

ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی

- دانلود گام به گام

- دانلود آزمون گاج و قلم چی و سنجش

- دانلود فیلم و مقاله انگلیزی

- کنکور و مشاوره



IranTooshe.Ir



@irantooshe



IranTooshe



درس اول: خط، نقطه، صفحه

صفحه ۷۸

کار در کلاس



به این تصویر دقت کنید. توپ A داخل جیب یکی از بازیکنان و توپ C روی راکت بازیکن دیگر است و بقیه ی توپ های تنیس روی زمین افتاده اند.



الف) سه توپ نام ببرید که در یک راستا هستند. B, F, E

ب) سه توپ نام ببرید که در یک صفحه اند ولی هم راستا نیستند؟ F, E, D

ج) چهار توپ نام ببرید که همگی در یک صفحه نیستند. E, F, C, A

صفحه ۷۹

فعالیت کلاسی



مکعب روبه رو را در نظر بگیرید.

در هر مورد وضعیت دو خط را نسبت به هم مشخص کنید و بنویسید که آیا می توان صفحه ای شامل آن دو در نظر گرفت؟

HG, EF : موازی، بله (صفحه HGFE)

HD, HG : متقاطع، بله (HGCD)

GC, EA : موازی، بله (صفحه ای به صورت EGCA می توان در نظر گرفت).

FD, EC : متقاطع، بله (صفحه ای به صورت FEDC می توان در نظر گرفت).

BC, HD : متناظر، خیر

AB, GC : متناظر، خیر

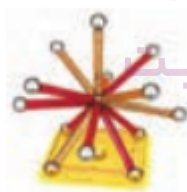
دو خط در فضا نسبت به هم متقاطع، موازی یا متناظر هستند.

صفحه ۷۹

کار در کلاس



۱) به سؤالات زیر پاسخ دهید. (می توانید از تصاویر کمک بگیرید).

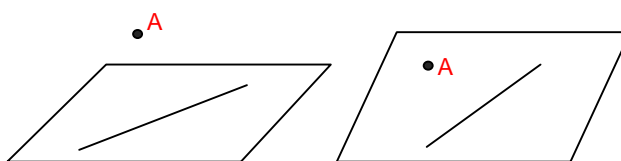


در صفحه از هر نقطه چند خط می گذرد؟ بی شمار خط

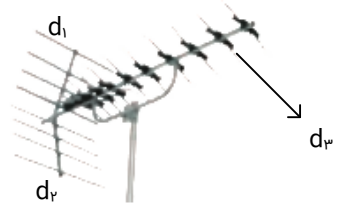
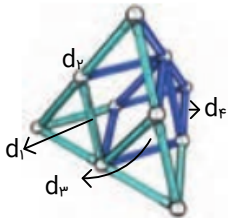
در فضا چطور؟ بی شمار خط

- در صفحه از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، چند خط موازی آن خط می توان رسم کرد؟ ۱ خط موازی

در فضا چطور؟ یک خط موازی و بی شمار خط متناظر



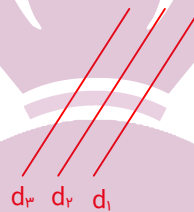
(۲) در شکل‌های زیر در صورت وجود، به خطوط موازی، متقاطع و متنافر اشاره کنید.



خطوط d_1 و d_2 با هم موازی‌اند و همچنین d_3 با d_2 و d_3 با هم موازی ولی با قایق متقاطع هستند. d_1 با آنها متقاطع نیز موازی‌اند.

(۳) دو خط موازی رسم کنید و آنها را d_1 و d_2 بنامید.

حال خط d_3 را موازی با d_2 رسم کنید. دو خط d_1 و d_2 نسبت به هم چه وضعی دارند؟ با هم موازی‌اند.

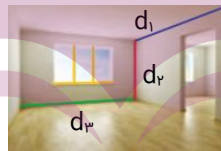


نتیجه ۱: در یک صفحه دو خط موازی با یک خط با هم موازی‌اند.

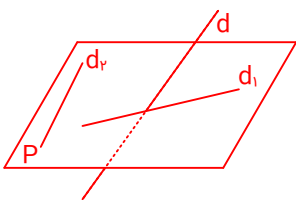
آیا در فضا نیز این نتیجه برقرار است؟ بله، دو خط موازی با یک خط در فضا با هم موازی‌اند.

(۴) می‌دانیم که در صفحه دو خط عمود بر یک خط، با هم موازی‌اند. آیا در فضا هم این رابطه برقرار است؟

خیر، الزاماً برقرار نیست. به خطوط مشخص شده در شکل دقت کنید، خط‌های d_1 و d_3 هر دو بر d_2 هستند ولی با هم موازی نیستند. (متنافر هستند).



(۵) خط d با صفحه P متقاطع است. خط‌های موجود در صفحه P نسبت به خط d چه وضعیتی می‌توانند داشته باشند؟



متقاطع یا متنافر هستند. به خطوط d_1 و d_2 دقت شود، خط d_1 خط d را قطع می‌کند ولی خط d_2 با آن نقطه اشتراک نداشته و در یک صفحه قرار نگرفته است و با آن متنافر است.

صفحه ۸۱

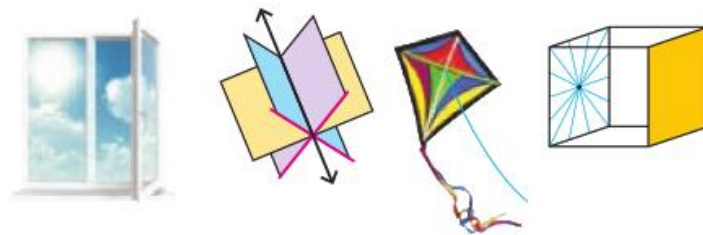
کار در کلاس



(۱) به سؤالات زیر پاسخ دهید. (می‌توانید از تصاویر کمک بگیرید).

- از یک خط در فضا چند صفحه می‌گذرد؟ بی شمار صفحه

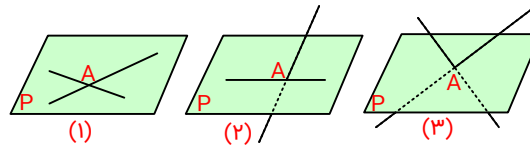
- از دو خط متقاطع چند صفحه می‌گذرد؟ یک صفحه



- از دو خط موازی چطور؟ یک صفحه

- از یک نقطه‌ی غیر واقع بر یک صفحه، چند خط موازی با آن صفحه می‌توان رسم کرد؟ بی شمار

(۲) دو خط در نقطه‌ای A متقاطع اند و صفحه‌ی P شامل نقطه A است. با توجه به شکل‌های زیر حالت‌های مختلف خطوط متقاطع و صفحه‌ی P را بررسی کنید.



(۱) دو خط متقاطع هر دو بر روی یک صفحه قرار گرفته‌اند.

(۲) یکی از خطوط بر روی صفحه منطبق است و خط دوم، خط و صفحه را قطع کرده است.

(۳) دو خط بر صفحه منطبق هستند و فقط در نقطه‌ای برخورد با صفحه مشترک‌اند.

(۳) دو خط d_1 و d_2 در فضا با هم موازی‌اند.

(الف) اگر صفحه‌ای مثل P با یکی از این دو خط موازی باشد، نسبت به دیگری چه وضعی دارد؟ با خط دیگر است یا آن خط بر صفحه منطبق است.

(ب) اگر صفحه‌ی P شامل یکی از این دو خط باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟ موازی است یا شامل خط دیگر نیز می‌شود.

(ج) اگر صفحه‌ی P با یکی از این خطوط متقاطع باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟ الزاماً متقاطع می‌شود.

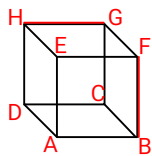
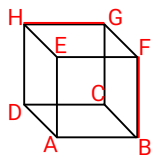
(۴) مسئله قبل را برای حالتی حل کنید که دو خط، متناظرند.

می‌توان از شکل روبه‌رو استفاده کرد و به راحتی به جواب‌ها رسید.

(الف) متقاطع

(ب) متقاطع یا موازی

(ج) موازی یا منطبق یا متقاطع



صفحه ۸۲

کار در کلاس



به این مکعب دقت کنید:

(الف) خط‌های GF و DA نسبت به هم چه وضعی دارند؟ موازی

HG و DC چطور؟ موازی

EF و GC چطور؟ متناظر

(ب) هر خط با چند خط دیگر متقاطع است؟ ۴ خط

با چند خط موازی است؟ ۳ خط

با چند خط متناظر است؟ ۴ خط

(ج) HD با کدام صفحه موازی است؟ $GFBC$ و $EFBA$

با کدام متقاطع است؟ $BCDA$ و $HGFE$

بر کدام منطبق است؟ $HEAD$ و $HGCD$

(د) دو صفحه‌ی موازی و دو صفحه‌ی متقاطع نام ببرید.

صفحه‌ی موازی: $EFBA$ و $HGCD$

صفحه‌ی متقاطع: $GCDH$, $HGFE$

صفحه ۸۳

کار در کلاس



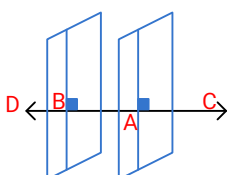
می‌دانیم که در صفحه، دو خط عمود بر یک خط با هم موازی‌اند.

(الف) آیا دو خط عمود بر یک صفحه همیشه با هم موازی هستند؟

بله، دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازی‌اند. (مطابق شکل (۱))

(ب) آیا دو صفحه‌ی عمود بر یک صفحه همیشه با هم موازی هستند؟

خیر، دو صفحه‌ی متقاطع هم می‌توانند بر یک صفحه عمود باشند. (مطابق شکل (۲))



(ج) دو صفحه‌ای عمود بر یک خط نسبت به هم چه وضعیت دارند؟

با هم موازی‌اند. (مطابق شکل (۴))

(د) اگر خطی بر یکی از دو صفحه‌ای موازی عمود باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟

بر دیگری نیز عمود است. (مطابق شکل (۴))

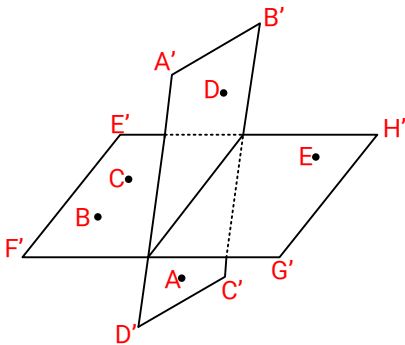
(هـ) اگر یکی از دو خط موازی بر صفحه‌ای عمود باشد، وضعیت خط دوم با صفحه را بررسی کنید.

خط دوم نیز بر آن صفحه عمود است. (مطابق شکل (۳))

صفحه ۸۴

تمرین درس اول: خط، نقطه، صفحه

(۱) با توجه به شکل به سؤالات پاسخ دهید:



(الف) چند صفحه در شکل می‌بینید؟ نام ببرید.

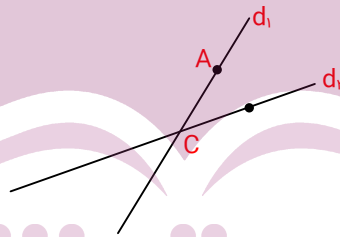
۲ صفحه‌ی متقاطع $E'F'G'H'$ و $A'B'C'D'$

(ب) سه نقطه پیدا کنید که در یک صفحه‌اند. B, C, E

(ج) چهار نقطه پیدا کنید که در یک صفحه نیستند. B, E, A, D

(د) دو خط AB و CE نسبت به هم چه وضعی دارند؟ متناظر AC و CE چطور؟ متقاطع، در نقطه‌ی C همدیگر را قطع می‌کنند.

(۲) خطوط d_1 و d_2 و نقاط A و B و C مانند شکل مقابل‌اند. صفحه‌ی P را در حالت‌های زیر در نظر بگیرید و وضعیت نسبی آن را با هر یک از خطوط d_1 و d_2 بررسی کنید.



(الف) صفحه‌ی P شامل نقطه‌ی C است.

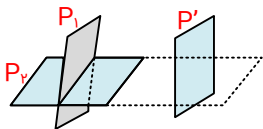
دو حالت وجود دارد، خط‌های d_1 و d_2 بر صفحه‌ی P منطبق باشند یا دو خط و صفحه با هم متقاطع.

(ب) صفحه‌ی P شامل نقاط A و C باشد ولی شامل B نباشد. صفحه‌ی P شامل خط d_1 است و با d_2 متقاطع است.

(ج) صفحه‌ی P شامل نقاط C و B و A است. دو خط منطبق بر صفحه‌ی P هستند.

(د) صفحه‌ی P شامل خط d_1 و نقطه‌ی B است. دو خط d_1 و d_2 منطبق بر صفحه‌ی P هستند.

(۳) دو صفحه‌ی P_1 و P_2 را به گونه‌ای در نظر بگیرید که متقاطع باشند و خط d فصل مشترک آنها باشد. (در هر دو حالت الف و ب تصویر مناسب را رسم کنید.)



(الف) اگر P' صفحه‌ای باشد که با P_1 موازی باشد، نسبت به P_2 چه وضعیتی خواهد داشت؟

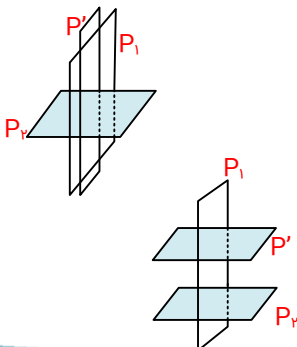
صفحه‌ی P' با صفحه‌ی P_2 متقاطع خواهد بود. صفحه‌ی P_1 و P_2 متقاطع و P_1 با P' موازی است.

(ب) اگر P' صفحه‌ای باشد که با P_1 متقاطع است، با P_2 چه وضعیتی می‌تواند داشته باشد؟

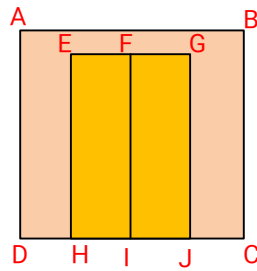
صفحه‌ی P' با صفحه‌ی P_2 می‌تواند موازی یا متقاطع باشد.

حالت متقاطع با P_2 :

حالت موازی با P_2 :



۴) شکل مقابل یک دیوار و یک در دولنگه که در دیوار قرار گرفته است نشان می‌دهد. وضعیت خط‌ها و صفحه‌های زیر را مشخص کنید.



الف) وضعیت صفحات EFGH و ABCD و FGIH را دو به دو نسبت به هم بررسی کنید.

EFIH و ABCD: منطبق
EFIH و FGIH: منطبق

(با توجه به تعریف صفحه که امتداد دارد می‌توان گفت که این دو صفحه بر هم منطبق هستند.)

ABCD و FGIH: منطبق

ب) خطوط FI و BC: موازی

د) خطوط FG و E: منطبق

و) یکی از خطوط (به دلخواه) و یکی از صفحات (به دلخواه): خط LJ و صفحه ABCD: منطبق

۵) تجسم کنید دولنگه‌ی در هر کدام ۳۰ درجه باز شده‌اند، وضعیت خط‌ها و صفحه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) وضعیت صفحه‌های EIKH و ABCD و JFGL را دو به دو نسبت به هم بررسی کنید.

EIKH و ABCD: متقاطع

JFGL و EIKH: متقاطع (چون صفحه امتداد پذیر است.)

ب) خط FJ و صفحه EIKH: متقاطع

د) خط EH نسبت به هر یک از صفحات:

EH و EIKH: منطبق

EX و ABCD: منطبق، باتوجه به تصویر فصل مشترک دو صفحه‌ی ABCD و EIKH است.

JFGL و EH: موازی

هـ) خطوط EI و JF: متقاطع

۶) تصور کنید دولنگه‌ی در هر کدام ۹۰ درجه باز شده‌اند. وضعیت خط‌ها و صفحه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) وضعیت صفحات EIKH و ABCD و FGLJ را دو به دو نسبت به هم بررسی کنید.

EIKH و ABCD: متقاطع (عمود)

FGLJ و ABCD: متقاطع (عمود)

ب) خط FJ و صفحه EIKH: موازی

د) خطوط EI و FJ: موازی

۷) منشور سه پهلوی زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات پاسخ دهید:

الف) سه جفت خط متمایز دو به دو موازی نام ببرید. (پاسخ پیشنهادی) AB, DE/ CF, BE/ DF, AC

ب) سه جفت خط متمایز دوه‌دو متناظر نام ببرید. (پاسخ پیشنهادی) BE, AC/ AB, EF/ DE, CB

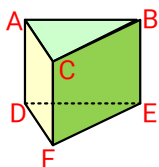
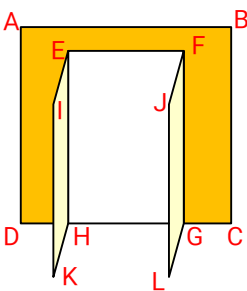
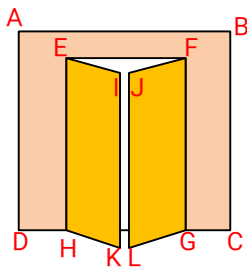
ج) سه جفت خط دوه‌دو متقاطع نام ببرید. (پاسخ پیشنهادی) EF, DE/ BE, BC/ BC, AC

د) سه خط هم‌مرس نام ببرید. (پاسخ پیشنهادی) BD, DE, FE

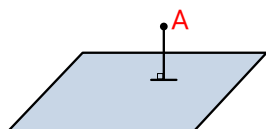
هـ) سه جفت خط و صفحه‌ی موازی نام ببرید. BC, DEF/ FE, ABC/ BE, AC/ FD

و) دو صفحه‌ی موازی نام ببرید. (پاسخ پیشنهادی) DEF, ABC

ز) سه صفحه‌ی دوه‌دو متقاطع نام ببرید. (پاسخ پیشنهادی) BCFE, ABED, ADFC

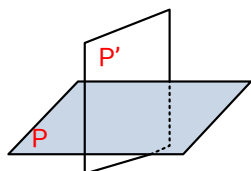


۸) از هر نقطه‌ی غیر واقع بر یک صفحه، چند خط می‌توان به آن صفحه عمود کرد؟



فقط یک خط می‌توان عمود کرد.

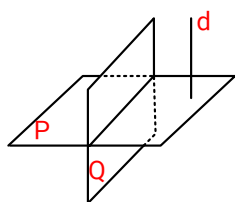
۹) از هر خط غیر واقع بر یک صفحه، چند صفحه می‌توان گذراند که بر آن صفحه عمود باشد؟



الف) خط بر صفحه عمود باشد. بی شمار صفحه می‌توان رسم کرد.

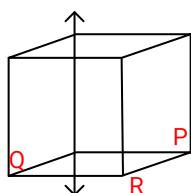
ب) خط بر صفحه عمود نباشد. یک صفحه می‌توان رسم کرد.

۱۰) دو صفحه P و Q بر هم عمودند و خط d نیز بر صفحه‌ی P عمود است. این خط نسبت به صفحه Q چه وضعی دارد؟



خط d با صفحه‌ی Q موازی است.

۱۱) دو صفحه‌ی متقاطع P و Q بر صفحه‌ی R عمودند. فصل مشترک این دو صفحه نسبت به صفحه‌ی R چه وضعیتی دارد؟



فصل مشترک این دو صفحه، خط d است که بر صفحه‌ی R است.



ایران توننده
توشه‌ای برای موفقیت

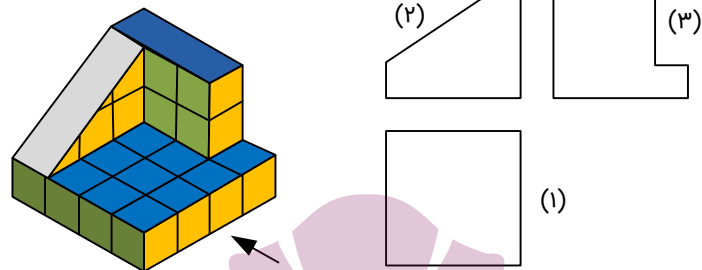
درس دوم: تفکر تجسمی

صفحه ۸۹

کار در کلاس



(۱) شکل زیر از نماهای مختلف رسم شده است. مشخص کنید در هر تصویر از کدام جهت به شکل نگاه شده است؟



نمای چپ ← (۳)

نمای روبه‌رو ← (۲)

نمای بالا ← (۱)

(۲) سعی کنید از جهت‌های مختلف به هر شکل نگاه کرده و آن نما را رسم کنید.

	نمای چپ	نمای بالا	نمای روبه‌رو

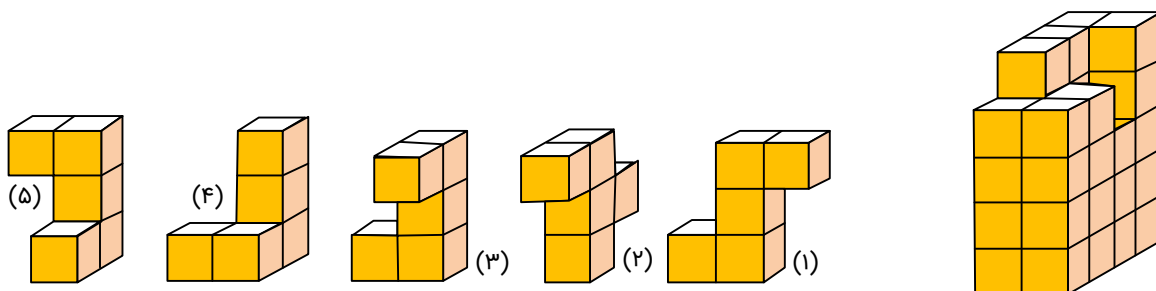
۳ (دو مکعب مستطیل را روی هم قرار داده ایم. ابعاد مکعب مستطیل بالایی مستطیل پایینی کمتر است. تصویری از این دو مکعب مستطیل رسم کنید که نمای روبه‌رو و نمای بالا را نشان دهد.

نمای بالای که فقط مکعب	نمای روبه‌رو

پایین را نشان می‌دهد.

تمرین درس دوم: تفکر تجسمی صفحه ۹۰

(۱) کدام قطعه، شکل سمت چپ را به یک مکعب مستطیل کامل تبدیل می‌کند؟



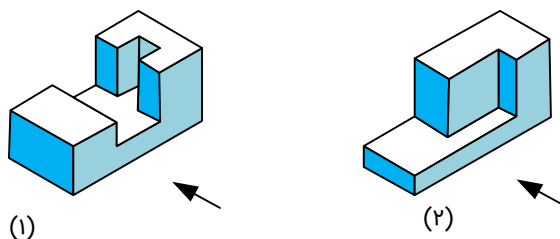
با توجه به شکل، شماره ۵ است.

(۲) نمای روبه‌رو، چپ و بالای مکعب‌های سمت راست در ستون سمت چپ رسم شده است. هر شکل را به نماهای مربوط به آن وصل کنید.
(با توجه به شکل‌های موجود در کتاب نمی‌توان به تمرین مربوطه پاسخ داد، لذا پاسخ ما به صورت زیر است:)

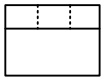

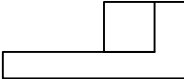
نمای بالا	نمای چپ	نمای رو به رو

On the right, there are five 3D structures made of yellow and green cubes. Red lines connect the front views in the table to the corresponding 3D structures. The connections are: Row 1 to the 3x1 structure, Row 2 to the 2x1 structure, Row 3 to the 3x1 structure, Row 4 to the 2x2 structure, and Row 5 to the 3x2 structure.

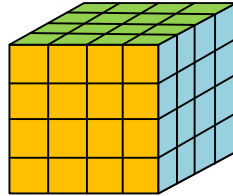
(۳) در هر شکل، نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ را رسم کنید.



نمای چپ	نمای بالا	نمای روبه‌رو	شکل شماره (۱)

			شکل شماره (۲)
---	---	--	---------------

(۴) تمام وجه‌های مکعبی را رنگ آمیزی کرده‌ایم.



- چند مکعب کوچک در این شکل وجود دارد؟ $16 \times 4 = 64$

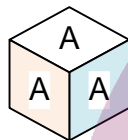
- چند مکعب رنگ نشده است؟ ۸

- چند مکعب، رنگ شده است؟ $64 - 8 = 56$

- چند مکعب، فقط دو وجه رنگ شده است؟ $16 + 8 = 24$

- چند مکعب، سه وجه رنگ شده دارد؟ ۸ مکعب‌های واقع در گوشه

(۵) روی تمام وجه‌های مکعب‌هایی حرف A نوشته شده است. ۸ تا از این مکعب‌ها را به شکل ستونی روی هم می‌چینیم. چند حرف A دیده می‌شود؟



کل $4 \times 8 + 2 \times 1 = 34$

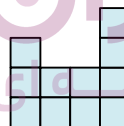
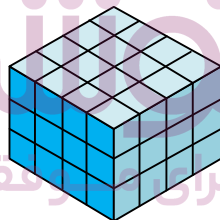
- ۸ کلمه ی A در رو به رو
- ۸ کلمه ی P در پشت
- ۸ کلمه ی P در سمت چپ
- ۸ کلمه ی P اما سمت راست
- و یک کلمه ی A از بالا و پایین

(۶) شکل سمت چپ از چند مکعب کوچک تشکیل شده است؟

حداقل چند تا و حداکثر چند مکعب باید برداشته شود تا نمای بالا به این شکل باشد؟

$16 \times 3 = 48$ مکعب کوچک وجود دارد.

حداقل $15 = 5 \times 3$ مکعب و حداکثر $37 = 32 + 5$ باید برداشته شود.



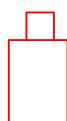
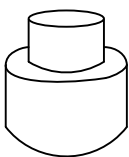
برش

صفحه ۹۳

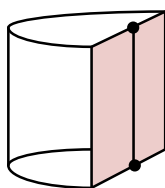
کار در کلاس



(۱) دو استوانه را روی هم قرار داده‌ایم. اگر صفحه ای به شکل عمودی با هر دو این استوانه برخورد کند. سطح مقطع حاصل به چه شکل خواهد بود؟



دو مستطیل که روی هم قرار گرفته‌اند تقریباً به این صورت است.



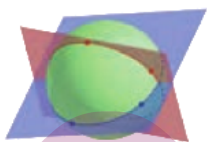
(۲) در شکل زیر نصف یک استوانه داده شده است. سطح مقطع این شکل در برخورد باصفحه های افقی، عمودی و صفحه ی مایلی که از قاعده استوانه عبور نکند، به چه شکل است؟

صفحه ی افقی \leftarrow نیم دایره

صفحه عمودی \leftarrow مستطیل

صفحه ی مایل که از قاعده ی استوانه عبور نکند \leftarrow سهمی

(۳) سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با یک کره به چه شکل است؟ در چه صورت این سطح مقطع بیشترین مساحت ممکن را خواهد داشت؟

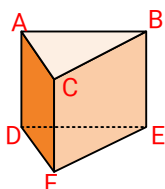


سطح مقطع به صورت دایره است و زمانی بیشترین مساحت را خواهد داشت که صفحه از مرکز عبور کند.

صفحه ۹۴

تمرین: برش

(۱) فرض کنید منشور زیر، یک قطعه ی چوبی توپر باشد. این قطعه ی چوبی را طوری اره می کنیم که از سه نقطه ی مشخص عبور کند. در هر حالت مشخص کنید سطح مقطع به چه شکل است و منشور به چه شکل های فضایی تجزیه می شود؟

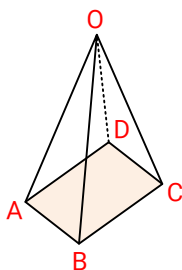


الف) M, N, P وسط پاره خط های BE, CF و AD: سطح مقطع یک مثلث به اندازه ی ABC و شکل به دو منشور مساوی تجزیه می شود.

ب) D, C, E: سطوح مقطع یک مثلث به رئوس D, E و C است که شکل را به دو هرم تجزیه می کند.

ج) C, F, Q (وسط پاره خط AB): سطح مقطع مثلثی به رئوس Q و E و C است که Q وسط پاره خط AB قرار دارد و شکل به دو هرم تقسیم می شود.

(۲) قاعده ی هرمی، مربع ABCD است. رأس این هرم را O نامیده ایم. سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه ی P را با این هرم در هر حالت مشخص کنید.



الف) صفحه ی P بر ارتفاع هرم عمود باشد. مربع

ب) صفحه ی P از O بگذرد و بر قاعده ی هرم عمود باشد. مثلث

ج) صفحه ی P از O نگذرد ولی بر قاعده ی هرم عمود باشد. ذوزنقه

(۳) صفحه ی P کره ای به مرکز O و شعاع ۵ سانتی متر را قطع کرده است. اگر فاصله ی نقطه ی O از صفحه ۳ سانتی متر باشد، مساحت این سطح مقطع چقدر است؟

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت



با توجه به شکل می توان با استفاده از قضیه ی فیثاغورث شعاع سطح مقطع (کره) را حساب کرد.

$$(OA)^2 = (OH)^2 + (AH)^2 \rightarrow 5^2 = 3^2 + AH^2 \rightarrow AH = 4$$

$$S = \pi r^2 \rightarrow 16\pi$$

(۴) دو کره با شعاع های ۲ و ۲' یکدیگر را قطع کرده اند. نقاط مشترک واقع بر روی هر دو کره روی چه شکلی قرار دارند؟ دایره.

اگر همه ی این نقاط را به مرکز یکی از دو کره وصل کنیم، چه شکلی به دست می آید؟ مخروط

تمرین: دوران حول محور صفحه ۹۶

(۱) دو خط متقاطع را مطابق شکل در نظر بگیرید. اگر یکی از خطوط را حول دیگری دوران دهیم، چه جسمی هندسی ساخته می‌شود؟ مخروط



(۲) در هر مورد مشخص کنید شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ تصویر مناسبی رسم کنید.

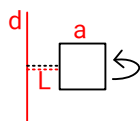
الف) دوران یک مثلث متساوی‌الساقین حول ارتفاع آن: مخروط

ب) دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول ضلع زاویه قائمه: مخروط

پ) دوران یک مثلث دوزنقه قائم‌الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده‌ها: مخروط ناقص

ت) دوران یک مثلث متساوی‌الساقین حول قاعده آن: شکلی شبیه به قسمت دایره‌ای شکل فرفره‌ی دو مخروط به هم چسبیده.

(۳) مربعی به ضلع a را حول محور d دوران داده‌ایم. شکل حاصل را توصیف کنید.

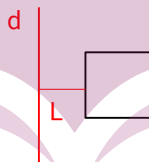


شکلی شبیه به لاستیک ماشین

۴) شکل زیر را در نظر بگیرید. این شکل از دوران کدام شکل هندسی حول یک محور ساخته می‌شود؟ تصویر مناسبی برای آن رسم کنید.



این شکل ها حاصل از دوران شکل مانند شکل تمرین شماره‌ی ۳ است. یعنی شکلی به فرم روبه‌رو که مقدار L در حقیقت، شعاع دایره‌ی داخلی است.



ایران توننده
توشه‌ای برای موفقیت

ایران توشه

- رانلور نمونه سوالات امتحانی

- رانلور گام به گام

- رانلور آزمون گام به گام و قلم چی و سنجش

- رانلور فیلم و مقاله آنالیزشی

- رانلور و مشاوره



IranTooshe.Ir



@irantooshe



IranTooshe

