ریاضی (۱) - عادی

۱- گزینهٔ «۲» *(صائب گیلانی‌نیا)*

ابتدا انواع خودروهای دنده اتوماتیک تولید شده توسط کارخانه را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۶}{\text{مدل}}\times\frac{۸}{\text{رنگ}}\times\frac{۲}{\text{حجم موتور}}\times\frac{۱}{\text{دنده اتوماتیک}}=۹۶ \text{ :اصل ضرب}$$

سپس از آن، تعداد خودروهایی که از خط تولید کارخانه حذف شده‌اند را کم می‌کنیم:

انواع خودروهای حذف شده از خط تولید کارخانه:

$$\frac{۱}{\text{دنده اتوماتیک}}\times\frac{۱}{\text{حجم ۱۵۰۰سی‌سی}}\times\frac{۱}{\text{رنگ مشکی}}\times\frac{۱}{\text{مدل}}=۱ \text{ :اصل ضرب}$$

$$۹۶-۱=۹۵ \text{ حالت‌های مطلوب}$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۲- گزینهٔ «۲» *(مسعود پرملا)*

برای هر هدیه، ۳ حالت وجود دارد. پس برای تقسیم ۵ هدیه بین سه نفر، $۳^۵$ حالت وجود دارد.

= تعداد حالت‌هایی که به نفر سوم هدیه نرسد

$۲^۵$ = تعداد حالت‌هایی که ۵ هدیه بین دو نفر تقسیم شود

تعداد حالت‌هایی که حداقل یک هدیه به نفر سوم برسد:

$$۳^۵-۲^۵=۲۴۳-۳۲=۲۱۱$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۳- گزینهٔ «۳» *(محمد یگانه)*

در اولین جایگاه سمت چپ، رقم صفر قرار نمی‌گیرد. برای بقیهٔ خانه‌ها ۲ حالت داریم:

$$۱\times۲\times۲\times۲\times۲=۱۶$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۴- گزینهٔ «۱» *(علی آزاد)*

$$P(۵,۳)-P(۴,r)=\frac{۵!}{(۵-۳)!}-\frac{۴!}{(۴-r)!}=۵۶$$

$$\Rightarrow\frac{۱۲۰}{۲!}-\frac{۲۴}{(۴-r)!}=۵۶\Rightarrow\frac{۲۴}{(۴-r)!}=۴\Rightarrow(۴-r)!=۶=۳!$$

$$\Rightarrow ۴-r=۳\Rightarrow r=۱\Rightarrow\frac{(۲r+۳)!}{(r+۳)!}=\frac{۵!}{۴!}=۵$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۵- گزینهٔ «۲» *(علی آزاد)*

اگر فرض کنیم ۵ نفر a,b,c,d,e می‌خواهند سخنرانی کنند، طبق فرض داریم:

$$\underbrace{a\bigcirc\bigcirc b}_{(۱)}\ \bigcirc\ \underbrace{\ }_{(۲)}$$

مابین سخنرانی a و b دو نفر دیگر سخنرانی خواهند داشت:

$$\text{تعداد کل حالت‌ها}=\underbrace{۲!}_{\text{جایگشت (۱) و (۲)}}\times\underbrace{\binom{۳}{۲}\times۲!}_{\text{جایگشت a,b}}\times\underbrace{۲!}_{\substack{\text{انتخاب دو نفر بین a,b}\\\text{و جایگشت آن‌ها}}}=۲\times۳\times۲\times۲=۲۴$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

۶- گزینهٔ «۳» *(بهرام حلاج)*

سه حرف صدادار a را $*$ و سایر حروف را Δ در نظر می‌گیریم. برای آنکه حروف صدادار یک در میان باشند سه حالت زیر وجود دارد:

$\Delta,*,\Delta,*,\Delta,*,\Delta$

$*,\Delta,*,\Delta,*,\Delta,\Delta$

$\Delta,\Delta,*,\Delta,*,\Delta,*$

سایر حروف شامل $bnnn$ هستند که در جایگاه‌های Δ باید قرار گیرند.

در کل، ۴ حالت برای Δها خواهیم داشت:

$b\ n\ n\ n$

$n\ b\ n\ n$

$n\ n\ b\ n$

$n\ n\ n\ b$

پس در کل $۳\times۴=۱۲$ حالت داریم.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۷- گزینهٔ «۳» *(علی آزاد)*

تعداد کل اعداد ۵ رقمی : $\underline{۵}\times\underline{۵}\times\underline{۵}\times\underline{۵}\times\underline{۵}=۵^۵$

تعداد اعداد ۵ رقمی که با رقم زوج شروع و به رقم فرد ختم می‌شود:

$$\frac{۲}{۲,۴}\ \underline{۵}\ \underline{۵}\ \underline{۵}\ \frac{۳}{۱,۳,۷}=۶\times۵^۳$$

$$\Rightarrow\frac{۶\times۵^۳}{۵^۵}=\frac{۶}{۵^۲}=\frac{۶}{۲۵}\times۱۰۰=۲۴٪$$

(ترکیبی، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۵۱ کتاب درسی)

۸- گزینهٔ «۲» *(علی سرآبادانی)*

$$\left.\begin{array}{ll}\binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۱}=۳\times۴\times۵=۶۰ & \\ \binom{۳}{۲}\binom{۵}{۱}=۳\times۵=۱۵ & \\ \binom{۳}{۲}\binom{۴}{۱}=۳\times۴=۱۲ & \\ \binom{۴}{۲}\binom{۳}{۱}=۶\times۳=۱۸ & \Rightarrow \text{تعداد کل حالات}=۲۰۵ \\ \binom{۴}{۲}\binom{۵}{۱}=۶\times۵=۳۰ & \\ \binom{۵}{۲}\binom{۳}{۱}=۱۰\times۳=۳۰ & \\ \binom{۵}{۲}\binom{۴}{۱}=۱۰\times۴=۴۰ & \end{array}\right.$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

ایران توشه — راه توشه‌ای برای موفقیت

۹- گزینهٔ «۲» *(مهدی هاجی‌نژادیان)*

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	+				+	
۲		+				+
۳			+			
۴				+		
۵	+				+	
۶		+				+

با توجه به جدول بالا که همهٔ حالت‌های دو تاس نشان داده شده است، قسمت‌های رنگی حالاتی است که جمع دو تاس بزرگتر یا مساوی ۶ است (فضای نمونه) و علامت جمع‌ها حالاتی است که اختلاف دو تاس مضرب ۴ است.

$$P(A)=\frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد حالات کل}}=\frac{۱۰-۲}{۳۶-۱۰}=\frac{۸}{۲۶}=\frac{۴}{۱۳}$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱ کتاب درسی)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(علی آزاد)*

فرض کنیم x لامپ سوخته است:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۱۰-x}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}}=\frac{۱}{۶}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{(۱۰-x)!}{۳!(۱۰-x-۳)!}}{\frac{۱۰!}{۳!\times ۷!}}=\frac{\frac{(۱۰-x)!}{(۷-x)!}}{\frac{۱۰\times ۹\times ۸\times ۷!}{۷!}}=\frac{۱}{۶}$$

$$\Rightarrow \frac{(۱۰-x)!}{(۷-x)!}=\frac{۱۰\times ۹\times ۸}{۶}=۱۲۰$$

$$\Rightarrow \frac{(۷-x)!(۸-x)(۹-x)(۱۰-x)}{(۷-x)!}=۱۲۰$$

حاصل‌ضرب سه عدد متوالی برابر با ۱۲۰ شده است که با جایگذاری می‌توان فهمید: $x=۴$

(ترکیبی، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۵۱ کتاب درسی)

۱۱- گزینهٔ «۲» *(محمد توزنده جانی)*

الف) دو راه داریم: از A به C و سپس به B برویم یا از A به D و سپس به B برویم.

$(A\to C, C\to B)$ (۲×۳) یا $(A\to D, D\to B)$ (۲×۱)

لذا $۸=۶+۲$ راه داریم: پس مورد «الف» نادرست است.

ب) فقط باید از A به C و سپس به B رفت.

$(A\to C, C\to B)\to ۲\times ۳=۶$ مورد «ب» درست است.

ج) به ۸ طریق می‌توانیم از A به B برویم. اگر بخواهیم در برگشت از D عبور نکنیم باید از طریق C برگردیم.

$$۸\times(۳\times ۲)=۴۸$$

پس مورد «ج» درست است.

د: به ۸ طریق می‌توان از A به B رفت. برای آنکه از D برگردیم نباید از C عبور کنیم.

$$۸\times(۱\times ۲)=۱۶$$

پس مورد «د» درست است.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۱۲- گزینهٔ «۱» *(بهرام ملاج)*

اگر حروف و ارقام متمایز باشند داریم:

$$\text{تعداد حالات}=۱۰\times ۲۶\times ۲۵\times ۹$$

و اگر رمز تولید شده متقارن باشد داریم:

$$\text{تعداد حالات}=۱۰\times ۲۶\times ۱\times ۱$$

$$\Rightarrow \text{نسبت}=\frac{۱۰\times ۲۶\times ۲۵\times ۹}{۱۰\times ۲۶\times ۱\times ۱}=۲۲۵$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۱۳- گزینهٔ «۳» *(سپهر قنواتی)*

با استفاده از اصل متمم داریم:

همهٔ اعداد ۳ رقمی $\Rightarrow \boxed{۹}\boxed{۱۰}\boxed{۱۰}=۹۰۰$

اعداد سه‌رقمی با ارقام غیر تکراری $\Rightarrow \boxed{۹}\boxed{۹}\boxed{۸}=۶۴۸$

اعداد سه‌رقمی با ارقام تکراری $\Rightarrow ۹۰۰-۶۴۸=۲۵۲$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۱۴- گزینهٔ «۴» *(مجید خدایی)*

$$\frac{n!}{۳!}=\frac{(n-۲)!}{۲!}\Rightarrow \frac{n(n-۱)(n-۲)!}{۶}=\frac{(n-۲)!}{۲!}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-۱)}{۶}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow n(n-۱)=۳\Rightarrow n^۲-n-۳=۰$$

$$\Rightarrow n=\frac{۱\pm\sqrt{۱۳}}{۲}\quad \text{غ. ق. ق}$$

زیرا در تعریف فاکتوریل فقط اعداد طبیعی می‌توانند قرار گیرند. یعنی معادله جواب ندارد.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۱۵- گزینهٔ «۴» *(کریم نصیری)*

$$\text{تعداد حالات ورود}=۴!=۲۴$$

$$\text{تعداد حالات خروج}=P(۴,۳)=۴!=۲۴$$

$$\text{تعداد کل حالات}=۲۴\times ۲۴=۵۷۶$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۱۶- گزینهٔ «۳» *(مسعود برملا)*

$$\text{ی د}\text{ــــــــــ}: \text{با «ید» شروع شود} = ۶! = ۷۲۰$$

$$\text{ا ر}\text{ــــ}\text{ی د}: \text{با «ید» شروع و به «ار» ختم شود} = ۴! = ۲۴$$

$$\text{تعداد حالات مورد نظر} = ۷۲۰ - ۲۴ = ۶۹۶$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۱۷- گزینهٔ «۱» *(بهرام ملاج)*

در صورتیکه بخواهیم عبارت **sh** دیده شود باید این دو حرف را یکی در نظر بگیریم:

$$\boxed{sh}\,pyic \Rightarrow ۵!$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۱۸- گزینهٔ «۴» *(علی سرآبادانی)*

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-۲)!\times ۲!} = \frac{۱}{۸} \times \frac{n!}{(n-۳)!}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{(n-۲)(n-۳)!} = \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{(n-۳)!} \Rightarrow n = ۶$$

$$\Rightarrow C(n+۳,۸) \xrightarrow{n=۶} C(۹,۸) = \frac{۹!}{۱!\times ۸!} = ۹$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

۱۹- گزینهٔ «۲» *(محمد همیری)*

تهی یک پیشامد در هر آزمایش به‌حساب می‌آید پس وقتی ۶۳ پیشامد ناتهی داریم، معنی‌اش این است که کلاً ۶۴ پیشامد داریم:

$$۲^{n(S)} = ۶۴ = ۲^۶ \Rightarrow n(S) = ۶$$

در نتیجه تعداد پیشامدهای ۲ عضوی برابر است با:

$$\binom{n(S)}{۲} = \binom{۶}{۲} = \frac{۶\times ۵}{۲} = ۱۵$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱ کتاب درسی)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(علی آزاد)*

$P(A') =$ احتمال عدم بارش باران $P(A) =$ احتمال بارش باران

$P(A \cap B) =$ احتمال بارش هر دو $P(B) =$ احتمال بارش برف

$$P(A) = \frac{۳}{۱۷}P(A') \Rightarrow P(A) = \frac{۳}{۱۷}(۱ - P(A)) = \frac{۳}{۱۷} - \frac{۳}{۱۷}P(A)$$

$$\frac{۲۰}{۱۷}P(A) = \frac{۳}{۱۷} \Rightarrow P(A) = \frac{۳}{۲۰} = ۰/۱۵$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

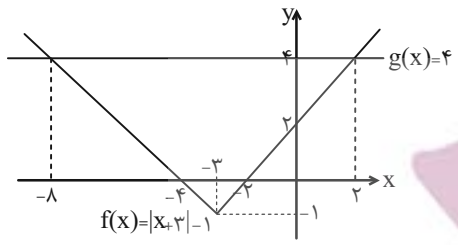
$$= ۰/۱۵ + ۰/۱۸ - ۰/۱۲ = ۰/۲۱$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱ کتاب درسی)

ریاضی (۱) - موازی

۲۱- گزینهٔ «۳» *(علی آزاد)*

با توجه به نمودار دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ خواهیم داشت:



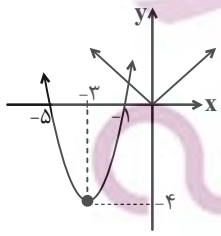
بنابراین بازه‌ای جواب مسأله است که هر دو نقطهٔ $x = +۲$ و $x = -۸$ داخل آن باشد که تنها گزینهٔ «۳» شامل هر دو نقطهٔ فوق می‌باشد.

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

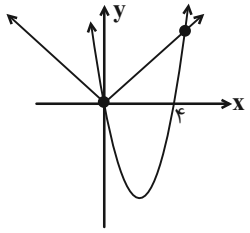
۲۲- گزینهٔ «۴» *(بهنام کلاهی)*

$$y = x^۲ + ۶x + ۵ \Rightarrow y = (x+۳)^۲ - ۴$$

هر دو نمودار را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



اگر ۵ واحد نمودار را به راست منتقل کنیم، نمودار جدید، مطابق شکل در دو نقطه با طول‌های نامنفی برخورد می‌کنند و به مطلوب سؤال می‌رسیم. (یکی از آنها $x = ۰$ است.)



(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۲۳- گزینهٔ «۲» *(صائب گیلانی‌نیا)*

ابتدا انواع خودروهای دنده اتوماتیک تولید شده توسط کارخانه را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{اصل ضرب}: \frac{۶}{\text{مدل}} \times \frac{۸}{\text{رنگ}} \times \frac{۲}{\text{حجم موتور}} \times \frac{۱}{\text{دنده اتوماتیک}} = ۹۶$$

سپس از آن، تعداد خودروهایی که از خط تولید کارخانه حذف شده‌اند را کم می‌کنیم:

انواع خودروهای حذف شده از خط تولید کارخانه:

$$\text{اصل ضرب}: \frac{۱}{\text{مدل}} \times \frac{۱}{\text{رنگ مشکی}} \times \frac{۱}{\text{حجم ۱۵۰۰ سی‌سی}} \times \frac{۱}{\text{دنده اتوماتیک}} = ۱$$

$$۹۶ - ۱ = ۹۵ \text{ حالت‌های مطلوب}$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۲۴- گزینهٔ «۲» *(مسعود پرملا)*

برای هر هدیه، ۳ حالت وجود دارد. پس برای تقسیم ۵ هدیه بین سه نفر، $۳^۵$ حالت وجود دارد.

= تعداد حالت‌هایی که به نفر سوم هدیه نرسد

$۲^۵$ = تعداد حالت‌هایی که ۵ هدیه بین دو نفر تقسیم شود

تعداد حالت‌هایی که حداقل یک هدیه به نفر سوم برسد:

$$۳^۵ - ۲^۵ = ۲۴۳ - ۳۲ = ۲۱۱$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۲۵- گزینهٔ «۳» *(محمد یگانه)*

در اولین جایگاه سمت چپ، رقم صفر قرار نمی‌گیرد. برای بقیهٔ خانه‌ها ۲ حالت داریم: $۱ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۱۶$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۲۶- گزینهٔ «۱» *(علی آزاد)*

$$P(۵,۳) - P(۴,r) = \frac{۵!}{(۵-۳)!} - \frac{۴!}{(۴-r)!} = ۵۶$$

$$\Rightarrow \frac{۱۲۰}{۲!} - \frac{۲۴}{(۴-r)!} = ۵۶ \Rightarrow \frac{۲۴}{(۴-r)!} = ۴ \Rightarrow (۴-r)! = ۶ = ۳!$$

$$\Rightarrow ۴ - r = ۳ \Rightarrow r = ۱ \Rightarrow \frac{(۲r+۳)!}{(r+۳)!} = \frac{۵!}{۴!} = ۵$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۲۷- گزینهٔ «۳» *(علی آزاد)*

با توجه به اینکه تابع f، تابعی ثابت و تابع g تابعی همانی می‌باشد. خواهیم داشت:

$$\left.\begin{matrix} f(x) = ۳ \\ g(x) = x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} f(۴) = ۳ \\ g(۵) = ۵ \end{matrix} \Rightarrow ۴f(۴) - ۳g(۵) = ۴(۳) - ۳(۵) = -۳$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۲۸- گزینهٔ «۳» *(سپهر قنواتی)*

با استفاده از اصل متمم داریم:

همهٔ اعداد ۳ رقمی $\Rightarrow \boxed{۹}\boxed{۱۰}\boxed{۱۰} = ۹۰۰$

اعداد سه‌رقمی با ارقام غیر تکراری $\Rightarrow \boxed{۹}\boxed{۹}\boxed{۸} = ۶۴۸$

اعداد سه‌رقمی با ارقام تکراری $\Rightarrow ۹۰۰ - ۶۴۸ = ۲۵۲$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۲۹- گزینهٔ «۳» *(بهرام ملاج)*

سه حرف صدادار a را $*$ و سایر حروف را Δ در نظر می‌گیریم. برای آنکه حروف صدادار یک در میان باشند سه حالت زیر وجود دارد:

$\Delta,*,\Delta,*,\Delta,*,\Delta$

$*,\Delta,*,\Delta,*,\Delta,\Delta$

$\Delta,\Delta,*,\Delta,*,\Delta,*$

سایر حروف شامل $bnnn$ هستند که در جایگاه‌های Δ باید قرار گیرند. در کل، ۴ حالت برای Δها خواهیم داشت:

$b\ n\ n\ n$

$n\ b\ n\ n$

$n\ n\ b\ n$

$n\ n\ n\ b$

پس در کل $۳ \times ۴ = ۱۲$ حالت داریم.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۳۰- گزینهٔ «۴» *(علی آزاد)*

تعداد حالت‌هایی که می‌توان یک رمز ۳ رقمی فرد نوشت برابر است با:

$$\frac{۹}{۱,۳,۵,۷,۹} \frac{۹}{} \frac{۵}{} = ۹ \times ۹ \times ۵$$

بنابراین کل زمانی که طول می‌کشد تا قفل باز شود برابر است با:

$$\frac{۹ \times ۹ \times ۵}{۶۰} \times ۲ = \frac{۲۷}{۴} \times ۲ = \frac{۲۷}{۲} = ۱۳/۵ \text{ ساعت}$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۳۱- گزینهٔ «۳» *(یاسین قوی‌پنجه)*

چون برد تابع f تک عضوی است، پس برد f عددی ثابت است. بنابراین $f(x)$ باید تابعی ثابت (بدون وابستگی به x) باشد:

$$\begin{cases} x \geq ۰ : ax - ۳x = (a-۳)x \xrightarrow{\text{عبارت نباید به } x \text{ وابسته باشد}} a = ۳ \\ x < ۰ : ax - (-۳x) = (a+۳)x \xrightarrow{\text{عبارت نباید به } x \text{ وابسته باشد}} a = -۳ \end{cases}$$

در هر دو حالت $\begin{cases} a = ۳ \\ \text{یا} \\ a = -۳ \end{cases}$ برد تابع به صورت $R_f = \{۰\}$ در می‌آید.

پس: $a^۲ - b = ۹ - ۰ = ۹$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳ کتاب درسی)

۳۲- گزینهٔ «۲» *(علی آزاد)*

با توجه به اینکه تابع $f(x)$ همانی است، خواهیم داشت:

$$f(x)=x \Rightarrow x=Ag(x)+B \Rightarrow g(x)=\frac{x-B}{A}$$

$$g(2)=\frac{2-B}{A}, g(0)=\frac{-B}{A} \Rightarrow \frac{g(2)}{g(0)}=\frac{\frac{2-B}{A}}{\frac{-B}{A}}=3$$

$$\Rightarrow 2-B=-3B \Rightarrow -2B=2 \Rightarrow B=-1$$

$$\Rightarrow g(A)=\frac{A-B}{A} \xrightarrow{B=-1} g(A)=\frac{A+1}{A}=1+\frac{1}{A}$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳ کتاب درسی)

۳۳- گزینهٔ «۴» *(علی آزاد)*

با توجه به روابط انتقال خواهیم داشت:

$f(x)=ax+b$: تابع خطی

۲ واحد به سمت xهای منفی $\Rightarrow f(x+2)=a(x+2)+b=ax+2a+b$

$$(4,-6) \Rightarrow -6=4a+2a+b \Rightarrow 6a+b=-6 \quad (1)$$

۳ واحد به سمت xهای مثبت $\Rightarrow f(x-3)=a(x-3)+b=ax-3a+b$

$$(-1,4) \Rightarrow 4=-a-3a+b \Rightarrow -4a+b=4 \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow a=-1, b=0 \Rightarrow f(x)=ax+b=-x$$

تابعی که برد آن تنها شامل یک عضو باشد تابع ثابت است که تنها در گزینهٔ «۴» مشاهده می‌شود.

تابع ثابت $f(x)+x=(-x)+x=0$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۳۴- گزینهٔ «۲» *(محمد توزنده جانی)*

الف) دو راه داریم: از A به C و سپس به B برویم یا از A به D و سپس به B برویم.

$(A \to D, D \to B)$ (۲×۱) یا $(A \to C, C \to B)$ (۲×۳)

لذا $2+6=8$ راه داریم: پس مورد «الف» نادرست است.

ب) فقط باید از A به C و سپس به B رفت.

$(A \to C, C \to B) \to 2\times 3=6$ مورد «ب» درست است.

ج) به ۸ طریق می‌توانیم از A به B برویم. اگر بخواهیم در برگشت از D عبور نکنیم باید از طریق C برگردیم.

$$8\times(3\times 2)=48$$

پس مورد «ج» درست است.

د: به ۸ طریق می‌توان از A به B رفت. برای آنکه از D برگردیم نباید از C عبور کنیم.

$$8\times(1\times 2)=16$$

پس مورد «د» درست است.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۳۵- گزینهٔ «۱» *(بهرام ملاج)*

اگر حروف و ارقام متمایز باشند داریم:

تعداد حالات $=10\times 26\times 25\times 9$

و اگر رمز تولید شده متقارن باشد داریم:

تعداد حالات $=10\times 26\times 1\times 1$

$$\Rightarrow \text{نسبت}=\frac{10\times 26\times 25\times 9}{10\times 26\times 1\times 1}=225$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۳۶- گزینهٔ «۴» *(مجید خدایی)*

$$\frac{n!}{3!}=\frac{(n-2)!}{2!} \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{6}=\frac{(n-2)!}{2!}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{6}=\frac{1}{2} \Rightarrow n(n-1)=3 \Rightarrow n^2-n-3=0$$

$$\Rightarrow n=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$$ غ. ق. ق

زیرا در تعریف فاکتوریل فقط اعداد طبیعی می‌توانند قرار گیرند. یعنی معادله جواب ندارد.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۳۷- گزینهٔ «۴» *(کریم نصیری)*

تعداد حالات ورود $=4!=24$

تعداد حالات خروج $=P(4,3)=4!=24$

تعداد کل حالات $=24\times 24=576$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۳۸- گزینهٔ «۳» *(مسعود برملا)*

: ــــــــ [ی د] $=6!=720$ با «ید» شروع شود

: [ا ر] ــــ [ی د] $=4!=24$ با«ید» شروع و به «ار» ختم شود

تعداد حالات مورد نظر $=720-24=696$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۳۹- گزینهٔ «۱» *(بهرام ملاج)*

در صورتیکه بخواهیم عبارت **sh** دیده شود باید این دو حرف را یکی در نظر بگیریم:

$$\boxed{sh}pyic \Rightarrow 5!$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۴۰- گزینهٔ «۳» *(علی آزاد)*

تعداد کلمات ۸ حرفی که در آنها حروف «ق» و «ف» کنار هم هستند:

$$\boxed{ق ف}ب ا ت ک ه س \Rightarrow 7!\times 2!$$

تعداد کلمات ۶ حرفی که به کتاب ختم می‌شوند:

$$\boxed{کتاب}\frac{4}{-}\frac{3}{-}=12$$

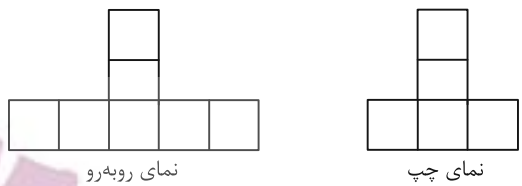
$$\Rightarrow \text{جواب مسأله}=\frac{7!\times 2!}{12}=\frac{7!}{6}=\frac{7\times 6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1}{6}=7\times 5!$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

هندسه (۱)

۴۱- گزینهٔ «۳» *(علی ایمانی)*

نماهای روبه‌رو و چپ در شکل زیر رسم شده‌اند.



بنابراین $a=۷$ و $b=۵$ است و در نتیجه داریم:

$$a+b=۷+۵=۱۲$$

(تجسم فضایی، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱ کتاب درسی)

۴۲- گزینهٔ «۲» *(صائب گیلانی‌نیا)*

در مکعب‌های اول و سوم هر کدام چهار حرف **S** در وجه‌های کناری قابل رؤیت است.

در مکعب دوم نیز به همین ترتیب چهار حرف **Z** قابل مشاهده است ولی در مکعب چهارم (بالایی)، حرف **Z** روی وجه بالا نیز دیده می‌شود، پس داریم:

تعداد حروف **Z** دیده شده $= ۴+۵=۹$

تعداد حروف **S** دیده شده $= ۴+۴=۸$

یعنی اختلاف تعداد حروف **S** و **Z** دیده شده برابر یک است.

(تجسم فضایی، صفحهٔ ۹۱ کتاب درسی)

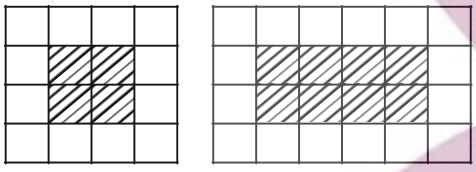
۴۳- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

شکل صورت سؤال شامل ۱۶ ستون ۳ تایی از مکعب‌های کوچک است. برای اینکه نمای بالای خواسته شده در سؤال حاصل شود، کافی است ۶ ستون از این مکعب‌های کوچک به‌طور کامل برداشته شود که در نتیجه حداقل باید $۶\times۳=۱۸$ مکعب کوچک را از شکل اولیه حذف کرد.

(تجسم فضایی، صفحهٔ ۹۱ کتاب درسی)

۴۴- گزینهٔ «۲» *(نریمان فتح‌اللهی)*

با حذف یک ردیف از هر سمت این مکعب مستطیل، یک مکعب مستطیل به ابعاد $۴\times۲\times۲$ باقی می‌ماند که شامل ۱۶ مکعب کوچک رنگ نشده است. از طرفی وجه‌های این مکعب شامل ۲ وجه به ابعاد ۴×۴ و ۴ وجه به ابعاد ۶×۴ است که مطابق شکل زیر در آنها به‌ترتیب ۴ و ۸ مکعب کوچک وجود دارد که تنها یک وجه رنگ شده داشته باشند، پس تعداد مکعب‌های با یک وجه رنگ شده برابر است با:



$$۲\times۴+۴\times۸=۴۰$$

$$\frac{\text{تعداد مکعب‌های رنگ‌نشده}}{\text{تعداد مکعب‌های با یک وجه رنگ‌شده}}=\frac{۱۶}{۴۰}=\frac{۲}{۵}$$

(تجسم فضایی، صفحهٔ ۹۰ کتاب درسی)

۴۵- گزینهٔ «۴» *(محمد حمیری)*

از دو خط متقاطع، دو خط موازی، سه نقطهٔ متمایز که روی یک خط نباشند و همچنین یک خط و یک نقطهٔ خارج آن، دقیقاً یک صفحه می‌گذرد. در گزینهٔ «۴» وضعیت نقطه نسبت به خط نامشخص است. در صورتی که نقطه روی خط قرار داشته باشد، بی‌شمار صفحه در فضا از آن خط و نقطه عبور می‌کند.

(تجسم فضایی، صفحه‌های ۷۹ و ۸۰ کتاب درسی)

۴۶- گزینهٔ «۴» *(محمد حمیری)*

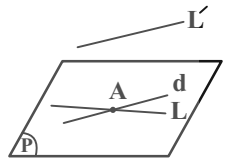
تمامی موارد بیان شده درست هستند، یعنی از هر نقطهٔ داخل یک صفحه، بی‌شمار خط و از هر نقطه در فضا، بی‌شمار صفحه می‌گذرد. از طرفی اگر نقطه‌ای در فضا خارج از یک خط در نظر بگیریم، از آن نقطه می‌توان بی‌شمار خط متقاطع با خط مفروض و تنها یک خط موازی با آن رسم کرد.

(تجسم فضایی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی)

ایران توشه
ترفندهای درسی برای موفقیت

۴۷- گزینهٔ «۳» *(محمد فندران)*

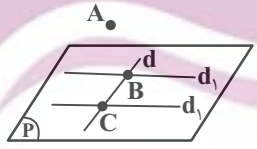
فرض کنید L و L' دو خط متنافر باشند. از یک نقطهٔ واقع بر خط L، خط d را موازی با L' رسم می‌کنیم. صفحهٔ شامل دو خط L و d، تنها صفحهٔ شامل خط L است که با خط L' موازی می‌باشد.



(تجسم فضایی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی)

۴۸- گزینهٔ «۱» *(محبوبه بهادری)*

فرض کنید خط d هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کرده باشد. در این صورت نقاط تقاطع خط d با این دو خط (نقاط B و C) در صفحهٔ P قرار دارد. می‌دانیم اگر دو نقطه از خطی درون یک صفحه قرار داشته باشد، آن خط به تمامی درون آن صفحه قرار دارد، پس خط d به‌طور کامل درون صفحهٔ P است و نمی‌تواند از نقطهٔ A (خارج از صفحهٔ P) عبور کند، یعنی هیچ خطی در فضا وجود ندارد که از A گذشته و هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند.



(تجسم فضایی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲ کتاب درسی)

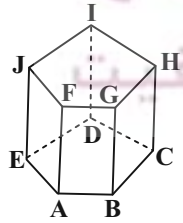
۴۹- گزینهٔ «۱» *(بهنام کلاهی)*

می‌دانیم دو صفحهٔ عمود بر یک خط، موازی یکدیگرند، بنابراین در صورتی که خط d بر صفحهٔ P' عمود باشد، آنگاه دو صفحهٔ P و P' موازی یکدیگر خواهند بود که خلاف فرض سؤال است. در نتیجه گزینهٔ (۱) نادرست است. خط d بر صفحهٔ P عمود است، پس بر تمام خطوط صفحهٔ P از جمله خطوط L و L' نیز عمود است. از طرفی صفحهٔ Q بر صفحهٔ P عمود است و خط d از نقطهٔ A در صفحهٔ Q گذشته و بر صفحهٔ P عمود است، پس خط d به تمامی درون صفحهٔ Q قرار دارد.

(تجسم فضایی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲ کتاب درسی)

۵۰- گزینهٔ «۴» *(نریمان فتح‌اللهی)*

در یک منشور با قاعدهٔ n ضلعی، هر یال جانبی مانند AF با $n-2$ یال از هر کدام از وجه‌های بالا و پایین متنافر است. همچنین هر یک از یال‌های قاعدهٔ پایین مانند AB با $(n-1)$ از قاعدهٔ بالا متنافرند، پس حداکثر تعداد جفت یال‌های متنافر برابر است با:



$$2n(n-2)+n(n-1)$$

به ازای $n=5$ داریم:

$$2\times5\times3+5\times4=50$$

(تجسم فضایی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲ کتاب درسی)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

فیزیک (۱)

۵۱- گزینهٔ «۲» «مهدی زمان‌زاده»

علت نادرستی بقیهٔ عبارات را بررسی می‌کنیم:

الف) در طول روز، زمین ساحل گرمتر از دریاست، لذا پدیدهٔ همرفت طبیعی باعث وزش نسیم از سوی دریا به سمت ساحل می‌شود.

پ) خون در بدن جانوران خونگرم توسط قلب وادار به حرکت می‌شود، بنابراین مثالی از همرفت واداشته است.

ت) هرچه سطح درخشان‌تر و رنگ آن روشن‌تر باشد، تابش گرمایی کمتری نسبت به سطوح کدر و تیره دارد.

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۵۲- گزینهٔ «۳» «حمید زرین‌کفش»

با توجه به معادلهٔ حالت گاز آرمانی داریم:

$$PV=nRT \xrightarrow[R=8\frac{J}{mol.K},T=7+273=280K]{P=2atm=2\times10^5Pa,V=5L=5\times10^{-3}m^3}$$

$$2\times10^5\times5\times10^{-3}=n\times8\times280\Rightarrow n=\frac{100}{224}mol$$

حال با استفاده از رابطهٔ جرم مولی گاز داریم:

$$m=nM \xrightarrow[M=28\frac{g}{mol}]{n=\frac{100}{224}mol} m=\frac{100}{224}\times28=12/5g$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۳- گزینهٔ «۲» «حمید زرین‌کفش»

چون پیستون آزادانه حرکت می‌کند، لذا فشار گاز ثابت می‌ماند و با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل داریم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow{P_1=P_2}\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}$$

$$\xrightarrow[T_2=87+273=360K]{V_1=2L,T_1=27+273=300K}$$

$$\frac{2}{300}=\frac{V_2}{360}\Rightarrow V_2=2/4L$$

تغییر حجم گاز برابر است با:

$$\Delta V=V_2-V_1\Rightarrow\Delta V=2/4-2=0/4L=400cm^3$$

لذا حجم گاز $400cm^3$ افزایش می‌یابد.

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۴- گزینهٔ «۴» «حمید زرین‌کفش»

با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل داریم:

$$PV=nRT\xrightarrow{n=\frac{m}{M}}$$

$$PV=\frac{m}{M}RT\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\frac{m}{V}=\frac{PM}{RT}\Rightarrow\rho=\frac{PM}{RT}$$

حال با نوشتن رابطهٔ چگالی برحسب فشار و دمای مطلق به صورت مقایسه‌ای داریم:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{P_2}{P_1}\times\frac{T_1}{T_2}\xrightarrow[T_1=273+27=300K,T_2=273+47=320K]{P_2=P_1-\frac{20}{100}P_1=\frac{8}{10}P_1}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{8}{10}\times\frac{300}{320}=\frac{3}{4}$$

$$\text{درصد تغییرات چگالی}=(\frac{\rho_2}{\rho_1}-1)\times100=(\frac{3}{4}-1)\times100=-25\%$$

چگالی گاز ۲۵ درصد کاهش می‌یابد.

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۵- گزینهٔ «۳» «رضا امامی»

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای را اندازه می‌گیرد.

$$P_1=214+101=315kPa$$
$$P_2=241+101=342kPa$$
$$T_1=15+273=288K$$
$$T_2=?$$

با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل داریم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow{V_1=V_2}\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2=(\frac{342kPa}{315kPa})(288K)\simeq313K$$

$$\theta=T-273\Rightarrow\theta\simeq313-273=40^\circ C$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۶- گزینهٔ «۲» «مصطفی کیانی»

با توجه به این‌که از ۵ مول گاز، ۲ مول آن از ظرف خارج شده است، بنابراین ۳ مول از گاز در ظرف باقی‌مانده است. یعنی جرم گاز درون سیلندر $\frac{3}{5}$ برابر شده است. از طرفی حجم گاز ثابت است، چرا که حجم سیلندر ثابت است. طبق تعریف چگالی $\rho=\frac{m}{V}$، در حجم ثابت، اگر جرم $\frac{3}{5}$ برابر شود، چگالی گاز نیز $\frac{3}{5}$ برابر می‌شود.

$$\rho_2=\frac{3}{5}\rho_1$$

از طرفی بنابر قانون گازهای کامل داریم:

$$PV=nRT\xrightarrow[T_2=T_1]{V_1=V_2}\frac{P_2}{P_1}=\frac{n_2}{n_1}\xrightarrow[n_1=5mol]{n_2=3mol}\frac{P_2}{P_1}=\frac{3}{5}$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۵۷- گزینهٔ «۳» «هاشم زمانیان»

دقت کنید که بعد از باز کردن شیر، مجموع تعداد مول‌های گاز تغییر نمی‌کند، در حقیقت بعد از باز کردن شیر، تعداد مول‌های مخلوط گازها برابر مجموع تعداد مول‌های گازها قبل از باز شدن شیر است:

$$n_t = n_1 + n_2 \xrightarrow{n=\frac{PV}{RT}} \frac{P_tV_t}{RT_t} = \frac{P_1V_1}{RT_1} + \frac{P_2V_2}{RT_2} \xrightarrow{T_t=T_1=T_2}$$

$$P_tV_t = P_1V_1 + P_2V_2 \xrightarrow[V_1=4L, V_2=16L, V_t=V_1+V_2=4+16=20L]{P_1=3atm, P_2=2/5atm}$$

$$P_t \times 20 = 3\times 4 + 2/5\times 16 \Rightarrow 20P_t = 12+40$$

$$\Rightarrow P_t = \frac{52}{20} = 2/6atm$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۸- گزینهٔ «۳» «حمید زرین‌کفش»

با توجه به معادلهٔ حالت گازهای آرمانی و نوشتن آن به صورت مقایسه‌ای داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{n=\frac{m}{M}} PV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow P = \frac{mRT}{MV}$$

$$\frac{P_{H_2}}{P_{O_2}} = \frac{m_{H_2}}{m_{O_2}} \times \frac{M_{O_2}}{M_{H_2}} \times \frac{T_{H_2}}{T_{O_2}} \times \frac{V_{O_2}}{V_{H_2}}$$

$$\xrightarrow{m_{H_2}=m_{O_2}, V_{H_2}=V_{O_2}} \frac{P_{H_2}}{P_{O_2}} = \frac{M_{O_2}}{M_{H_2}} \times \frac{T_{H_2}}{T_{O_2}} \xrightarrow[T_{O_2}=47+273=320K, T_{H_2}=27+273=300K]{M_{O_2}=32\frac{g}{mol}, M_{H_2}=2\frac{g}{mol}}$$

$$\frac{P_{H_2}}{P_{O_2}} = \frac{32}{2} \times \frac{300}{320} = 15$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۹- گزینهٔ «۲» «حمید زرین‌کفش»

ابتدا با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل، تعداد مول‌های مخلوط گازها را می‌یابیم:

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$

$$\xrightarrow[R=8\frac{J}{mol.K}, T=27+273=300K]{P=7/5atm=7/5\times10^5 Pa, V=80L=80\times10^{-3}m^3}$$

$$n = \frac{7/5\times10^5\times80\times10^{-3}}{8\times300} = 25mol$$

$$n = n_{He} + n_{H_2} \Rightarrow n = \frac{m_{He}}{M_{He}} + \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{m_{He}}{4} + \frac{m_{H_2}}{2} = 25$$

$$m_{He} + 2m_{H_2} = 100 \qquad (1)$$

از طرفی مجموع جرم گازها نیز برابر $80g$ است، یعنی:

$$m_{He} + m_{H_2} = 80 \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} \begin{cases} m_{He} + m_{H_2} = 80 \xrightarrow{\times(-1)} \\ m_{He} + 2m_{H_2} = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -m_{He} - m_{H_2} = -80 \\ m_{He} + 2m_{H_2} = 100 \end{cases} \Rightarrow m_{H_2} = 20g, M_{He} = 60g$$

درصد جرم هلیم: $\frac{m_{He}}{m}\times100 = \frac{60}{80}\times100 = 75\%$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۶۰- گزینهٔ «۱» «مهدی زمان‌زاده»

ابتدا با دقت در شکل، P، h و T گاز محبوس داخل لوله را می‌نویسیم:

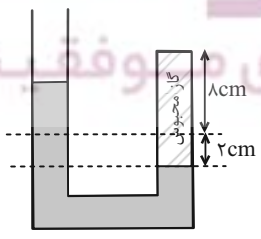
$$\begin{cases} P_1 = P_0 = 76cmHg \\ h_1 = 8cm \\ T_1 = 31+273 = 304K \end{cases}$$

وقتی دمای گاز را زیاد می‌کنیم، حجم گاز زیاد شده و در نتیجه جیوه را در لولهٔ سمت راست، به طرف پایین هل می‌دهد.

دقت کنید چون در صورت سؤال گفته شده که باید $4cm$ اختلاف سطح جیوه در دو طرف لوله ایجاد شود، در نتیجه جیوه در لولهٔ سمت راست باید $2cm$ پایین آمده تا جیوه را در لولهٔ سمت چپ $2cm$ بالا برده و در مجموع $4cm$ اختلاف سطح ایجاد شود.

با این توضیحات، حالت نهایی مطابق شکل زیر خواهد شد:

$$\begin{cases} P_2 = \overbrace{P_0}^{76cmHg} + 4 = 80cmHg \\ h_2 = 8+2 = 10cm \\ T_2 = ? \end{cases}$$



در نهایت رابطهٔ قانون گازهای کامل را می‌نویسیم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{76\times8}{304} = \frac{80\times10}{T_2} \Rightarrow T_2 = 400K$$

$$\Rightarrow \Delta T = 400-304 = 96K \xrightarrow{\Delta\theta=\Delta T} \Delta\theta = 96^\circ C$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۶۱- گزینهٔ «۱» «مهدی زمان‌زاده»

در علم ترمودینامیک، فرایندها و عملکرد دستگاه به وسیلهٔ کمیت‌های مشاهده پذیر یا اصطلاحاً ماکروسکوپی توصیف می‌شوند.

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹ کتاب درسی)

۶۲- گزینهٔ «۲» «رضا امامی»

چون دستگاه از محیط گرما گرفته است، لذا Q مثبت و با انجام دادن کار روی محیط، W منفی است. با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[W=-۴۰۰J]{Q=۵۰۰J} \Delta U = ۵۰۰ + (-۴۰۰) = ۱۰۰J$$

(ترمودینامیک، صفحهٔ ۱۳۰ کتاب درسی)

۶۳- گزینهٔ «۴» «حمید زرین‌کفش»

کار انجام شده روی گاز در فرایند هم‌فشار از رابطهٔ $W = -P\Delta V$ به‌دست می‌آید، داریم:

$$W = -P\Delta V = -P(V_۲ - V_۱)$$

$$\xrightarrow[V_۲ = V_۱ - \frac{۲۰}{۱۰۰}V_۱ = \frac{۸}{۱۰}V_۱ = \frac{۸}{۱۰}\times ۱۰^{-۳}m^۳]{P=۱atm=۱۰^۵Pa, V_۱=۱L=۱۰^{-۳}m^۳}$$

$$W = -۱۰^۵(\frac{۸}{۱۰}\times ۱۰^{-۳} - ۱۰^{-۳}) = ۲۰J$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

۶۴- گزینهٔ «۴» «حمید زرین‌کفش»

با توجه به نمودار، درمی‌یابیم که هر سه فرایند در فشار ثابت انجام شده‌اند که در نمودار $V-T$، فرایند هم‌فشار خطی است که امتداد آن از مبدأ محور مختصات عبور می‌کند (رد گزینه‌های (۱) و (۳)). از طرفی با توجه به معادلهٔ حالت $PV = nRT$ درمی‌یابیم که $V = \frac{nR}{P}T$ است که هرچه شیب نمودار $V-T$ کمتر باشد، در حقیقت فشار آن بیشتر است؛ زیرا شیب خط با فشار رابطهٔ عکس دارد. پس با توجه به نمودار چون $P_۳ > P_۲ > P_۱$ است، لذا با مقایسه شیب نمودار، آن‌ها در نمودار $V-T$، $\frac{nR}{P_۳} < \frac{nR}{P_۲} < \frac{nR}{P_۱}$ شده و درمی‌یابیم که نمودار گزینهٔ «۴» صحیح است.

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

۶۵- گزینهٔ «۴» «کتاب آبی»

گاز حبس شده در زیر پیستون یک فرایند هم‌فشار را طی می‌کند؛ زیرا وقتی گاز را به تدریج سرد می‌کنیم، در هر لحظه فشار گاز با فشار $P = P_۰ + \frac{W}{A}$ برابر است. بنابراین با توجه به این‌که اصطکاک پیستون با دیواره ناچیز است، ابتدا فشار وارد بر پیستون که با فشار گاز برابر است را به‌دست می‌آوریم و سپس با استفاده از رابطهٔ $W = -P\Delta V$، کار انجام شده بر روی گاز را حساب می‌کنیم.

دقت کنید، $\Delta V = A \times \Delta h$ است و چون حجم گاز کم می‌شود، $\Delta V < ۰$ می‌باشد.

$$P = P_۰ + \frac{W}{A} \xrightarrow[A=۱۰۰cm^۲=۱۰۰\times ۱۰^{-۴}m^۲]{P_۰=۱۰^۵Pa, W=mg=۱۰\times ۱۰=۱۰۰N}$$

$$P = ۱۰^۵ + \frac{۱۰۰}{۱۰۰\times ۱۰^{-۴}} = ۱۰^۵ + ۱۰^۴$$

$$= ۱۱۰۰۰۰Pa = ۱۱۰\times ۱۰^۳ Pa$$

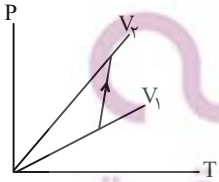
$$W = -P\Delta V \xrightarrow[P=۱۱۰\times ۱۰^۳ Pa]{\Delta V = A\times\Delta h = ۱۰۰\times ۱۰^{-۴}\times(-۰/۲) = -۲\times ۱۰^{-۳}m^۳}$$

$$W = -۱۱۰\times ۱۰^۳ \times (-۲\times ۱۰^{-۳}) \Rightarrow W = ۲۲۰J$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

۶۶- گزینهٔ «۱» «حمید زرین‌کفش»

دقت کنید که امتداد فرایند از مبدأ مختصات نمی‌گذرد؛ پس این فرایند، هم‌حجم نیست (رد گزینهٔ ۳) و با رسم خطوطی از مبدأ مختصات به ابتدا و انتهای فرایند، حجم نقاط ابتدا و انتهای فرایند را مقایسه می‌کنیم.



با توجه به نمودار $P-T$ که شیب نمودار با حجم رابطهٔ عکس دارد، درمی‌یابیم که $V_۲ < V_۱$ است، لذا گاز در این فرایند کاهش حجم داشته است و کار انجام شده روی آن مثبت است، پس درمی‌یابیم که گزینهٔ ۱ صحیح است.

دلیل نادرستی گزینهٔ ۲ این است که در این فرایند دمای گاز افزایش یافته است، پس انرژی درونی آن نیز افزایش می‌یابد.

با توجه به قانون اول ترمودینامیک، چون $\Delta U > ۰$ است، لذا مجموع کار و گرمای مبادله شده صفر نیست که کار و گرما قرینهٔ یکدیگر باشند (دلیل نادرستی گزینهٔ ۴)

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۶۷- گزینهٔ «۴» «علیرضا امینی»

گام اول: ΔU برای هر دو مسیر یکسان است؛ چون در هر دو مسیر گاز از حالت معین a به حالت معین b رسیده است.

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 \Rightarrow Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2$$

گام دوم: در مسیر (۱) گاز $150J$ گرما از دست داده و $400J$ انرژی از طریق کار گرفته است.

$$Q_1 = -150J, W_1 = +400J$$

در مسیر (۲) گاز $300J$ گرما از دست داده است.

$$Q_2 = -300J, W_2 = ?$$

$$Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2$$
$$\Rightarrow -150 + 400 = -300 + W_2 \Rightarrow W_2 = 550J$$

صورت سؤال کاری که گاز روی محیط انجام داده (یعنی W') را خواسته است.

$$W' = -W_2 = -550J$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰ کتاب درسی)

۶۸- گزینهٔ «۱» «مهدی زمان‌زاده»

در اینجا دو فرایند متوالی داریم، هم‌فشار و سپس هم‌حجم.

ابتدا کار در فرایند هم‌فشار را حساب می‌کنیم:

$$\left.\begin{matrix} n = 0/5mol \\ \Delta T = 147 - 7 = 140K \end{matrix}\right\} \Rightarrow W_1 = -nR\Delta T$$

$$= -0/5 \times 8 \times 140 = -560J$$

در فرایند هم‌حجم هم که کار صفر است: $W_2 = 0$

چون گفته است که گاز در مجموع $770J$ گرما می‌گیرد: $Q = +770J$

در نهایت از قانون اول ترمودینامیک ΔU را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta U = Q + W = +770 - 560 = 210J$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

۶۹- گزینهٔ «۱» «مهدی زمان‌زاده»

ابتدا علامت ΔU_{ac} را تعیین می‌کنیم:

$$a: \begin{cases} P = 5 \\ V = 15 \end{cases} \Rightarrow P \times V = 75$$
$$c: \begin{cases} P = 3 \\ V = 25 \end{cases} \Rightarrow P \times V = 75$$
$$\Rightarrow T_a = T_c \Rightarrow \Delta U_{abc} = 0$$

سپس به محاسبهٔ W_{ac} می‌پردازیم:

$$W_{abc} = +S_{ab\,\text{تراکم}} - S_{bc\,\text{انبساط}}$$

$$W_{abc} = +\left(\frac{5+3}{2} \times 5 \times 100\right) - (3 \times 15 \times 100)$$

$$= +2000 - 4500 = -2500J$$

در نهایت قانون اول ترمودینامیک را می‌نویسیم:

$$\Delta U_{abc} = Q_{abc} + W_{abc} \Rightarrow 0 = Q_{abc} - 2500$$

$$\Rightarrow Q_{abc} = +2500J$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

۷۰- گزینهٔ «۳» «حمید زرین‌کفش»

انرژی درونی تابع دمای مطلق گاز است و از طرفی طبق معادلهٔ حالت، دمای مطلق متناسب با حاصل ضرب PV است، پس برای یافتن انرژی درونی در نقطهٔ (۲) داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{T \alpha PV} \frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow[V_2=3L, V_1=1L]{P_2=2atm, P_1=4atm}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{2}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2} \xrightarrow{U_1=720J} U_2 = \frac{3}{2} \times 720 = 1080J$$

حال با توجه به رابطهٔ قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow U_2 - U_1 = W + Q$$

$$\Rightarrow W + Q = 1080 - 720 = 360J \qquad (1)$$

از طرفی کار انجام شده در فرایند از مساحت زیر نمودار $P-V$ به‌دست می‌آید:

$$W = -S = -\frac{(4+2) \times 10^5}{2} \times (3-1) \times 10^{-3} = -600J$$

$$-600 + Q = 360 \Rightarrow Q = 960J$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

شیمی (۱) – عادی

۷۱- گزینهٔ «۱» «میلاد عزیزی»

فقط عبارت (پ) درست است.

بررسی موارد نادرست:

آ) مولکول‌های آب از سمت اتم‌های هیدروژن خود با یون‌های کلرید جاذبه برقرار می‌کنند.

ب) نحوه جهت‌گیری مولکول‌های آب در اطراف یون‌های Na^+ و Cl^- متفاوت است.

ت) نیروی جاذبه یون- دو قطبی سبب آبپوشیده شدن یون‌های Na^+ و Cl^- می‌شود (نه اینکه نیرویی به آن غلبه کند.)

(آب، آهنگ زندگی، صفحهٔ ۱۱۲ کتاب درسی)

۷۲- گزینهٔ «۱» «میرحسن حسینی»

تمامی موارد داده شده، نادرست هستند.

مورد اول: غلظت بسیاری از محلول‌ها در صنعت، پزشکی، داروسازی، کشاورزی و زندگی روزانه با درصد جرمی بیان می‌شود.

مورد دوم: اندازه‌گیری حجم یک مایع به ویژه در آزمایشگاه، آسان‌تر از جرم آن است.

مورد سوم: محلول غلیظ اسید نیتریک در صنعت با غلظت ۷۰ درصد جرمی تولید و بسته به کاربرد آن، به محلول‌های رقیق‌تر تبدیل می‌شود.

مورد چهارم: مبنای محاسبه‌های کمّی در شیمی مول است. پس بیان غلظتی از محلول پرکاربردتر خواهد بود که با مول‌های مادهٔ حل شونده و حجم محلول ارتباط داشته باشد. پس غلظت مولی (مولار) مناسب خواهد بود.

مورد پنجم: سرکه خوراکی با خاصیت اسیدی ملایم، محلول ۵ درصد جرمی استیک اسید در آب است.

(آب، آهنگ زندگی، صفحهٔ ۹۸ کتاب درسی)

۷۳- گزینهٔ «۱» «محمد حمیری»

دو ترکیب نقره کلرید و باریم سولفات در دمای $25^\circ C$ انحلال‌پذیری کمتر از ۰/۰۱ گرم دارند و نامحلول به‌شمار می‌آیند.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱ کتاب درسی)

۷۴- گزینهٔ «۲» «پویا رستگاری»

در قدم اول درصد جرمی سدیم نیترات را در محلول سیرشده‌ای از آن، طبق رابطهٔ زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{انحلال‌پذیری}}{\text{۱۰۰+انحلال‌پذیری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۸۵}{۸۵+۱۰۰} \times ۱۰۰$$

$$\text{درصد} = \frac{۱۷۰۰}{۳۷}$$

در قدم بعد درصد جرمی این محلول را به غلظت مولی آن تبدیل کرده و به همین طریق چگالی محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times ۱۰}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow ۶ = \frac{\text{چگالی} \times \frac{۱۷۰۰}{۳۷} \times ۱۰}{۸۵}$$

$$\Rightarrow \text{چگالی} = ۱/۱۱ g.mL^{-1}$$

برای حل قسمت دوم سؤال، ابتدا باید جرم سدیم نیترات موجود در هر لیتر از محلول سیرشده را محاسبه کنیم:

$$?g\,NaNO_۳ = ۱L\,\text{محلول} \times \frac{۶mol\,NaNO_۳}{۱L\,\text{محلول}} \times \frac{۸۵g\,NaNO_۳}{۱mol\,NaNO_۳}$$

$$= ۵۱۰g\,NaNO_۳$$

جرمی از محلول ۱/۷ درصد جرمی سدیم نیترات که با استفاده از ۵۱۰ گرم سدیم نیترات می‌توان تهیه کرد را برحسب کیلوگرم محاسبه می‌کنیم.

$$?kg\,\text{محلول} = ۵۱۰g\,NaNO_۳ \times \frac{۱۰۰g\,\text{محلول}}{۱/۷g\,NaNO_۳} \times \frac{۱kg\,\text{محلول}}{۱۰۰۰g\,\text{محلول}}$$

$$\text{محلول} = ۳۰kg$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳ کتاب درسی)

۷۵- گزینهٔ «۳» «سابر شیری‌طرزم»

مقایسهٔ نقطهٔ جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عنصر ابتدایی گروه ۱۵ و ۱۷ جدول دوره‌ای به صورت زیر است:

$$\text{نقطهٔ جوش}: HF > NH_۳ > AsH_۳ > HBr > HCl > PH_۳$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحهٔ ۱۰۷ کتاب درسی)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۷۶- گزینهٔ «۴» «میلاد عزیزی»

در دمای ثابت، اگر فشار گاز n برابر شود، انحلال‌پذیری آن در آب نیز n برابر می‌شود.

$$\text{انحلال‌پذیری گاز } N_2 \text{ در فشار } 9atm = \frac{9}{4/5}\times 10 = 20\frac{mg}{100g\,H_2O}$$

جرم محلول را به تقریب برابر جرم آب در نظر گرفته و از جرم حل شونده به دلیل انحلال‌پذیری ناچیز در آب چشم‌پوشی می‌کنیم.

$$ppm = \frac{20\times 10^{-3}g}{100g}\times 10^6 = 200$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴، ۹۵، ۱۱۴ و ۱۱۵ کتاب درسی)

۷۷- گزینهٔ «۴» «میرحسن حسینی»

همهٔ موارد داده شده درست هستند.

مواد A_2 و B_2 و AB به صورت گاز هستند و نمودار به انحلال‌پذیری این گازها در دما و فشار معین اشاره دارد.

A_2 و B_2 به‌ترتیب گازهای N_2 و O_2 و AB گاز NO است.

همچنین A_2 و B_2 دارای مولکول‌های ناقطبی بوده و جرم مولی A_2 کمتر از B_2 است و ترتیب انحلال‌پذیری آن‌ها در دما و فشار معین به صورت $AB > B_2 > A_2$ است.

مورد اول: CB_2 را می‌توان CO_2 در نظر گرفت ($O=C=O$ با گشتاور دو قطبی صفر) با اینکه طبق پیش‌بینی، باید انحلال‌پذیری NO بیشتر از CO_2 باشد اما به دلیل بیشتر بودن جرم مولکولی CO_2 نسبت به جرم مولکولی NO، همچنین به دلیل واکنش شیمیایی CO_2 با آب، با وجود قطبی بودن مولکول NO، انحلال‌پذیری CO_2 در آب بیشتر است.

مورد دوم: انحلال نمک بر انحلال گاز AB در آب (و البته تمامی گازها) تأثیر دارد. افزودن محلول $NaCl$، نمک جایگزین اکسیژن حل شده می‌گردد و در نتیجه مقداری از O_2 خارج می‌گردد.

مورد سوم: شیب نمودار انحلال‌پذیری گاز AB بیشتر از B_2 و B_2 هم بیشتر از A_2 است؛ پس گاز AB کاهش میزان انحلال‌پذیری بیشتری نسبت به گازهای B_2 و A_2 خواهد داشت.

مورد چهارم:

$$ppm = \frac{\text{جرم } AB}{\text{جرم آب} + \text{جرم } AB}\times 10^6 = \frac{0/04}{0/04+100}\times 10^6$$

$$\simeq 400ppm$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴، ۹۵ و ۱۱۵ کتاب درسی)

۷۸- گزینهٔ «۴» «منصور سلیمانی ملکان»

هرگاه در یک مخلوط، کلیه خواص در سرتاسر آن یکسان باشد، یعنی مخلوط همگن (محلول) است. از میان مخلوط‌های داده شده فقط آب و هگزان یک مخلوط ناهمگن است و سایر مخلوط‌ها محلول هستند.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۲، ۱۰۹ و ۱۱۱ کتاب درسی)

۷۹- گزینهٔ «۱» «هادی عبادی»

موارد اول و دوم درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد سوم: هم اتانول و هم استون به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

مورد چهارم: اختلاف جرم مولی دو ترکیب معادل جرم مولی یک اتم کربن است.

مورد پنجم: نیروهای بین مولکولی استون از نوع واندوالسی است، نه هیدروژنی!

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۹ کتاب درسی)

۸۰- گزینهٔ «۲» «کامران جعفری»

مولکول‌های H_2O در حالت بخار جدا از هم هستند و آزادانه و نامنظم از جایی به جای دیگر انتقال می‌یابند.

در حالت مایع مولکول‌ها با هم پیوند هیدروژنی قوی دارند و می‌توانند روی هم بلغزند. در حالت مایع مولکول‌ها در جاهای ثابتی قرار ندارند.

(آب، آهنگ زندگی، صفحهٔ ۱۰۸ کتاب درسی)

۸۱- گزینهٔ «۴» «کتاب آبی»

برای یون پتاسیم (K^+) داریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{380\times 10^{-3}g\,K^+}{\text{محلول } 1000g}\times 100 = 3/8\times 10^{-2}\%$$

برای یون کلسیم (Ca^{2+}) داریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم یون } Ca^{2+}}{\text{جرم محلول}}\times 100 \Rightarrow 0/04 = \frac{x}{1000}\times 100$$

$$\Rightarrow x = 0/4g\,Ca^{2+} = 400mg\,Ca^{2+}$$

$$\text{درصد جرمی} \times 10^4 = 0/04\times 10^4 = 400 = ppm$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶ کتاب درسی)

۸۲- گزینهٔ «۱» «کتاب آبی»

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$$?gNaOH = ۱۰۰mL\,\text{محلول} \times \frac{۱L\,\text{محلول}}{۱۰۰۰mL\,\text{محلول}}$$

$$\frac{۰/۰۱mol\,NaOH}{۱L\,\text{محلول}} \times \frac{۴۰g\,NaOH}{۱mol\,NaOH} = ۰/۰۴g\,NaOH$$

گزینهٔ «۲»:

$$?gNaOH = ۱۰۰g\,\text{محلول} \times \frac{۱mL\,\text{محلول}}{۲/۱۳g\,\text{محلول}} \times \frac{۱L\,\text{محلول}}{۱۰۰۰mL\,\text{محلول}}$$

$$\times \frac{۰/۱mol\,NaOH}{۱L\,\text{محلول}} \times \frac{۴۰g\,NaOH}{۱mol\,NaOH} \approx ۰/۱۸۸g\,NaOH$$

گزینهٔ «۳»:

$$?gNaCl = ۵mL\,\text{محلول} \times \frac{۱/۲g\,\text{محلول}}{۱mL\,\text{محلول}} \times \frac{۲۰g\,NaCl}{۱۰۰g\,\text{محلول}}$$

$$= ۱/۲g\,NaCl$$

گزینهٔ «۴»:

$$?gNa_۲SO_۴ = ۰/۴mol\,Na_۲SO_۴ \times \frac{۱۴۲g\,Na_۲SO_۴}{۱mol\,Na_۲SO_۴} = ۵۶/۸gNa_۲SO_۴$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶، ۹۸ و ۹۹ کتاب درسی)

۸۳- گزینهٔ «۲» «کتاب آبی»

$$\text{جرم متانول در محلول اول} \Rightarrow ۴۰ = \frac{x}{۲۰۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow x = ۸۰g$$

$$\text{جرم متانول در محلول دوم} \Rightarrow ۷۰ = \frac{y}{۳۰۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow y = ۲۱۰g$$

$$\text{درصد جرمی متانول در محلول نهایی} = \frac{۸۰+۲۱۰}{۳۰۰+۲۰۰} \times ۱۰۰ = ۵۸٪$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحهٔ ۹۶ کتاب درسی)

۸۴- گزینهٔ «۲» «کتاب آبی»

ابتدا جرم یون کلرید موجود در $۵۰mL$ از محلول را محاسبه می‌کنیم، سپس غلظت آن‌را به‌دست می‌آوریم:

$$?gCl^- = ۴\times۱۰^{-۳}gCa^{۲+} \times \frac{۱molCa^{۲+}}{۴۰gCa^{۲+}} \times \frac{۲molCl^-}{۱molCa^{۲+}}$$

$$\times \frac{۳۵/۵gCl^-}{۱molCl^-} = ۷۱\times۱۰^{-۴}gCl^-$$

$$ppm = \frac{۷۱\times۱۰^{-۴}g}{۵۰g} \times ۱۰^۶ = ۱۴۲ppm$$

غلظت یون کلرید در $۵۰mL$ محلول با غلظت این یون در کل محلول برابر است. حال جرم $CaCl_۲$ در محلول اولیه را به‌دست می‌آوریم:

جرم $Ca^{۲+}$ در $۲۰۰mL$ محلول

$$= ۴\times۱۰^{-۳}\times۴ = ۱۶\times۱۰^{-۳}gCa^{۲+}$$

$$?gCaCl_۲ = ۱۶\times۱۰^{-۳}gCa^{۲+} \times \frac{۱molCa^{۲+}}{۴۰gCa^{۲+}}$$

$$\times \frac{۱molCaCl_۲}{۱molCa^{۲+}} \times \frac{۱۱۱gCaCl_۲}{۱molCaCl_۲} = ۴/۴۴\times۱۰^{-۲}gCaCl_۲$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴ و ۹۵ کتاب درسی)

۸۵- گزینهٔ «۲» «کتاب آبی»

موارد آ و پ درست هستند.

غلظت محلول (۱):
$$\frac{۰/۱۲mol}{۰/۰۵L} = ۲/۴mol.L^{-۱}$$

غلظت محلول (۲):
$$\frac{۰/۰۶mol}{۰/۰۵L} = ۱/۲mol.L^{-۱}$$

بررسی موارد نادرست:

ب) غلظت محلول حاصل از مخلوط کردن دو ظرف

$$\frac{\text{مجموع مول‌ها}}{\text{حجم نهایی}} = \frac{۰/۰۶+۰/۱۲}{۰/۰۵+۰/۰۵} = \frac{۰/۱۸}{۰/۱} = ۱/۸mol.L^{-۱}$$

ت)

$$۲dL = ۲۰۰mL = ۰/۲L$$

حل‌شونده محلول (۲) $\Rightarrow ?mol = ۰/۲L \times \frac{۱/۲mol}{۱L} = ۰/۲۴mol$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۸ و ۹۹ کتاب درسی)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۸۶- گزینهٔ «۲» «کتاب آبی»

جرم مولی گلوکز با فرمول $C_6H_{12}O_6$ برابر با $180g.mol^{-1}$ می‌باشد. عدد ۱۸۰ که دستگاه گلوکومتر نشان می‌دهد؛ یعنی ۱۸۰ میلی‌گرم گلوکز در $100mL$ $(1dL=100mL)$ خون وجود دارد، بنابراین داریم:

$$?molC_6H_{12}O_6=180\times10^{-3}gC_6H_{12}O_6$$
$$\times\frac{1molC_6H_{12}O_6}{180gC_6H_{12}O_6}=10^{-3}molC_6H_{12}O_6$$

$$\text{غلظت مولی (مولار)}=\frac{\text{مقدار حل‌شونده برحسب مول}}{\text{حجم محلول برحسب لیتر}}=\frac{10^{-3}mol}{10^{-1}L}$$
$$=10^{-2}mol.L^{-1}$$

$$\text{جرم محلول}=100mL\times\frac{1/1g}{1mL}=110g$$

$$\text{درصد جرمی}=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times100=\frac{0/18}{110}\times100\simeq0/16\%$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶ و ۹۹ کتاب درسی)

۸۷- گزینهٔ «۱» «کتاب آبی»

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$Al_2(SO_4)_{3(aq)}+3BaCl_{2(aq)}\rightarrow2AlCl_3(aq)+3BaSO_4(s)$$

غلظت مولار محلول رقیق شده آلومینیم سولفات برابر است با:

$$1/2mmolBaSO_4\times\frac{1molBaSO_4}{10^3mmolBaSO_4}\times\frac{1molAl_2(SO_4)_3}{3molBaSO_4}$$
$$=4\times10^{-4}molAl_2(SO_4)_3$$

$$\text{غلظت مولی}=\frac{n}{v}=\frac{4\times10^{-4}mol}{20\times10^{-3}L}=2\times10^{-2}mol.L^{-1}$$

غلظت محلول اولیه آلومینیم سولفات برابر است با:

$$M_1V_1=M_2V_2$$
$$\Rightarrow\text{غلظت مولی محلول غلیظ}\times5=2\times10^{-2}\times200$$
$$\Rightarrow\text{غلظت مولی محلول غلیظ}=0/8mol.L^{-1}$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحهٔ ۹۸ کتاب درسی)

۸۸- گزینهٔ «۲» «کتاب آبی»

عبارت‌های «ب» و «ت» نادرست هستند:

ب)

$$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times10^6\Rightarrow0/25=\frac{x}{1000}\times10^{-3}\times10^6$$
$$\Rightarrow x=0/25mg$$

ت) جرم مولی CO برابر با 28 گرم بر مول می‌باشد.

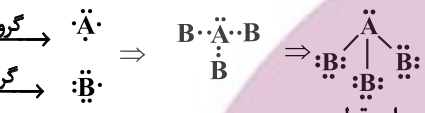
$$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times10^6\Rightarrow280=\frac{x}{1000}\times10^6\Rightarrow x=0/28g$$

$$0/28gCO\times\frac{1molCO}{28gCO}=0/01molCO$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴ و ۹۵ کتاب درسی)

۸۹- گزینهٔ «۴» «کتاب آبی»

$$_{15}A\xrightarrow{\text{گروه ۱۵}}\cdot\ddot{A}\cdot \qquad _5B\xrightarrow{\text{گروه ۱۳}}:\ddot{B}\cdot$$
$$\Rightarrow B\cdot\cdot\ddot{A}\cdot\cdot B \quad (\text{B زیر A}) \Rightarrow$$



ماده قطبی

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵ کتاب درسی)

۹۰- گزینهٔ «۲» «کتاب آبی»

موارد «الف»، «ب» و «پ» درست هستند.

دلیل نادرستی مورد «ت»: در میان ترکیب‌های ناقطبی هر چه جرم مولی ترکیبی بیش‌تر باشد، نقطهٔ جوش آن نیز بیش‌تر است.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵ کتاب درسی)

شیمی (۱) - موازی

۹۱- گزینهٔ «۲» «سیدسهاب اعرابی»

جرم کل آب‌های روی کرهٔ زمین در حدود $1/5\times10^{18}$ تن برآورد می‌شود؛ نه کیلوگرم!

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ کتاب درسی)

۹۲- گزینهٔ «۱» «منصور سلیمانی ملکان»

فقط مورد چهارم درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: در سرتاسر یک محلول، حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی آن یکسان است.

مورد دوم: گلاب، محلول آبی چندین ماده آلی در آب است.

مورد سوم: خواص یک محلول به نوع حلال و حل شونده و مقدار آن‌ها بستگی دارد.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۳ و ۹۴ کتاب درسی)

۹۳- گزینهٔ «۴» «حامد پویان‌نظر»

ترکیب (الف): $AlPO_4 \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = ۱$

ترکیب (ب): آهن (II) نیترید: $Fe_۳N_۲$

فرمول شیمیایی ترکیب (ج): $(NH_۴)_۳PO_۴$

تعداد اتم‌های ترکیب (د): $BaSO_۴ \Rightarrow$ ۶ اتم

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲ کتاب درسی)

۹۴- گزینهٔ «۱» «محمد سقاوسگری»

گزینهٔ «۱»: کروم (III) سولفات $\Leftarrow Cr_۲(SO_۴)_۳$ ۱۷ اتم

گزینهٔ «۲»: منیزیم فسفات $\Leftarrow Mg_۳(PO_۴)_۲$ ۱۳ اتم

گزینهٔ «۳»: آمونیوم کربنات $\Leftarrow (NH_۴)_۲CO_۳$ ۱۴ اتم

گزینهٔ «۴»: آلومینیم نیترات $\Leftarrow Al(NO_۳)_۳$ ۱۳ اتم

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲ کتاب درسی)

۹۵- گزینهٔ «۳» «محمد فلاح‌نژاد»

بررسی موارد نادرست جدول داده شده:

حالت فیزیکی نقره کلرید در واکنش (۱)، جامد (s) است.

واکنش (۲) برای شناسایی یون $Ca^{۲+}$ به‌کار می‌رود.

چون می‌بایست معادله موازنه شده واکنش نوشته شود، ضریب $NaCl$ برابر ۲ است.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۸۹ و ۹۰ کتاب درسی)

۹۶- گزینهٔ «۱» «میرحسن حسینی»

تمامی موارد داده شده، نادرست هستند.

مورد اول: غلظت بسیاری از محلول‌ها در صنعت، پزشکی و داروسازی، کشاورزی و زندگی روزانه با درصد جرمی بیان می‌شود.

مورد دوم: اندازه‌گیری حجم یک مایع به ویژه در آزمایشگاه، آسان‌تر از جرم آن است.

مورد سوم: محلول غلیظ اسید نیتریک در صنعت با غلظت ۷۰ درصد جرمی تولید و بسته به کاربرد آن، به محلول‌های رقیق‌تر تبدیل می‌شود.

مورد چهارم: مبنای محاسبه‌های کمی در شیمی مول است. پس بیان غلظتی از محلول پرکاربردتر خواهد بود که با مول‌های مادهٔ حل شونده و حجم محلول ارتباط داشته باشد. پس غلظت مولی (مولار) مناسب خواهد بود.

مورد پنجم: سرکه خوراکی با خاصیت اسیدی ملایم، محلول ۵ درصد جرمی استیک اسید در آب است.

(آب، آهنگ زندگی، صفحهٔ ۹۸ کتاب درسی)

۹۷- گزینهٔ «۱» «آرمین عظیمی»

مقدار یون سدیم در ۲ لیتر محلول $NaNO_۳$ برابر ۰/۰۴ مول و در هر لیتر از محلول $Na_۲SO_۴$ برابر ۰/۰۸ مول است، از این رو داریم:

$$ppm = \frac{(۰/۰۴+۰/۰۸V)\times ۲۳}{(۲۰۰۰\times ۱/۰۶)+(۱۰۰۰V\times ۱/۲۱)}\times ۱۰^۶ = ۱۱۲۰$$

$$\Rightarrow V = ۳L$$

بنابراین میزان یون نیترات در محلول $NaNO_۳$ برابر ۰/۰۴ مول و میزان یون سولفات در محلول $Na_۲SO_۴$ برابر ۰/۱۲ مول است.

مولاریته آنیون‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\text{مولاریته} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{۰/۰۴+۰/۱۲}{۲+۳} = ۰/۰۳۲\,mol.L^{-۱}$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحهٔ ۹۸ کتاب درسی)

۹۸- گزینهٔ «۱» «محمد حمیری»

دو ترکیب نقره کلرید و باریم سولفات در دمای $۲۵^\circ C$ انحلال‌پذیری کمتر از ۰/۰۱ گرم در آب دارند و نامحلول به‌شمار می‌آیند.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱ کتاب درسی)

۹۹- گزینهٔ «۲» «پویا رستگاری»

در قدم اول درصد جرمی سدیم نیترات را در محلول سیرشده‌ای از آن، طبق رابطهٔ زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{انحلال‌پذیری}}{\text{۱۰۰+انحلال‌پذیری}}\times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۸۵}{۸۵+۱۰۰}\times ۱۰۰$$

$$\text{درصد} = \frac{۱۷۰۰}{۳۷}$$

در قدم بعد درصد جرمی این محلول را به غلظت مولی آن تبدیل کرده و به همین طریق چگالی محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{چگالی}\times\text{درصدجرمی}\times ۱۰}{\text{جرم‌مولی}} \Rightarrow ۶ = \frac{۱۰\times\frac{۱۷۰۰}{۳۷}\times\text{چگالی}}{۸۵}$$

$$\Rightarrow \text{چگالی} = ۱/۱۱\,g.mL^{-۱}$$

برای حل قسمت دوم سؤال، ابتدا باید جرم سدیم نیترات موجود در هر لیتر از محلول سیرشده را محاسبه کنیم:

$$?\,g\,NaNO_۳ = ۱L\,\text{محلول}\times\frac{۶mol\,NaNO_۳}{۱L\,\text{محلول}}\times\frac{۸۵g\,NaNO_۳}{۱mol\,NaNO_۳}$$

$$= ۵۱۰g\,NaNO_۳$$

سپس جرمی از محلول ۱/۷ درصد جرمی سدیم نیترات که با استفاده از ۵۱۰ گرم سدیم نیترات می‌توان تهیه کرد را برحسب کیلوگرم محاسبه می‌کنیم.

$$?\,kg\,\text{محلول} = ۵۱۰g\,NaNO_۳\times\frac{۱۰۰g\,\text{محلول}}{۱/۷g\,NaNO_۳}\times\frac{۱kg\,\text{محلول}}{۱۰۰۰g\,\text{محلول}}$$

$$\text{محلول} = ۳۰kg$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳ کتاب درسی)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۱۰۰- گزینهٔ «۳» «هادی رحیمی کیاسری»

ماده	فرمول شیمیایی	مدل فضا پرکن	قطبیت مولکول	جرم مولی ($gmol^{-1}$)	حالت فیزیکی ($25^\circ C$)	نقطهٔ جوش ($^\circ C$)
آب	H_2O		قطبی	۱۸	مایع	۱۰۰
هیدروژن سولفید	H_2S		قطبی	۳۴	گاز	-۶۰

گشتاور دو قطبی - نیروی بین مولکولی - حالت فیزیکی متفاوت است.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۰۱- گزینهٔ «۴» «کتاب آبی»

برای یون پتاسیم (K^+) داریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{۳۸۰\times۱۰^{-۳}\,g\,K^+}{\text{محلول}\,۱۰۰۰g}\times۱۰۰ = ۳/۸\times۱۰^{-۲}\%$$

برای یون کلسیم (Ca^{2+}) داریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم یون}\,Ca^{2+}}{\text{جرم محلول}}\times۱۰۰ \Rightarrow ۰/۰۴ = \frac{x}{۱۰۰۰}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow x = ۰/۴g\,Ca^{2+} = ۴۰۰mg\,Ca^{2+}$$

$$ppm = \text{درصد جرمی}\times۱۰^۴ = ۰/۰۴\times۱۰^۴ = ۴۰۰$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶ کتاب درسی)

۱۰۲- گزینهٔ «۱» «کتاب آبی»

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$$?g\,NaOH = ۱۰۰mL\,\text{محلول}\times\frac{۱L\,\text{محلول}}{۱۰۰۰mL\,\text{محلول}}$$

$$\times\frac{۰/۱mol\,NaOH}{۱L\,\text{محلول}}\times\frac{۴۰g\,NaOH}{۱mol\,NaOH} = ۰/۴g\,NaOH$$

گزینهٔ «۲»:

$$?g\,NaOH = ۱۰۰g\,\text{محلول}\times\frac{۱mL\,\text{محلول}}{۲/۱۳g\,\text{محلول}}\times\frac{۱L\,\text{محلول}}{۱۰۰۰mL}$$

$$\times\frac{۰/۱mol\,NaOH}{۱L\,\text{محلول}}\times\frac{۴۰g\,NaOH}{۱mol\,NaOH}\approx ۰/۱۸۸g\,NaOH$$

گزینهٔ «۳»:

$$?g\,NaCl = ۵mL\,\text{محلول}\times\frac{۱/۲g\,\text{محلول}}{۱mL\,\text{محلول}}\times\frac{۲۰g\,NaCl}{۱۰۰g\,\text{محلول}}$$

$$= ۱/۲g\,NaCl$$

گزینهٔ «۴»:

$$?g\,Na_2SO_4 = ۰/۴mol\,Na_2SO_4\times\frac{۱۴۲g\,Na_2SO_4}{۱mol\,Na_2SO_4} = ۵۶/۸g\,Na_2SO_4$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶، ۹۸ و ۹۹ کتاب درسی)

۱۰۳- گزینهٔ «۲» «کتاب آبی»

$$\text{جرم متانول در محلول اول} \Rightarrow ۴۰ = \frac{x}{۲۰۰}\times۱۰۰ \Rightarrow x = ۸۰g$$

$$\text{جرم متانول در محلول دوم} \Rightarrow ۷۰ = \frac{y}{۳۰۰}\times۱۰۰ \Rightarrow y = ۲۱۰g$$

$$\text{درصد جرمی متانول در محلول نهایی} = \frac{۸۰+۲۱۰}{۳۰۰+۲۰۰}\times۱۰۰ = ۵۸\%$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحهٔ ۹۶ کتاب درسی)

۱۰۴- گزینهٔ «۲» «کتاب آبی»

ابتدا جرم یون کلرید موجود در $۵۰mL$ از محلول را محاسبه می‌کنیم، سپس غلظت آن‌را به‌دست می‌آوریم:

$$?g\,Cl^- = ۴\times۱۰^{-۳}g\,Ca^{2+}\times\frac{۱mol\,Ca^{2+}}{۴۰g\,Ca^{2+}}\times\frac{۲mol\,Cl^-}{۱mol\,Ca^{2+}}$$

$$\times\frac{۳۵/۵g\,Cl^-}{۱mol\,Cl^-} = ۷۱\times۱۰^{-۴}g\,Cl^-$$

$$ppm = \frac{۷۱\times۱۰^{-۴}g}{۵۰g}\times۱۰^۶ = ۱۴۲ppm$$

غلظت یون کلرید در $۵۰mL$ محلول با غلظت این یون در کل محلول برابر است. حال جرم $CaCl_2$ در محلول اولیه را به‌دست می‌آوریم:

جرم Ca^{2+} در $۲۰۰mL$ محلول

$$= ۴\times۱۰^{-۳}\times۴ = ۱۶\times۱۰^{-۳}g\,Ca^{2+}$$

$$?g\,CaCl_2 = ۱۶\times۱۰^{-۳}g\,Ca^{2+}\times\frac{۱mol\,Ca^{2+}}{۴۰g\,Ca^{2+}}$$

$$\times\frac{۱mol\,CaCl_2}{۱mol\,Ca^{2+}}\times\frac{۱۱۱g\,CaCl_2}{۱mol\,CaCl_2} = ۴/۴۴\times۱۰^{-۲}g\,CaCl_2$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴ و ۹۵ کتاب درسی)

۱۰۵- گزینهٔ «۲» «کتاب آبی»

موارد آ و پ درست هستند.

غلظت محلول (۱): $\frac{۰/۱۲\,mol}{۰/۰۵\,L}=۲/۴\,mol.L^{-۱}$

غلظت محلول (۲): $\frac{۰/۰۶\,mol}{۰/۰۵\,L}=۱/۲\,mol.L^{-۱}$

بررسی موارد نادرست:

ب) غلظت محلول حاصل از مخلوط کردن دو ظرف

$\frac{\text{مجموع مول‌ها}}{\text{حجم نهایی}}=\frac{۰/۰۶+۰/۱۲}{۰/۰۵+۰/۰۵}=\frac{۰/۱۸}{۰/۱}=۱/۸\,mol.L^{-۱}$

ت) $۲dL=۲۰۰mL=۰/۲L$

حل‌شونده $\Rightarrow ?\,mol=۰/۲L\times\frac{۱/۲\,mol}{۱L}=۰/۲۴\,mol$ محلول (۲)

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۸ و ۹۹ کتاب درسی)

۱۰۶- گزینهٔ «۲» «کتاب آبی»

جرم مولی گلوکز با فرمول $C_۶H_{۱۲}O_۶$ برابر با $۱۸۰g.mol^{-۱}$ می‌باشد. عدد ۱۸۰ که دستگاه گلوکومتر نشان می‌دهد؛ یعنی ۱۸۰ میلی‌گرم گلوکز در $۱۰۰mL$ $(۱dL=۱۰۰mL)$ خون وجود دارد، بنابراین داریم:

$?\,mol\,C_۶H_{۱۲}O_۶=۱۸۰\times۱۰^{-۳}g\,C_۶H_{۱۲}O_۶$

$\times\frac{۱mol\,C_۶H_{۱۲}O_۶}{۱۸۰g\,C_۶H_{۱۲}O_۶}=۱۰^{-۳}mol\,C_۶H_{۱۲}O_۶$

غلظت مولی (مولار) $=\frac{\text{مقدار حل‌شونده برحسب مول}}{\text{حجم محلول برحسب لیتر}}=\frac{۱۰^{-۳}mol}{۱۰^{-۱}L}$

$=۱۰^{-۲}mol.L^{-۱}$

جرم محلول $=۱۰۰mL\times\frac{۱/۱g}{۱mL}=۱۱۰g$

درصد جرمی $=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times۱۰۰=\frac{۰/۱۸}{۱۱۰}\times۱۰۰\simeq۰/۱۶\,\%$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶ و ۹۹ کتاب درسی)

۱۰۷- گزینهٔ «۱» «کتاب آبی»

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$Al_۲(SO_۴)_۳+۳BaCl_۲\rightarrow ۲AlCl_۳(aq)+۳BaSO_۴(s)$

غلظت مولار محلول رقیق شده آلومینیم سولفات برابر است با:

$۱/۲m\,mol\,BaSO_۴\times\frac{۱mol\,BaSO_۴}{۱۰^{۳}mmol\,BaSO_۴}\times\frac{۱mol\,Al_۲(SO_۴)_۳}{۳mol\,BaSO_۴}$

$=۴\times۱۰^{-۴}mol\,Al_۲(SO_۴)_۳$

غلظت مولی $=\frac{n}{v}=\frac{۴\times۱۰^{-۴}mol}{۲۰\times۱۰^{-۳}L}=۲\times۱۰^{-۲}mol.L^{-۱}$

غلظت محلول اولیه آلومینیم سولفات برابر است با:

$M_۱V_۱=M_۲V_۲$

$\Rightarrow ۲\times۱۰^{-۲}\times۲۰۰=$ غلظت مولی محلول غلیظ $\times۵$

$\Rightarrow$ غلظت مولی محلول غلیظ $=۰/۸mol.L^{-۱}$

(آب، آهنگ زندگی، صفحهٔ ۹۸ کتاب درسی)

۱۰۸- گزینهٔ «۲» «کتاب آبی»

عبارت‌های «ب» و «ت» نادرست هستند:

ب)

$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times۱۰^{۶}\Rightarrow۰/۲۵=\frac{x}{۱۰۰۰}\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{۶}$

$\Rightarrow x=۰/۲۵mg$

ت) جرم مولی CO برابر با ۲۸ گرم بر مول می‌باشد.

$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times۱۰^{۶}\Rightarrow۲۸۰=\frac{x}{۱۰۰۰}\times۱۰^{۶}\Rightarrow x=۰/۲۸g$

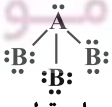
$۰/۲۸g\,CO\times\frac{۱mol\,CO}{۲۸g\,CO}=۰/۰۱mol\,CO$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴ و ۹۵ کتاب درسی)

۱۰۹- گزینهٔ «۴» «کتاب آبی»

$_{۱۵}A\xrightarrow{\text{گروه ۱۵}}\cdot\ddot{A}\cdot$

$_{۹}B\xrightarrow{\text{گروه ۱۷}}:\ddot{B}\cdot$

$\Rightarrow$ $B\cdot\cdot\underset{B}{\overset{B}{\ddot{A}}}\cdot\cdot B$ $\Rightarrow$ 

ماده قطبی

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵ کتاب درسی)

۱۱۰- گزینهٔ «۲» «کتاب آبی»

موارد «الف»، «ب» و «پ» درست هستند.

دلیل نادرستی مورد «ت»: در میان ترکیب‌های ناقطبی هر چه جرم مولی ترکیبی بیش‌تر باشد، نقطهٔ جوش آن نیز بیش‌تر است.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵ کتاب درسی)

ایران توشه - توشه‌ای برای موفقیت