربی ۹۶

ایران تونل
توشه ای برای موفقیت

مثال ۵ :

بهر روز جهت مشارکت در یک مسابقه ، از بین پرسش های ۵ بسته ریاضی ، ۷ بسته تجربی و ۶ بسته علوم انسانی ، به تصادف یک بسته اختیار کرده است . احتمال برنده شدن در هر بسته این دروس به ترتیب ۷/۰ ، ۸/۰ و ۹/۰ است . با کدام احتمال بهروز برنده می شود ؟

$$\frac{31}{36} \text{ (۴)}$$

$$\frac{30}{36} \text{ (۳)}$$

$$\frac{29}{36} \text{ (۲) } \checkmark$$

$$\frac{25}{36} \text{ (۱)}$$

تجربی فارغ ۹۱