

ایران توشه

- رانلور نمونه سوالات امتحانی

- رانلور گام به گام

- رانلور آزمون گاج و قلم چی و سنجش

- رانلور فیلم و مقاله آنلیزشی

- رانلور و مشاوره



IranTooshe.ir



@irantooshe



IranTooshe



سؤالات موضوعی نهایی

((حسابان ۲))

پایه دوازدهم رشته‌های ریاضی و فیزیک

ایران توننده

سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

توشنه ای بڤای موفقیت

آرژن نسخه: شهریور ۹۹

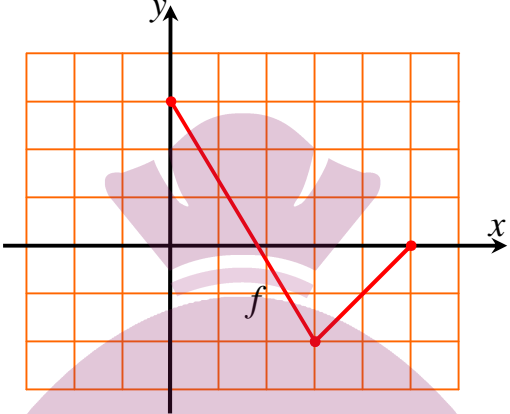
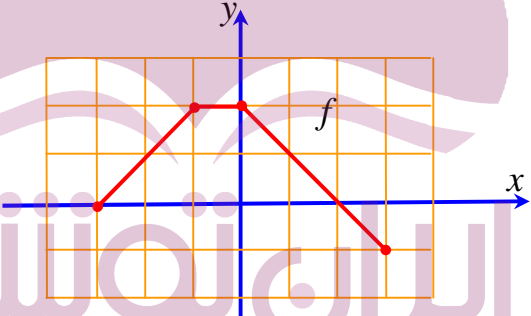
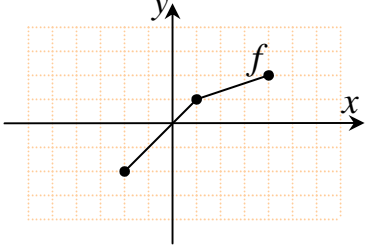
تهیه‌کننده: جابر عامری

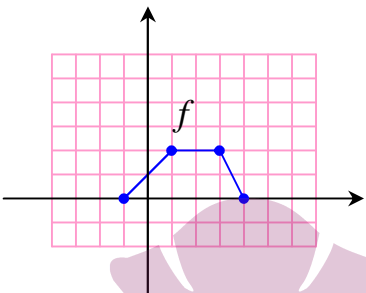
عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه استان خوزستان

((فصل اوّل : تابع))

تبدیل نمودار توابع

۱/۵ نمونه	دی ۹۷	<p>۱ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f(2x)$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد تابع g را تعیین کنید.</p>	۱
۱ نمونه	خرداد ۹۸	<p>۲ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = 2f(x-1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p>	۲
۰/۲۵ نمونه	خرداد ۹۸	<p>۳ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور xها به دست می‌آید.</p>	۳
۱/۲۵ نمونه	تیر ۹۸	<p>۴ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(2x) - 1$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد تابع g را تعیین کنید.</p>	۴

شماره ۰/۵	شهریور ۹۸	<p>۵ کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف: در فصله‌ی (۰, ۱) از بین دو تابع $g(x) = x^3$ و $f(x) = x^2$، نمودار کدام تابع پایین تر از دیگری قرار دارد؟</p> <p>ب: نمودار تابع $y = -f(x)$، قرینه‌ی نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به کدام محور است؟</p>
شماره ۱	شهریور ۹۸	<p>۶ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(3-x)$ را رسم کرده و دامنه‌ی آن را تعیین کنید.</p> 
شماره ۱/۲۵	دی ۹۸	<p>۷ نمودار تابع $f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(2x+1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p> 
شماره ۱	خرداد ۹۹	<p>۸ به توجه به نمودار تابع f که در شکل زیر مده است. نمودار تابع $g(x) = f(2x) - 1$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p> 

۰۳۵ / نمره	خرداد ۹۹ خ	در جی خالی کلمه ی ع رت منسب بنویسید. نقطه‌ی $(۲, -۱)$ در تابع $y = f(۲x + ۱) - ۱$ متناظر با نقطه‌ی در تابع $y = f(x)$ است.	۹
۱/۵ / نمره	خرداد ۹۹ خ	اگر نمودار f به صورت مقابل باشد. نمودار تابع $y = f(x - ۱) + ۲$ زیر را رسم کنید و دامنه و برد آنها را بنویسید.	۱۰
			
۰۳۵ / نمره	خرداد ۹۹ خ	درستی یا ندرستی ع رت زیر را مشخص کنید. نمودار تابع $y = (x + ۲)^۳$ را می توان با ۲ واحد انتقال نمودار تابع $y = x^۳$ به سمت چپ، رسم کرد.	۱۱
۰/۵ / نمره	شهریور ۹۹	در ج ه ی خالی کلمه ی ع رت منسب بنویسید. اگر بزه‌ی $[-۲, ۱]$ دامنه‌ی تابع $f(x)$ باشد دامنه‌ی تابع $f(۳x + ۱)$ برابر است.	۱۲
۱ / نمره	شهریور ۹۹	نمودار تابع زیر را به کمک نمودار تابع $y = \cos x$ رسم کنید. $y = \cos ۲x - ۱$	۱۳

تابع درجه‌ی سوم و چند جمله‌ای

۰۳۵ / نمره	شهریور ۹۸	کوته پاسخ دهید. درجه‌ی تابع $f(x) = x^۲(۱ - x)^۵$ را مشخص کنید.	۱
۰۳۵ / نمره	خرداد ۹۹	درستی یا ندرستی ع رت زیر را مشخص کنید. نمودار تابع $y = x^۳$ در بزه‌ی $[۰, ۱]$ پدین تر از نمودار تابع $y = x^۲$ قرار دارد.	۲
۰۳۵ / نمره	شهریور ۹۹	درستی یا ندرستی ع رت زیر را مشخص کنید. چند جمله‌ای $P(x) = (۲ - x)^۲(x + ۱)^۳$ یک چند جمله‌ای از درجه‌ی ۵ است.	۳

توابع یکنوا

۰/۷۵ / نمره	دی ۹۷	نمودار تابع $f(x) = (x + ۱)^۳$ را رسم کنید. سپس تعیین کنید که این تابع در دامنه‌ی خود اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟	۱
-------------	-------	---	---

سوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس حسابان ۲ پایه ی دوازدهم رشته ی ریاضی فیزیک

شهریور ۹۸	شماره ۰/۲۵	۲ کوتاه پاسخ دهید. تابع $h(x) = x + 2 $ در چه بازه ای اکیداً صعودی است؟
شهریور ۹۸	شماره ۰/۵	۳ اگر $\log(x + 1) \leq \log(2x - 3)$ حدود x را به دست ورید؟
دی ۹۸	شماره ۰/۵	۴ درستی یا ندرستی را زیر را مشخص کنید. اگر تابع f در یک بازه نزولی باشد، آنگاه در این بازه اکیداً نزولی می باشد.
دی ۹۸	شماره ۰/۵	۵ در جبهی خالی کلمه ی e را مناسب بنویسید. اگر $\frac{1}{64} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}$ باشد حدود x برابر است.
خرداد ۹۹	شماره ۰/۲۵	۶ درستی یا ندرستی را زیر را مشخص کنید. اگر تابع $y = f(x)$ در یک فاصله صعودی باشد، آنگاه در آن فاصله اکیداً صعودی نیز خواهد بود.
خرداد ۹۹	شماره ۱	۷ نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2$ را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه ای این تابع اکیداً صعودی و در چه بازه ای اکیداً نزولی است.
خرداد ۹۹	شماره ۰/۲۵	۸ درستی یا ندرستی را زیر را مشخص کنید. تابع $g(x) = 2^{-x}$ ، تابعی است که در تمام دامنه ی خود اکیداً یکنوا است.
خرداد ۹۹	شماره ۰/۲۵	۹ درستی یا ندرستی را زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = -x^2 + 2x$ روی بازه $(-\infty, 3]$ اکیداً صعودی است.
خرداد ۹۹	شماره ۰/۲۵	۱۰ جبهی خالی را به e را مناسب بنویسید. برای آنکه تابع $y = ax + b$ در دامنه اش هم صعودی باشد و هم نزولی مقدار a باید برابر با باشد.
شهریور ۹۹	شماره ۰/۲۵	۱۱ درستی یا ندرستی را زیر را مشخص کنید. اگر تابع f در یک بازه نزولی اکید باشد در این بازه نزولی نیز هست.

تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

دی ۹۷	۲۵/۰۲۵ نمره	جی خالی را با عددی a مرتب کنید. اگر بقی مانده‌ی تقسیم $f(x) = x^2 + kx - 1$ بر $x + 1$ برابر 2 باشد. مقدار k برابر است.
خرداد ۹۸	۷۵/۰۲۵ نمره	اگر چند جمله‌ای $f(x) = x^2 + ax - 3$ بر $x + 1$ بخش پذیر باشد. بقی مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x - 2$ را به دست آورید.
تیر ۹۸	۲۵/۰۲۵ نمره	جی خالی را با عددی a مرتب کنید. بقی مانده‌ی تقسیم $f(x) = x^3 - 2x$ بر $x - 1$ برابر 2 برابر با است.
تیر ۹۸	۱ نمره	مقدار a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ بر $x - 2$ بخش پذیر بوده و بقی مانده‌ی تقسیم آن بر $x + 1$ برابر 3 باشد.
شهریور ۹۸	۱ نمره	مقدار a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.
دی ۹۸	۲۵/۱ نمره	در چند جمله‌ای $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ ، مقدار a و b را چنان بیابید که بقی مانده‌ی تقسیم آن بر $x - 1$ برابر 4 باشد و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.
خرداد ۹۹	۱ نمره	مقدار a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.
خرداد ۹۹	۲۵/۰۲۵ نمره	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در تقسیم $f(x) = x^3 + 2$ بر $f(x) = 2x - 1$ بقی مانده برابر صفر است.
خرداد ۹۹	۱ نمره	در چند جمله‌ای $y = x^3 + ax^2 + x + b$ مقدار a و b را چنان بیابید که بقی مانده‌ی تقسیم آن بر $x - 1$ برابر 4 باشد و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.
شهریور ۹۹	۵/۱ نمره	مقدار a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ بر $x - 2$ بخش پذیر بوده و بقی مانده‌ی تقسیم آن بر $x + 1$ برابر 3 باشد.

اتحاد های تکمیلی

دی ۹۷	۱ نمره	هر یک از چند جمله‌ای‌های زیر را بر حسب عمل خواسته شده تجزیه کنید. (الف) $x^5 + 1$ بر $x + 1$ (ب) $x^6 - 1$ بر $x - 1$
-------	-----------	--

۰/۵ نمره	۹۸ خرداد	چندجمله ای $x^6 - 1$ را بر $x + 1$ حساب عمل $x + 1$ تجزیه کنید.	۲
۰/۵ نمره	۹۹ خرداد خ	چند جمله ای $x^5 + 1$ را بر $x + 1$ حساب عمل $x + 1$ تجزیه کنید.	۳

تهیه کننده: جابر عامری

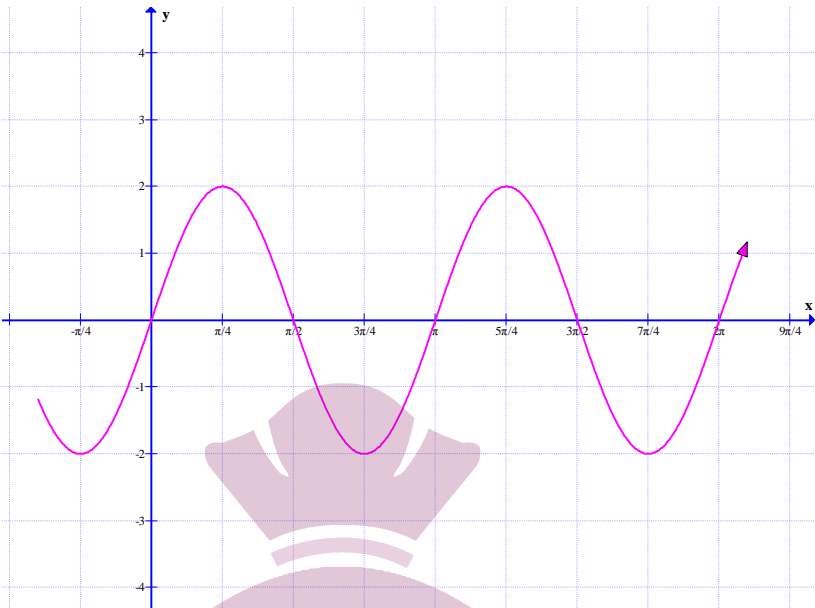
عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان



((فصل دوّم : مثلثات))

دورهی تناوب

۰/۲۵ نمره	دی ۹۷	درست یا نادرست بودن جملهی زیر را مشخص کنید. مینیمم تابع $y = -3 \cos(\pi x) + 2$ برابر یک است.	۱
۱ نمره	دی ۹۷	ضابطه‌ی تابعی به فرم $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که دورهی تذبذب آن π ، مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن -۳ باشد.	۲
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۸	جای خالی را به عددی مناسب کامل کنید. دورهی تذبذب تابع $y = 3 \cos(-\frac{\pi}{4} x)$ برابر ۱ است.	۳
۰/۲۵ نمره	تیر ۹۸	جای خالی را به عددی مناسب کامل کنید. دورهی تذبذب تابع $y = -\frac{1}{4} \cos(\pi x)$ برابر ۱ است.	۴
۰/۵ نمره	تیر ۹۸	مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 - 2 \sin(3x)$ را به دست آورید.	۵
۱/۵ نمره	شهریور ۹۸	دورهی تذبذب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos(\pi x) + 1$ را مشخص کنید.	۶
۱/۵ نمره	دی ۹۸	ضابطه‌ی تابعی به صورت $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که دورهی تذبذب آن π ، مقدار ماکزیمم آن ۶ و مقدار مینیمم آن -۲ باشد.	۷
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹	در جای خالی کلمه‌ی مناسب را بنویسید. دورهی تذبذب تابع $y = 8 \cos(\frac{x}{3})$ برابر ۱ است.	۸
۱ نمره	خرداد ۹۹	مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 + 2 \sin 7x$ را به دست آورید.	۹

<p>نمره ۱</p> <p>خرداد ۹۹ خ</p>	<p>۱۰</p> <p>معدله‌ی منحنی رو به رو را به صورت $y = a \cos(bx)$ یا $y = a \sin(bx)$ بین کنید.</p> 	
<p>نمره ۰/۲۵</p> <p>خرداد ۹۹ خ</p>	<p>۱۱</p> <p>جی خالی را به ترتیب مندرج پر کنید. دوره‌ی تناوب و مقدار مینیمم تابع $y = 2 \sin \frac{\pi}{2} x - 1$ به ترتیب برابر با و است.</p>	
<p>نمره ۱</p> <p>شهریور ۹۹</p>	<p>۱۲</p> <p>دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = \sqrt{5} - \pi \cos \frac{1}{2} x$ را محاسبه کنید.</p>	

تابع تانژانت

<p>نمره ۰/۲۵</p> <p>دی ۹۷</p>	<p>۱</p> <p>جی خالی را به عددی به ترتیب مندرج پر کنید. دوره‌ی تناوب تابع تانژانت برابر با است.</p>	
<p>نمره ۰/۲۵</p> <p>دی ۹۷</p>	<p>۲</p> <p>درست یا نادرست بودن جمله‌ی زیر را مشخص کنید. تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است.</p>	
<p>نمره ۰/۲۵</p> <p>خرداد ۹۸</p>	<p>۳</p> <p>درست یا نادرست بودن جمله‌ی زیر را مشخص کنید. نقطه‌ی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ که در $k \in Z$ در دامنه‌ی تابع تانژانت قرار ندارند.</p>	
<p>نمره ۰/۵</p> <p>شهریور ۹۸</p>	<p>۴</p> <p>کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟ الف: تابع تانژانت در بازه‌ی $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ اکیداً صعودی است؟ ب: نقطه‌ی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ و $k \in Z$ در دامنه‌ی تابع تانژانت قرار دارند.</p>	

۵	جی خالی را ب‌ء رت مندس پرکنید. دوره‌ی تندوب اصلی تابع $y = \tan x$ برابر است.	۱۳۵ نم‌ره	خ‌رداد ۹۹ خ
۶	درستی یا ن‌درستی ء رت هی زیر را مشخص کنید. مقدار تابع تانژانت در $x = \frac{\pi}{۲}$ تعریف نشده است.	۱۳۵ نم‌ره	ش‌هریور ۹۹

معادلات مثلثاتی

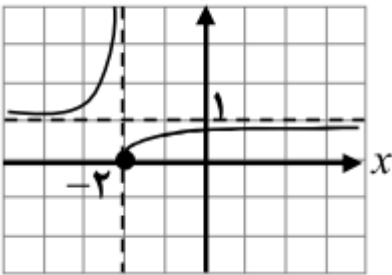
۱	مع‌ده‌ی مثلث‌تی $\cos 3x - \cos x = 0$ را حل کنید.	۱۳۵ نم‌ره	دی ۹۷
۲	مع‌ده‌ی $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	۱۳۵ نم‌ره	خ‌رداد ۹۸
۳	مع‌ده‌ی $\sin 2x - \cos x = 0$ را حل کنید.	۱۳۵ نم‌ره	ت‌یر ۹۸
۴	مع‌ده‌ی $\sin 3x = \sin 2x$ را حل کنید.	۱ نم‌ره	ش‌هریور ۹۸
۵	مع‌ده‌ی $2\cos 3x - \sqrt{3} = 0$ را حل کنید.	۱۳۵ نم‌ره	دی ۹۸
۶	مع‌ده‌ی $2\sin 3x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید.	۱۳۵ نم‌ره	خ‌رداد ۹۹
۷	مثلثی ب‌ مس‌حت $8\sqrt{2}$ سانتی متر مربع است. اگر اندازه‌ی هر ضلع ن‌ ۴ و ۸ سانتی متر ب‌شد، آن‌گه چند مثلث با این خصیت وجود دارد؟	۱ نم‌ره	خ‌رداد ۹۹ خ
۸	مع‌ده‌ی مثلث‌تی مقابل را حل کنید. $2\sin^2 x + 9\cos x + 3 = 0$	۱ نم‌ره	خ‌رداد ۹۹ خ
۹	مع‌ده‌ی مثلث‌تی $\cos 3x - \cos x = 0$ را حل کنید.	۱۳۵ نم‌ره	ش‌هریور ۹۹

تهیه کننده: جابر عامری

فصل سوم

((حدهای نامتناهی، حد در بینهایت))

حدهای نامتناهی و حد در بی نهایت

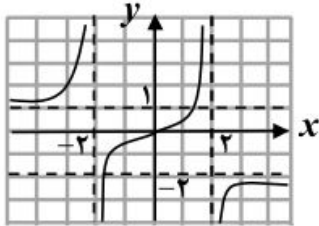
۱/۵ نمره	دی ۹۷	الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{4-x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5 + 3x^3 + 1}{-3x^5 + 3x^2 + 3}$	۱	حدود زیر را به دست ورید.
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۸		۲	درستی یا ندرستی عبارت زیر را تعیین کنید. حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{9-x^2}$ برابر $-\infty$ است.
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۸		۳	جی خالی را به عددی عبارت مندرج کامل کنید. حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+5}{x-2}$ برابر 1 است.
۱/۲۵ نمره	تیر ۹۸	الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2+x}{x^2+2x+1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3+2x-1}{-2x^3+4}$	۴	حدود زیر را به دست ورید.
۰/۵ نمره	شهریور ۹۸	الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \dots$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$	۵	به توجه به نمودار تابع f که در شکل زیر ورده شده است. به سوالات زیر پاسخ دهید. 
۱/۷۵ نمره	شهریور ۹۸	الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-1}{(x-1)^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3+x-1)$ پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3+1}{2x^3-4x}$	۶	حدهای زیر را محاسبه کنید.

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل سوم درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک

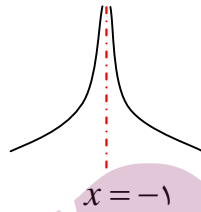
۰/۵ نمره	دی ۹۸	جی خالی را به عدد یه رت منس کامل کنید. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 - 2x - 5x^4)$ برابر با است.	۷
۱/۵ نمره	دی ۹۸	حاصل حدهی زیر را به دست ورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+1}{x-5} - \frac{2}{x} \right)$	۸
۲ نمره	خرداد ۹۹	حدود زیر را محسسه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + x}{x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^3 + 2x - 1}$	۹
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	نمودار تابع f به صورت مقابل است. الف: حدود زیر را محسسه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{-2x}{f(x)}$ ب) $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{-2x}{f(x)}$ ب: نمودار تابع $y = \frac{-2x}{f(x)}$ در اطراف نقطه‌ی $x = a$ چگونه است؟	۱۰
۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	حد هی زیر را به دست ورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2x^2}{4x^3 + 2x - 1}$	۱۱
۱/۵ نمره	شهریور ۹۹	حدود زیر را محسسه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x^2 + 1}$	۱۲

مجانب افقی و مجانب قائم

۱/۵ نمره	دی ۹۷	مجانب هی قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{3x}{x^3 - 1}$ را بیاید.	۱
۱/۵ نمره	خرداد ۹۸	کدام یک از خطوط $x = -1$ و $x = 3$ مجانب قائم $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}$ می بشد؟ دلیل پسخ خود را بنویسید.	۲

۰/۵ نمره	۹۸ خرداد	۳ به توجه به نمودار تابع f که در زیر مده است. معادلات مجاز هی افقی تابع را بنویسید. 
۱/۲۵ نمره	۹۸ تیر	۴ مجاز هی قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{1+2x^2}{1-x^2}$ را بیابید.
۰/۷۵ نمره	۹۸ شهریور	۵ مجاز قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{x+3}{2-x}$ را بنویسید.
۱ نمره	۹۸ دی	۶ مجاز قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+x}{x^2-x}$ را بنویسید.
۰/۵ نمره	۹۹ خرداد	۷ نمودار تابع f را به گونه ای رسم کنید که همه‌ی شرایط زیر را دارا باشد. الف : $f(1) = f(-2) = 0$ ب : $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ ج : خط $y = -1$ مجانب افقی ن باشد.
۲ نمره	۹۹ خرداد	۸ مجاز هی قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{x}{x^2-4}$ را در صورت وجود بدست ورید.
۱/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	۹ نمودار تابع f را به گونه ای رسم کنید که همه‌ی شرایط زیر را دارا باشد. الف : $f(1) = f(-2) = 0$ ب : $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ ج : خط $y = -1$ مجانب افقی آن باشد.
۱/۵ نمره	۹۹ خرداد	۱۰ مجاز هی افقی و قائم تابع زیر را به دست ورید. $y = \frac{2x+5}{ x -1}$
۲ نمره	۹۹ شهریور	۱۱ مجاز هی قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{1+2x^2}{1-x^2}$ را در صورت وجود به دست ورید.

شهریور ۹۹	شماره ۱	۱۲	نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x^3+x}$ در نزدیکی مجاز قائم ن به چه صورتی می‌باشد؟
شهریور ۹۹	شماره ۱	۱۳	ابع $f(x) = \frac{x+3}{x^2+bx+c}$ در اطراف نقطه‌ی $x = -1$ به صورت شکل زیر باشد مقادیر b و c را به دست آورید.



تهیه‌کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

ایران توننده
توشه‌ای برای موفقیت

((فصل چهارم : مشتق))

مفهوم مشتق

۰/۲۵ نمره	دی ۹۷	جی خالی را به عدد y و x مرتب کنید. مشتق تابع $f(x) = \sqrt{2x-1}$ در نقطه ای به طول یک روی منحنی تابع، عدد است.	۱
۰/۲۵ نمره	تیر ۹۸	جی خالی را به عدد y و x مرتب کنید. مشتق تابع $f(x) = \frac{x}{x+1}$ در نقطه ای به طول ۲ روی منحنی تابع عدد است.	۲
			۳

محاسبه‌ی مشتق تابع در یک نقطه

۱ نمره	تیر ۹۸	اگر $f(x) = x^2 - 3x$ باشد، با استفاده از تعریف $f'(1)$ را حساب کنید.	۱
۱/۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	با استفاده از تعریف مشتق، معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt{x} - 2$ را در نقطه‌ی $x = 3$ به دست آورید.	۲
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۹	اگر $f(x) = x^2 - 3x$ باشد، با استفاده از تعریف مشتق $f'(1)$ را حساب کنید.	۳

مشتق پذیری و پیوستگی

۱ نمره	دی ۹۷	مشتق پذیری تابع $f(x) = x-2 $ را در $x = 2$ بررسی کنید.	۱
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۸	نشان دهید، نقطه‌ی به طول $x = -1$ ، نقطه‌ی گوشه‌ی ای برای تابع $f(x) = x^2 + x $ می‌باشد.	۲

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل چهارم درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک

۱/۲۵ نمره	۹۸ خرداد	۳ قضیه: ثابت کنید اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f در $x = a$ پیوسته است.
۰/۷۵ نمره	۹۸ تیر	۴ نشان دهید $x = 0$ مماس قائم برای تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ است.
۲ نمره	۹۸ شهریور	۵ مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 4 $ را در $x = 2$ بررسی کنید.
۱/۲۵ نمره	۹۸ دی	۶ مشتق پذیری تابع مقابل را در نقطه‌ی $x = 1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 3x + 1 & x < 1 \end{cases}$
۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	۷ درستی یا ندرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر تابع f در $x = a$ پیوسته نشد در آنگاه f در a مشتق پذیر هم نیست.
۲ نمره	۹۹ خرداد	۸ مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 1 $ را در $x = 1$ بررسی کنید.
۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	۹ درستی یا ندرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = x $ در نقطه‌ی $x = 0$ مشتق پذیر نیست.
۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	۱۰ جی خالی را کامل کنید. خط $x = 1$ بر منحنی $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ است.

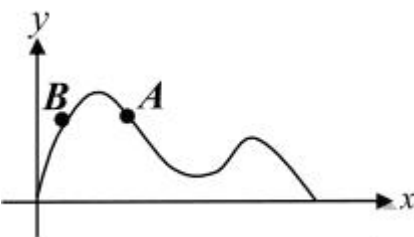
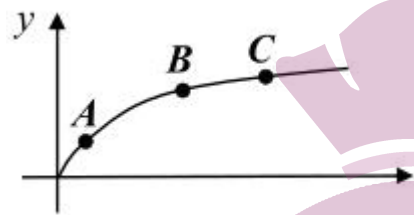
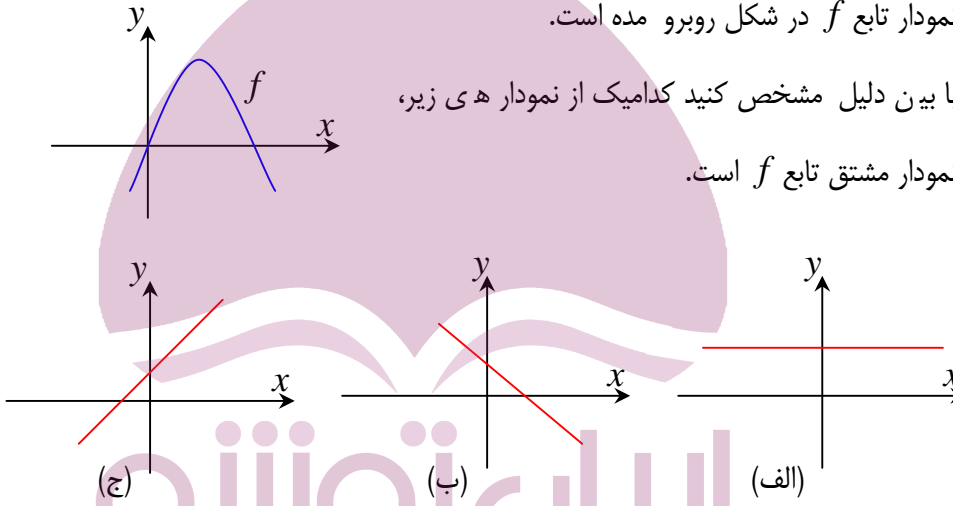
۱/۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	۱۱	<p>ب محاسبه‌ی مشتق چپ و راست در نقطه‌ی A، نشان دهید که تابع در نقطه‌ی A مشتق پذیر نیست.</p>
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	۱۲	<p>درستی یا ندرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد، آنگاه در این نقطه مشتق پذیر است.</p>
۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	۱۳	<p>تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^3 - 2x & x \leq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. حاصل a و b را به دست ورید.</p>
۲ نمره	شهریور ۹۹	۱۴	<p>مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ را در $x = 0$ بررسی کنید.</p>
۰/۲۵ نمره	شهریور ۹۹	۱۵	<p>درستی یا ندرستی عبارت زیر را مشخص کنید. خط $x = 1$ مماس قائم منحنی $f(x) = \sqrt[3]{x}$ است.</p>

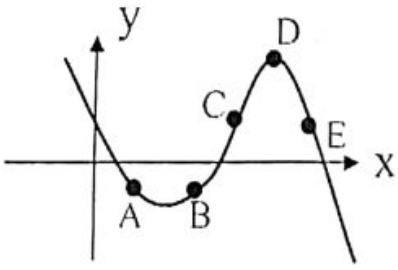
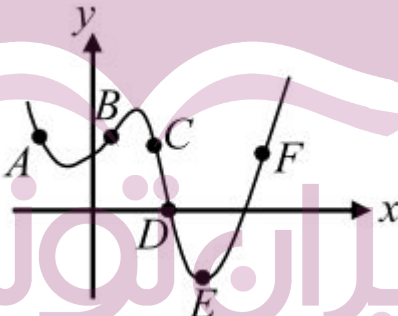
ایران تونش

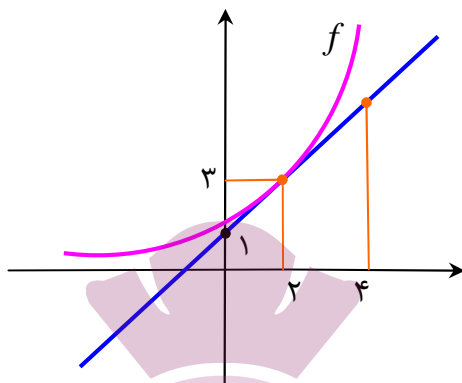
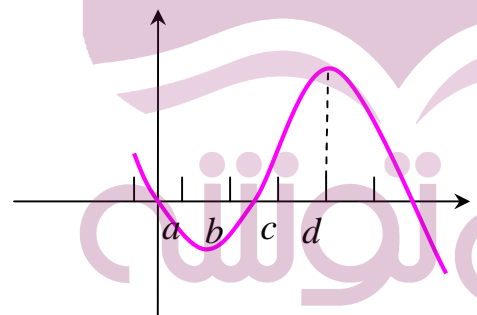
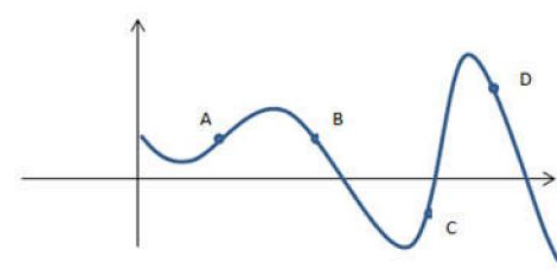
توشه‌ای برای موفقیت

تعبیر هندسی مشتق

۰/۷۵ نمره	دی ۹۷	۱	<p>با در نظر گرفتن نمودار f در شکل، به سه سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف: طول نقطه‌ای که مماس در آن افقی باشد.</p> <p>ب: طول نقطه‌ای که مشتق در آن مقداری منفی است.</p> <p>پ: طول نقطه‌ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست.</p>
--------------	-------	---	--

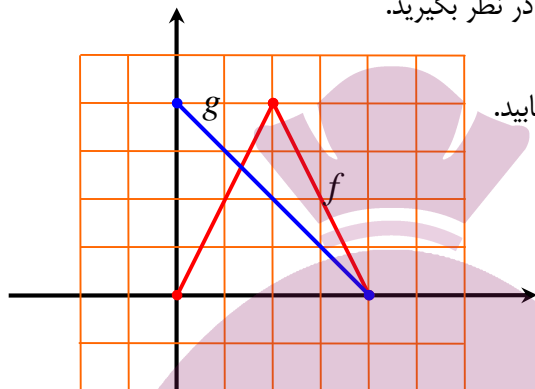
<p>نمره ۰/۲۵</p>	<p>خرداد ۹۸</p>	<p>۲ درستی یا ندرستی عبارت زیر را با توجه به شکل داده شده مشخص کنید. در شکل روبرو شیخ خطوط مماس در نقاط A و B مثبت است.</p> 	<p>۲</p>
<p>نمره ۰/۲۵</p>	<p>خرداد ۹۸</p>	<p>۳ جی خالی را با عددی ع رت مندس پر کنید. با توجه به شکل روبرو شیخ خط مماس بر منحنی در نقطه‌ی بزرگتر از شیخ خط مماس بر منحنی در نقطه‌ی B است.</p> 	<p>۳</p>
<p>نمره ۰/۷۵</p>	<p>خرداد ۹۸</p>	<p>۴ نمودار تابع f در شکل روبرو مده است. با بین دلیل مشخص کنید کدامیک از نمودار هی زیر، نمودار مشتق تابع f است.</p> 	<p>۴</p>

<p>انمره ۹۸</p>	<p>تیر ۹۸</p>	<p>۵ نقاط داده شده روی منحنی زیر را به شیب ارائه شده در جدول نظیر کنید.</p>  <table border="1" data-bbox="670 593 1053 862"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۰</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۰/۵</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-۰/۵</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	شیب	نقطه	۰		۲		۰/۵		-۰/۵		<p>۵</p>
شیب	نقطه												
۰													
۲													
۰/۵													
-۰/۵													
<p>انمره ۰/۷۵</p>	<p>شهریور ۹۸</p>	<p>۶ به توجه به نمودار داده شده گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>(i) در کدام نقطه مماس افقی بر نمودار رسم می‌شود؟ الف) B ب) E</p> <p>(ii) شیب خط مماس در نقطه‌ی F چه علامتی دارد؟ الف) مثبت ب) منفی</p> <p>(iii) شیب خط مماس بر نمودار در نقطه‌ی D نسبت به نقطه‌ی B چگونه است؟ الف) بیشتر ب) کمتر</p> 	<p>۶</p>										

<p>۱ نمره</p>	<p>دی ۹۸</p>	<p>۷ در شکل روبرو نمودار تابع $f(x)$ و خط مماس بر منحنی n در نقطه‌ی $x=2$ داده شده است. الف: مشتق تابع $f(x)$، در نقطه‌ی $x=2$ را بیابید. ب: معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع در نقطه‌ی A را بنویسید.</p> 	<p>۷</p>										
<p>۱/۵ نمره</p>	<p>خرداد ۹۹</p>	<p>۸ معادله‌ی خط مماس بر منحنی $f(x) = -x^2 + 10x$ را در نقطه‌ی $A(2, f(2))$ واقع بر نمودار تابع بنویسید.</p>	<p>۸</p>										
<p>۱ نمره</p>	<p>خرداد ۹۹ خ</p>	<p>۹ ب در نظر گرفتن نمودار f در شکل زیر، نقاط a و b و c و d را به مشتق‌هی داده شده در جدول نظیر کنید.</p>  <table border="1" data-bbox="1053 1187 1276 1411"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$f(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۰/۵</td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۰/۵</td> </tr> </tbody> </table>	x	$f(x)$		۰		۰/۵	۲			-۰/۵	<p>۹</p>
x	$f(x)$												
	۰												
	۰/۵												
۲													
	-۰/۵												
<p>۱ نمره</p>	<p>خرداد ۹۹ خ</p>	<p>۱۰ ب توجه به نمودار زیر جدول را کامل کنید.</p>  <table border="1" data-bbox="414 1859 1292 1993"> <tbody> <tr> <td>شیب</td> <td>-۲</td> <td>-۱</td> <td>۰/۵</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	شیب	-۲	-۱	۰/۵	۲	نقطه					<p>۱۰</p>
شیب	-۲	-۱	۰/۵	۲									
نقطه													

محاسبه‌ی مشتق

۱/۲۵ نمره	دی ۹۷	اگر f و g توابع مشتق پذیر باشند $f(2) = 3$ و $f'(2) = 1$ و $g(2) = -3$ و $g'(2) = 2$ مقادیر $(fg)'(2)$ و $(f+g)'(2)$ را به دست ورید.
۰/۵ نمره	دی ۹۸	جی خالی را به عددی کلمه‌ی مناسب کامل کنید. اگر $f'(2) = -1$ و $g'(2) = 3$ در این صورت $(2f + 3g)'(2)$ برابر با است.
۱ نمره	دی ۹۸	نمودار توابع f و g را در شکل مقابل در نظر بگیرید. اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ باشد، $h'(1)$ را بیابید.
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹	در جی خالی کلمه‌ی عبارت مناسب را بنویسید. اگر $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ ، در این صورت $(3f + 2g)'(1)$ برابر با است.
۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	اگر توابع f و g مشتق پذیر باشند و $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ مقادیر $(3f + 2g)'(1)$ را به دست ورید.



مشتق گیری از توابع

۲ نمره	دی ۹۷	۱ مشتق توابع زیر را به دست ورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف $y = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x - 5}$ ب) $y = \cos^2(-3x + 1)$
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۸	۲ مشتق توابع زیر را به دست ورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف $y = \frac{x^2 - 1}{x^3 + 2x + 1}$ ب) $y = \cos^3(2x)$
۲ نمره	تیر ۹۸	۳ مشتق توابع زیر را به دست ورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف $y = \frac{x^2 - 1}{5x^3 - 3x + 1}$ ب) $y = \sin^2(2x + 1)$

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل چهارم درس حسابان ۲ پایه دوازدهم رشته ریاضی فیزیک

۲/۲۵ نمره	شهریور ۹۸	مشتق توابع زیر را به دست ورید. ب) $g(x) = \cos\left(\frac{x}{x^2+1}\right)$ الف) $f(x) = (2x^3 + \sqrt[3]{x} - 1)^4$	۴
۱/۷۵ نمره	دی ۹۸	مشتق توابع زیر را به دست ورید. (سده کردن مشتق الزامی نیست). ب) $y = \sin^3(2x+1)$ الف) $y = \frac{2x+3}{x^3-2x^2}$	۵
۳ نمره	خرداد ۹۹	مشتق توابع زیر را به دست ورید. (سده کردن مشتق الزامی نیست). ب) $g(x) = \sqrt{x}(3x^2+5)$ پ) $h(x) = \sin^3 x + \cos^2 x$ الف) $f(x) = \frac{x^2-3x+1}{-3x+2}$	۶
۲/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	مشتق توابع زیر را محاسبه کنید. (سده کردن الزامی نمی باشد). ب) $f(x) = \frac{5\cos x}{1-\sin x}$ الف) $f(x) = (x^2+1)^3(5x-1)$	۷
۲ نمره	خرداد ۹۹ خ	مشتق توابع زیر را به دست ورید. (سده کردن مشتق الزامی نیست). ب) $g(x) = \sin^3 x + \cos^2(4x^3-2)$ الف) $f(x) = 2\sqrt{x}(5x^2-3x)$	۸
۳ نمره	شهریور ۹۹	مشتق هر یک از توابع زیر را به دست ورید. (سده کردن مشتق الزامی نیست). ب) $g(x) = (x^2+3x+1)^7$ پ) $h(x) = \frac{x^2-5x+7}{-2x+9}$ الف) $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+1)$	۹

مشتق تابع مرکب و قاعده زنجیری

توشه ای برای موفقیت

			۱

مشتق پذیری روی یک بازه

۱/۲۵ نمره	تیر ۹۸	نمودار تابع زیر را رسم کرده و مشتق پذیری f را روی بازه $[-۲, ۰]$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} ۲x + ۴ & x < -۱ \\ x + ۱ & -۱ \leq x < ۲ \end{cases}$	۱

مشتق مرتبه دوم

۱ نمره	شهریور ۹۹	اگر $f(x) = \sin^۲ x - \cos ۲x$ مقدار $f''(\frac{\pi}{۶})$ را حساب کنید.	۱

آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر

۰/۷۵ نمره	دی ۹۷	یک توده بکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + t^۲$ گرم است. آهنگ جرم توده‌ی بکتری در لحظه‌ی $t = ۹$ چقدر است؟	۱
۱ نمره	خرداد ۹۸	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x^۳ - ۲x$ را در بازه $[۰, ۲]$ و آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f را در $x = ۱$ محاسبه کنید.	۲
۰/۷۵ نمره	تیر ۹۸	یک توده‌ی بکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + ۳t^۲$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده‌ی بکتری در لحظه‌ی $t = ۴$ چقدر است؟	۳
۱ نمره	شهریور ۹۸	آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = ۲x^۲ + ۵x + ۱$ در نقطه‌ی $x = ۲$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = -۱$ است؟	۴
۰/۵ نمره	دی ۹۸	درستی یا ندرستی عبارت زیر را تعیین کنید. سرعت لحظه‌ای در $t = ۲$ برای متحرکی با معادله‌ی حرکت $f(t) = t^۲ + ۳t$ برابر ۷ است.	۵
۱/۵ نمره	خرداد ۹۹	معدله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^۲ - t + ۱۰$ بر حسب متر در بازه‌ی زمانی $[۰, ۵]$ بر حسب ثانیه داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[۰, ۵]$ برابر است؟	۶

۲۵-۰ نمره	خرداد ۹۹ خ	در جی خالی کلمه ی ء رت منسب بنویسید. هنگ لحظه ای تغییر تابع $g(x) = 2 \sin 2x$ نسبت به x در $x = \frac{\pi}{2}$ برابر است.	۷
۲۵-۰ نمره	خرداد ۹۹ خ	درستی یا ندرستی ء رت زیر را مشخص کنید. آهنگ متوسط تغییر ب شی قطع و هنگ لحظه ای تغییر ب شی خط ممس در ن نقطه برابرند.	۸
۲۵-۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	یک توده ب کتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + t^2$ گرم است. الف: جرم این توده ب کتری در بزه ی زمانی $3 \leq t \leq 4$ به چه سرعتی افزایش می یابد؟ ب: آهنگ رشد جرم توده ی ب کتری در لحظه ی $t = 9$ چقدر است؟	۹
۵-۰ نمره	شهریور ۹۹	در جی خالی کلمه ی ء رت منسب بنویسید. سرعت لحظه ای در $t = 9$ برای متحرکی ب معده ی حرکت $f(t) = \sqrt{t}$ برابر است.	۱۰

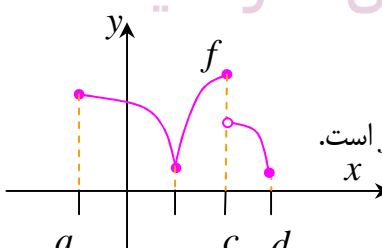
تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

((فصل پنجم : کاربردهای مشتق))

اکسترم های یک تابع و توابع صعودی و نزولی

۱/۲۵ نمره	دی ۹۷	جی خالی را به عدد یه رت منس پرکنید. اگر تابع $y = f(x)$ در بزهی $[a, b]$ صعودی بشد علامت مشتق تابع f در این بزه است.	۱
۱/۵ نمره	خرداد ۹۸	مقدیر مکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ را در بزهی $[0, 2]$ تعیین کنید.	۲
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۸	تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ در چه بزه ای صعودی و در چه بزه ای نزولی است راه حل خود را بنویسید.	۳
۱/۲۵ نمره	تیر ۹۸	جی خالی را به عدد یه رت منس پرکنید. اگر تابع $y = f(x)$ در بزهی (a, b) صعودی بشد علامت مشتق تابع f در این بزه است.	۴
۱/۵ نمره	تیر ۹۸	درست یا ندرست بودن جملات زیر را به توجه به نمودار تابع f که در ذیل ورده شده، مشخص کنید. الف) نقطه ای به طول b مینیمم نسی تابع f نیست. ب) نقطه ای به طول c یک نقطه ی بحرانی برای تابع f است. 	۵
۱/۷۵ نمره	تیر ۹۸	مقدیر اکسترم های مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$ را در بزهی $[0, 2]$ بیابید.	۶

شهریور ۹۸ نمره ۱/۷۵	۷	مقدیر اکسترمم های نسبی و مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$ را در بازه $[-2, 3]$ به دست ورید.
دی ۹۸ نمره ۱/۲۵	۸	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 2]$ مشخص کنید.
خرداد ۹۹ نمره ۰/۲۵	۹	درستی یا ندرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f'(a) = 0$ و هم $f(a) = 0$
خرداد ۹۹ نمره ۰/۲۵	۱۰	در جای خالی کلمه ی عبارت مناسب بنویسید. بزرگترین بزه ای از R که تابع $h(x) = x^3 - 12x + 4$ در آن نزولی اکید باشد، بزه ی است.
خرداد ۹۹ نمره ۲	۱۱	تابع $f(x) = x^2 - 1 $ در بازه $[-2, 3]$ در نمودار زیر رسم شده است. الف: نقاط اکسترمم های نسبی تابع را در صورت وجود بیابید. ب: نقاط اکسترمم مطلق تابع را در صورت وجود بیابید. پ: آیا تابع f در بازه $[0, 3]$ مشتق پذیر است چرا؟ 
خرداد ۹۹ نمره ۱	۱۲	نقاط بحرانی تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ را مشخص کنید.
خرداد ۹۹ نمره ۱/۷۵	۱۳	مقدیرم کزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^2 + x + 1 $ را در بازه $[-2, 2]$ بیابید.
شهریور ۹۹ نمره ۲	۱۴	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 3]$ مشخص کنید.

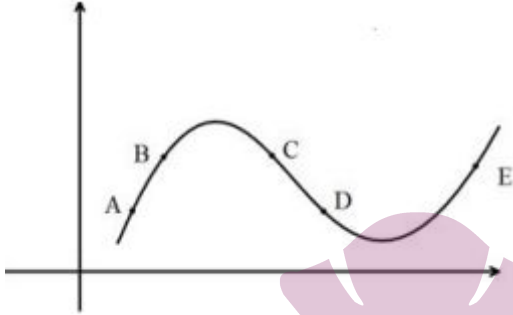
			۱
--	--	--	---

آزمون مشتق اول

۱/۵ نمره	دی ۹۷	ضرایب a و b را در تابع $f(x) = -x^4 + ax + b$ طوری تعیین کنید که در نقطه‌ی $(1, 2)$ م‌کزیمم نسبی داشته باشد.	۱
۱ نمره	تیر ۹۸	ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ طوری تعیین کنید که در نقطه‌ی $(1, 2)$ م‌کزیمم نسبی داشته باشد.	۲
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	اگر نقطه‌ی $(2, 1)$ نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد مق‌دیر b و d را به دست ورید.	۳

جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه‌ی عطف

۱ نمره	دی ۹۷	جهت تقعر و نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ را به دست ورید.	۱
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۸	مق‌دیر a و b را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 - 1$ چنن بیابید که $A(1, 1)$ نقطه‌ی عطف منحنی باشد.	۲
۱ نمره	تیر ۹۸	جهت تقعر و نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x) = x^3 + 3x + 1$ را به دست ورید.	۳
۱/۵ نمره	شهریور ۹۸	ابتدا جهت تقعر تابع $y = \frac{x+1}{x-1}$ را مشخص کرده سپس وجود نقطه‌ی عطف ن را بررسی کنید.	۴

۱ نمره	دی ۹۸	<p>۵ شکل زیر را در نظر بگیرید. تعیین کنید که در کدام یک از پنج نقطه‌ی مشخص شده در نمودار</p> <p>الف : $f'(x)$ و $f''(x)$ هر دو منفی اند.</p> <p>ب : $f'(x)$ منفی و $f''(x)$ مثبت است.</p> 	۵
۲ نمره	خرداد ۹۹	<p>۶ جهت تقعر و نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ را مشخص کنید.</p>	۶
۰/۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	<p>۷ مق‌دیر a و b را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$ به ترتیبی ک‌دام یک از موارد زیر است.</p> <p>اگر $f(1) = 2$ و $x = \frac{1}{2}$ طول نقطه‌ی عطف ن‌باشد.</p> <p>الف : $a = 1$ و $b = -2$ ب : $a = 4$ و $b = -4$</p> <p>ج : $a = 4$ و $b = 4$ د : $a = -2$ و $b = 3$</p>	۷
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	<p>۸ جهت تقعر و نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ را به دست ورید.</p>	۸

رسم نمودار توابع

۱/۲۵ نمره	دی ۹۷	<p>۱ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ را رسم کنید.</p>	۱
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۸	<p>۲ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ را رسم کنید.</p>	۲
۱/۵ نمره	تیر ۹۸	<p>۳ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ را رسم کنید.</p>	۳

شهریور ۹۸	شماره ۱/۲۵	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ را رسم کنید.	۴
دی ۹۸	شماره ۱/۲۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را رسم کنید.	۵
خرداد ۹۹	شماره ۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ را رسم کنید.	۶
خرداد ۹۹ خ	شماره ۱/۲۵	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ را رسم کنید.	۷
خرداد ۹۹ خ	شماره ۱/۲۵	جدول رفتار و نمودار تابع $y = x^3 + 3x^2 + 1$ را رسم کنید.	۸
شهریور ۹۹	شماره ۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را رسم کنید.	۹

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان

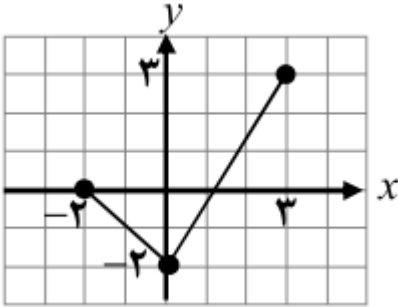
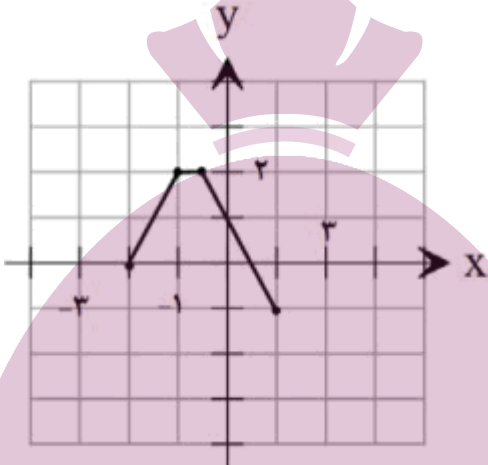
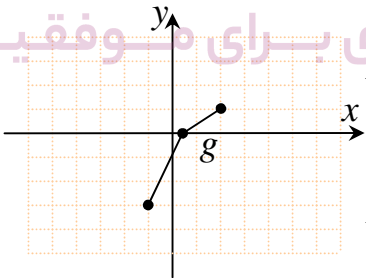
ایران نوشته
توشه ای برای موفقیت

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

فصل اول حسابان ۲ پایه دوازدهم ریاضی فیزیک

تبدیل نمودار توابع

	$D_f = [-1, 2]$ و $R_f = [-2, 1]$	<p>۱</p>
	$D_f = [-1, 2]$ و $R_f = [-2, 4]$	<p>۲</p>
<p>۳</p>	<p>۳</p>	<p>۴</p> <p>برای رسم نمودار تابع g ابتدا انقضی افقی برای $k = 2$ در راستای محور طول ها سپس انتقال یک واحد رو به پایین در راستای محور عرض ها</p> <p>$D_g = [-1, 2]$</p>
<p>۵</p> <p>الف: $g(x) = x^3$</p> <p>ب: محور طول ها</p>	<p>۵</p>	

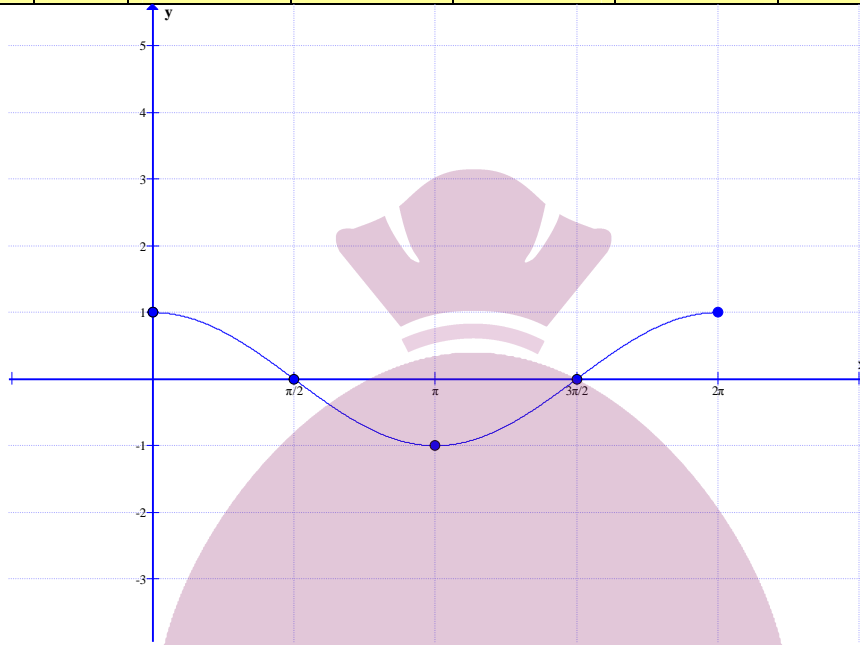
<p style="text-align: center;">$D_g = [-2, 3]$</p> 	۶																			
<p>دامنه $D = [-2, 1]$ برد $R = [-1, 2]$</p> 	۷																			
<p>ابتدا مختصات نقط مهم تابع f را نوشته سپس طول هر نقطه را نصف و عرض هر نقطه را یک واحد کم می کنیم.</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td rowspan="2" style="padding-right: 10px;">$f:$</td> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-۲</td> <td style="padding: 5px;">۱</td> <td style="padding: 5px;">۴</td> <td rowspan="2" style="padding: 0 10px;">→</td> <td rowspan="2" style="padding-right: 10px;">$g:$</td> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-۱</td> <td style="padding: 5px;">۰/۵</td> <td style="padding: 5px;">۲</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">-۲</td> <td style="padding: 5px;">۱</td> <td style="padding: 5px;">۲</td> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">-۳</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">۱</td> </tr> </table>  <p style="text-align: center;">$Dg = [-1, 2]$</p> <p style="text-align: center;">$Rg = [-3, 1]$</p>	$f:$	x	-۲	۱	۴	→	$g:$	x	-۱	۰/۵	۲	y	-۲	۱	۲	y	-۳	۰	۱	۸
$f:$		x	-۲	۱	۴			→	$g:$	x	-۱	۰/۵	۲							
	y	-۲	۱	۲	y	-۳	۰			۱										
	۹																			

<p>۱۰ طاق قوانین تبدیلات کافی است نمودار تابع f را یک واحد به جلو و سپس دو واحد به سمت بالا منتقل کنید.</p> <p>$g(x) = f(x-1) + 2$</p> <p>$D_f = [-1, 4] \rightarrow D_g = [0, 5]$</p> <p>$R_f = [0, 2] \rightarrow R_g = [2, 4]$</p>	۱۰
<p>۱۱ درست</p>	۱۱
<p>۱۲ $[-1, 0]$</p>	۱۲



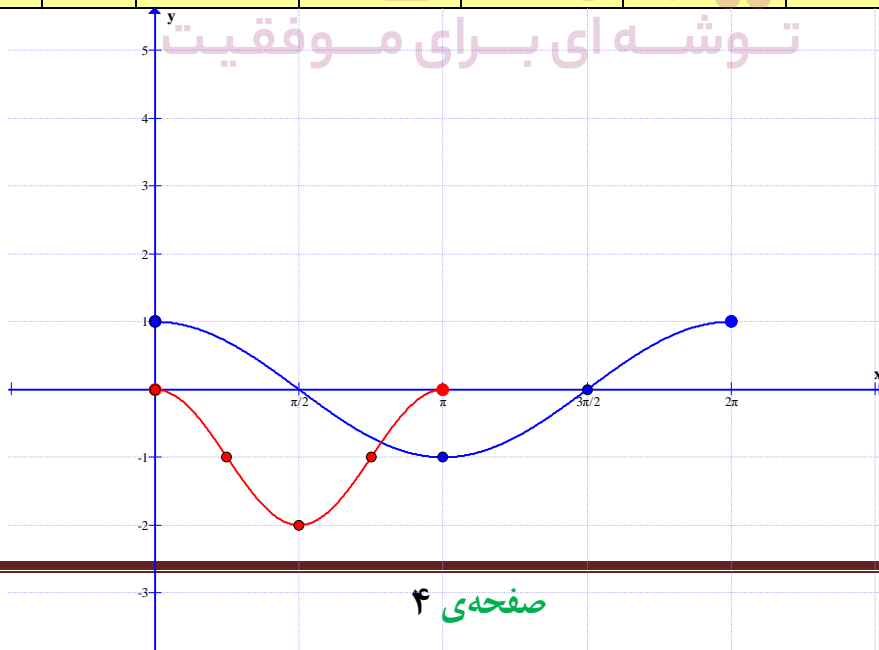
برای رسم نمودار تابع $f(x) = \cos x$ ابتدا نقطه مهم فاصله داده شده را در نظر می گیریم.

f	x	۰	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	y	۱	۰	-۱	۰	۱



حل برای رسم نمودار تابع $g(x) = \cos 2x - 1$ کافی است که طول نقطه تابع $f(x) = \cos x$ را نصف و عرض نقطه را یک واحد کم کنیم.

g	x	۰	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
	y	۰	-۱	-۲	-۱	۰



تابع درجه سوم و چند جمله ای

۷	۱
زدرست	۲
درست	۳

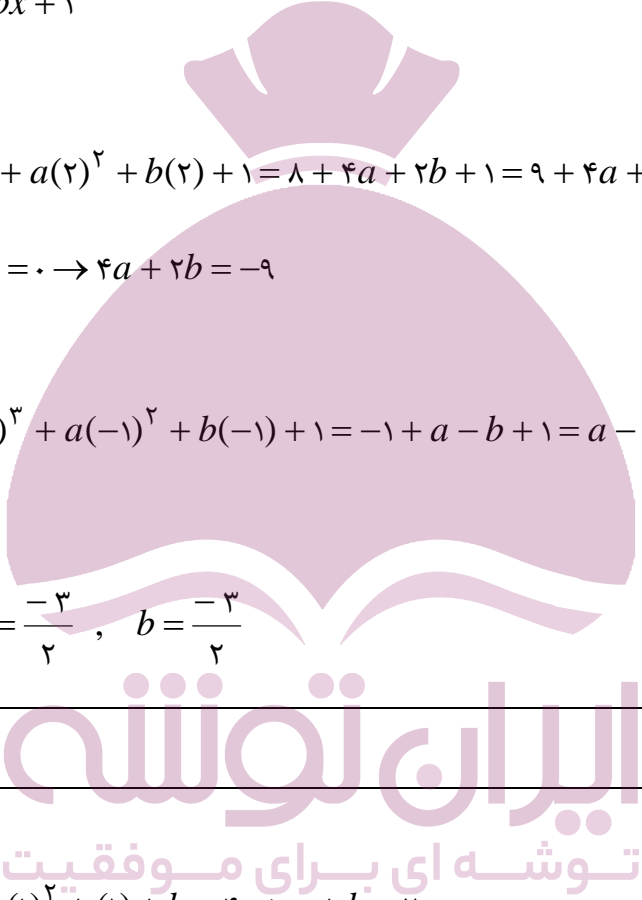
توابع یکنوا

اکیداً صعودی	۱
	
$(2, +\infty)$	۲
$x + 1 \leq 2x - 3 \rightarrow x \geq 4$	۳
زدرست	۴
$[\frac{8}{3}, +\infty)$	۵
زدرست	۶
<p>نمودار این تابع به دو واحد انتقال نمودار تابع $f(x) = x^2$ به سمت بالا بدست می آید که یک سهمی می باشد. ر س سهمی نقطه $(0, 2)$ است.</p> <p>لذا بزرگترین بزه ای که تابع در ن صعودی اکید است بزه $(-\infty, 0)$ و بزرگترین بزه ای که تابع در ن نزولی اکید است بزه $(0, +\infty)$ است.</p> <p>توجه این بزه ه را از طرف صفر هم می توان بسته نوشت.</p>	۷
	

درست	۸
نادرست	۹
صفر	۱۰
درست	۱۱

تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری

-۲	۱
$f(-۱) = ۰ \rightarrow ۱ - a - ۳ = ۰ \rightarrow a = -۲$ $f(۲) = ۴ - ۴ - ۳ = -۳$	۲
-۱	۳
$P(۲) = ۰ \rightarrow ۴a + ۲b = -۶$, $P(-۱) = ۰ \rightarrow a - b = ۶$ $\begin{cases} ۲a + b = -۳ \\ a - b = ۶ \end{cases} \rightarrow a = ۱, b = -۵$	۴
$P(x) = x^۳ + ax^۲ + bx + ۱$ $x - ۲ = ۰ \rightarrow x = ۲$ $\Rightarrow f(۲) = ۰ \rightarrow ۸ + ۴a + ۲b + ۱ = ۰ \rightarrow ۴a + ۲b = -۹$ $x + ۱ = ۰ \rightarrow x = -۱$ $\Rightarrow f(-۱) = -۱ + a - b + ۱ = ۰ \rightarrow a - b = ۰$ $\Rightarrow a = b = -\frac{۳}{۲}$	۵

$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \Rightarrow p(1) = 1 + a + b$ $\xrightarrow{p(1)=4} 1 + a + b = 4 \rightarrow a + b = 3$ $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \Rightarrow p(-2) = -8 + 4a + b$ $\xrightarrow{p(-2)=0} -8 + 4a + b = 0 \rightarrow 4a + b = 8$ $\begin{cases} a + b = 3 \\ 4a + b = 8 \end{cases} \rightarrow a = \frac{5}{3}, \quad b = \frac{4}{3}$	۶
$p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$ $\Rightarrow p(x) _{x=2} = (2)^3 + a(2)^2 + b(2) + 1 = 8 + 4a + 2b + 1 = 9 + 4a + 2b$ $\xrightarrow{r=0} 9 + 4a + 2b = 0 \rightarrow 4a + 2b = -9$ $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$ $\Rightarrow p(x) _{x=-1} = (-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 1 = -1 + a - b + 1 = a - b$ $\xrightarrow{r=0} a - b = 0$ $\begin{cases} 4a + 2b = -9 \\ a - b = 0 \end{cases} \rightarrow a = \frac{-3}{2}, \quad b = \frac{-3}{2}$	۷
	۸ زدرست
$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$ $y _{x=1} = 4 \rightarrow (1)^3 + a(1)^2 + (1) + b = 4 \rightarrow a + b = 2$ $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$ $y _{x=-2} = 0 \rightarrow (-2)^3 + a(-2)^2 + (-2) + b = 0 \rightarrow -8 + 4a - 2 + b = 0 \rightarrow 4a + b = 10$ $\begin{cases} a + b = 2 \\ 4a + b = 10 \end{cases} \rightarrow a = \frac{8}{3}, \quad b = \frac{-2}{3}$	۹

$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2 \rightarrow P(2) = 8 + 4a + 2b - 2 = 0$ $\rightarrow 4a + 2b = -6 \rightarrow 2a + b = -3$ $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2 \rightarrow P(-1) = -1 + a - b - 2 = 3 \rightarrow a - b = 6$ $\rightarrow \begin{cases} 2a + b = -3 \\ a - b = 6 \end{cases} \rightarrow a = 1, b = -5$	۱۰
--	----

اتحاد های تکمیلی

$x^5 + 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$	۱
$x^6 - 1 = (x - 1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$	۲
$x^6 - 1 = (x + 1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$	۳
$x^5 + 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$	۳

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

فصل دوّم حسابان ۲ پایه دوازدهم ریاضی فیزیک

دوره‌ی تناوب

۱	ز درست
۲	$\frac{2\pi}{ b } = \pi \rightarrow b = 2$ $\begin{cases} a + c = 3 \\ - a + c = 3 \end{cases} \rightarrow a = 3, c = 0$ <p>هر یک از توابع $y = 3 \sin(2x)$ یا $y = -3 \sin(2x)$ می توانند جواب باشند.</p>
۳	$T = \frac{2\pi}{ -\frac{\pi}{4} } = \frac{8\pi}{\pi} = 8$
۴	۲
۵	$\max(f) = 3$ و $\min(f) = -1$
۶	$T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ $\max(f) = -3 + 1 = 4$ $\min(f) = - -3 + 1 = -2$
۷	$\frac{2\pi}{ b } = \pi \rightarrow b = 2 \rightarrow b = \pm 2$ $\begin{cases} a + c = 3 \\ - a + c = 3 \end{cases} \rightarrow a = 4, c = 2$ <p>هر یک از توابع $y = 4 \sin(2x) + 2$ یا $y = -4 \sin(2x) + 2$ یا $y = 4 \sin(-2x) + 2$ یا $y = -4 \sin(-2x) + 2$ می توانند باشند.</p>

	۶π	۸
$\max(y) = a + c = 2 + 1 = 3$ $\min(y) = - a + c = -2 + 1 = -1$		۹
<p>نمودار تابع از مد مختص می گذرد، لذا بهتر است تابع به صورت سینوسی بدشد.</p> $y = a \sin(bx)$ <p>دوره‌ی تدوب نمودار تابع برابر π است. لذا:</p> $T = \frac{2\pi}{ b } = \pi \rightarrow b = \pm 2$ $\rightarrow y = a \sin(\pm 2x) \rightarrow y = \pm a \sin(2x)$ <p>نمودار تابع از نقطه‌ی $(\frac{\pi}{4}, 2)$ می گذرد پس:</p> $\frac{y = \pm a \sin(2x)}{\sin(\frac{\pi}{2}) = 1} \rightarrow 2 = \pm a \sin(2(\frac{\pi}{4})) \rightarrow 2 = \pm a \sin(\frac{\pi}{2}) \rightarrow a = \pm 2$ <p>که به توجه به نمودار مقدار $a = -2$ قابل قول نیست. لذا معادله‌ی تابع در نهایت به شکل زیر خواهد شد.</p> $\rightarrow y = 2 \sin(2x)$		۱۰
$\min(y) = - a + c = -2 + (-1) = -3$ و $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{ \frac{\pi}{2} } = 4$		۱۱
$T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ $\max(y) = -\pi + \sqrt{5} = \pi + \sqrt{5}$ $\min(y) = - -\pi + \sqrt{5} = -\pi + \sqrt{5}$		۱۲

تابع تانژانت

	π	۱
--	---	---

۲	زدرست
۳	درست
۴	الف : درست ب : زدرست
۵	$T = \frac{\pi}{ b } = \frac{\pi}{ 1 } = \pi$
۶	درست

معادلات مثلثاتی

۱	$\cos 3x = \cos x \rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \rightarrow x = k\pi \\ 3x = 2k\pi - x \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \end{cases}$
۲	$2\cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x + \cos x = 0 \rightarrow \cos x(2\cos x + 1) = 0$ $\cos x = 0 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ $2\cos x + 1 = 0 \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$
۳	$\sin 2x - \cos x = 0 \rightarrow 2\sin x \cos x - \cos x = 0 \rightarrow \cos x(2\sin x - 1) = 0$ $\rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2\sin x - 1 = 0 \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{6}} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$
۴	$\sin 3x = \sin 2x \rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + 2x \rightarrow x = 2k\pi & k \in Z \\ 3x = (2k+1)\pi - 2x \rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{5} \end{cases}$
۵	$\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{6}} 3x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{12}$

$\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in Z)$	۶								
<p>فرض کنیم که چنین مثلثی وجود داشته باشد. لذا</p> $S = 8\sqrt{2} \xrightarrow{0 < \theta < \pi} \frac{1}{2}(\varphi)(\lambda)\sin\theta = 8\sqrt{2} \rightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} \theta = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ \theta = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases}$ <p>حل مقدار θ مجز را تعیین می کنیم.</p> <table border="1" data-bbox="316 909 1209 1115"> <thead> <tr> <th style="background-color: #ffff00;">k</th> <th style="background-color: #ffff00;">۰</th> <th style="background-color: #ffff00;">۱</th> <th style="background-color: #ffff00;">۲</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>θ</td> <td>$\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$</td> <td>بیش از حد مجز</td> <td>بیش از حد مجز</td> </tr> </tbody> </table> <p>لذا دو مثلث با این شرایط وجود دارد.</p>	k	۰	۱	۲	θ	$\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$	بیش از حد مجز	بیش از حد مجز	۷
k	۰	۱	۲						
θ	$\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$	بیش از حد مجز	بیش از حد مجز						
$2(1 - \cos^2 x) + 9 \cos x + 3 = 0 \rightarrow -2 \cos^2 x + 9 \cos x + 5 = 0$ $\Delta = 81 + 40 = 121 \rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{-9 + 11}{-4} \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = \frac{-9 - 11}{-4} \rightarrow \cos x = -5 \text{ غیر ممکن} \end{cases}$ $\cos x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad k \in Z$	۸								
$\cos 3x = \cos x \rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \\ 3x = 2k\pi - x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi \\ 4x = 2k\pi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in Z)$	۹								

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه استان خوزستان

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی

فصل سوم حسابان ۲ پایه دوازدهم ریاضی فیزیک

حدهای نامتناهی و حد در بی نهایت

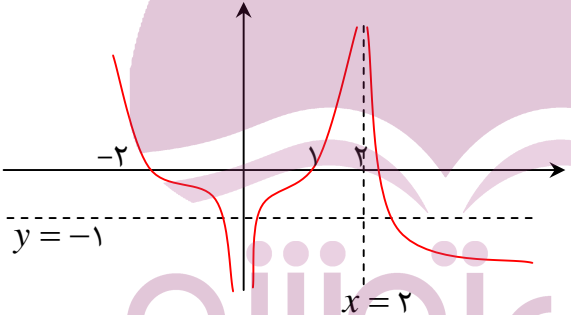
الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{4-x^2} = \frac{5}{-} = -\infty$	۱
ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5 + 3x^3 + 1}{-3x^5 + 3x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5}{-3x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$	۲
	درست
	۳
الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 + x}{x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x(x+1)}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x}{x+1} = +\infty$	۴
ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 + 2x - 1}{-2x^3 + 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3}{-2x^3} = -\frac{5}{2}$	
الف) $+\infty$ ب) ۱	۵
الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty$	۶
ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + x - 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(-2 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3) = +\infty$	
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 - 4x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{2x^3} = \frac{1}{2}$	
	$-\infty$
	۷

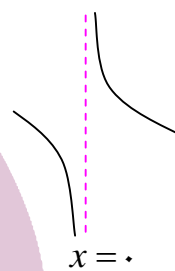
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x} = \frac{[3^+] - 2}{3 - 3^+} = \frac{3 - 2}{0^-} = \frac{1}{0^-} = -\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+1}{x-5} - \frac{2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-5} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x}$</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 3 - 0 = 3$</p>	۸
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^2 + x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x(x+1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x+1}{x} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^3 + 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{4x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2x} = \frac{1}{+\infty} = 0$</p>	۹
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{-2x}{f(x)} = \frac{-2a}{0^-} = +\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{-2x}{f(x)} = \frac{-2a}{0^+} = -\infty$</p> <p>تابع $y = \frac{-2x}{f(x)}$ در اطراف نقطه‌ی $x = a$ حد ندارد و رفتار بی کران دارد.</p>	۱۰
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3 - 2}{3 - x} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{3 - x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2x^2}{4x^3 + 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2}{4x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{2x} = \frac{-1}{+\infty} = 0$</p>	۱۱

الف :	۱۲
$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{x+1}{\tan x} &= \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\frac{\pi}{2} + 1}{+\infty} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{x+1}{\tan x} &= \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\frac{\pi}{2} + 1}{-\infty} = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x} = 0$	
ب :	
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$	

مجانِب افقی و مجانب قائم

۱	<p>$x^3 - 1 = 0 \rightarrow x^3 = 1 \rightarrow x = 1$</p> <p>این عدد ریشه‌ی صورت تابع نیست، لذا خط $x = 1$ مجانب قائم است.</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3}{x^2} = 0$ <p>لذا خط $y = 0$ مجانب افقی است.</p>
۲	$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \infty$ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)} = \frac{1}{2}$ <p>لذا طق تعريف خط $x = -1$ مجانب قائم منحنی f است. ولی خط $x = 3$ مجانب قائم تابع نمی باشد.</p> <p>روش دوم: مقدار $x = -1$ ریشه‌ی مخرج است ولی ریشه صورت نمی باشد، لذا خط $x = -1$ مجانب قائم منحنی f است. ولی مقدار ریشه‌ی مخرج و صورت است. پس خط $x = 3$ مجانب قائم تابع نمی باشد.</p>
۳	<p>$y = 1$ و $y = -2$</p>

<p>مجاز هی قائم $1 - x^2 = 0 \rightarrow x = 1, x = -1$</p> <p>مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2 \rightarrow y = -2$</p>	۴
<p>مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{2-x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{-x} = -1 \rightarrow y = -1$</p> <p>مجاز قائم $2 - x = 0 \rightarrow x = 2$</p>	۵
<p>$x^2 - x = 0 \rightarrow x(x-1) = 0 \rightarrow x = 1, x = 0$</p> <p>خط $x = 1$ مجاز قائم است ولی ریشه‌ی $x = 0$ ریشه‌ی صورت است و لذا نمی تواند مجاز قائم بشد.</p> <p>لذا خط $y = 1$ مجانب افقی است.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$</p>	۶
<p>نمودار هی متفوتی با این شرایط می توان رسم کرد. برای مثل :</p> 	۷
<p>مجاز هی قائم (ریشه هی صورت نیستند) $x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2$</p> <p>مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0 \rightarrow y = 0$</p> <p>$D_f = R - \{+2, -2\}$</p>	۸
<p>تکرار سوال ۷</p>	۹

$D_f = R - \{+1, -1\}$ <p>مجاز ه‌ی قائم (ریشه ه‌ی صورت نیستند). $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow x = \pm 1$</p> <p>مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+5}{ x -1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+5}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2 \rightarrow y = 2$</p> <p>مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+5}{ x -1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+5}{-x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-x} = -2 \rightarrow y = -2$</p>	۱۰
<p>مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1+2x^2}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2 \rightarrow y = -2$</p> <p>مجاز ه‌ی قائم $1-x^2 = 0 \rightarrow -x^2 = -1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$</p>	۱۱
<p>$x^3 + x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow$</p> $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{x^3+x} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{x^3+x} = -\infty \end{cases}$ 	۱۲
<p>معده‌ی $x^2 + bx + c = 0$ دارای یک ریشه است. لذا:</p> $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = -1 \rightarrow b = 2$ <p>از طرفی</p> $x = -1 \rightarrow x^2 + bx + c = 0 \rightarrow (-1)^2 + b(-1) + c = 0 \rightarrow 1 - 2 + c = 0 \rightarrow c = 1$	۱۳

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

فصل چهارم حسابان ۲ پایه دوازدهم ریاضی فیزیک

مفهوم مشتق

	۱	۱
	-۳	۲
		۳

محاسبه‌ی مشتق تابع در یک نقطه

$f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 3x + 2) - (\cdot)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} (x - 2) = 1 - 2 = -1$	۱
$f(x) = \sqrt{x-2} \rightarrow f(3) = \sqrt{3-2} = 1$ $f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x - 3} \times \frac{\sqrt{x-2} + 1}{\sqrt{x-2} + 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x - 3} \times \frac{\sqrt{x-2} + 1}{\sqrt{x-2} + 1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2) - 1}{x - 3} \times \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x - 3} \times \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1} = \frac{1}{\sqrt{3-2} + 1} = \frac{1}{2}$ <p>$m = \frac{1}{2}$ شیب خط مماس</p> $y = m(x - x_0) - y_0$ $y = \frac{1}{2}(x - 3) - 1 \rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ معادله خط مماس	۲

$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 3x) - (-2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1$	۳
---	---

مشتق پذیری و پیوستگی

<p style="text-align: right;">تابع در نقطه‌ی داده شده مشتق پذیر نیست. زیرا:</p> $f(2) = 0$ $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x-2 - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1$ $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x-2 - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1$ <p style="text-align: right;">و $f'_+(2) \neq f'_-(2)$ می‌باشد.</p>	۱
<p style="text-align: right;">تابع f در $x = -1$ پیوسته است.</p> $f(-1) = (-1)^2 + (-1) = 1 - 1 = 0$ $f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{ x^2 + x - 0}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-x(x+1)}{x+1} = 1$ $f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{ x^2 + x - 0}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x(x+1)}{x+1} = -1$ <p style="text-align: right;">مشتق‌های راست و چپ تابع هر دو متناهی و نابرابرند. پس $x = -1$ نقطه‌ی گوشه‌ای تابع است.</p>	۲

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ <p>کفی است که نشن دهیم:</p> $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \times \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0 \times f'(a) = 0$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$	۳
$f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt[3]{x} - \cdot}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = +\infty$	۴
$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2) = 4$ $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} -(x + 2) = -4$ <p>و چون $f'_+(2) \neq f'_-(2)$ پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.</p>	۵

$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2 + 3) - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(3x + 1) - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 3}{x - 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3(x - 1)}{x - 1} = 3$ <p>و چون $f'_+(1) \neq f'_-(1)$ پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.</p>	۶
درست	۷
<p>مشتق راست $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2 - 1 }{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$</p> $= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2$ <p>مشتق چپ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2 - 1 }{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 - 1)}{x - 1}$</p> $= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x + 1) = -2$ <p>و چون $f'_+(1) \neq f'_-(1)$ تابع در نقطه‌ی $x = 1$ مشتق پذیر نیست.</p>	۸
درست	۹
ممس قائم	۱۰

$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} x = \cdot$ $f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} 1 = 1$ <p>و چون مشتقات چپ و راست تابع در نقطه‌ی نابرابرند پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.</p>	۱۱
	۱۲ ز درست



تابع در $x = 1$ پیوسته است.

$$\text{حد راست } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax + b) = a + b$$

$$\text{حد چپ } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^3 - 2x) = 1 - 2 = -1$$

$$\text{مقدار } f(1) = (1)^3 - 2(1) = 1 - 2 = -1$$

$$\Rightarrow a + b = -1 \rightarrow b + 1 = -a$$

مشتق راست و چپ تابع در $x = 1$ برابرند.

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(ax + b) - (-1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax + b + 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax - a}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a(x - 1)}{x - 1} = a$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^3 - 2x) - (-1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 2x + 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^2 + x - 1)(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + x - 1) = 1 + 1 - 1 = 1$$

$$f'_+(1) = f'_-(1) \rightarrow a = 1$$

$$a + b = -1 \xrightarrow{a=1} b = -2$$

ایران تونش
توشه ای برای موفقیت

روش دوم

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^3 - 2x & x \leq 1 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} a & x > 1 \\ 3x^2 - 2 & x \leq 1 \end{cases}$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = a \quad \text{و} \quad f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x^2 - 2) = 1$$

$$f'_+(1) = f'_-(1) \rightarrow a = 1$$

$$a + b = -1 \xrightarrow{a=1} b = -2$$

$\lim_{x \rightarrow \cdot^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} f(x) = f(\cdot) = \cdot$ $\left. \begin{aligned} f'_+(\cdot) &= \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^2 - \cdot}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} x = \cdot \\ f'_-(\cdot) &= \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x^2 - \cdot}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} x = \cdot \end{aligned} \right\} \rightarrow f'_+(\cdot) = f'_-(\cdot)$ <p>لذا تابع داده شده در $x = \cdot$ مشتق پذیر است.</p>	۱۴
<p style="text-align: right;">ذ درست</p>	۱۵

تعبیر هندسی مشتق

<p style="text-align: center;">b : پ d : ب a : الف</p>	۱										
<p style="text-align: right;">ذ درست</p>	۲										
<p style="text-align: center;">A</p>	۳										
<p>نمودار (ب) : سهمی نمودار داده شده رو به پایین است. پس ضریب x^2 منفی است. لذا در مشتق تابع ضریب x منفی خواهد بود. در نتیجه نمودار مشتق، خطی به شیب منفی است.</p>	۴										
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">۰</td> <td style="text-align: center;">D</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۲</td> <td style="text-align: center;">C</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۰/۵</td> <td style="text-align: center;">B</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">-۰/۵</td> <td style="text-align: center;">A</td> </tr> </tbody> </table>	شیب	نقطه	۰	D	۲	C	۰/۵	B	-۰/۵	A	۵
شیب	نقطه										
۰	D										
۲	C										
۰/۵	B										
-۰/۵	A										
<p style="text-align: center;">(i) ب (E) ii الف (مثت) iii ب (کمتر)</p>	۶										
<p>الف) $A \left \begin{matrix} ۲ \\ ۳ \end{matrix} \right.$, $B \left \begin{matrix} ۰ \\ ۱ \end{matrix} \right.$ $\rightarrow m = f'(۲) = \frac{۳-۱}{۲-۰} =$</p> <p>ب) $y - ۳ = ۱(x - ۲) \rightarrow y = x + ۱$</p>	۷										

$f(2) = 16$ شیب خط مماس $f'(x) = -2x + 10 \rightarrow f'(2) = 6$ معادله خط مماس $y - 16 = 6(x - 2) \rightarrow y = 6x + 4$	۸										
<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">x</th> <th style="padding: 5px;">$f(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">d</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">b</td> <td style="padding: 5px;">۵</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">c</td> <td style="padding: 5px;">۲</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">a</td> <td style="padding: 5px;">-۰/۵</td> </tr> </tbody> </table>	x	$f(x)$	d	۰	b	۵	c	۲	a	-۰/۵	۹
x	$f(x)$										
d	۰										
b	۵										
c	۲										
a	-۰/۵										
به توجه به شیب خط مماس در نقاط تعیین شده	۱۰										
<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">شیب</td> <td style="padding: 5px;">-۲</td> <td style="padding: 5px;">-۱</td> <td style="padding: 5px;">-۰/۵</td> <td style="padding: 5px;">۲</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">نقطه</td> <td style="padding: 5px;">D</td> <td style="padding: 5px;">B</td> <td style="padding: 5px;">A</td> <td style="padding: 5px;">C</td> </tr> </table>	شیب	-۲	-۱	-۰/۵	۲	نقطه	D	B	A	C	
شیب	-۲	-۱	-۰/۵	۲							
نقطه	D	B	A	C							

محاسبه‌ی مشتق

$(f + g)'(2) = f'(2) + g'(2) = 1 + 2 = 3$ $(fg)'(2) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) = (1)(-3) + (3)(2) = -3 + 6 = 3$	۱
	۲
$A \left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 4 \end{smallmatrix} \right), B \left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 2 \end{smallmatrix} \right) \rightarrow m = f'(1) = \frac{4-0}{2-0} = 2, \quad f(1) = 2$ $C \left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 4 \end{smallmatrix} \right), D \left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 0 \end{smallmatrix} \right) \rightarrow m = g'(1) = \frac{4-0}{0-4} = -1, \quad g(1) = 3$ $h'(1) = \frac{f'(1)g(1) - f(1)g'(1)}{g^2(1)} = \frac{(2)(3) - (2)(-1)}{9} = \frac{8}{9}$	۳
	۴
$(3f + 2g)'(1) = 3f'(1) + 2g'(1) = 3(3) + 2(5) = 19$	۵

مشتق گیری از توابع

الف $y = \frac{2x(x^3 + 2x - 5) - (x^2 + 1)(3x^2 + 2)}{(x^3 + 2x - 5)^2}$ ب) $y = -3 \times 2 \cos(-3x + 1)(-\sin(-3x + 1))$	۱
الف $y = \frac{2x(x^3 + 2x + 1) - (x^2 - 1)(3x^2 + 2)}{(x^3 + 2x + 1)^2}$ ب) $y = -6 \times \sin(2x) \cos^2(2x)$	۲
الف $y = \frac{2x(5x^3 - 3x + 1) - x^2(15x^2 - 3)}{(5x^3 - 3x + 1)^2}$ ب) $y = 3 \times 2 \cos(2x + 1) \sin^2(2x + 1)$	۳
الف) $f'(x) = 4\left(6x^2 + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\right)(2x^3 + \sqrt[3]{x} - 1)^3$ ب) $f'(x) = -\frac{(1)(x^2 + 1) - 2x(x)}{(x + 1)^2} \times \sin\left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)$	۴
الف) $y' = \frac{2(x^3 - 2x^2) - (3x^2 - 4x)(2x + 3)}{(x^3 - 2x^2)^2}$ ب) $y' = 3 \times 2 \cos(2x + 1) \sin^2(2x + 1)$	۵
الف) $f'(x) = \frac{(2x - 3)(-3x + 2) - (-3)(x^2 - 3x + 1)}{(-3x + 2)^2}$ ب) $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x^2 + 5) + (6x)\sqrt{x}$ ج) $h'(x) = 3 \cos x \sin^2 x - 2 \sin x \cos x$	۶

<p>الف) $f'(x) = 3(2x)(x^2 + 1)^2(\Delta x - 1) + 5(x^2 + 1)^3$</p> <p>ب) $f'(x) = \frac{-5 \sin x(1 - \sin x) - (\cos x)(\Delta \cos x)}{(1 - \sin x)^2}$</p>	۷
<p>الف) $f(x) = u.v \rightarrow f'(x) = u'.v + v'.u$</p> <p>$u = 2\sqrt{x} \rightarrow u' = 2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$</p> <p>$v = 5x^2 - 3x \rightarrow v' = 10x - 3$</p> <p>$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(\Delta x^2 - 3x) + 2\sqrt{x}(10x - 3)$</p> <p>ب) $g(x) = \sin 3x + \cos^2(4x^3 - 2)$</p> <p>$g'(x) = 3 \cos 3x - 2(12x^2) \sin(4x^3 - 2) \cos(4x^3 - 2)$</p>	۸
<p>الف) $f'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)(x^3 + 1) + (3x^2)(\sqrt{3x+2})$</p> <p>ب) $g'(x) = 7(2x+3)(x^2 + 3x+1)^6$</p> <p>ج) $h'(x) = \frac{(2x-5)(-2x+9) - (-2)(x^2 - 5x+7)}{(-2x+9)^2}$</p>	۹
<p style="text-align: center; color: red;">مشتق تابع مرکب و قاعده زنجیری</p>	۱
<p style="text-align: center; color: red;">مشتق پذیری روی یک بازه</p>	

<p>تابع f در $x = -1$ پیوسته نیست، لذا در این نقطه مشتق پذیر هم نیست. در نتیجه در بازه $[-2, 0]$ مشتق نیز پذیر نیست.</p> <div style="text-align: center;"> </div>	۱
--	---

مشتق مرتبه دوم

$f'(x) = 2 \sin x \cos x + 2 \sin 2x = \sin 2x + 2 \sin 2x = 3 \sin 2x$ $f''(x) = 6 \cos 2x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{6}} f''\left(\frac{\pi}{6}\right) = 6 \cos 2\left(\frac{\pi}{6}\right) = 6 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 6 \times \frac{1}{2} = 3$	۱
---	---

آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه ای تغییر

$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t \rightarrow m'(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} + 2(9) = \frac{1}{6} + 18 = \frac{109}{6}$	۱
$f(x) = x^3 - 2x \rightarrow \begin{cases} f(2) = (2)^3 - 2(2) = 8 - 4 = 4 \\ f(0) = (0)^3 - 2(0) = 0 \end{cases}$ <p>هنگ تغییر متوسط $\frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4 - 0}{2} = 2$</p> $f'(x) = 3x^2 - 2 \xrightarrow{x=1} f'(1) = 3(1)^2 - 2 = 1$ <p>هنگ تغییر لحظه ای 1</p>	۲
$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t \rightarrow m'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} + 4(4) = \frac{1}{4} + 16 = \frac{65}{4}$	۳
$f'(x) = 4x + 5 \Rightarrow \begin{cases} f'(-1) = 1 \\ f'(2) = 13 \end{cases} \quad \text{برابر } 13$	۴
	درست ۵

$f(5) = (5)^2 - (5) + 10 = 25 - 5 + 10 = 30$ $f(0) = (0)^2 - (0) + 10 = 10$ <p>سرعت متوسط $\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{-10}{5} = -2$</p> <p>سرعت لحظه ای $f'(t) = 2t - 1$</p> $f'(t) = 4 \rightarrow 2t - 1 = 4 \rightarrow t = \frac{5}{2}$	۶
	۷
	۸
<p>(الف)</p> $m(t) = \sqrt{t} + t^2 \rightarrow \begin{cases} m(3) = \sqrt{3} + (3)^2 = 9 + \sqrt{3} \\ m(4) = \sqrt{4} + (4)^2 = 2 + 16 = 18 \end{cases}$ $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m(4) - m(3)}{4 - 3} = 18 - (9 + \sqrt{3}) = 9 - \sqrt{3}$ <p>(ب)</p> $m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t \rightarrow m'(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} + 2(9) = \frac{1}{6} + 18 = \frac{109}{6}$	۹
	۱۰

تهیه کننده :

جابر عامری عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

پاسخ سئوالات موضوعی نهایی

فصل پنجم حسابان ۲ پایه دوازدهم ریاضی فیزیک

اکسترمم های یک تابع و توابع صعودی و نزولی

مثت	۱												
$f'(x) = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+4}} \quad f'(x)=0 \rightarrow 2x-2=0 \rightarrow x=1$ $f(0) = f(2) = 2 \text{ م کزیمم مطلق} \quad f(1) = \sqrt{3} \text{ مینیمم مطلق}$	۲												
$f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2} \quad f'(x)=0 \rightarrow x=0$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td>0</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>تابع در فاصله $(-\infty, 0)$ نزولی و در فاصله $(0, \infty)$ صعودی است.</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	0	$+$	$f(x)$		0		۳
x	$-\infty$	0	$+\infty$										
$f'(x)$	$-$	0	$+$										
$f(x)$		0											
مثت	۴												
الف) زدرست ب) درست	۵												
$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x \rightarrow f'(x) = x^2 - 1 \rightarrow x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$ $\rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow f(0) = 0 \\ x=1 \rightarrow f(1) = -\frac{2}{3} \\ x=-1 \rightarrow f(-1) = \frac{2}{3} \\ x=2 \rightarrow f(2) = \frac{2}{3} \end{cases}$ <p>لذا $f(-1) = f(2) = \frac{2}{3}$ م کزیمم مطلق و $f(1) = -\frac{2}{3}$ مینیمم مطلق است.</p>	۶												

$f'(x) = x^2 + 2x \xrightarrow{f'(x)=0} x=0, x=-2$ $f(0) = 0, \quad f(-2) = \frac{2}{3}, \quad f(3) = 18$ <p>لذا م کزیمم مطلق تابع برابر ۱۸ و مینیمم مطلق ن صفر می باشد.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f'</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> <td style="padding: 5px;">↘</td> <td style="padding: 5px;">↘</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">همچنین مینیمم نسبی تابع صفر می باشد.</p>	x	-	۰	۰	+	f'	+	۰	-	۰	f	↗	↘	↘	↗	۷
x	-	۰	۰	+												
f'	+	۰	-	۰												
f	↗	↘	↘	↗												
$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$ <p>ریشه‌ی $x = -2$ قابل قبول نمی باشد.</p> $f(-1) = 13, \quad f(2) = 4, \quad f(1) = -7 \Rightarrow \min : (1, -7), \quad \max : (-1, 13)$	۸															
<p style="text-align: right;">زدرست</p>	۹															
<p style="text-align: right;">(۲, -۲)</p>	۱۰															
<p>الف : نقاط اکسترمم هی نسبی تابع رتند از (۰, ۱) و (۱, ۰) و (-۱, ۰)</p> <p>ب : نقاط اکسترمم هی مطلق تابع رتند از (۳, ۸) و (۱, ۰) و (-۱, ۰)</p> <p>پ : خیر زیر در نقطه‌ی (۱, ۰) از این فاصله مشتق پذیر نیست.</p>	۱۱															
$x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \quad \Rightarrow \quad D_f = R$ <p>معدله ریشه ندارد.</p> $f'(x) = \frac{1(x^2 + 1) - 2x(x)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} \xrightarrow{f'(x)=0} -x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1$ <p>نقط بحرانی $x = 1, \quad x = -1$</p>	۱۲															

x	$-2 \leq x < -1$	$-1 \leq x \leq 2$	۱۳
$f(x)$	$f(x) = x^2 - x - 1$	$f(x) = x^2 + x + 1$	
$f'(x)$	$f'(x) = 2x - 1$	$f'(x) = 2x + 1$	
$f'(x) = 0$	غیر قابل قول $\frac{1}{2}$	$x = -\frac{1}{2}$	

و چون $f'_+(-1) \neq f'_-(-1)$ ، لذا تابع در نقطه‌ی $x = -1$ مشتق پذیر نیست.

اکنون عرض نقاط $x = 2$ و $x = -2$ و $x = -\frac{1}{2}$ و $x = -1$ را تعیین و مقایسه می‌کنیم.

$x = -2 \rightarrow f(-2) = (-2)^2 + |-2 + 1| = 4 + 1 = 5$

$x = 2 \rightarrow f(2) = (2)^2 + |2 + 1| = 4 + 3 = 7$ م‌کزیتم مطلق

$x = -\frac{1}{2} \rightarrow f(-\frac{1}{2}) = (-\frac{1}{2})^2 + |-\frac{1}{2} + 1| = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ مینیتم مطلق

$x = -1 \rightarrow f(-1) = (-1)^2 + |-1 + 1| = 1$

$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} 6x^2 + 6x - 12 = 0 \xrightarrow{\div 6} x^2 + x - 2 = 0$	۱۴
$\rightarrow x = 1, \quad x = -2$	
$\left. \begin{array}{l} f(-1) = 13 \\ f(1) = -7 \\ f(3) = 45 \end{array} \right\} \rightarrow \min : (1, -7), \quad \max : (3, 45)$	

بهینه سازی

۱

آزمون مشتق اول

$f(x) = -x^4 + ax + b \rightarrow f'(x) = -4x^3 + a \xrightarrow{f'(1)=0} -4 + a = 0 \rightarrow a = 4$ $f(1) = 2 \rightarrow -1 + 4 + b = 2 \rightarrow b = -1$	۱
$f(x) = x^3 + ax + b \rightarrow f'(x) = 3x^2 + a \xrightarrow{f'(1)=0} 3 + a = 0 \rightarrow a = -3$ $f(x) = x^3 + ax + b \xrightarrow{f(1)=2} 1 + a + b = 2 \xrightarrow{a=-3} b = 4$	۲
$f(x) = x^3 + bx^2 + d \xrightarrow{f(2)=1} 1 = 8 + 4b + d \rightarrow 4b + d = -7$ $f'(x) = 3x^2 + 2bx \xrightarrow{f'(2)=0} 0 = 12 + 4b \rightarrow b = -3$ $4b + d = -7 \xrightarrow{b=-3} -12 + d = -7 \rightarrow d = 5$	۳

جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه‌ی عطف

$f'(x) = -3x^2 + 6x \rightarrow f''(x) = -6x + 6 \xrightarrow{f''(x)=0} x = 1$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y''</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">۰</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">∪</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">∩</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">∪</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">عطف</p> <p style="text-align: right;">نقطه‌ی عطف (۱, ۳)</p>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y''	+	۰	-	y	∪	∩	∪	۱
x	$-\infty$	1	$+\infty$										
y''	+	۰	-										
y	∪	∩	∪										
$f(x) = ax^3 + bx^2 - 1 \xrightarrow{f(1)=1} a + b - 1 = 1 \rightarrow a + b = 2$ $f'(x) = 3ax^2 + 2bx \rightarrow f''(x) = 6ax + 2b \xrightarrow{f''(1)=0} 6a + 2b = 0$ $\rightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ 6a + 2b = 0 \end{cases} \rightarrow a = -1, b = 3$	۲												

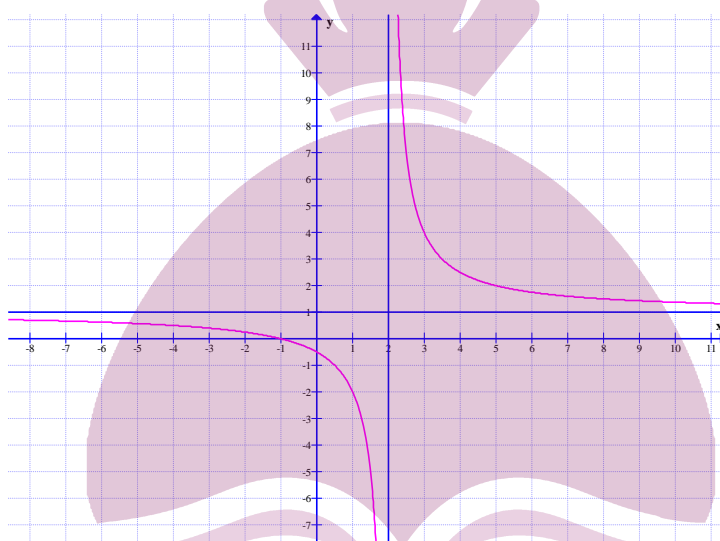
<p> $f(x) = x^3 + 3x + 1 \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 3 \rightarrow f''(x) = 6x$ $f''(x) = 0 \rightarrow 6x = 0 \rightarrow x = 0$ </p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y''</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">\cap</td> <td style="padding: 5px;">\cup</td> <td style="padding: 5px;">\cup</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">عطف</p> <p style="text-align: right;">نقطه‌ی عطف $(0, 1)$</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y''	$-$	0	$+$	y	\cap	\cup	\cup	۳
x	$-\infty$	0	$+\infty$										
y''	$-$	0	$+$										
y	\cap	\cup	\cup										
<p> $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$, $y'' = \frac{4}{(x-1)^3}$ $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$ </p> <p>در بزه‌ی $(1, +\infty)$ تقعر رو به بالا و در بزه‌ی $(-\infty, 1)$ تقعر رو به پایین است.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f''</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f</td> <td style="padding: 5px;">\cap</td> <td style="padding: 5px;">\cup</td> <td style="padding: 5px;">\cup</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">تابع نقطه‌ی عطف ندارد.</p>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	f''	$-$	$+$	$+$	f	\cap	\cup	\cup	۴
x	$-\infty$	1	$+\infty$										
f''	$-$	$+$	$+$										
f	\cap	\cup	\cup										
<p style="text-align: center;">الف : نقطه‌ی C ب : نقطه‌ی D</p>	۵												

$f'(x) = 3x^2 + 6x$ $f''(x) = 6x + 6 \xrightarrow{f''(x)=0} 6x + 6 = 0 \rightarrow x = -1$ $f(-1) = (-1)^3 + 3(-1)^2 + 1 = -1 + 3 + 1 = 3$ <p>لذا نقطه‌ی $(-1, 3)$ نقطه‌ی عطف نمودار تابع است. جهت تقعر را نیز می‌توان به صورت زیر تعیین کرد.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="background-color: #e0ffff;">x</td> <td>$-\infty$</td> <td style="background-color: #ffff00;">1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e0ffff;">y''</td> <td>$-$</td> <td style="background-color: #ffff00;">0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e0ffff;">y</td> <td>$-\infty$ \cup</td> <td style="background-color: #ffff00;">3 عطف</td> <td>$+\infty$ \cup</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y''	$-$	0	$+$	y	$-\infty$ \cup	3 عطف	$+\infty$ \cup	۶
x	$-\infty$	1	$+\infty$										
y''	$-$	0	$+$										
y	$-\infty$ \cup	3 عطف	$+\infty$ \cup										
$f'(x) = 3ax^2 + 2bx \rightarrow f''(x) = 6ax + 2b$ $\xrightarrow{x=\frac{1}{2}} 6a\left(\frac{1}{2}\right) + 2b = 0 \rightarrow 3a + 2b = 0$ $f(x) = ax^3 + bx^2 + 1 \xrightarrow{f(1)=2} a(1)^3 + b(1)^2 + 1 = 2 \rightarrow a + b = 1$ $\begin{cases} 3a + 2b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases} \rightarrow a = -1, \quad b = 3$	۷												
$f'(x) = -3x^2 + 6x \rightarrow f''(x) = -6x + 6 \xrightarrow{f''(x)=0} -6x + 6 = 0 \rightarrow x = 1$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="background-color: #e0ffff;">x</td> <td>$-\infty$</td> <td style="background-color: #ffff00;">1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e0ffff;">y''</td> <td>$+$</td> <td style="background-color: #ffff00;">0</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e0ffff;">y</td> <td>$+\infty$ \cup</td> <td style="background-color: #ffff00;">3 عطف</td> <td>$-\infty$ \cup</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y''	$+$	0	$-$	y	$+\infty$ \cup	3 عطف	$-\infty$ \cup	۸
x	$-\infty$	1	$+\infty$										
y''	$+$	0	$-$										
y	$+\infty$ \cup	3 عطف	$-\infty$ \cup										

رسم نمودار توابع

$x = 2$ مجاز قائم و $y = 1$ مجانب افقی و $y' = \frac{-3}{(x-2)^2}$

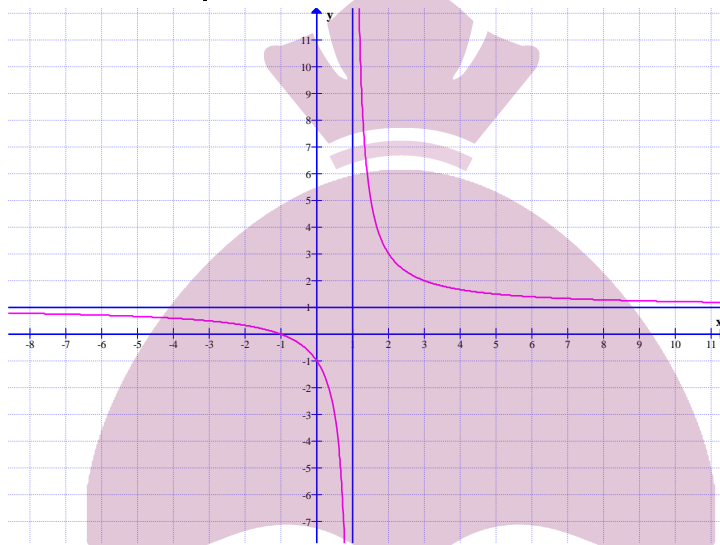
x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	—		—
y	↘	$-\infty$ $+\infty$	↘



ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

$x=1$ مجاز قائم و $y=1$ مجانب افقی و $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	—		—
y	$1 \searrow$	$-\infty$ $+\infty$	$1 \searrow$

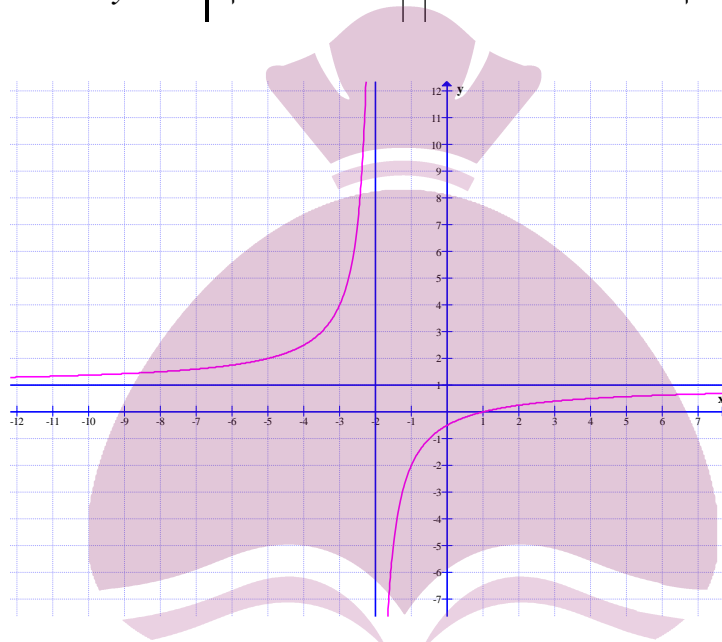


ایران توننده
توشه ای برای موفقیت

$x = -2$ مجاز قائم و $y = 1$ افقی و $y' = \frac{3}{(x-2)^2}$

۳

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1

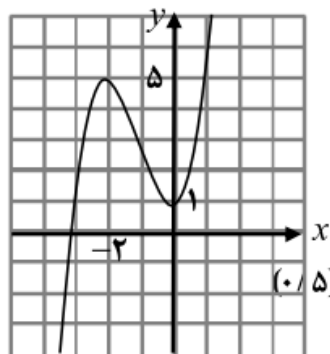


$y' = 3x^2 + 6x \xrightarrow{y'=0} x = 0, x = -2$

۴

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
f'	+	0	-	0
f	$-\infty$	5	1	$+\infty$

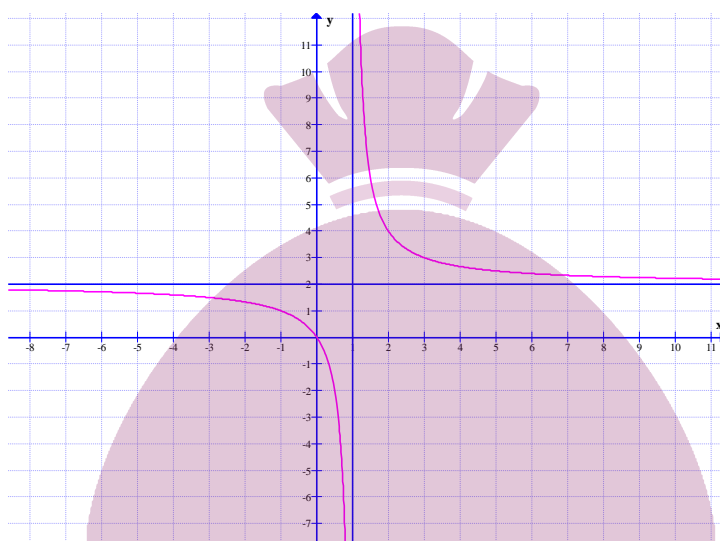
ماکزیمم مینیمم



$$f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0$$

مجانب قائم $x=1$ و مجانب افقی $y=2$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'	$-$	$ $	$-$
f	2	$ $	2
	\nearrow	$-\infty$	\searrow



ایران توننه
توشه ای برای موفقیت

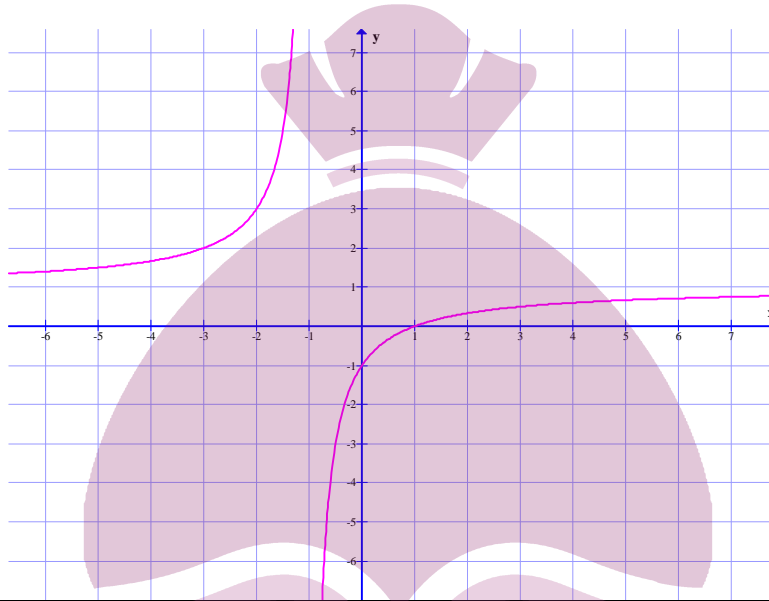
مجاذب افقی $x = 1$

مجاذب قائم $x = -1$

$$f'(x) = \frac{1(x+1) - 1(x-1)}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+

$\nearrow +\infty$ \parallel $\nwarrow -\infty$



ایران توننده
 توشه ای برای موفقیت

مجاز قائم $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$

$$D_f = R - \{1\}$$

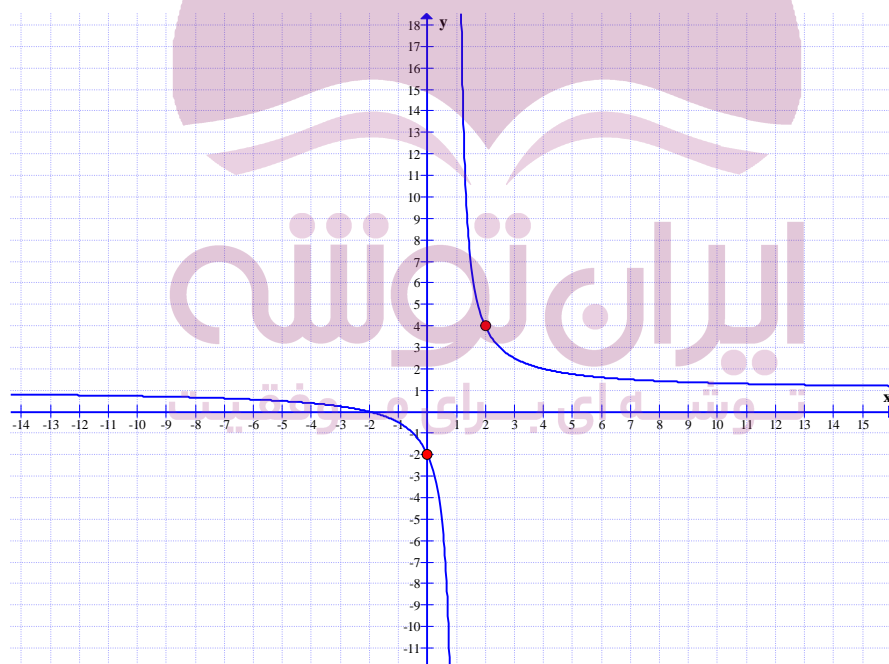
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x} = 1 \rightarrow y = 1 \quad \text{مجانب افقی}$$

$$f'(x) = \frac{1(x-1) - 1(x+2)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0$$

نقطه کمکی $(0, -2)$ و $(2, 4)$

جدول تغییرات

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		—		—	
y	-1				1



$$D_f = R$$

$$y = x^3 + 3x^2 + 1 \rightarrow y' = 3x^2 + 6x \xrightarrow{y'=0} 3x^2 + 6x = 0 \rightarrow 3x(x+2) = 0$$

$$\rightarrow x = 0, \quad x = -2$$

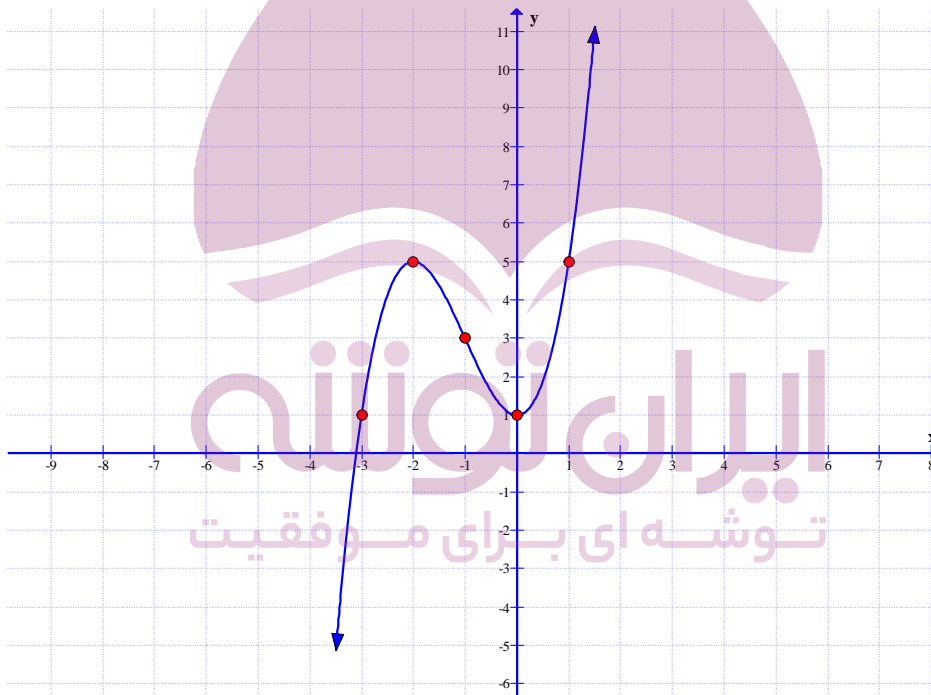
$$y'' = 6x + 6 \xrightarrow{y''=0} 6x + 6 = 0 \rightarrow x = -1$$

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	3	1	$+\infty$

\nearrow max \searrow min \nearrow

$$x = -3 \rightarrow y = -27 + 27 + 1 = 1 \rightarrow A(-3, 1) \quad \text{نقطه‌ی کمکی}$$

$$x = 1 \rightarrow y = 1 + 3 + 1 = 5 \rightarrow B(1, 5) \quad \text{نقطه‌ی کمکی}$$

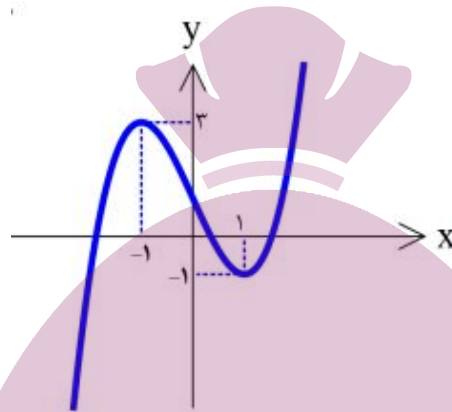


نقطه بحرانی $y' = 3x^2 - 3 \xrightarrow{y'=0} 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1$

نقطه‌ی عطف $y'' = 6x \xrightarrow{y''=0} 6x = 0 \rightarrow x = 0$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y''	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$-\infty$	3	1	-1	$+\infty$

max
min



تهیه کننده:

جابر عامری عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

ایران توننده
توشه‌ای برای موفقیت