
ایران توشه
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود گام به گام
- دانلود آزمون گاج و قلم چی و سنجش
- دانلود فیلم و مقاله انگلیسی
- کنکور و مشاوره
IranTooshe.Ir
@irantooshe
IranTooshe

درس اول: چند اتحاد جبری و کاربردها

کار در کلاس ✍ صفحه ۱۰

با استفاده از اتحادهای بالا، تساوی‌های زیر را کامل کنید:

الف) $(a+4)^2 = a^2 + 8a + 16$

ب) $(3a-1)^2 = 9a^2 - 6a + 1$

پ) $(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 = 2 + 2b + \frac{1}{2}b^2$

ت) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 3 - 2 = 1$

ث) $(x+4)(x+3) = x^2 + (7)x + 12$

ج) $(3x+2)(3x-5) = (3x)^2 + (2-5)(3x) + (2)(-5) = 9x^2 - 9x - 10$

چ) $(x+2)(x+1) = x^2 + 3x + 2$

کار در کلاس ✍ صفحه ۱۰

با استفاده از اتحاد مربع دوجمله ای، اتحاد مزدوج و اتحاد جمله مشترک، عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

الف) $9x^2 - 16 = (3x-4)(3x+4)$

ب) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = x^2 + 2(\frac{1}{3})x + (\frac{1}{3})^2 = (x+\frac{1}{3})^2$

پ) $4x^2 - 4x + 1 = (2x)^2 - 2(2x) + (1)^2 = (2x-1)^2$

ت) $y^2 + 3y - 10 = y^2 + (5-2)y - (5)(2) = (y-2)(y+5)$

ث) $9x^2 + 18x + 8 = (3x)^2 + 6\times(3x) + 8$

$= (3x)^2 + (2+4)(3x) + (2)(4)$

$= (3x+2)(3x+4)$

کار در کلاس ✍ صفحه ۱۱

عبارت‌های جبری زیر را به صورت ساده‌ترین حالت، تجزیه کنید.

الف) $12x^7(x^2+6)^3 - 8x^5(x^2+6)^4$

$= 4x^5(x^2+6)^3(3x^2 - 2(x^2+6))$

$= 4x^5(x^2+6)^3(x^2-12)$

$= 4x^5(x^2+6)^3(x-\sqrt{12})(x+\sqrt{12})$

ب) $x^8 - 64x^4 = x^4(x^4 - 64)$

$= x^4(x^2-8)(x^2+8)$

$= x^4(x-\sqrt{8})(x+\sqrt{8})(x^2+8)$

کار در کلاس ✍ صفحه ۱۱

بعضی از محاسبات عددی را می‌توان با کمک از اتحادها، به راحتی به دست آورد. تساوی‌های زیر را کامل کنید.

الف) $(999)^2 = (1000-1)^2 = 1000000 - 2000 + 1 = 998001$

ب) $96 \times 104 = (100-4)(100+4) = 10000 - 16 = 9984$

پ) $102^2 = (100+2)^2 = 1000 + 400 + 4 = 10404$

ت) خودتان نیز یک مثال عددی بزنید که برای محاسبهٔ آن از اتحادها، کمک گرفته‌اید.

$$۱۲^۲ - ۸^۲ = (۱۰+۲)^۲ - (۱۰-۲)^۲ =$$
$$[۱۰^۲ + ۲(۱۰)(۲) + ۲^۲] - [۱۰^۲ + ۲(۱۰)(-۲) + (-۲)^۲] =$$
$$[۱۰^۲ + ۲(۱۰)(۲) + ۲^۲] - ۱۰^۲ + ۲(۱۰)(۲) - (-۲)^۲ = ۴۰ + ۴۰ = ۸۰$$

روش دوم:

$$۱۲^۲ - ۸^۲ = (۱۲-۸)(۱۲+۸) = ۴ \times ۲۰ = ۸۰$$

ث) آیا کاربرد دیگری از اتحادها، به ذهن شما می‌رسد؟ لطفاً توضیح دهید.

برای سهولت در بعضی از محاسبات می‌توان از اتحادها کمک گرفت. مثلاً برای محاسبه $۹۹^۳$ یا $(۱۰۱)^۳$

$$(۱۰۱)^۳ = (۱۰۰+۱)^۳ = (۱۰۰)^۳ + ۳(۱۰۰)^۲(۱) + ۳(۱۰۰)(۱)^۲ + ۱^۳ = ۱۰۳۰۳۰۱$$

یا

$$۲۰۵^۲ - ۱۰۵^۲ = (۲۰۵-۱۰۵)(۲۰۵+۱۰۵) = ۱۰۰ \times ۳۱۰ = ۳۱۰۰۰$$

کار در کلاس — صفحه ۱۲

عبارت جبری $(a+b)^۳$ را به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای و حاصل ضرب عبارت‌های جبری ساده کنید.

$$(a+b)^۳ = (a+b)^۲(a+b) = (a^۲ + ۲ab + b^۲)(a+b) =$$
$$a^۳ + a^۲b + ۲a^۲b + ۲ab^۲ + b^۲a + b^۳ = a^۳ + ۳a^۲b + ۳ab^۲ + b^۳$$

برای ساده کردن $(a+b)^۴$ چگونه عمل می‌کنید؟

با توجه به اینکه $(a+b)^۳$ در مرحله قبل برای ما محاسبه شده است، برای تعیین $(a+b)^۴$ می‌توان حاصل عبارت $(a+b)^۴ = (a+b)^۳(a+b)$ را محاسبه کرد.

آیا این پرسش را می‌توان برای توان‌های بزرگ‌تر از ۴ نیز طرح کرد؟ آیا روشی وجود دارد که بتوان بدون ساده کردن عبارت‌های حاصل ضرب، جواب نهایی را به دست آورد؟

بله می‌توان این سؤال را برای توان‌های بزرگ‌تر از ۴ را پرسید و به طور مشابه روش بالا حاصل را به دست آورد.

فعالیت — صفحه ۱۲

جدول زیر را درنظر بگیرید.

$(a+b)^۰ = ۱$	۱
$(a+b)^۱ = ۱a + ۱b$	۱ ۱
$(a+b)^۲ = ۱a^۲ + ۲ab + ۱b^۲$	۱ ۲ ۱
$(a+b)^۳ = ۱a^۳ + ۳a^۲b + ۳ab^۲ + ۱b^۳$	۱ ۳ ۳ ۱
$(a+b)^۴ = \square a^۴ + \square a^۳b + \square a^۲b^۲ + \square ab^۳ + \square b^۴$	۱ ۴ ۶ ۴ ۱
$(a+b)^۵ = ۱a^{\square} + ۵a^{\square}b^{\square} + ۱۰a^{\square}b^{\square} + ۱۰a^{\square}b^{\square} + ۵ab^۴ + b^۵$	۱ ۵ ۱۰ ۱۰ ۵ ۱
⋮	⋮

۱. در جدول بالا سمت چپ (مثلث خیام)، چه ارتباطی بین سطر دوم و سطر سوم وجود دارد؟ چه ارتباطی بین سطر سوم و سطر چهارم وجود دارد؟ چه رابطه‌ای بین سطر چهارم و سطر پنجم وجود دارد؟

سطر سوم هم به مانند سطر دوم با یک شروع و با یک ختم می‌شود و عدد وسط از جمع دو عدد بالا حاصل می‌شود. همین ارتباط بین سطر سوم و چهارم نیز وجود دارد یعنی هر عدد از جمع طرفین اعداد سطر بالایی ایجاد می‌شود. در سطر چهارم سطر پنجم نیز مشابه سطرهای قبلی همان ارتباط وجود دارد.

$$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$$

$$(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

۲. آیا می‌توانید سطرهای هفتم و هشتم را کامل کنید؟

سطر ششم ←		۱	۵	۱۰	۱۰	۵	۱	
سطر هفتم ←	۱	۶	۱۵	۲۰	۱۵	۶	۱	
سطر هشتم ←	۱	۷	۲۱	۳۵	۳۵	۲۱	۷	۱

۳. چه ارتباطی بین سطرهای واقع در مثلث خیام و ضرایب عبارت‌های جبری سطرهای جدول بالا در سمت راست وجود دارد؟

اعداد واقع در هر سطر مثلث خیام، ضرایب عبارت‌های جبری سطرهای جدول بالا، در سمت راست را تشکیل می‌دهند.

۴. آیا می‌توانید ضرایب $(a+b)^4$ را در جدول سمت راست، کامل کنید؟

$$(a+b) = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$$

۵. آیا می‌توانید توان‌های a و b در عبارت $(a+b)^5$ در جدول سمت راست را کامل کنید؟

$$(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$$

۶.آیا توانسته‌اید حدس بزنید که چه ارتباطی بین اعداد سطرهای واقع در مثلث خیام و ضرایب توان‌های $(a+b)$ وجود دارد؟

در عبارت جبری $(a+b)^n$، اعداد مثلث خیام تشکیل ضرایب عبارت جبری را می‌دهد و جمله اول دارای توان n می‌باشد برای بدست آوردن توان‌های جمله بعدی می‌بایست ضریب جمله را در توان a در جمله اول عبارت جبری ضرب کرده و به تعداد جملات تقسیم کنیم و این روند راجملات بعد نیز تکرار کنیم و در هر مرحله با کاسته شدن توان‌های a به توان b یک واحد اضافه می‌گردد یعنی در جمله اول توان b در جمله دوم توان b یک و در جمله سوم توان b دو و... می‌باشد.

۷. با توجه به اینکه $a-b = a+(-b)$، حاصل عبارت $(a-b)^3$ را بر اساس اتحاد $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ به دست آورید؟

$$(a-b)^3 = [a+(-b)]^3 = a^3 + 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

با توجه به مثلث خیام، اتحادهای زیر را خواهیم داشت:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

کار در کلاس ------------------------------ صفحه ۱۳

با استفاده از اتحادهای بالا، تساوی های زیر را کامل کنید:

الف) $(۲a+۱)^{۳}=۸a^{۳}+۳(۲a)^{۲}(۱)+۶a+۱=۸a^{۳}+۱۲a^{۲}+۶a+۱$

ب) $(\frac{۱}{۳}a-۲)^{۳}=(\frac{۱}{۳}a)^{۳}-۳(\frac{۱}{۳}a)^{۲}(۲)+۳(\frac{۱}{۲}a)(۲)^{۲}-۸=\frac{۱}{۲۷}a^{۳}-\frac{۲}{۳}a^{۲}+۴a-۸$

پ) $(۴a-۲b)^{۳}=(۴a)^{۳}-۳(۴a^{۲})(۲b)+۳(۴a)(۲b)^{۲}-۸b^{۳}=۶۴a^{۳}-۹۶a^{۲}b+۴۸ab^{۲}-۸b^{۳}$

ت) $(۳a+\frac{۱}{۲})^{۳}=۲۷a^{۳}+۳(۳a)^{۲}(\frac{۱}{۲})+۳(۳a)(\frac{۱}{۲})^{۲}+\frac{۱}{۸}=۲۷a^{۳}+\frac{۲۷}{۲}a^{۲}+\frac{۹}{۴}a+\frac{۱}{۸}$

کار در کلاس ------------------------------ صفحه ۱۴

در تساوی های زیر، به جای علامت سؤال، عدد مناسب قرار دهید:

$۱=۲^{۰}$

$۱+۱=۲^{۱}$

$۱+۲+۱=۲^{۲}$

$۱+۳+۳+۱=۲^{۳}$

$۱+۴+۶+۴+۱=۲^{۴}$

- چه ارتباطی بین توان های عدد ۲ و سطرهای واقع در مثلث خیام وجود دارد؟

توان عدد ۲ یک واحد کمتر از شماره‌ی سطر واقع در مثلث خیام می‌باشد.

- آیا می‌توانید الگویی برای توان‌های عدد ۲، برحسب سطرهای واقع در مثلث خیام حدس بزنید؟

توان‌های عدد ۲ سطر متناظر با توان مربوطه را در نظر گرفته و اعداد واقع در آن سطر را با هم جمع می‌کنیم. به عبارتی:

مجموع عددهای سطر nام مثلث خیام= ۲^{n}

- بر اساس این الگو مقدار $۲^{۱۰}$ را به دست آورید.

اگر مثلث خیام را ادامه دهیم به الگوی زیر می‌رسیم:

توان ۵: ۱ ۵ ۱۰ ۱۰ ۵ ۱

توان ۶: ۱ ۶ ۱۵ ۲۰ ۱۵ ۶ ۱

توان ۷: ۱ ۷ ۲۱ ۳۵ ۳۵ ۲۱ ۷ ۱

توان ۸: ۱ ۸ ۲۸ ۵۶ ۷۰ ۵۶ ۲۸ ۸ ۱

توان ۹: ۱ ۹ ۳۶ ۸۴ ۱۲۶ ۱۲۶ ۸۴ ۳۶ ۹ ۱

توان ۱۰: ۱ ۱۰ ۴۵ ۱۲۰ ۲۱۰ ۲۵۲ ۲۱۰ ۱۲۰ ۴۵ ۱۰ ۱

که با جمع اعداد موجود در این سطر داریم: $۱+۱۰+۴۵+۱۲۰+۲۱۰+۲۵۲+۲۱۰+۱۲۰+۴۵+۱۰+۱=۱۰۲۴$

- آیا می‌توانید مانند الگوی بالا، الگوهای دیگری از مثلث خیام حدس بزنید؟

$$\begin{array}{r} ۱۱ \\ \underline{۱۱} \\ ۱۲۱ \longrightarrow ۱۱^۲ \\ \underline{۱۲۱} \\ ۱۳۳۱ \longrightarrow ۱۱^۳ \\ \underline{۱۳۳۱} \\ ۱۴۶۴۱ \longrightarrow ۱۱^۴ \\ \underline{۱۴۶۴۱} \\ ۱۶۱۰۵۱ \longrightarrow ۱۱^۵ \\ \underline{۱۶۱۰۵۱} \\ ۱۷۷۱۵۶۱ \longrightarrow ۱۱^۶ \end{array}$$

$$۱۱^۲ = (۱۰+۱)^۲ = ۱۰^۲ + ۲\times ۱۰ \times ۱ + ۱ = (۲)$$
$$۱۱^۳ = (۱۰+۱)^۳ = ۱۰^۳ + ۳(۱۰)^۲ + ۳(۱۰) + ۱ = ۱۳۳۱$$
$$۱۱^۴ = ((۱۱)^۲)^۲ = ۱۲۱^۲ = (۱۰۰+۲۱)^۲ = ۱۴۶۴۱$$
$$۱۱^۵ = (۱۱)^۵ = ۱۶۱۰۵۱$$

کار در کلاس ✍ صفحه ۱۴

توان‌های مختلف ۱۱ را، به دست آورید.

$$۱۱^۰ = ۱$$

$$۱۱^۱ = ۱۱$$

$$۱۱^۲ = (۱+۱۰)^۲ = ۱ + ۲\times ۱۰ + ۱۰^۲ = ۱ + ۲۰ + ۱۰۰ = ۱۲۱$$

$$۱۱^۳ = (۱+۱۰)^۳ = ۱ + ۳(۱)^۲(۱۰) + ۳(۱)(۱۰)^۲ + ۱۰^۳ = ۱ + ۳۰ + ۳۰۰ + ۱۰۰۰ = ۱۳۳۱$$

$$۱۱^۴ = (۱+۱۰)^۴ = ۱ + ۴\times ۱۰ + ۶\times ۱۰۰ + ۴\times ۱۰۰۰ + ۱۰^۴ = ۱۴۶۴۱$$

- چه ارتباطی بین توان بدست آمده در $۱۱^۲$ و اعداد واقع در سطر سوم مثلث خیام وجود دارد؟

حاصل $۱۱^۲$ در واقع برابر است با ۱۲۱ که همان اعداد سطر سوم مثلث خیام می‌باشد که پشت سر هم قرار گرفته‌اند.

- چه ارتباطی بین توان بدست آمده در $۱۱^۳$ و اعداد واقع در سطر چهارم مثلث خیام وجود دارد؟

حاصل $۱۱^۳$ در واقع برابر است با ۱۳۳۱ که همان اعداد سطر چهارم مثلث خیام می‌باشد که پشت سر هم قرار گرفته‌اند.

- چه ارتباطی بین توان بدست آمده در $۱۱^۴$ و اعداد واقع در سطر پنجم مثلث خیام وجود دارد؟

حاصل $۱۱^۴$ همان اعداد سطر پنجم مثلث خیام است که از چپ به راست پشت سر هم قرار گرفته‌اند.

- آیا می‌توانید بدون هیچ گونه محاسبه‌ای $۱۱^۵$ را بر حسب اعداد واقع در سطر ششم مثلث خیام به دست آورید؟

$$۱ \quad ۵ \quad ۱۰ \quad ۱۰ \quad ۵ \quad ۱ \rightarrow ۱ \quad ۵ \quad ۱۰ \quad ۱۰ \quad ۵ \quad ۱ = ۱۱^۵$$

اما این نتیجه‌گیری درست نمی‌باشد و حاصل $۱۱^۵ = ۱۶۱۰۵۱$

- چه نتیجه‌ای می‌توانید برای توان‌های مختلف ۱۱، بگیرید؟

نتیجه می‌گیریم که برای به دست آوردن توان‌های ۱۱ تا توان چهارم می‌توان اعداد سطرهای مثلث خیام را از سمت چپ به راست نوشت اما از سطر ششم به بعد یعنی از 11^5 به بعد دیگر این اسلوب درست نمی‌باشد. با توجه به اینکه کتاب گفته بدون هیچ محاسبه‌ای اسلوب درست نمی‌باشد، مگر آنکه اگر عددی در اون سطر مساوی ۱۰ یا بیشتر از آن باشد، یکان آن را می‌نویسیم و دهگان آن را با عدد قبلی آن جمع می‌کنیم.

کار در کلاس ---------- صفحه ۱۵

با توجّه به اتحادهایی که تاکنون یاد گرفته‌اید، اتحادهای زیر را با استفاده از حاصل ضرب عبارت های جبری بررسی کرده و تساوی دو طرف را نشان دهید. سپس عبارت کلامی این اتحادها را بنویسید.

اتحاد تفاضل مکعب دو جمله‌ای

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-\cancel{a^2b}+\cancel{ab^2}-\cancel{a^2b}-\cancel{ab^2}-b^3=a^3-b^3$$

^{3}(دومی)- ^{3}(اولی) = (^{2}(دومی)+ضرب اولی در دومی+ ^{2}(اولی)) (دومی- اولی)

اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3-\cancel{a^2b}+\cancel{ab^2}+\cancel{ba^2}-\cancel{ab^2}+b^3=a^3+b^3$$

^{3}(دومی)+ ^{3}(اولی) = (^{2}(دومی)+ضرب اولی در دومی+ ^{2}(اولی)) (دومی+ اولی)

فعالیت ---------- صفحه ۱۵

با استفاده از اتحادهای بالا، عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$8y^3-1=(2y)^3-1^3=(2y-1)((2y)^2+(2y)+1^2)=(2y-1)(4y^2+2y+1)$$

$$8a^3+1=(2a)^3+1^3=(2a+1)((2a)^2-(2a)+1)=(2a+1)(4a^2-2a+1)$$

$$8a^3+b^3=(2a)^3+b^3=(2a+b)((2a)^2-2ab+b^2)=(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$$

$$t^6-\frac{1}{8}=(t^2)^3-(\frac{1}{2})^3=(t^2-\frac{1}{2})((t^2)^2+(t^2)(\frac{1}{2})+(\frac{1}{2})^2)=(t^2-\frac{1}{2})(t^4+\frac{t^2}{2}+\frac{1}{4})$$

تمرین ---------- صفحه ۱۵

۱. با استفاده از اتحادها، حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

$$(x-1)^2=x^2-2x+1$$

$$(y+\frac{1}{4})^2=y^2+2y(\frac{1}{4})+(\frac{1}{4})^2=y^2+\frac{2y}{4}+\frac{1}{16}=y^2+\frac{1}{2}y+\frac{1}{16}$$

$$(2-\frac{a}{3})^2=4-2\times2\times\frac{a}{3}+(\frac{a}{3})^2=4-\frac{4}{3}a+\frac{a^2}{9}$$

$$(۲z-\frac{۱}{۲})^{۳}=(۲z)^{۳}-۳(۲z)^{۲}(\frac{۱}{۲})+۳(۲z)(\frac{۱}{۲})^{۲}-(\frac{۱}{۲})^{۳}=۸z^{۳}-۶z^{۲}+\frac{۳}{۲}z-\frac{۱}{۸}$$

$$(\frac{۱}{۴}+\frac{b}{۳})^{۳}=(\frac{۱}{۴})^{۳}+۳(\frac{۱}{۴})^{۲}(\frac{b}{۳})+۳(\frac{۱}{۴})(\frac{b}{۳})^{۲}+(\frac{b}{۳})^{۳}=\frac{۱}{۶۴}+\frac{۱}{۱۶}b+\frac{b^{۲}}{۱۲}+\frac{b^{۳}}{۲۷}$$

۲. با استفاده از اتحادها، در قسمت‌های نقطه‌چین، عبارت مناسب بگذارید.

$$(a+\sqrt{۲})^{۲}=a^{۲}+۲\sqrt{۲}a+۲$$

$$(۱-۲x)^{۲}=۱-۴x+۴x^{۲}$$

$$(\sqrt{۳}+x)^{۳}=۳\sqrt{۳}+۹x+۳\sqrt{۳}x^{۲}+x^{۳}$$

۳. به کمک اتحادها، عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

$$x^{۶}-۱$$

روش اول $(x^{۶}-۱)=(x^{۲})^{۳}-۱^{۳}=(x^{۲}-۱)(x^{۴}+x^{۲}+۱)=(x-۱)(x+۱)(x^{۴}+x^{۲}+۱)$

روش دوم $(x^{۶}-۱)=(x^{۳})^{۲}-۱^{۲}=(x^{۳}-۱)(x^{۳}+۱)=(x-۱)(x^{۲}+x+۱)(x+۱)(x^{۲}-x+۱)=$

$$۱+z^{۳}=(۱+z)(۱-z+z^{۲})$$

$$۸-t^{۶}=۲^{۳}-(t^{۲})^{۳}=(۲-t^{۲})(۴+۲t^{۲}+t^{۴})$$

$$۹x^{۲}-۶x+۱=۳x^{۲}-۲(۳x)+۱=(۳x-۱)^{۲}$$

$$۲۵x^{۲}+۲۵x+۶=(۵x+۲)(۵x+۳)$$

$$۴x^{۲}+۱۴x+۱۲=(۲x+۳)(۲x+۴)$$

۴- کدام یک از عبارات زیر، نشان دهندهٔ اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای و یا اتحاد تفاضل مکعب دو جمله‌ای است؟

$$(۳x+۵)(۹x^{۲}-۲۰x+۱۵)$$

اتحاد نیست، چون جملهٔ وسط از پرانتز دوم در این اتحاد باید $-۱۵x$ باشد و عدد ۱۵ باید ۲۵ باشد.

$$(x+۲)(x^{۲}-۲x+۴)$$

اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای

$$(۴x+y)(۱۶x^{۲}+۴xy+y^{۲})$$

اتحاد نیست، چون علامت جملهٔ وسط در پرانتز دوم باید منفی باشد.

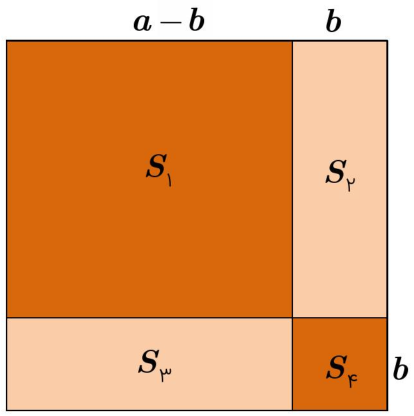
$$(۷x-۲)(۴۹x^{۲}+۱۴x+۴)$$

اتحاد تفاضل مکعب دو جمله‌ای

۵. عبارت‌های جبری زیر را به صورت ساده‌ترین عبارت تجزیه کنید.

الف) $۱۲x^{۶}(x^{۲}+۵)^{۳}-۱۰x^{۴}(x^{۲}+۵)^{۴}=۲x^{۴}(x^{۲}+۵)^{۳}(۶x^{۲}-۵(x^{۲}+۵))=۲x^{۴}(x^{۲}+۵)^{۳}(x-۵)(x+۵)$

ب) $x^{۸}-۶۲۵x^{۴}=(x^{۴})^{۲}-(۲۵x^{۲})^{۲}=(x^{۴}-۲۵x^{۲})(x^{۴}+۲۵x^{۲})=(x^{۲}-۵x)(x^{۲}+۵x)(x^{۴}+۲۵x^{۲})$



۶. مربع رو به رو را که اندازه ضلع آن a است در نظر بگیرید و فرض کنید مساحت آن برابر با S است. ضلع آن را به دو پاره خط تقسیم کنید و طول یکی را b در نظر بگیرید.

الف) مساحت‌های $S_۱$، $S_۲$، $S_۳$و $S_۴$ را به دست آورید.

$S_۱ = C^۲ \qquad S_۲ = bc \qquad S_۳ = bc \qquad S_۴ = b^۲$

ب) مساحت S را بر حسب مساحت‌های $S_۱$، $S_۲$، $S_۳$و $S_۴$ به دست آورید.

مربع $S = S_۱ + S_۲ + S_۳ + S_۴ = C^۲ + bc + bc + b^۲ = C^۲ + ۲bc + b^۲$

پ) اتحاد مربع دو جمله ای را از قسمت (ب) نتیجه بگیرید؟

$(c+b)^۲ = c^۲ + ۲cb + b^۲$

۷. با استفاده از اتحادهای خوانده شده عبارت های عددی زیر را به دست آورید؟

$(۹۹)^۳ = (۱۰۰-۱)^۳ = ...$

$(۱۰۰۱)^۳ = ...$

$(۱۰۰۱)^۳ = (۱۰۰۰+۱)^۳ = (۱۰۰۰)^۳ + ۳(۱۰۰۰)^۲(۱) + ۳(۱۰۰۰)(۱)^۲ + ۱^۳$
$= ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۳۰۰۰۰۰۰ + ۳۰۰۰ + ۱ = ۱۰۰۳۰۰۳۰۰۱$
$(۹۹)^۳ = (۱۰۰-۱)^۳ = ۱۰۰۰۰۰۰ - ۳(۱۰۰۰۰)(۱) + ۳(۱۰۰)۱^۲ - ۱ = ۹۷۰۲۹۹$

درس دوم: عبارت‌های گویا

فعالیت ✍ صفحه ۱۸

عبارت های گویا را با ☑ و عبارت های غیر گویا را با ☒ مشخص کنید.

☑	$\frac{x-۳}{۲x^۲-۳x+۵}$	☑	$\frac{۱}{x^۴-\sqrt{۲}}$	☒	$\sqrt{x^۲}+۱$
☑	$x^۲+۳x-۴$	☑	$\frac{\sqrt{۵}x}{x}$	☒	$\frac{x+y}{۳\sqrt{z}}$
☒	$\frac{\|x\|}{x^۲+۲}$	☒	$\sqrt{x}$	☒	$\frac{x^۲-۱}{x+۱}$

مقدار یک عبارت گویا وقتی با معنی است که مخرجش صفر نباشد؛ یعنی در حالتی که مخرج یک عبارت گویا صفر شود، آنگاه مقدار عبارت گویا تعریف نشده است. برای مثال عبارت گویای $\frac{x+۲}{x-۵}$ به ازای $x=۵$ تعریف نشده است؛ زیرا با قرار دادن $x=۵$ در آن، مخرج کسر برابر با صفر می‌شود و در این حالت کسر تعریف نشده است.

کار در کلاس ✍ صفحه ۱۹

کدام یک از عبارت‌های زیر گویا و کدام یک غیر گویا هستند؟ عبارت‌های گویا به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده‌اند؟

الف) $\frac{۳z+۵}{۳z-۵}$ ب) $\frac{x+۹}{\sqrt{x}-۳}$ پ) $\frac{۴x^۲-۵x+۱}{۷\sqrt{۲}}$

ت) $\frac{a^۲+۳}{a^۲-۴}$ ث) $\frac{x\sqrt{x}+۱}{۳-x}$ ج) $\frac{۵x^۲+۱}{x^۲+۱}$

الف) گویا است. $۳z-۵=۰\Rightarrow ۳z=۵\Rightarrow z=\frac{۵}{۳}$

عبارت فوق به ازای $z=\frac{۵}{۳}$ گویا نمی‌باشد، زیرا با قرار دادن $z=\frac{۵}{۳}$ در عبارت، مخرج کسر برابر با صفر می‌شود و کسر تعریف نشده می‌گردد.

ب) غیر گویا است.

پ) گویا است. به ازای تمام اعداد حقیقی $\mathbb{R}$ عبارت گویا می‌باشد. $a^۲-۴=۰\Rightarrow a^۲=۴\Rightarrow a\pm۲$ عبارت فوق به ازای $a=\pm۲$ تعریف نشده می‌گردد.

ث) غیر گویا است.

ج) عبارت گویا است. غ ق ق $x^۲+۱=۰\Rightarrow x^۲=-۱$ بنابراین عبارت به ازای تمام اعداد حقیقی تعریف شده است.

کار در کلاس ✍ صفحه ۱۹

۱. مانند نمونه‌های حل شده، کسرهای زیر را ساده کنید.

الف) $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9}=\frac{(x+3)^2}{(x-3)(x+3)}$

صورت کسر را به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای و مخرج کسر را به کمک اتحاد مزدوج تجزیه کرده‌ایم.

$=\frac{(x+3)\cancel{(x+3)}}{(x-3)\cancel{(x+3)}}$

با شرط $x+3\neq 0$ از صورت و مخرج کسر عامل $(x+3)$ را خط زده‌ایم، توجه کنید که برای با معنی بودن کسر باید $x-3\neq 0$ باشد.

$=\frac{(x+3)}{(x-3)}$ (سادهٔ شدهٔ کسر)

ب) $\frac{x^3-1}{x^2-1}=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}=$

صورت کسر را به کمک اتحاد تفاضل مکعب دو جمله‌ای و مخرج کسر را به کمک اتحاد مزدوج تجزیه کنید.

$\frac{\cancel{(x-1)}(x^2+x+1)}{\cancel{(x-1)}(x+1)}=$

با شرط $x-1\neq 0$ از صورت و مخرج کسر عامل $(x-1)$ را خط بزنید. توجه کنید که برای با معنی بودن کسر باید $x+1\neq 0$ باشد.

$=\frac{x^2+x+1}{x+1}$ (ساده شده کسر)

پ) $\frac{4x^2-9}{4x^2+10x+6}=\frac{(2x-3)\cancel{(2x+3)}}{(2x+2)\cancel{(2x+3)}}=\frac{2x-3}{2x+2}$

برای با معنی بودن کسر باید $2x+2\neq 0$ باشد یا به عبارت دیگر $x\neq -1$ باشد.

ت) $\frac{x^4-8x}{2x^2-8x+8}=\frac{x(x^3-8)}{2(x^2-4x+4)}=\frac{x\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{2(x-2)^{\cancel{2}}}=\frac{x(x^2+2x+4)}{2(x-2)}$

ث) $\frac{6x^5(x^2+4)^2-4x^3(x^2+4)^3}{x^8-16x^4}=\frac{2x^3(x^2+4)^2[3x^2-2(x^2+4)]}{(x^4-4x^2)(x^4+4x^2)}$

$=\frac{2x^3(x^2+4)^2(x^2-8)}{(x^2-2x)(x^2+2x)x^2(x^2+4)}=\frac{2x(x^2+4)(x^2-8)}{x(x-2)\,x(x^2+2)}$

برای با معنی بودن کسر باید:

$x-2\neq 0 \Rightarrow x\neq 2$
$x\neq 0$
$x+2\neq 0\Rightarrow x\neq -2$

۲. کسر زیر به صورت نادرست ساده شده است، ایراد را پیدا کنید و درباره آن توضیح دهید.

$\frac{2x^3+y^2}{y^2}=\frac{2x^3+\cancel{y^2}}{\cancel{y^2}}=2x^3+1$

در عبارت فوق به نادرستی $y^۲$ از صورت و مخرج کسر حذف شده است در کسرها اگر بین عبارات صورت و مخرج علامت‌های جمع یا تفریق وجود داشته باشد، ما اجازه ساده کردن آن را نداریم و هنگامی می‌توانیم ساده کنیم که جملات صورت و مخرج تجزیه شده باشند و بین عبارت علامت ضرب قرار گرفته باشد تا ما اجازه ساده کردن داشته باشیم.

۳. فرض کنیم $x=۱$ دانش‌آموزی با توجه به این فرض، ثابت کرده است که $۲=۱$، استدلال زیر را دنبال کنید و بگویید اشتباه در کجا اتفاق افتاده است.

$$x=۱$$
$$x^۲=x$$
$$x^۲-۱=x-۱$$
$$\frac{x^۲-۱}{x-۱}=\frac{\cancel{x-۱}}{\cancel{x-۱}}$$
$$\frac{\cancel{(x-۱)}(x+۱)}{\cancel{x-۱}}=۱$$
$$x+۱=۱\xrightarrow{x=۱}۲=۱$$

$$x+۱=۱\xrightarrow{x=۱}۲=۱$$
$$x=۱$$
$$x-۱=۰\Rightarrow\frac{x-۱}{x-۱}=\frac{۰}{۰}$$

از آنجا که $x-۱=۰$ می‌باشد ما نمی‌توانیم بگوئیم $\frac{x-۱}{x-۱}=۱$ و این مطلب نادرست می‌باشد و همچنین ساده کردن صورت و مخرج در حالتی که مخرج $x-۱$ می‌باشد نادرست است.

فعالیت صفحه ۲۱

چند جمله‌ای‌های $P(x)=x^۲-۲x+۱$ و $Q(x)=x^۲+۵x-۶$ را در نظر بگیرید.

۱. چند جمله‌ای‌های بالا را تجزیه کنید.

$$P(x)=x^۲-۲x+۱=(x-۱)^۲=(x-۱)(x-۱)$$
$$Q(x)=x^۲+۵x-۶=(x+۶)(x-۱)$$

۲. عبارت‌های مشترک در تجزیهٔ این دو چند جمله‌ای را مشخص کنید.

$(x-۱)$

۳. عبارت‌های غیر مشترک در تجزیهٔ این دو چند جمله‌ای را مشخص کنید.

$(x+۶)$

۴. حاصل ضرب عبارت‌های مشترک با بزرگ‌ترین توان را در عبارت‌های غیر مشترک پیدا کنید و آن را $A(x)$ بنامید.

$$A(x)=(x-۱)^۲(x+۶)$$

۵. عبارت‌های $\frac{A(x)}{p(x)},\frac{A(x)}{Q(x)}$ را ساده کنید.

$$\frac{A(x)}{P(x)}=\frac{\cancel{(x-1)^{2}}(x+6)}{\cancel{(x-1)^{2}}}=x+6$$

$$\frac{A(x)}{Q(x)}=\frac{(x-1)^{\cancel{2}}\cancel{(x+6)}}{\cancel{(x+6)}\cancel{(x-1)}}=x-1$$

۶. با توجه به قسمت قبل آیا $A(x)$ مضرب مشترک دو عبارت $P(x)$ و $Q(x)$ است؟ بله، زیرا A بر P و Q بخش‌پذیر است.

۷. آیا می‌توانید مضرب‌های مشترک دیگری برای $P(x)$ و $Q(x)$ پیدا کنید؟ بله

۸. از بین مضرب‌های مشترکی که برای $P(x)$ و $Q(x)$ یافتید، کدام یک نسبت به متغیر x از درجه کوچک‌تری دارد؟

$A(x)$ نسبت به x درجه کوچک‌تری دارد. $A(x)=(x-1)^{2}(x+6)$

برای پیدا کردن مضرب مشترک دو چند جمله ای $P(x)$ و $Q(x)$ به طوری که نسبت به x از کوچک‌ترین درجه باشد، ابتدا هر یک از چند جمله ای‌ها را تجزیه می کنیم؛ سپس حاصل ضرب عبارت‌های مشترک با بزرگ‌ترین توان در عبارت‌های غیرمشترک را به دست می‌آوریم و آن را $A(x)$ می‌نامیم. برای جمع یا تفریق دو عبارت گویا که مخرج‌های آنها $P(x)$ و $Q(x)$ باشند؛ عبارت $A(x)$ را مخرج مشترک دو کسر تعریف می‌کنیم.

کار در کلاس — صفحه ۲۲

۱. در هر قسمت مضرب مشترکی از چند جمله‌ای‌ها را به دست آورید به طوری که نسبت به متغیر a آن کوچک‌ترین توان را داشته باشد.

الف) $P(x)=a^{2}+6a+9=(a+3)^{2}$ ک.م.م $A(x)=(a+3)^{2}(a-3)$

$Q(x)=a^{2}-9=(a-3)(a+3)$

ب) $P(x)=a^{4}-b^{4}=(a^{2}-b^{2})(a^{2}+b^{2})=(a-b)(a+b)(a^{2}+b^{2})$

$Q(x)=a^{3}-b^{3}=(a-b)(a^{2}+ab+b^{2})$

ک.م.م $A(x)=(a-b)(a+b)(a^{2}+b^{2})(a^{2}+ab+b^{2})$

پ) $P(x)=a^{4}+2a^{3}-3a^{2}=a^{2}(a^{2}+2a-3)=a^{2}(a-1)(a+3)$

$Q(x)=a^{3}+8a^{2}+15a=a(a^{2}+8a+15)=a(a+3)(a+5)$

جواب= $\underbrace{a^{2}(a+3)}_{\text{حاصل‌ضرب عبارت‌های مشترک با بزرگ‌ترین توان}}\times\underbrace{(a-1)(a+5)}_{\text{حاصل‌ضرب عبارت‌های غیر مشترک}}$

۲. برای جمع و تفریق عبارت‌های گویا، ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم، مخرج مشترک همان مضرب مشترک بین مخرج ها با کوچکترین توان نسبت به x است، در زیر مخرج مشترک کسرها را مانند نمونه پیدا کنید.

الف) $\frac{4}{x^{2}+x}+\frac{1}{(x^{2}-1)(x+1)}$

مخرج کسر اول $A(x)=x^{2}+x=x(x+1)$

مخرج کسر دوم $B(x)=(x^2-1)(x+1)=(x-1)(x+1)^2$

مخرج مشترک $=x(x-1)(x+1)^2$

ب) $\frac{x-2}{x-3}-\frac{x+1}{x+2}$

مخرج کسر اول $A(x)=(x-3)$

مخرج کسر دوم $B(x)=(x+3)$

مخرج مشترک $(x-3)(x+2)$

پ) $\frac{1}{x^4-8x}-\frac{1+x}{x^2}+\frac{x+2}{x-2}$

مخرج کسر اول $=x(x-2)(x^2+2x+4)$

مخرج کسر دوم $=x^2$

مخرج کسر سوم $=x-2$

مخرج مشترک $x^2(x-2)(x^2+2x+4)$

فعالیت صفحه ۲۳

عبارت $P(x)=\frac{4}{x^2+x}+\frac{x}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید؛ با توجه به «کار در کلاس» قبل، مخرج مشترک این دو کسر برابر است با:

مخرج مشترک $=x(x-1)(x+1)$

زیرا:

$$P(x)=\frac{4}{x(x+1)}+\frac{x}{(x-1)(x+1)}$$

۱. مخرج کسر اول را با مخرج مشترک مقایسه کنید. برای اینکه مخرج کسر اول مانند مخرج مشترک شود؛ باید صورت و مخرج کسر اول را در چه عباراتی ضرب کرد؟ این کار را انجام دهید.

$$\frac{4}{x(x+1)}=\frac{4(x-1)}{x(x+1)(x-1)}$$

۲. برای اینکه مخرج کسر دوم مانند مخرج مشترک شود، باید صورت و مخرج کسر دوم را در کدام عبارت ضرب کرد؟ این کار را انجام دهید.

$$\frac{x}{(x-1)(x+1)}=\frac{x(x)}{(x-1)(x+1)x}$$

۳. همان طور که می‌بینید، مخرج کسرهای اول و دوم یکسان شده‌اند، در زیر این دو را با هم جمع کرده ایم، جای خالی را پر کنید.

$$P(x)=\frac{4(x-1)+x^2}{x(x-1)(x+1)}=\frac{4x-4+x^2}{x(x-1)(x+1)}$$

کار در کلاس .... صفحه ۲۳

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}$

می‌دانیم مخرج مشترک این دو کسر برابر با $(x+1)(x-1)$ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}=\frac{(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{x+1}{(x-1)(x+1)}=\frac{x-1+x+1}{(x-1)(x+1)}=\frac{2x}{(x-1)(x+1)}=\frac{2x}{x^2-1}$$

ب) $\frac{y+8}{y^2+y-2}+\frac{y-2}{y^2+2y}=\frac{y+8}{(y+2)(y-1)}+\frac{y-2}{y(y+2)}$

$$=\frac{(y+8)y}{y(y+2)(y-1)}+\frac{(y-2)(y-1)}{y(y+2)(y-1)}=\frac{y^2+8y+y^2-3y+2}{y(y+2)(y-1)}=\frac{2y^2+5y+2}{y(y+2)(y-1)}$$

پ) $\frac{4+x^2-2x}{2+x}-x-2=\frac{4+x^2-2x}{(2+x)}-\frac{x(2+x)}{(2+x)}-\frac{2(2+x)}{(2+x)}=\frac{4+x^2-2x-2x-x^2-4-2x}{2+x}=\frac{-6x}{2+x}$

ت) $\frac{2x+3}{2x-2}-\frac{5}{x^2-1}-\frac{2x-3}{2x+2}=\frac{2x+3}{2(x-1)}-\frac{5}{(x-1)(x+1)}-\frac{2x-3}{2(x+1)}$

می‌دانیم مخرج مشترک این سه کسر برابر با: $2(x-1)(x+1)$ است بنابراین داریم:

$$\frac{(2x+3)(x+1)}{2(x-1)(x+1)}-\frac{5\times 2}{2(x-1)(x+1)}-\frac{2(x-3)(x-1)}{2(x-1)(x+1)}=\frac{2x^2+2x+3x+3-10-2x^2+2x+3x-3}{2(x-1)(x+1)}=$$
$$\frac{10x-10}{2(x-1)(x+1)}=\frac{10(x-1)}{2(x-1)(x+1)}=\frac{5}{x+1}$$

تمرین .... صفحه ۲۴

۱. عبارت‌های گویا زیر به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده اند.

الف) $\frac{x^2+1}{x^2-1}$ $\quad x^2-1=0\Rightarrow(x-1)(x+1)=0\Rightarrow x=1$ ، $x=-1$ — به ازای $x=\pm1$ تعریف نشده است.

ب) $\frac{2x^2+1}{x^2+4}$ $\quad x^2+4=0\Rightarrow x^2=-4$ غیر ممکن — به ازای تمام مقادیر $x=\mathbb{R}$ تعریف شده است.

پ) $\frac{5}{x^2+x}$ $\quad x^2+x=0\Rightarrow x(x+1)=0\Rightarrow x=0\ ,\quad x+1=0\Rightarrow x=-1$ — به ازای $x=0$ و $x=-1$ تعریف نشده است.

ت) $\frac{x^3+3x^2+2x}{x(x+1)(x^2-4)}$ $\quad \left.\begin{array}{l} x=0 \\ x+1=0\Rightarrow x=-1 \\ x^2-4=0\Rightarrow(x-2)(x+2)=0\Rightarrow x=2, x=-2 \end{array}\right\}$ — به ازای $\Rightarrow x=0$ و $x=-1$ و $x=\pm2$ تعریف نشده است.

ث) $\frac{3x^2y+6xy^2}{x^2}$ $\quad x^2=0\Rightarrow x=0$ — به ازای $x=0$ تعریف نشده است.

ج) $\frac{42a^3 - 30a^3m}{am^2 - 25a}$ $am^2 - 25a = 0 \Rightarrow a(m^2 - 25) = 0 \Rightarrow a(m-5)(m+5) = 0$ به ازای $a = 0$ و $m = \pm 5$ تعریف نشده است.

$a = 0$

$m - 5 = 0 \Rightarrow m = 5$

$m + 5 = 0 \Rightarrow m = -5$

چ) $\frac{b^3x^4 - ab^3x^3}{a^2b^2x^2 - a^3b^2x}$ $a^2b^2x^2 - a^3b^2x = 0 \Rightarrow a^2b^2x(x-a) = 0 \Rightarrow a^2b^2x = 0 \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ x = 0 \end{cases}$

به ازای $a = b = x = 0$ یا $x = a$ تعریف نشده است.

$x - a = 0 \Rightarrow x = a$

ح) $\frac{x^6 - a^6}{ax^3 - a^3x}$ $ax(x^2 - a^2) = 0 \Rightarrow ax = 0 \Rightarrow a = 0$

$x = 0$

$x^2 - a^2 = 0 \Rightarrow (x-a)(x+a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = a \\ OR \\ x = -a \end{cases}$ به ازای $x = a = 0$ یا $x = \pm a$ تعریف نشده است.

۲. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{4}{9x} - \frac{5x}{6y^2} + 1 = \frac{4}{3(3x)} - \frac{5x}{3(2y^2)} + 1 = \frac{4(2y^2)}{3(3x)(2y^2)} - \frac{(5x)(3x)}{3(2y^2)(3x)} + \frac{3(3x)(2y^2)}{3(3x)(2y^2)} = \frac{8y^2 - 15x^2 + 18xy^2}{18xy^2}$

ب) $\frac{x+1}{x-1} - 1 = \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x-1} = \frac{x+1-x+1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$

پ) $\frac{\frac{1}{m} + 1}{m+1} = \frac{\frac{1}{m} + \frac{m}{m}}{m+1} = \frac{\frac{1+m}{m}}{\frac{m+1}{1}} = \frac{1+m}{m(1+m)} = \frac{1}{m}$

ت) $\frac{2x}{x^2 - y^2} + \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{2x}{(x-y)(x+y)} + \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{2x + x - y - x - y}{(x-y)(x+y)} = \frac{2x - 2y}{(x-y)(x+y)} =$

$\frac{2(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{2}{x+y}$

ث) $\frac{x+3}{x^2 - 6x + 9} - \frac{x+2}{x^2 - 9} - \frac{5}{3-x} = \frac{x+3}{(x-3)^2} - \frac{x+2}{(x-3)(x+3)} + \frac{5}{(x-3)} = \frac{(x+3)^2 - (x+2)(x-3) + 5(x-3)(x+3)}{(x-3)^2(x+3)}$

$= \frac{x^2 + 6x + 9 - x^2 + x + 6 + 5x^2 - 45}{(x-3)^2(x+3)} = \frac{5x^2 + 7x - 30}{(x-3)^2(x+3)}$

ج) $\frac{y-3}{y^2 - 4} - \frac{y+2}{y^2 - 4y + 4} - \frac{2}{2-y} = \frac{(y-2)(y-3) - (y+2)(y+2) = 2(y-2)(y+2)}{(y-2)^2(y+2)} =$

$\frac{y^2 - 5y + 6 - y^2 - 4 + 2y^2 - 8}{(y-2)^2(y+2)} = \frac{2y^2 - 5y - 6}{(y-2)^2(y+2)}$