

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-محسن بهرام پور-عادل حسینی-علی اکبر علیزاده	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-افشین خاصه خان-محمد خندان-سوگند روشنی-رضا عباسی اصل-نریمان فتح اللهی-احمدرضا فلاح مهرداد ملوندی	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-امیررضا امینی-محبوبه بهادری-محسن بهرام پور-سوگند روشنی-بینا سعیدی-محمد صحت کار رحمت عین علیان-احمدرضا فلاح-مجید نیکنام	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	
خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-مجتبی خلیل ارجمندی-معصومه شریعت ناصری-پوریا علاقه مند-مسعود قره خانی-مصطفی کیانی-غلامرضا مجبی-احسان محمدی-حسین مخدومی-امیراحمد میرسعید	فیزیک	
محمد رضا پور جاوید-احمدرضا جعفری نژاد-امیرحاتمیان-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبحی-روزبه رضوانی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدرضا اسلامی کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم محبوبه بیک محمدی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

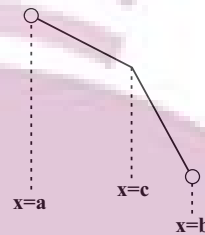
گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

حسابان ۲

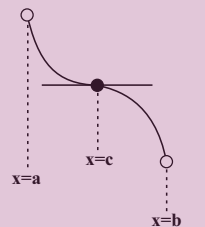
گزینه «۳» ۱-

(سیرضا اسلامی)

گزینه «۱» درست است. به عنوان مثال تابع زیر اکیداً نزولی است در صورتی که در $X = C$ مشتق ناپذیر است:



گزینه «۲» درست است، زیرا اگر در نقاطی مجزا مشتق صفر باشد و در بقیه نقاط مشتق، منفی باشد، مشکلی ایجاد نمی‌شود.



گزینه «۳» نادرست است. زیرا این عبارت در صورتی درست است که تابع مشتق پذیر باشد.

گزینه «۴» درست است. زیرا در صورتی که مشتق تغییر علامت دهد، تابع در بخشی نزولی خواهد بود.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

گزینه «۲» ۲-

(عارل مسینی)

تابع روی دامنه $D_f = [2, +\infty)$ تعریف شده است. مشتق تابع عبارت است از:

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x-2}} = \frac{\sqrt{x-2}-1}{\sqrt{x-2}}$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow \sqrt{x-2}-1=0 \Rightarrow x=3$$

ریشه مشتق و طول نقطه بحرانی برابر $X=3$ است. جدول تغییرات تابع به این صورت است:

x	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		↘	↗

تابع در بازه $(3, +\infty)$ صعودی است، پس کم‌ترین مقدار a برابر ۳ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۶)

گزینه «۱» ۳-

(کاظم ایلالی)

مشتق تابع f که روی \mathbb{R} تعریف شده است، به این صورت است:

$$f'(x) = 3 \frac{\cos x (\cos x + 2) + \sin^2 x}{(\cos x + 2)^2} = 3 \frac{1 + 2 \cos x}{(\cos x + 2)^2}$$

نقاط بحرانی تابع را به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=0 \Rightarrow 1 + 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{14\pi}{3}, \dots \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \dots \end{cases}$$

گزینه‌های «۱» و «۴» جزء نقاط بحرانی هستند و مینیمم نسبی از بین این دو گزینه

خواهد بود. با تعیین علامت مشتق در فاصله $(\pi, \frac{10\pi}{3})$ مشخص است که

$$X = \frac{4\pi}{3} \text{ طول مینیمم نسبی و } X = \frac{8\pi}{3} \text{ طول ماکزیمم نسبی است.}$$

x	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{8\pi}{3}$	$\frac{10\pi}{3}$
$f'(x)$	-	0	+	0
$f(x)$		↘	↗	↘

min نسبی max نسبی

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۶)

گزینه «۴» ۴-

(سیرضا اسلامی)

از آنجا که $X=3$ تنها نقطه بحرانی تابع است، باید مشتق تابع کسری

$$y = \frac{ax^r}{x-a} \text{ یعنی مشتق ضابطه نخست در این نقطه صفر باشد:}$$

$$y = \frac{ax^r}{x-a} \Rightarrow y' = a \frac{rx^{r-1}(x-a) - x^r}{(x-a)^2} = a \frac{x^{r-1}(2x-3a)}{(x-a)^2}$$

$$\frac{x=3}{y'=0} \Rightarrow 6-3a=0 \Rightarrow a=2$$

از طرفی باید تابع در $X=1$ هم مشتق مخالف صفر داشته باشد.

$$\begin{cases} \text{شرط پیوستگی: } \frac{a}{1-a} = b+c \Rightarrow b+c = -2 \Rightarrow c = 6 \\ f'_+(1) = f'_-(1) \Rightarrow -a = b \end{cases}$$

به ازای مقادیر به دست آمده، مشتق در $X=1$ برابر $-a$ است و این نقطه، بحرانی محسوب نمی‌شود. بنابراین:

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

گزینه «۳» ۵-

(کاظم ایلالی)

ابتدا نقاط بحرانی تابع در بازه $(1, 4)$ را مشخص می‌کنیم:

$$f(x) = x + ax^{-2} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{2a}{x^3} = \frac{x^3 - 2a}{x^3}$$

تنها نقطه بحرانی در این بازه، ریشه مشتق یعنی نقطه به طول $x = \sqrt[3]{2a}$

$$x = \sqrt[3]{2a} \Rightarrow y = \frac{2a+a}{\sqrt[3]{4a^2}} = \frac{3a}{\sqrt[3]{4a^2}} \text{ است. پس:}$$

عرض این نقطه، همان مقدار اکسترمم نسبی است. اینگونه مقدار a را به دست می‌آوریم:

$$S_{ABC} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۲۳ تا ۱۲۶)

(عادل مسینی)

۸- گزینه «۱»

معادله $(m^2 + 1)x^2 + (m - 1)x - 1 = 0$ دارای دو ریشه متمایز است، زیرا ضریب x^2 و عدد ثابت، نام‌علامت هستند و در نتیجه دلتای آن مثبت است. در این معادله مجموعه دو ریشه برابر است با:

$$S = \frac{1 - m}{m^2 + 1}; m \in \mathbb{R}$$

ریشه‌های مشتق را به دست می‌آوریم:

$$S'(m) = 0 \Rightarrow \frac{-(m^2 + 1) - 2m(1 - m)}{(m^2 + 1)^2} = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1 \pm \sqrt{2}$$

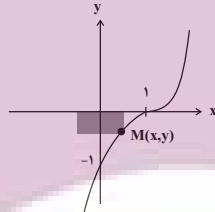
با توجه به جدول تغییرات زیر بیشترین مقدار S برابر $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ به دست می‌آید.

m	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$
S'(m)		+	-	+
S(m)	$\lim_{m \rightarrow -\infty} S(m) = 0$	$\nearrow \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$	$\searrow \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$	$\lim_{m \rightarrow +\infty} S(m) = 0$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

(ممنن بهرام‌پور)

۹- گزینه «۲»



با دوران مستطیل حول محور yها، استوانه‌ای با شعاع قاعده x و ارتفاع |y| حاصل می‌شود که حجم آن از این رابطه محاسبه می‌شود:

$$V = \pi x^2 |y| = -\pi x^2 y = -\pi x^2 (x - 1)^2; 0 \leq x \leq 1$$

طول نقطه بحرانی V را در بازه (0, 1) پیدا می‌کنیم:

$$V' = 0 \rightarrow 2x(x - 1)^2 + 3x^2(x - 1)^2 = 0$$

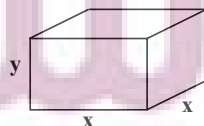
$$\Rightarrow x(x - 1)^2(2x - 2 + 3x) = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

پس بیش‌ترین مقدار حجم استوانه در $x = \frac{2}{5}$ رخ می‌دهد.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

(عادل مسینی)

۱۰- گزینه «۲»



مکعب مستطیل با قاعده $x \times x$ و ارتفاع y را در نظر می‌گیریم. حجم مکعب برابر مقدار ثابت k است و باید $x^2 + 3xy$ را کمینه کنیم:

$$\frac{3a}{\sqrt{fa^2}} = 3 \Rightarrow a = \sqrt{fa^2} \Rightarrow a^3 = 3fa^2 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 3 \end{cases}$$

دقت کنید که به ازای $a = 0$ ، تابع f به صورت $f(x) = x$ است که اکسترمم نسبی ندارد.

حالا با مقایسه مقادیر تابع در نقاط به طول $x = 1$ ، $x = 2$ و $x = 4$ ماکزیمم مطلق تابع را مشخص می‌کنیم:

$$f(1) = 5, f(2) = 3, f(4) = 4/25$$

ماکزیمم مطلق تابع برابر ۵ است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(سیدرضا اسلامی)

۶- گزینه «۴»

در $x = -1$ مقدار مشتق تابع برابر صفر است ولی در این نقطه مشتق، تغییر علامت نمی‌دهد. در نتیجه $x = -1$ ریشه مضاعف مشتق است. پس:

$$f'(x) = \lambda x^2 + 2ax + b = \lambda(x + 1)^2(x + c)$$

$$= \lambda(x^2 + 2x + 1)(x + c)$$

$$= \lambda(x^2 + (2 + c)x^2 + (1 + 2c)x + c)$$

ضریب x^2 در تابع مشتق برابر صفر است، بنابراین:

$$2 + c = 0 \Rightarrow c = -2$$

$$f'(x) = \lambda x^2 + 2ax + b = \lambda x^2 - 2cx - 16$$

$$\Rightarrow a = -12, b = -16$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^2 - 12x^2 - 16x + 10$$

$x = -c = 2$ طول نقطه اکسترمم نسبی است و عرض این نقطه برابر است با:

$$f(2) = -38$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

(کاظم ایلائی)

۷- گزینه «۱»

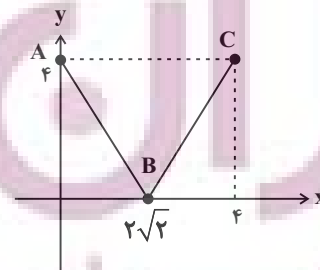
مشتق تابع f را محاسبه کرده و تعیین علامت می‌کنیم:

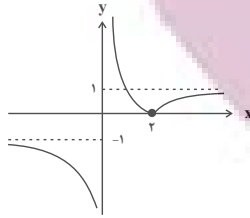
$$f(x) = (x^2 - 8)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{3}(2x)(x^2 - 8)^{-\frac{1}{3}} = \frac{4x}{3\sqrt[3]{x^2 - 8}}$$

x	-2	0	$2\sqrt{2}$	4
f'		+	-	+
f	$\sqrt[3]{16}$	$\nearrow 4$	$\searrow 0$	$\nearrow 4$

نقطه $A(0, 4)$ ماکزیمم نسبی و مطلق، نقطه $B(2\sqrt{2}, 0)$ مینیمم نسبی و

مطلق و نقطه $C(4, 4)$ ماکزیمم مطلق است. پس مساحت مثلث ABC برابر است با:





$$y = \frac{|x-2|}{x} = \begin{cases} \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x} & ; x \geq 2 \\ \frac{2-x}{x} = \frac{2}{x} - 1 & ; x < 2 \end{cases}$$

برای اینکه خط $y = k$ نمودار را در دو نقطه قطع کند، باید داشته باشیم:

$$0 < k < 1$$

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۱۵- گزینه «۴» (لظم اهلایی)

ابتدا $f\left(\frac{1}{2}\right)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1 + \log_{\frac{1}{2}} 2^{-1} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

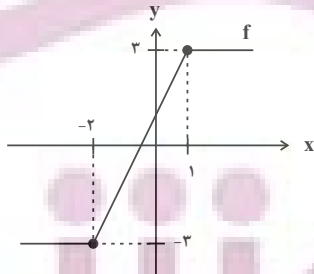
از $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ ، پس:

$$\frac{f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)}{f\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۱۶- گزینه «۳» (مسن بهرام‌پور)

برای به دست آوردن برد تابع $y = g(f(x))$ ، ابتدا برد تابع f را به دست می‌آوریم:



$$R_f = [-3, 3]$$

در گام بعدی برد تابع $y = g(x)$ را در فاصله $[-3, 3]$ محاسبه می‌کنیم:

$$y = g(x) = x|x-3|; -3 \leq x \leq 3$$

$$\Rightarrow y = -x(x-3) = x(3-x); -3 \leq x \leq 3$$

برای این کار، مجدداً از نمودار تابع کمک می‌گیریم:

$$\begin{cases} S = x^2 + 3xy \\ y = \frac{k}{x^2} \end{cases} \rightarrow S = x^2 + \frac{3k}{x}$$

ریشه مشتق را می‌یابیم:

$$S' = 2x - \frac{3k}{x^2} = 0 \Rightarrow 2x^3 = 3k \Rightarrow x^3 = \frac{3}{2}k$$

به ازای این مقدار x ، کمترین مقدار سطح به دست می‌آید. در این صورت

$$\frac{y}{x} = \frac{\frac{k}{x^2}}{x} = \frac{k}{x^3} = \frac{2}{3}$$

نسبت $\frac{y}{x}$ برابر است با:

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

ریاضی پایه

۱۱- گزینه «۱»

(لظم اهلایی)

با جای‌گذاری مقدار a در عبارت دوم، b را به دست می‌آوریم:

$$(2\sqrt{2}-1)b = 2\sqrt{2}+1 \Rightarrow 2b(\sqrt{2}-1) = 2\sqrt{2}+1$$

$$\Rightarrow b = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = (\sqrt{2}+1)^2 = 3+2\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۱۲- گزینه «۲»

(عارل مسینی)

دسته‌ها را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\{2\}, \{4, 6\}, \{8, 10, 12, 14\}, \{16, 18, \dots, 30\}, \dots$$

کوچک‌ترین عدد دسته‌ها، دنباله هندسی تشکیل می‌دهند:

$$t_1 = 2, t_2 = 4, t_3 = 8, t_4 = 16, \dots \Rightarrow t_n = 2^n$$

پس کوچک‌ترین عدد دسته سیزدهم برابر $2^{13} = 8192$ و در نتیجه

بزرگ‌ترین عدد دسته دوازدهم برابر ۸۱۹۰ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱۳- گزینه «۱»

(سیررضا اسلامی)

چهار جمله متوالی را به صورت $a-3d, a-d, a+d, a+3d$

نمایش می‌دهیم. با توجه به فرض داده شده داریم:

$$(a-3d)(a+3d) = 10(a-d)(a+d)$$

$$\Rightarrow a^2 - 9d^2 = 10a^2 - 10d^2 \Rightarrow 9a^2 = d^2 \Rightarrow d = \pm 3a$$

پس چهار جمله به صورت $-8a, -2a, 4a, 10a$ هستند و مجموع دو

جمله میانی را برابر ۳ قرار می‌دهیم:

$$(-2a) + (4a) = 3 \Rightarrow 2a = 3$$

پس جملات ۱۵، ۶، ۳ و ۱۲ هستند که مجموع ارقام جمله بزرگ‌تر شش است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۴- گزینه «۳»

(لظم اهلایی)

ابتدا نمودار تابع $y = \frac{|x-2|}{x}$ را رسم می‌کنیم:



$$a = \frac{2 + \log_2^2}{1 + 2 \log_2^2} \Rightarrow \log_2^2 = \frac{2-a}{2a-1}$$

پس جواب برابر است با:

$$\log_6^{0.125} = \frac{-3}{1 + \log_2^2} = \frac{-3}{1 + \frac{2-a}{2a-1}} = \frac{-3(2a-1)}{a+1} = \frac{3-6a}{a+1}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۱۹- گزینه «۲» (علی‌اکبر علیزاده)

ابتدا $t = 2^{-2a}$ را متغیر جدید فرض کرده t را به دست می‌آوریم:

$$t^2 + 3t - \frac{13}{16} = 0 \Rightarrow (4t)^2 + 12(4t) - 13 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{4} \\ 4t = -13 \Rightarrow t = -\frac{13}{4} \text{ غق} \end{cases}$$

$t = \frac{1}{4}$ قابل قبول است و a اینگونه محاسبه می‌شود:

$$2^{-2a} = \frac{1}{4} = 2^{-2} \Rightarrow -2a = -2 \Rightarrow a = 1$$

با به دست آمدن مقدار a ، معادله لگاریتمی را حل می‌کنیم:

$$\log_{-x}^{|x-1|} + \log_{-x}^2 = 2 \Rightarrow \log_{-x}^{|x-1|} = 2$$

با توجه شرط مربوط به مبنای لگاریتم، $-x$ مثبت و در نتیجه x منفی خواهد بود. با منفی شدن $x-1$ نیز، داریم: $|x-1| = 1-x$ و در نتیجه:

$$\log_{-x}^{2(1-x)} = 2 \Rightarrow x^2 = 2 - 2x \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3} \xrightarrow{x < 0} x = -1 - \sqrt{3}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۲۰- گزینه «۴» (ممنون بهرام‌پور)

بعد از هر ۴ روز، جرم ماده باقی می‌ماند. با گذشت t روز، به تعداد $\frac{24}{25}$

$$\frac{t}{4} \text{، جرم ماده در } \left(\frac{24}{25}\right)^{\frac{t}{4}} \text{ ضرب می‌شود، یعنی:}$$

$$6 = 162 \times \left(\frac{24}{25}\right)^{\frac{t}{4}} \Rightarrow 27 = \left(\frac{25}{24}\right)^{\frac{t}{4}}$$

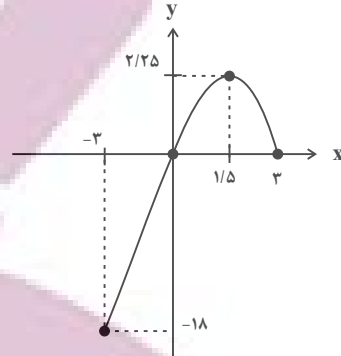
از طرفین تساوی، لگاریتم گرفته و t را به دست می‌آوریم:

$$\frac{t}{4} \log \frac{25}{24} = \log 27 \Rightarrow \frac{t}{4} (2 \log 5 - 3 \log 2 - \log 3) = 3 \log 3$$

$$\xrightarrow{\log 5 = 1 - \log 2 \approx 0.7} \frac{t}{4} (2 \times 0.7 - 3 \times 0.3 - 0.48) = 3 \times 0.48$$

$$\Rightarrow \frac{t}{4} \times 0.02 = 3 \times 0.48 \Rightarrow t = 288$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۹۰)



$$y_{\max} - y_{\min} = 2/25 + 18 = 20/25$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۱۷- گزینه «۴» (کاکم ابلالی)

ابتدا دامنه f و g را به دست آورده و اشتراک می‌گیریم:

$$\begin{cases} x+k \geq 0 \Rightarrow x \geq -k \\ k-x \geq 0 \Rightarrow x \leq k \end{cases} \Rightarrow -k \leq x \leq k$$

باید از این محدوده جواب بالا، ریشه‌های f را که حداکثر دوتا است، حذف کنیم:

$$\sqrt{x+k} = \frac{x}{2} \geq 0 \Rightarrow x+k = \frac{x^2}{4} \Rightarrow x^2 - 4x - 4k = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{4+4k} = 2 \pm 2\sqrt{1+k}$$

از آنجا که k عدد طبیعی است، ریشه $2 - 2\sqrt{1+k}$ منفی و در نتیجه

غیرقابل قبول است. پس f یک ریشه دارد و دامنه $\frac{g}{f}$ به این صورت است:

$$D_{\frac{g}{f}} = [-k, k] - \{2 + 2\sqrt{1+k}\}$$

به ازای $k=2$ ، دامنه $\frac{g}{f}$ دارای ۵ عدد صحیح، به ازای $k=3$ دارای ۷

عدد صحیح و به ازای $k=4$ هم دارای ۹ عدد صحیح است. به ازای

مقادیر طبیعی $k \geq 5$ نیز تعداد اعضای صحیح دامنه $\frac{g}{f}$ بیشتر خواهد بود.

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۸- گزینه «۳» (سیرضا اسلامی)

ابتدا عدد خواسته شده را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\log_6^{0.125} = \log_6^{\frac{1}{8}} = \log_{2 \times 3}^{2^{-3}} = -3 \log_{2 \times 3}^2$$

$$= \frac{-3}{\log_2^{2 \times 3}} = \frac{-3}{1 + \log_2^2}$$

از فرض داده شده، مقدار \log_2^2 را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\log^{12}}{\log^{18}} = \frac{2 \log^2 + \log^2}{\log^2 + 2 \log^2}$$

صورت و مخرج را بر \log^2 تقسیم می‌کنیم:

هندسه ۳

۲۱- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومیبوب)

فرض کنید $A = (x_0, y_0, z_0)$ باشد. در این صورت داریم:

$$|z_0| = 2 \Rightarrow z_0^2 = 4 \quad (1)$$

$$y_0^2 = 5 \xrightarrow{(1)} y_0^2 + z_0^2 = 9 \Rightarrow \sqrt{y_0^2 + z_0^2} = 3 = \text{فاصله از محور } X \text{ ها}$$

$$|y_0| = \sqrt{5} = \text{فاصله از صفحه } XZ$$

(هنرسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۲۲- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومیبوب)

معادله هر خط موازی محور Z ها در فضا به صورت $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ است. چون

خط مورد نظر از نقطه $A = (-2, 5, 1)$ عبور می‌کند، پس معادله آن به

صورت $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$ خواهد بود. دقت کنید که گزینه «۳» معادله یک

پاره‌خط موازی محور Z ها و گزینه «۴» معادله یک نیم‌خط موازی محور

Z ها است.

(هنرسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۲۳- گزینه «۴»

(مهرزاد ملونندی)

چون M نقطه‌ای روی صفحه XZ است، پس مختصات آن را به صورت

$(x, 0, z)$ در نظر می‌گیریم. در این صورت مختصات نقطه M' به

صورت $(-x, 0, -z)$ می‌شود. طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} M(x, 0, z), A(-2, 4, 1) \\ \Rightarrow AM = \sqrt{(x+2)^2 + (-4)^2 + (z-1)^2} \\ M'(-x, 0, -z), B(3, 5, -1) \\ \Rightarrow BM' = \sqrt{(-x-3)^2 + (-5)^2 + (-z+1)^2} \end{cases}$$

$$AM = BM' \xrightarrow{\text{به توان } 2} (x+2)^2 + (-4)^2 + (z-1)^2$$

$$\begin{aligned} &= (-x-3)^2 + (-5)^2 + (-z+1)^2 \\ &\Rightarrow x^2 + 4x + 4 + 16 = x^2 + 6x + 9 + 25 \\ &\Rightarrow 2x = -14 \Rightarrow x = -7 \end{aligned}$$

(هنرسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۲۴- گزینه «۳»

(مهمر شاران)

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = (|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b})$$

$$+ (|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}) = 2|\vec{a}|^2 + 2|\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow 4^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2 \times 2^2 + 2 \times 3^2$$

$$\Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 8 + 18 - 16 = 10 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{10}$$

(هنرسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۲۵- گزینه «۱»

(سولگر روشنی)

طبق فرض سؤال داریم:

$$\vec{a} \perp (3\vec{a} + \vec{b}) \Rightarrow \vec{a} \cdot (3\vec{a} + \vec{b}) = 0$$

$$\Rightarrow 3|\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow 3|\vec{a}|^2 + |\vec{a}||\vec{b}| \cos 150^\circ = 0$$

$$\Rightarrow 3|\vec{a}|^2 - \frac{\sqrt{3}}{2} |\vec{a}||\vec{b}| = 0 \Rightarrow 3|\vec{a}|^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} |\vec{a}||\vec{b}|$$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

(هنرسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۲۶- گزینه «۱»

(مهرزاد ملونندی)

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \\ \vec{c} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{c}) = 0 \Rightarrow (\vec{a} + \vec{c}) \perp \vec{b}$$



توجه: بردار $\vec{a} + \vec{c}$ غیرصفر است، زیرا در صورتی که $\vec{a} + \vec{c} = \vec{0}$ باشد، آنگاه $\vec{a} = -\vec{c}$ و در نتیجه $\vec{a} \parallel \vec{c}$ می‌شود که خلاف فرض است.

(هندسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

گزینه «۲» - ۲۷

(افشین فاصه‌فان)

می‌دانیم تصویر قائم بردار \vec{a} در امتداد بردار \vec{b} برابر است با:

$$a' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \cdot \vec{b}$$

بنابراین طبق فرض سؤال داریم:

$$\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{2m + m}{m^2 + m^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 6m^2 = 6m \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{b} = (1, -1, 0) \Rightarrow |\vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

(هندسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

گزینه «۴» - ۲۸

(افشین فاصه‌فان)

۱) چون \vec{a} و \vec{c} در خلاف جهت یکدیگرند پس \vec{a} مضرب منفی از \vec{c} است.

۲) $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$ برداری هم‌جهت با بردار \vec{c} است چون $\vec{a} \cdot \vec{b}$ عددی مثبت است.

۳) $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{c} \cdot \vec{d})$ یک عدد حقیقی منفی است و بردار نیست.

تذکر: هنگامی که یک بردار از انتهای یک بردار دیگر آغاز می‌شود، زاویه بین دو بردار، مکمل زاویه بین آن‌ها در شکل است، پس زاویه بین \vec{a} و \vec{b} حاده ($\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$) و زاویه بین \vec{c} و \vec{d} منفرجه ($\vec{c} \cdot \vec{d} < 0$) است.

(هندسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

گزینه «۳» - ۲۹

(امد رضا فلاح)

قطرهای متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی بردارهای \vec{a} و \vec{b} در واقع همان بردارهای مجموع و تفاضل \vec{a} و \vec{b} هستند. با توجه به این‌که $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ ، پس زاویه بین بردارهای \vec{a} و \vec{b} منفرجه بوده و اندازه بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بزرگ‌تر از بردار $\vec{a} + \vec{b}$ است، یعنی داریم:

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} - \vec{b} &= (7, 1, 10) \\ \vec{a} + \vec{b} &= (-1, 7, 0) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} 2\vec{a} = (6, 8, 10) \Rightarrow \vec{a} = (3, 4, 5)$$

اگر زاویه بین بردارهای \vec{a} و $\vec{a} + \vec{b}$ را با θ نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})}{|\vec{a}| |\vec{a} + \vec{b}|} = \frac{(3, 4, 5) \cdot (-1, 7, 0)}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} \times \sqrt{(-1)^2 + 7^2}} = \frac{-3 + 28 + 0}{\sqrt{50} \times \sqrt{50}} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

(هندسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

گزینه «۱» - ۳۰

(امد رضا فلاح)

زاویه بردار $\vec{a} = (x, y, z)$ با محور x همان زاویه بردار \vec{a} با بردار $\vec{i} = (1, 0, 0)$ است. اگر این زاویه را با α نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{i}}{|\vec{a}| |\vec{i}|} = \frac{x}{|\vec{a}|}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\vec{a} = (x, y, z) \Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{x}{|\vec{a}|} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 2$$

$$\vec{b} = (x', y', z') \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{x'}{|\vec{b}|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x'}{2\sqrt{2}} \Rightarrow x' = 2$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} &= (2, y, z) \\ \vec{b} &= (2, y', z') \end{aligned} \right\} \xrightarrow{-} \vec{a} - \vec{b} = (0, y - y', z - z')$$

بنابراین بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بر محور x عمود است.

(هندسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۳»

(سوگند روشنی)

از درایه سطر سوم و ستون اول شروع می‌کنیم. بنابراین خواهیم داشت.

۳	۲	۱	۴
۱	۴	۳	۲
۴	۱	۲	۱
۲	۱	۴	۱

حالت اول

۳	۲	۱	۴
۱	۴	۳	۲
۲	۱	۴	۱
۴	۱	۲	۱

حالت دوم

و در هر حالت برای پر کردن درایه‌های باقی‌مانده، ۲ حالت اتفاق می‌افتد و در نتیجه ۴ مربع لاتین با شرایط فوق وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۳۲- گزینه «۲»

(امیررضا امینی)

	۱		

۴ مربع لاتین به صورت وجود دارد:

۳		۱
	۱	
۱		۲

۲		۱
	۱	
۱		۳

۱		۳
	۱	
۲		۱

۱		۲
	۱	
۳		۱

		۱
	۱	
۱		

از طرفی دو مربع لاتین به صورت وجود دارد:

۳		۱
	۱	
۱		۲

۲		۱
	۱	
۱		۳

در نتیجه تعداد مربع‌های لاتین ۲ برابر است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۳۳- گزینه «۴»

(مهمر صدت‌گر)

فرض کنیم برنامه‌ریزی برای کت‌ها مطابق مربع لاتین زیر باشد:

	۳ فرد	۲ فرد	۱ فرد
روز ۱	A	B	C
روز ۲	C	A	B
روز ۳	B	C	A

آنگاه برای اینکه شرایط سؤال برقرار باشد، لازم است برنامه‌ریزی برای شلوارها به صورت یک مربع لاتین متعامد با مربع لاتین فوق صورت گیرد. به ازای هر مربع لاتین 3×3 ، ۶ مربع لاتین متعامد با آن وجود دارد، پس برنامه‌ریزی این کار به ۶ صورت امکان‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۳۴- گزینه «۲»

(ممنن بهرام‌پور)

چون در مربع لاتین B، در سطر سوم عدد ۴ و در ستون اول عدد ۲ وجود دارد پس $a \neq 2, 4$ ، زیرا در اینصورت در مربع لاتین متعامد برای درایه‌های سطر یک و ستون سه و نیز سطر سه و ستون یک، عدد ۱۱ خواهیم داشت.

پس $a = 3$ با توجه به متعامد بودن مربع‌های لاتین A و B، آن درایه‌هایی از مربع B که با درایه‌های شامل ۱ در مربع A متناظر هستند، باید اعداد متمایز اختیار کنند پس $b = 2$.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۳۵- گزینه «۳»

(بیبا سعیدی)

با توجه به اینکه B' حاصل جایگشت روی مربع لاتین B است. بنابراین:

$B =$

۱			
		۳	
			۲

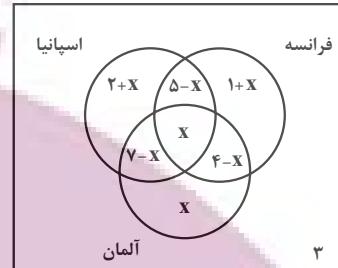
چون A و B متعامدند، پس اعداد دورقمی ۲۱ و ۲۳ و ۲۲ از ترکیب A و B به وجود آمده‌اند بنابراین درایه سطر سوم و ستون دوم B باید ۴ باشد تا ۲۴ ساخته شود و با توجه به جایگشت داده شده $(4 \rightarrow 1)$ ، a برابر ۱ است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۳۶- گزینه «۱»

(ممد صحت‌کار)

اگر تعداد افرادی که به هر سه کشور اسپانیا، فرانسه و آلمان سفر کرده‌اند را X بگیریم، آنگاه با توجه به فرض، نمودار ون زیر را خواهیم داشت:



تعداد کل افراد ۲۵ نفر است:

$$\begin{aligned} (2+X) + (5-X) + X + (7-X) \\ + (1+X) + (4-X) + X + 3 = 25 \\ \Rightarrow 22 + X = 25 \Rightarrow X = 3 \end{aligned}$$

تعداد افرادی که فقط اسپانیا یا فقط به فرانسه مسافرت کرده‌اند برابر است با:

$$(2+X) + (1+X) = 3 + 2X = 3 + 6 = 9$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۳۷- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

مجموع مرجع را اعداد دورقمی بخش‌پذیر بر ۳ در نظر می‌گیریم و خواهیم داشت:

$$n(S) = \left[\frac{99}{3} \right] - \left[\frac{9}{3} \right] = 30$$

$$A: \text{بخش‌پذیری بر } 3, 2 : n(A) = \left[\frac{99}{6} \right] - \left[\frac{9}{6} \right] = 16 - 1 = 15$$

$$B: \text{بخش‌پذیری بر } 3, 7 : n(B) = \left[\frac{99}{21} \right] - \left[\frac{9}{21} \right] = 4 - 0 = 4$$

$$A \cap B: \text{بخش‌پذیری بر } 3, 2, 7 : n(A \cap B) = \left[\frac{99}{42} \right] - \left[\frac{9}{42} \right] = 2 - 0 = 2$$

چون عامل‌های عدد ۲۸ دو عدد ۲ و ۷ هستند. عددی نسبت به آن اول است، که این دو عامل را نداشته باشد.

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)'$$

$$\begin{aligned} &= n(S) - n(A \cup B) \\ &= n(S) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) \\ &= 30 - (15 + 4 - 2) = 13 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۳۸- گزینه «۳»

(امیررضا امینی)

کافی است به صورت زیر عمل کنیم:

(فاقد ۷ \cup فاقد ۳) - کل اعداد سه رقمی

$$9 \times 10 \times 10 - (8 \times 9 \times 9 + 8 \times 9 \times 9 - 7 \times 8 \times 8) = 52$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۳۹- گزینه «۳»

(مید نیکلام)

۲ مداد متمایز و ۳ خودکار متمایز روی هم ۵ شیء متمایز را تشکیل می‌دهند که می‌خواهیم بین سه نفر تقسیم کنیم. شرط آنکه هر نفر حداقل یک مداد یا یک خودکار گرفته باشد، به معنی آن است که به هر نفر، حداقل یکی از این ۵ شیء رسیده باشد و این به معنی تعداد توابع پوشا از مجموعه ۵ عضوی اشیاء به مجموعه ۳ عضوی افراد است.

$$2^5 - \binom{3}{1} 2^5 = \text{تعداد توابع پوشا} \Rightarrow \binom{3}{1} 2^5 - \binom{3}{2} 2^5 - \binom{3}{0} 2^5$$

$$+ \binom{3}{2} 2^5 = 243 - 96 + 3 = 150$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

۴۰- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

کافی است تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی را از تعداد کل توابع کم کنیم.

$$5^3 - 5 \times 4 \times 3 = 65$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۷۸)

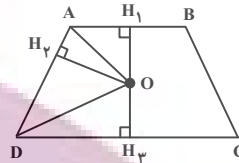


هندسه ۱

۴۱- گزینه «۱»

(مهررار ملونری)

می‌دانیم هر نقطه واقع بر نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است، بنابراین داریم:



$O \Rightarrow OH_1 = OH_2$ روی نیمساز \hat{A} است
 $O \Rightarrow OH_3 = OH_4$ روی نیمساز \hat{D} است

$$\Rightarrow OH_1 = OH_2 = OH_3 \Rightarrow OH_2 = \frac{OH_1 + OH_3}{2}$$

$$\Rightarrow OH_2 = \frac{H_1H_3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$S_{\triangle OAD} = \frac{1}{2} OH_2 \times AD = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 8 = 10$$

(هنرسه: تریسیم‌های هنرسی و استرالال: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴۲- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومبوب)

فرض کنید $x < y$ باشد. در این صورت سه حالت زیر برای تشابه دو مثلث امکان‌پذیر است:

$$1) \frac{3}{5} = \frac{4}{x} = \frac{6}{y} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{10}{x+y} \Rightarrow x+y = \frac{50}{3}$$

$$2) \frac{4}{5} = \frac{3}{x} = \frac{6}{y} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{9}{x+y} \Rightarrow x+y = \frac{45}{4}$$

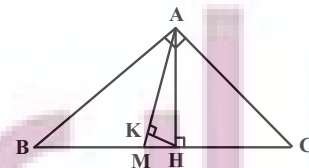
$$3) \frac{6}{5} = \frac{3}{x} = \frac{4}{y} \Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{7}{x+y} \Rightarrow x+y = \frac{35}{6}$$

(هنرسه: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه ۳۸)

۴۳- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومبوب)

زاویه B متمم زاویه C است، پس داریم:



$$\hat{B} = 90^\circ - 52/5^\circ = 37/5^\circ$$

می‌دانیم طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است، پس داریم:

$$\triangle AMB : AM = BM = \frac{BC}{2} \Rightarrow \hat{BAM} = \hat{B} = 37/5^\circ$$

$$\triangle AMB : \hat{AMC} \Rightarrow \hat{AMC} = \hat{BAM} + \hat{B} = 75^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{MAH} = 15^\circ$$

بنابراین در مثلث قائم‌الزاویه AMH ، زاویه MAH برابر 15° است.

می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویه حاده 15° ، طول ارتفاع وارد بر وتر، ربع طول وتر است، پس داریم:

$$HK = \frac{1}{4} AM = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} BC = \frac{1}{8} \times 12 = 1/5$$

$$S_{\triangle AMH} = \frac{1}{2} HK \times AM = \frac{1}{2} \times 1/5 \times 6 = 4/5$$

(هنرسه: پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)

۴۴- گزینه «۲»

(نریمان فتح‌اللهی)

اگر تعداد نقاط مرزی و درونی این چندضلعی به ترتیب برابر b و i باشد، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 3b = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow \frac{5}{2}b = i - 1$$

$$\Rightarrow b = \frac{2i-2}{5} \quad b \geq 2 \rightarrow \frac{2i-2}{5} \geq 2 \Rightarrow 2i-2 \geq 10 \Rightarrow i \geq \frac{12}{2}$$

$$i = 9 \Rightarrow b = \frac{16}{5} \quad \text{غ ق ق}$$

$$i = 10 \Rightarrow b = \frac{18}{5} \quad \text{غ ق ق}$$

$$i = 11 \Rightarrow b = 4$$

$$\min(b \times i) = 4 \times 11 = 44$$

(هنرسه: پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۴۵- گزینه «۱»

(رضا عباسی‌اصل)

گزینه «۱»: از هر نقطه خارج یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحه شامل این خط بر صفحه مفروض عمود است، پس این گزاره همواره درست است.

گزینه «۲»: در یک صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند، ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.

گزینه «۳»: اگر خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، با خط دیگر متقاطع یا متنافر است.

گزینه «۴»: از هر نقطه بیرونی بر یک خط، بی‌شمار خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

(هنرسه: تقسیم فضایی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)



آمار و احتمال

۴۶- گزینه «۱»

(امیررضا فلاح)

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\sim (p \Rightarrow q) \vee (q \vee \sim p) \equiv \sim (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

(ترکیب فصلی یک گزاره و نقیض آن همواره درست است.)

بنابراین ترکیب شرطی صورت سؤال به شکل $p \Rightarrow T$ در می‌آید که به

دلیل درست بودن تالی، همواره درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴۷- گزینه «۴»

(محبوبه بهاری)

ابتدا از میان اعضای A به جز a ، یک عضو انتخاب می‌کنیم تا مجموعه تک

عضوی را تشکیل دهد و سپس اعضای سه مجموعه دو عضوی را انتخاب

می‌کنیم.

دقت کنید که به دلیل وجود سه مجموعه با تعداد اعضای یکسان، تعداد

حالت‌ها باید بر $3!$ تقسیم شود.

$$\text{تعداد افزایشها} = \frac{\binom{6}{1} \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{3!} = \frac{6 \times 15 \times 6 \times 1}{6} = 90$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه ۲۱)

۴۸- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

با توجه به اینکه قرار است در بار چهارم به هدف مورد نظر یعنی خروج

حداقل یک توپ قرمز و یک توپ آبی دست یابیم، پس دو حالت امکان‌پذیر

است. یا ۳ توپ اول قرمز و توپ چهارم آبی است و یا ۳ توپ اول آبی و توپ

چهارم قرمز است. طبق قانون ضرب احتمال داریم:

$$\frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{6}{7} + \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{4}{7}$$

توپ قرمز توپ آبی توپ آبی توپ قرمز

$$= \frac{1}{35} + \frac{2}{21} = \frac{3+10}{105} = \frac{13}{105}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۴۹- گزینه «۲»

(رسمت عین‌علیان)

اگر A و B به ترتیب پیشامدهای «اعتصاب شدن» و «به موقع تمام شدن

کار» باشند، آنگاه بر اساس قانون بیز داریم:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(A')P(B|A')}$$

$$= \frac{0/6 \times 0/3}{(0/6 \times 0/3) + (0/4 \times 0/8)} = \frac{0/18}{0/18 + 0/32} = \frac{9}{25}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۵۰- گزینه «۲»

(شانه اتفاقی)

اگر پیشامد ابتلای این فرد به سرماخوردگی و آنفولانزا را به ترتیب با A و B

نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B)$$

$$\Rightarrow P(A' \cap B') = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

$$\Rightarrow 0/15 = 1 - (0/7 + 0/4 - P(A \cap B))$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0/25$$

احتمال اینکه این فرد فقط به سرماخوردگی مبتلا شود، برابر است با:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/7 - 0/25 = 0/45$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

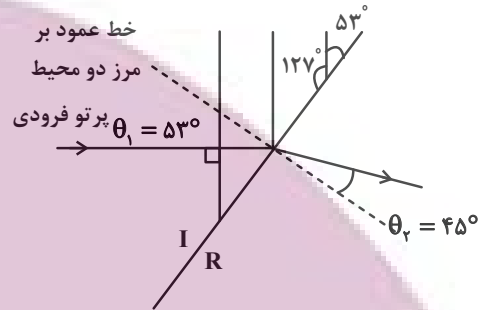


فیزیک ۳

۵۱- گزینه «۴»

(زهره آقاممدری)

چون پرتوی فرودی بر جبهه‌های موج فرودی عمود است، زاویه بین پرتوی فرودی و خط عمود بر مرز جدایی در محیط I (زاویه تابش) مطابق شکل برابر 53° خواهد شد.



طبق رابطه قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{v_i}{v_r} \xrightarrow{v=\lambda f \text{ ثابت است}} \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{\lambda_i}{\lambda_r} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\lambda_i}{\lambda_r}$$

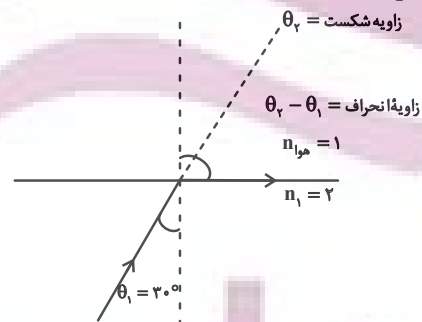
$$\Rightarrow \frac{\lambda_i}{\lambda_r} = \frac{0.8}{\sqrt{2}} = 0.5\sqrt{2}$$

طبق قانون شکست عمومی، چون $\theta_i > \theta_r$ است پس تندی موج در ناحیه I بیشتر است و در نتیجه عمق آب در ناحیه I بیشتر از ناحیه R است.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۵۲- گزینه «۲»

(پوریا علاقه‌مند)



با توجه به شکل مسئله و طبق رابطه اسنل داریم:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r \Rightarrow 1 \sin 30^\circ = 2 \sin \theta_r$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{1}{2} = \sin \theta_r \Rightarrow \theta_r = 90^\circ$$

$$\theta_{\text{انحراف}} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\frac{\theta_{\text{انحراف}}}{\theta_{\text{شکست}}} = \frac{60^\circ}{90^\circ} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

۵۳- گزینه «۳»

(معصومه شریعت‌ناصری)

موارد «ب» و «ت» غلط هستند.

ب) پراش می‌تواند برای امواج مکانیکی یا الکترومغناطیسی هم رخ دهد.
ت) اگر آزمایش ینگ را به جای هوا در آب انجام دهیم، به علت کاهش طول موج، پهنای نوارها باریک‌تر می‌شود.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۰)

۵۴- گزینه «۲»

(امسان ممدری)

فاصله دو نوار روشن متوالی برابر دو برابر پهنای هر نوار است پس پهنای نوار برابر ۳mm است.

و چون پهنای نوارها متناسب با λ است، پس:

$$\frac{W_r}{W_i} = \frac{\lambda_r}{\lambda_i} = 1/5 \Rightarrow \frac{W_r}{3} = 1/5 \Rightarrow W_r = 4/5 \text{ mm}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

۵۵- گزینه «۲»

(معصومه شریعت‌ناصری)

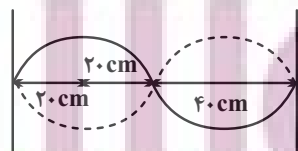
کم‌ترین بسامد در حالتی رخ می‌دهد که بیشترین طول موج ایجاد شود، یعنی بین A و M شکم دیگری تشکیل نشود. با توجه به این که در نقطه A گره و در نقطه M شکم تشکیل شده است و فاصله یک گره از شکم مجاورش برابر

با $\frac{\lambda}{4}$ است، می‌توان نوشت:

$$AM = \frac{\lambda}{4} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 0.8 = \frac{20}{f} \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$$

روش دوم:



$$f_n = \frac{nv}{\lambda L} \Rightarrow f_r = \frac{2 \times 20}{2 \times 0.8} = 25 \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

$$r' = n^2 a \Rightarrow n = 8$$

$$\begin{cases} n = 8 \Rightarrow E_\lambda = -\frac{E_R}{64} \\ n = 2 \Rightarrow E_\gamma = -\frac{E_R}{4} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Delta E = E_\gamma - E_\lambda &= -\frac{E_R}{4} - \left(-\frac{E_R}{64}\right) \\ &= E_R \left(\frac{1}{64} - \frac{1}{4}\right) = 13/6 \times \left(-\frac{15}{64}\right) \approx -3/18 eV \end{aligned}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

۶- گزینه «۴» (بایک اسلامی)

در طیف گسیلی هیدروژن اتمی، طیف مرئی فقط در رشته بالمر ($n' = 2$) تابش می‌شود و چهار خط اول این طیف ($n = 3, 4, 5, 6$) را شامل می‌گردد. بنابراین به ازاء گذار از تراز $n = 6$ به $n' = 2$ بیشترین بسامد نور مرئی و به ازاء گذار از تراز $n = 3$ به $n' = 2$ کمترین بسامد نور مرئی گسیل خواهد شد. با استفاده از معادله ریذبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$c = \lambda f \rightarrow f = Rc \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\begin{cases} \frac{n=6}{n'=2} \rightarrow f_{\max} = Rc \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) \\ \frac{n=3}{n'=2} \rightarrow f_{\min} = Rc \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow f_{\max} - f_{\min} = Rc \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} \right]$$

$$\Rightarrow \Delta f = Rc \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right)$$

مشاهده می‌شود اختلاف بیشترین و کمترین بسامد نور مرئی گسیل شده برابر با بسامد فوتون تابشی از تراز $n = 6$ به تراز $n' = 3$ (رشته پاشن) است که این گذار معادل سومین خط از رشته پاشن ($n' = 3$) می‌باشد.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

۵۶- گزینه «۱» (فسره ارغوانی فرد)

طول موج این موج برابر است با:

$$\lambda = \frac{100}{2} = 50 \mu\text{m} = 50 \times 10^{-6} \text{m}$$

بنابراین انرژی هر فوتون آن برابر خواهد شد با:

$$E = h \frac{c}{\lambda} = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{50 \times 10^{-6}} = 2/4 \times 10^{-2} \text{eV}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۵۷- گزینه «۲» (عبدالرضا امینی نسب)

بنابه معادله فوتوالکتریک، داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0$$

ابتدا تابع کار فلز را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} K_{\max} = hf - W_0 &\Rightarrow 2 \times 10^{-19} = 6 \times 10^{-34} \times 5 \times 10^{15} - W_0 \\ \Rightarrow W_0 &= 10^{-19} \text{J} \end{aligned}$$

حال می‌توان نوشت:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow 11 \times 10^{-19} = \frac{6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{\lambda} - 10^{-19}$$

$$\Rightarrow \lambda = 1/5 \times 10^{-7} \text{m} = 150 \text{nm}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۵۸- گزینه «۲» (معمومه شریعت ناصری)

فوتون مرئی فقط در سری بالمر ($n' = 2$) وجود دارد. با استفاده از رابطه ریذبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{32}{14400} \Rightarrow \lambda = \frac{14400}{32} = 450 \text{nm}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{450 \times 10^{-9}} \approx 7 \times 10^{14} \text{Hz}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

۵۹- گزینه «۲» (معمومه شریعت ناصری)

الکترون در تراز $n = 2$ قرار دارد، لذا:

$$r = 4a_0$$

$$r' = 16r = 16(4a_0) = 64a_0$$



فیزیک ۱

گزینه «۳»

(مسعود قره‌فانی)

به کمک روش تبدیل یکای زنجیره‌ای، به صورت زیر تبدیل یکا را انجام می‌دهیم. دقت کنید، پیشوند میکرو به معنای 10^{-6} و هر متر مکعب برابر با 10^6 سانتی‌متر مکعب است.

$$\frac{7}{33} \times 10^6 (\mu\text{m})^3 = \frac{7}{33} \times 10^6 (\mu\text{m})^3 \times \frac{(10^{-6} \text{ m})^3}{1 (\mu\text{m})^3} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{33} \times 10^6 (\mu\text{m})^3 = \frac{7}{33} \times 10^{-4} \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه «۴»

(مجتبی خلیل‌ارمندی)

تحلیل گزینه‌ها:
الف) درست است، کمیت جرم، تنها کمیت اصلی در SI است که یکای آن (kg) دارای پیشوند است.
ب) درست است، مثلاً یکای فرعی نیرو $\left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}\right)$ را نیوتون (N) می‌نامند.
پ) نادرست است، کمیت‌های فشار و جرم هر دو نرده‌ای هستند.
ت) نادرست است، جریان الکتریکی کمیتی اصلی و نرده‌ای می‌باشد.
(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۶ و ۷)

گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم در رابطه $P = ABC + \frac{D}{L}$ باید یکای عبارت‌های ABC و $\frac{D}{L}$ برابر یکای P باشد. با توجه به این که یکای P برحسب پاسکال است، کمیت P، فشار می‌باشد که طبق رابطه $P = \frac{F}{A}$ ، یکای آن $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ یا $\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$\left[\frac{D}{L}\right] = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \xrightarrow{[L]=\text{m}^2} \frac{[D]}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \Rightarrow [D] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

از طرف دیگر داریم:

$$D = MB \Rightarrow [D] = [M] \times [B] \Rightarrow \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{kg} \times [B] \Rightarrow [B] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اکنون یکای A را می‌یابیم:

$$[P] = [ABC] \Rightarrow [P] = [A] \times [B] \times [C]$$

$$\Rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = [A] \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} \Rightarrow [A] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

در آخر داریم:

$$\left[\frac{AD}{B}\right] = \frac{[A] \times [D]}{[B]} \Rightarrow \left[\frac{AD}{B}\right] = \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \times \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{AD}{B}\right] = \frac{\text{kg}^2}{\text{m}^2}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه ۱۱)

گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

چون در هر دو ظرف ρ ، g و h یکسان‌اند، بنا به رابطه‌های $P = \frac{F}{A}$ و $P = \rho gh$ داریم:

$$F = PA \Rightarrow F = \rho ghA \xrightarrow[\text{h=ثابت}]{\rho=\text{ثابت}} \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1}$$

$$\xrightarrow{A_2 > A_1} F_2 > F_1$$

برای اندازه نیروی وارد بر سطح زیر ظرف‌ها داریم:

$$\begin{cases} F'_1 = W_1 \\ F'_2 = W_2 \end{cases} \xrightarrow{W_1 = W_2} F'_1 = F'_2$$

برای فشار وارد بر کف ظرف‌ها از طرف مایع می‌توان نوشت:

$$P = \rho gh \xrightarrow[\rho_1 = \rho_2]{h_1 = h_2} P_1 = P_2$$

و برای فشار وارد بر سطح زیر ظرف‌ها داریم:

$$P' = \frac{W}{A} \xrightarrow{W_1 = W_2} \frac{P'_1}{A_1} = \frac{P'_2}{A_2} \xrightarrow{A_2 > A_1} P'_1 > P'_2$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

گزینه «۱»

(مسین مشرومی)

با استفاده از رابطه فشار کل در شاره‌های ساکن، داریم:

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow \begin{cases} P_{\text{پ.}} = 10^5 + 10^3 \times 10 \times 30 = 4 \times 10^5 \text{ Pa} \\ P_{\text{ب.}} = 10^5 + 10^3 \times 10 \times 10 = 2 \times 10^5 \text{ Pa} \end{cases}$$

$$\frac{P_{\text{پ.}}}{P_{\text{ب.}}} = \frac{4 \times 10^5}{2 \times 10^5} = 2$$

بنابراین:

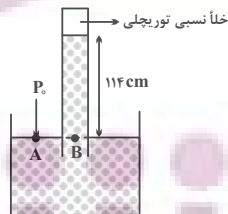
(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

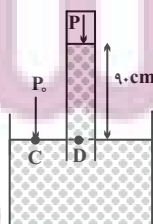
با توجه به این که در نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن، فشار یکسان است، اگر فشار هوای محیط را P_0 در نظر بگیریم، برای شکل‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

شکل ۱:



$$P_A = P_B \xrightarrow{P_A = P_0, P_B = h_{\text{مایع}} = 114 \text{ cm}} P_0 = h_{\text{مایع}} = 114 \text{ cm} \quad (1)$$

شکل ۲:



$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_1 + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + \rho_1 g h_1 = P_2 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \rho_2 h_2 + \rho_1 h_1 = \rho_2 h_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow 0 / 8 \times 90 + 2 \times 4 = 1 \times h_{\text{آب}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 8 \text{ cm}$$

در آخر جرم آب اضافه شده برابر است با:

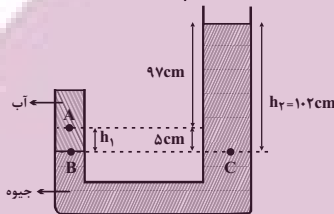
$$m = \rho V \xrightarrow{V=Ah} m = \rho_{\text{آب}} A_1 h_{\text{آب}}$$

$$\frac{A_1 = 30 \text{ cm}^2}{h_{\text{آب}} = 8 \text{ cm}} \rightarrow m = 1 \times 30 \times 8 = 240 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۶۸- گزینه «۴» (زهرا آقاممدری)

با توجه به این که در نقاط هم تراز یک مایع ساکن، فشار یکسان است، با استفاده از هم فشاری دو نقطه هم تراز B و C، مقدار $P_A - P_1$ را که همان فشار پیمانه‌ای نقطه A است، می‌یابیم:



$$P_B = P_C \Rightarrow P_A + \rho_{\text{آب}} g h_1 = P_1 + \rho_{\text{جیوه}} g h_2$$

$$\frac{\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, h_1 = 0.05 \text{ m}}{\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, h_2 = 1.02 \text{ m}} \rightarrow$$

$$P_A + 1000 \times 10 \times 0.05 = P_1 + 13600 \times 10 \times 1.02$$

$$\Rightarrow P_A - P_1 = 138720 - 500$$

$$\Rightarrow P_g = 138220 \text{ Pa} = 138 / 22 \text{ kPa}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۹- گزینه «۲» (فسرو ارغوانی فرد)

چون جسم به سمت چپ جابه‌جا می‌شود، کار نیروی \vec{F}_1 مثبت و کار نیروی \vec{F}_2 منفی است. با استفاده از تعریف کار یک نیروی ثابت طی یک جابه‌جایی معین، داریم:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{F_1}{F_2} \times \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} = \frac{50}{40} \times \frac{\cos 30^\circ}{\cos 120^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{5}{4} \times \frac{2}{-1} \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{-5\sqrt{3}}{4}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۷۰- گزینه «۳» (مصطفی کیانی)

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، تندی جسم در لحظه برخورد به زمین را می‌یابیم. دقت کنید کار برابند نیروهای وارد بر جسم برابر با مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا است. در ضمن چون جسم رو به پایین پرتاب شده است، کار نیروی وزن مثبت و کار نیروی مقاومت هوا منفی است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_d} = K_2 - K_1$$

$$\frac{K_1 = 8 \text{ J}, W_{mg} = 40 \text{ J}}{W_{f_d} = -10 \text{ J}} \rightarrow 40 - 10 = K_2 - 8 \Rightarrow K_2 = 38 \text{ J}$$

$$P_C = P_D \xrightarrow{P_D = (P_{\text{هوای محبوس}} + 90) \text{ cm}}{P_C = P_1} \rightarrow P_1 = P_{\text{هوای محبوس}} + 90 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 114 = P_{\text{هوای محبوس}} + 90 \Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = 24 \text{ cm}$$

می‌بینیم فشار هوای محبوس معادل فشار ستونی از مایع به ارتفاع 24 cm است که باید به صورت زیر آن را بر حسب سانتی متر جیوه بنویسیم:

$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} \xrightarrow{\rho_{\text{مایع}} = 10/2 \cdot \frac{g}{\text{cm}^3}, h_{\text{مایع}} = 24 \text{ cm}}{\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \cdot \frac{g}{\text{cm}^3}}$$

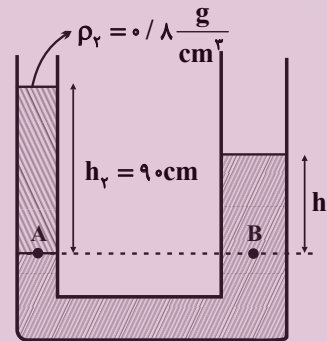
$$13/6 \times h_{\text{جیوه}} = 10/2 \times 24 \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 18 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = 18 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۶۷- گزینه «۲» (مصطفی کیانی)

با توجه به شکل زیر و قبل از وارد کردن آب به لوله سمت راست، h_1 را می‌یابیم. دقت کنید فشار نقاط هم تراز A و B که در یک مایع واقع‌اند، یکسان است.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 + \rho_2 g h_2 = P_2 + \rho_1 g h_1$$

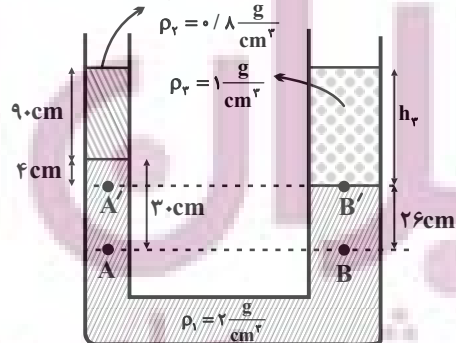
$$\Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 \Rightarrow 0 / 8 \times 90 = 2 \times h_1 \Rightarrow h_1 = 36 \text{ cm}$$

اکنون، با وارد کردن آب در لوله سمت راست، باید مشخص کنیم در این لوله مایع ρ_1 چند سانتی متر پایین می‌رود. چون حجم مایع جابه‌جا شده در لوله‌ها یکسان است، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 h'_1 = A_2 h'_2 \xrightarrow{A_1 = 30 \text{ cm}^2, A_2 = 10 \text{ cm}^2}{h'_2 = 30 \text{ cm}}$$

$$30 \times 10 = 30 \times h'_1 \Rightarrow h'_1 = 10 \text{ cm}$$

می‌بینیم برای آن که مایع (۱) در لوله سمت چپ 30 cm بالا رود، باید در لوله سمت راست 10 cm پایین رود. بنابراین با توجه به شکل زیر و هم فشاری نقاط هم تراز A' و B'، ارتفاع آب در لوله سمت راست را می‌یابیم و به دنبال آن، جرم آب را پیدا می‌کنیم.





$$E_f - E_i = W_{f_k} \xrightarrow[E=U+K]{W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d} \\ (U_f + K_f) - (U_i + K_i) = -f_k d \xrightarrow{U_f = 0} \\ \left(0 + \frac{1}{2} m v_f^2\right) - (mgh_i + \frac{1}{2} m v_i^2) = -f_k d \xrightarrow[m = 4 \text{ kg}, h_i = 6 \text{ m}]{v_f = 1 \frac{m}{s}, f_k = AN} \\ \frac{1}{2} \times 4 \times 100 - 4 \times 10 \times 6 - \frac{1}{2} \times 4 \times v_i^2 = -8 \times 10$$

$$v_i^2 = 20 \Rightarrow v_i = 2\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۷۳- گزینه «۴» (مصطفی کیانی)

ابتدا تغییر دمای جسم را بر حسب درجه سلسیوس می‌یابیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \xrightarrow{\Delta F = -54^\circ F} -54 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = -30^\circ C$$

اکنون دمای جسم را بر حسب درجه سلسیوس پیدا می‌کنیم:

$$\Delta \theta = \theta_f - \theta_i \xrightarrow[\Delta \theta = -30^\circ C]{\theta_i = 10^\circ C} -30 = \theta_f - 10$$

$$\Rightarrow \theta_f = -20^\circ C$$

در نهایت دما را بر حسب کلوین به دست می‌آوریم:

$$T(K) = \theta(^\circ C) + 273 = -20 + 273 = 253 K$$

(فیزیک ۱ - رما و گرما: صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

۷۴- گزینه «۳» (عبدالرضا امینی نسب)

چون $\alpha_1 > \alpha_2$ است، در اثر افزایش دمای یکسان، طول میله (۱) بیشتر از طول میله (۲) افزایش پیدا می‌کند. بنابراین، با توجه به این که بعد از افزایش دما اختلاف طول آن‌ها برابر $\gamma \text{ cm}$ و طول اولیه آن‌ها یکسان است، می‌توان نوشت:

$$\Delta L_1 - \Delta L_2 = \gamma \times 10^{-2}$$

$$\frac{\Delta L = \alpha L \Delta T}{L_1 = L_2 = L} \Rightarrow \alpha_1 L \Delta \theta - \alpha_2 L \Delta \theta = \gamma \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow L \Delta \theta (\alpha_1 - \alpha_2) = \gamma \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 100 \times \Delta \theta \times (9 \times 10^{-6} - 2 \times 10^{-6}) = \gamma \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = 10^2 = 100^\circ C$$

$$\xrightarrow{\theta_i = 10^\circ C} 100 = \theta_f - 10 \Rightarrow \theta_f = 110^\circ C$$

(فیزیک ۱ - رما و گرما: صفحه‌های ۱۷ تا ۹۰)

۷۵- گزینه «۱» (غلامرضا منبی)

گرمای گرفته شده از آب برای تبخیر سطحی، باعث منجمد شدن آب باقی مانده می‌شود. اگر m' جرم آب منجمد شده و m جرم آب تبخیر شده باشد، داریم:

$$\boxed{\text{بخار}} \xrightarrow{Q_v = mL_v} \boxed{0^\circ C \text{ آب}} \xrightarrow{Q_f = -m'L_f} \boxed{\text{یخ}}$$

$$Q_v = |Q_f| \Rightarrow mL_v = m'L_f \xrightarrow[L_F = 336 \frac{kJ}{kg}]{L_v = 2490 \frac{kJ}{kg}} \\ m \times 2490 = m' \times 336 \Rightarrow m' = \frac{2490}{336} m \Rightarrow m' = \frac{415}{56} m$$

با توجه به این که مجموع آب تبخیر شده و آب منجمد شده برابر 942 g است،

$$m' + m = 942 \xrightarrow{m' = \frac{415}{56} m} \frac{415}{56} m + m = 942 \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow m = 112 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - رما و گرما: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

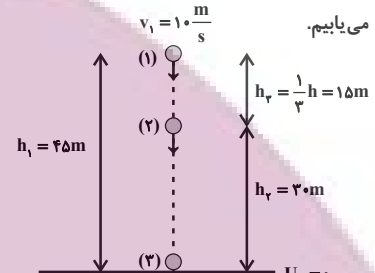
$$K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{m = \text{ثابت}} \frac{K_f}{K_i} = \left(\frac{v_f}{v_i}\right)^2 \Rightarrow \frac{3A}{A} = \left(\frac{v_f}{A}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{19}{4} = \left(\frac{v_f}{A}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{19}}{2} = \frac{v_f}{A} \Rightarrow v_f = 4\sqrt{19} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۶۴)

۷۱- گزینه «۱» (مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، تندی گلوله را در مکان‌های (۲) و (۳) می‌یابیم.



$$E_f = E_i \xrightarrow{E=K+U} K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 + mgh_f = \frac{1}{2} m v_i^2 + mgh_i$$

$$\Rightarrow \frac{v_f^2}{2} + 10 \times 30 = \frac{100}{2} + 10 \times 45 \Rightarrow v_f^2 = 400 \left(\frac{m}{s}\right)^2$$

اکنون اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای مکان‌های (۱) و (۳) به کار می‌بریم و v_3 را می‌یابیم:

$$E_f = E_i \Rightarrow K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 + 0 = \frac{1}{2} m v_i^2 + mgh_i$$

$$\Rightarrow \frac{v_f^2}{2} = \frac{1}{2} \times 1000 + 10 \times 45 \Rightarrow v_f^2 = 1000 \left(\frac{m}{s}\right)^2$$

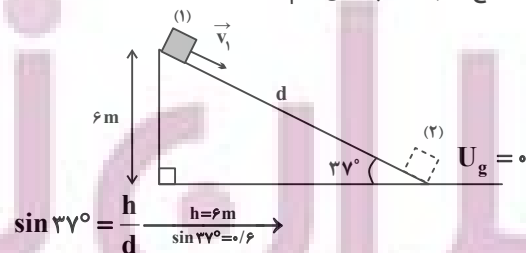
در آخر نسبت $\frac{K_f}{K_i}$ را می‌یابیم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{m = \text{ثابت}} \frac{K_f}{K_i} = \frac{v_f^2}{v_i^2} = \frac{400}{1000} \Rightarrow \frac{K_f}{K_i} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۲- گزینه «۱» (مسعود قره‌فانی)

ابتدا طول سطح شیب‌دار را پیدا می‌کنیم:



$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} \xrightarrow{h=6m, \sin 37^\circ = 0.6} \frac{6}{10} = \frac{6}{d} \Rightarrow d = 10m$$

$$\frac{6}{10} = \frac{6}{d} \Rightarrow d = 10m$$

اکنون با استفاده از قانون پایستگی انرژی، تندی اولیه جسم را می‌یابیم:



۷۶- گزینه «۴»

(مبتنی بر لایبل ارجمندی)

کمترین مقدار M زمانی به دست می آید که یخ $-θ^{\circ}C$ به یخ $0^{\circ}C$ و آب $θ^{\circ}C$ نیز به یخ $0^{\circ}C$ تبدیل شود. بنابراین، با توجه به طرح واره زیر و استفاده از شرط تعادل گرمایی داریم:

$$[آب\ θ^{\circ}C] \xrightarrow{Q_1=m_1c_1\Delta\theta} [یخ\ 0^{\circ}C] \xleftarrow{Q_2=-m_2L_F} [آب\ 0^{\circ}C] \xleftarrow{Q_3=-m_3c_3\Delta\theta} [آب\ \theta^{\circ}C]$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \\ \Rightarrow m_1c_1(\theta - (-\theta)) + m_2c_2(\theta - \theta) - m_3L_F = 0$$

$$\xrightarrow{m_1=\gamma m, m_2=M} \gamma m \times \frac{c}{\gamma} \times \theta - Mc\theta - ML_F = 0 \\ c_1=\frac{c}{\gamma}, c_2=c$$

$$\Rightarrow mc\theta = M(c\theta + L_F) \Rightarrow M = \frac{m}{1 + \frac{L_F}{c\theta}}$$

بیشترین مقدار M زمانی به دست می آید که یخ $-θ^{\circ}C$ به یخ $0^{\circ}C$ و سپس به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل شود و از آن طرف آب $θ^{\circ}C$ نیز به آب $0^{\circ}C$ تبدیل شود. بنابراین، با توجه به طرح واره زیر و استفاده از شرط تعادل گرمایی داریم:

$$[آب\ \theta^{\circ}C] \xrightarrow{Q'_1=m_1c_1\Delta\theta} [یخ\ 0^{\circ}C] \xrightarrow{Q'_2=-m_2L_F} [آب\ 0^{\circ}C] \xleftarrow{Q'_3=-m_3c_3\Delta\theta} [آب\ \theta^{\circ}C]$$

$$Q'_1 + Q'_2 + Q'_3 = 0 \\ \Rightarrow m_1c_1(\theta - (-\theta)) + m_2L_F + m_3c_3(\theta - \theta) = 0$$

$$\xrightarrow{m_1=\gamma m, m_2=M} \gamma m \times \frac{c}{\gamma} \times \theta + \gamma mL_F - Mc\theta = 0 \\ c_1=\frac{c}{\gamma}, c_2=c$$

$$\Rightarrow mc\theta + \gamma mL_F = Mc\theta \Rightarrow M = m + \frac{\gamma mL_F}{c\theta}$$

$$\frac{m}{1 + \frac{L_F}{c\theta}} \leq M \leq m + \frac{\gamma mL_F}{c\theta}$$

بنابراین، برای M می توان نوشت:

(فیزیک ۱ - دما و گرما، صفحه های ۹۶ تا ۱۰۶)

۷۷- گزینه «۲»

(امیراحمد میرسعید)

برای گازهای آرمانی، مستقل از نوع گاز، با استفاده از معادله حالت، دمای گاز را بر حسب n و R می یابیم و سپس آن ها را با هم مقایسه می کنیم، دقت کنید چون مقایسه دماها موردنظر است، از تبدیل یکاها صرف نظر نموده ایم.

$$V_1=\gamma L \rightarrow T_1 = \frac{\gamma \times 300}{nR} = \frac{900}{nR} \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$V_2=\gamma L \rightarrow T_2 = \frac{4 \times 250}{nR} = \frac{1000}{nR} \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$V_3=\gamma L \rightarrow T_3 = \frac{6 \times 160}{nR} = \frac{960}{nR} \quad \text{گزینه «۳»}$$

$$V_4=\gamma L \rightarrow T_4 = \frac{8 \times 120}{nR} = \frac{960}{nR} \quad \text{گزینه «۴»}$$

می بینیم، دمای ۴ لیتر گاز آرگون در فشار 250 kPa از بقیه بیشتر است. یعنی گزینه «۲» درست است.

(فیزیک ۱ - دما و گرما، صفحه های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۷۸- گزینه «۱»

(مسعود قره فانی)

چون گاز بر روی محیط کار انجام داده است، حجم آن افزایش می یابد، در نتیجه، علامت کار منفی است، لذا $W = -380\text{ J}$ می باشد.

از طرف دیگر چون انرژی درونی گاز افزایش یافته است، $\Delta U = +80\text{ J}$ خواهد بود. بنابراین، با استفاده از قانون اول ترمودینامیک می توان نوشت:

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow 80 = -380 + Q \Rightarrow Q = 460\text{ J}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۱)

۷۹- گزینه «۳»

(مبتنی بر لایبل ارجمندی)

ابتدا با استفاده از معادله حالت گازهای آرمانی دمای نقطه های a و c را با هم مقایسه می کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{P_a = \gamma atm}{V_a = \gamma L} \rightarrow T_a &= \frac{\gamma \times 10^5 \times \gamma \times 10^{-3}}{nR} = \frac{1200}{nR} \\ \frac{P_c = 1/\delta atm}{V_c = \delta L} \rightarrow T_c &= \frac{1/\delta \times 10^5 \times \delta \times 10^{-3}}{nR} = \frac{1200}{nR} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow T_a = T_c \xrightarrow{U \propto T} U_a = U_c \Rightarrow \Delta U_{ac} = 0$$

از طرف دیگر برای فرایند abc داریم:

$$\Delta U_{ac} = W_{abc} + Q_{abc} \xrightarrow{\Delta U_{ac}=0} 0 = W_{abc} + Q_{abc}$$

$$\Rightarrow W_{abc} = -Q_{abc}$$

می بینیم گزینه «۳» درست است.

برای سایر گزینه ها داریم:

گزینه های «۲» و «۴»: نادرست است. زیرا:

$$V_c > V_b \Rightarrow W_{bc} < 0 \quad \Delta U_{ac} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} \xrightarrow{\Delta U_{ac}=0} 0 = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{bc} = -\Delta U_{ab} \xrightarrow{\Delta U_{ab} > 0} \Delta U_{bc} < 0$$

گزینه «۱»: نادرست است. زیرا:

$$\Delta U_{bc} = W_{bc} + Q_{bc} \Rightarrow Q_{bc} = \Delta U_{bc} - W_{bc}$$

می بینیم الزاماً $Q_{bc} = 0$ نیست. دقت کنید در صورتی $Q_{bc} = 0$ است که فرایند bc بی دررو باشد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۸۰- گزینه «۱»

(مبتنی بر لایبل ارجمندی)

طبق رابطه بازده برای ماشین های گرمایی داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \eta_A &= \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow Q_H + Q'_H = \frac{|W|}{\eta_A} + \frac{|W|}{\eta_B} \quad (1) \\ \eta_B &= \frac{|W|}{Q'_H} \end{aligned} \right.$$

$$\eta_C = \frac{|W|}{Q_H + Q'_H} \xrightarrow{(1)} \eta_C = \frac{|W|}{\frac{|W|}{\eta_A} + \frac{|W|}{\eta_B}}$$

$$\Rightarrow \eta_C = \frac{\eta_A \eta_B}{\eta_A + \eta_B}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه های ۱۴۵ و ۱۴۶)

شیمی ۳

۸۱- گزینه «۳»

(امیررضا پعفری نژاد)

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: درست، اگر ثابت تعادل فقط وابسته به غلظت یک ماده باشد، می توان تغییر اعمال شده را به طور کامل برطرف کرد.

گزینه «۲»: درست، هر دو به سمت رفت جابه جا می شوند.

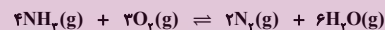
گزینه «۳»: نادرست، باز گذاشتن درب ظرف سبب خروج کربن دی اکسید تولید شده در واکنش و جابه جایی تعادل به سمت رفت می شود ولی برداشتن مقداری CaO از ظرف واکنش تاثیری در جابه جایی تعادل ندارد.

گزینه «۴»: درست، چون در تعادل $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ با کاهش غلظت تعادل به سمت برگشت جابه جا می شود که حاصل آن تولید بیشتر گاز قهوه ای رنگ NO_2 است اما در تعادل جدید غلظت NO_2 از تعادل قبلی کمتر و رنگ مخلوط کم رنگ تر است.

(شیمی ۳، صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

۸۲- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)



غلظت اولیه	۰/۷	۰/۵	۰	۰	$2x = 0/2$
تغییر غلظت اولیه	$-4x$	$-3x$	$+2x$	$+6x$	$x = 0/1$
غلظت تعادلی	$0/7 - 4x$	$0/5 - 3x$	$2x$	$6x$	$M = \frac{n}{V} = 1$ $\Rightarrow M = \frac{0/1}{1}$ $M = 0/1$

$$[NH_3] = 0/7 - 0/4 = 0/3, [O_2] = 0/5 - 0/3 = 0/2$$

$$[N_2] = 0/2, [H_2O] = 0/6$$

$$k = \frac{[N_2]^2 \times [H_2O]^6}{[O_2]^3 \times [NH_3]^4} = \frac{(0/2)^2 \times (0/6)^6}{(0/2)^3 \times (0/3)^4} = 28/8 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

افزودن N_2 موجب افزایش غلظت N_2 شده و در نتیجه واکنش در جهت مصرف N_2 یعنی برگشت جابه جا می شود.

(شیمی ۳، صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

۸۳- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

موارد «ب» و «پ» نادرست است.

بررسی عبارت ها:

نکته: در واکنش های تعادلی (q) در سمت مول گازی کمتر می باشد.

الف) درست، $N_2O_4(g) + q \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ با افزایش دما، تعادل قهوه ای رنگ به رنگ

در جهت مصرف (q) یعنی در جهت رفت جابه جا شده و باعث افزایش یافتن شدت رنگ قهوه ای می شود.

ب) نادرست، $2NH_3(g) + q \rightleftharpoons N_2(g) + 3H_2(g)$ با کاهش

دما تعادل در جهت تولید q (در جهت برگشت) جابه جا شده و باعث کاهش درصد مولی مولکول های 2 اتمی می شود.

پ) نادرست، $q + 2Ag_2O(s) \rightleftharpoons 4Ag(s) + O_2(g)$

کاهش دما در تعادل مورد نظر باعث می شود، تعادل در جهت تولید q و در جهت برگشت (مصرف O_2) جابه جا شود و باعث می شود که کاهش فشار گاز موجود در ظرف رخ دهد.

ت) درست، $PCl_5(g) + Cl_2(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + q$. با کاهش

دما تعادل در جهت تولید q یعنی در جهت رفت جابه جا می شود و باعث افزایش مقدار عددی ثابت تعادل می شود.

(شیمی ۳، صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

۸۴- گزینه «۴»

(ممدرضا پوریاویر)

با افزایش دما، تعادل در جهت رفت پیشرفت خواهد کرد. به این ترتیب غلظت SO_3 کاهش یافته و غلظت SO_2 و O_2 افزایش خواهد یافت (و تغییرات غلظت O_2 نیز نصف تغییرات غلظت SO_2 و SO_3 خواهد بود).

با کاهش حجم ظرف ابتدا غلظت همه گازها باید به یکباره افزایش یابند (که چنین شوکی در نمودار مشاهده نمی شود) و سپس با پیشرفت واکنش در جهت برگشت، غلظت SO_3 افزایش و غلظت SO_2 و O_2 کاهش یابد. کاهش

فشار نیز اثری دقیقاً برعکس کاهش حجم بر روی تغییرات غلظت مواد دارد.

در صورتی که مقداری SO_3 به ظرف واکنش اضافه شود، ابتدا باید غلظت آن به یکباره افزوده شده و سپس با پیشرفت واکنش در جهت رفت، کاهش یابد. غلظت گازهای SO_3 و O_2 نیز با افزایش مواجه خواهد شد.

(شیمی ۳، صفحه های ۱۰۴ تا ۱۰۷)



۸۵- گزینه «۲»

(عمید زینی)

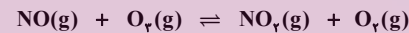
چون ضریب استوکیومتری NO_2 و O_2 برابر است، پس مول O_2 نیز در تعادل اولیه برابر ۴ مول است. از طرف دیگر چون مجموع ضرایب مواد گازی دو طرف تعادل با هم برابر است، پس می توان در رابطه ثابت تعادل، به جای غلظت های تعادلی، از مول های تعادلی استفاده کرد:

$$k = \frac{[\text{NO}_2] \times [\text{O}_2]}{[\text{NO}] \times [\text{O}_2]} = \frac{4 \times 4}{6 \times 4} = \frac{2}{3}$$

با افزودن NO به ظرف، تعادل در جهت رفت جابه جا می شود و با تقسیم جرم NO_2 بر جرم مولی آن می توان مول NO_2 در تعادل جدید را محاسبه کرد:

$$\text{NO}_2 \text{ مول} = \frac{230}{46} = 5 \text{ mol}$$

پس می بینیم که ۱ مول NO_2 تولید شده است؛ در نتیجه ۱ مول O_2 نیز تولید شده و از هر کدام از گازهای NO و O_2 ، ۱ مول مصرف شده است. با افزودن x مول NO ، خواهیم داشت:



تعادل اولیه:	۶	۴	۴	۴
تعادل جدید:	$6+x-1$	$4-1$	$4+1$	$4+1$

همچنین بایستی دقت کرد که با تغییر غلظت مواد درون ظرف تعادلی، مقدار عددی k تغییر نمی کند؛ پس می توان نوشت:

$$\frac{2}{3} = \frac{5 \times 5}{(5+x) \times 3} \Rightarrow 10 + 2x = 25 \Rightarrow x = 7.5 \text{ mol}$$

(شیمی ۳، صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۸۶- گزینه «۲»

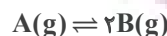
(عمید زینی)

ابتدا از روی تغییرات مول مواد شرکت کننده در واکنش ضرایب a و b را به دست می آوریم. با تغییر دما از 175°C به 100°C (کاهش 75°C)، تغییرات مول A و B به صورت زیر است:

$$A \text{ تغییرات مول} = 0.24 - 0.04 = 0.2 \text{ mol}$$

$$B \text{ تغییرات مول} = 0.72 - 0.32 = 0.4 \text{ mol}$$

چون تغییرات مول B ، دو برابر تغییرات مول A است، پس ضریب B دو برابر ضریب A است:



حال با جایگذاری غلظت های تعادلی در دمای 100°C در رابطه ثابت تعادل، مقدار k به دست می آید:

$$k = \frac{[\text{B}]^2}{[\text{A}]} = \frac{\left(\frac{0.2}{2}\right)^2}{\left(\frac{0.4}{2}\right)} = 0.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

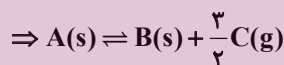
(شیمی ۳، صفحه های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۸۷- گزینه «۳»

(عمید زینی)

ابتدا تغییرات مول مواد را مشخص می کنیم و به کوچک ترین تغییرات تقسیم می کنیم تا ضرایب استوکیومتری تک تک مواد به دست آید:

A تغییرات مول = $8 - 4 = 4 \text{ mol}$	$\Rightarrow \frac{4}{4} = 1$
B تغییرات مول = $4 - 0 = 4 \text{ mol}$	$\Rightarrow \frac{4}{4} = 1$
C تغییرات مول = $6 - 0 = 6 \text{ mol}$	$\Rightarrow \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$



حال ضرایب را در عدد ۲ ضرب می کنیم تا ضرایب استوکیومتری مواد در



حال عبارت ثابت تعادل را می نویسیم (دقت کنید که مواد جامد (s) و مایع خالص (l) در عبارت ثابت تعادل نوشته نمی شوند):

$$k = [C]^3 = \left(\frac{6}{10}\right)^3 = 0.216 \text{ (mol.L}^{-1}\text{)}^3$$

(شیمی ۳، صفحه های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۸۸- گزینه «۳»

(مهمرضا پورباویر)

از آنجا که CaCO_3 یک جامد خالص بوده و غلظت آن در طول واکنش بدون تغییر خواهد بود، افزودن آن به ظرف واکنش تغییری در تعادل ایجاد نمی کند. افزایش فشار که منجر به افزایش غلظت CO_2 و در نتیجه پیشرفت واکنش در جهت برگشت خواهد شد. بدیهی است که کاهش حجم ظرف نیز به منزله افزایش فشار و در نتیجه پیشرفت واکنش در جهت

شیمی ۲

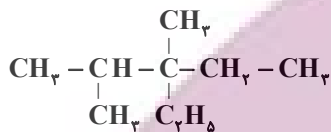
گزینه «۳» - ۹۱

(ممد رضا پور جاوید)

فرمول ساختاری ۳- اتیل - ۲، ۳- دی متیل پنتان به صورت زیر است:

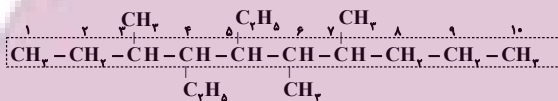


یا



برای تعیین نام آلکانی که ساختار پیوند - خط آن داده شده است، می توان

ساختار گسترده آن را رسم کرده و سپس نام آن را نوشت:



۴، ۵- دی اتیل - ۳، ۶، ۷- تری متیل دکان

(شیمی ۲، صفحه های ۲۸ تا ۳۸)

گزینه «۴» - ۹۲

(عمید زینی)

در ساختار ترکیب داده شده ۱۰ پیوند کربن - کربن وجود دارد (تعداد

خطوط در فرمول پیوند - خط هیدروکربن ها همان تعداد پیوندهای کربن -

کربن است.

در شرایط STP حالت فیزیکی آب به صورت مایع است. معادله موازنه شده

سوختن کامل هیدروکربن داده شده به صورت زیر است:



$$? LCO_2 = 12 / 4g C_9H_{16} \times \frac{1 \text{ mol } C_9H_{16}}{124g C_9H_{16}}$$

$$\times \frac{9 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_9H_{16}} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 20 / 16 LCO_2$$

(شیمی ۲، صفحه های ۲۸ تا ۳۸)

برگشت خواهد بود. اما از آنجا که این تعادل گرماگیر است، با افزایش دما

تعادل در جهت رفت جابه جا می شود.

(شیمی ۳، صفحه های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

گزینه «۱» - ۸۹

(ممد رضا پور جاوید)

با دو برابر شدن غلظت NH_3 ، تعادل در جهت مصرف آن (جهت

برگشت) جابه جا می شود، اما اثر تغییر وارد شده به طور کامل از بین نمی رود.

به این ترتیب مقداری از NH_3 اضافه شده در ظرف باقی می ماند و از

طرفی مقداری N_2 و H_2 نیز تولید می شوند. با توجه به افزایش مقدار همه

ذره های گازی، فشار موجود در ظرف بیشتر خواهد شد.

با همین توضیح می توان فهمید که سرعت هر دو واکنش رفت و برگشت

نسبت به حالت اول بیشتر می شود، اما به دو برابر نمی رسد. تغییر غلظت

فرآورده های واکنش برگشت (H_2, N_2) نیز کمتر از دو برابر خواهد بود.

(شیمی ۳، صفحه های ۱۰۲ و ۱۰۳)

گزینه «۳» - ۹۰

(عمید زینی)

مول تعادلی گاز SO_3 را برابر n و مول تعادلی گاز SO_2 را برابر $2n$

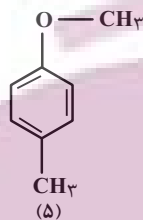
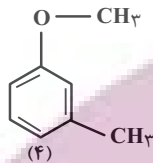
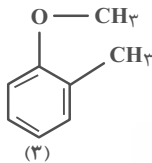
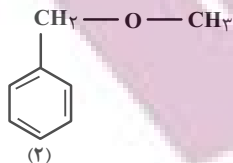
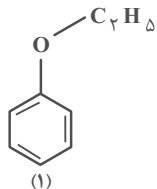
در نظر می گیریم:

$$K = \frac{[SO_3]^2}{[SO_2]^2 \times [O_2]} \Rightarrow 0.08 = \frac{\left(\frac{n}{4}\right)^2}{\left(\frac{2n}{4}\right)^2 \times [O_2]}$$

$$\Rightarrow 0.08 = \frac{n^2}{16} \times \frac{1}{16 \times [O_2]}$$

$$\Rightarrow [O_2] = \frac{1}{0.08 \times 4} = \frac{1}{0.32} = 3 / 125 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳، صفحه های ۱۰۱ و ۱۰۲)



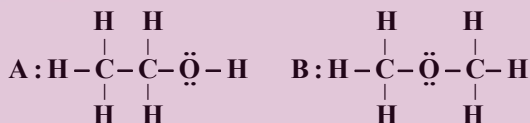
۵- ایزومر ساختاری دارد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(پیمان فولادی میر)

۹۵- گزینه «۳»

ساختار ترکیب‌های A و B به صورت زیر است:



* ترکیب A (اتانول) دارای گروه هیدروکسیل است و یک الکل محسوب می‌شود. (نادرستی عبارت اول)

* ترکیب B (دی‌متیل اتر) دارای ۶ پیوند C-H و ترکیب A (اتانول) دارای ۵ پیوند C-H است. (درستی عبارت دوم)

* ترکیب A (اتانول) مانند ترکیب آلی موجود در گشیز دارای گروه هیدروکسیل است. (درستی عبارت سوم)

* اتانول بعد از آب مهم‌ترین حلال صنعتی است. (نادرستی عبارت چهارم)
* در ترکیب A (اتانول) برخلاف ترکیب B (دی‌متیل اتر) وجود C-C دارد. (درستی عبارت پنجم)

(شیمی ۲، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(پیمان فولادی میر)

۹۶- گزینه «۲»

عبارت‌های اول و دوم صحیح هستند.

تشریح عبارت‌های نادرست:

(عمیر زینی)

۹۳- گزینه «۳»

در معادله موازنه شده، مجموع اتم‌های هر عنصر در دو طرف معادله با هم برابر است.



گزینه «۱»: $C_{12}H_{14}$

گزینه «۲»: $C_{12}H_{12}$

گزینه «۳»: $C_{12}H_{16}$

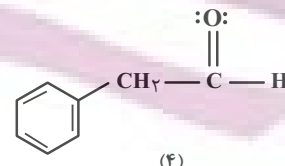
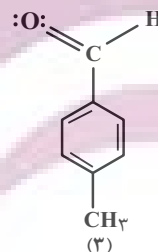
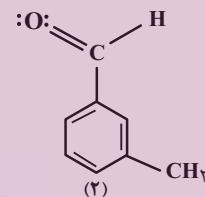
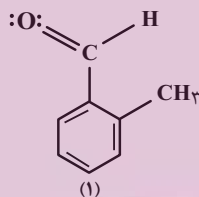
گزینه «۴»: $C_{12}H_{10}$

(شیمی ۲، صفحه ۴۲)

(امیر غامیان)

۹۴- گزینه «۴»

تعداد ایزومرهای آلدهیدی \Leftarrow ۶ کربن در حلقه بنزنی قرار می‌گیرد و از ۲ کربن باقی‌مانده ۱ کربن مربوط به گروه عاملی آلدهید است و ۱ کربن باقی می‌ماند.



۴- ایزومر ساختاری دارد.

تعداد ایزومرهای این هیدروکربن که پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌دهد \Leftarrow در ترکیب موردنظر اکسیژن نباید به هیدروژن متصل باشد چون آن‌گاه پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد و اکسیژن باید به حلقه بنزنی متصل شود و ۶ کربن در حلقه بنزنی قرار می‌گیرد و ۲ کربن باقی می‌ماند.

$$\frac{C_{\text{درصدجرمی}}}{N_{\text{درصدجرمی}}} = \frac{C_{\text{جرم}}}{N_{\text{جرم}}} = \frac{۱۴ \times ۱۲}{۲ \times ۱۴} = ۶$$

عبارت دوم درست است. دارای گروه‌های عاملی کربوکسیل، آمین، آمید و استری است.

عبارت سوم درست است. ۳ تا از اتم‌های H به N و یک اتم H به O متصل است، ولی بقیه اتم‌های H به C متصل شده‌اند.

عبارت چهارم نادرست است. ویتامین (ث) آروماتیک نیست.

عبارت پنجم درست است.

(شیمی ۲، صفحه ۱۱۱)

۹۹- گزینه «۲» (روزبه رضوانی)

موارد «الف» و «ب» نادرست اند.

الف: نیروی بین مولکولی الکل‌ها تا ۵ کربن هیدروژنی است، اما از الکل‌های

۴ و ۵ کربنه می‌توان محلول سیرشده در آب تهیه کرد.

پ) ساده‌ترین استر، متیل متانوات است و اتیل بوتانوات استر عامل بوی

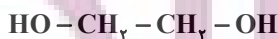
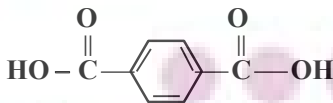
آناناس است؛ جرم مولی متانول کمتر از اتانول است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱۰۰- گزینه «۱» (پیمان فوازی‌میر)

ساختار و فرمول مولکولی مونومرهای سازنده این پلی‌استر به صورت زیر

است:



تفاوت جرم مولی $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ و $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_4$ برابر ۱۰۴ گرم بر مول

است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

* هر مول کلسترویل با یک مول H_2 واکنش می‌دهد و به یک ترکیب

سیرشده تبدیل می‌شود.

* کلسترویل یک الکل سیر نشده است.

(شیمی ۲، ترکیبی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲ و ۶۸ تا ۷۰)

۹۷- گزینه «۲»

(پیمان فوازی‌میر)

ترکیب A ویتامین (آ) با فرمول $\text{C}_7\text{H}_7\text{O}$ و ترکیب B ویتامین (ث) با

فرمول $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$ است. ویتامین (آ) در آب حل نمی‌شود پس رسوب

ایجاد شده مربوط به این ماده است.

$$۲۸ / ۶ \text{g C}_7\text{H}_7\text{O} \times \frac{۱ \text{ mol}}{۲۸۶ \text{ g}} = ۰ / ۱ \text{ mol C}_7\text{H}_7\text{O}$$

پس ۰/۲ مول $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$ داریم؛

$$\text{جرم کربن ویتامین (آ)} = ۰ / ۱ \times ۲۰ \times ۱۲ = ۲۴ \text{ g}$$

$$\text{جرم کربن ویتامین (ث)} = ۰ / ۲ \times ۶ \times ۱۲ = ۱۴ / ۴ \text{ g}$$

جرم ویتامین (ث) برابر است با:

$$۰ / ۲ \text{ mol} \times \frac{۱۷۶ \text{ g}}{۱ \text{ mol}} = ۳۵ / ۲ \text{ g C}_6\text{H}_8\text{O}_6$$

درصد جرمی اتم کربن برابر است با:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم کل}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۴ + ۱۴ / ۴}{۳۵ / ۲ + ۲۸ / ۶} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۳۸ / ۴}{۶۳ / ۸} \times ۱۰۰ \approx ۶۰ / ۱۹ \%$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۱)

۹۸- گزینه «۳»

(عمیر زینی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول درست است. فرمول مولکولی آسپارتام $\text{C}_{۱۴}\text{H}_{۱۸}\text{N}_2\text{O}_5$

است.

پاسخ تشریحی آزمون دانش شناختی ۱ اردیبهشت ۱۴۰۲

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفاً برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال، پاسخ نامه‌های تشریحی را مطالعه فرمائید.

۲۶۱. کدام مورد برای مطالعه متون درسی مفید است؟

۱. سوال از خود در مورد میزان یادگیری
۲. سوال از خود در مورد روش یادگیری
۳. بررسی دلایل اشتباهات و خطاها
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. مطالعه صرفاً روخوانی و تکرار مطالب نیست. روش صحیح مطالعه این است که بعد از خواندن مطالب، خودارزیابی داشته باشید تا میزان یادگیری خود را متوجه شوید، همچنین دلایل اشتباهات و روش یادگیری خود را بررسی کنید تا با بینش در مورد خود، بتوانید برای مطالعه‌ی مباحث بعدی تصمیم‌گیری و برنامه‌ریزی صحیحی داشته باشید.

۲۶۲. کدام مورد در خصوص بازبینی سوالات آزمون و یا ارزیابی صحیح است؟

۱. موجب آگاهی از نقاط قوت و ضعف می‌شود.
۲. موجب اثربخشی مطالعه بعدی می‌شود.
۳. هیچکدام
۴. هر دو

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. بازبینی سوالات آزمون، موجب آگاهی از نقاط قوت و ضعف می‌شود. بررسی این موضوع که بر کدام بخش از مطالب تسلط دارید و در چه مباحثی نیاز دارید خودتان را تقویت کنید، باعث هدفمند شدن مطالعه شما برای مطالعه دوباره آن مباحث می‌شود.

۲۶۳. کدام مورد در ارزیابی‌های آزمایشی اهمیت بیشتری دارد؟

۱. نمره نهایی آزمون
۲. نمره تراز
۳. پاسخ‌های ارائه شده به هر سوال
۴. میانگین درصدها

پاسخ تشریحی: پاسخ ۳ صحیح است. در ارزیابی‌های آزمایشی دریافت نمره نهایی بدون بررسی تک‌تک پاسخ‌های ارائه شده به سوالات، کمکی به آگاهی از تسلط شما بر مباحث و پیشرفت‌تان در آزمون‌های آینده نمی‌کند. مهم‌ترین بخش بعد از پاسخ دادن به سوالات، بررسی پاسخنامه تشریحی سوالاتی است که به آن‌ها پاسخ درست و یا غلط داده‌اید. زیرا فقط در این صورت است که متوجه نقاط قوت و ضعف خود می‌شوید و می‌توانید برنامه‌ریزی کنید که چه مباحثی را نیاز دارید مجدداً مطالعه کنید و در چه قسمت‌هایی مسلط هستید.

۲۶۴. کدام مورد برای حل مساله مفید است؟

۱. شکاندن مساله به اجزاء کوچکتر
۲. در نظر گرفتن قوانین حاکم بر مساله
۳. ارزیابی راه حل‌های ممکن
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. حل مسئله گام‌هایی دارد و درست‌ترین راه برای مدیریت آن، تقسیم مسئله به اجزای مختلف، در نظر گرفتن قوانین حاکم بر مساله و بر اساس آن، مشخص کردن تمام راه‌حل‌های ممکن، ارزیابی آن‌ها و در نهایت انتخاب بهترین راه حل است. بدون این مراحل، دم‌دست‌ترین راه بدون در نظر گرفتن ارزش آن انتخاب خواهد شد.

۲۶۵. کدام یک از موارد زیر پس از تصمیم‌گیری مفید است؟

۱. چرا من این گزینه را انتخاب کردم؟
۲. چگونه می‌توانم رویکرد خود را برای انتخاب بعدی بهبود دهم؟
۳. چرا من اشتباه کردم؟
۴. مورد ۱ و ۲

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. ارزیابی پیامدهای تصمیمی که گرفته شده است، اهمیت زیادی دارد. با ارزیابی دلیل انتخاب خود، می‌توانید برای انتخاب‌های بهتر آینده تصمیم‌گیری کنید.

۲۶۶. کدام مورد برای استفاده از شکل در تصمیم‌گیری درست است؟

۱. موجب سازماندهی افکار مختلف می‌شود.
۲. امکان برقراری ارتباط بین گزینه‌ها را راحت‌تر می‌کند.
۳. همه گزینه‌ها برای انتخاب پیش رو قرار می‌دهد.
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. استفاده از شکل به عینی کردن افکار و در نتیجه دیدن تمام گزینه‌های ممکن و سازماندهی بهتر کمک می‌کند. همچنین تصاویر گزینه‌های مختلف امکان متوجه شدن ارتباط بین آن‌ها را راحت‌تر می‌کند.

۲۶۷. کدام مورد برای حل یک مساله را مناسب‌تر می‌دانید؟

۱. آگاهی از راه‌حل‌های مختلف
۲. آگاهی از سریع‌ترین راه‌حل‌ها
۳. آگاهی از دقیق‌ترین راه‌حل‌های خود
۴. آگاهی از یک راه‌حل مطلوب خودمان

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. مناسب‌ترین راه برای حل یک مسئله، آگاهی از راه‌حل‌های مختلف بجای استفاده از اولین و سریع‌ترین راه‌حلی است که به ذهنمان می‌رسد. بررسی و ارزیابی جنبه‌های مختلف چند راه‌حل منجر به تصمیم‌گیری بهتر و انتخاب مناسب‌ترین راه‌حل ممکن می‌شود.

۲۶۸. کدام مورد در خصوص یادگیری با مشارکت دیگران درست است؟

۱. موجب آگاهی از رویکردهای مختلف می‌شود.
۲. مطالب بهتر یاد گرفته می‌شود.
۳. موجب حواس پرتی می‌شود.
۴. مورد ۱ و ۲

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. یادگیری مشارکتی باعث می‌شود تا مبحث مورد نظر را از دیدگاه‌های مختلف ببینید در نتیجه موجب آگاهی از رویکردهای مختلف می‌شود. همچنین با استفاده از بارش فکری گروهی، راه‌حل را پیدا کنید که این نوع یادگیری اکتشافی و بیان مطالب از زبان دیگران، منجر به یادگیری و تثبیت بهتر اطلاعات می‌شود.

۲۶۹. کدام مورد در خصوص توانایی شناختی ما صحیح است؟

۱. می‌تواند تغییر کند.
۲. تغییر ناپذیر است.
۳. هر دو مورد
۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. توانایی شناختی ما یک امر ذاتی و ثابت نیست و تقویت‌پذیر است. با کمک تمرینات هدفمند شناختی می‌توان آن‌ها را ارتقا داد. این تقویت با دو رویکرد توسعه توانایی‌های شناختی با برنامه‌های هدفمند تقویتی و یا یادگیری مدیریت منابع شناختی موجود صورت می‌گیرد. آزمون‌های دانش شناختی رویکرد دوم را دنبال می‌کنند. دسترسی به برنامه‌های هدفمند تقویتی در پروفایل کانون شما قرار داده شده است.