دفترچهٔ پاسخ

آزمون ۱۴ اردیبهشت ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	کاظم اجلالی-سیدرضا اسلامی-شاهین پروازی-عادل حسینی-طاهر دادستانی-کیان کریمی‌خراسانی مهدی ملارمضانی-مهرداد ملوندی
	هندسه و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-مصطفی دیداری سوگند روشنی-فرشاد صدیقی‌فر-هومن عقیلی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی
	فیزیک	زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-محسن سلماسی‌وند-محمدجواد سورچی-معصومه شریعت‌ناصری محمود منصوری-سیده ملیحه‌میرصالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی‌مقدم
	شیمی	محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-روزبه رضوانی-امیرحسین طیبی-علیرضا کیانی‌دوست-امیرحسین مسلمی هادی مهدی‌زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه و گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان‌بابایی	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده‌مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	پارسا نوروزی‌منش سهیل تقی‌زاده	پارسا نوروزی‌منش	حسین بصیر ترکمبور	احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی حسین شاهسواری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۱»** (مهرداد ملوندی)

نمودار تابع f' یک ریشهٔ ساده دارد، پس تابع f فقط یک اکسترمم خواهد داشت. این اکسترمم از جنس مینیمم است.

(حسابان ۲- صفحهٔ ۱۲۳)

۲- **گزینهٔ «۱»** (طاهر دارستانی)

تفاوت گزینه‌ها در یکنوایی تابع، علامت مشتق اول در اطراف $x = 0$ است.

$$f'(x) = -\frac{x(x^3+3x-2)}{(x^3+1)^2}$$

در اطراف $x = 0$ ، $f'(x)$ را تعیین علامت می‌کنیم:

x		0	
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$

پس $x = 0$ ، مینیمم نسبی تابع خواهد بود.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۳- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

مختصات نقطهٔ $(-1 , 3)$ در ضابطهٔ تابع صدق می‌کند:

$$3 = 2(-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 1 \Rightarrow a - b = 4 \qquad (1)$$

از طرفی چون $x = -1$ طول اکسترمم مشتق‌پذیر تابع است، مشتق تابع در این نقطه صفر است.

$$y' = 6x^2 + 2ax + b \xrightarrow{x=-1} 0 = 6 - 2a + b$$

$$\Rightarrow 2a - b = 6 \qquad (2)$$

از معادلات (۱) و (۲) داریم: $a = 2 \;,\; b = -2$

$$\Rightarrow y' = 6x^2 + 4x - 2 = 2(x+1)(3x-1)$$

پس طول مینیمم نسبی $x = \frac{1}{3}$ است و مقدار تابع در این نقطه برابر است با:

$$y = 2(\frac{1}{3})^3 + 2(\frac{1}{3})^2 - 2(\frac{1}{3}) + 1 = \frac{17}{27}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۴- **گزینهٔ «۴»** (مهدی ملارمضانی)

باید معادلهٔ $f'(x) = 0$ جواب مرتبهٔ فرد نداشته باشد. پس داریم:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 4x}{2x^2 - 4x + m}$$

$$f'(x) = \frac{m(4x-4)}{(2x^2 - 4x + m)^2}$$

اگر $m \neq 2$ باشد، عبارت $4x - 4$ به ازای $x = 1$ صفر می‌شود، پس $x = 1$ طول اکسترمم نسبی تابع است و اگر $m = 0$ باشد، تابع با دامنه $\mathbb{R} - \{0 , 2\}$ با تابع ثابت $f(x) = 1$ مساوی است که در تمامی نقاط اکسترمم نسبی دارد.

دقت کنید که اگر $m = 2$ باشد، تابع $f(x) = 1 - \frac{1}{(x-2)^2}$ اکسترمم ندارد.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۵- **گزینهٔ «۴»** (عادل حسینی)

مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$y' = \pi(1 + \tan^2 \pi x) - k = \pi \tan^2 \pi x + \pi - k$$

عبارت $\tan^2 \pi x$ همواره نامنفی است. پس برای غیریکنوا شدن تابع، لازم است شرط منفی شدن y' را بررسی کنیم:

$$\pi \tan^2 \pi x + \pi - k < 0 \Rightarrow \tan^2 \pi x < \frac{k}{\pi} - 1$$

برای این‌که بازه‌ای پیدا کنیم، نامعادلهٔ بالا باید جواب داشته باشد، در نتیجه لازم است $\frac{k}{\pi} - 1$ مثبت باشد: $\Rightarrow k > \pi$

این یعنی کمترین مقداری برای k نمی‌توان پیدا کرد.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۶- **گزینهٔ «۴»** (سیدرضا اسلامی)

مشتق دوم تابع را به دست می‌آوریم:

$$y' = x + 2 - \frac{1}{\sqrt{-2x}} \Rightarrow y'' = 1 - \frac{1}{\sqrt{(-2x)^3}}$$

باید نامعادلهٔ $0 \leq y''$ را حل کنیم:

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{(-2x)^3}} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{(-2x)^3} \leq 1 \Rightarrow (-2x)^3 \leq 1$$

$$\Rightarrow -2x \leq 1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$

دامنهٔ تابع نیز بازهٔ $(-\infty , 0]$ است، پس بازهٔ مورد نظر $[-\frac{1}{2} , 0]$ است.

$$\Rightarrow b - a = \frac{1}{2}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

۷- **گزینهٔ «۲»** (شاهین پروازی)

$$f'(x) = 3ax^2 + 2(1 - a^2)x + 3$$

$$f''(x) = 6ax + 2(1 - a^2)$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

با توجه به ریشهٔ $f''(x)$ جدول تعیین علامت f'' به صورت زیر است:

x		$\frac{a^2-1}{3a}$	
f''	$-$		$+$

و با توجه به صورت مسئله داریم:
$$\frac{a^2-1}{3a}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2a^2-3a-2=0 \Rightarrow a=-\frac{1}{2} \text{ یا } 2$$

اگر $a=-\frac{1}{2}$، تقعر نمودار تابع در بازهٔ $(-\infty, \frac{1}{2})$ به طرف بالا خواهد بود که خلاف فرض مسئله است، پس $a=2$ قابل قبول است.

$$\Rightarrow f(x)=2x^3+(-3)x^2+3x \Rightarrow f(a)=f(2)=10$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

۸- **گزینهٔ «۲»** *(کیان کریمی‌خراسانی)*

تابع f در $x=3$ پیوسته است و در یک همسایگی آن داریم:

$$f(x)=\begin{cases}(x-2)^2+ax & ; \quad x<3\\ (x-2)^3+ax & ; \quad x\geq 3\end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}2(x-2)+a & ; \quad x<3\\ 3(x-2)^2+a & ; \quad x>3\end{cases}$$

$$\Rightarrow f'_-(3)=2+a \ , \ f'_+(3)=3+a$$

برای این‌که در $x=3$ اکسترمم داشته باشیم، مشتق‌های چپ و راست باید غیرهم‌علامت باشند:

$$\Rightarrow (2+a)(3+a)\leq 0 \Rightarrow -3\leq a\leq -2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۹- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

ابتدا تابع مشتق را به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=\begin{cases}\frac{-2a}{(x-2)^2} & ; \quad x<1\\ 3x^2+2ax & ; \quad x>1\end{cases}$$

مشتق تابع در $\mathbb{R}-\{1\}$ نباید تغییر علامت دهد. حال با توجه به حدود دامنه ضابطهٔ $y=3x^2+2ax$، متوجه می‌شویم این علامت ثابت، مثبت است، پس شرایط لازم را برای مثبت شدن f' به دست می‌آوریم:

$$y=\frac{-2a}{(x-2)^2}>0 \Rightarrow a<0 \qquad (1)$$

صفرهای ضابطهٔ $y=3x^2+2ax$ ، $x_1=0$ و $x_2=-\frac{2a}{3}$ هستند که نباید در دامنهٔ $(1, +\infty)$ باشند:

$$\Rightarrow -\frac{2a}{3}\leq 1 \Rightarrow a\geq -\frac{3}{2} \qquad (2)$$

از (۱) و (۲) به دست می‌آید: $-\frac{3}{2}\leq a<0$

شرط دیگر برای اکیداً صعودی شدن تابع این است که $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)\geq \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ باشد:

$$\Rightarrow 1+a+b\geq -a \Rightarrow b\geq -2a-1$$

حدود عبارت $-2a-1$ بازهٔ $(-1, 2]$ است. بنابراین $b>-1$ شرطی درست برای b است. هر چند که مقدار b وابسته به مقدار a است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

مشتق تابع را به دست می‌آوریم:

$$y'=\frac{\frac{\sqrt{x}}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}+1}{(x+1)^2}=\frac{(\sqrt{x}+1)^2-2}{2\sqrt{x}(x+1)^2}$$

و سپس ریشه‌های آن را به دست می‌آوریم:

$$y'=0 \Rightarrow (\sqrt{x}+1)^2=2 \xrightarrow{\sqrt{x}>0} \sqrt{x}+1=\sqrt{2}$$
$$\Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{2}-1 \Rightarrow x=3-2\sqrt{2}$$

با در نظر گرفتن نقطه‌ای فرضی مانند $x=4$، نتیجه می‌گیریم که به ازای $x>3-2\sqrt{2}$ ؛ $y'>0$ و برای $0\leq x<3-2\sqrt{2}$ ، $y'<0$ است، پس اکسترمم از نوع مینیمم است. حال مقدار آن را حساب می‌کنیم:

$$y=\frac{3-2\sqrt{2}-(\sqrt{2}-1)}{4-2\sqrt{2}}=\frac{1-\sqrt{2}}{2}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۲۶)

حسابان ۲- آشنا

۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(داخل تجربی ۸۲)*

در توابع چندجمله‌ای، در هر بازه‌ای که $y'\geq 0$ باشد، تابع همواره صعودی است، پس داریم:

$$y=x^3+ax^2+x$$
$$y'=3x^2+2ax+1\geq 0$$

عبارت درجهٔ دوم $a'x^2+b'x+c'$ وقتی همواره نامنفی است اگر $a'>0$ و $\Delta\leq 0$ باشد.

$$\Rightarrow \Delta=4a^2-12\leq 0 \Rightarrow a^2\leq 3 \Rightarrow |a|\leq \sqrt{3}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(داخل ریاضی ۱۴۰۰)*

ابتدا دامنهٔ تابع $f(x)=2\sqrt{x}-\frac{3}{2\sqrt[3]{x^2-1}}$ را می‌یابیم:

$$D_f:\begin{cases}x\geq 0\\ x^2-1\neq 0\Rightarrow x\neq \pm 1\end{cases}\xrightarrow{\text{اشتراک}}[0,+\infty)-\{1\}$$

$$\Rightarrow D_f=[0,1)\cup(1,+\infty)$$

حال مشتق تابع f را می‌یابیم: $f(x)=2\sqrt{x}-\frac{3}{2}(x^2-1)^{-\frac{1}{3}}$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{x}{\sqrt[3]{(x^2-1)^4}}$$

با توجه به دامنه، مشتق تابع f در بازه‌های $(0,1)$ و $(1,+\infty)$ موجود و همواره مثبت است، پس تابع f روی دو بازهٔ $(0,1)$ و $(1,+\infty)$ صعودی است. توجه کنید که تابع f در $x=1$ ناپیوسته است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

نقاط اکسترمم نسبی، ریشه‌های ساده یا مکرر مرتبهٔ فرد معادلهٔ $y'=0$ هستند، لذا:

$$y'=5(x-2)^4(x-3)^6+6(x-2)^5(x-3)^5$$

$$\Rightarrow y'=(x-2)^4(x-3)^5(11x-27)$$

تابع در نقاط به طول‌های $x=\frac{27}{11}$ و $x=3$ اکسترمم نسبی دارد ولی $x=2$ اکسترمم نسبی نخواهد بود، زیرا در آن y' ریشهٔ مکرر مرتبهٔ زوج دارد. برای تعیین نوع نقطه، از آزمون مشتق اول استفاده می‌کنیم، با تعیین علامت y' خواهیم داشت:

x		2		$\frac{27}{11}$		3	
y'	+	0	+	0	−	0	+
y	↗		↗	max	↘	min	↗

بنابراین تابع یک ماکزیمم نسبی و یک مینیمم نسبی دارد.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(خارج تجربی ۹۹)*

برای به‌دست آوردن ماکزیمم نسبی، ابتدا مشتق را برابر صفر قرار داده و جدول تغییرات تابع را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x)=\frac{x^2+2x-3}{x^2+1}=1+\frac{2(x-2)}{x^2+1}$$

$$f'(x)=2\times\frac{-x^2+4x+1}{(x^2+1)^2}$$

$$\xrightarrow{f'(x)=0}-x^2+4x+1=0\Rightarrow x^2-4x-1=0$$

$$\Rightarrow x=2\pm\sqrt{5}$$

جدول تغییرات رفتار را داریم:

x		$2-\sqrt{5}$		$2+\sqrt{5}$	
f'	−	0	+	0	−
f	↘	min	↗	max	↘

بنابراین تابع به ازای $x=2+\sqrt{5}$، ماکزیمم نسبی دارد. مقدار $f(2+\sqrt{5})$ را می‌یابیم:

$$f(2+\sqrt{5})=1+\frac{2\sqrt{5}}{10+4\sqrt{5}}=\sqrt{5}-1$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

با استفاده از آزمون مشتق اول داریم:

$$f(x)=\sqrt[3]{x}(x-7)^2$$

$$f'(x)=\frac{(x-7)(7x-7)}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$\Rightarrow$ نقاط بحرانی: $x=7$ ، $x=1$ ، $x=0$

x		0		1		7	
f'	+	‖	+	0	−	0	+
f	↗		↗	max	↘	min	↗

با توجه به جدول، تابع در $x=1$ و $x=7$ دارای اکسترمم نسبی است، بنابراین:

$$f(1)=1(1-7)^2=36\to A(1,36)$$

$$f(7)=\sqrt[3]{7}(7-7)^2=0\to B(7,0)$$

$$\Rightarrow AB=\sqrt{(1-7)^2+(36-0)^2}=\sqrt{36+36^2}$$

$$=\sqrt{36(1+36)}=6\sqrt{37}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*

بیشترین فاصلهٔ تابع از محور xها همان ماکزیمم مقدار تابع است. با استفاده از مشتق‌گیری داریم:

$$f(x)=\sqrt[3]{x+2}-\sqrt[3]{x+1}$$

$$f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+2)^2}}-\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}$$

$$\xrightarrow{f'(x)=0}\sqrt[3]{(x+2)^2}=\sqrt[3]{(x+1)^2}\Rightarrow |x+2|=|x+1|$$

ایران توشه - توشه‌ای برای موفقیت

$$\Rightarrow x+2=-(x+1)\Rightarrow 2x=-3\Rightarrow x=-\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow f(-\frac{3}{2})=\sqrt[3]{-\frac{3}{2}+2}-\sqrt[3]{-\frac{3}{2}+1}=\sqrt[3]{\frac{1}{2}}-\sqrt[3]{-\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}+\frac{1}{\sqrt[3]{2}}=\frac{2}{\sqrt[3]{2}}\times\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}}=\frac{2\sqrt[3]{2^2}}{2}=\sqrt[3]{4}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

از تابع مشتق گرفته و جدول تعیین علامت آن را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x)=x^4-2x^2-12$$

$$f'(x)=4x^3-4x\xrightarrow{f'(x)=0}4x(x^2-1)=0$$

$$\Rightarrow x=0\,,\,x=1\,,\,x=-1$$

x		−۱		۰		۱	
f′	−		+		−		+
f	↘	min	↗	max	↘	min	↗

با توجه به جدول تابع در $x=0$ دارای ماکزیمم نسبی است و عرض آن برابر است با: $f(0)=-12$

پس خط موازی محور x ها در این نقطهٔ ماکزیمم نسبی به صورت $y=-12$ است. برای یافتن نقاط دیگر تقاطع این خط با تابع f، معادلهٔ تلاقی زیر را حل می‌کنیم:

$$f(x)=-12\Rightarrow x^4-2x^2-12=-12$$

$$\Rightarrow x^4-2x^2=0\Rightarrow x^2(x^2-2)=0$$

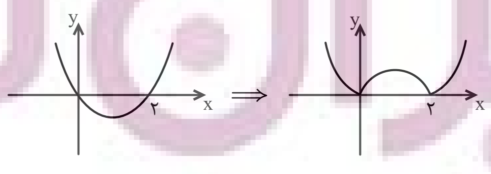
$$\Rightarrow x=0\,,\,x=\sqrt{2}\,,\,x=-\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AB=|x_A-x_B|=|\sqrt{2}-(-\sqrt{2})|=2\sqrt{2}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

نمودار تابع $y=|x^2-2x|$ را به کمک تابع $y=x^2-2x$، رسم می‌کنیم:



$y=x^2-2x$ $\qquad$ $y=|x^2-2x|$

با توجه به نمودار دیده می‌شود که جهت تقعر درنقاط به طول‌های صفر و ۲ عوض می‌شود.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

۱۹- **گزینهٔ «۱»** *(داخل ریاضی ۹۰)*

در بازه‌ای که تقعر تابع رو به بالاست، $y''>0$ است، لذا:

$$y=\frac{-2}{x^2+3}\Rightarrow y'=\frac{2(2x)}{(x^2+3)^2}$$

$$\Rightarrow y''=\frac{4(3-3x^2)}{(x^2+3)^3}$$

مخرج کسر همواره مثبت است، لذا باید:

$$3-3x^2>0\Rightarrow x^2<1\Rightarrow |x|<1$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

باید بازه‌ای را بیابیم که در آن $f'>0$ و $f''<0$ باشد، بنابراین:

$$f(x)=\sqrt[3]{x}(x+4)$$

$$f'(x)=\frac{4x+4}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\xrightarrow{f'(x)>0}\frac{4(x+1)}{3\sqrt[3]{x^2}}>0\Rightarrow x>-1\quad(I)$$

ابتدا تابع f' را ساده کرده و سپس f'' را می‌یابیم:

$$f'(x)=\frac{4}{3}(x+1)x^{-\frac{2}{3}}=\frac{4}{3}(x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{2}{3}})$$

$$\Rightarrow f''(x)=\frac{4}{9\sqrt[3]{x^2}}(\frac{x-2}{x})$$

$$\xrightarrow{f''(x)<0}\frac{x-2}{x}<0\Rightarrow 0<x<2\quad(II)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک (I) و (II)}}0<x<2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

ایران توشه - توشه‌ای برای موفقیت

هندسه ۳

۲۱- گزینهٔ «۲» *(سوگند روشنی)*

در مثلث ABC، بردارهای $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ در یک راستا نیستند پس موقعی رابطهٔ داده شده برقرار است که داشته باشیم:

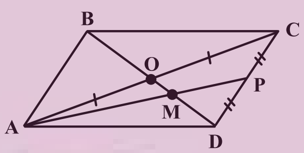
$$\begin{cases} x-۲y=۰ \\ x+y=۶ \end{cases} \Rightarrow ۳y=۶ \Rightarrow y=۲ \ , \ x=۴$$

$$\begin{cases} \vec{a}=(۴\,,۲) \\ \vec{b}=(۲\,,۴) \end{cases} \Rightarrow \text{نیمساز داخلی} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}+\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{(۴\,,۲)}{\sqrt{۲۰}}+\frac{(۲\,,۴)}{\sqrt{۲۰}} =\frac{(۶\,,۶)}{\sqrt{۲۰}}$$

$$\xrightarrow{\times\frac{\sqrt{۲۰}}{۶}}(۱\,,۱)$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۲۲- گزینهٔ «۴» *(سوگند روشنی)*



می‌دانیم در هر متوازی‌الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند، در نتیجه $OA=OC$ است.

در نتیجه M محل همرسی میانه‌های مثلث ACD است.

$$\overrightarrow{DM}=۲\overrightarrow{MO}$$

از طرفی: $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DB}=۲\overrightarrow{DO}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{DO}=\frac{۱}{۲}(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA})\xrightarrow{\overrightarrow{DO}=۳\overrightarrow{MO}}$$

$$۳\overrightarrow{MO}=\frac{۱}{۲}(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA})\Rightarrow \overrightarrow{MO}=\frac{۱}{۶}(۲\overrightarrow{DP}+\overrightarrow{DA})$$

$$=\frac{۱}{۳}\overrightarrow{DP}+\frac{۱}{۶}\overrightarrow{DA}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۲۳- گزینهٔ «۱» *(احمدرضا فلاح)*

$$\vec{a}'-\vec{b}'=\frac{\vec{a}.(\vec{a}-\vec{b})}{|\vec{a}-\vec{b}|^۲}(\vec{a}-\vec{b})-\frac{\vec{b}.(\vec{a}-\vec{b})}{|\vec{a}-\vec{b}|^۲}(\vec{a}-\vec{b})$$

$$=\frac{\vec{a}.(\vec{a}-\vec{b})-\vec{b}.(\vec{a}-\vec{b})}{|\vec{a}-\vec{b}|^۲}(\vec{a}-\vec{b})=\frac{(\vec{a}-\vec{b}).(\vec{a}-\vec{b})}{|\vec{a}-\vec{b}|^۲}(\vec{a}-\vec{b})$$

$$=\frac{|\vec{a}-\vec{b}|^۲}{|\vec{a}-\vec{b}|^۲}(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}-\vec{b}$$

$$\Rightarrow \vec{a}'-\vec{b}'=(-۱۰\,,۵\,,۱۰)-(۸\,,-۱۳\,,-۱۲)=(-۱۸\,,۱۸\,,۲۲)$$

$$\xrightarrow{\text{تصویر قائم روی } xy}(-۱۸\,,۱۸\,,۰)$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مؤلفه‌ها}=-۱۸+۱۸=۰$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۲۴- گزینهٔ «۱» *(مهرداد ملوندی)*

چون $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی یکه‌اند، پس $|\vec{a}|=|\vec{b}|=۱$ و داریم:

$$|\vec{a}+\vec{b}|^۲=(\frac{\sqrt{۵}}{۲})^۲\Rightarrow|\vec{a}|^۲+|\vec{b}|^۲+۲\vec{a}.\vec{b}=\frac{۵}{۴}$$

$$\Rightarrow ۲\vec{a}.\vec{b}=-\frac{۳}{۴}\Rightarrow \vec{a}.\vec{b}=-\frac{۳}{۸}$$

حاصل عبارت مورد نظر برابر می‌شود با:

$$(۳\vec{a}-۲\vec{b}).(۲\vec{a}+\vec{b})=۶|\vec{a}|^۲+۳\vec{a}.\vec{b}-۴\vec{b}.\vec{a}-۲|\vec{b}|^۲$$

$$=۶-\vec{a}.\vec{b}-۲=۴-(-\frac{۳}{۸})=۴/۳۷۵$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۹)

۲۵- گزینهٔ «۲» *(اسحاق اسفندیار)*

$$\vec{a}-\vec{c}=-\vec{b}\Rightarrow|\vec{a}-\vec{c}|=|-\vec{b}|\Rightarrow|\vec{a}|^۲+|\vec{c}|^۲-۲\vec{a}.\vec{c}=|\vec{b}|^۲$$

$$۱+۱-۲\vec{a}.\vec{c}=۱\Rightarrow\vec{a}.\vec{c}=\frac{۱}{۲}$$

$$|۲\vec{a}-۳\vec{c}|^۲=|۲\vec{a}|^۲+|۳\vec{c}|^۲-۲(۲\vec{a}).(۳\vec{c})=۴+۹-۱۲(\frac{۱}{۲})=۷$$

$$\Rightarrow|۲\vec{a}-۳\vec{c}|=\sqrt{۷}$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$$|\vec{a}'|=\left|\frac{\vec{a}.(۲\vec{a}-۳\vec{c})}{|۲\vec{a}-۳\vec{c}|^۲}(۲\vec{a}-۳\vec{c})\right|=\frac{|۲|\vec{a}|^۲-۳\vec{a}.\vec{c}|}{|۲\vec{a}-۳\vec{c}|}=\frac{|۲-\frac{۳}{۲}|}{\sqrt{۷}}$$

$$|\vec{a}'|=\frac{\sqrt{۷}}{۱۴}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(هومن عقیلی)*

$$\vec{a}=(m,-۱,۲)\qquad,\qquad \vec{b}=(۱,-۱,۰)$$

$$\Rightarrow \cos ۴۵^\circ=\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{m+۱+۰}{\sqrt{m^۲+۵}\times\sqrt{۲}}$$

$$\Rightarrow (m+۱)^۲=m^۲+۵\Rightarrow ۲m=۴\Rightarrow m=۲$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا فلاح)*

تذکر: زاویهٔ بردار $\vec{a}=(x,y,z)$ با جهت مثبت محور Ox از دستور $\cos\alpha=\frac{x}{|a|}$ حاصل می‌شود.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{a}=(x,y,z)\Rightarrow \cos ۶۰^\circ=\frac{x}{|a|}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{x}{۴}\Rightarrow x=۲\\ \Rightarrow \vec{a}=(۲,y,z)\\ \vec{b}=(x',y',z')\Rightarrow \cos ۴۵^\circ=\frac{x'}{|b|}\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{x'}{۲\sqrt{۲}}\Rightarrow x'=۲\\ \Rightarrow \vec{b}=(۲,y',z')\end{array}\right\}$$

$$\vec{a}-\vec{b}=(۰,y-y',z-z')$$

چون مؤلفهٔ x در بردار $\vec{a}-\vec{b}$ برابر صفر است پس بردار $\vec{a}-\vec{b}$ بر محور Ox عمود است.

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

(برای دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$) $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند $\Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b}=۰$

(هندسه ۳- بردارها: صفحهٔ ۷۹)

۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

با توجه به نامساوی کشی شوارتز $|\vec{a}.\vec{b}|\le|\vec{a}||\vec{b}|$ دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به صورت زیر حدس می‌زنیم و داریم: $۳x+۲y+z=۶$

$$\begin{cases}\vec{a}=(\sqrt{۶}x,\sqrt{۲}y,\sqrt{۲}z)\\ \vec{b}=(\frac{۳}{\sqrt{۶}},\sqrt{۲},\frac{۱}{\sqrt{۲}})\end{cases}$$

$$\vec{a}.\vec{b}=۳x+۲y+z=۶$$

$$\Rightarrow\begin{cases}|\vec{a}|=\sqrt{۶x^۲+۲y^۲+۲z^۲}\\ |\vec{b}|=\sqrt{\frac{۹}{۶}+۲+\frac{۱}{۲}}=۲\end{cases}\xrightarrow{|\vec{a}.\vec{b}|\le|\vec{a}||\vec{b}|}$$

$$۶\le\sqrt{۶x^۲+۲y^۲+۲z^۲}\times۲\Rightarrow ۶x^۲+۲y^۲+۲z^۲\ge۹$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحهٔ ۷۹)

۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طرفین رابطهٔ $۲\vec{a}+۲\vec{b}+\vec{c}=\vec{o}$ را با بردار $\vec{c}$ جمع می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$۲\vec{a}+۲\vec{b}+۲\vec{c}=\vec{c}\Rightarrow|۲\vec{a}+۲\vec{b}+۲\vec{c}|^۲=|\vec{c}|^۲$$

$$\Rightarrow ۴|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^۲=|\vec{c}|^۲$$

$$\Rightarrow ۴\left(|\vec{a}|^۲+|\vec{b}|^۲+|\vec{c}|^۲+۲(\underbrace{\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{c}}_{x})\right)=|\vec{c}|^۲$$

$$\Rightarrow ۴(\underbrace{۴+۹+۱۶}_{۲۹}+۲x)=۱۶$$

$$۲۹+۲x=۴\Rightarrow ۲x=-۲۵\Rightarrow x=-۱۲/۵$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۳»** (سوگند روشنی)

با توجه بـه صـورت سـؤال

۱			
		۱	

و

۳	۱	۴	۲
۱		x	

اولاً

$x \neq ۴$ و $x \neq ۱$ است و از طرفی چون درایـه نظیـر ۳ در مربـع دیگـری ۱ اسـت، پـس $x \neq ۳$ و در نتیجـه x فقـط مـی‌توانـد ۲ باشـد. در نتیجـه

		۲
	۲	
۲		

دو دایره هاشورخورده ۳ و ۱ هستند. $۳+۱=۴$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۳۲- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا فلاح)

نکته: تعداد توابع یک به یک از یک مجموعهٔ n عضوی به یک مجموعـهٔ n عضوی از دستور $n!$ حاصل می‌شود.

کافی است از کل توابـع تعریـف شـده از یـک مجموعـهٔ ۴ عضـوی بـه یـک مجموعهٔ ۴ عضوی، توابع یک به یک را کم کنیم.

جواب $= ۴^۴ - ۴! = ۲۵۶ - ۲۴ = ۲۳۲$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحهٔ ۷۸)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

برای نوشتن چنین برنامه‌ای دو مربع لاتین متعامد ۶×۶ باید نوشته شود که ممکن نیست. (دو مربع لاتین متعامد از مرتبهٔ ۶ وجود ندارد.)

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** (مصطفی دیداری)

تعداد مسیرهای به طول ۴ بین a و b : $\underset{a}{\underset{\downarrow}{۱}}\times۶\times۵\times۴\times\underset{b}{\underset{\downarrow}{۱}} = ۱۲۰$

این تعداد برابر با تعداد تابع‌هـای یـک‌بـه‌یـک از مجموعـه‌ای ۳ عضـوی بـه مجموعه‌ای ۶ عضوی است که معادل است با توزیع ۳ خودکار مختلف بـین ۶ نفر به‌طوری که به هر نفر حداکثر یک خودکار برسد.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی دیداری)

زیرمجموعهٔ X را از مجموعهٔ داده شده در نظر مـی‌گیـریم. حاصل‌ضـرب عضوهای X وقتی بر ۶ بخش‌پذیر نیست کـه هـیچ عـدد زوجـی عضـو X نباشد یا هیچ عددی مضرب ۳ عضو X نباشد.

A : زیرمجموعه‌هایی که شامل عدد زوج نیست

$\rightarrow$ زیرمجموعه‌های $\{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$ $\rightarrow ۲^۵$

B : زیرمجموعه‌هایی که شامل عدد مضرب ۳ نیست

$\rightarrow$ زیرمجموعه‌های $\{۱, ۲, ۴, ۵, ۷, ۸, ۱۰\}$ $\rightarrow ۲^۷$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |\underbrace{A \cap B}_{\text{زیرمجموعه‌های } \{۱, ۵, ۷\}}|$$

$$= ۲^۵ + ۲^۷ - ۲^۳ = ۱۵۲$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** (مصطفی دیداری)

مربع لاتین داده شده را کامل می‌کنیم:

۳	۱	۴	۲
۴	۲	۳	۱
۲	۴	۱	۳
۱	۳	۲	۴

مقدار a عدد ۲ است. با اعمال جایگشت داده شده داریم:

$$\begin{cases} ۳ \rightarrow ۲ \\ ۴ \rightarrow ۳ \\ ۲ \rightarrow ۴ \\ ۱ \rightarrow ۱ \end{cases}$$

۳	۱	۴	۲
۴	۲	۳	۱
۲	۴	۱	۳
۱	۳	۲	۴

$\rightarrow$

۲	۱	۳	۴
۳	۴	۲	۱
۴	۳	۱	۲
۱	۲	۴	۳

$\Rightarrow$ مجموع $= ۷$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

ایران توشه - توشه‌ای برای موفقیت

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(اسحاق اسفندیار)*

مربع لاتین A به صورت

۱	۳	۲
۲	۱	۳
۳	۲	۱

$= A$ است. درایه‌های قطر فرعی مربع B همگی می‌تواند ۲ و ۳ باشند اما ۱ نمی‌تواند باشد پس دو مربع لاتین

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

و

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

برای B وجود دارد که با A متعامد است.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(نیلوفر مهدوی)*

اگر مجموعهٔ اعداد بخش‌پذیر بر ۲ را با A، بر ۳ را با B و بر ۱۱ را با C نشان دهیم، داریم:

$$|A|=[\frac{120}{2}]=60 \qquad |B|=[\frac{120}{3}]=40$$

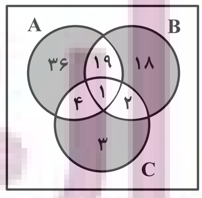
$$|C|=[\frac{120}{11}]=10$$

$$|A\cap B|=[\frac{120}{6}]=20 \qquad |A\cap C|=[\frac{120}{22}]=5$$

$$|B\cap C|=[\frac{120}{33}]=3$$

$$|A\cap B\cap C|=[\frac{120}{66}]=1$$

با کمک نمودار ون تعداد اعدادی که تنها بر یکی از اعداد ۲، ۳ و ۱۱ بخش‌پذیرند، مشخص می‌کنیم:



$$36+18+3=57$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

در تابع صعودی، اعضای برد به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب شده‌اند؛ پس باید تعداد اعضایی از دامنه که به اعداد ۱، ۲ و ۳ نظیر می‌شوند را مشخص کنیم که جمع این تعداد، برابر ۷ می‌شود:

$$x_1+x_2+x_3=7 \xrightarrow{x_i\geq 1} \binom{6}{2}=15$$

بنابراین ۱۵ تابع پوشا و صعودی می‌توان ساخت.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(فرزاد جوادی)*

می‌دانیم در مربع‌های لاتین از مرتبهٔ ۳ مانند A و B اگر در هر دو مربع، درایه‌های واقع بر قطر اصلی اعداد یکسان بودند آن دو مربع لاتین متعامد نمی‌باشند. اما اگر در یکی از مربع‌ها درایه‌های قطر اصلی و در دیگری درایه‌های قطر فرعی برابر بودند حتماً متعامدند.

در مربع A همهٔ درایه‌های قطر اصلی ۱ و در مربع B همهٔ درایه‌های قطر اصلی برابر با ۳ می‌باشند پس بنابه نکتهٔ بالا A و B متعامد نیستند (چون از کنار هم قرار دادن دو مربع A و B، اعداد دو رقمی تکراری روی قطر اصلی ظاهر خواهند شد.)

می‌بایست عملیاتی روی B انجام گیرد که به جای قطر اصلی، درایه‌های قطر فرعی B یکسان شوند. برای این منظور کافی است عملیات ذکر شده در گزینهٔ «۴» را انجام دهیم.

جایگشت

$1 \to 3$
$3 \to 2$
$2 \to 1$

$\xrightarrow{\text{جایگشت روی } B} B_1 =$

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

$\xrightarrow{\text{تعویض سطر اول ودوم}} B' =$

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

همهٔ درایه‌های قطر فرعی B' برابرند، پس A و B' متعامدند.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

ایران توشه - توشه ای برای موفقیت

فیزیک ۳

۴۱- **گزینهٔ «۲»** *(سیده‌ملیحه میرصالحی)*

ابتدا توان خروجی چشمه را با استفاده از بازده و توان ورودی به دست می‌آوریم:

$$Ra = \frac{P_{out}}{P_{in}} \Rightarrow \frac{2}{100} = \frac{P_{out}}{5} \Rightarrow P_{out} = 0.1W$$

با استفاده از روابط $E = P\times t$ و $E = nhf = \frac{nhc}{\lambda}$، می‌توانیم تعداد فوتون‌های خروجی را به دست بیاوریم:

$$E_{out} = P_{out}\times t \Rightarrow \frac{nhc}{\lambda} = P_{out}\times t \Rightarrow \lambda = \frac{nhc}{P_{out}\times t}$$

$$= \frac{1.875\times10^{19}\times4\times10^{-15}\times1.6\times10^{-19}\times3\times10^{8}}{0.1\times60}$$

$$= \frac{36}{6}\times10^{-7}m = 6\times10^{-7}m = 600nm$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۴۲- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی نکوئیان)*

با توجه به این‌که انرژی هر فوتون از رابطهٔ $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ به دست می‌آید، داریم:

$$E_B = 6E_A \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_B} = 6\frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = 6\lambda_B$$

$$\lambda_A - \lambda_B = 50 \xrightarrow{\lambda_A = 6\lambda_B} 6\lambda_B - \lambda_B = 50$$

$$\Rightarrow \lambda_B = 10nm \quad , \quad \lambda_A = 60nm$$

در نهایت بسامد پرتوی A را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$f_A = \frac{c}{\lambda_A} = \frac{3\times10^{8}}{6\times10^{-8}} = 5\times10^{15}Hz = 5\times10^{9}MHz$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحهٔ ۱۱۷)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا انرژی فوتون‌های رسیده به سطح زمین را برحسب ژول محاسبه می‌کنیم:

$$E = nhf = \frac{nhc}{\lambda}(eV) = \frac{nhc}{\lambda}e(J)$$

$$\Rightarrow E = \frac{84\times10^{19}\times1240}{600}\times1.6\times10^{-19} = 0.224\times1240J$$

اکنون شدت تابشی را در سطح زمین به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{At} \xrightarrow[t=1s]{A=1m^2} I = 0.224\times1240\frac{W}{m^2}$$

درصد شدت تابش خورشید که به زمین می‌رسد برابر است با:

$$\frac{I}{I_{کل}}\times100 = \frac{0.224\times1240}{1240}\times100 = 22.4\%$$

$100 - 22.4 = 77.6\%$ شدت تابشی جذب شده

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۴۴- **گزینهٔ «۱»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

در مورد انرژی جنبشی فوتوالکترون جدا شده داریم: $K = hf - W$

W: انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها

اگر بسامد ۲ برابر شود داریم: $K' = 2hf - W$

اگر معادلهٔ $2K$ را تشکیل دهیم: $2K = 2hf - 2W$

و با مقایسه این معادله با معادلهٔ K' می‌بینیم که:

$$\begin{cases} 2K = 2hf - 2W \\ K' = 2hf - W \end{cases} \Rightarrow K' > 2K$$

در نتیجه گزینهٔ «۱» درست است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

موارد (الف) و (ب) نادرست و مورد (پ) درست است.

بررسی موارد نادرست:

الف) تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازندهٔ آن است.

ب) گازهای کم‌فشار و رقیق، طیفی گسسته را گسیل می‌کنند که شامل طول‌موج‌های معینی است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۴۶- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

با استفاده از رابطهٔ انرژی الکترون در الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن می‌توان نوشت:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow |\Delta E| = |-\frac{E_R}{n^2} - (-\frac{E_R}{(n+2)^2})|$$

$$\frac{3}{16}E_R = \frac{E_R}{n^2} - \frac{E_R}{(n+2)^2} \Rightarrow \frac{3}{16} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+2)^2}$$

از رابطهٔ فوق مقدار n را به دست می‌آوریم. بهتر است به جای حل وقت‌گیر معادلهٔ فوق، با جای‌گذاری مقادیر محدود n در الگوی اتمی بور، به جواب $n = 2$ برسیم. شعاع بور را با a_0 یا r_1 نشان می‌دهیم و کوچک‌ترین شعاع مدار اتم هیدروژن است.

$$\left.\begin{aligned} r_n &= n^2 r_1 \xrightarrow{n=2} r_2 = 2^2 r_1 = 4r_1 \\ r_{n+2} &= (n+2)^2 r_1 \xrightarrow{n=2} r_4 = 4^2 r_1 = 16r_1 \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \Delta r = r_4 - r_2 = 16r_1 - 4r_1 \Rightarrow \Delta r = 12r_1$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۷ و ۱۲۸)

۴۷- گزینهٔ «۳» *(محمود منصوری)*

در مدل اتمی رادرفورد، پیش‌بینی فیزیک کلاسیک این بود که الکترون در حین گردش به دور هسته چون حرکتش شتابدار است باید تابش کند و بسامد فوتون‌های گسیل شده برابر با بسامد دوران الکترون به دور هسته است و با کاهش شعاع دوران چون بسامد بیشتر می‌شود، بسامد فوتون‌های گسیلی هم افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۷)

۴۸- گزینهٔ «۴» *(مجتبی نکوئیان)*

پرانرژی‌ترین فوتون حاصل در رشتهٔ بالمر $(n' = ۲)$، نمی‌تواند باعث رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک و تغییر فاصلهٔ تیغه‌ها شود، بنابراین باید انرژی پرتوهای فرودی افزایش یابد. انرژی تمامی فوتون‌های گسیل شده در رشتهٔ لیمان $(n' = ۱)$، بیشتر از انرژی فوتون‌های گسیل شده رشته‌های بالمر $(n' = ۲)$، پاشن $(n' = ۳)$، براکت $(n' = ۴)$ و پفوند $(n' = ۵)$ است، پس با تاباندن یکی از فوتون‌های رشتهٔ لیمان $(n' = ۱)$، ممکن است پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ دهد و فاصلهٔ تیغه‌های الکتروسکوپ تغییر کند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۲۳ و ۱۲۴)

۴۹- گزینهٔ «۳» *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا انرژی فوتون گسیل شده را محاسبه می‌کنیم:

$$E = hf = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳۴}{۴۵}\times۱۰^{۱۵} = \frac{۱۳۶}{۴۵}eV$$

با توجه به رابطهٔ گسیل فوتون از اتم هیدروژن، داریم:

$$hf = E_U - E_L \xrightarrow{E_n = -\frac{E_R}{n^۲}} hf = ۱۳/۶(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲})$$

$$\Rightarrow \frac{۱۳۶}{۴۵} = ۱۳/۶(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}) \Rightarrow \frac{۲}{۹} = \frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}$$

اگر فوتون گسیل شده مربوط به رشتهٔ پاشن $(n_L = ۳)$ باشد:

$$\frac{۲}{۹} = \frac{۱}{۹} - \frac{۱}{n_U^۲} \Rightarrow \frac{۱}{n_U^۲} = \frac{۱}{۹} - \frac{۲}{۹} = -\frac{۱}{۹}$$ غیرقابل قبول

اگر فوتون گسیل شده مربوط به رشتهٔ بالمر $(n_L = ۲)$ باشد:

$$\frac{۲}{۹} = \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{n_L^۲} \Rightarrow \frac{۱}{n_L^۲} = \frac{۱}{۴} - \frac{۲}{۹} = \frac{۱}{۳۶} \Rightarrow n_U = ۶$$

پس این فوتون مربوط به خط چهارم رشتهٔ بالمر است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۹)

۵۰- گزینهٔ «۱» *(محمد نهاوندی‌مقدم)*

کمترین انرژی جذبی برای گذار از تراز ۲ به تراز ۷، در ناحیهٔ فرابنفش قرار دارد.

$$E_۷ - E_۲ = -\frac{E_R}{۷^۲} - (-\frac{E_R}{۲^۲}) = \frac{۴۹-۴}{۴۹\times۴}E_R = \frac{۴۵}{۴۹\times۴}E_R = hf_۱$$

و بیشترین انرژی گسیلی گذار از تراز ۲ به تراز ۱ است.

$$E_۲ - E_۱ = -\frac{E_R}{۲^۲} - (-\frac{E_R}{۱^۲}) = \frac{۳}{۴}E_R = hf_۲$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{hf_۱}{hf_۲} = \frac{\frac{۴۵}{۴۹\times۴}E_R}{\frac{۳}{۴}E_R} \Rightarrow \frac{f_۱}{f_۲} = \frac{۱۵}{۴۹}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۳، ۱۲۴ و ۱۳۱)

۵۱- گزینهٔ «۱» *(علیرضا جباری)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ انرژی فوتون ورودی، دقیقاً باید برابر با اختلاف انرژی بین تراز پایه و حالت برانگیخته باشد.

ب) نادرست؛ وقتی تعداد الکترون‌ها در تراز انرژی بالاتر افزایش پیدا کند می‌گوییم وارونی جمعیت رخ داده است.

پ) نادرست؛ فوتون‌هایی که باریکهٔ لیزری را ایجاد می‌کنند، هم‌جهت و هم‌بسامد و هم‌فاز هستند.

ت) درست؛ انرژی لازم برای آن‌که الکترون‌ها را به تراز انرژی بالاتر برانگیخته کند می‌تواند توسط درخشش‌های شدید نور معمولی و یا تخلیه‌های ولتاژ بالا فراهم شود. بنابراین فقط مورد (ت) درست است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۳۲ و ۱۳۳)

۵۲- گزینهٔ «۲» *(محمود منصوری)*

A و B عدد اتمی یکسان دارند، پس ایزوتوپ‌های یک عنصر هستند و خواص شیمیایی یکسان دارند و با روش‌های شیمیایی قابل جداسازی نیستند، اما C مادهٔ شیمیایی دیگری است چون عدد اتمی آن با A و B متفاوت است.

$$N = A - Z \Rightarrow \begin{cases} N_A = ۲۸ \\ N_B = ۲۹ \\ N_C = ۲۹ \end{cases}$$

پس نوترون‌های B و C با هم برابر است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۵۳- گزینهٔ «۲» *(مجتبی نکوئیان)*

با توجه به این‌که بار هسته را تعداد پروتون‌های آن هسته مشخص می‌کند، داریم:

$$q_A = Z_A e \Rightarrow ۴/۸\times۱۰^{-۱۸} = Z_A(۱/۶\times۱۰^{-۱۹}) \Rightarrow Z_A = ۳۰$$

$$q_B = Z_B e \Rightarrow ۲/۴\times۱۰^{-۱۸} = Z_B(۱/۶\times۱۰^{-۱۹}) \Rightarrow Z_B = ۱۵$$

از طرفی هسته‌های A و B روی خط $Z=N$ قرار گرفته‌اند، پس:

$$N_A = Z_A = ۳۰ \Rightarrow A_A = Z_A + N_A = ۶۰$$

$$N_B = Z_B = ۱۵ \Rightarrow A_B = Z_B + N_B = ۳۰$$

عدد جرمی هسته‌هایی که روی خط عمود بر خط $Z=N$ قرار گرفته‌اند، با هم برابر است، بنابراین:

$$A_C = A_A = ۶۰ \Rightarrow A_C - A_B = ۶۰ - ۳۰ = ۳۰$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** (محمود منصوری)

چون $^{۶۱}_{۲۵}X$ و $^{۵۹}_{۲۵}X$ عدد اتمی یکسان و عدد نوترونی متفاوت دارند، دارای خواص شیمیایی یکسان و خواص فیزیکی متفاوت هستند. پس برای جداسازی آن‌ها از هم، از روش غیرشیمیایی استفاده می‌شود. اما $^{۶۱}_{۲۵}X$ و $^{۶۱}_{۲۶}X$ عدد اتمی متفاوت دارند، در نتیجه خواص شیمیایی متفاوت دارند و روش شیمیایی برای جداسازی آن‌ها مؤثر است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** (محسن سلماسی‌وند)

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) توریم $(Z=۹۰)$ و اورانیوم $(Z=۹۲)$ استثناء هستند.

پ) برای پایداری باید نیروی الکترواستاتیکی و نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها موازنه شده باشد.

ث) جرم یک هسته اندکی کمتر از جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ آن هسته است و این اختلاف جرم به انرژی تبدیل می‌شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۰ و ۱۴۱)

۵۶- **گزینهٔ «۳»** (ریاضی خارج کشور- تیرماه ۱۴۰۲)

نیروهای هسته‌ای کوتاه‌برد بوده و در فواصل کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند. همچنین از دید نیروی هسته‌ای، تفاوتی بین پروتون و نوترون وجود ندارد و نیروی بین همگی آن‌ها از نوع جاذبه می‌باشد.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحهٔ ۱۴۰)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** (محمد نهاوندی‌مقدم)

رابطهٔ K_{max} به صورت مقابل است: $K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - W_۰$

بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱۲۴۰}{۳۱۰} - ۲ = ۲ \\ \frac{۱}{۲}mv'^۲ = \frac{۱۲۴۰}{۴۹۶} - ۲ = ۰/۵ \end{array}\right\} \xrightarrow{\div} \frac{v^۲}{v'^۲} = ۴ \Rightarrow \frac{v}{v'} = \sqrt{۴} = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{۱}{۲}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

۵۸- **گزینهٔ «۱»** (محمدجواد سورچی)

با توجه به رابطهٔ ریدبرگ $(\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}))$ می‌دانیم یکای R در SI معادل $\frac{۱}{m}$ است. از طرفی طبق رابطهٔ $E = \frac{hc}{\lambda}$ درمی‌یابیم یکای hc در SI معادل $J.m$ است. بنابراین داریم:

$$J = J.m \times \frac{۱}{m} \xrightarrow[\frac{۱}{m}=[R]]{J=[E]\ ,\ J.m=[hc]} [E] = [hc][R]$$

لذا درمی‌یابیم hcR، از جنس کمیت انرژی است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۲۳)

۵۹- **گزینهٔ «۱»** (ریاضی خارج ۱۴۰۰)

انرژی فوتون گسیل شده برابر است با:

$$E = hf = ۴\times۱۰^{-۱۵} \times ۴/۷۵\times۱۰^{۱۴} = ۱/۹eV$$

می‌دانیم که انرژی فوتون گسیلی برابر با اندازهٔ اختلاف انرژی دو تراز است؛ بنابراین اختلاف انرژی دو تراز را در تک‌تک گزینه‌ها بررسی می‌کنیم:

۱) درست $|E_۲ - E_۳| = |(-۳/۴) - (-۱/۵)| = ۱/۹eV$

۲) $|E_۱ - E_۲| = |(-۱۳/۶) - (-۳/۴)| = ۱۰/۲eV$

۳) $|E_۲ - E_۴| = |-۳/۴ - (-۰/۸۵)| = ۲/۵۵eV$

۴) $|E_۱ - E_۴| = |-۱۳/۶ - (-۰/۸۵)| = ۱۲/۷۵eV$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحهٔ ۱۲۸)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** (حسام نادری)

کافی است از رابطهٔ $E = mc^۲$ استفاده کرده و در آخر انرژی برحسب J را به kWh تبدیل کنیم:

$$E = mc^۲ \xrightarrow[c=۳\times۱۰^۸\frac{m}{s}]{m=۹mg=۹\times۱۰^{-۶}kg} E = ۹\times۱۰^{-۶} \times ۹\times۱۰^{۱۶}$$

$$= ۸۱\times۱۰^{۱۰}J = ۸۱\times۱۰^{۱۰}W.s \times \frac{۱kW}{۱۰^۳W} \times \frac{۱h}{۳۶۰۰s}$$

$$= ۲/۲۵\times۱۰^۵\ kWh$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحهٔ ۱۴۱)

شیمی ۳

۶۱- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین طیبی)

در تعادل اولیه، غلظت B را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[B]^2}{[A]} \Rightarrow 1 = \frac{[B]^2}{0/04} \Rightarrow [B] = 0/2\ mol.L$$

از آنجایی‌که ثابت تعادل کاهش پیدا کرده است درمی‌یابیم که واکنش در جهت برگشت جابه‌جا شده است. از آنجایی که واکنش گرماگیر است می‌توان نتیجه گرفت که دما نیز کاهش پیدا کرده است.

	$A(g)$ $\rightleftharpoons$	$2B(g)$
تعادل اولیه :	$0/04$	$0/2$
تغییرات :	$+x$	$-2x$
تعادل جدید :	$0/04+x$	$0/2-2x$

$$\Rightarrow K_2 = \frac{[B]^2}{[A]} = \frac{(0/2-2x)^2}{0/04+x} = 0/18$$
$$\Rightarrow 4x^2 - 0/8x + 0/04 = 0/0072 + 0/18x$$
$$\Rightarrow 4x^2 - 0/98x + 0/0328 = 0$$
$$\Delta = (0/98)^2 - 4(4)(0/0328) = 0/9604 - 0/5248 = 0/4356$$
$$\Rightarrow x = \frac{+0/98 \pm \sqrt{0/4356}}{8} = \frac{0/98 \pm 0/66}{8}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0/205 & \text{غ ق ق} \\ x = 0/04 & \text{ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه غلظت تعادلی B در تعادل جدید برابر با $0/12$ مولار می‌باشد که نسبت به تعادل اولیه، $0/08$ مولار کاهش پیدا کرده است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

۶۲- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا پورجاوید)

با توجه به این‌که واکنش در جهت رفت گرماگیر است، با افزایش دما طبق اصل لوشاتلیه تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. به این ترتیب غلظت $NOCl$ کاهش یافته و غلظت گازهای NO و Cl_2 افزایش می‌یابد (این مورد در نمودارهای ۱ و ۲ مشاهده می‌شود) میزان تغییرات نیز متناسب با ضریب مولی آن‌ها خواهد بود. به این ترتیب نمودار (۱) درست خواهد بود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحهٔ ۱۰۸)

۶۳- **گزینهٔ «۴»** (هادی مهدی‌زاده)

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

	$2SO_3(g) \rightleftharpoons$	$2SO_2(g)+$	$O_2(g)$
مول اولیه	n	0	0
تغییر مول	$-2x$	$+2x$	$+x$
مول در تعادل	$n-2x$	$2x$	x

$$nSO_2 = 2x \Rightarrow 2x = 0/6 \Rightarrow x = 0/3$$

$$\Rightarrow K = \frac{[SO_2]^2[O_2]}{[SO_3]^2} \Rightarrow 75\times 10^{-3} = \frac{(\frac{0/6}{V})^2(\frac{0/3}{V})}{(\frac{0/6}{V})^2}$$

$$\Rightarrow \frac{0/3}{V} = 75\times 10^{-3} \Rightarrow V = 4L$$
$$\Rightarrow n - 2x = 0/6 \Rightarrow n = 2x + 0/6$$
$$\Rightarrow n = 2(0/3) + 0/6 \Rightarrow n = 1/2\,mol$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین طیبی)

واکنش فرایند هابر: $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ ثابت تعادل تنها به دما بستگی دارد و با افزودن یا کاستن مواد موجود در واکنش، تغییر نمی‌کند.

مورد دوم: نادرست؛ با افزودن گاز نیتروژن، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و از جرم گاز هیدروژن کاسته می‌شود.

مورد سوم: درست؛ با افزودن گاز هیدروژن، در ابتدا غلظت گاز هیدروژن افزایش یافته پس واکنش در جهت رفت، جابه‌جا می‌شود در نتیجه از غلظت گاز هیدروژن کاسته می‌شود اما این کاهش غلظت به اندازهٔ افزایش غلظت اولیه نیست و در مجموع غلظت H_2 نسبت به تعادل اولیه افزایش یافته است.

مورد چهارم: درست؛ با خارج کردن NH_3، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و از غلظت N_2 کاسته می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** (سعید تیزرو)

موارد اول، دوم و سوم نادرست‌اند.

عبارت مطرح شده در سؤال، مطابق متن صفحهٔ ۱۰۳ کتاب درسی درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: در شرایط بهینه تولید آمونیاک دمای $450^\circ C$ و فشار $200atm$ می‌باشند که حجم مولی گازها در این شرایط برابر است با:

$$\underbrace{\frac{P_1V_1}{T_1}}_{STP} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1\times 22/4}{273K} = \frac{200\times V_2}{723K} \Rightarrow V_2 \simeq 0/3L$$

حجم واکنش‌دهنده‌های گازی: $(1mol\,N_2 + 3mol\,H_2)\times \frac{0/3L}{1mol\ gas} = 1/2L$

ولی توجه کنید که تنها ۲۸٪ مولی مخلوط را آمونیاک تشکیل می‌دهد یا به بیان دیگر بازده واکنش ۱۰۰٪ نیست و پاسخ ۱/۲ لیتر نخواهد بود.

مورد دوم: گیاهان نمی‌توانند نیتروژن را به‌طور مستقیم از هوا جذب کنند. از این‌رو باید نیتروژن را به شکل ترکیب‌های نیتروژن‌دار از جمله آمونیاک و اوره به خاک افزود.

مورد سوم: مطابق اصل لوشاتلیه، جهت جبران افزایش غلظت یکی از مواد شرکت‌کننده، واکنش در جهتی پیش می‌رود که تا حد امکان مقداری از آن را مصرف کند و به تعادل جدید برسد؛ نه تعادل اولیه.

مورد چهارم: با کاهش مقداری NH_3 در این واکنش، تعادل جهت جبران این تغییر در مسیر رفت (مصرف N_2 و H_2) پیش می‌رود اما نمی‌تواند این کاهش مقدار NH_3 را به‌طور کامل جبران کند. در نتیجه مقادیر تعادلی تمامی گازها در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه کاهش می‌یابد. همچنین تغییرات غلظت بر مقدار K بی‌تأثیر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین طیبی)

با کاهش حجم محفظهٔ واکنش، تعادل در جهتی جابه‌جا نمی‌شود، چون مجموع ضرایب گازها در دو طرف معادله برابر است.

بررسی موارد:

- غلظت مولار I_2 و HI افزایش می‌یابد زیرا با کاهش حجم محفظهٔ غلظت همهٔ گازها افزایش می‌یابد.
- ثابت تعادل تغییری نمی‌کند چون دما ثابت است.
- شمار اتم‌های هیدروژن و جرم مولکول‌های ید و مجموع شمار مولکول‌ها ثابت است چون واکنش در جهت خاصی جابه‌جا نمی‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا کیانی‌دوست)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ با توجه به این‌که ضریب m بزرگ‌تر از n است با انتقال به ظرف بزرگ‌تر V زیاد و P کاهش می‌یابد و تعادل به سمت مول گازی بیشتر جابه‌جا می‌شود. اما چون V زیاد شده غلظت همهٔ اجزا کاهش یافته.

مورد دوم: درست؛ $Q + nA \rightleftharpoons mB \quad (\Delta H > 0)$

$m > n$

با کاهش دما، Q کم می‌شود و تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود و به سمت ضریب کمتر می‌رود در نتیجه شمار مول‌های گازی کمتر می‌شود.
مورد سوم: نادرست؛ چون این تعادل گرماگیر است با افزایش دما، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود بنابراین K نیز افزایش می‌یابد.
مورد چهارم: نادرست؛ سرعت یک بحث سینتیکی و آنتالپی یک بحث ترموشیمیایی است. (و نمی‌توان با هم مقایسه کرد.)
مورد پنجم: نادرست؛ با توجه به اطلاعات ارائه شده در مسئله نمی‌توان در مورد ثابت تعادل آن نظر داد.
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(روزبه رضوانی)*

با توجه به واحد ثابت تعادل $(\frac{L}{mol})$ مشخص است که مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها یک واحد بیشتر از فراورده‌هاست. بنابراین $b = ۳$؛ کاهش حجم این واکنش یعنی افزایش فشار، تعادل را به سمت مول گازی کمتر جابه‌جا می‌کند.
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۸)

۶۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین مسلمی)*

با توجه به جدول زیر داریم:

	$N_۲$	$O_۲$	$NO_۲$
مول اولیه	۱	۵	۰
تغییرات مول	$-۰/۵$	$-۰/۵×۲$	$+۰/۵×۲$
مول تعادلی	۰/۵	۴	۱

ثابت تعادل به صورت: $K = \frac{[NO_۲]^۲}{[O_۲]^۲[N_۲]}$ است، بنابراین:

$$K = \frac{(۱)^۲}{(۴)^۲(۰/۵)} = \frac{۱}{۸} = ۰/۱۲۵\,L.\,mol^{-۱}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحهٔ ۱۰۳)

۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین مسلمی)*

با توجه به غلظت مواد شرکت‌کننده در تعادل داریم:

	$۲A_۲$	$D_۲$
غلظت اولیه	۱	۰
غلظت تعادلی	$۱-۲x$	x

رابطهٔ ثابت تعادل به صورت $K = \frac{x}{(۱-۲x)^۲}$ است، بنابراین:

$$\frac{x}{(۱-۲x)^۲} = ۱ \Rightarrow ۴x^۲ - ۴x + ۱ = x$$

$$\Rightarrow ۴x^۲ - ۵x + ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱mol.L^{-۱} & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{۱}{۴}mol.L^{-۱} & \text{ق ق} \end{cases}$$

بنابراین بازده درصدی برابر با: $\frac{۱-۲x}{۱} \times ۱۰۰ = ۵۰\%$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحهٔ ۱۰۳)

۷۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین مسلمی)*

فقط مورد (الف) درست است.
بررسی موارد:
الف) واکنش تجزیهٔ $N_۲O_۴$ به $NO_۲$ گرماگیر است و با افزایش دما سبب جابه‌جایی تعادل به سمت رفت و تولید گاز قهوه‌ای رنگ $NO_۲$ می‌شود.
ب) در واکنش گرماده با کاهش دما، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و ثابت تعادل افزایش می‌یابد.
پ) با کاهش حجم ظرف، تعادل به سمت مول گازی کمتر (برگشت) جابه‌جا می‌شود.
ت) در تعادل ذکر شده با افزایش حجم محلول، تعادل به سمت مول حل‌شونده بیشتر جابه‌جا می‌شود پس به سمت برگشت جابه‌جا می‌شود.
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۷۲- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا کیانی‌دوست)*

فشار سامانهٔ گازی بیشتر می‌شود زیرا در کل مول گازها بیشتر شده است.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»:

	$۲SO_۲$	$O_۲$	$۲SO_۳$
مول اولیه	۰/۳۲	۰/۱۶	۰/۶۸
تغییرات مول	$۲x$	$+x$	$۱-۲x$
مول تعادلی	۰/۵۴	Y	X

پس:
$$۰/۳۲ + ۲x = ۰/۵۴ \Rightarrow x = ۰/۱۱$$
$$X - Y = (۰/۶۸ + ۱ - ۲x) - (۰/۱۶ + x) = ۱/۱۹\,mol$$

تعداد مولکول‌ها برابر است با: $۱/۱۹ \times N_A \simeq ۷/۱۶ \times ۱۰^{۲۳}$

گزینهٔ «۲»:

$$K_۱ = \frac{[SO_۳]^۲}{[SO_۲]^۲[O_۲]} = \frac{(\frac{۰/۶۸}{۱۰})^۲}{(\frac{۰/۳۲}{۱۰})^۲(\frac{۰/۱۶}{۱۰})} \simeq ۲۸۲/۲\,L.mol^{-۱}$$

گزینهٔ «۴»: $\frac{\text{تغییرات } SO_۳ \text{ حین جابه‌جایی تعادل}}{\text{مول تزریقی } SO_۳} = \frac{۲x}{۱} \times ۱۰۰ = ۲۲\%$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۷۳- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تیزرو)*

هر دو مورد درست‌اند.
بررسی موارد:
الف) با در نظر گرفتن این نکته که مجموع ضرایب مول‌های گازی در دو سمت معادله واکنش یکسان می‌باشند، می‌توان نتیجه گرفت افزایش حجم مطرح شده در سؤال بر جابه‌جایی این تعادل بی‌تأثیر است. همچنین می‌دانیم تنها تغییرات دما می‌توانند بر مقدار ثابت تعادل تأثیر بگذارند.
ب) در این سامانه با افزایش فشار مقدار مول B کاهش و مقدار مول A افزایش یافته است؛ یعنی تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده است. این یعنی تعداد مول گازی واکنش‌دهنده‌ها باید کمتر باشد $(a < b)$. برای افزایش مقدار فراورده تعادل باید در جهت رفت جابه‌جا شود و چون $b > a$ است، درواقع به سمت مول گازی بیشتر پیش برود. پس باید حجم سامانه را افزایش داد یعنی به ۲۰ لیتر رساند.
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

با کاهش حجم سامانه، تعادل در جهت تعداد مول‌های گازی کمتر جابه‌جا می‌شود. با توجه به نمودارهای داده شده، معادلهٔ واکنش‌های فرضی انجام شده عبارت است از:

آ) $A(g) + ۲B(g) \rightleftharpoons ۲C(g)$
ب) $۴A(g) \rightleftharpoons ۲B(g) + ۳C(g)$
پ) $A(g) + ۲B(g) \rightleftharpoons ۲C(g)$
ت) $۱A(g) \rightleftharpoons ۱B(g) + ۱C(g)$

در بین معادله‌های مشخص شده، معادله‌های «ب» و «ت» چنین شرایطی دارند.
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(هادی مهدی‌زاده)*

موارد اول، سوم و چهارم درست می‌باشند.
بررسی مورد نادرست:
مورد دوم: در شرایط بهینه تولید آمونیاک در فرایند هابر، تنها ۲۸ درصد مولی مخلوط را آمونیاک تشکیل می‌دهد.
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۷)