دفترچهٔ پاسخ

# آزمون ۳ مرداد ۱۴۰۴

# اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

## پدیدآورندگان

| | نام درس | نام طراحان |
|---|---|---|
| اختصاصی | حسابان ۲ و ریاضی پایه | محمدمصطفی ابراهیمی-کاظم اجلالی-محمد بحیرایی-میثم بهرامی‌جویا-حسین پوراسماعیل-محمدابراهیم توزنده‌جانی عادل حسینی-بهرام حلاج-افشین خاصه‌خان-عاطفه خان‌محمدی-وحید راحتی-میلاد سجادی‌لاریجانی-علی اصغر شریفی پویان طهرانیان - حمید علیزاده-آرین غلامی‌راد-احسان غنی‌زاده-حمید مام‌قادری-سیدسپهر متولیان-مصطفی محمدپور مجتبی نادری- غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام |
| | هندسه | امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-رضا بخشنده-محبوبه بهادری-جواد حاتمی-حسین حاجیلو-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان محمد خندان-کیوان دارابی-یاسین سپهر-محمدطاهر شعاعی-رضا عباسی‌اصل-فرشاد فرامرزی-پژمان فرهادیان-امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی-داریوش ناظمی-محمد هجری-امیر وفائی-سرژ یقیازاریان‌تبریزی |
| | آمارواحتمال وریاضیات گسسته | امیرحسین ابومحبوب-رضا توکلی-سعید جعفری‌کافی‌آباد-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی سیدوحید ذوالفقاری-فرهاد صابر-مرتضی فهیم‌علوی-امیرمحمد کریمی-نیلوفر مهدوی |
| | فیزیک | سعید اردم-معصومه افضلی-زهره آقامحمدی-شهرام آموزگار-امیرحسین برادران-میلاد حسنی-محمدعلی راست‌پیمان بهنام رستمی-فرشید رسولی-مهدی زمان‌زاده-هاشم زمانیان-سعید شرق-محمدرضا شریفی-علی عاقلی-پوریا علاقه‌مند سیاوش فارسی- مصطفی کیانی-محمد گودرزی-علیرضا گونه-امیراحمد میرسعید-سیدملیحه میرصالحی-حسام نادری حسین ناصحی- مهدی یوسفی |
| | شیمی | حامد اسماعیلی-امیرعلی برخورداریون-محمدرضا پورجاوید-حمید ذبحی-سهند راحمی‌پور-جعفر رحیمی-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی سیدرضا رضوی-مبینا شرافتی‌پور-امیرحسین طیبی-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-محمد کوهستانیان-علیرضا کیانی‌دوست حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده‌مقدم-سالار ملکی-امین نوروزی-سیدرحیم هاشمی‌دهکردی |

## گزینشگران و ویراستاران

| نام درس | حسابان ۲ و ریاضی‌پایه | هندسه | آمارواحتمال وریاضیات گسسته | فیزیک | شیمی |
|---|---|---|---|---|---|
| گزینشگر | سیدسپهر متولیان | امیرمحمد کریمی | امیرمحمد کریمی | حسام نادری | آرش ظریف |
| گروه ویراستاری | امیرحسین ابومحبوب<br>یاسین کشاورزی<br>مهرداد ملوندی | امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی | امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی | سینا صالحی<br>حسین بصیرترکمبور<br>زهره آقامحمدی | یاسر راش<br>مجتبی محجوب<br>فرزاد حلاج‌مقدم<br>احسان پنجه‌شاهی |
| مسئول درس | سیدسپهر متولیان | امیرمحمد کریمی | امیرمحمد کریمی | حسام نادری | آرش ظریف |
| مستندسازی | سمیه اسکندری | سجاد سلیمی | سجاد سلیمی | علیرضا همایون‌خواه | امیرحسین توحیدی |
| ویراستاران (مستندسازی) | معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا-فرشته کمبرانی-احسان میرزینلی | | | مهدی صالحی<br>پرهام مهرآرا | محسن دستجردی<br>عرفان قره‌مشک<br>آتیلا ذاکری |

## گروه فنی و تولید

| | | |
|---|---|---|
| مدیر گروه | مهرداد ملوندی | |
| مسئول دفترچه | نرگس غنی‌زاده | |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری | مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروف‌نگار | فرزانه فتح اله‌زاده | |
| ناظر چاپ | سوران نعیمی | |


**گروه آزمون**

**بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)**

**دفتر مرکزی:** خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

## حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۲»** *(آرین غلامی‌راد)*

**مجموع جملات نهم تا یازدهم برابر است با:**

$$a_۹ + a_{۱۰} + a_{۱۱} = S_{۱۱} - S_۸$$

$$\begin{cases} S_{۱۱} = ۲۲ \times ۵۲ = ۱۱۴۴ \\ S_۸ = ۱۶ \times ۳۷ = ۵۹۲ \end{cases} \Rightarrow S_{۱۱} - S_۸ = ۵۵۲$$

*(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)*

---

۲- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نادری)*

**می‌دانیم مجموع n جملهٔ اول یک دنبالهٔ هندسی از فرمول** $S_n = \frac{a_۱(۱-q^n)}{۱-q}$ **به‌دست می‌آید که در آن** $a_۱$ **جملهٔ اول و** $q$ **قدرنسبت است. داریم:**

$$\begin{cases} S_۸ = \frac{a_۱(۱-q^۸)}{۱-q} = ۷۶۵ \\ S_۴ = \frac{a_۱(۱-q^۴)}{۱-q} = ۴۵ \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{S_۸}{S_۴} = \frac{\frac{a_۱(۱-q^۸)}{۱-q}}{\frac{a_۱(۱-q^۴)}{۱-q}} = \frac{۷۶۵}{۴۵}$$

$$\Rightarrow \frac{۱-q^۸}{۱-q^۴} = ۱۷ \Rightarrow \frac{(۱-q^۴)(۱+q^۴)}{۱-q^۴} = ۱۷ \Rightarrow ۱+q^۴ = ۱۷$$

$$\Rightarrow q^۴ = ۱۶ \Rightarrow q = \pm\sqrt[۴]{۱۶} = \pm ۲$$

**دنباله صعودی است، لذا** $q > ۱$ **است.** $q = ۲$

$$S_۴ = ۴۵ \Rightarrow \frac{a_۱(۱-۲^۴)}{۱-۲} = ۴۵ \Rightarrow -۱۵a_۱ = -۴۵ \Rightarrow a_۱ = ۳$$

$$S_۹ = \frac{۳(۱-۲^۹)}{۱-۲} = \frac{۳(۱-۵۱۲)}{-۱} = ۱۵۳۳$$

*(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)*

---

۳- **گزینهٔ «۴»** *(حمید علیزاده)*

**با فرض** $x_۱ = \sin\alpha$ **و** $x_۲ = \cos\alpha$ **رابطهٔ** $\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha = ۱$ **برقرار است و در نتیجه داریم:** $x_۱^۲ + x_۲^۲ = ۱$

$$۹x^۲ - ۳(۱+۲\sqrt{۲})x + k\sqrt{۲} = ۰ \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{-b}{a} = \frac{۱+۲\sqrt{۲}}{۳} \\ P = \frac{c}{a} = \frac{k\sqrt{۲}}{۹} \end{cases}$$

$$x_۱^۲ + x_۲^۲ = S^۲ - ۲P = ۱ \Rightarrow \frac{۱+۸+۴\sqrt{۲}}{۹} - \frac{۲\sqrt{۲}k}{۹} = ۱$$

$$\Rightarrow ۹ + ۴\sqrt{۲} - ۲\sqrt{۲}k = ۹ \Rightarrow k = ۲ \Rightarrow P = \frac{۲\sqrt{۲}}{۹}$$

$$t_۱ = \tan\alpha, t_۲ = \cot\alpha$$

$$S_{\text{جدید}} = t_۱ + t_۲ = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}$$

$$= \frac{۱}{P} = \frac{۱}{\frac{۲\sqrt{۲}}{۹}} = \frac{۹\sqrt{۲}}{۴}$$

$$P_{\text{جدید}} = t_۱t_۲ = \tan\alpha\cot\alpha = ۱$$

**معادلهٔ جدید :** $x^۲ - Sx + P = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۹\frac{\sqrt{۲}}{۴}x + ۱ = ۰$

$$\Rightarrow ۴x^۲ - ۹\sqrt{۲}x + ۴ = ۰$$

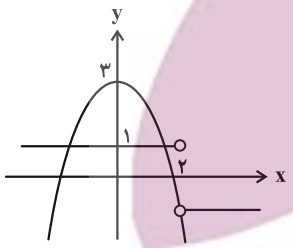
*(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)*

---

۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

**نمودار دو تابع** $f(x) = \frac{|x-۲|}{۲-x}$ **و** $g(x) = ۳ - x^۲$ **را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:**

$$f(x) = \frac{|x-۲|}{۲-x} = \begin{cases} -۱ & , \quad x > ۲ \\ ۱ & , \quad x < ۲ \end{cases}$$




**توابع** $f$ **و** $g$ **در ۲ نقطه متقاطع‌اند، پس معادله ۲ جواب دارد.**

*(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۴ و ۲۳ تا ۲۸)*

---

۵- **گزینهٔ «۲»** *(حمید علیزاده)*

$$A \xrightarrow[\text{سرعت موتور}]{\frac{۱۰\text{km}}{v}} B \xrightarrow[\text{سرعت ماشین}]{\frac{۲۴\text{km}}{v+۲}} C$$

$$t_{AB} + \underbrace{t_B}_{\text{توقف}} + t_{BC} = \underbrace{۳/۵}_{\text{ساعت}} \xrightarrow{x=vt \Rightarrow t=\frac{x}{v}}$$

$$\frac{۱۰}{v} + ۰/۵ + \frac{۲۴}{v+۲} = ۳/۵ \Rightarrow \frac{۱۰}{v} + \frac{۲۴}{v+۲} = ۳ \xrightarrow{\times v(v+۲)}$$

$$۱۰v + ۲۰ + ۲۴v = ۳v(v+۲) \Rightarrow ۳v^۲ - ۲۸v - ۲۰ = ۰$$

$$\Rightarrow v = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{۲۸ \pm ۳۲}{۶} \Rightarrow \begin{cases} v = ۱۰ \\ v = -\frac{۲}{۳} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{سرعت ماشین}}{\text{سرعت موتور}} = \frac{v+۲}{v} = \frac{۱۲}{۱۰} = ۱/۲$$

*(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)*

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۶- **گزینهٔ «۲»** *(احسان غنی‌زاده)*

$$\sqrt{x+7+6\sqrt{x}}=2+\sqrt{x+3}$$

$$\xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان دو}} x+6\sqrt{x}+7=4+4\sqrt{x+3}+x+3$$

$$\Rightarrow x+6\sqrt{x}+7=x+4\sqrt{x+3}+7$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{x}=4\sqrt{x+3}\xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان دو}}36x=16x+48$$

$$\Rightarrow 20x=48\Rightarrow x=2/4$$

$$\xrightarrow{x=2/4}\frac{\sqrt{5x+4}}{2+\sqrt{15x}}=\frac{\sqrt{16}}{2+\sqrt{36}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

*(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)*

---

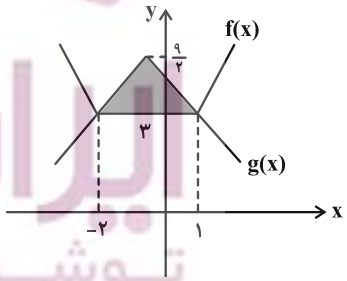
۷- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی ناردی)*

**نمودار توابع $f$ و $g$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:**

$$f(x)=|x-1|+|x+2|=\begin{cases}-x+1-x-2 & , \quad x\le -2\\ -x+1+x+2 & , \quad -2<x<1\\ x-1+x+2 & , \quad x\ge 1\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}-2x-1 & , \quad x\le -2\\ 3 & , \quad -2<x<1\\ 2x+1 & , \quad x\ge 1\end{cases}$$

$$g(x)=-|x+\frac{1}{2}|+\frac{9}{2}=\begin{cases}-x+4 & ; \quad x\ge -\frac{1}{2}\\ x+5 & ; \quad x<-\frac{1}{2}\end{cases}$$




$$S=\frac{1}{2}(1-(-2))\times(\frac{9}{2}-3)=\frac{1}{2}\times 3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$$

*(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)*

---

۸- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

$$|2x+1|+|3a-2|=5\Rightarrow|2x+1|=5-|3a-2|$$

**شرط آن‌که معادلهٔ فوق جواب نداشته باشد، این است که عبارت سمت راست منفی باشد:**

$$5-|3a-2|<0\Rightarrow 5<|3a-2|$$

$$\Rightarrow\begin{cases}3a-2>5\Rightarrow a>\frac{7}{3}\\ 3a-2<-5\Rightarrow a<-1\end{cases}$$

**بنابراین مجموعه جواب برابر با $\mathbb{R}-[-1,\frac{7}{3}]$ است.**

*(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)*

---

۹- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی ناردی)*

**چون $A$ و $B$ دو سر قطر دایره‌اند، بنابراین وسط پاره‌خط $AB$ مرکز دایره است.**

$$\begin{cases}A(a,2a+1)\\ B(2,3)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{مرکز دایره}}O(\frac{a+2}{2},\frac{2a+1+3}{2})=(\frac{a+2}{2},\frac{2a+4}{2})$$

**نقطهٔ $O$ روی نیمساز ناحیه‌های اول و سوم قرار دارد، یعنی روی خط $y=x$ واقع است، پس طول و عرض نقطهٔ $O$ با هم برابرند.**

$$y=x\Rightarrow\frac{2a+4}{2}=\frac{a+2}{2}\Rightarrow 2a+4=a+2\Rightarrow a=-2$$

**لذا مختصات مرکز دایره عبارت است از:** $O(0,0)$

**و حال فاصلهٔ نقطهٔ $O(0,0)$ از خط $x-2y+1=0$ را به‌دست می‌آوریم:**

$$d=\frac{|1\times 0-2\times 0+1|}{\sqrt{1+4}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

*(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)*

---

۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(جهانبخش نیکنام)*

**مثلث در رأس $A$ قائمه می‌باشد، پس شیب $AB$ و $AC$، قرینه و معکوس همدیگر هستند.**

$$\begin{cases}m_{AB}=\frac{2k-6}{4}=\frac{k-3}{2}\\ m_{AC}=\frac{4}{2-k}\end{cases}\Rightarrow\frac{k-3}{2}=\frac{k-2}{4}\Rightarrow k=4$$

$$\Rightarrow B(6,5),C(4,-1)$$

**مساحت مثلث $ABC$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:**

$$AB=\sqrt{(5-3)^2+(6-3)^2}=\sqrt{20}$$

$$AC=\sqrt{(-1-3)^2+(4-2)^2}=\sqrt{20}$$

$$S=\frac{1}{2}AB\times AC=\frac{1}{2}\times\sqrt{20}\times\sqrt{20}=10$$

*(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)*

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

## حسابان ۲

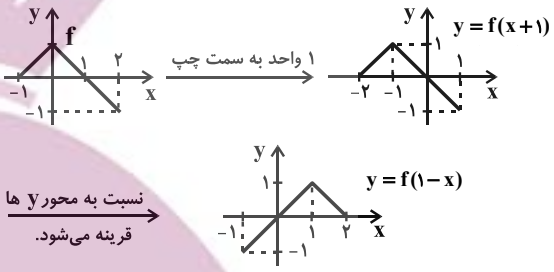
۱۱- **گزینهٔ «۲»** *(حمید مام قادری)*

$f(-x)=f(x)$ به این معناست که اگر نمودار تابع $f$ را نسبت به محور $x$ها قرینه کنیم، نمودار به دست آمده منطبق بر نمودار تابع $f$ می‌شود. بنابراین تنها گزینه‌ای که این شرایط را دارد گزینهٔ «۲» است.

*(حسابان ۲- مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۱۲)*

---

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد سجادی‌لاریجانی)*




*(حسابان ۲- مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۱۲)*

---

۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(سیدسپهر متولیان)*

فرض می‌کنیم مختصات $A'$ به صورت $A'(x_0,y_0)$ باشد:

$$\begin{cases} x_0=5-2=3 \\ y_0-5=-3\Rightarrow y_0=2 \end{cases}$$

پس $A'(3,2)$ است. حال مقادیر $OA$، $OA'$ و $AA'$ را به دست می‌آوریم:

$$OA=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$$

$$OA'=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$$

$$AA'=\sqrt{(3-2)^2+(2-(-3))^2}=\sqrt{26}$$

طبق عکس قضیهٔ فیثاغورس، $\overset{\Delta}{OAA'}$ قائم‌الزاویه بوده و مساحت آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$S=\frac{1}{2}OA\times OA'=\frac{13}{2}$$

*(حسابان ۲- صفحهٔ ۱۰)*

---

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(علی‌اصغر شریفی)*

قرینه نسبت به خط $y=x$ یعنی همان وارون کردن:

$$y=\sqrt{x-1};y\geq 0\Rightarrow y^2=x-1\Rightarrow y^2+1=x$$

جای $x$ و $y$ را عوض می‌کنیم:

$$y=x^2+1\xrightarrow{\text{۳ واحد به راست}}y=(x-3)^2+1;x\geq 3$$

$$\xrightarrow{\text{انبساط عمودی}}y=2(x-3)^2+2$$

$$y=10\Rightarrow 10=2(x-3)^2+2$$

$$\Rightarrow (x-3)^2=4\Rightarrow \begin{cases} x=5 & \checkmark \\ x=1 & \times \end{cases}$$

*(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)*

---

۱۵- **گزینهٔ «۴»** *(کاظم ابلالی)*

تابع $f$ ابتدا نسبت به محور $x$ها قرینه و عرض نقاط آن در مقدار مثبت $|a|$ ضرب شده است. سپس نمودار حاصل ۲ واحد به راست و ۲ واحد به بالا منتقل شده است و نمودار $g$ حاصل شده است.

$$g(x)=a|x-b|+c=a|x-2|+2\Rightarrow b=2,c=2$$

از طرفی مختصات نقطه $(\frac{8}{3},0)$ در ضابطه باید صدق کند:

$$0=a|\frac{8}{3}-2|+2\Rightarrow a=-\frac{2}{\frac{2}{3}}=-3\Rightarrow ab+c=-6+2=-4$$

*(حسابان ۲- مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۷)*

---

۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده می‌کنیم:

$$g(x)=\sqrt{9x+18}=\sqrt{9(x+2)}=3\sqrt{x+2}$$

بنابراین برای رسم نمودار تابع $g(x)=3\sqrt{x+2}$ از روی نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x-1}$ کافی است ابتدا نمودار تابع $f$ را سه واحد به چپ انتقال داده، سپس عرض هر نقطه را ۳ برابر کرده تا نمودار تابع $g(x)=3\sqrt{x+2}=\sqrt{9x+18}$ حاصل شود.

*(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)*

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

ابتدا دامنه تابع $y = f(2x+1)$ را بدست می‌آوریم:

$$D_f = [-3,5] \Rightarrow -3 \le 2x+1 \le 5$$
$$\Rightarrow -2 \le x \le 2 \Rightarrow D_{y=f(2x+1)} = D_{y=g(-3x+2)} = [-2,2]$$

دامنه تابع $g$ برابر است با:

$$-2 \le x \le 2 \Rightarrow -6 \le -3x \le 6 \Rightarrow -4 \le -3x+2 \le 8$$
$$\Rightarrow D_g = [-4,8]$$

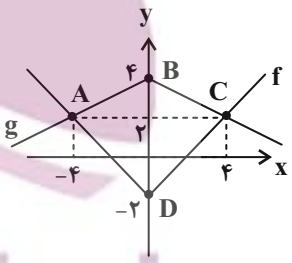
*(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)*

---

۱۸- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

ابتدا نمودار تابع $f$ را رسم می‌کنیم.

برای رسم نمودار تابع $g$، طول هر نقطه تابع $f$ باید دو برابر شود و عرض هر نقطه قرینه شده و سپس ۲ واحد اضافه گردد.




مختصات نقاط $A$ و $C$ به صورت زیر به دست آمده‌اند:

$$|x|-2 = -|\frac{x}{2}|+4 = -\frac{1}{2}|x|+4 \Rightarrow |x| = 4$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = -4 \\ x_C = 4 \end{cases}, y_A = y_C = 2$$

قطرهای چهارضلعی $ABCD$ بر هم عمودند و مساحت آن برابر نصف حاصل‌ضرب اندازه قطرهاست.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

*(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)*

۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(پویان طهرانیان)*

خط $x = \frac{1}{3}$ محور تقارن سهمی $y = 3x^2 - 2x + 1$ است $(x = -\frac{b}{2a})$، پس با تقارن نسبت به این خط، ضابطه و نمودار تابع تغییری نمی‌کند. حال ۲ واحد به سمت $x$های منفی انتقال می‌دهیم:

$$y = 3(x+2)^2 - 2(x+2) + 1 = 3x^2 + 10x + 9$$

و سپس این تابع را با خط $y = 1 - 4x$ تقاطع می‌دهیم:

$$3x^2 + 10x + 9 = 1 - 4x \Rightarrow 3x^2 + 14x + 8 = 0$$
$$= (3x+2)(x+4) = 0 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = -4$$

*(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)*

---

۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

برای رسم نمودار تابع $g$، نمودار تابع $f$ را یک واحد به چپ می‌بریم، طول و عرض نقاط آن را در $-2$ ضرب می‌کنیم و در نهایت ۳ واحد به بالا انتقال می‌دهیم.

پس برای به دست آوردن دامنهٔ $g$، بازه $[-1, 3]$ را یک واحد به چپ می‌بریم تا به $[-2, 2]$ تبدیل شود و سپس مقادیر این بازه را در ۲- ضرب می‌کنیم تا به $[-4, 4]$ تبدیل شود.

$$\Rightarrow D_g = [-4, 4]$$

برای برد هم می‌توانیم بنویسیم:

$$1 \le f(1-\frac{x}{2}) \le 5 \Rightarrow -10 \le -2f(1-\frac{x}{2}) \le -2$$
$$\Rightarrow -7 \le g(x) = 3 - 2f(1-\frac{x}{2}) \le 1 \Rightarrow R_g = [-7, 1]$$
$$\Rightarrow D_g - R_g = [-4, 4] - [-7, 1] = (1, 4]$$

*(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)*

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

## ریاضی ۱

۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(حسین پوراسماعیل)*

$$[-\frac{۱}{۲},\frac{۱۶}{۳}]-\mathbb{W}=[-\frac{۱}{۲},\frac{۱۶}{۳}]-\{۰,۱,۲,۳,۴,۵\}$$
$$=[-\frac{۱}{۲},۰)\cup(۰,۱)\cup(۱,۲)\cup(۲,۳)\cup(۳,۴)\cup(۴,۵)\cup(۵,\frac{۱۶}{۳}]$$

**که حداقل از ۷ بازه جدا از هم تشکیل شده است.**

*(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)*

---

۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمد بحیرایی)*

$$\begin{cases}n(U)=۵۰\\ n(A')=۲۰\end{cases}\Rightarrow n(A)=۵۰-۲۰=۳۰$$

$$\Rightarrow n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

$$=n(A)+n(B-A)=۳۰+۷=۳۷$$

*(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۳)*

---

۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی محمدپور)*

$$A=\{۱,۹,۸۱,\ldots\}\text{ و }B=\{۰,۱,۴,۹,۱۶,\ldots\}\Rightarrow A\subseteq B$$

**مجموعه‌های $A\cup B=B$، $A\cap B=A$ و $A'$ نامتناهی هستند.**

**مجموعهٔ $A-B=\varnothing$ متناهی است.**

*(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۵ تا ۷)*

---

۲۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

**در هر دنبالهٔ حسابی اختلاف هر جمله با جملهٔ قبلش برابر قدرنسبت است.**

$$a_۵^۲+a_۷^۲=a_۶^۲+a_۸^۲+۱۰$$
$$\Rightarrow(a_۶^۲-a_۵^۲)+(a_۸^۲-a_۷^۲)=-۱۰$$
$$\Rightarrow(a_۶-a_۵)(a_۶+a_۵)+(a_۸-a_۷)(a_۸+a_۷)=-۱۰$$
$$\Rightarrow ۴(a_۶+a_۵)+۴(a_۸+a_۷)=-۱۰$$
$$\Rightarrow a_۵+a_۶+a_۷+a_۸=-\frac{۱۰}{۴}=-\frac{۵}{۲}$$

*(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)*

---

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(میثم بهرامی‌جویا)*

**تعداد کل دایره (به صورت مستطیل):** $۱\times۱,۲\times۳,۳\times۵,\ldots,n(۲n-۱)$

**تعداد دایره رنگی (به‌صورت مثلث)** $=\frac{n(n+۱)}{۲}\xrightarrow{n=۱۰}\frac{۱۰\times۱۱}{۲}=۵۵$

**تعداد دایره‌های سفید** $=n(۲n-۱)-\frac{n(n+۱)}{۲}$

$$\xrightarrow{n=۱۰}۱۰\times۱۹-\frac{۱۰\times۱۱}{۲}=۱۳۵$$

$$\Rightarrow\frac{\text{رنگی}}{\text{سفید}}=\frac{۵۵}{۱۳۵}=\frac{۱۱}{۲۷}$$

*(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)*

---

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(وحید رامتی)*

$$۳x-۲,\underbrace{-۲x+۱۴}_{\text{واسطهٔ حسابی}},۵x+۶\Rightarrow ۲(-۲x+۱۴)=۳x-۲+۵x+۶$$

$$\Rightarrow -۴x+۲۸=۸x+۴\Rightarrow ۲۴=۱۲x\Rightarrow x=۲$$

$$۱۶,۱۰,۴,\ldots\Rightarrow a_۱+(n-۱)d>-۳۸$$
$$\Rightarrow ۱۶-۶(n-۱)>-۳۸\Rightarrow ۶n<۶۰\Rightarrow n<۱۰$$

**پس ۹ جملهٔ این دنباله، بزرگ‌تر از ۳۸- می‌باشند.**

*(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)*

۲۷- **گزینهٔ «۱»** (کاظم اجلالی)

اگر جملات دنبالهٔ هندسی به صورت $a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3, a_1q^4, \ldots$ باشند، باید طبق فرض سوال $a_1q^4$ ، $a_1q^2$ ، $a_1q$ سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی باشند. بنابراین:

$$2a_1q^2 = a_1q + a_1q^4$$

$$\Rightarrow 2q^2 = q + q^4 \Rightarrow q^4 - 2q^2 + q = q(q^3 - 2q + 1) = 0$$

$$\xrightarrow{q\neq 0} (q^3 - 2q + 1) = (q-1)(q^2 + q - 1) = 0$$

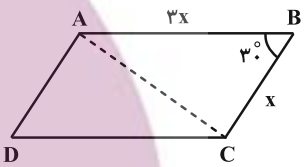
$$\xrightarrow{q\neq 1} q^2 + q - 1 = 0 \xrightarrow{q>0} q = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

---

۲۸- **گزینهٔ «۴»** (غلامرضا نیازی)

ابتدا یک شکل فرضی مناسب برای سؤال رسم می‌کنیم:




$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = S_{\overset{\Delta}{ADC}} \Rightarrow S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} = 2S_{\overset{\Delta}{ABC}}$$

$$= 2\times\frac{1}{2}(x)(3x)\sin 30^\circ$$

$$S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} = 3x^2\times\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$$

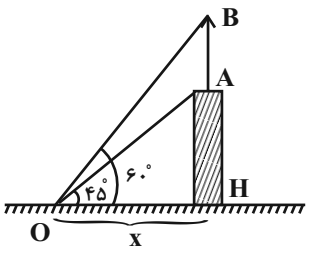
$$\Rightarrow \text{محیط} = 2(x+3x) = 8x = 16\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

---

۲۹- **گزینهٔ «۲»** (بهرام ملاح)

با رسم شکل برای موقعیت نهایی فرد داریم:




$$\overset{\Delta}{OAH}: \tan 45^\circ = \frac{AH}{x} = 1 \Rightarrow AH = x$$

$$\overset{\Delta}{OBH}: \tan 60^\circ = \frac{BH}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow BH = x\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AB = x\sqrt{3} - x = x(\sqrt{3}-1) = 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{\sqrt{3}-1} = 6(\sqrt{3}+1)$$

مقدار جابه‌جایی $= 6(\sqrt{3}+1) - 6 = 6\sqrt{3}$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

---

۳۰- **گزینهٔ «۴»** (عاطفه خان‌محمدی)

$$\frac{\cos 60^\circ \times \cot 45^\circ}{1+\tan 30^\circ \times \tan 60^\circ} = \frac{\frac{1}{2}\times 1}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1)\ \frac{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}{1-\tan^2 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\frac{2}{3}} = \sqrt{3}$$

$$2)\ \frac{\cos 60^\circ \times \cot 30^\circ}{2\sin 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}\times\sqrt{3}}{2\times\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3)\ \frac{1-2\sin^2 30^\circ}{\cos^2 45^\circ} = \frac{1-2(\frac{1}{2})^2}{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{1-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

$$4)\ \frac{\sin 60^\circ \times \sin 30^\circ}{\tan 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{4}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

## هندسه ۲

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

فرض کنید $\overset{\frown}{AD} = ۳x$ باشد. در این صورت داریم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BC} = ۳x \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = \frac{۷}{۳}\overset{\frown}{AD} = ۷x$$

$AC$ قطر دایره است، بنابراین داریم:

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۷x + ۳x = ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow ۱۰x = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x = ۱۸^\circ$$

$$B\hat{A}C = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۲} = \frac{۳\times ۱۸^\circ}{۲} = ۲۷^\circ$$ (زاویهٔ محاطی)

*(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)*

---

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(محمد خندان)*

$$B\hat{T}C = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۲} \Rightarrow ۱۱۰^\circ = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۲۲۰^\circ$$ (زاویهٔ محاطی)

$$\Rightarrow \overset{\frown}{BTC} = ۳۶۰^\circ - ۲۲۰^\circ = ۱۴۰^\circ$$

فرض کنید $\hat{A} = x$ ، $\overset{\frown}{TC} = z$ و $\overset{\frown}{BT} = y$ باشد. در این صورت داریم:

$$\hat{B} = ۳\hat{A} \Rightarrow \frac{z}{۲} = ۳x \Rightarrow z = ۶x \qquad (۱)$$

$$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{BT} - \overset{\frown}{TC}}{۲} \Rightarrow \frac{y-z}{۲} = x \Rightarrow y - z = ۲x$$

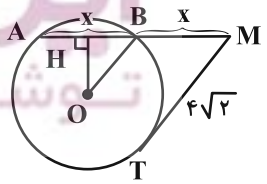
$$\xrightarrow{(۱)} y - ۶x = ۲x \Rightarrow y = ۸x$$

$$\overset{\frown}{BT} + \overset{\frown}{TC} = ۱۴۰^\circ \Rightarrow ۸x + ۶x = ۱۴۰^\circ \Rightarrow ۱۴x = ۱۴۰^\circ$$
$$\Rightarrow x = ۱۰^\circ \Rightarrow y = ۸\times ۱۰^\circ = ۸۰^\circ$$

*(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)*

---

۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*




با توجه به فرض سؤال $AB = BM = x$ و $MT = ۴\sqrt{۲}$، در نتیجه طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$MB.MA = MT^۲ \Rightarrow ۲x^۲ = ۳۲ \Rightarrow AB = x = ۴$$

از مرکز دایره، عمود $OH$ را بر وتر $AB$ فرود می‌آوریم. داریم:

$$BH = \frac{AB}{۲} = ۲ \ , \ OB = R = ۲\sqrt{۱۷}$$

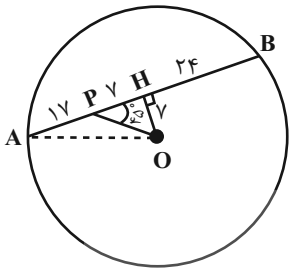
$$\xrightarrow{\text{فیثاغورس}} OH = \sqrt{OB^۲ - BH^۲} = \sqrt{۶۸ - ۴} = ۸$$

*(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳، ۱۸ و ۱۹)*

---

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

از مرکز دایره عمود $OH$ را بر وتر $AB$ رسم می‌کنیم نقطهٔ $H$ وسط وتر است و داریم:




$$AH = BH = \frac{۳۱ + ۱۷}{۲} = ۲۴ \Rightarrow PH = ۷$$

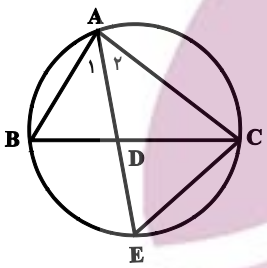
همچنین مثلث $OPH$ قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است، پس داریم:

$$OH = PH = ۷$$
$$\Rightarrow AO = \sqrt{AH^۲ + OH^۲} = \sqrt{۲۴^۲ + ۷^۲} = ۲۵$$

*(هندسه ۲- دایره: صفحهٔ ۱۳)*

---

۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*




$$\hat{A}_۱ = B\hat{C}E = \frac{\overset{\frown}{BE}}{۲} \xrightarrow{\hat{A}_۱ = \hat{A}_۲} \hat{A}_۲ = B\hat{C}E$$

$$\left.\begin{matrix}\hat{A}_۲ = B\hat{C}E \\ \hat{E} = \hat{E}\end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تساوی دوزاویه}} \overset{\Delta}{AEC} \sim \overset{\Delta}{DEC} \Rightarrow \frac{DE}{CE} = \frac{CE}{AE}$$

$$\Rightarrow AE \times DE = CE^۲ \qquad (۱)$$

حال طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AD \times DE = BD.DC \qquad (۲)$$

با کم کردن طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) داریم: $DE^۲ = CE^۲ - BD.DC$

*(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)*

---

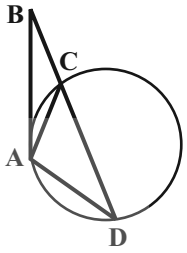
۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیر وفائی)*

$$\overset{\Delta}{ABD} : AB = AD \Rightarrow \hat{D} = \hat{B} \qquad (*)$$

$$\left.\begin{matrix}\text{(زاویهٔ ظلی)}\ B\hat{A}C = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲} \\ \text{(زاویهٔ محاطی)}\ \hat{D} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲}\end{matrix}\right\} \Rightarrow B\hat{A}C = \hat{D} \xrightarrow{(*)} B\hat{A}C = \hat{B} \xrightarrow{\overset{\Delta}{ABC}} BC = AC = ۱۰$$

طبق رابطهٔ طولی در دایره داریم:

$$AB^{۲} = BC \times BD \Rightarrow ۲۵۶ = ۱۰ \times BD$$
$$\Rightarrow BD = ۲۵/۶ \Rightarrow CD = ۱۵/۶$$
$$\overset{\Delta}{ACD}\ \text{محیط} = ۱۵/۶ + ۱۰ + ۱۶ = ۴۱/۶$$




(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

---

۳۷- **گزینهٔ «۳»** (داریوش ناظمی)

$$\hat{E} = \frac{\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BC}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BC} = ۲x \qquad (۱)$$

$$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{DC} + \overset{\frown}{BC}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{DC} + \overset{\frown}{BC} = ۶x \xrightarrow{\overset{\frown}{DC}=۲x} \overset{\frown}{BC} = ۴x \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow \overset{\frown}{AD} = ۶x$$

$$\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DC} + \overset{\frown}{BC} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۱۲x = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow x = ۱۵^\circ$$

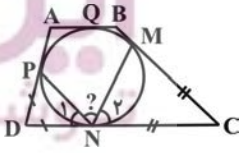
(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

---

۳۸- **گزینهٔ «۲»** (مهرداد ملوندی)

چون ABCD ذوزنقه است، پس:

$$\hat{D} = ۱۸۰^\circ - \hat{A} = ۷۰^\circ, \hat{C} = ۱۸۰^\circ - \hat{B} = ۴۰^\circ$$




می‌دانیم اگر از نقطه‌ای خارج دایره، دو مماس بر آن دایره رسم کنیم، طول دو مماس با هم برابر است. پس:

$$\begin{cases} DP = DN \Rightarrow \hat{N}_۱ = \frac{۱۸۰^\circ - \hat{D}}{۲} = \frac{۱۱۰^\circ}{۲} = ۵۵^\circ \\ CM = CN \Rightarrow \hat{N}_۲ = \frac{۱۸۰^\circ - \hat{C}}{۲} = \frac{۱۴۰^\circ}{۲} = ۷۰^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{MNP} = ۱۸۰^\circ - (\hat{N}_۱ + \hat{N}_۲) = ۱۸۰^\circ - ۱۲۵^\circ = ۵۵^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

---

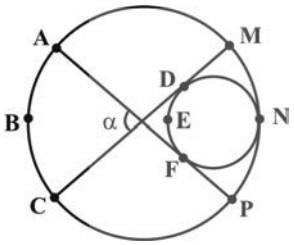
۳۹- **گزینهٔ «۴»** (رضا بخشنده)

با فرض $\overset{\frown}{MNP} = ۱۰۲^\circ$ و $\overset{\frown}{ABC} = \overset{\frown}{DEF} = x$، مطابق شکل داریم:

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{ABC} + \overset{\frown}{MNP}}{۲} \Rightarrow ۲\alpha = x + ۱۰۲^\circ \quad (۱)$$

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{DNF} - \overset{\frown}{DEF}}{۲} \Rightarrow \alpha = \frac{(۳۶۰^\circ - x) - x}{۲}$$

$$\Rightarrow \alpha = ۱۸۰^\circ - x \qquad (۲)$$




با جمع طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$۲\alpha + \alpha = (x + ۱۰۲^\circ) + (۱۸۰^\circ - x) \Rightarrow ۳\alpha = ۲۸۲^\circ \Rightarrow \alpha = ۹۴^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

---

۴۰- **گزینهٔ «۱»** (مهبوبه بهادری)

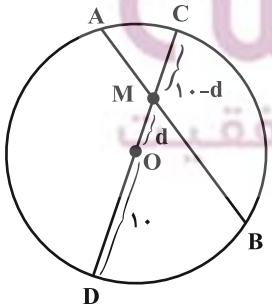
مطابق شکل فرض کنید $DM = ۷CM$ باشد. در این صورت طبق روابط طولی برای دو وتر متقاطع درون دایره داریم:

$$AM \times BM = CM \times DM \Rightarrow ۲CM \times BM = CM \times ۷CM$$

$$\Rightarrow BM = \frac{۷}{۲}CM = \frac{۷}{۲} \times \frac{۱}{۲}AM = \frac{۷}{۴}AM$$

$$AB = ۱۱ \Rightarrow AM + BM = ۱۱ \Rightarrow AM + \frac{۷}{۴}AM = ۱۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱۱}{۴}AM = ۱۱ \Rightarrow AM = ۴ \Rightarrow BM = \frac{۷}{۴} \times ۴ = ۷$$




حال طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AM.BM = MC.MD = (۱۰ - d)(۱۰ + d) = ۱۰۰ - d^{۲}$$

$$\Rightarrow ۴ \times ۷ = ۱۰۰ - d^{۲} \Rightarrow d^{۲} = ۷۲ \Rightarrow d = ۶\sqrt{۲}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحهٔ ۱۸)

## هندسه ۳

۴۱- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$A=\begin{bmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & a & 0\\ 0 & 0 & a\end{bmatrix}\Rightarrow A+B+C=A+\frac{1}{2}A-4A$$

$$=\frac{-5}{2}A=-\frac{5}{2}\begin{bmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & a & 0\\ 0 & 0 & a\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B+C \text{ مجموع درایه‌های } =\frac{-5}{2}\times 3a=\frac{-15}{2}\Rightarrow a=1$$

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=I\Rightarrow B=\frac{1}{2}I$$

*(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)*

---

۴۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرمحمد کریمی)*

$$AB=\begin{bmatrix}2\alpha+1 & 1\\ 1 & \beta\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\alpha & 2\alpha+1\\ 1-\beta & 1\end{bmatrix}$$

می‌دانیم در ماتریس قطری تمام درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی برابر با صفر هستند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases}2\alpha+1=0\Rightarrow \alpha=-\frac{1}{2}\\ 1-\beta=0\Rightarrow \beta=1\end{cases}\Rightarrow \alpha^2+\alpha\beta=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$$

*(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)*

*(مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۱۸)*

---

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

یک ماتریس مربعی، قطری است هرگاه تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن برابر صفر باشند، بنابراین داریم:

$$AB=\begin{bmatrix}2 & a\\ b & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2+2a & -4+a\\ b-2 & -2b-1\end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{قطری}}\begin{cases}-4+a=0\Rightarrow a=4\\ b-2=0\Rightarrow b=2\end{cases}$$

$$AC=\begin{bmatrix}2 & 4\\ 2 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}c & 5\\ 2 & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2c+8 & 10+4d\\ 2c-2 & 10-d\end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{قطری}}\begin{cases}10+4d=0\Rightarrow d=-2/5\\ 2c-2=0\Rightarrow c=1\end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b+c+d=4+2+1-2/5=4/5$$

*(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)*

---

۴۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

چون ماتریس $A$، ماتریسی قطری است، پس درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن برابر صفر هستند. داریم:

$$2b+1=0\Rightarrow 2b=-1\Rightarrow b=-\frac{1}{2}$$

$$a-2b=0\Rightarrow a+1=0\Rightarrow a=-1$$

با جای‌گذاری مقادیر $a$ و $b$ در ماتریس $A$ داریم:

$$A=\begin{bmatrix}c^2-1 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix}\Rightarrow A\times A=\begin{bmatrix}(c^2-1)^2 & 0\\ 0 & 3^2\end{bmatrix}$$

ماتریس $A\times A$، ماتریسی اسکالر است، پس درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگرند:

$$(c^2-1)^2=(3)^2\Rightarrow\begin{cases}c^2-1=3\Rightarrow c^2=4\Rightarrow\begin{cases}c=2\\ c=-2\end{cases}\\ c^2-1=-3\Rightarrow c^2=-2\quad\times\end{cases}$$

$$\Rightarrow \max(a+c)=-1+2=1$$

*(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)*

۴۵- **گزینهٔ «۴»** *(یاسین سپهر)*

**دو ماتریس هم‌مرتبه با هم برابرند هرگاه درایه‌های نظیر به نظیر برابر داشته باشند. بنابراین داریم:**

$$\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$$

$$y-3=t+1 \xrightarrow{y=3} t+1=0 \Rightarrow t=-1$$

$$-t+1=z \xrightarrow{t=-1} z=2$$

**با توجه به مقادیر به‌دست آمده داریم:**

$$x+y+z+t=8$$

*(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحهٔ ۱۳)*

*(مشابه مثال صفحهٔ ۱۳)*

---

۴۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} + 2X = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2X = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2X = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

**بنابراین حاصل‌جمع درایه‌های ماتریس $X$، برابر ۶ است.**

*(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)*

---

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

$$\left.\begin{matrix} c_{21}=2a_{21}-b_{21} \Rightarrow c_{21}=2(3)-a=6-a \\ c_{32}=2a_{32}-b_{32} \Rightarrow c_{32}=2m-(-1)=2m+1 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{c_{21}=c_{32}} 2m+a=5$$

$$\left.\begin{matrix} c_{11}=2a_{11}-b_{11} \Rightarrow c_{11}=2(a-1)-(-a)=3a-2 \\ c_{22}=2a_{22}-b_{22} \Rightarrow c_{22}=2(-1)-2=-4 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{c_{11}=-c_{22}} a=2$$

$$2m+a=5 \xrightarrow{a=2} m=\frac{3}{2} \Rightarrow a-2m=-1$$

*(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)*

۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمحمد کریمی)*

$$\begin{bmatrix} \cos^2 22/5^\circ & \sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ \\ -\sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ & \cos^2 22/5^\circ \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} \sin^2 22/5^\circ & -\sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ \\ \sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ & \sin^2 22/5^\circ \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \cos^2 22/5^\circ + \sin^2 22/5^\circ & 0 \\ 0 & \cos^2 22/5^\circ + \sin^2 22/5^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

*(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)*

---

۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(محمد هجری)*

$$\begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2+y & xy+x \\ xy+y & y^2+x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 12 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\left(x^2+y\right)-\left(y^2+x\right)=\left(x^2-y^2\right)-(x-y)$$

$$=(x-y)(x+y-1)=18-8=10 \qquad (1)$$

$$(xy+x)-(xy+y)=x-y=12-10=2 \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 2(x+y-1)=10$$

$$\Rightarrow x+y-1=5 \Rightarrow x+y=6$$

$$\left.\begin{matrix} x-y=2 \\ x+y=6 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x=4 \\ y=2 \end{matrix}$$

**حال داریم:**

*(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)*

---

۵۰- **گزینهٔ «۴»** *(یاسین سپهر)*

**ماتریس $A$ را به‌صورت زیر تشکیل می‌دهیم:**

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(1)-2 & 2+3 & 3+3 \\ 2+1+1 & 2(2)-2 & 3+3 \\ 3+1+1 & 3+2+1 & 2(3)-2 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 0 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های } A = 38$$

*(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)*

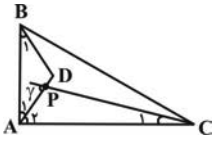
*(مشابه مثال صفحهٔ ۱۱)*

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

## هندسه ۱

۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(حسین حاجیلو)*

با توجه به شکل و فرض داریم:




$$\hat{A}=2\hat{C}=80^\circ \Rightarrow \begin{cases}\hat{A}=80^\circ\\ \hat{C}=40^\circ\end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{B}=180^\circ-(\hat{A}+\hat{C})=60^\circ$$

چون نقطهٔ D روی عمودمنصف AB واقع است، پس $AD=DB$ و مثلث ABD متساوی‌الساقین است و $\hat{A}_1=\hat{B}_1$، بنابراین:

$$\hat{A}_1=\hat{B}_1=\frac{180^\circ-\hat{ADB}}{2}=\frac{180^\circ-130^\circ}{2}=25^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_2=\hat{A}-\hat{A}_1=80^\circ-25^\circ=55^\circ$$

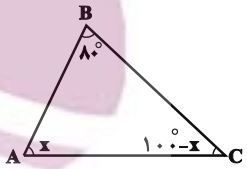
$$\hat{C}_1=\frac{\hat{C}}{2}=\frac{40^\circ}{2}=20^\circ$$

$$\Rightarrow \text{زاویهٔ خارجی: } \gamma=\hat{A}_2+\hat{C}_1=55^\circ+20^\circ=75^\circ$$

*(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)*

---

۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(رضا عباسی‌اصل)*




فرض کنیم $\hat{A}=x$ باشد، در این‌صورت مطابق شکل $\hat{C}=100^\circ-x$ است و طبق فرض داریم:

$$BC>AB \Rightarrow \hat{A}>\hat{C} \Rightarrow x>100^\circ-x \Rightarrow 2x>100^\circ \Rightarrow x>50^\circ$$

$$\xrightarrow{x\in\mathbb{Z}} \min(x)=51^\circ$$

*(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)*

---

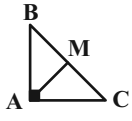
۵۳- **گزینهٔ «۴»** *(کیوان دارابی)*

بین اندازه‌های اضلاع داده شده رابطه فیثاغورس برقرار است:

$$(17)^2=(15)^2+8^2$$

بنابراین مثلث قائم‌الزاویه است. پس رأس قائمه محل همرسی ارتفاع‌ها و نقطهٔ وسط وتر محل همرسی عمودمنصف‌ها است. فاصلهٔ مورد نظر برابر می‌شود با:

$$AM=\frac{BC}{2}=\frac{17}{2}=8/5$$

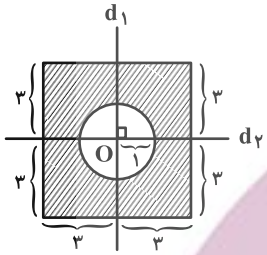



*(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)*

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(فرشاد فرامرزی)*

نقاطی که از یک خط داده شده به فاصلهٔ ۳ واحد باشند، دو خط به موازات آن و به فاصلهٔ ۳ واحد در دو طرف آن می‌باشند؛ بنابراین نقاط واقع در بین این دو خط فاصله‌ای کمتر از سه واحد تا خط اولیه دارند. از طرفی، مجموعهٔ نقاطی که فاصلهٔ آن‌ها تا نقطهٔ O، بیشتر از یک واحد باشد، نقاط خارج دایره‌ای به مرکز O و شعاع یک واحد هستند. دو خط به موازات هر یک از خطوط $d_1$ و $d_2$ و به فاصلهٔ ۳ واحد از آن‌ها و همچنین دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۱ واحد رسم می‌کنیم. نقاط واقع در ناحیهٔ بین آن‌ها، جواب مسئله هستند. داریم:

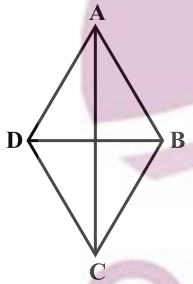
$$S_{\text{هاشورخورده}}=S_{\text{مربع}}-S_{\text{دایره}}=6^2-\pi\times1^2=36-\pi$$




*(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)*

---

۵۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*




لوزی ABCD را مطابق شکل در نظر بگیرید، به‌گونه‌ای که طول اضلاع آن برابر ۸ و طول قطر AC برابر ۲۰ باشد. در این‌صورت در مثلث ABC داریم:

$$AB+BC=8+8=16, AC=20 \Rightarrow AB+BC<AC$$

بنابراین چنین مثلثی قابل رسم نیست (طبق اصل نامساوی مثلثی) و در نتیجه لوزی ABCD قابل رسم نمی‌باشد.

*(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰، ۱۱، ۱۵ و ۱۶)*

---

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(پژمان فرهادیان)*

طول اضلاع مثلث باید در نامساوی مثلثی صدق کند. داریم:

$$2x-2+x+7>x+2 \Rightarrow x>-\frac{3}{2}$$

$$x+7+x+2>2x-2 \Rightarrow 9>-2 \text{ بدیهی:}$$

$$2x-2+x+2>x+7 \Rightarrow x>3/5$$

بنابراین مقادیر قابل قبول برای $x$، به صورت $x > ۳/۵$ است.

$$\text{محیط مثلث} = x+۷+۲x-۲+x+۲ = ۴x+۷$$

$$x > ۳/۵ \Rightarrow ۴x > ۱۴ \Rightarrow ۴x+۷ > ۲۱$$

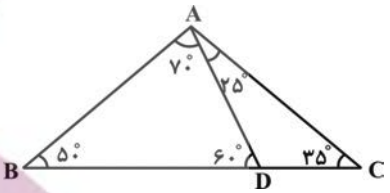
پس تنها عدد ۲۲ در بین گزینه‌ها می‌تواند محیط این مثلث باشد.

*(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)*

---

۵۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمدطاهر شعاعی)*

مثلث $ABC$ به صورت زیر می‌شود:




گزینهٔ «۲»: در مثلث $ABD$، $\hat{BAD} > \hat{BDA}$، پس $BD > AB$.

سایر گزینه‌ها صحیح‌اند:

گزینهٔ «۱»: $\overset{\Delta}{ABC} : \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB$

گزینهٔ «۳»: $\overset{\Delta}{ACD} : \hat{ADC} > \hat{C} \Rightarrow AC > AD$

گزینهٔ «۴»: $\overset{\Delta}{ABD} : \hat{BAD} > \hat{B} \Rightarrow BD > AD$

*(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)*

---

۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

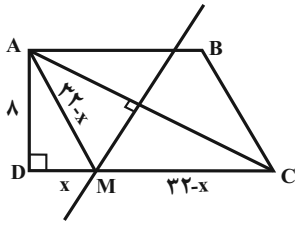
عکس قضیهٔ شرطی گزینهٔ «۱» عبارت است از: «اگر دو ضلع و یک زاویهٔ مثلثی با دو ضلع و یک زاویه مثلثی دیگر برابر باشد این دو مثلث هم‌نهشتند.»، واضح است که این موضوع در حالت کلی صحیح نیست، پس عبارت مورد نظر نمی‌تواند یک قضیهٔ شرطی باشد.

*(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)*

---

۵۹- **گزینهٔ «۱»** *(جواد حاتمی)*

چون $M$ روی عمودمنصف $AC$ قرار دارد، پس از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است $(MA = MC)$. با فرض $DM = x$ داریم $AM = MC = ۳۲ - x$ و لذا در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ADM$ طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:




$$AM^۲ = AD^۲ + DM^۲ \Rightarrow (۳۲-x)^۲ = ۶۴ + x^۲$$

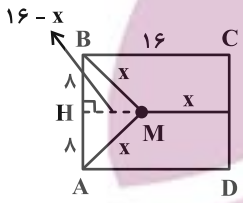
$$۱۰۲۴ - ۶۴x = ۶۴ \Rightarrow x = \frac{۹۶۰}{۶۴} = ۱۵$$

*(هندسه ۱: ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)*

---

۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

فرض کنید نقطهٔ $M$ واقع بر عمودمنصف ضلع $AB$، به فاصلهٔ برابر از رئوس $A$ و $B$ و ضلع $CD$ قرار دارد. اگر این فاصله را با $x$ نمایش دهیم، مطابق شکل داریم:




$$\overset{\Delta}{MHB} : BM^۲ = BH^۲ + HM^۲ \Rightarrow x^۲ = ۸^۲ + (۱۶-x)^۲$$

$$\Rightarrow x^۲ = ۶۴ + ۲۵۶ + x^۲ - ۳۲x$$

$$\Rightarrow ۳۲x = ۳۲۰ \Rightarrow x = ۱۰$$

با توجه به شکل، مساحت مثلث $BMD$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_{BMD} = |S_{BMC} + S_{CMD} - S_{BCD}|$$

$$\Rightarrow S_{BMD} = |\frac{۱۶\times۸}{۲} + \frac{۱۰\times۱۶}{۲} - \frac{۱۶\times۱۶}{۲}|$$

$$\Rightarrow S_{BMD} = |۶۴ + ۸۰ - ۱۲۸| = ۱۶$$

*(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۸)*

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

## آمار و احتمال

۶۱- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

مطابق جدول ارزش گزاره‌های $p$، $q$ و $r$ داریم:

| $p$ | $q$ | $r$ | $p \vee q$ | $(p \vee q) \Rightarrow r$ |
|---|---|---|---|---|
| د | د | د | د | د |
| د | د | ن | د | ن |
| د | ن | د | د | د |
| د | ن | ن | د | ن |
| ن | د | د | د | د |
| ن | د | ن | د | ن |
| ن | ن | د | ن | د |
| ن | ن | ن | ن | د |

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در ۳ حالت از جدول، ارزش گزارهٔ $(p \vee q) \Rightarrow r$، نادرست است.

راه حل دوم: ارزش گزارهٔ $(p \vee q) \Rightarrow r$ وقتی نادرست است که $r$ نادرست و $p \vee q$ درست باشد. ارزش گزارهٔ $r$ در ۴ حالت نادرست است. ارزش $p \vee q$ در ۳ حالت از ۴ حالت ارزش گزاره‌های $p$ و $q$ درست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

---

۶۲- **گزینهٔ «۲»** (مرتضی خوییم‌علوی)

می‌دانیم که عکس نقیض هر گزاره، با آن گزاره معادل است. عکس نقیض گزارهٔ صورت سؤال به شکل زیر است:

$$\sim(x \le -3 \vee x \ge 3) \Rightarrow \sim(x^2 \le 9)$$

$$\equiv (x > -3 \wedge x < 3) \Rightarrow x^2 > 9$$

$$\equiv (-3 < x < 3) \Rightarrow x^2 > 9$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

---

۶۳- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

گزینهٔ «۱»: معادلهٔ $\frac{x^2-9}{x+3} = x-3$ به ازای $x \neq -3$ و در نتیجه برای همهٔ اعضای مجموعهٔ $A$، صحیح است. پس این گزارهٔ سوری درست است.

گزینهٔ «۲»:

$$x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \in A \\ x = -6 \end{cases}$$

در نتیجه این گزارهٔ سوری درست است.

گزینهٔ «۳»:

$$|3 - x| < 2 \Rightarrow |x - 3| < 2 \Rightarrow -2 < x - 3 < 2 \Rightarrow 1 < x < 5$$

بنابراین نامساوی به ازای $x = 1$ برقرار نیست و در نتیجه گزارهٔ سوری نادرست است.

گزینهٔ «۴»:

$$x^2 \ge x \Rightarrow x^2 - x \ge 0 \Rightarrow x(x-1) \ge 0 \Rightarrow (x \le 0) \vee (x \ge 1)$$

چون همهٔ اعضای $A$ بزرگ‌تر یا مساوی ۱ هستند. پس گزاره درست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

---

۶۴- **گزینهٔ «۳»** (مرتضی خوییم‌علوی)

طبق جدول ارزش گزاره‌ها، اگر $r \equiv [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$ و $s \equiv [(q \Rightarrow p) \Rightarrow q]$ باشند، آنگاه داریم:

| $p$ | $q$ | $q \Rightarrow p$ | $r$ | $s$ | $r \wedge s$ |
|---|---|---|---|---|---|
| د | د | د | د | د | د |
| د | ن | د | د | ن | ن |
| ن | د | ن | د | د | ن |
| ن | ن | د | د | ن | ن |

همان‌طور که مشاهده می‌شود، گزارهٔ مورد نظر هم‌ارز منطقی با گزارهٔ $q$ است.

حال طبق قانون جذب داریم: $q \wedge (p \vee q) \equiv q$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

---

۶۵- **گزینهٔ «۱»** (مرتضی خوییم‌علوی)

فرض کنید مجموعهٔ $A$ دارای $m$ عضو و مجموعهٔ $B$ دارای $n$ عضو باشد.

در این صورت داریم:

$$2^m = 16 \times 2^n \Rightarrow 2^m = 2^{n+4} \Rightarrow m = n + 4$$

$$2^{m+1} - 2^{n+3} = 192 \Rightarrow 2^{m+1} - 2^{m-1} = 192$$

$$\Rightarrow 2^{m-1}(4-1) = 192 \Rightarrow 2^{m-1} = 64 \Rightarrow m = 7$$

حال می‌دانیم یک مجموعه $k$ عضوی $۲^{k-۱}$ زیرمجموعهٔ زوج عضوی دارد

پس $۲^{۶}=۶۴$ زیرمجموعهٔ مطلوب خواهیم داشت.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

---

۶۶- **گزینهٔ «۲»** (مرتضی خویم‌علوی)

دو عبارت $p \Rightarrow q$ و $\sim p \vee q$، هم‌ارز منطقی هستند. پس داریم:

$$(\sim p \Rightarrow q) \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge [(\sim p \vee q) \wedge \sim q]$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge \left[(\sim p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_{F}\right]$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge \sim (p \vee q) \equiv F$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۱)

---

۶۷- **گزینهٔ «۲»** (مرتضی خویم‌علوی)

زیرمجموعه مدنظر نباید صفر را داشته باشد. حال یک زیرمجموعه دلخواه از $A-\{۰\}$ مثل $B$ را در نظر بگیرید. بین $B$ و $A-\{۰\}-B$ یکی شرایط مسئله را دارد. پس نصف زیرمجموعه‌های مجموعهٔ $A-\{۰\}$ مطلوبند

یعنی $\frac{۲^{۱۸}}{۲}=۲^{۱۷}$.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

---

۶۸- **گزینهٔ «۳»** (سعید جعفری کافی‌آباد)

نقیض گزارهٔ سوری «$\forall x; P(x)$» به صورت «$\exists x; \sim P(x)$» است. از طرفی داریم:

$$\sim (۲ < x < ۵) \equiv \sim [x > ۲ \wedge x < ۵]$$

$$\equiv \sim (x > ۲) \vee \sim (x < ۵) \equiv x \leq ۲ \vee x \geq ۵$$

بنابراین نقیض گزارهٔ صورت سؤال، عبارت است از:

$$\exists x \in \mathbb{R}; x \leq ۲ \vee x \geq ۵$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

---

۶۹- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

اگر گزاره‌های $p$ و $q$ درست باشند، آن‌گاه گزارهٔ $p \Leftrightarrow \sim q$ نادرست بوده و داریم:

$$v(p \Leftrightarrow \sim q) = ۰$$

با بررسی گزینه‌ها، مقدار سه عبارت (۲)، (۳) و (۴) برابر ۱ می‌شود که رد خواهند شد و مقدار عبارت (۱) برابر صفر خواهد بود:

گزینهٔ (۱): $۱ \times (۱-۱) + (۱-۱) \times ۱ = ۰$

گزینهٔ (۲): $۱ \times ۱ + (۱-۱)(۱-۱) = ۱$

گزینهٔ (۳): $\max\{۱, ۱\} = ۱$

گزینهٔ (۴): $۱ + ۱ - ۱ \times ۱ = ۱$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

---

۷۰- **گزینهٔ «۲»** (فرزانه شاکپاش)

یک مجموعهٔ $n$ عضوی، دارای $۲^{n}$ زیرمجموعه است، بنابراین داریم:

$$\frac{۲^{n(B)}}{۲^{n(A)}} = ۴ \Rightarrow ۲^{n(B)-n(A)} = ۲^{۲} \Rightarrow n(B) - n(A) = ۲$$

$$\Rightarrow n(B) = n(A) + ۲$$

$$۲^{n(A \cup B)} = ۵۱۲ = ۲^{۹} \Rightarrow n(A \cup B) = ۹$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow ۹ = n(A) + (n(A)+۲) - ۱ \Rightarrow ۲n(A) + ۱ = ۹ \Rightarrow n(A) = ۴$$

$$\Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌های } A = ۲^{۴} = ۱۶$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

ایران توشه — برنامه‌ای برای موفقیت

## ریاضیات گسسته

۷۱- **گزینهٔ «۴»** *(فرهاد صابر)*

**گویا بودن هر یک از گزینه‌های ۱ تا ۳ بررسی می‌کنیم؛**

**توجه کنید که عملیات‌های انجام شده عدد گویا را گویا نگه می‌دارد.**

**گزینهٔ «۱»:**

$$\frac{m-3n}{m+2n} \xrightarrow{\times 2} \frac{2m-6n}{m+2n} \xrightarrow{+3} \frac{5m}{m+2n} \xrightarrow{\times(\frac{1}{5})} \frac{m}{m+2n} \quad (I)$$

**گزینهٔ «۲»:**

$$\frac{m}{m+2n} \xrightarrow{\text{وارون}} \frac{m+2n}{m} \xrightarrow{-1} \frac{2n}{m} \xrightarrow{+2} \frac{n}{m} \quad (II)$$

**گزینهٔ «۳»:**

$$\xrightarrow{(I),(II)} \frac{mn}{m^2+2mn} \xrightarrow{\times 2} \frac{2mn}{m^2+2mn} \xrightarrow{+1} \frac{m^2+4mn}{m^2+2mn}$$

**مثال نقض برای گزینهٔ «۴»:**

$$\begin{matrix} n=\sqrt{2} \\ m=3\sqrt{2} \end{matrix} \Rightarrow \frac{m-3n}{m+2n}=0\in Q$$

$$\frac{m-n}{m^2+n^2+mn}=\frac{2\sqrt{2}}{26}\in Q'$$

*(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ تا ۸)*

---

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

**گزینهٔ «۲»:** $(x-1)(x^2+2x-3)=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2+2x-3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$$

**یعنی اگر $(x-1)(x^2+2x-3)=0$ باشد، $x$ می‌تواند برابر ۱ یا (-۳) باشد، پس عکس قضیه در حالت کلی برقرار نیست.**

**درستی سایر گزینه‌ها را به عنوان تمرین خودتان بررسی کنید.**

*(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ و ۷)*

۷۳- **گزینهٔ «۱»** *(سیدوحید ذوالفقاری)*

**مثال نقض برای گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» عبارت‌اند از:**

**گزینهٔ «۲»:** $(1)^2=(-1)^2$ **ولی** $1\neq -1$

**گزینهٔ «۳»:** $(-3)^4>2^4$ **ولی** $2>-3$

**گزینهٔ «۴»:** $2>-2$ **ولی** $\frac{1}{2}>-\frac{1}{2}$

*(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ مشابه کار در کلاس، صفحه‌های ۷ و ۸)*

*(مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۷)*

---

۷۴- **گزینهٔ «۴»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

**گزارهٔ گزینهٔ «۱» با مثال نقض $\{2,3\}$ قابل رد کردن است.**

**گزارهٔ گزینهٔ «۲» نادرست است و قابل اثبات نیست.**

**گزارهٔ گزینهٔ «۳» نادرست است، زیرا برهان خلف برای اثبات درستی یک حکم استفاده می‌شود، نه برای رد کردن آن.**

**اثبات درستی گزارهٔ گزینهٔ «۴» به صورت زیر است:**

$$a=2k+1, b=2q+1$$

$$\Rightarrow ab=(2k+1)(2q+1)=4kq+2k+2q+1$$

$$=2(2kq+k+q)+1=2q'+1$$

*(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ تا ۸)*

*(مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۳)*

---

۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(رضا توکلی)*

**حکم (اگر $A\cap B=A\cap C$، آن‌گاه $B=C$) غلط است و برای رد کردن آن از مثال نقض استفاده می‌کنیم. باید طوری مثال بزنیم که $A\cap B=A\cap C$ باشد امّا $B\neq C$ که گزینه ۴ جواب است.**

*(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)*

*(مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۳)*

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

$(\alpha-\beta)^۲+۴\alpha\beta=(\alpha+\beta)^۲=$ گویا $=$ گویا $\times$ گویا

**از طرفی با برهان خلف می‌توان نشان داد که $۴\alpha+\beta$ گنگ است.**

**برهان خلف:**

$$\alpha,\beta\in Q',۴\alpha+\beta\in Q\ ,\ \alpha+\beta\in Q\Rightarrow ۴\alpha+\beta-(\alpha+\beta)\in Q$$

$$۳\alpha\in Q\Rightarrow \alpha\in Q$$

**که خلاف فرض است.**

*(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۵ و ۶)*

---

۷۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

**ابتدا طرفین نامساوی را در ۲ ضرب می‌کنیم.**

$$۲a^۲+۱۰b^۲+۱۰-۶a-۲b-۶ab\le ۰$$

$$\Leftrightarrow (a^۲-۶a+۹)+(b^۲-۲b+۱)+(a^۲-۶ab+۹b^۲)\le ۰$$

$$\Leftrightarrow (a-۳)^۲+(b-۱)^۲+(a-۳b)^۲\le ۰$$

**سه عبارت $(a-۳)^۲$، $(b-۱)^۲$ و $(a-۳b)^۲$ همگی مربع کامل و روابط همگی برگشت‌پذیر هستند، پس برای درست بودن رابطه کافی است داشته باشیم:**

$$\begin{cases} a-۳=۰\Rightarrow a=۳\\ b-۱=۰\Rightarrow b=۱\\ a-۳b=۰\Rightarrow a=۳b\end{cases}$$

**که خواهیم داشت:** $a^۲+۳b=۹+۳=۱۲$

*(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)*

---

۷۸- **گزینهٔ «۲»** *(نیلوفر مهدوی)*

$$۵x^۲+y^۲+z^۲\ge ۳xy+xz+yz\overset{\times ۲}{\underset{+۲}{\Leftrightarrow}}۱۰x^۲+۲y^۲+۲z^۲\ge ۶xy+۲xz+۲yz$$

$$\Leftrightarrow ۱۰x^۲+۲y^۲+۲z^۲-۶xy-۲xz-۲yz\ge ۰$$

$$\Leftrightarrow (۹x^۲-۶xy+y^۲)+(x^۲-۲xz+z^۲)+(y^۲-۲yz+z^۲)\ge ۰$$

$$\Leftrightarrow (۳x-y)^۲+(x-z)^۲+(y-z)^۲\ge ۰$$ همواره درست

*(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)*

---

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

**گزینهٔ «۱»: اگر $n=۳$ باشد، آنگاه هیچ‌کدام از اعداد $۴^۳-۱=۶۳$ و $۴^۳+۱=۶۵$، عدد اول نیستند.**

**گزینهٔ «۲»:** $۱+۲+\ldots+n=\dfrac{n(n+۱)}{۲}\Rightarrow$ میانگین $=\dfrac{\frac{n(n+۱)}{۲}}{n}=\dfrac{n+۱}{۲}$

**گزینهٔ «۳»: اگر $x=\frac{۱}{۲}$ باشد، آنگاه $\left(\frac{۱}{۲}\right)^۳<\frac{۱}{۲}$ است.**

**گزینهٔ «۴»: اگر $\alpha=\sqrt{۲}$ و $\beta=-\sqrt{۲}$ باشد، آنگاه $\alpha+\beta=۰$ عددی گویاست ولی $۳\alpha-۲\beta=۵\sqrt{۲}$ عددی گنگ است.**

*(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)*

---

۸۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمحمد کریمی)*

**یادآوری: از کتاب درسی آمار و احتمال به یاد داریم که گزارهٔ مرکب «$p\Rightarrow q$» به صورت «$q$ شرط لازم برای $p$ است» نیز خوانده می‌شود.**

**همهٔ عبارت‌ها را به سمت چپ می‌بریم:**

$$x^۲+۴y^۲-۴xy+۴y^۲+z^۲-۴yz+۳x^۲-۶x+۳=۰$$

$$\Rightarrow (x^۲+۴y^۲-۴xy)+(۴y^۲+z^۲-۴yz)+۳(x^۲-۲x+۱)=۰$$

$$\Rightarrow (x-۲y)^۲+(۲y-z)^۲+۳(x-۱)^۲=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-۱=۰\Rightarrow x=۱\\ ۲y-z=۰\Rightarrow ۲y=z\Rightarrow x=۲y=z=۱\\ x-۲y=۰\Rightarrow x=۲y\end{cases}$$

*(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۸)*

## فیزیک ۲

۸۱- **گزینهٔ «۲»** *(فرشید رسولی)*

**فقط مورد (ت) نادرست است چرا که بار الکتریکی کمیت کوانتومی و ناپیوسته است.**

*(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲ تا ۵)*

---

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(حسین ناصحی)*

**ابتدا بار الکتریکی $۶\times۱۰^{۱۳}$ الکترون را به‌دست می‌آوریم:**

$$\Delta q=-ne\Rightarrow \Delta q=-۶\times۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=-۹/۶\times۱۰^{-۶}C$$

**اگر علامت بار جسم تغییر نکند:** $q_۲=۲q_۱$

$$q_۲-q_۱=\Delta q\xrightarrow[q_۲=۲q_۱]{\Delta q=-۹/۶\mu C}$$

$$۲q_۱-q_۱=-۹/۶\Rightarrow q_۱=-۹/۶\mu C$$

**اگر علامت بار جسم تغییر کند:** $q_۲=-۲q_۱$

$$q_۲-q_۱=\Delta q\xrightarrow[q_۲=-۲q_۱]{\Delta q=-۹/۶\mu C}-۲q_۱-q_۱=-۹/۶$$

$$\Rightarrow -۳q_۱=-۹/۶\Rightarrow q_۱=۳/۲\mu C$$

$$\Rightarrow ۳/۲+(-۹/۶)=-۶/۴\mu C$$

*(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲ تا ۵)*

---

۸۳- **گزینهٔ «۱»** *(پوریا علاقه‌مند)*

**چون خواستهٔ سؤال چند برابر شدن اندازهٔ نیرو است، بهتر است از رابطهٔ مقایسه‌ای قانون کولن استفاده کنیم. داریم:**

$$q_A=q_B=q\Rightarrow \text{بارها در حالت اول}$$

**طبق اصل پایستگی بار الکتریکی داریم:**

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B\xrightarrow[q'_B=-۲q]{q_A=q_B=q}q'_A=۴q$$

$$F=\frac{k|q_A||q_B|}{r^۲}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{|q'_A|}{|q_A|}\times\frac{|q'_B|}{|q_B|}\times(\frac{r}{r'})^۲\xrightarrow{r'=۲r}$$

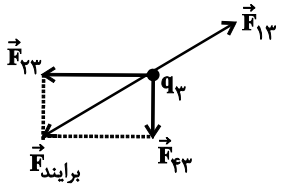
$$\frac{F'}{F}=\frac{۴|q|\times۲|q|}{|q|\times|q|}\times(\frac{r}{۲r})^۲\Rightarrow\frac{F'}{F}=۲\Rightarrow F'=۲F$$

*(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)*

---

۸۴- **گزینهٔ «۴»** *(میلاد حسنی)*

**ابتدا نیروهای وارد بر بار $q_۳$ را رسم و محاسبه می‌کنیم:**




$$F_{۱۳}=\frac{k|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۲۵\sqrt{۵}\times۱۰^{-۶}\times۸\times۱۰^{-۶}}{(۱۰\sqrt{۵}\times۱۰^{-۲})^۲}=۳۶\sqrt{۵}\,N$$

$$F_{۴۳}=\frac{k|q_۴||q_۳|}{r_{۴۳}^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۵\times۱۰^{-۶}\times۸\times۱۰^{-۶}}{(۰/۱)^۲}=۳۶N$$

**برایند دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{۴۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$، باید با نیروی $\vec{F}_{۱۳}$ خنثی شود. بنابراین:**

$$\sqrt{(F_{۲۳})^۲+(F_{۴۳})^۲}=F_{۱۳}$$

$$\Rightarrow\sqrt{F_{۲۳}^۲+۳۶^۲}=۳۶\sqrt{۵}\Rightarrow F_{۲۳}^۲+۳۶^۲=(۳۶\sqrt{۵})^۲$$

$$\Rightarrow F_{۲۳}^۲=(۷۲)^۲\Rightarrow F_{۲۳}=۷۲\,N$$

$$\Rightarrow F_{۲۳}=\frac{k|q_۲||q_۳|}{r^۲}\Rightarrow ۷۲=\frac{۹\times۱۰^۹\times|q_۲|\times۸\times۱۰^{-۶}}{(۰/۲)^۲}$$

$$\Rightarrow|q_۲|=۴۰\mu C\Rightarrow q_۲=+۴۰\mu C$$

**دقت کنید که برای تعادل داشتن بار $q_۳$، بار $q_۲$ الزاماً بایست مثبت باشد.**

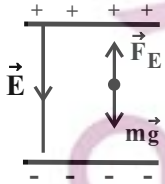
*(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)*

---

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

**با توجه به پایانه‌های باتری متوجه می‌شویم که صفحه بالایی دارای پتانسیل مثبت و صفحهٔ پایینی دارای پتانسیل منفی است و خط‌های میدان الکتریکی از بالا به پایین برقرار است. برای محاسبهٔ بزرگی میدان بین دو صفحه داریم:**

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}=\frac{۱۰\times۱۰^۳}{۱۰\times۱۰^{-۲}}=۱۰^۵\,\frac{V}{m}$$




**چون ذره معلق است، طبق قانون اول نیوتون، نیروی خالص وارد بر آن صفر است:**

$$F_E=mg\Rightarrow E|q|=mg\Rightarrow ۱۰^۵\times|q|=۸\times۱۰^{-۱۵}\times۱۰$$

$$\Rightarrow|q|=۸\times۱۰^{-۱۹}\,C$$

**طبق اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی، داریم:**

$$|q|=ne\Rightarrow n=\frac{|q|}{e}=\frac{۸\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۵$$

*(فیزیک ۲- صفحه‌های ۴ و ۱۷ تا ۲۷)*

---

۸۶- **گزینهٔ «۴»** *(معصومه افضلی)*

**با توجه به شکل خطوط میدان الکتریکی، دو بار ناهم‌نام هستند. خطوط میدان از بار $q_۲$ خارج و به بار $q_۱$ وارد می‌شوند، یعنی بار $q_۲$ مثبت و بار $q_۱$ منفی است.**

با توجه به تراکم خطوط میدان، چون تراکم خطوط اطراف بار $q_1$ بیشتر است، بنابراین اندازهٔ بار $q_1$ بزرگتر از اندازهٔ بار $q_2$ است.

*(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)*

---

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(سعید شرق)*

چون الکترون در جهت خط‌های میدان الکتریکی پرتاب می‌شود، پس رفته رفته به صفحهٔ منفی نزدیک خواهد شد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش خواهد یافت. طبق قانون پایستگی انرژی، به همان میزان نیز انرژی جنبشی اولیهٔ خود را از دست می‌دهد و داریم:

(دقت کنید برای آن که الکترون به صفحهٔ دیگر برخورد نکند باید در آستانهٔ برخورد به آن متوقف شود، یعنی $K_2 = 0$)

$$\Delta U = -\Delta K$$

$$\Rightarrow q\Delta V = -(K_2 - K_1) \Rightarrow 1/6\times10^{-19}\times(-20) = 0 - K_1$$

$$\Rightarrow 1/6\times10^{-19}\times20 = \frac{1}{2}\times9\times10^{-31}\times v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{1/6\times10^{-19}\times20\times2}{9\times10^{-31}}} = \frac{8}{3}\times10^6\ \frac{m}{s}$$

*(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)*

---

۸۸- **گزینهٔ «۴»** *(معصومه افضلی)*

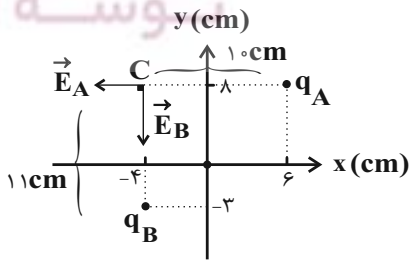
در یک رسانا که در تعادل الکتریکی قرار دارد، تمام نقاط آن دارای پتانسیل الکتریکی یکسان هستند، پس $V_A = V_B$ و می‌دانیم در نقاط نوک تیز تراکم بار الکتریکی نیز بیشتر است، بنابراین تراکم بار در نقطهٔ B بیشتر است.

*(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)*

---

۸۹- **گزینهٔ «۴»** *(سعید اردم)*

با توجه به شکل محورهای مختصات و محل قرارگیری بارها و نقطهٔ C، خواهیم داشت:




$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

$$E_A = \frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}}{(10\times10^{-2})^2} = 18\times10^5\ \frac{N}{C}$$

$$E_B = \frac{9\times10^9\times6/05\times10^{-6}}{121\times10^{-4}} = 45\times10^5\ \frac{N}{C}$$

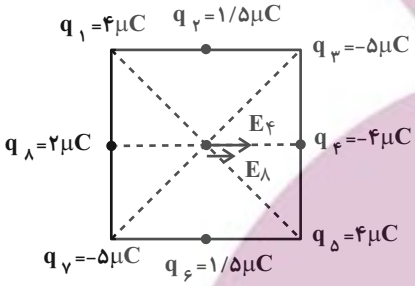
$$E_T = \sqrt{E_A^2 + E_B^2} \Rightarrow E_T = \sqrt{(18\times10^5)^2 + (45\times10^5)^2}$$

$$\Rightarrow E_T = 9\sqrt{29}\times10^5\ \frac{N}{C}$$

*(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)*

---

۹۰- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*




در مرکز مربع، اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بارهای $q_1$ و $q_5$ با هم، بارهای $q_2$ و $q_6$ با هم و بارهای $q_3$ و $q_7$ نیز با هم برابر و در خلاف جهت یکدیگر می‌باشد، بنابراین این میدان‌ها دو به دو اثر هم‌دیگر را خنثی می‌کنند. بنابراین فقط کافی است اندازهٔ میدان الکتریکی ناشی از بارهای $q_4$ و $q_8$ را در مرکز مربع محاسبه کنیم و با توجه به جهت آن‌ها، میدان خالص را در مرکز مربع حساب کنیم. داریم:

$$E_4 = k\frac{|q_4|}{r_4^2} = 9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}}{(2\times10^{-2})^2} = 9\times10^7\ \frac{N}{C}$$

$$E_8 = k\frac{|q_8|}{r_8^2} = 9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}}{(2\times10^{-2})^2} = 4/5\times10^7\ \frac{N}{C}$$

$$E_t = E_4 + E_8 = 13/5\times10^7\ \frac{N}{C}$$

*(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)*

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

## فیزیک ۳

۹۱- **گزینهٔ «۲»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

**هر متحرک در هر لحظه فقط می‌تواند در یک مکان قرار داشته باشد. (نمودارهای (الف) و (ج)). در نمودارهای (ب) و (د) که با تعریف تابع هم سازگار نیست، متحرک در یک لحظهٔ معین در دو مکان متفاوت قرار دارد که چنین چیزی ممکن نیست.**

*(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحهٔ ۶)*

*(مشابه سوال ۷ صفحهٔ ۲۶، پرسش‌های آخر فصل)*

---

۹۲- **گزینهٔ «۴»** *(پوریا علاقه‌مند)*

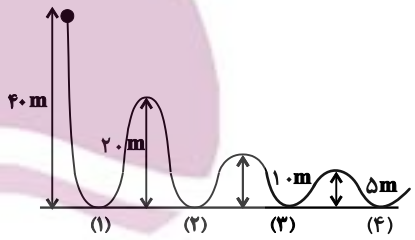
**با توجه به شکل و تعریف مسافت و جابه‌جایی، داریم:**

$$\text{مسافت} = \ell = ۴۰+۲۰+۲۰+۱۰+۱۰+۵+۵ = ۱۱۰\text{m}$$

$$\text{جابه‌جایی} = |\Delta x| = ۴۰\text{m}$$

**بنابراین:**

$$\frac{|\Delta x|}{d} = \frac{۴۰}{۱۱۰} = \frac{۴}{۱۱}$$




*(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۳)*

---

۹۳- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا گونه)*

**با توجه به این‌که بردار سرعت متوسط متحرک در SI و در بازه زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۴s$ برابر با $۱۰\vec{i}$ و نیز در بازه زمانی $t_۲ = ۴s$ تا $t_۳ = ۱۲s$ برابر با $۴\vec{i}$ می‌باشد، می‌توان نوشت:**

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} ۱۰\vec{i} = \dfrac{\vec{d}_۴ - \vec{d}_۰}{۴-۰} \\ ۴\vec{i} = \dfrac{\vec{d}_{۱۲} - \vec{d}_۴}{۱۲-۴} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{d}_۴ - \vec{d}_۰ = ۴۰\vec{i} \\ \vec{d}_{۱۲} - \vec{d}_۴ = ۳۲\vec{i} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{d}_{۱۲} - \vec{d}_۰ = ۷۲\vec{i}$$

**در نهایت بردار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۳ = ۱۲s$ برابر است با:**

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}_{۱۲} - \vec{d}_۰}{۱۲-۰} = \frac{۷۲\vec{i}}{۱۲} = (۶\frac{m}{s})\vec{i}$$

*(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)*

---

۹۴- **گزینهٔ «۳»** *(علی عاقلی)*

**در ۲ ثانیهٔ دوم، در لحظهٔ $t = ۳s$ که شیب خط مماس بر نمودار صفر شده و علامت آن تغییر می‌کند، جهت حرکت متحرک عوض شده است و در بازهٔ $۳s$ تا $۴s$ که شیب خط واصل مثبت است، سرعت متوسط نیز مثبت می‌باشد.**

*(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)*

---

۹۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین برادران)*

**بررسی گزینه‌ها:**

**۱) درست**

**۲) درست، با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط، بردار سرعت متوسط و بردار جابه‌جایی با یکدیگر هم‌جهت‌اند. ($\Delta t$ همواره مثبت است) $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$**

**۳) درست، اگر تندی متحرک در یک بازهٔ زمانی صفر نشود، در این بازه جهت حرکت متحرک تغییر نکرده و بنابراین بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابرند و مطابق رابطهٔ تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط این دو کمیت نیز با یکدیگر برابرند.**

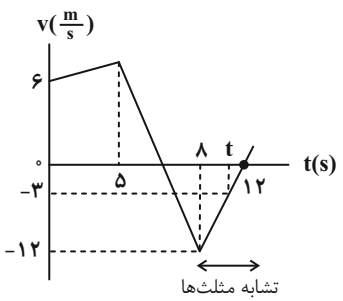
**۴) نادرست، بردار سرعت لحظه‌ای به جهت حرکت متحرک بستگی دارد و الزاماً هم‌جهت با بردار مکان نیست.**

*(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)*

---

۹۶- **گزینهٔ «۲»** *(مسام نادری)*

**سومین بار در لحظه‌ای بین $۸s$ و $۱۲s$ تندی متحرک نصف تندی اولیه یعنی $۳\frac{m}{s}$ می‌شود. برای محاسبهٔ این زمان، داریم:**



تشابه مثلث‌ها $\Rightarrow \frac{۱۲}{۳}=\frac{۱۲-۸}{۱۲-t} \Rightarrow t=۱۱s$

$$\xrightarrow{t=۰} v_۰=۶\frac{m}{s} \quad , \quad \xrightarrow{t=۱۱s} v_{۱۱}=-۳\frac{m}{s}$$

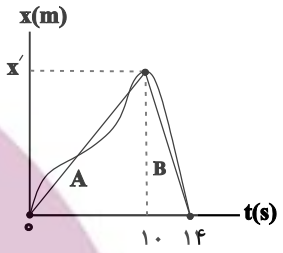
$$a_{av}=\frac{v_{۱۱}-v_۰}{۱۱-۰}=\frac{-۳-۶}{۱۱}=\frac{-۹}{۱۱}\frac{m}{s^۲} \Rightarrow |a_{av}|=\frac{۹}{۱۱}\frac{m}{s^۲}$$

*(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)*

---

۹۷- **گزینهٔ «۴»** *(سیاوش فارسی)*

**برای محاسبهٔ سرعت متوسط بین دو نقطه از نمودار مکان - زمان، باید شیب خط واصل بین دو نقطه را محاسبه کنیم. بنابراین، با توجه به شکل زیر داریم:**




$$\frac{\text{شیب خط A}}{\text{شیب خط B}}=\frac{\frac{x'-۰}{۱۰-۰}}{\frac{۰-x'}{۱۴-۱۰}}=-۰/۴ \Rightarrow \frac{v(\text{صفرتا}۱۰s)}{v'(۱۴s\text{تا}۱۰s)}=-۰/۴ \Rightarrow \vec{v}'=-۲/۵\vec{v}$$

*(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۹ و ۱۰)*

---

۹۸- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

**بررسی گزینه‌ها:**

**۱) درست است. شیب خطی که مکان‌های جسم را در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۴$ به‌هم وصل می‌کند، منفی است؛ در نتیجه، سرعت متوسط نیز منفی می‌باشد.**

**۲) درست است. در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t_۴$، جهت بردار جابه‌جایی در جهت محور x است.**

**۳) نادرست است. در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۳$ جهت حرکت تغییر می‌کند و در لحظه‌های $t_۲$ و $t_۴$ متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است.**

**۴) درست است. در لحظهٔ $t_۴$، متحرک در مبدأ مکان و در لحظهٔ $t_۳$ متحرک در مکان $x<۰$ است. بنابراین، در بازهٔ زمانی $t_۳$ تا $t_۴$، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان خواهد بود.**

*(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)*

*(مشابه پرسش (۱-۳)، صفحهٔ ۸ کتاب درسی)*

۹۹- **گزینهٔ «۱»** *(بهنام رستمی)*

**با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:**

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۲۰۰+۳۰۰}{۲۰۰}=۲/۵\frac{m}{s}$$

**این عدد (تندی متوسط)، یعنی این شخص در هر ثانیه، $۲/۵m$ از طول مسیر حرکت خود را طی کرده است.**

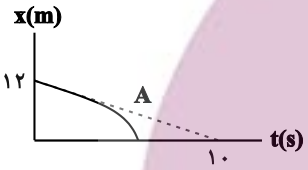
*(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)*

---

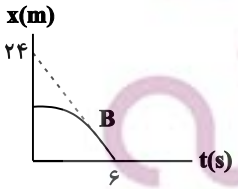
۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرامحد میرسعید)*

**تندی در مبدأ زمان، یعنی تندی در لحظهٔ $t=۰$ و تندی در مبدأ مکان، یعنی تندی در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند؛ یعنی در لحظهٔ $t=۶s$.**

**بنابراین کافی است، شیب مماس بر نمودار مکان - زمان را در لحظه‌های فوق حساب کنیم:**




**شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t=۰$ (خط A):** $v_۰=\frac{-۱۲}{۱۰}=-۱/۲\frac{m}{s}$




**شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t=۶s$ (خط B):** $v_{(t=۶s)}=\frac{-۲۴}{۶}=-۴\frac{m}{s}$

**می‌بینیم، تندی متحرک در لحظهٔ $t=۶s$ (مبدأ مکان) به اندازهٔ $|\Delta v|=۴-۱/۲=۲/۸\frac{m}{s}$ از تندی متحرک در $t=۰$ (مبدأ زمان) بیشتر است.**

*(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۹ و ۱۰)*

*(مشابه تمرین (۱-۳)، صفحهٔ ۱۰ کتاب درسی)*

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

## فیزیک ۱

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(شهرام آموزگار)*

**بررسی گزینهٔ نادرست:**

**آزمایش و مشاهده در فیزیک، اهمیت زیادی دارد، اما آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند.**

*(فیزیک ۱- صفحه‌های ۲ و ۳)*

---

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمد کوررزی)*

**کمیت‌های فشار، تندی، انرژی و مسافت، همگی کمیت‌هایی نرده‌ای و کمیت‌های شتاب، نیرو، گشتاور، سرعت متوسط و جابه‌جایی همگی کمیت‌هایی برداری‌اند. لذا کمیت‌های ذکر شده در گزینهٔ «۲» همگی نرده‌ای‌اند.**

*(فیزیک ۱- صفحهٔ ۶)*

---

۱۰۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا شریفی)*

$$۱)\ ۲۰۲\text{km} = ۲/۰۲\times۱۰^{۲}\text{km}\times\frac{۱۰^{۳}\text{m}}{۱\text{km}}\times\frac{۱\mu\text{m}}{۱۰^{-۶}\text{m}} = ۲/۰۲\times۱۰^{۱۱}\mu\text{m}$$

$$۲)\ ۰/۴۸۲۳\mu\text{s} = ۴/۸۲۳\times۱۰^{-۱}\mu\text{s}\times\frac{۱۰^{-۶}\text{s}}{۱\mu\text{s}}\times\frac{۱\text{Ms}}{۱۰^{۶}\text{s}} = ۴/۸۲۳\times۱۰^{-۱۳}\text{Ms}$$

$$۳)\ ۴\text{cm}^{۲} = ۴\text{cm}^{۲}\times\frac{۱۰^{-۴}\text{m}^{۲}}{۱\text{cm}^{۲}}\times\frac{۱\text{mm}^{۲}}{۱۰^{-۶}\text{m}^{۲}} = ۴\times۱۰^{۲}\text{mm}^{۲}$$

$$۴)\ ۹\text{m}^{۳} = ۹\text{m}^{۳}\times\frac{۱\text{dm}^{۳}}{۱۰^{-۳}\text{m}^{۳}} = ۹\times۱۰^{۳}\text{dm}^{۳}$$

*(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)*

---

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** *(سیده ملیحه میرصالحی)*

**با توجه به این‌که مساحت مثلث برحسب یکای دسی‌متر مربع خواسته شده، لازم است در ابتدا همهٔ ابعاد شکل به یکای متر تبدیل شوند. با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:**

ارتفاع مثلث: $\text{h} = ۱۵\text{mm}$

$$= ۱۵\text{mm}\times\frac{۱۰^{-۳}\text{m}}{۱\text{mm}} = ۱۵\times۱۰^{-۳}\text{m}$$

قاعدهٔ مثلث: $\text{a} = ۱۰^{۲}\text{hm}$

$$= ۱۰^{۲}\text{hm}\times\frac{۱۰^{۲}\text{m}}{۱\text{hm}} = ۱۰^{۴}\text{m}$$

**در نتیجه مساحت مثلث برابر خواهد بود با:**

$$\text{S} = \frac{۱}{۲}(\text{a}\times\text{h}) = \frac{۱}{۲}\times۱۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{۴} = ۷۵\text{m}^{۲}\times\frac{۱۰^{۲}\text{dm}^{۲}}{۱\text{m}^{۲}}$$

$$= ۷/۵\times۱۰^{۳}\text{dm}^{۲}$$

*(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)*

---

۱۰۵- **گزینهٔ «۳»** *(مهدی زمان‌زاده)*

**ابتدا حجم استخر را برحسب سانتی‌متر مکعب $(\text{cm}^{۳})$ محاسبه می‌کنیم:**

$$\text{V} = ۴\times۱۰\times۱۲ = ۴۸۰\text{m}^{۳} = ۴۸۰\times۱۰^{۶}\text{cm}^{۳}$$

**چون آهنگ خروج آب $۵۰\frac{\text{cm}^{۳}}{\text{s}}$ است، یعنی در هر ثانیه، $۵۰\text{cm}^{۳}$ آب از استخر خارج می‌شود؛ پس به کمک یک تناسب، مدت زمان خالی شدن نصف استخر را به‌دست می‌آوریم:**

| حجم | زمان |
|---|---|
| $۵۰\text{cm}^{۳}$ | $۱\text{s}$ |
| $۲۴۰\times۱۰^{۶}$ | $\text{t} = ?$ |

$$\Rightarrow \text{t} = ۴۸\times۱۰^{۵}\text{s}$$

**در انتها، باید ببینیم $۴۸\times۱۰^{۵}\text{s}$، معادل چند شبانه‌روز است:**

$$۴۸\times۱۰^{۵}\text{s}\times\frac{۱\text{h}}{۳۶۰۰\text{s}}\times\frac{۱\text{day}}{۲۴\text{h}} = \frac{۴۸\times۱۰^{۵}}{۲۴\times۳۶۰۰} \simeq ۵۵/۵\text{day}$$

**این یعنی در میانهٔ شبانه‌روز ۵۶، حجم آب استخر نصف می‌شود.**

*(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)*

---

۱۰۶- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی یوسفی)*

**دقت اندازه‌گیری در ابزارهای مدرج برابر با کمینهٔ تقسیم‌بندی آن ابزار و در ابزارهای دیجیتال برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار گزارش می‌دهد. حال با توجه به این مفهوم دقت اندازه‌گیری هر یک از وسیله‌ها برابر است با:**

(الف) دقت اندازه‌گیری $= \frac{1cm}{5} = 0/2cm$

(ب) دقت اندازه‌گیری $= 0/01mA = 10^{-5}A = 10\mu A$

(پ) دقت اندازه‌گیری $= \frac{20}{5} = 4\frac{km}{h}$

(ت) دقت اندازه‌گیری $= 0/001mg = 1\mu g$

*(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)*

---

**۱۰۷- گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به رابطهٔ مقایسه‌ای چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1}$$

چون حجم ظرف ثابت است، پس $V_1 = V_2$ است. از طرفی جرم مایع در هر حالت برابر عدد ترازو منهای جرم ظرف است، پس داریم:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{550-250}{800-250} = \frac{300}{550} = \frac{6}{11}$$

*(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)*

---

**۱۰۸- گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

با استفاده از رابطهٔ چگالی و داده‌های نمودار داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{ثابت } V} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{75}{50} = 1/5 \Rightarrow \rho_A = 1/5\rho_B \quad (*)$$

چگالی مخلوط برای دو مایع $A$ و $B$ برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \xrightarrow[V_A=4L, V_B=6L]{(*)}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{1/5\rho_B \times 4 + \rho_B \times 6}{4+6} = \frac{12\rho_B}{10} = 1/2\rho_B$$

*(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)*

**۱۰۹- گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به اینکه جرم فلز ۰/۴ برابر جرم کره است، داریم:

$$m_{\text{فلز}} = 0/4m_{\text{کره}} \xrightarrow{m=\rho V} 0/4m_{\text{کره}} = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} \quad (*)$$

حجم فلز و کره برابر است با:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{4}{3}\pi R^3_{\text{حفره}} = 4 \times 2^3 = 32cm^3$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi(R^3_{\text{کره}} - R^3_{\text{حفره}}) = 4 \times (3^3 - 2^3)cm^3 = 4 \times 19cm^3$$

با استفاده از رابطهٔ (*) داریم:

$$0/4\rho_{\text{کره}} V_{\text{کره}} = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{کره}} = \frac{5/7 \times 32}{0/4 \times 4 \times 19} = 6\frac{g}{cm^3}$$

*(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)*

---

**۱۱۰- گزینهٔ «۲»** *(هاشم زمانیان)*

به بررسی دلیل نادرستی گزینه‌های دیگر می‌پردازیم:

۱) چون چگالی بنزین کمتر از چگالی آب است، در هنگام آتش‌سوزی بنزین نباید روی آن آب پاشید، زیرا بنزین روی آب قرار می‌گیرد و آب عملاً در خاموش کردن بنزین بی‌اثر است.

۳) هنگامی‌که چند مایع مختلف را که با هم مخلوط نمی‌شوند، در یک ظرف می‌ریزیم، مایعی که چگالی کمتری نسبت به بقیه مایع‌ها دارد، بالاتر از همه قرار می‌گیرد.

۴) با محاسبهٔ چگالی جسمی ناشناخته نمی‌توان جنس آن را تعیین کرد زیرا ممکن است داخل جسم ناخالصی داشته باشیم و یا ممکن است چگالی یک آلیاژ با جسمی دیگر برابر شود و ما را به اشتباه بیندازد.

*(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)*

## شیمی ۲

۱۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرعلی برفورداریون)*

**بررسی موارد نادرست:**

**الف) توضیحات داده شده مربوط به عنصر ژرمانیم می‌باشد که نماد آن (Ge) است.**

**پ) عنصر قلع (Sn) رسانای گرمایی و الکتریکی بالایی دارد و در اثر ضربه خرد نمی‌شود.**

*(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۷ و ۸)*

---

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(حسن لشکری)*

**تنها عبارت «ب» نادرست است.**

**بررسی برخی عبارت‌ها:**

**ب) در یک دوره شعاع اتم‌ها از چپ به راست کاهش می‌یابد.**

$$_{19}K > {}_{11}Na > {}_{18}Ar$$

**ت) تمایل اتم $_{11}Na$ برای از دست دادن الکترون بیشتر از $_{12}Mg$ است زیرا فلزات گروه اول واکنش‌پذیری بیشتری از گروه دوم دارند.**

*(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۳)*

---

۱۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

**عبارت اول تنها مورد نادرست در مورد این عنصرها است.**

**فلزهای دستهٔ d در مقایسه با فلزهای دستهٔ s واکنش‌پذیری کمتری دارند و سرعت کدر شدن آن‌ها کمتر است.**

*(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)*

---

۱۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

**خصلت فلزی در یک گروه از بالا به پایین افزایش می‌یابد. بنابراین با افزایش خصلت فلزی در گروه هفدهم جدول دوره‌ای، شعاع اتمی و جرم اتمی میانگین افزایش می‌یابد، اما نسبت شمار الکترون ظرفیتی به شمار پروتون‌ها و واکنش‌پذیری آن‌ها کاهش می‌یابد.**

*(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۴)*

---

۱۱۵- **گزینهٔ «۴»** *(محمدحسن محمدزاده‌مقدم)*

$$C_6H_{12}O_6(aq) \rightarrow 2C_2H_5OH(aq) + 2CO_2(g)$$

$$?mL\ C_2H_5OH = 355mL\ CO_2 \times \frac{0/44g\ CO_2}{1000mL\ CO_2}$$

$$\times \frac{1mol\ CO_2}{44g\ CO_2} \times \frac{2mol\ C_2H_5OH}{2mol\ CO_2} \times \frac{1000mL\ C_2H_5OH}{0/1mol\ C_2H_5OH}$$

$$= 35/5mL\ C_2H_5OH(aq)$$

**با توجه به این‌که $CO_2$ و $C_2H_5OH$ هر دو فراورده هستند نیازی به محاسبهٔ بازده نمی‌باشد.**

*(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)*

---

۱۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(امین نوروزی)*

$$?LH_2 = 480gFe(\text{ناخالص}) \times \frac{60g\ \text{خالص}}{100g\ \text{ناخالص}} \times \frac{1molFe}{56gFe}$$

$$\times \frac{1molH_2}{1molFe} \times \frac{22/4LH_2}{1molH_2} = 115/2LH_2$$

*(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)*

---

۱۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(فرزاد رضایی)*

**ابتدا واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم و سپس مقدار خالص $NaNO_3$ را به دست می‌آوریم:**

$$I)\ 2NaNO_3(s) \rightarrow 2NaNO_2(s) + O_2(g)$$

$$II)\ C_3H_8(g) + 5O_2(g) \rightarrow 3CO_2(g) + 4H_2O(g)$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم مادهٔ خالص}}{\text{جرم مادهٔ ناخالص}} \times 100$$

$$\Rightarrow 37/5 = \frac{x\ g\ NaNO_3}{34} \times 100 \Rightarrow x = \frac{34 \times 3}{8}\ g\ NaNO_3$$

**اکنون مقدار $O_2$ تولیدی در واکنش (I) را به دست می‌آوریم:**

$$?mol\ O_2 = \frac{34 \times 3}{8}\ g\ NaNO_3 \times \frac{1mol\ NaNO_3}{85g\ NaNO_3}$$

$$\times \frac{1mol\ O_2}{2mol\ NaNO_3} \times \underbrace{\frac{80}{100}}_{\text{بازده}} = \frac{3}{50}mol\ O_2$$

اکنون مقدار گاز تولیدی را در واکنش (II) برحسب لیتر به دست می‌آوریم:

$$?\,\text{L گاز} = \frac{۳}{۵۰}\text{mol } O_۲ \times \frac{۷\text{mol گاز}}{۵\text{mol } O_۲} \times \frac{۲۵\text{L گاز}}{۱\text{mol گاز}} = \frac{۲۱}{۱۰}\text{L گاز}$$
$$= ۲/۱\text{L گاز}$$

*(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)*

---

۱۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ: شبه‌فلزها از نظر شیمیایی خواصی یکسان نافلزها دارند و خواص فیزیکی آن‌ها به فلزها شباهت دارد.

ت: $_{۲۱}Sc$ اولین عنصر دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای نیست، بلکه $_{۱۹}K$ اولین عنصر این دوره به شمار می‌رود.

*(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۲، ۱۶ و ۱۸)*

---

۱۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

فقط مورد دوم نادرست است.

واکنش‌های کامل شده:

$$۲K + Fe(OH)_۲ \rightarrow ۲KOH + Fe$$
$$Mg + ۲CuCl \rightarrow MgCl_۲ + ۲Cu$$

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: چون واکنش‌پذیری اتم فلز تنها از فلز موجود در ترکیب بیشتر است، در نتیجه واکنش انجام‌پذیر است و واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌هایی با پایداری بیشتر تبدیل می‌شوند.

مورد دوم: $Fe(OH)_۲$ یک رسوب سبزرنگ می‌باشد.

مورد سوم: به علت شعاع اتمی بیشتر Ca نسبت به Mg، Ca واکنش‌پذیری بیشتری داشته و سرعت واکنش افزایش خواهد یافت.

مورد چهارم: فلز Cu به صورت کاتیون $Cu^+$ در ترکیب CuCl وجود دارد.

$$_{۲۹}Cu : [_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}۴s^{۱} \xrightarrow{Cu^+} [_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}$$

$۳d^{۱۰}$ یک زیرلایه با $n+l=۵$ است.

مورد پنجم: در واکنش اول با مصرف ۱ مول فلز پتاسیم، ۰/۵ مول فلز آهن تولید می‌شود و در واکنش دوم با مصرف ۱ مول فلز منیزیم، ۲ مول فلز مس تولید می‌شود.

$$\text{اختلاف مول اتم‌های فلز آزاد شده} = ۲\text{mol} - ۰/۵\text{mol} = ۱/۵\text{mol اتم}$$

$$۱/۵\text{mol اتم} \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\text{ اتم}}{۱\text{mol اتم}} = ۹/۰۳\times۱۰^{۲۳}\text{ اتم}$$

*(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳، ۱۵ و ۱۶ و ۱۹ تا ۲۲)*

---

۱۲۰- **گزینهٔ «۱»** *(سیدرحیم هاشمی‌دهکردی)*

$$Sc_۲(SO_۴)_۳ \rightarrow Sc_۲O_۳(s) + ۳SO_۳(g)$$
$$SO_۳(g) + ۲NaOH(aq) \rightarrow Na_۲SO_۴(aq) + H_۲O(l)$$

ابتدا، محاسبهٔ مقدار عملی

$$۳۰۰\text{mL NaOH} \times \frac{۱\text{ L NaOH}}{۱۰۰۰\text{mL NaOH}} \times \frac{۰/۰۵\text{mol NaOH}}{۱\text{L NaOH}}$$
$$\times \frac{۱\text{mol } SO_۳}{۲\text{mol NaOH}} \times \frac{۱\text{mol } Sc_۲(SO_۴)_۳}{۳\text{mol } SO_۳}$$
$$\times \frac{۳۷۸\text{g } Sc_۲(SO_۴)_۳}{۱\text{mol } Sc_۲(SO_۴)_۳} \times \frac{۱۰۰\text{g ناخالص } Sc_۲(SO_۴)_۳}{۸۰\text{g خالص } Sc_۲(SO_۴)_۳}$$
$$\simeq ۱/۱۸۱\text{g } Sc_۲(SO_۴)_۳$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۵۰ = \frac{۱/۱۸۱}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{جرم نمونه} \simeq ۲/۳۶\text{g}$$

*(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)*

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

## شیمی ۳

۱۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(محمد کوهستانیان)*

حفاری‌های باستانی از شهر بابل نشان می‌دهد که چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی شبیه صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند.

*(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۹)*

---

۱۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرعلی برفوردار یون)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: صابون همهٔ لکه‌ها را به یک اندازه از بین نمی‌برد، زیرا نوع پارچه، دما، نوع آب و نیز نوع و مقدار صابون بر روی قدرت پاک‌کنندگی آن تاثیر دارد.

گزینهٔ «۳»: ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از بروز بیماری وبا، رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

گزینهٔ «۴»: با توجه به نمودار صفحهٔ ۲ کتاب درسی، با گذشت زمان، امید به زندگی افزایش یافته و به دنبال آن، جمعیت افراد بالای ۸۰ سال بیشتر شده است.

*(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۹)*

---

۱۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان زواره)*

اسیدهای چرب، زنجیرهای بلند کربنی هستند که به گروه‌های کربوکسیل انتهایی $(COOH)$ ختم می‌شوند.

*(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۹)*

*(مطابق «خود را بیازمایید» صفحه‌های ۲ و ۳، «با هم بیندیشیم» صفحه‌های ۵ و ۶)*

---

۱۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

بعد از انحلال صابون یون سدیم جداشده و سر آب‌دوست صابون دارای بار منفی خواهد بود (سمت a) و سمت دیگر صابون انتهای گروه هیدروکربنی است که به واسطهٔ نیروی ناقطبی (واندروالس) با لکهٔ چربی جاذبه برقرار می‌کند.

*(شیمی ۳- صفحهٔ ۸)*

---

۱۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا کیانی‌دوست)*

مورد اول درست است. زیرا هر دو مولکول ناقطبی هستند. در مولکول A بخش ناقطبی بر قطبی غلبه دارد.

مورد دوم درست است.

$$A: C_{17}H_{35}COOH = C_{18}H_{36}O_2 : 284 g.mol^{-1}$$
$$B: C_{57}H_{110}O_6 \ , 890 g.mol^{-1}$$

$$\text{اختلاف جرم مولی} = 890 - 284 = 606 \frac{g}{mol}$$

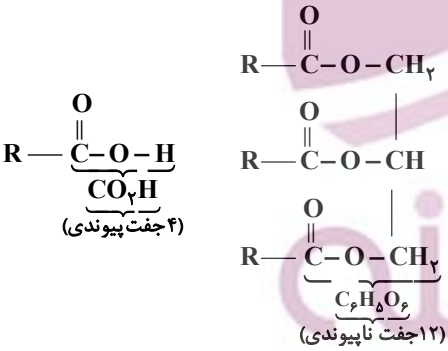
مورد سوم نادرست است.

$$1C_{57}H_{110}O_6 \sim 57CO_2(g) + 55H_2O(l)$$

$$?LCO_2 = 89g\,C_{57}H_{110}O_6 \times \frac{1mol}{890g} \times \frac{57mol\,CO_2}{1mol\,C_{57}H_{110}O_6}$$
$$\times \frac{22/4 LCO_2}{1mol\,CO_2} = 127/68 LCO_2$$

مورد چهارم درست است. گاز بوتان برای پر کردن فندک استفاده می‌شود. نیروی بین مولکولی غالب در این مولکول‌ها از نوع وان‌دروالسی است.

مورد پنجم درست است.







*(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)*

*(مرتبط با صفحهٔ ۵ کتاب درسی، با هم بیندیشیم)*

---

۱۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(مبینا شرافتی‌پور)*

صابون مورد نظر مایع بوده و فرمول آن به صورت $RCOOK$ است که $R$ در آن، $C_nH_{2n+1}$ می‌باشد. طبق گفتهٔ صورت سؤال، تعداد کربن‌های زنجیرهٔ هیدروکربنی برابر ۱۵ بوده و فرمول صابون به‌صورت $C_{15}H_{31}CO_2K$ خواهد بود.

ایران توشه — توسعه‌ای برای موفقیت

$$?\text{kg صابون} = ۴/۸۷۵\text{kgK} \times \frac{۱\text{mol K}}{۳۹\text{gK}} \times \frac{۱\text{mol صابون}}{۱\text{mol K}}$$

$$\times \frac{۲۹۴\text{g صابون}}{۱\text{mol صابون}} = ۳۶/۷۵\text{kg صابون}$$

در این کارخانه روزانه ۳۶/۷۵ کیلوگرم صابون تولید می‌شود. پس در یک ماه ۱۱۰۲/۵ کیلوگرم صابون تولید می‌شود.

*(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۶)*

---

۱۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(مبینا شرافتی‌پور)*

فرمول صابون جامد ۲۰ کربنه به‌صورت $C_{۱۹}H_{۳۹}COO^-Na^+$ می‌باشد و واکنش این صابون با منیزیم کلرید به‌صورت زیر است:

$$۲C_{۱۹}H_{۳۹}COONa(aq) + MgCl_۲(aq)$$

$$\longrightarrow (C_{۱۹}H_{۳۹}COO)_۲Mg(s) + ۲NaCl(aq)$$

از غلظت نمک خوراکی $(NaCl)$ حاصل به مقدار صابون شرکت کرده در واکنش می‌رسیم:

$$?\text{g صابون} = ۴\text{L محلول} \times \frac{۲/۵\times۱۰^{-۳}\text{mol NaCl}}{۱\text{L محلول}} \times \frac{۲\text{mol صابون}}{۲\text{mol NaCl}}$$

$$\times \frac{۳۳۴\text{g صابون}}{۱\text{mol صابون}} = ۳/۳۴\text{g صابون}$$

$$\text{درصد صابون شرکت نکرده در واکنش} = \frac{۱۶/۷ - ۳/۳۴}{۱۶/۷} \times ۱۰۰ = ۸۰\%$$

*(شیمی ۳- صفحه‌های ۵، ۶، ۸ و ۹)*

---

۱۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(مبینا شرافتی‌پور)*

$$۴/۳۲\text{g AB} \times \frac{۱۰۰\text{g}H_۲O}{۳۲\text{gAB}} = ۱۳/۵\text{g}H_۲O$$

$$۱۰۰\text{gNaOH ناخالص} \times \frac{\text{خالص ۴۰g}}{\text{ناخالص ۱۰۰g}} \times \frac{۱\text{molNaOH}}{۴۰\text{gNaOH}} \times \frac{۱\text{mol}H_۲O}{۱\text{mol NaOH}}$$

$$\times \frac{۱۸\text{g}H_۲O}{۱\text{mol}H_۲O} \times \frac{x}{۱۰۰} = ۱۳/۵\text{g}H_۲O \Rightarrow x = ۷۵\%$$

پس ۲۵% NaOH خالص واکنش نداده است.

$$۱۰۰\text{gNaOH} \times \frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۲۵}{۱۰۰} = ۱۰\text{gNaOH}$$

⇐ فرمول صابون: $C_{۱۸}H_{۳۷}COONa$

$$۱۰۰\text{gNaOH ناخالص} \times \frac{\text{خالص ۴۰g}}{\text{ناخالص ۱۰۰g}} \times \frac{۱\text{mol NaOH}}{۴۰\text{g NaOH}} \times \frac{۱\text{mol صابون}}{۱\text{molNaOH}}$$

$$\text{صابون } ۲۴۰\text{g} = \frac{۳۲۰\text{g صابون}}{۱\text{mol صابون}} \times \frac{۷۵}{۱۰۰}$$

*(شیمی ۳- صفحه‌های ۴ تا ۶)*

---

۱۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان زواره)*

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ث) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): فرمول مولکولی این ترکیب و استر سه عاملی موجود در روغن زیتون به ترتیب $C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶$ و $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$ می‌باشد.

تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در این مولکول‌ها برابر ۶ است.

عبارت (ب): از سوختن کامل هر مول از آن ۵۵ مول $H_۲O$ تولید می‌شود.

عبارت (پ): $CH_۳(CH_۲)_{۱۶}COO^-K^+$ یک صابون مایع می‌باشد.

عبارت (ت): فرمول مولکولی اسید چرب سازندهٔ آن به صورت $CH_۳(CH_۲)_{۱۶}COOH$ و بخش ناقطبی این اسید دارای ۱۷ اتم کربن است.

عبارت (ث): از واکنش هر مول از آن با ۳ مول NaOH می‌توان ۳ مول صابون جامد به دست آورد.

*(شیمی ۳- صفحه‌های ۴ تا ۸)*

---

۱۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(حمید زبیی)*

فرمول مولکولی اتیلن گلیکول $C_۲H_۶O_۲$ است.

*(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)*

*(مرتبط با صفحهٔ ۴ کتاب درسی، خود را بیازمایید)*

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

## شیمی ۱

۱۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(سالار ملکی)*

تعداد الکترون‌های $X^{2+}$ برابر با $n+m$ و تعداد نوترون‌های $E^-$ برابر با $n-m$ است. بنابراین:

$$\frac{n+m}{n-m}=2\Rightarrow n+m=2n-2m\Rightarrow 3m=n$$

برای یافتن تعداد نوترون‌های $Z^{6m+7}_{2n+2}$ داریم:

$$6m+7-2n-2=2(3m-n)+5=5$$

*(شیمی ۱- صفحه‌های ۵ و ۱۵)*

---

۱۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(مبینا شراختی‌پور)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: پرتوی D مربوط به رنگ بنفش است که بیشترین انرژی و کمترین طول‌موج را میان رنگ‌های رنگین کمان دارد.

گزینهٔ «۲»: پرتوی A به رنگ سرخ بوده که هم‌رنگ با رنگ شعلهٔ فلز لیتیم (سبک‌ترین عنصر دورهٔ دوم جدول تناوبی) می‌باشد.

گزینهٔ «۳»: پرتوی C، آبی رنگ است. با این‌که در طیف نشری خطی هیدروژن و لیتیم طیف آبی رنگ وجود دارد، اما طول موج آن‌ها با هم متفاوت است.

گزینهٔ «۴»: میزان انحراف B (سبز) از انحراف D (بنفش) کمتر و از انحراف A (سرخ) بیشتر است.

*(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۰، ۲۲، ۲۳)*

---

۱۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(جعفر رحیمی)*

ابتدا جرم اتمی میانگین لیتیم را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{M}=\frac{M_1F_1+M_2F_2}{100}=\frac{(7\times 94)+(6\times 6)}{100}=6/94amu$$

سپس با استفاده از جرم مولی LiCl، جرم اتمی میانگین Cl را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{جرم اتمی میانگین Li}+\text{جرم اتمی میانگین Cl}=\text{جرم مولی LiCl}$$

$$\Rightarrow 6/94+\text{جرم اتمی میانگین Cl}=42/44$$

$$\Rightarrow \text{جرم اتمی میانگین Cl}=35/5amu$$

در پایان درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر کلر را به‌دست می‌آوریم:

$$35/5=\frac{35(100-f_2)+37f_2}{100}\Rightarrow f_2=\%25$$

LiCl دارای یک اتم لیتیم و یک اتم کلر می‌باشد بنابراین برای لیتیم دو مورد و برای کلر دو مورد می‌توان گذاشت: $2\times 2=4$

$$6+35=41g.mol^{-1}$$

$$6+37=43g.mol^{-1}$$

$$7+35=42g.mol^{-1}$$

$$7+37=44g.mol^{-1}$$

*(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۱۵)*

---

۱۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(سهند راحمی‌پور)*

$$\left.\begin{array}{l}n+p=107\\p=e+2\\e=\frac{3}{4}n\end{array}\right\}\Rightarrow n+\frac{3}{4}n+2=107\Rightarrow n=60\,,\,p=107-60=47$$

*(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحهٔ ۵)*

---

۱۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(فرزاد رضایی)*

رادیوایزوتوپ A و B در طول ۴ ساعت به‌ترتیب ۸ و ۴ نیم‌عمر طی می‌کنند پس: $T=30min$

$$A\xrightarrow{T}\frac{A}{2}\xrightarrow{T}\frac{A}{4}\xrightarrow{T}\frac{A}{8}\xrightarrow{T}\frac{A}{16}\xrightarrow{T}\frac{A}{32}$$

$$\xrightarrow{T}\frac{A}{64}\xrightarrow{T}\frac{A}{128}\xrightarrow{T}\frac{A}{256}$$

مقدار باقی‌مانده A پس از ۴ ساعت: $\frac{A}{256}$ ، $T'=60min$

$$B\xrightarrow{T'}\frac{B}{2}\xrightarrow{T'}\frac{B}{4}\xrightarrow{T'}\frac{B}{8}\xrightarrow{T'}\frac{B}{16}$$

مقدار تجزیه شده B پس از ۴ ساعت: $\frac{15}{16}B$

$$\frac{A}{256}=\frac{15}{16}B\rightarrow\frac{A}{B}=15\times 16=240$$

$$\frac{\text{جرم مولی A}}{\text{جرم مولی B}}=\frac{\text{گرم A}}{\text{گرم B}}\times\frac{\text{مول B}}{\text{مول A}}=240$$

$$\frac{\text{گرم A}}{\text{گرم B}}=240,\quad\frac{\text{مول B}}{\text{مول A}}=1$$

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحهٔ ۶)*

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۱۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(سیدرضا رضوی)*

در زمان تشکیل سحابی، دما کاهش می‌یابد.

*(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳،۴ و ۱۵)*

---

۱۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(حامد اسماعیلی)*

ذره‌های زیر اتمی باردار غالب در یون $HXO_4^-$، همان الکترون‌ها هستند. اگر شمار پروتون‌های عنصر مجهول را $X$ در نظر بگیریم، شمار الکترون‌های این یون به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$[(1\times1)+(X\times1)+(4\times8)+1]=34+X$$

شمار پروتون‌ها در یون «$PF_6^-$» نیز برابر با مجموع شمار پروتون‌های یک اتم فسفر و شش اتم فلوئور است؛ پس مجموع شمار پروتون‌های این یون برابر با $[(1\times15)+(6\times9)]=69$ است؛ بنابراین نسبت خواسته شده برابر با $\frac{34+X}{69}$ است. از آنجا که این نسبت در صورت سوال برابر $\frac{17}{23}$ است، می‌توان نوشت:

$$\frac{34+X}{69}=\frac{17}{23}=\frac{51}{69}\Rightarrow X=17$$

با توجه به اینکه شمار پروتون‌های این اتم برابر با کلر $(_{17}Cl)$ ۱۷ است، پس عنصر مورد نظر همان $(_{17}Cl)$ ۱۷ است.

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۱۵)*

---

۱۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ایزوتوپ‌های یک عنصر از نظر پایداری در طبیعت، نقطهٔ ذوب و جوش چگالی، (ویژگی‌های فیزیکی وابسته به جرم) عدد جرمی و تعداد نوترون‌ها (ذره‌های زیراتمی خنثی) با یکدیگر تفاوت دارند.

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)*

---

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

عبارت اول و سوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد دوم) از تکنسیم برای تشخیص بیماری تیروئید استفاده می‌شود و نه برای درمان آن.

مورد چهارم) نخستین عنصر ساخته شده در راکتور هسته‌ای $^{99}_{43}Tc$ است که دارای ۴۳ پروتون و ۵۶ نوترون است که ۱۳ واحد با یکدیگر اختلاف دارند.

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۸، ۱۴ و ۱۵)*

---

۱۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

ابتدا به کمک اطلاعاتی که در مورد تعداد اتم‌ها داده شده است، جرم اتمی میانگین عنصر $A$ را محاسبه می‌کنیم.

$$?\,atom=523/5\,g\,AF_3\times\frac{1\,mol\,AF_3}{M\,g\,AF_3}\times\frac{4\,mol\,atom}{1\,mol\,AF_3}$$

$$\times\frac{6/02\times10^{23}\,atom}{1\,mol\,atom}=1/204\times10^{25}\,atom$$

$$\Rightarrow M=104/7\,g.mol^{-1}=\overline{M}_A+3\overline{M}_F=\overline{M}_A+3(19)$$

$$\Rightarrow \overline{M}_A=47/7\,g.mol^{-1}$$

سپس به محاسبهٔ درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها می‌پردازیم:

$$\begin{matrix}^{46}A & ^{48}A & ^{49}A\\ \%F_1 & \%F_2 & \%F_3\end{matrix}\Rightarrow\begin{cases}F_1+F_2+F_3=100\\ F_1+F_3=F_2+20\end{cases}\Rightarrow F_2=\%40$$

فراوانی‌های ایزوتوپ‌ها را به صورت $F_3=60-x$، $F_2=40$ و $F_1=x$ در نظر می‌گیریم.

$$\overline{M}=\frac{M_1F_1+M_2F_2+M_3F_3}{F_1+F_2+F_3}$$

$$\Rightarrow 47/7=\frac{46x+(48\times40)+49(60-x)}{100}$$

$$\Rightarrow x=30\Rightarrow F_1=\%30\,,\ F_2=\%40\,,\ F_3=\%30$$

$$\frac{\text{فراوانی }^{49}A}{\text{فراوانی }^{46}A}=\frac{\%30}{\%30}=1$$

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۶، ۱۳ تا ۱۹)*

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

# دفترچه پاسخ

## آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

۳ مرداد

**تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰**
**زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه**

### گروه فنی تولید

| | |
|---|---|
| **مسئول آزمون** | حمید لنجان‌زاده اصفهانی |
| **ویراستار** | فاطمه راسخ |
| **مدیر گروه مستندسازی** | محیا اصغری |
| **مسئول درس مستندسازی** | علیرضا همایون‌خواه |
| **طراحان** | حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، سپهر حسن‌خان‌پور، فرزاد شیرمحمدلی |
| **حروف‌چینی و صفحه‌آرایی** | معصومه روحانیان |
| **ناظر چاپ** | حمید عباسی |

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

## استعدادتحلیلی

**۲۵۱- گزینهٔ «۳»** *(حامد کریمی)*

ذرّه‌بین برای بزرگنمایی است نه اندازه‌گیری، امّا دیگر وسایل برای اندازه‌گیری زمان، فشار و وزن به‌کار می‌روند.

*(هوش کلامی)*

---

**۲۵۲- گزینهٔ «۳»** *(سپهر حسن‌خان‌پور)*

معلوم است که روی تخته‌سیاه با گچ می‌نویسند و روی وایت‌بورد با ماژیک. دستهٔ دومی نیز جدیدتر است.

*(هوش کلامی)*

---

**۲۵۳- گزینهٔ «۱»** *(حمید اصفهانی)*

متن می‌گوید مأمون به دو فرزندش دستور داده بود هر گاه معلّم برمی‌خاست تا کفش بپوشد و برود، هر یک از دو فرزند بدوند و یکی از دو لنگه کفش معلّم را پیش پای او بگذارند تا او خم نشود و راحت کفش بپوشد. این نشانهٔ احترامی است که جایگاه معلّم دارد.

*(هوش کلامی)*

---

**۲۵۴- گزینهٔ «۱»** *(سپهر حسن‌خان‌پور)*

متن می‌گوید آدمی باید نخست خود از دیگری علم بیاموزد و سپس ادّعای آموزگاری کند.

*(هوش کلامی)*

---

**۲۵۵- گزینهٔ «۳»** *(حامد کریمی)*

طبق متن، نظرات وبر در انکار نقش کاریزما در مشروعیت‌بخشی به حاکم نیست، امّا می‌گوید این که قوانین و نهادهای سیاسی در جوامع مدرن تعیین‌کننده‌اند، یعنی مشروعیت قانونی‌عقلانی مهمتر است.

*(هوش کلامی)*

---

**۲۵۶- گزینهٔ «۲»** *(حامد کریمی)*

جان لاک معتقد بود اگر حکومتی حقوق طبیعی مردم را نقض کند، مردم حقّ این را دارند که برای تغییر آن اقدام کنند.

*(هوش کلامی)*

---

**۲۵۷- گزینهٔ «۳»** *(حامد کریمی)*

چه نمونه رفتارهایی ممکن است عامل کاهش رضایت عمومی و بحران مشروعیت یک حکومت باشد؟ فساد، ناکارآمدی، سرکوب و یا نارضایتی اجتماعی. دو پرسش دیگر در متن پاسخ نگرفته‌اند.

*(هوش کلامی)*

---

**۲۵۸- گزینهٔ «۱»** *(حامد کریمی)*

کافی است به این نکته توجه کنیم که حسن و یعقوب برادرند و فرزندان ایشان پسرعموی یکدیگرند. معلوم است که ما از نسبت بین مادران این دو اطلاعی نداریم.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۵۹- گزینهٔ «۲»** *(حامد کریمی)*

حسن برادر مه‌پاره است، پس حسن، دایی فرزند مه‌پاره است. معلوم است که پسرِ حسن، پسر دایی فرزند مه‌پاره است.

زنِ حسن، خواهرِ شوهرِ مه‌پاره است. پس زن حسن برای فرزند مه‌پاره، «عمه» است. معلوم است که پسرِ حسن، پسر عمّهٔ مه‌پاره هم هست.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۶۰- گزینهٔ «۴»** *(حامد کریمی)*

پسر حسن، با دخترِ برادرِ زنِ عموی خود ازدواج کرده است. پس زن عموی پسر حسن، برای آن دختر، عمّه است. پس زنِ عموی حسن، عمّهٔ زن پسر حسن است.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۶۱- گزینهٔ «۱»** *(حمید اصفهانی)*

ابتدا جدول را کامل می‌کنیم. امین کوچکترین فرزند است. امیر بزرگترین فرزند نیست. اصغر نیز بزرگترین فرزند نیست. پس بزرگترین فرزند اکبر است. او کمربند دارد. فقط یک نفر از آن که کراوات دارد بزرگتر است، پس آن که کراوات دارد بیست سال دارد. امیر کراوات ندارد. پس امیر هفده سال دارد و اصغر بیست سال.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| سن | ۲۲ | ۲۰ | ۱۷ | ۱۴ |
| نام | اکبر | اصغر | امیر | امین |
| رنگ پیراهن | | | | |
| لباس دیگر | کمربند | کراوات | | |

آن که پاپیون دارد، پیراهنش آبی است و کوچکترین فرزند نیست. یعنی امین نیست، پس امیر است. آن که نه کمربند دارد، نه کراوات و نه پاپیون، یعنی امین، قرمز پوشیده است. رنگ پیراهن اکبر و اصغر هم معلوم نیست.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| سن | ۲۲ | ۲۰ | ۱۷ | ۱۴ |
| نام | اکبر | اصغر | امیر | امین |
| رنگ پیراهن | معلوم نیست | معلوم نیست | آبی | قرمز |
| لباس دیگر | کمربند | کراوات | پاپیون | ندارد |

طبق جدول، اصغر کراوات زده است.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۶۲- گزینهٔ «۳»** *(حمید اصفهانی)*

طبق جدول پاسخ قبلی، آن که پاپیون زده است، آبی پوشیده است.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۶۳- گزینهٔ «۴»** *(حمید اصفهانی)*

طبق جدول پاسخ‌های قبلی، آن که کمربند دارد، اکبر است که ۲۲ سال دارد.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۶۴- گزینهٔ «۲»** *(حمید اصفهانی)*

طبق داده‌های بالا، معلوم است که رنگ پیراهن اکبر و اصغر معلوم نیست.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۶۵- گزینهٔ «۲»** *(حمید کنبی)*

کارخانه طبق نمودار در فصل‌های بهار و پاییز سودده بوده است، ولی میزان سود در این ماه‌ها طبق نمودار، دقیق قابل مقایسه نیست. حتی اگر تقریبی هم بگوییم، به نظر می‌رسد فصل پاییز سوددهی بیش‌تری داشته است.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۶۶- گزینهٔ «۳»** *(فاطمه راسخ)*

یکی از نقطه‌ها در همهٔ شکل‌ها در محلّ اشتراک دایره‌ها و مربع است. این فضا در گزینهٔ «۳» اصلاً نیست. دیگر نقطه‌ها جایگاه نسبی مشابهی دارند.

*(هوش غیرکلامی)*

---

**۲۶۷- گزینهٔ «۲»** *(فاطمه راسخ)*

تعداد پاره‌خط‌های شکل بیرونی در همهٔ شکل‌ها، دقیقاً یکی بیش‌تر از تعداد پاره‌خط‌های شکل درونی است، به‌جز گزینهٔ «۲».

*(هوش غیرکلامی)*

---

**۲۶۸- گزینهٔ «۴»** *(فاطمه راسخ)*

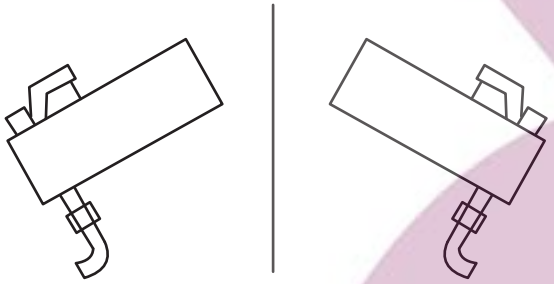
در همهٔ شکل‌ها، دایره‌ای هست و دو چندضلعی. همواره بخش مشترک دایره با آن چندضلعی که تعداد اضلاع کم‌تری دارد، رنگی است به‌جز گزینهٔ «۴».

*(هوش غیرکلامی)*

---

**۲۶۹- گزینهٔ «۲»** *(حمید کنبی)*

تقارن مدّنظر:

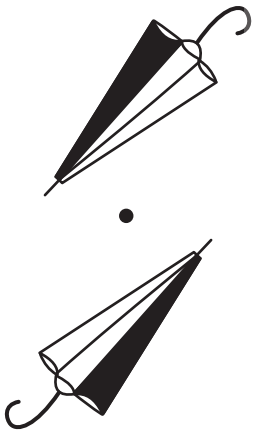


*(هوش غیرکلامی)*

---

**۲۷۰- گزینهٔ «۴»** *(فرزاد شیرممّدلی)*

تقارن مدّنظر:



*(هوش غیرکلامی)*

---

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت