

ایران توشه

- رانلور نمونه سوالات امتحانی

- رانلور گام به گام

- رانلور آزمون گاج و قلم چی و سنجش

- رانلور فیلم و مقاله انگلیزی

- رانلور و مشاوره



IranTooshe.Ir



@irantooshe



IranTooshe



درس اول: مفهوم تابع

صفحه ۵۶

فعالیت



می دانیم مساحت دایره از تساوی $S = \pi \times r^2$ به دست می آید که در این رابطه π عددی است ثابت که تقریباً $\pi = 3.14$ در نظر گرفته می شود و r شعاع دایره است:

۱. آیا متغیر S تابعی از شعاع دایره است؟ بله

۲. آیا محیط دایره نیز تابعی از شعاع است؟ محیط دایره $2\pi r$ می باشد بنابراین محیط دایره نیز تابعی از شعاع است.

۳. کدام متغیر، مستقل و کدام متغیر، وابسته است؟ شعاع دایره به صورت مستقل تغییر می کند بنابراین متغیر مستقل است و مساحت دایره و محیط دایره متغیر وابسته می باشند که این دو وابسته به تغییرات شعاع دایره می باشند.

۴. جدول زیر را کامل کنید.

r بر حسب سانتی متر (شعاع)	۱	۱/۵	۲	۳	۴
S بر حسب سانتی متر مربع (مساحت)	π	$2/25\pi$	4π	9π	16π
P بر حسب سانتی متر (محیط)	2π	3π	4π	6π	8π

در رابطه خطی $y = 3x + 1$ نیز y تابعی از تغییرات متغیر مستقل x است یعنی وقتی x را به دلخواه و مستقل، تغییر می دهیم، y نیز تغییر می کند. حال اگر x ها را روی محور افقی و y های حاصل را روی محور عمودی در نظر بگیریم به ازای هر x و y حاصل، یک نقطه در صفحه مشخص می شود که آن را با یک زوج به شکل (x, y) نمایش می دهیم، که ترتیب قرار گرفتن x و y در این زوج اهمیت دارد و به همین دلیل آن را یک زوج مرتب می نامیم. در زوج مرتب (x, y) ، x را مؤلفه یا مختص اول و y را مؤلفه دوم می نامیم.

اگر $(a, b) = (c, d)$ آنگاه $a = c, b = d$ و بر عکس اگر $a = c, b = d$ آنگاه $(a, b) = (c, d)$

صفحه ۵۶

فعالیت



۱. جدول زیر را کامل کنید.

x	-۱	۰	$\frac{2}{3}$	۱	$\sqrt{2}$	۲
y	-۲	۱	۳	۴	$3\sqrt{2} + 1$	۷
(x, y)	$(-1, -2)$	$(0, 1)$	$(\frac{2}{3}, 3)$	$(1, 4)$	$(\sqrt{2}, 3\sqrt{2} + 1)$	$(2, 7)$

۲. مشابه قسمت ۱ جدولی برای $y = x^2$ تشکیل دهید.

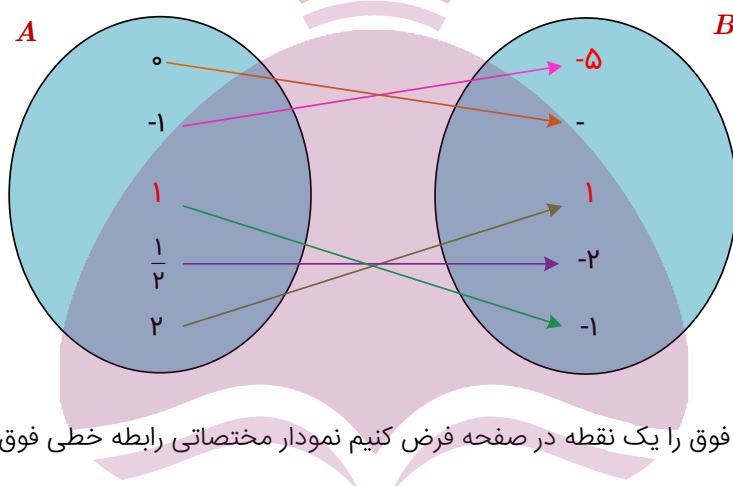
x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	۴	۱	۰	۱	۴
(x, y)	$(-2, 4)$	$(-1, 1)$	$(0, 0)$	$(1, 1)$	$(2, 4)$

استفاده از نمودار و رسم پیکان هایی از طرف متغیر مستقل به سمت متغیر وابسته به درک ارتباط بین این دو متغیر کمک می کند.

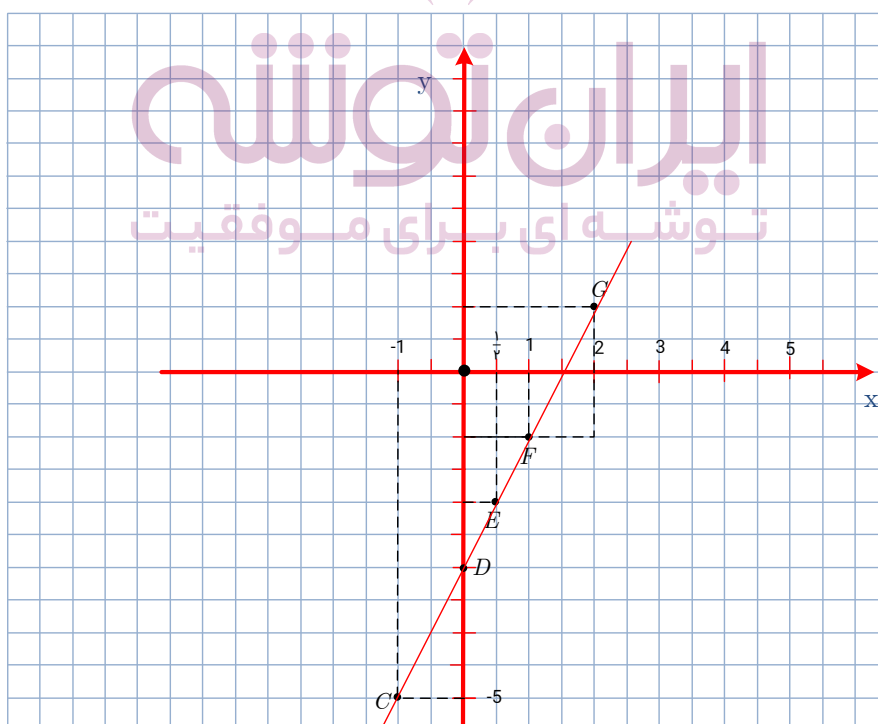


با توجه به رابطه خطی $y = 2x - 3$ اگر فرض کنیم، x ها یا متغیرهای مستقل اعضای مجموعه $A = \left\{0, 1, -1, \frac{1}{2}\right\}$ باشند ابتدا جدول مربوط به این رابطه مشابه جدول قبل را تشکیل داده و سپس نمودار پیکانی آن را رسم می‌کنیم. (جاهای خالی را پر کنید).

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	$y = 2x - 3$
y	-5	-3	-2	-1	1	
(x, y)	$(-1, -5)$ C	$(0, -3)$ D	$(\frac{1}{2}, -2)$ E	$(1, -1)$ F	$(2, 1)$ G	



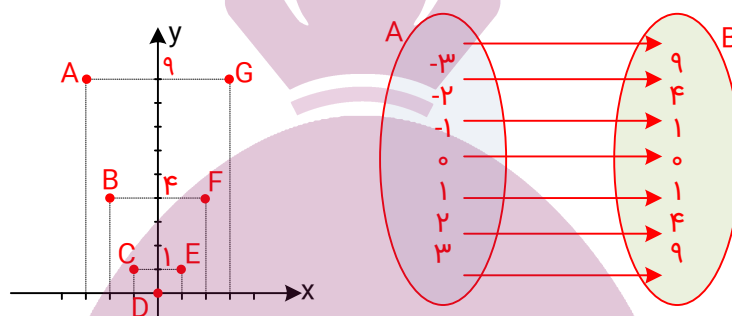
اگر هر یک از زوج مرتب‌های جدول فوق را یک نقطه در صفحه فرض کنیم نمودار مختصاتی رابطه خطی فوق به صورت زیر رسم می‌شود:



سوال: برای رابطه $y = x^3$ که $X \in A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ مشابه مثال قبل، جدول، نمودار پیکانی و نمودار مختصاتی را تشکیل دهید.

$$y = x^3$$

x	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳
y	۹	۴	۱	۰	-۱	۴	۹
(x, y)	$(-3, 9)$ A	$(-2, 4)$ B	$(-1, 1)$ C	$(0, 0)$ D	$(1, 1)$ E	$(2, 4)$ F	$(3, 9)$ G

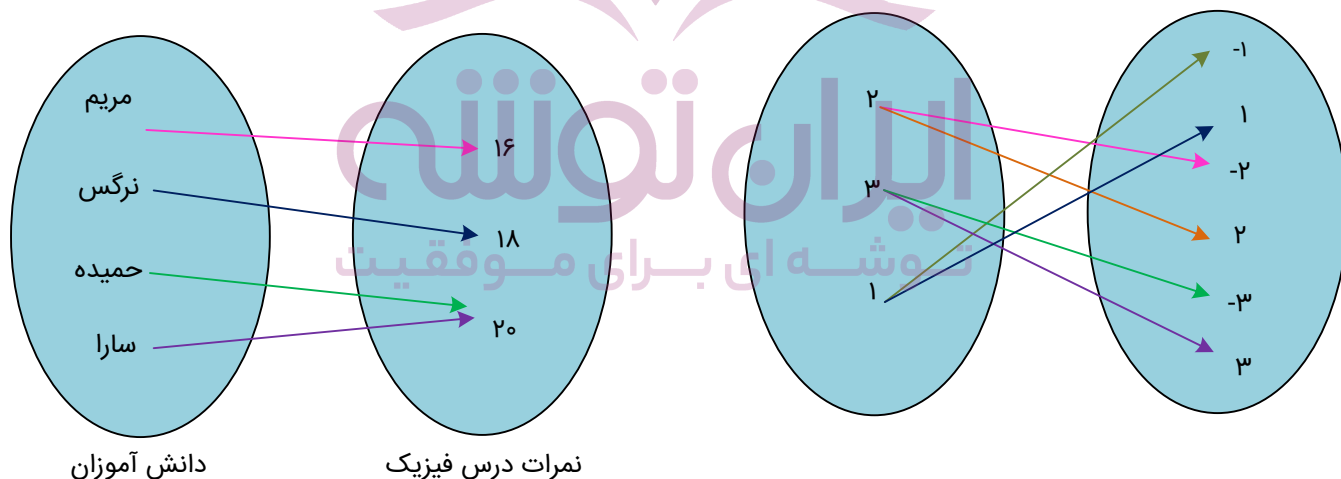


صفحه ۵۹

فعالیت



۱. کدام یک از رابطه‌ها که با نمودار پیکانی نمایش داده شده‌اند، تابع می‌باشند؟ چرا؟

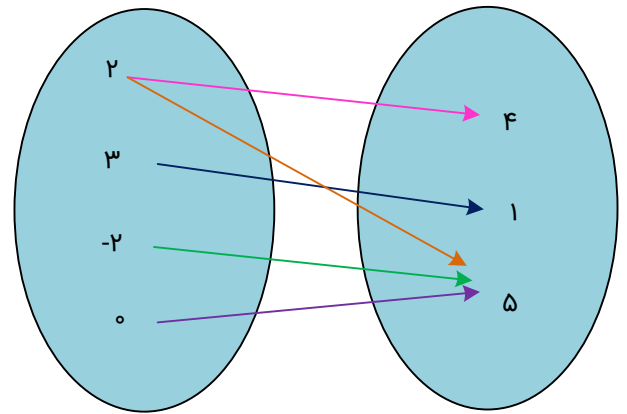
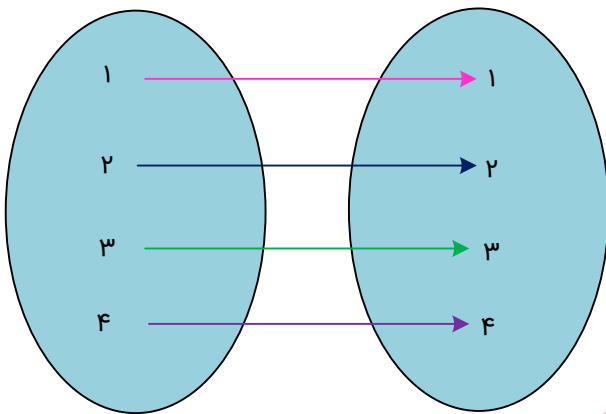


دانش آموزان

نمرات درس فیزیک

تابع است زیرا از تمام اعضای مجموعه اول فقط یک پیکان خارج شده است.

تابع نیست زیرا از اعضای مجموعه اول بیش از یک پیکان خارج شده است.



تابع نیست زیرا از عدد ۲ دو پیکان خارج شده است. تابع است زیرا به ازای هر عدد از دامنه تنها یک عدد از برد وجود دارد.
۲. کدام مجموعه از زوج مرتب‌ها می‌تواند نمایش یک تابع باشد؟

الف) $F = (2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3)$

تابع است، زوج‌هایی با مؤلفه‌های اول یکسان و مؤلفه‌های دوم متفاوت نداریم.

ب) $G = (4, 1), (2, -1), (1, -1), (4, 2)$

تابع نیست، در زوج مرتب اول و آخر با مؤلفه‌های اول یکسان (۴) مؤلفه‌های دوم متفاوت داریم.

پ) $H = (2, 3)$

تابع است، مؤلفه‌های اول یکسان و مؤلفه‌های دوم متفاوت نداریم.

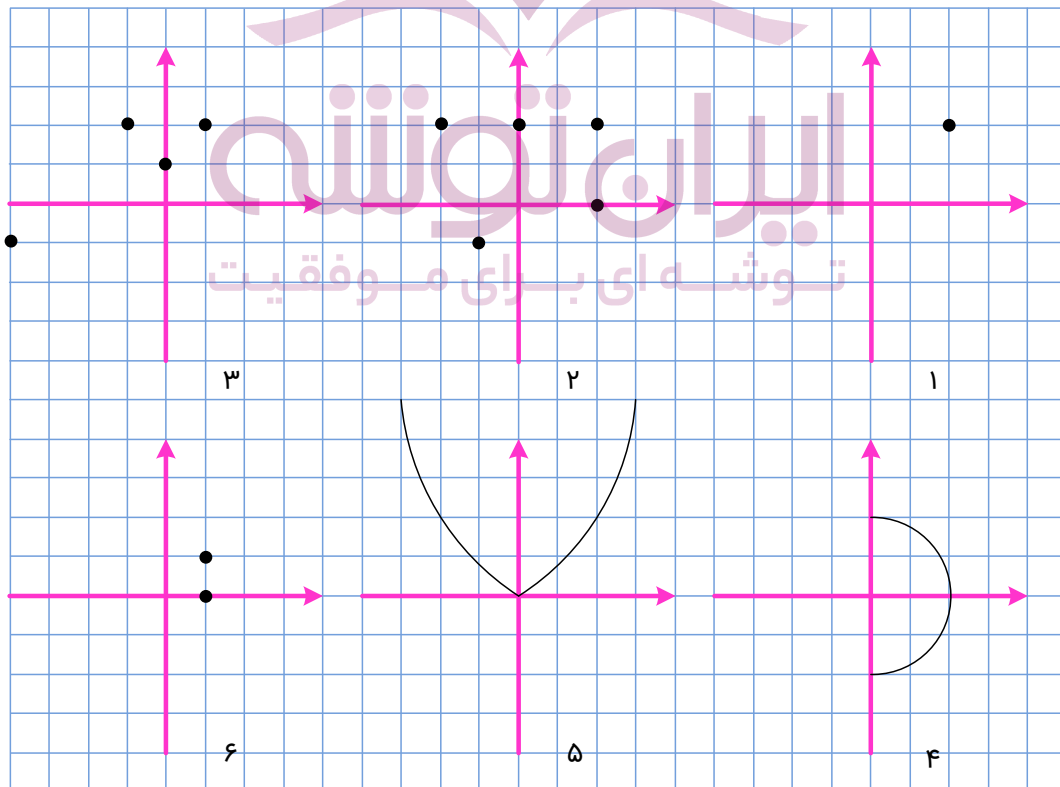
ت) $I = (3, 3)$

تابع است. مؤلفه‌های اول یکسان و مؤلفه‌های دوم متفاوت نداریم.

ث) $J = (1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 4)$

تابع نیست، در زوج‌های مرتب (۲ و ۴) و (۲ و ۲) مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متفاوت داریم.

۳. کدام یک از رابطه‌ها که نمودار مختصاتی آنها رسم شده است، تابع می‌باشند؟ چرا؟



(۱) تابع است.

(۲) تابع نیست زیرا وجود دو نقطه $(۲,۲)$ و $(۲,۲)$ دارای مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متفاوت می‌باشد.

(۳) تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها نمودار مختصات را فقط در یک نقطه قطع می‌کند.

(۴) تابع نیست زیرا وجود دارد حداقل یک خط به موازات محور y ها که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند.

(۵) تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها نمودار تابع را فقط در یک نقطه قطع می‌کند.

(۶) تابع نیست زیرا دو نقطه موجود دارای مؤلفه اول برابر و مؤلفه دوم نابرابر می‌باشند.

۴. کدام یک از رابطه‌های تعریف شده زیر، تابع است و کدام تابع نیست؟ دلایل خود را بنویسید.

تابع است ☐ تابع نیست ☒

الف) رابطه‌ای که به هر شهر در ایران، سوغاتی آن شهر را نسبت می‌دهد.

تابع نیست چون یک شهر می‌تواند بیش از یک سوغات داشته باشد.

تابع است ☒ تابع نیست ☐

ب) رابطه‌ای که به هر فرد، روز تولد او را نسبت می‌دهد.

تابع است زیرا هر کس تنها یک روز تولد دارد.

تابع است ☐ تابع نیست ☒

پ) رابطه‌ای که به هر شهر، نماینده آن شهر در مجلس شورای اسلامی را نسبت می‌دهد.

تابع نیست زیرا یک شهر ممکن است بیش از یک نماینده در مجلس شورای اسلامی داشته باشد.

تابع است ☒ تابع نیست ☐

ت) رابطه‌ای که به هر مسلمان، قبله او را نسبت می‌دهد.

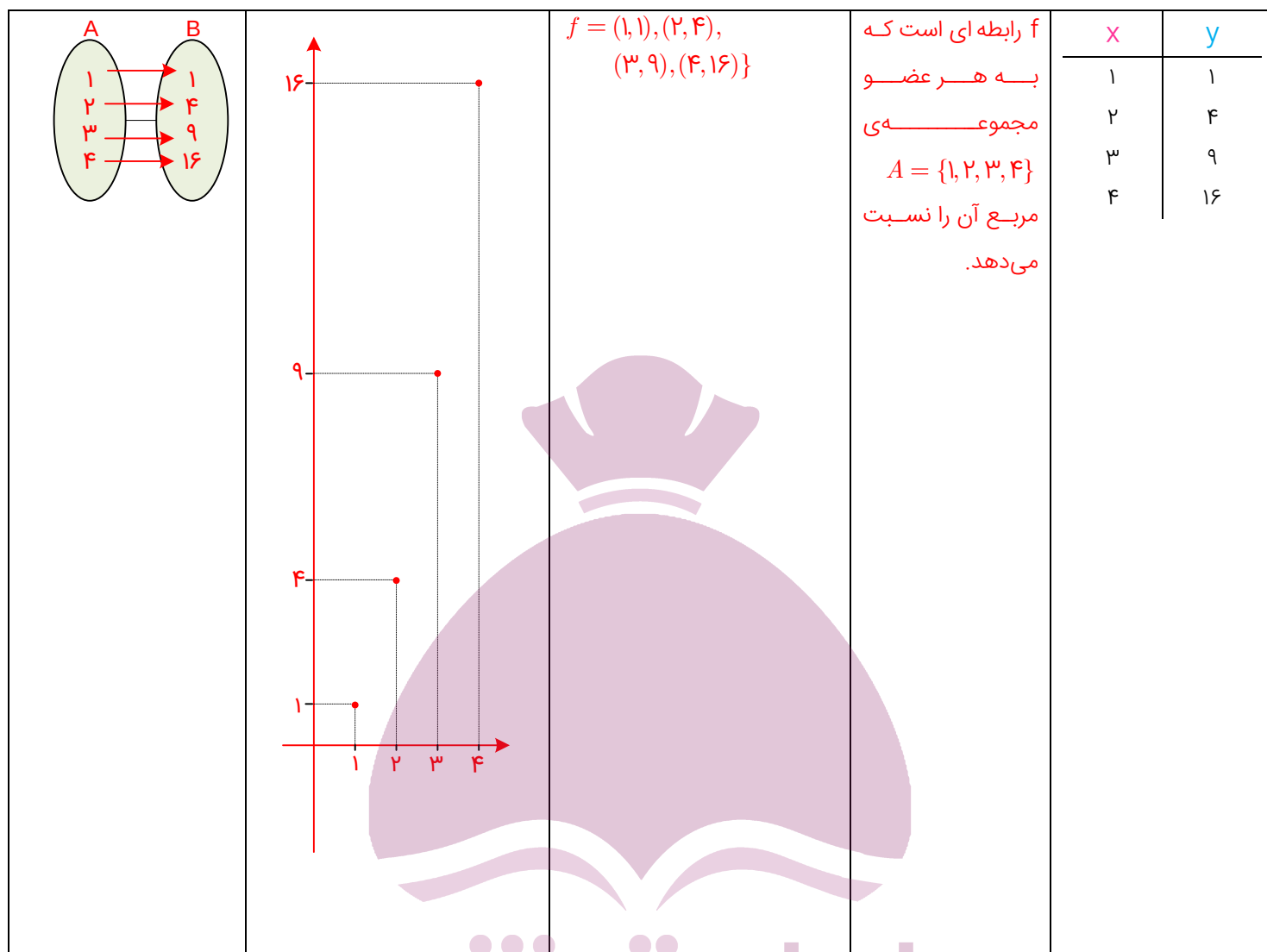
تابع است زیرا همه‌ی مسلمانان تنها یک قبله دارند. (تابع ثابت)

صفحه ۶۱

کار در کلاس

در جدول زیر در هر سطر یکی از نمایش‌های رابطه‌ای مشخص شده است، ابتدا برای هر رابطه جاهای خالی را پر کرده و سپس تشخیص دهید که کدام رابطه، تابع است.

نمایش پیکانی	نمایش مختصاتی	نمایش زوج مرتبی	توصیفی	جدولی	
		$f = \{(۲, ۳), (۳, ۴), (۴, ۵), (۵, ۶)\}$	f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه‌ای $A = \{۲, ۳, ۴, ۵\}$ یک واحد بالاتر از آن عضو تعلق می‌گیرد.	x	y
				۲	۳
				۳	۴
				۴	۵
				۵	۶



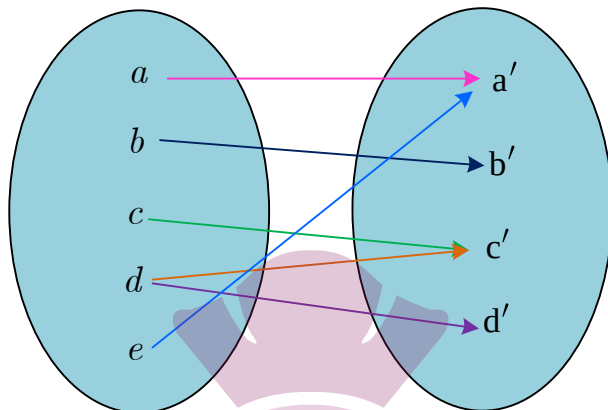
ایران توننه

توشه ای برای موفقیت

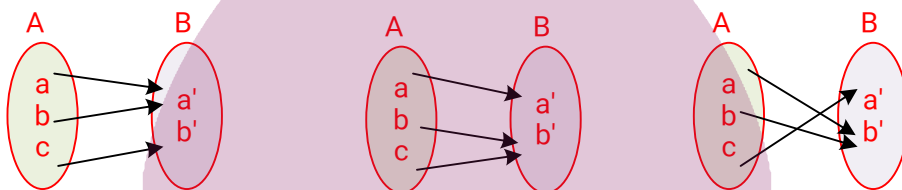
A B 0 1 -1 2 -2 0 1 16 16 0 → 0 1 → 1 -1 → 1 2 → 16 -2 → 16	16 1 -2 -1 2	$f = \{(0, 0), (1, 1), (-1, 1), (2, 16), (-2, 16)\}$	f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه $A = 0, 1, -1, 2, -2$ توان چهارم آن را نسبت می‌دهد.	x y 00 11 -11 216 -216
A B رضا علی آرش حمید فوتبال شنا والیبال تیراندازی کشتی رضا → شنا علی → فوتبال آرش → والیبال حمید → تیراندازی	کشتی تیراندازی والیبال شنا فوتبال رضا علی آرش حمید	f = (شنا, علی) و (رضا, شنا), (شنا, رضا) و (والیبال, آرش) و (کشتی, حمید) و (تیراندازی, علی)	f رابطه‌ای است که بیانگر آن است که رضا رشته ورزشی فوتبال و شنا و علی رشته ورزشی شنا و تیراندازی و آرش رشته والیبال و حمید رشته ورزشی کشتی را انتخاب کرده‌اند.	x y رضافوتبال علیشنا آرشوالیبال علیتیراندازی حمیدکشتی
A B رضا امیر حمید قاسم 40 60 80 رضا → 40 امیر → 60 حمید → 80 قاسم → 40	وزن 80 60 40 افراد رضا امیر حمید قاسم	f = (رضا, 40) و (امیر, 60) و (حمید, 80) و (قاسم, 40)	f رابطه‌ای است که بیانگر این است که رضا 40 کیلوگرم و امیر 60 کیلوگرم و حمید 80 کیلوگرم و قاسم 40 کیلوگرم وزن دارند.	x y رضا40 امیر60 حمید80 قاسم40



۱. نمودار پیکانی یک رابطه رسم شده است با حذف کدام عضو این رابطه تابع خواهد شد؟



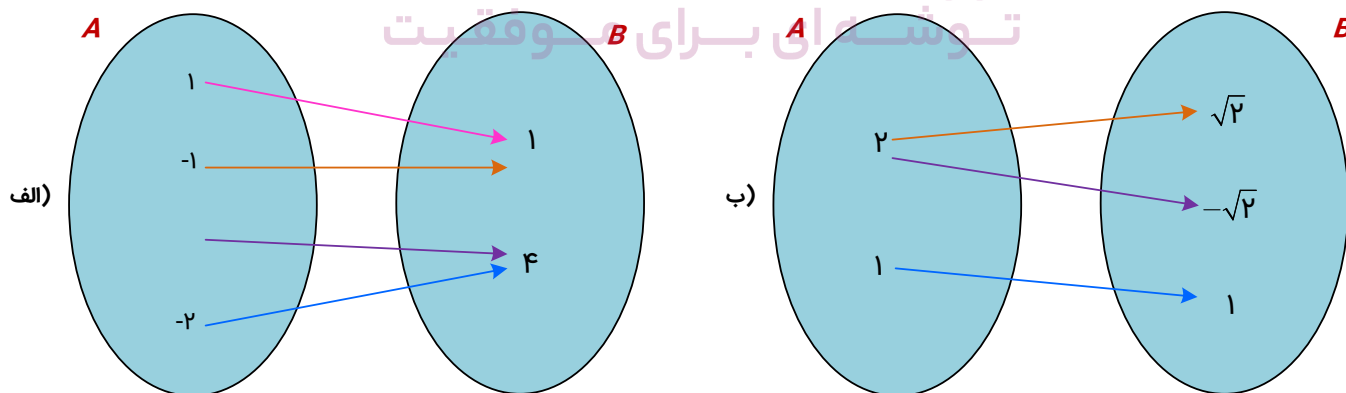
با حذف عضو d نمودار تابع می‌شود البته اگر یکی از پیکان‌های خارج شده از d را نیز حذف می‌کردیم باز هم تابع بود.
۲. اگر A مجموعه‌ای ۳ عضوی و B مجموعه‌ای ۲ عضوی فرض شود. سه تابع از مجموعه A به مجموعه B را تعریف کنید.



۳. در رابطه زیر جاهای خالی را اعدادی قرار دهید که این رابطه تابع نباشد؟

$$f = (2, 3), (2, 5), (3, 1), (3, 4)$$

۴. کدام رابطه تابع است و کدام رابطه تابع نیست؟ چرا؟



(الف) تابع است زیرا از هر یک از مؤلفه‌های مجموعه‌ی A فقط و فقط یک پیکان خارج شده است و اگر بخواهیم نمودار را به صورت زوج مرتب نمایش دهیم هیچ دو زوج مرتبی را نمی‌توانیم بیابیم که مؤلفه اول یکسان داشته باشند.

ب) تابع نیست زیرا عضو ۲ از مجموعه A به $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$ وصل شده است یعنی از یک عضو از مجموعه A به بیش از یک عضو از مجموعه B پیکان وارد شده است و این دلیلی بر تابع نبودن رابطه است. $(2, \sqrt{2})$ و $(2, -\sqrt{2})$ که این زوج مرتبها مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم غیر یکسان دارند.

پ) $f = (2, 1), (3, 2), (2, 2), (3, 4), (5, 1)$

پ) تابع نیست $(2, 2), (2, 1)$ مؤلفه اول یکسان دارند و مؤلفه دومشان غیر یکسان است. همین طور $(3, 4), (3, 2)$

ت) رابطه‌ای که به هر شخص، شماره ملی او را نسبت می‌دهد.

ت) تابع است زیرا هر نفر فقط و فقط یک شماره ملی دارد و شماره ملی یک امر منحصر به فرد می‌باشد.

۵. اگر رابطه f تابع باشد، در این صورت حاصل $x^2 + y^2$ را به دست آورید (مجموعه f را پس از محاسبه x و y بنویسید).

$$f = (2, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)$$

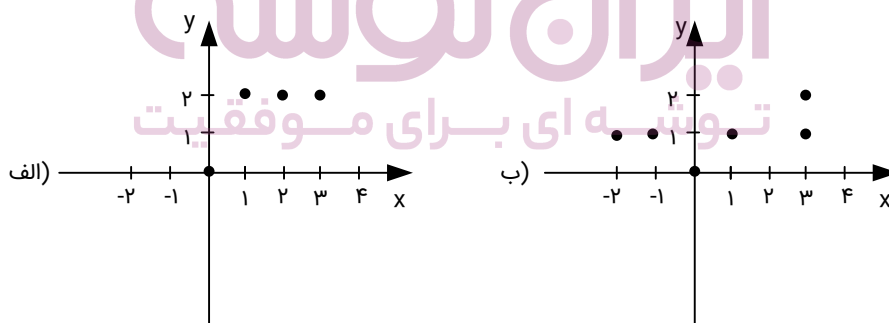
$$\begin{aligned} (5, 2), (5, x-y) &\Rightarrow x-y=2 \\ (2, 4), (2, x+y) &\Rightarrow x+y=4 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x-y=2 \\ x+y=4 \end{cases} \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3, y=1, x^2=9, y^2=1$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 9 + 1 = 10$$

$$f\{(2, 4), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, 2)\}$$

$$f = \{(2, 4), (5, 2), (3, 4)\}$$

۶. نمودار کدام رابطه یک تابع را مشخص می‌کند؟



الف) تابع است نقاط روی عبارتند از $f = \{(0,0), (1,2), (2,2), (3,2)\}$ که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه اول یکسان ندارند و یا می‌توان گفت هر خط به موازات محور y ها نمودار را فقط در یک نقطه قطع می‌کند که دلیل بر تابع بودن این نمودار می‌باشد.

ب) تابع نمی‌باشد ملاحظه می‌شود که نقاط $(3,1)$ و $(3,2)$ روی نمودار وجود دارند این دو نقطه دارای طول یکسان می‌باشند و عرض متفاوت می‌باشند به عبارت دیگر در این ۲ زوج مرتب مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم غیر یکسان می‌باشد که باعث می‌شود نمودار تابع نباشد.

درس دوم: ضابطه جبری تابع

صفحه ۶۵

فعالیت



با توجه به ضابطه هر تابع و مانند نمونه، مجموعه مقادیر یا برد هر تابع را مشخص کنید.

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$A = \left\{ -1, \sqrt{2}, 2, 1, 0, \frac{1}{2} \right\}$$

$$f(x) = 2x^2 + 1$$

x	$f(x) = 2x^2 + 1$
-1	$f(-1) = 2 \times (-1)^2 + 1 = 3$
$\sqrt{2}$	$f(\sqrt{2}) = 2 \times (\sqrt{2})^2 + 1 = 5$
2	$f(2) = 2 \times (2)^2 + 1 = 9$
1	$f(1) = 2 \times (1)^2 + 1 = 3$
0	$f(0) = 2 \times (0)^2 + 1 = 1$
$\frac{1}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{3}{2}$

$$\text{الف) } f: A \rightarrow B$$

$$A = \left\{ 1, -1, 0, 4, \sqrt[3]{3}, \frac{1}{3}, 2 \right\}$$

$$f(x) = x^3 - 1$$

x	$f(x) = x^3 - 1$
1	$1^3 - 1 = 0$
-1	$(-1)^3 - 1 = -2$
0	$0^3 - 1 = -1$
4	$4^3 - 1 = 63$
$\sqrt[3]{3}$	$(\sqrt[3]{3})^3 - 1 = 2$
$\frac{1}{3}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^3 - 1 = \frac{-26}{27}$
2	$2^3 - 1 = 7$

$$\rightarrow R_f = \left\{ 0, -2, -1, 63, 2, \frac{-26}{27}, 7 \right\}$$

$$\text{ب) } f: A \rightarrow B$$

$$, A = \{0, -1, 1, 3, 2\}$$

$$f(x) = \sqrt{x+1} - 1$$

x	$f(x) = \sqrt{x+1} - 1$
0	$\sqrt{0+1} - 1 = 0$
-1	$\sqrt{-1+1} - 1 = -1$
1	$\sqrt{1+1} - 1 = 0$
3	$\sqrt{3+1} - 1 = 1$
2	$\sqrt{2+1} - 1 = 0$

$$\rightarrow R_f = \{0, -1, 1, \sqrt{3} - 1\}$$

$$\text{پ) } f: A \rightarrow B$$

$$, A = \left\{-2, 0, 1, \sqrt{2}, \frac{1}{2}\right\}$$

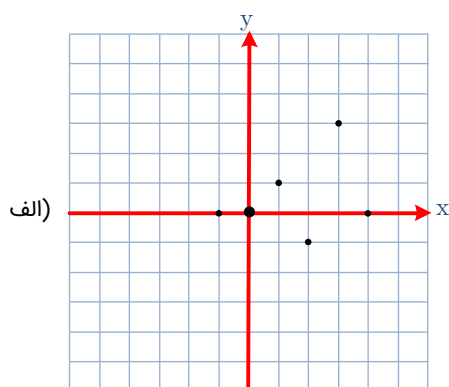
$$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

x	$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$
-2	$\frac{-2+1}{-2-2} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$
0	$\frac{0+1}{0-2} = -\frac{1}{2}$
1	$\frac{1+1}{1-2} = \frac{2}{-1} = -2$
$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}-2} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{3}{2}} = -1$

$$\rightarrow R_f = \left\{\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, -2, \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-2}, -1\right\}$$

ایران توننه
توشه ای برای موفقیت

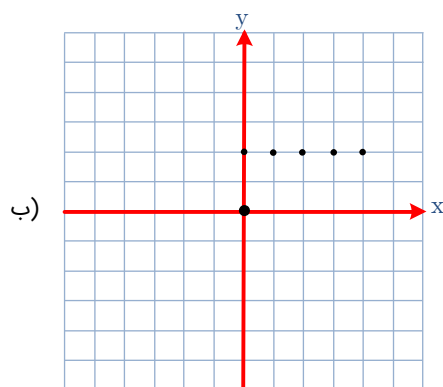




$$f = \{(-1, 0), (1, 1), (2, -1), (3, 3), (4, 0)\}$$

$$D_f = \{-1, 1, 2, 3, 4\}$$

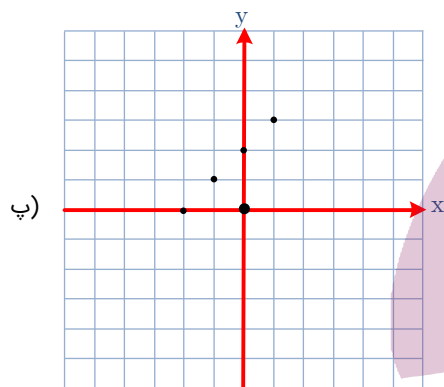
$$R_f = \{0, 1, -1, 3\}$$



$$g = \{(0, 2), (1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2)\}$$

$$D_g = \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad R_g = \{2\}$$

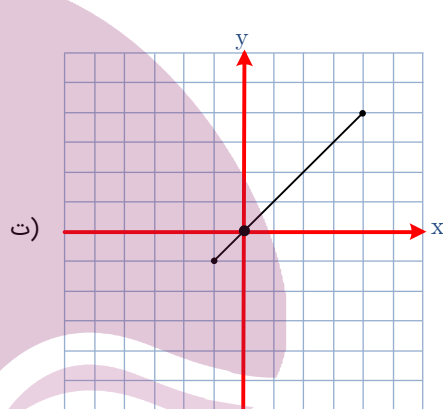
$$\{y = 2 \mid x \in W, x \leq 4\}$$



$$h = \{(-2, 0), (-1, 1), (0, 2), (1, 3)\}$$

$$D_h = \{-2, -1, 0, 1\}$$

$$R_h = \{0, 1, 2, 3\} \quad \{y = x + 2 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 1\}$$



$$D_L = [-1, 4]$$

$$R_L = [-1, 4]$$

$$\{y = x \mid -1 \leq x \leq 4\}$$

۲. دامنه و برد هریک از تابع های زیر را مشخص کنید.

الف) $f: A \rightarrow B$

$$B = 2, 3, 4, 5, \dots$$

$$f(x) = x + 4$$

$$A = 2, \dots, \dots, \dots$$

$$f(x) = x + 4 \quad f(2) = 2 + 4 = 6 \Rightarrow R(f) = R = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

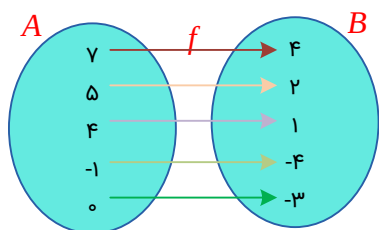
$$D(f) = A = \{2, -2, -1, 0, 1\}$$

ب) $f = (1, -1), (2, -2), (3, -3), (4, -4), (\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

$$\Rightarrow D_f = \{1, 2, 3, 4, \sqrt{2}\}$$

$$R_f = \{-1, -2, -3, -4, -\sqrt{2}\}$$

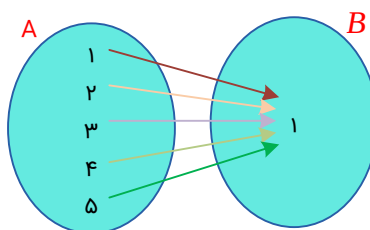
پ)



$$D_f = \{7, 5, 4, -1, 0\}$$

$$R_f = \{4, 2, 1, -4, -3\}$$

ت)



$$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$R_f = \{1\}$$

ث) $f = \left\{ (1, 1), (2, 2), (3, 3), \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right), (\sqrt{2}, \sqrt{2}), (0, 0) \right\}$

ث) $D_f = \{1, 2, 3, \frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}, 0\}$

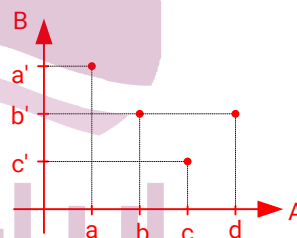
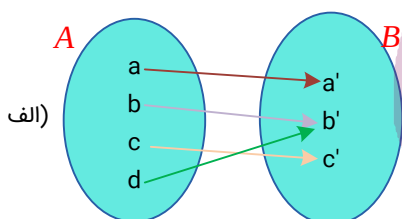
$R_f = \{1, 2, 3, \frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}, 0\}$

صفحه ۶۷

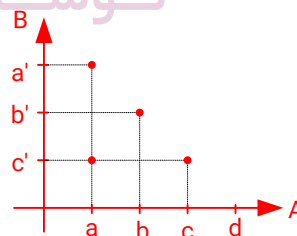
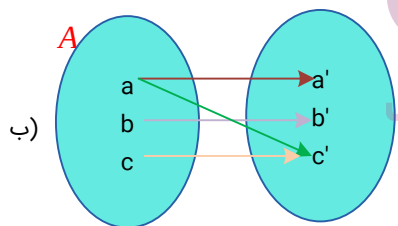
تمرین

۱. کدام یک از رابطه های زیر تابع است؟ چرا؟ برای هر رابطه نمودار مختصاتی را رسم کنید.

تابع است زیرا از هر یک از اعضای دامنه تنها یک پیکان خارج شده است.

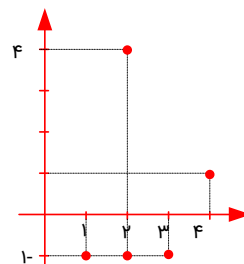


تابع نمی باشد زیرا از مؤلفه a دو پیکان خارج شده است.



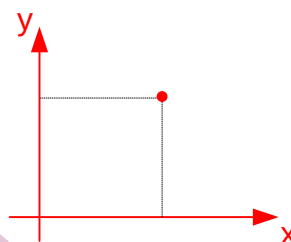
پ) $f = \{(2, -1), (3, -1), (1, -1), (4, 1), (2, 4)\}$

تابع نیست زیرا دو زوج مرتب $(2, 4)$ و $(2, -1)$ دارای مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متفاوت هستند.



تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها نمودار را فقط در یک نقطه قطع می کند.

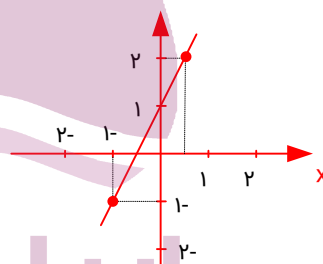
ت) $g = (1, 1)$



تابع است زیرا به اعضای هر عضو از دامنه فقط و فقط یک عضو از برد وجود دارد و اگر بخواهیم $y = 2x + 1$ را رسم کنیم هر خط به موازات محور y ها نمودار در فقط و فقط در یک نقطه قطع می کند.

ث) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

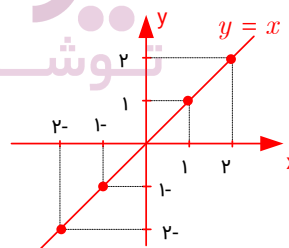
$f(x) = 2x + 1$



تابع است زیرا هر عضو از دامنه رابطه به خودش نظیر می شود. (تابع همانی)

ج) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

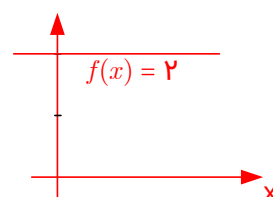
$f(x) = x$



تابع است، زیرا در شکل خطی موازی محور y ها وجود ندارد که نمودار را در دو نقطه قطع کند.

ح) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2$



۲. بُرد هریک از توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه داده شده، به دست آورید.

الف) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = x^2 + x + 1$, $A = \{0, -1, 1, 2, -2\}$

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= 0^2 + 0 + 1 = 1 \\ f(-1) &= (-1)^2 + (-1) + 1 = 1 \\ f(1) &= 1^2 + 1 + 1 = 3 \\ f(2) &= 2^2 + 2 + 1 = 7 \\ f(-2) &= (-2)^2 + (-2) + 1 = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_f = \{1, 3, 7\}$$

ب) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = \frac{x+1}{x}$, $A = \left\{\frac{1}{2}, 1, -1, 2, -2\right\}$

$$\left. \begin{aligned} f\left(\frac{1}{2}\right) &= \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3 \\ f(1) &= \frac{1+1}{1} = 2 \\ f(-1) &= \frac{(-1)+1}{(-1)} = 0 \\ f(2) &= \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2} \\ f(-2) &= \frac{-2+1}{-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_f = \left\{3, 2, 0, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\}$$

پ) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = \sqrt{x+1}$, $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 8\}$

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= \sqrt{0+1} = 1 \\ f(1) &= \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \\ f(2) &= \sqrt{2+1} = \sqrt{3} \\ f(3) &= \sqrt{3+1} = 2 \\ f(4) &= \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \\ f(8) &= \sqrt{8+1} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_f = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, 3\}$$

ت) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = x, A = W = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 0 \\ f(1) = 1 \\ f(2) = 2 \\ f(3) = 3 \\ \vdots \end{array} \right\} \Rightarrow R_f = 0, 1, 2, 3, \dots = W$$

ث) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = 0, A = \mathbb{R}$

هر عدد حقیقی به جای x قرار دهیم حاصل صفر می‌شود، یعنی:

$$f(1) = 0, f(-1) = 0, \dots \Rightarrow D_f = \mathbb{R}, R_f = \{0\}$$

۳. تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۴ را نسبت می‌دهد. f کدام تابع است؟ حاصل $f(3)$ را بیابید.

الف) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2(x - 4)^3$

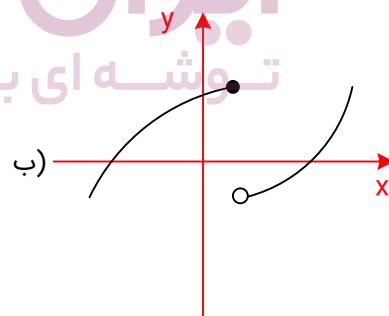
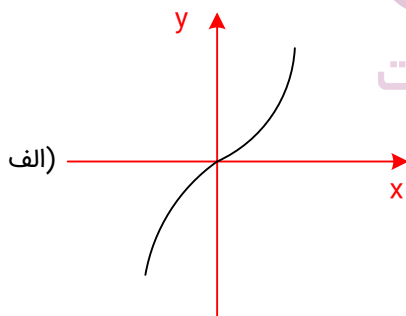
پ) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2x^3 - 4$

ب) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2\sqrt[3]{x - 4}$

ت) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2\sqrt[3]{x - 4}$

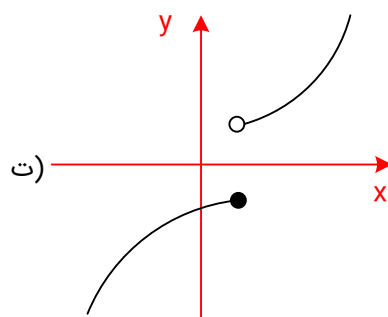
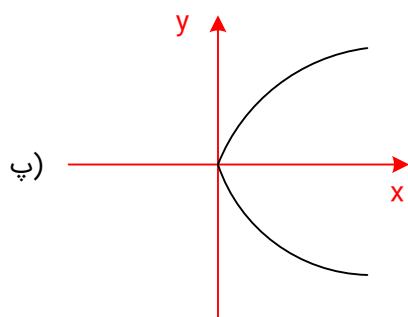
پاسخ گزینه‌ی پ می‌باشد: $f(3) = 2(3^3) - 4 = 50$

۴. کدام نمودار، نمایش یک تابع می‌باشد؟ چرا؟

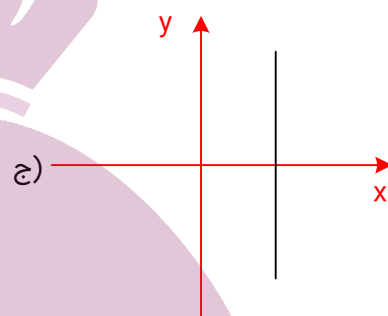
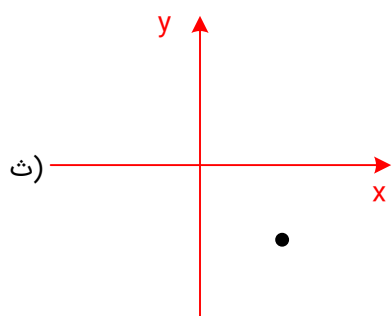


الف) تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها که رسم کنیم نمودار را فقط و فقط در یک نقطه قطع می‌کند.

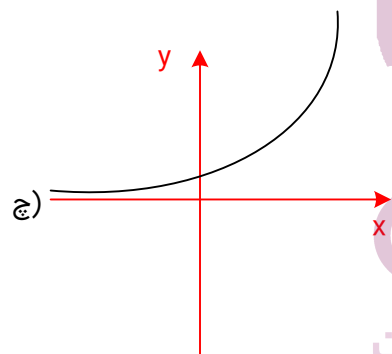
ب) تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها که رسم کنیم نمودار را فقط و فقط در یک نقطه قطع می‌کند.



ت) تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها که رسم کنیم نمودار را فقط و فقط در یک نقطه قطع می‌کند. پ) تابع نیست زیرا به عنوان مثال اگر خط $x=1$ را رسم کنیم نمودار تابع را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند.



ج) تابع نیست، زیرا اگر خط $x=2$ را به موازات محور y ها رسم کنیم نمودار تابع را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند. ث) تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها که رسم کنیم نمودار را فقط و فقط در یک نقطه قطع می‌کند.



چ) تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها که رسم کنیم نمودار را فقط و فقط در یک نقطه قطع می‌کند.

درس سوم: نمودار تابع خطی

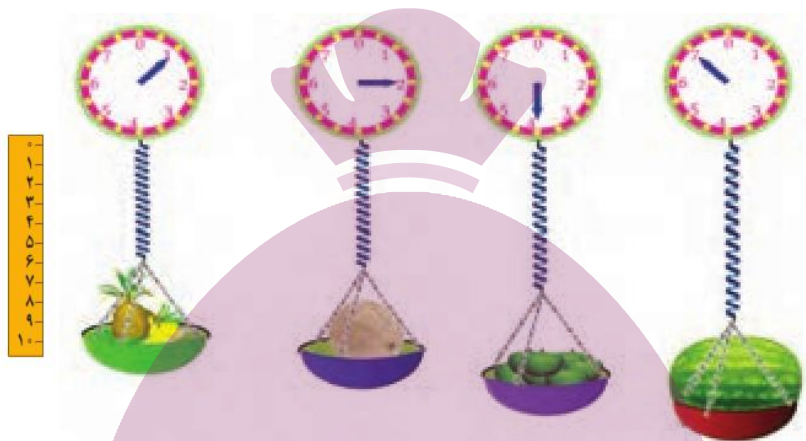
صفحه ۷۰

فعالیت



الف) طول یک فنر در حالتی که به آن هیچ وزنه ای آویزان نشده است ۵ سانتی متر می باشد و به ازای هر کیلو گرم وزنه ای که به آن آویزان شود نیم سانتی متر به طول آن افزوده می شود.

طول فنر را در شکل های زیر مشخص کنید.



$$\begin{aligned}y &= 5 + 0 / 5m \\y &= 5 + 0 / 5 \\y &= 5 / 5cm\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 5 + 0 / 5 \times 2 \\y &= 6cm\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 5 + 0 / 5 \times 4 \\y &= 5 + 2 \\y &= 7cm\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 5 + 0 / 5 \times 7 \\y &= 5 + 3 / 5 \\y &= 8 / 5cm\end{aligned}$$

ب) جدول زیر را تکمیل نمایید.

اندازه وزنه (بر حسب کیلوگرم)	۱	۲	۵	۷	۲۰	a
طول فنر (بر حسب سانتی متر)	$5/5$	6	$7/5$	$8/5$	15	$5 + 0 / 5a$

پ) اگر تابع طول فنر را با f نشان دهیم مقادیر $f(10), f(8), f(4), f(1)$ (بر حسب سانتی متر) را محاسبه نمایید.

$$f(m) = 5 + 0 / 5m \rightarrow \begin{cases} f(1) = 5 + 0 / 5 \times 1 = 5 / 5 & f(8) = 9 \\ f(4) = 7 & f(10) = 10 \end{cases}$$

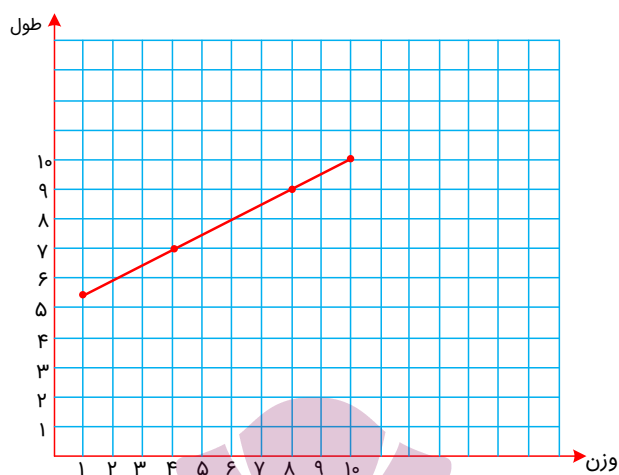
ت) نقاط به دست آمده از قسمت قبل را در یک دستگاه دو محور عمود بر هم مشخص کنید. نقاط حاصل را به هم وصل کنید.

$$f(1) = 5 / 5 \Rightarrow (1 / 5, 0 / 5)$$

$$f(4) = 7 \Rightarrow (4, 7)$$

$$f(8) = 9 \Rightarrow (8, 9)$$

$$f(10) = 10 \Rightarrow (10, 10)$$



صفحه ۷۲

فعالیت



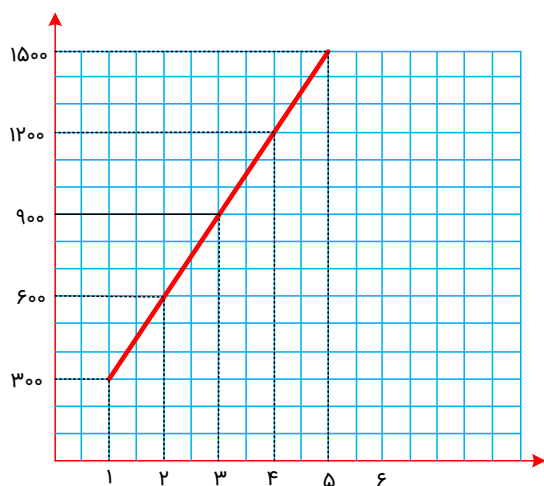
یک کارخانه تولید لوله‌های آبیاری کشاورزی در هر ساعت ۳/۰ کیلومتر لوله تولید می‌کند.



اگر مترژی که این کارخانه پس از x ساعت تولید می‌کند بر حسب متر با $f(x)$ نشان دهیم جدول روبه رو را برای $f(x)$ به ازاء مقادیر مختلف x کامل نمایید:

x بر حسب ساعت	۱	۲	۳	۴	۵
$f(x)$ بر حسب متر	۳۰۰	۶۰۰	۹۰۰	۱۲۰۰	۱۵۰۰

نقاط به دست آمده از جدول قسمت قبل را در یک دستگاه دو محور عمود بر هم مشخص کنید. نقاط حاصل را به هم وصل کنید.



صفحه ۷۳

کار در کلاس

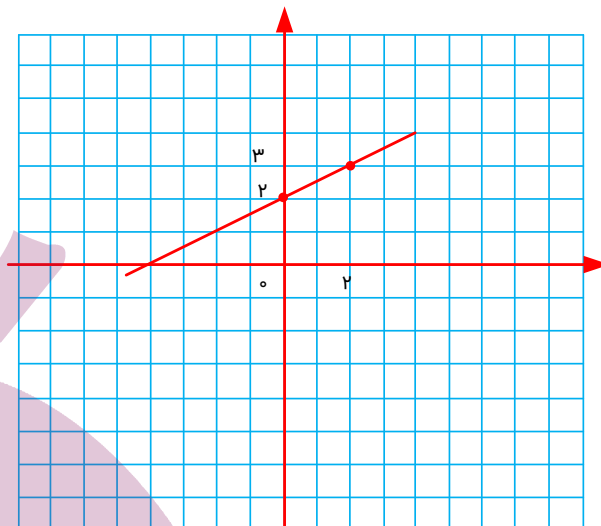


در یک تابع خطی $f(0) = 2$, $f(2) = 3$ با توجه به معادله خط که در کتاب ریاضیات نهم دیده اید ابتدا m و سپس به کمک آن $f(x)$ را مشخص نموده و نمودار تابع را رسم کنید.

$$m = \frac{3 - 2}{2 - 0} = \frac{1}{2}$$

$$\text{معادله خط: } y - 2 = \frac{1}{2}(x - 0)$$

$$\text{بنابراین } f(x) = \frac{1}{2}x + 2$$



صفحه ۷۳

کار در کلاس



جدول زیر رابطه بین عمق و دمای سنگ های را در زیر زمین نشان می دهد. x معرف عمق (بر حسب کیلومتر) و y معرف دما (بر حسب سانتی گراد) می باشد.

x	۲	۴
y	۷۵	۱۸۵

اگر دمای سنگ ها تابع خطی بر حسب ارتفاع باشد ابتدا جدول زیر را کامل نمایید و به کمک آن تابع $y = f(x)$ را مشخص نموده سپس تعیین کنید در چه عمقی دما به ۴۴۰ درجه سانتی گراد می رسد؟

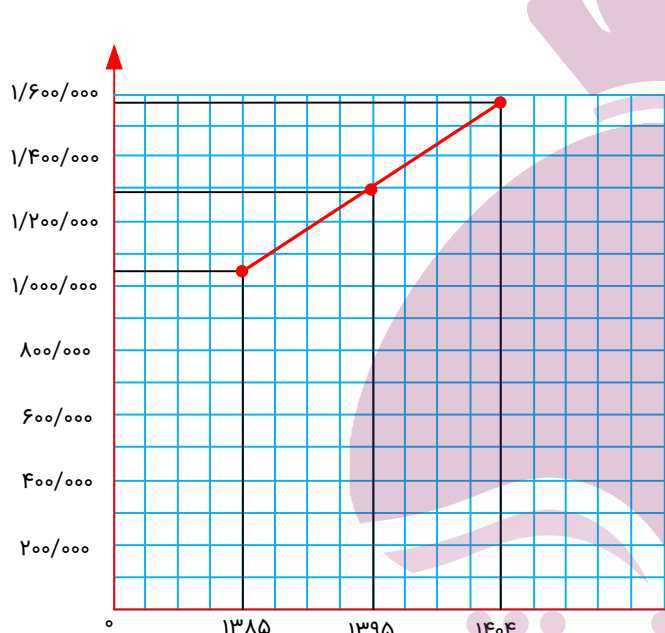
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$: شیب خط	$y = mx - n$: معادله خط	$y = f(x)$: معادله تابع	$f(1)$	$f(2)$
$m = \frac{185 - 75}{4 - 2} = 55$ شیب خط		$y = 55x - 35$	$f(1) = 20$	$f(2) = 75$
$y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 75 = 55(x - 2)$ $y = 55x - 25$ $440 = 55x - 25 \Rightarrow 55x = 440 + 25 \Rightarrow 55x = 465 \Rightarrow x = \frac{465}{55} = \frac{93}{11} = 8 \frac{5}{11} km$				

صفحه ۷۴

کار در کلاس



در برنامه‌ریزی اقتصادی، اجتماعی و مواردی از این قبیل، اولین گام، پیش بینی جمعیت در برنامه ریزی است. برای برآورد جمعیت مدل‌های مختلفی وجود دارد که هرکدام ویژگی‌های خاص خود را دارند. انتخاب نوع مدل و استفاده از آن در درجه اول به اطلاعات موجود در زمان و سپس به هدف برنامه ریزی بستگی دارد. یکی از این روش‌ها مدل رشد خطی است. این مدل، الگویی از رشد جمعیت را توصیه می‌کند که در آن میزان جمعیت همچنان با نرخ فعلی خود تغییر می‌کند. (روند رشد جمعیت به صورت تابعی خطی نسبت به متغیر زمان می‌باشد) فرض کنیم جمعیت یک شهر در سال ۱۳۸۵ برابر یک میلیون و پنجاه هزار نفر و در سال ۱۳۹۵ برابر یک میلیون و دویست و هشتاد هزار نفر بوده است. اگر برای رشد جمعیت این شهر مدل الگویی رشد خطی را در نظر بگیریم با رسم نمودار تابع جمعیت، جمعیت این شهر را در سال ۱۴۰۵ به طور تقریبی برآورد کنید.



x	۱۳۸۵	۱۳۹۵	۱۴۰۵
y	۱/۰۵۰/۰۰۰	۱/۲۸۰/۰۰۰	x

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1280000 - 1050000}{1395 - 1385} = \frac{230000}{10} = 23000$$

$$23000 = \frac{x - 1/280/000}{10} \Rightarrow 230000 = x - 1/280/000 \Rightarrow x = 1/510/000$$

صفحه ۷۵

کار در کلاس



ضابطه تابع محیط مستطیل‌هایی که طول آنها ۴ واحد بیشتر از عرض آنها است را بر حسب عرض آن نوشته و نشان دهید یک تابع خطی است. آیا تابع مساحت آنها نیز یک تابع خطی است؟

$$x = y + 4$$

$$2 \times (\text{عرض} + \text{طول}) = \text{محیط مستطیل}$$

$$2 \times (x + y) = \text{محیط مستطیل}$$

ملاحظه می‌شود که محیط مستطیل یک تابع خطی است.

$$\text{محیط مستطیل} = (y + 4 + y) \times 2 = (2y + 4) \times 2 = 4y + 8$$

$$\text{مساحت مستطیل} = \text{عرض} \times \text{طول}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = x \times x$$

$$\text{مساحت مستطیل} = (y + 4) \times y = y^2 + 4y$$

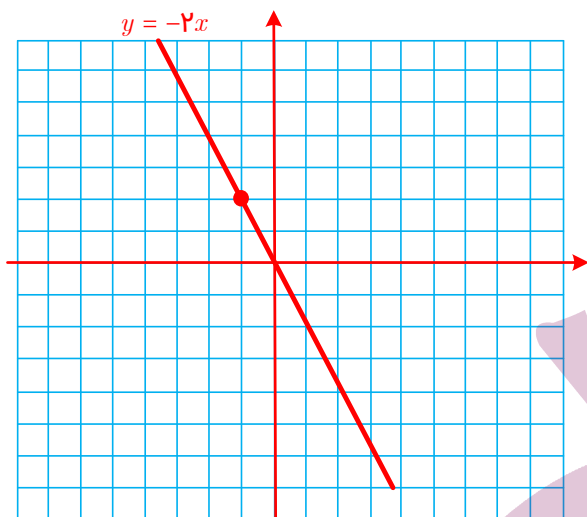
ملاحظه می‌شود که مساحت یک تابع خطی نمی‌باشد.

صفحه ۷۵

کار در کلاس



اگر نمودار تابع خطی f از مبدأ عبور کرده و $f(-1) = 2$ نمودار و ضابطه تابع f را مشخص کنید.



چون نمودار تابع خطی از مبدأ عبور می کند پس نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ روی نمودار

قرار دارد و چون $f(-1) = 2$ بنابراین نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ نیز جز نمودار می باشد.

بنابراین خواهیم داشت:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{2 - 0}{-1 - 0} = -2$$

$$y - 0 = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x$$

ضابطه تابع f برابر می شود با: $y = -2x$

صفحه ۷۵

تمرین



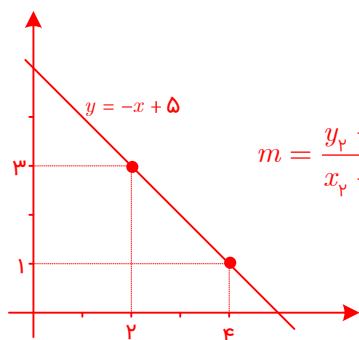
۱. مقادیر m, n را چنان بیابید تا در تابع با ضابطه $f(x) = mx + n$ داشته باشیم $f(1) = 1, f(2) = 4$

$$y = mx + n$$

$$f(1) = 1 \Rightarrow 1 = m(1) + n \Rightarrow 1 = m + n$$

$$f(2) = 4 \Rightarrow 4 = m(2) + n \Rightarrow 4 = 2m + n$$

$$\begin{cases} m + n = 1 \\ 2m + n = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -m - n = -1 \\ 2m + n = 4 \end{cases} \Rightarrow m = 3, 3 + n = 1 \Rightarrow n = -2 \Rightarrow f(x) = 3x - 2$$



۲. ضابطه تابع خطی f که از نقاط $(4, 1), (2, 3)$ می گذرد را مشخص کنید و نمودار آن را رسم نمایید.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{3 - 1}{2 - 4} = -1 \quad y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 3 = (-1)(x - 2) \Rightarrow y = -x + 5$$

۳. در تابع خطی f داریم $f(2) = 8, f(1) = 5$ مقادیر $f(5), f(-3)$ را بیابید.

$$f(1) = 5 \Rightarrow (1, 5) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{8 - 5}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3$$

$$f(2) = 8 \Rightarrow (2, 8)$$

$$y - 5 = 3(x - 1) \Rightarrow y = 3x + 2$$

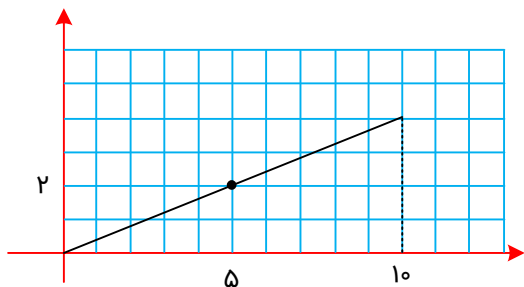
$$f(-3) : 3(-3) + 2 = 7 \quad f(-3) = 7$$

$$f(5) : 3(5) + 2 = 17 \quad f(5) = 17$$

ضابطه تابع خطی $y = 3x + 2$

۴. نمودار تابع خطی را رسم نمایید که دامنه آن برابر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 10\}$ از نقطه $\left(\frac{5}{2}\right)$ بگذرد.

با داشتن یک نقطه بی‌نهایت خط گذشته از آن نقطه رسم می‌شود که چون دامنه تابع داده شده است، همه خط‌ها باید در بازه $[0, 10]$ باشند. یکی از آنها به صورت زیر است:



۵. نمودار یک تابع خطی از مبدا می‌گذرد و $f(2) = 7$ در این صورت اختلاف $f(-1/2)$, $f(1/2)$ را به دست آورید.

$$y = mx \quad y = \frac{7}{2}x$$

$$m = \frac{y}{x} = \frac{7}{2}$$

$$f(1/2) - f(-1/2) = \left(\frac{7}{2}\right) - \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{14}{2} = 7$$

۶. رابطه بین دما بر حسب سانتی گراد و فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ می‌باشد. دمای یک جسم 20° درجه سانتی گراد بالا رفته است، دمای آن بر حسب فارنهایت چقدر افزایش داشته است؟

$$f = \frac{9}{5}C + 32 \quad 0^\circ \Rightarrow f = \frac{9}{5}(0) + 32 = 32 \quad 20^\circ \Rightarrow F = \frac{9}{5}(20) + 32 = 68$$

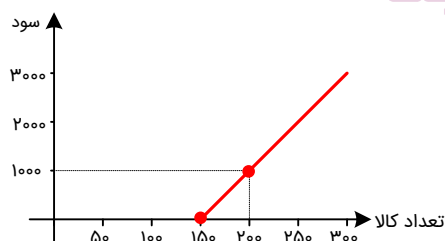
$$68 - 32 = 36$$

۳۶ درجه بر حسب فارنهایت افزایش یافته است.

۷. یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = 3000 + 50x$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۷۰ تومان می‌فروشد. الف) تابع سود را تعیین کنید و نمودار آن را رسم نمایید.

هزینه - درآمد = سود

$$\text{سود} = 70x - (3000 + 50x)$$



ب) این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا باید بفروشد تا سود دهی آغاز شود؟

$$\text{سود} = 70x - 3000 - 50x \quad \text{سود} = 20x - 3000$$

$$20x - 3000 = 0 \Rightarrow 20x = 3000 \Rightarrow x = 150 \Rightarrow x > 150$$

از کالای ۱۵۰ به بعد (صد و پنجاه و یکم) سود دهی آغاز می‌شود.

درس چهارم: نمودار تابع درجه ۲

صفحه ۷۷

فعالیت

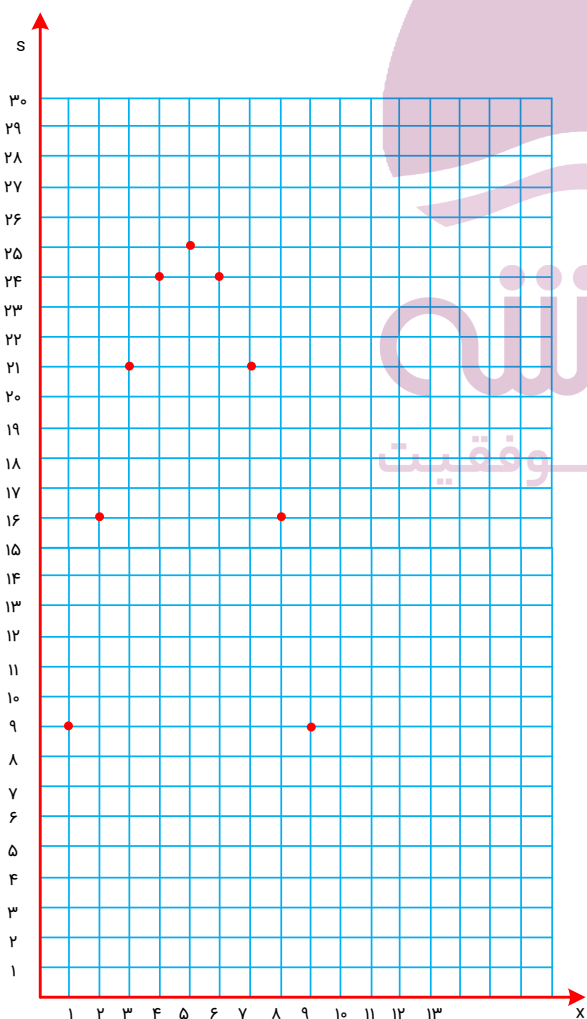


برای برگزاری یک جلسه با کنار هم قرار دادن تعدادی میز به صورت مربع‌هایی 1×1 یک میز مستطیل شکل به محیط ثابت ۲۰ تهیه می‌کنیم. اندازه ضلعی که صندلی رئیس جلسه در آن قرار می‌گیرد را با x و اندازه ضلع دیگر را با y نشان می‌دهیم همچنین مساحت مستطیل را با s نشان دهیم.

الف) جدول زیر را کامل کنید.

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
y	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
s	۹	۱۶	۲۱	۲۴	۲۵	۲۴	۲۱	۱۶	۹
(x, s)	(۱, ۹)	(۲, ۱۶)	(۳, ۲۱)	(۴, ۲۴)	(۵, ۲۵)	(۶, ۲۴)	(۷, ۲۱)	(۸, ۱۶)	(۹, ۹)

ب) اگر هر زوج مرتب (x, s) را یک نقطه فرض کنیم، این نقاط را در دستگاه مختصات محورهای زیر مشخص کنید.



صفحه ۷۸

فعالیت



یک شرکت نقاشی ساختمانی قیمتی که برای رنگ آمیزی روزانه هر مترمربع از دیوار بیرونی یک کارخانه برای گروه کارگران خود تعیین می‌کند، مبلغ $1200 - x$ تومان می‌باشد. x میزان رنگ آمیزی روزانه گروه بر حسب متر مربع است. هزینه رفت و آمد و صرف غذا گروه به طور ثابت روزانه ۳۰۰۰۰ تومان و همچنین متر مربعی ۲۰۰ تومان هزینه لوازم مصرفی بر عهده گروه است.

الف) قیمت پرداختی شرکت برای هر متر مربع رنگ‌آمیزی به ازای $x = 200$ (۲۰۰ متر کار در یک روز) و $x = 300$ چقدر است؟

$$270000 = 200 \times 1000 + 30000 + 200 \times 200 = \text{هزینه گروه برای } 200 \text{ متر رنگ‌آمیزی}$$

$$360000 = 300 \times 900 + 30000 + 300 \times 200 = 270000 + 30000 + 60000 = \text{هزینه گروه برای } 300 \text{ متر رنگ‌آمیزی}$$

ب) هزینه گروه در یک روز به ازای $x = 200$ و $x = 300$ چقدر است؟

$$\text{تومان } 1200 - 200 = 1000$$

$$\text{تومان } 1200 - 300 = 900$$

پ) اگر تابع سود گروه را با p نشان دهیم $p(200), p(100), p(300)$ را محاسبه نمایید.

$$p(200) = 200 \times (1200 - 200) - (30000 + 200 \times 200) = -10400$$

$$p(100) = 100 \times (1200 - 100) - (30000 + 100 \times 200) = 110000 - 50000 = 60000$$

$$p(200) = 200 \times (1200 - 200) - (30000 + 200 \times 200) = 200000 - 70000 = 130000$$

$$p(300) = 300 \times (1200 - 300) - (30000 + 300 \times 200) = 270000 - 90000 = 180000$$

ت) حاصل $p(x)$ را به دست آورده و آن را ساده نمایید.

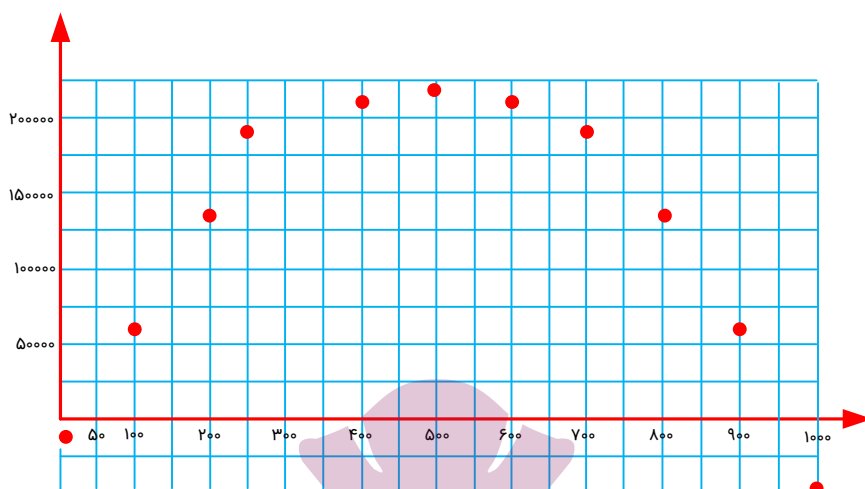
$$P(x) = \text{درآمد} - \text{هزینه} = x(1200 - x) - (30000 + 200x)$$

$$= 1200x - x^2 - 30000 - 200x = -x^2 + 1000x - 30000$$

ث) جدول زیر را برای $p(x)$ به ازاء مقادیر مختلف x کامل نمایید.

x	۲۰	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۶۰۰	۷۰۰	۸۰۰	۹۰۰
$p(x)$	-۱۰۴۰۰	۶۰۰۰۰	۱۳۰۰۰۰	۱۸۰۰۰۰	۲۱۰۰۰۰	۲۲۰۰۰۰	۲۱۰۰۰۰	۱۸۰۰۰۰	۱۳۰۰۰۰	۶۰۰۰۰

ج) نقاط به دست آمده از جدول قسمت قبل را در یک دستگاه دو محور عمود بر هم مشخص کنید. نقاط حاصل را به هم وصل کنید.



(ح) توجیه نقاطی که پایین تر از محور افقی قرار می گیرند چیست؟ آیا هرچه متراژ بیشتری رنگ آمیزی شود، گروه سود بیشتری کسب می کند؟ خیر. زیرا با توجه به اینکه قیمت رنگ آمیزی هر متر مربع را از فرمول $1200 - x$ (x میزان رنگ آمیزی) به دست می آید. مشاهده می شود که هر چه میزان رنگ آمیزی (x) روزانه بیشتر می شود مبلغ رنگ آمیزی کمتر می شود و برابر متراژهای بالای ۱۲۰۰ متر در واقع منفی می شود که منطقی نمی باشد.

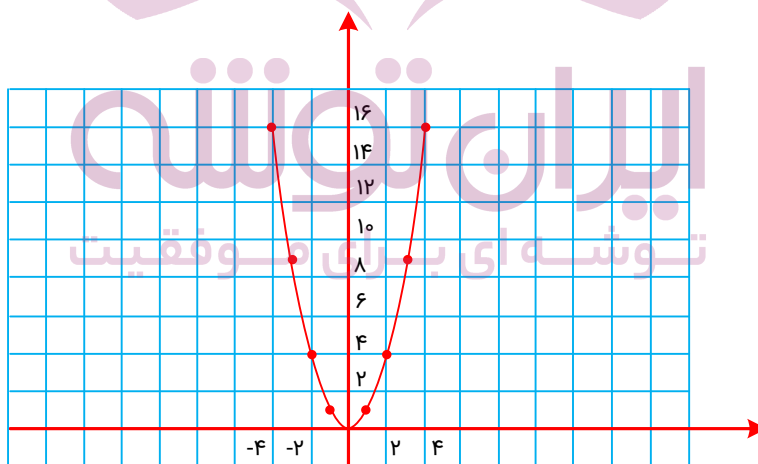
صفحه ۸۰

فعالیت



ابتدا جدول زیر را کامل کرده و سپس به کمک آن نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2$ را رسم کنید.

x	...	-۴	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳	۴	...
y	...	۱۶	۹	۴	۱	۰	۱	۴	۹	۱۶	...



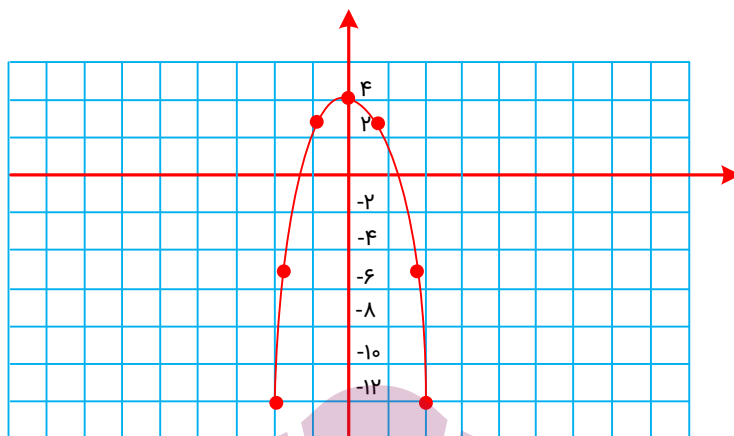
صفحه ۸۱

کار در کلاس



جدول زیر را کامل کرده و به کمک آن نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 4 - x^2$ را رسم کنید.

x	...	-۴	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳	۴	...
y	...	-۱۲	-۵	۰	۳	۴	۳	۰	-۵	-۱۲	...



صفحه ۸۱

کار در کلاس



نقاط رأس سهمی‌هایی که معادلات آنها داده شده است را مشخص کنید.

$$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{0}{2} = 0 \Rightarrow S(0, 0)$$

$$y = x^2 \text{ (الف)}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2(-2)} = 0 \Rightarrow S(0, 4)$$

$$y = 4 - x^2 \text{ (ب)}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow S(1, -1)$$

$$y = 2x^2 - 4x + 1 \text{ (پ)}$$

$$S(1, -1)$$

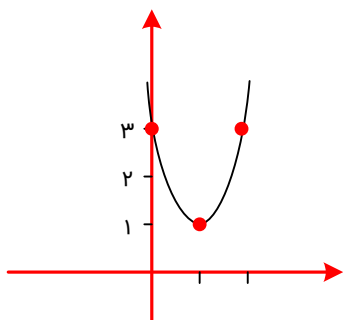
$$y = 2(x - 1)^2 + 1 \text{ (ت)}$$

صفحه ۸۲

کار در کلاس

الف) رأس سهمی به معادله $y = 2(x - 1)^2 + 1$ را مشخص کرده و به کمک آن نمودار سهمی را رسم کنید.

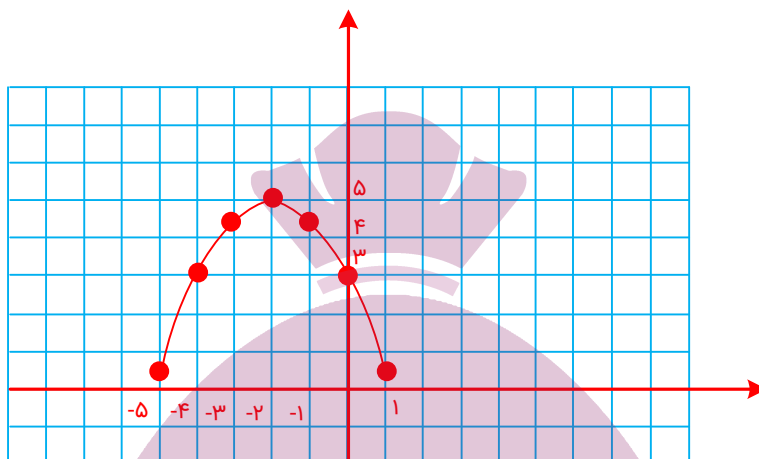
برای یافتن محور تقارن کافی است که قسمت مربع کامل را برابر صفر قرار دهیم. $(x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ و با قرار دادن $x = 1$ در معادله سهمی ملاحظه می‌شود $(1, 1)$ رأس سهمی است.



x	y
0	3
1	1
2	3

ب) جدول زیر را کامل کرده و به کمک آن نمودار سهمی به معادله $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 5$ را رسم کنید.

x	...	-۵	-۴	-۳	-۲	-۱	۰	۱	...
y	...	$\frac{1}{2}$	۳	$\frac{9}{2}$	۵	$\frac{9}{2}$	۳	$\frac{1}{2}$	...



صفحه ۸۳

کار در کلاس



نمودار تابع درجه دوم $y = -x^2 + 6x - 10$ و $y = 2x^2 + 4x + 1$ را رسم کنید.

$$y = -x^2 + 6x - 10$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(-1)} = 3$$

$$y = -3^2 + 6(3) - 10 = -1$$

$$S(3, -1)$$

x	...	۱	۲	۳	۴	۵	...
y	...	-۵	-۲	-۱	-۲	-۵	...

$$y = 2x^2 + 4x + 1$$

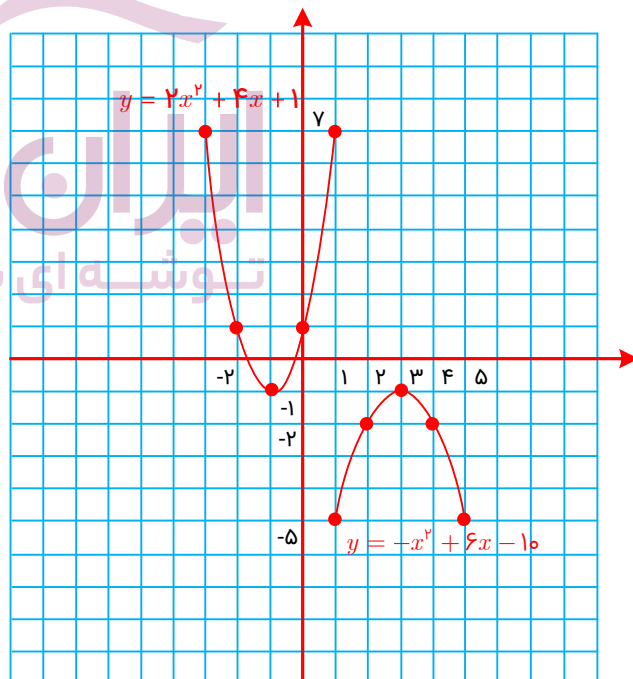
$$y = 2(x^2 + 2x + \frac{1}{2})$$

$$y = [(x+1)^2 - \frac{1}{2}]$$

$$y = 2(x+1)^2 - 1$$

$$S(-1, -1)$$

x	...	-۳	-۲	-۱	۰	۱	...
y	...	۷	۱	-۱	۱	۷	...



صفحه ۸۴

تمرین



۱. نمودار سهمی‌ها به معادلات $y = x^2 - 2x$ و $y = -(x-1)^2 + 1$ و $y = x^2 + 4x + 1$ را رسم کنید.

$$y = x^2 - 2x$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y = 1^2 - 2(1) = -1$$

$$S(1, -1)$$

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	3	0	-1	0	3	...

$$y = -(x-1)^2 + 1$$

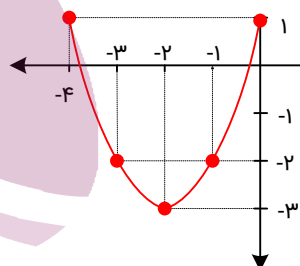
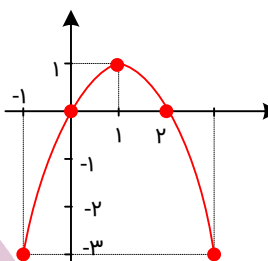
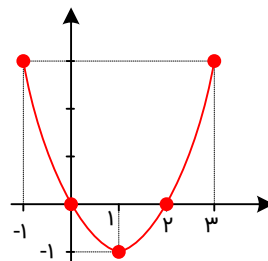
$$S(1, 1)$$

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	-3	0	1	0	-3	...

$$y = x^2 + 4x + 1 \Rightarrow y = x^2 + 4x + 4 - 4 + 1$$

$$y = (x+2)^2 - 3 \quad S(-2, -3)$$

x	...	-4	-3	-2	-1	0	...
y	...	1	-2	-3	-2	1	...



۲. اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$ و تابع هزینه $y = 18x + 80$ باشد ماکسیم مقدار سود را مشخص کنید.

$$y = R(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$$

$$y = c(x) = 18x + 80$$

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x - 18x - 80 \Rightarrow P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 12x - 80$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2(-\frac{1}{2})} = 12$$

تعداد واحد کالا تولید شده برای آنکه سود ماکزیم شود.

$$P(12) = -\frac{1}{2}(12)^2 + 12(12) - 80$$

$$P(12) = -72 + 144 - 80 = -8$$

۳. محیط مستطیلی ۲۶ متر است، اگر اندازه یکی از اضلاع را با x و مساحت را با s نشان دهیم ابتدا نمودار تابع مساحت را بر حسب x رسم کنید. سپس به کمک نمودار مشخص کنید به ازاء چه مقداری از x مساحت مستطیل ماکسیمم می‌شود.

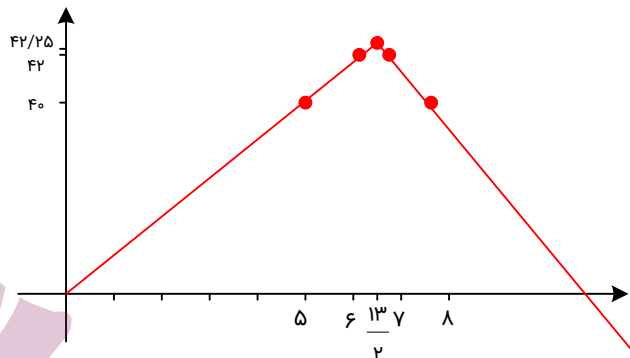
$$P = (x + y) \times 2 = 266 \Rightarrow x + y = 13 \Rightarrow y = 13 - x$$

$$s = xy \Rightarrow S = x \times (13 - x) = 13x - x^2$$

$$x = \frac{-13}{2(-1)} = \frac{13}{2}$$

$$y = 13 - x \Rightarrow y = 13 - \frac{13}{2} = \frac{13}{2}$$

x	...	۵	۶	$\frac{13}{2}$	۷	۸	...
y	...	۴۰	۴۲	۴۲/۲۵	۴۲	۴۰	...



۴. اگر $2x + a = 100$ باشد x و a را طوری بیابید که $y = xa$ ماکسیمم شود.

$$2x + a = 100 \Rightarrow a = 100 - 2x$$

$$y = xa = x(100 - 2x) = 100x - 2x^2 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-100}{2(-2)} = 25 \Rightarrow x = 25$$

$$a = 100 - 2(25) = 50 \Rightarrow a = 50$$

۵. در یک تولیدی نوعی لامپ برای مصارف پزشکی تولید می‌شود. هر یک از لامپ‌ها را می‌تواند به قیمت ۲۰۰ تومان بفروشد. اگر هر روز x واحد لامپ تولید کند و بفروشد و تابع هزینه آن برابر $C(x) = x^2 + ۴۰x + ۱۰۰$ باشد:

الف) تابع سود روزانه این تولیدی را بنویسید.

$$C(x) = x^2 + ۴۰x + ۱۰۰ \text{ معادله هزینه}$$

$$R = x \times P \Rightarrow R(x) = ۲۰۰x \Rightarrow P(x) = ۲۰۰x - x^2 - ۴۰x - ۱۰۰ \Rightarrow P(x) = -x^2 + ۱۶۰x - ۱۰۰$$

ب) چند لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود را داشته باشد.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-160}{2(-1)} \Rightarrow x = 80$$

پ) بیشترین سود روزانه این کارگاه چقدر است؟

$$P(80) = -(80)^2 + 160(80) - 100 \Rightarrow P(80) = -6400 + 12800 - 100 \Rightarrow P(80) = 5400$$

ایران توشه

- رانلور نمونه سوالات امتحانی

- رانلور گام به گام

- رانلور آزمون گاج و قلم چی و سنجش

- رانلور فیلم و مقاله انگلیزی

- رانلور و مشاوره



IranTooshe.Ir



@irantooshe



IranTooshe

