دفترچه پاسخ

آزمون ۱۷ مرداد ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی-وحید امیرکیایی-علی آزاد-شاهین پروازی-حسین پوراسماعیل-محمدابراهیم توزنده‌جانی-عادل حسینی-بهرام حلاج افشین خاصه‌خان-طاهر دادستانی-سجاد دواطلب-جواد زنگنه‌قاسم‌آبادی-علی شهرابی-حمید علیزاده-احسان غنی‌زاده حامد فرضعلی‌بیک-بهنام کلامی-سعید مدیرخراسانی-حمید معنوی-احمد مهرابی-ابراهیم نجفی-اکرم نیکوکلام-وحید ون‌آبادی
	هندسه	عادل ابراهیمی-امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-هومن نورائی-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش محمد خندان-سیدامیر ستوده-رضا عباسی‌اصل-هومن عقیلی-امیرمحمد کریمی-سهام مجیدی‌پور-محسن محمدکریمی مجید محمدی‌نویسی مهرداد ملوندی -محمدجواد نوری-سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	آمارواحتمال وریاضیات گسسته	محمدمهدی ابوترابی-امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی‌امیرآبادی-رضا توکلی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-علیرضا سیف علیرضا شریف‌خطیبی-فرهاد صابر-عزیزاله علی اصغری-فرشاد فرامرزی-مرتضی فهیم‌علوی-امیرمحمدکریمی-معصومه گرائی میلاد منصوری-نیلوفر مهدوی-محمدعلی نادرپور-هومن نورائی-محمد هجری
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-بابک اسلامی-عباس اصغری-عبدالرضا امینی‌نسب-احسان ایرانی-مهدی آذرنسب-زهره آقامحمدی امیرحسین برادران-علی تجاری‌اصل-یاشار جلیل‌زاده-محمدباقر خاموشی-مهدی سلطانی-محمدرضا شریفی محمدرضا شیروانی‌زاده- مصطفی کیانی-احسان محمدی-امیر محمودی‌انزابی-سیدعلی میرنوری-مجتبی نکوئیان سیدامیر نیکویی‌نهالی
	شیمی	ساسان اسماعیل‌پور-امیرمهدی بلاغی-جعفر پازوکی-محمدرضا پورجاوید-حامد پویان‌نظر-احمدرضا جعفری-پیمان خواجوی‌مجد یاسر راش جعفر رحیمی-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی-مبینا شرافتی‌پور-مهدی شریفی-سیدصدرا عادل-محمد عظیمیان‌زواره محمدپارسا فراهانی -علیرضا کیانی‌دوست-حسن لشکری-سعید محسن‌زاده-محمدحسن محمدزاده‌مقدم-سیدمحمد معروفی محمد وزیری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه	آمارواحتمال وریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرمحمد کریمی	امیرمحمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محجوب فرزاد حلاج‌مقدم احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرمحمد کریمی	امیرمحمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا -احسان میرزینلی			مهدی صالحی پرهام مهرآرا	محسن دستجردی عرفان قره‌مشک

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۳»** (اکرم نیکوکلام)

رابطهٔ گزینهٔ «۳» به‌صورت $y=\sqrt[3]{\frac{5}{x}}$ است که به ازای هر x مخالف صفر تنها یک مقدار برای y حاصل می‌شود. بنابراین تابع است. حال سایر گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ «۱»: نادرست- زیرا اگر $x=1$ باشد، داریم:

$$\sqrt{1}+2=y^2 \Rightarrow y^2=3 \Rightarrow y=\pm\sqrt{3}$$

گزینهٔ «۲»: نادرست- زیرا اگر $x=4$ باشد، داریم:

$$y^3-5y+4=4 \Rightarrow y^3-5y=0$$

$$\Rightarrow y(y^2-5)=0 \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=\pm\sqrt{5} \end{cases}$$

گزینهٔ «۴»: نادرست- زیرا اگر $x=0$ باشد، داریم:

$$y^2+y-2=0 \Rightarrow (y+2)(y-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} y=-2 \\ y=1 \end{cases}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۲- **گزینهٔ «۳»** (سعید مدیرخراسانی)

مطابق نمودار تابع، بُرد تابع برابر است با $[0,4]$ و مجموعهٔ هم‌دامنهٔ تابع هم $[0,7)$ می‌باشد. پس اشتراک آن‌ها شامل ۵ عدد صحیح است.

$$[0,4]\cap[0,7)=[0,4] \Rightarrow 4,3,2,1,0$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۳- **گزینهٔ «۲»** (محمدابراهیم توزنده‌جانی)

با توجه به شکل، دامنهٔ تعریف تابع f برابر $\mathbb{R}$ است. برای پیدا کردن دامنهٔ تعریف تابع موردنظر، زیر رادیکال باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد.

$$(2x-4)f(x)\geq 0$$

$$\begin{cases} 2x-4=0 \Rightarrow x=2 \\ f(x)=0 \Rightarrow x=-2, x=0, x=3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2		0		2		3	$+\infty$
$2x-4$	$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$
$f(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$(2x-4)f(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\Rightarrow D_f=[0,2]\cup[3,+\infty)\cup\{-2\}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۶۳ تا ۷۰)

۴- **گزینهٔ «۳»** (ممید معنوی)

چون $D_g=\mathbb{R}-\{-3\}$، $x=-3$ باید تنها جواب معادلهٔ درجهٔ دوم $x^2+6x+a=0$ باشد، یعنی باید: $x^2+6x+a=(x+3)^2$

$$\Rightarrow x^2+6x+a=x^2+6x+9 \Rightarrow a=9 \Rightarrow f(x)=\frac{bx+6}{(x+3)^2}$$

دو تابع برابرند، پس داریم:

$$f(x)=g(x) \Rightarrow \frac{bx+6}{(x+3)^2}=\frac{c}{x+3} \Rightarrow \frac{bx+6}{x+3}=\frac{c}{1}$$

$$\Rightarrow cx+3c=bx+6 \Rightarrow b=c \ , \ 3c=6 \Rightarrow b=c=2$$

در نتیجه $a-b-c=5$.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۵- **گزینهٔ «۲»** (جواد زنگنه‌قاسم آبادی)

راه‌حل اول:

$$[2x-k]=[2x+k]=m \Rightarrow \begin{cases} m\leq 2x-k<m+1 \quad (I) \\ m\leq 2x+k<m+1 \\ \Rightarrow -m-1<-2x-k\leq -m \quad (II) \end{cases}$$

طرفین (I) و (II) را با هم جمع می‌کنیم:

$$-1<-2k<1 \Rightarrow -1<2k<1 \xrightarrow{\times\frac{19}{2}} -\frac{19}{2}<19k<\frac{19}{2}$$

بیشترین مقدار ممکن برای $[19k]$ برابر با ۹ است.

راه‌حل دوم: نکته: اگر $[a]=[b]$ باشد، آن‌گاه $|a-b|<1$؛ پس:

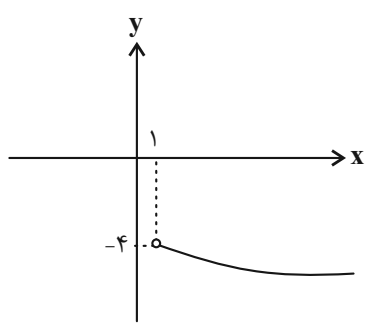
$$[2x-k]=[2x+k] \Rightarrow |(2x+k)-(2x-k)|<1$$

$$\Rightarrow -1<2k<1 \xrightarrow{\times\frac{19}{2}} -\frac{19}{2}<19k<\frac{19}{2} \Rightarrow \text{Max}([19k])=9$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۶- **گزینهٔ «۳»** (شاهین پروازی)

ابتدا نمودار ضابطه دوم تابع یعنی $y_2=-2\sqrt{x+3}\ ; x>1$ را رسم می‌کنیم:



حال برای اینکه تابع f روی دامنه‌اش یک‌به‌یک باشد، لازم است که ضابطهٔ اول تابع یعنی $y_1 = x^2 - ax + b; x \le 1$ روی دامنه‌اش یک به یک باشد و همچنین بردهای دو ضابطه هیچ اشتراکی با هم نداشته باشند. برای این کار، طول رأس سهمی $y_1 = x^2 - ax + b$ باید در بازهٔ $[1, +\infty)$ باشد:

$$x_S = \frac{a}{2} \ge 1 \Rightarrow a \ge 2 \qquad (1)$$

هم‌چنین برد سهمی y_1 باید در بازهٔ $[-4, +\infty)$ باشد:

$$(1)^2 - a(1) + (b) \ge -4 \Rightarrow b - a \ge -5 \quad (2)$$

از نامعادلات (۱) و (۲) می‌توانیم بنویسیم:

$$a + b = 2a + b - a \ge 4 + (-5) \Rightarrow a + b \ge -1$$

پس کم‌ترین مقدار $a + b$ برابر -1 است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۷- **گزینهٔ «۴»** *(احسان غنی‌زاده)*

با توجه به صورت سؤال، $f(2) = 1$ و $f^{-1}(2) = 1$ است یعنی $f(1) = 2$ می‌باشد، پس داریم:

$$f(x) = a\sqrt{5b - 3x}$$

$$\begin{cases} f(1) = 2 \Rightarrow 2 = a\sqrt{5b - 3(1)} \Rightarrow a\sqrt{5b - 3} = 2 \quad (1) \\ f(2) = 1 \Rightarrow 1 = a\sqrt{5b - 3(2)} \Rightarrow a\sqrt{5b - 6} = 1 \quad (2) \end{cases}$$

از تقسیم رابطهٔ (۱) بر رابطهٔ (۲) داریم:

$$\frac{a\sqrt{5b-3}}{a\sqrt{5b-6}} = \frac{2}{1} \Rightarrow \sqrt{\frac{5b-3}{5b-6}} = 2 \xrightarrow[\text{توان ۲ می‌رسانیم}]{\text{طرفین رابه}}$$

$$\frac{5b-3}{5b-6} = 4 \Rightarrow 5b - 3 = 4(5b - 6) \Rightarrow 5b - 3 = 20b - 24$$

$$\Rightarrow 15b = 21 \Rightarrow b = \frac{21}{15} = 1/4$$

$$\xrightarrow{(1)} a\sqrt{5(1/4) - 3} = 2 \Rightarrow a\sqrt{4} = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow a + 5b = 1 + 7 = 8$$

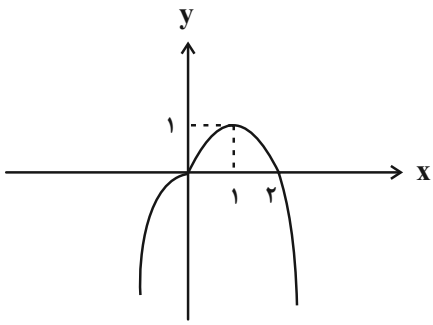
(حسابان ۱- صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۵۴ تا ۶۲)

۸- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

دامنه دو تابع و در نتیجه تابع $f - g$ برابر $\mathbb{R}$ است. حال ضابطه تابع $f - g$ را به دست می‌آوریم:

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \begin{cases} 2x - x^2 ; x \ge 0 \\ -x^2 \quad ; x < 0 \end{cases}$$

نمودار این تابع را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار برد تابع بازهٔ $(-\infty, 1]$ است. بنابراین بیشترین مقدار تابع برابر ۱ می‌باشد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۹- **گزینهٔ «۱»** *(حامد فرضعلی‌بیک)*

برای یافتن حاصل $(f^{-1}og^{-1})(3)$ یا همان $f^{-1}(g^{-1}(3))$، ابتدا باید مقدار $g^{-1}(3)$ را به‌دست آوریم. به این منظور، فرض می‌کنیم $g^{-1}(3) = a$، در نتیجه $g(a) = 3$ است، پس:

$$a + 2\sqrt{a} = 3 \Rightarrow a + 2\sqrt{a} - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 3) = 0 \Rightarrow a = 1$$

حال باید حاصل $f^{-1}(1)$ را به‌دست آوریم، به این ترتیب که فرض می‌کنیم $f^{-1}(1) = b$ و از آن نتیجه می‌گیریم $f(b) = 1$؛ پس:

$$\frac{2b + 3}{b - 2} = 1 \Rightarrow 2b + 3 = b - 2 \Rightarrow b = -5$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸، ۵۴ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۷۰)

۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

توابع f و g خطی هستند و اگر تابع $g^{-1}of$ را به عنوان ورودی تابع fog قرار دهیم داریم:

$$(fog)(g^{-1}of)(x) = (fof)(x) = 6\left(\frac{3}{2}x + 1\right) - 10 = 9x - 4$$

اگر تابع fof برابر $y = 9x - 4$ باشد، برای تابع f دو ضابطهٔ $f(x) = 3x - 1$ و $f(x) = -3x + 2$ به‌دست می‌آید.

با توجه به رابطهٔ $(fog)(x) = f(g(x)) = 6x - 10$، اگر $f(x) = 3x - 1$ باشد، ضابطه تابع g، $g(x) = 2x - 3$ و اگر $f(x) = -3x + 2$ باشد، $g(x) = -2x + 4$ به دست می‌آید.

در هر دو حالت مقدار $(f.g)(1)$ که برابر $f(1)g(1)$ است، برابر می‌شود با:

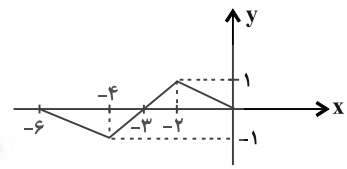
$$f(1)g(1) = -2$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

حسابان ۲

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(حمید علیزاده)*

ابتدا با انتقال تابع $y=f(x-1)$ به اندازهٔ سه واحد به چپ، نمودار تابع $y=f(x+2)$ را رسم می‌کنیم، سپس دامنهٔ تابع $y=\sqrt{(x+2)f(x+2)}$ را با تعیین علامت عبارت زیر رادیکال بدست می‌آوریم.



شرط دامنه رادیکال: $(x+2)f(x+2)\geq 0$

جدول تعیین علامت عبارت بالا به صورت زیر است:

x	-6		-3		-2		0
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x+2)$	0	$-$	0	$+$		$+$	0
زیررادیکال	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0

$$\Rightarrow D_y=[-6,-3]\cup[-2,0]$$

(حسابان۲- صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(شاهین پروازی)*

نقطهٔ $(-1,6)$ روی نمودار تابع f قرار دارد. پس داریم:

$$f(6)=-1\Rightarrow f(10-4)=-1$$

$$\Rightarrow g(10)=3-2f(10-4)=5$$

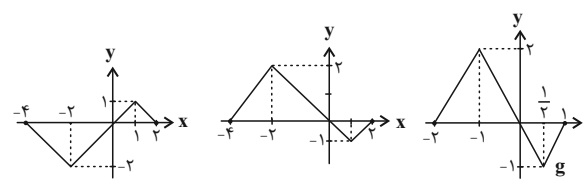
پس نقطه (a,b) روی نمودار g، $(10,5)$ بوده است. $\Rightarrow a+b=15$

(حسابان ۲- مشابه مثال صفحهٔ ۱۰)

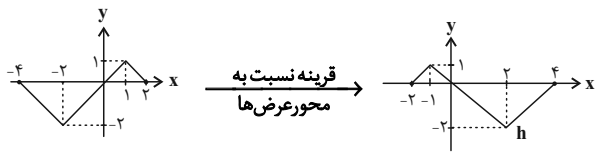
۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم املالی)*

نمودار تابع g به‌صورت زیر رسم می‌شود:

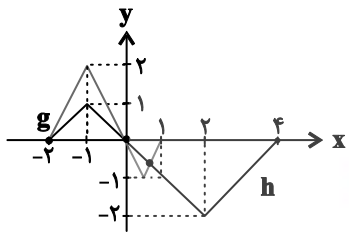
$$y=f(x)\xrightarrow[\text{محورطول‌ها}]{\text{قرینه‌نسبت به}}y=-f(x)\xrightarrow[\text{طول‌نقاط}]{\text{نصف کردن}}g(x)=-f(2x)$$



نمودار تابع h به‌صورت زیر رسم می‌شود:



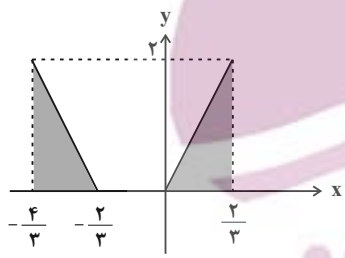
بنابراین نمودار دو تابع سه نقطهٔ مشترک دارند:



(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

نقاط $(-1,0)$، $(0,2)$، $(1,2)$ و $(2,0)$ روی نمودار تابع f به‌ترتیب به نقاط $\left(-\frac{4}{3},2\right)$، $\left(-\frac{2}{3},0\right)$، $(0,0)$ و $\left(\frac{2}{3},2\right)$ نظیر می‌شوند، پس با وصل کردن این نقاط به هم نمودار تابع g حاصل می‌شود.



سطح سایه‌خورده، سطح موردنظر است که از دو مثلث هم‌نهشت تشکیل شده است و مساحت آن‌ها برابر است با:

$$S=2\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times 2\right)=\frac{4}{3}$$

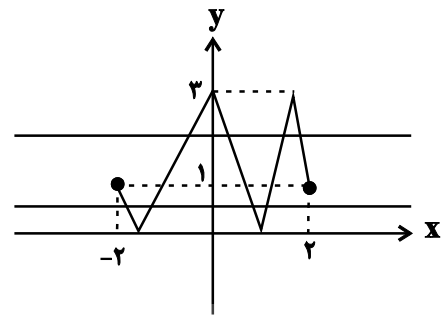
(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

خط $y=m$ نمودار تابع $y=|2f(2-3x)+1|$ را باید در چهار نقطه قطع کند. از آنجا که تبدیلات افقی فقط روی طول نقاط تأثیرگذارند، پس تعداد جواب‌های معادلهٔ فوق با تعداد جواب‌های معادلهٔ $|2f(x)+1|=m$ برابر است، پس برای سادگی نمودار تابع $y=|2f(x)+1|$ را رسم می‌کنیم که خط $y=m$ باید آن را در ۴ نقطه قطع کند.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

نمودار تابع مذکور به صورت زیر است و داریم:



برای اینکه خط $y=m$ نمودار تابع را در ۴ نقطه قطع کند لازم است که $m\in(0,3)-\{1\}$ باشد.

(حسابان۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(علی شهرابی)*

$$f(x)=x^3+3x^2+3x-2=(x+1)^3-3$$

تابع g را تشکیل می‌دهیم:

$$g(x)=f(x-3)=(x-3+1)^3-3=(x-2)^3-3$$

$$\Rightarrow (g-f)(x)=((x-2)^3-3)-((x+1)^3-3)$$

$$=x^3-6x^2+12x-8-x^3-3x^2-3x-1$$

$$=-9x^2+9x-9$$

با یک سهمی با طول راس $x_S=\frac{1}{2}$ روبرو هستیم:

به ازای $x\in(-\infty,\frac{1}{2}]$ سهمی صعودی اکید است، پس حداکثر a برابر با $\frac{1}{2}$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(کاظم اجلالی)*

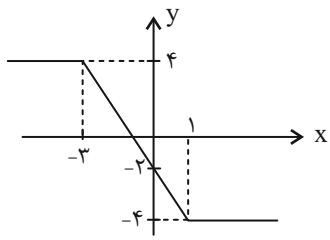
اگر زوج مرتب‌های $(3,1),(1,3)$ را حذف کنیم تابع f به صورت زیر خواهد بود که تابعی نزولی است.

$$f=\{(2,4),(4,4),(5,3),(6,1)\}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(وحید ون‌آبادی)*

نمودار تابع به صورت زیر است:



تابع f نزولی هست و در نتیجه رابطهٔ گزینه (۴) صدق می‌کند.

برای گزینه‌های «۱» و «۳» حالت $a=2$ و $b=1$ و برای گزینهٔ «۲» حالت $a=-3$ و $b=1$ مثال نقض است.

(حسابان ۲- مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۱۸)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(وحید ون‌آبادی)*

اولاً باید تابع $y=ax-3$ اکیداً صعودی باشد، یعنی $a>0$ باشد، ثانیاً در نقطه $x=2$ باید تابع x^3 بالای خط $y=ax-3$ باشد، یعنی:

$$x=2\Rightarrow 2a-3\le 8\Rightarrow a\le\frac{11}{2}$$

این جواب را با $a>0$ اشتراک می‌گیریم: $\Rightarrow a\in(0,\frac{11}{2}]$

که این بازه شامل ۵ عدد صحیح $\{1,2,3,4,5\}$ است.

(حسابان ۲- مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۱۸)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(شاهین پروازی)*

عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد: $f(2x+3)\ge f(3-x)$

حال چون تابع f اکیداً نزولی است، با لحاظ کردن دامنهٔ آن باید نامعادله زیر را حل کنیم: $-1\le 2x+3\le 3-x\le 4\ ;\ x\neq -1,2$

دقت کنید که ورودی تابع نباید برابر ۱ شود، پس در ورودی‌های $2x+3$ و $3-x$ مقدار x نمی‌تواند مقادیر -1 و ۲ را بپذیرد.

$$\Rightarrow\begin{cases}2x+3\ge -1\Rightarrow x\ge -2\\ 2x+3\le 3-x\Rightarrow x\le 0\\ 3-x\le 4\Rightarrow x\ge -1\end{cases}$$

اشتراک تمام جواب‌ها بازهٔ $[-1,0]$ است.

$$\Rightarrow D_g=[-1,0]-\{-1,2\}=(-1,0]$$

این بازه شامل یک عدد صحیح است.

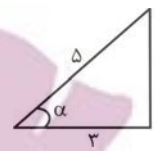
(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

ریاضی ۱

۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(سیاد داوطلب)*

می‌دانیم که $\sin\theta=\frac{۴}{۵}$ می‌باشد و طبق مثلث قائم‌الزاویه می‌توان سایر نسبت‌های مثلثاتی را پیدا کرد، پس:



$$\xrightarrow{\theta \text{ ناحیهٔ دوم}}\begin{cases}\sin\theta=\frac{۴}{۵}\\ \cos\theta=\frac{-۳}{۵}\\ \cot\theta=-\frac{۳}{۴}\end{cases}$$

$$\sqrt{۱+(\frac{-۳}{۴})^۲}-\sqrt{\frac{۱+\frac{۳}{۵}}{۱-\frac{۳}{۵}}}=\sqrt{۱+\frac{۹}{۱۶}}-\sqrt{\frac{\frac{۸}{۵}}{\frac{۲}{۵}}}=\sqrt{\frac{۲۵}{۱۶}}-\sqrt{۴}$$

$$=\frac{۵}{۴}-۲=-\frac{۳}{۴}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(بهنام کلامی)*

با توجه به تعریف شیب خط براساس تانژانت زاویهٔ α داریم:

$$\tan\alpha=m$$

$$\frac{۲\sin\alpha-\cos\alpha}{۳\sin\alpha+۲\cos\alpha}=۳\xrightarrow{+\cos\alpha}\frac{۲\tan\alpha-۱}{۳\tan\alpha+۲}=۳$$

$$\Rightarrow ۲\tan\alpha-۱=۹\tan\alpha+۶\Rightarrow\tan\alpha=-۱=m$$

$$A(\frac{۱}{۸},k)\Rightarrow k=-\frac{۱}{۸}+\frac{۷}{۸}=\frac{۶}{۸}=۰/۷۵$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(طاهر دادستانی)*

روش اول:

$$B=\frac{۱+\sin\theta-\cos\theta}{۱+\sin\theta}\times\frac{۱+\sin\theta+\cos\theta}{۱+\sin\theta+\cos\theta}$$

$$=\frac{(۱+\sin\theta)^۲-\cos^۲\theta}{(۱+\sin\theta)(۱+\sin\theta+\cos\theta)}=\frac{۱+\sin^۲\theta+۲\sin\theta-\cos^۲\theta}{(۱+\sin\theta)(۱+\sin\theta+\cos\theta)}$$

$$=\frac{\sin^۲\theta+۲\sin\theta+(۱-\cos^۲\theta)}{(۱+\sin\theta)(۱+\sin\theta+\cos\theta)}$$

$$=\frac{۲\sin\theta+۲\sin^۲\theta}{(۱+\sin\theta)(۱+\sin\theta+\cos\theta)}$$

$$=\frac{۲\sin\theta(۱+\sin\theta)}{(۱+\sin\theta)(۱+\sin\theta+\cos\theta)}=\frac{۲\sin\theta}{۱+\sin\theta+\cos\theta}=A$$

$$\Rightarrow A=B$$

روش دوم:

به ازای $\theta=۰$ و $\theta=\frac{\pi}{۲}$ فقط رابطهٔ گزینهٔ «۲» یعنی $A=B$ برقرار است.

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۲۴- **گزینهٔ «۱»** *(کاظم اجلالی)*

$$۴\sin^۲\alpha-\cos^۲\alpha-\sin\alpha\cos\alpha-۴=۰$$

طرفین تساوی بالا را بر $\cos^۲\alpha\neq۰$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{۴\sin^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}-\frac{\cos^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}-\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^۲\alpha}-\frac{۴}{\cos^۲\alpha}=۰$$

$$\Rightarrow ۴\tan^۲\alpha-۱-\tan\alpha-۴(۱+\tan^۲\alpha)=۰$$

$$\Rightarrow -\tan\alpha-۵=۰\Rightarrow\tan\alpha=-۵$$

در نتیجه خواسته مسئله برابر است با:

$$\Rightarrow\tan\alpha-۵\cot\alpha=\tan\alpha-\frac{۵}{\tan\alpha}=-۵+۱=-۴$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(احمد مهرابی)*

اعداد مثبت همواره دو ریشهٔ دوم قرینه دارند، بنابراین عدد داده شده باید برابر با صفر باشد.

$$\sqrt{9x^2+1-6x}=0\Rightarrow\sqrt{(3x-1)^2}=0\Rightarrow 3x-1=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{3}\Rightarrow 3x+1=3\times\frac{1}{3}+1=2$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(علی آزاد)*

با توجه به گزینه‌های داده شده، تنها گزینهٔ «۴» می‌تواند صحیح باشد.

$$\sqrt{40}\simeq 6/32\ ,\ \sqrt{36}<\sqrt{40}<\sqrt{49}\quad (1)$$
$$\sqrt[4]{500}\simeq 4/73\ ,\ \sqrt[4]{4^4}<\sqrt[4]{500}<\sqrt[4]{5^4}\quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\sqrt[4]{500}<5<\sqrt{40}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(بهرام حلاج)*

با ساده‌سازی عبارت داده شده داریم:

$$A=\sqrt[5]{5^3\sqrt{25}}\,(0/2)^{-\frac{2}{3}}=\sqrt[5]{5^{\frac{5}{3}}}\times 5^{\frac{2}{3}}=5^{\frac{1}{3}}\times 5^{\frac{2}{3}}=5$$

$$(20A)^{-\frac{1}{2}}=(100)^{-\frac{1}{2}}=10^{-1}=0/1$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۲۸- **گزینهٔ «۱»** *(ابراهیم نیفی)*

$$x=\sqrt[3]{2\sqrt{2}}-1=\sqrt[3]{\sqrt{2^2\times 2}}-1=\sqrt{2}-1$$

$$\sqrt{x^3\times x^{-1}}=\sqrt{x^2}=\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}=|\sqrt{2}-1|=\sqrt{2}-1$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{2-2\sqrt{2}+1}=\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}=|\sqrt{2}-1|=\sqrt{2}-1$$

$$\Rightarrow(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)=(\sqrt{2}-1)^2=2-2\sqrt{2}+1=3-2\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(حسین پوراسماعیل)*

می‌دانیم:

$$(\sqrt{x+6}-\sqrt{x-3})(\sqrt{x+6}+\sqrt{x-3})=x+6-(x-3)=9$$
$$\Rightarrow(\sqrt{x+6}-\sqrt{x-3})\times 6=9$$
$$\Rightarrow\sqrt{x+6}-\sqrt{x-3}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}=1/5$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(وحید امیرکیایی)*

هر کدام از عبارت‌ها را تجزیه می‌کنیم:

$$x^3-64=x^3-4^3=(x-4)(x^2+4x+16)$$

$$x^4+64=x^4+16x^2+64-16x^2=(x^2+8)^2-(4x)^2$$

$$=(x^2+4x+8)(x^2-4x+8)$$

$$x^3+64=x^3+4^3=(x+4)(x^2-4x+16)$$

$$x^4-64=(x^2)^2-8^2=(x^2+8)(x^2-8)$$

$$=(x^2+8)(x+2\sqrt{2})(x-2\sqrt{2})$$

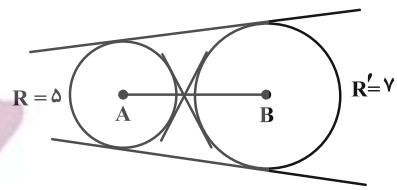
(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

هندسه ۲

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(هومن عقیلی)*

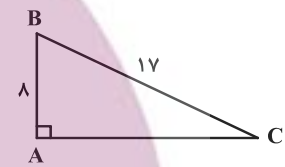
این خط بر دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۵ و هم‌چنین بر دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۷ مماس است در نتیجه مماس مشترک آن‌ها محسوب می‌شود و چون $AB > R + R'$ یعنی $۷ + ۵ < ۱۳$ پس دو دایره متخارج هستند و چهار مماس مشترک دارند.



(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:



$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ \Rightarrow AC^۲ = ۱۷^۲ - ۸^۲ = ۲۲۵ \Rightarrow AC = ۱۵$$

اگر r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی و S و P به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث ABC باشند، آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} S = \frac{۱}{۲} AB \times AC = \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۱۵ = ۶۰ \\ P = \frac{۸ + ۱۵ + ۱۷}{۲} = ۲۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{۶۰}{۲۰} = ۳$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

$$EF = \sqrt{OO'^۲ - (R + R')^۲}$$

$$\Rightarrow ۴\sqrt{۲} = \sqrt{(۵ + ۲ + KL)^۲ - (۵ + ۲)^۲} = \sqrt{(۷ + KL)^۲ - ۴۹}$$

$$\Rightarrow (۷ + KL)^۲ = ۸۱ = ۹^۲ \Rightarrow KL + ۷ = ۹ \Rightarrow KL = ۲$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اندازهٔ هر ضلع n ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع R، برابر $۲R\sin\frac{۱۸۰^\circ}{n}$ و اندازه هر ضلع n ضلعی منتظم محیط بر آن دایره برابر $۲R\tan\frac{۱۸۰^\circ}{n}$ است، پس خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$\frac{۲R\sin\frac{۱۸۰^\circ}{۱۰}}{۲R\tan\frac{۱۸۰^\circ}{۲۰}} = \frac{\sin ۱۸^\circ}{\tan ۹^\circ} = \frac{\sin ۱۸^\circ}{\frac{\sin ۹^\circ}{\cos ۹^\circ}} = \frac{۲\sin ۹^\circ \cos ۹^\circ}{\frac{\sin ۹^\circ}{\cos ۹^\circ}}$$

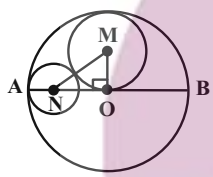
$$= ۲\cos^۲ ۹^\circ = ۲m^۲$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملونری)*

مطابق شکل دایرهٔ سوم در نقطهٔ A بر بزرگ‌ترین دایره مماس است. شعاع بزرگ‌ترین دایره را R و شعاع دایرهٔ سوم را r درنظر می‌گیریم و شعاع دایرهٔ مماس بر قطر AB که از مرکز O می‌گذرد، برابر $\frac{R}{۲}$ خواهد بود.

در مثلث قائم‌الزاویهٔ OMN داریم:



$$\begin{cases} OM = \frac{R}{۲} \ , \ ON = R - r \\ MN = \frac{R}{۲} + r \end{cases}$$

$$OM^۲ + ON^۲ = MN^۲ \Rightarrow \frac{R^۲}{۴} + (R^۲ + r^۲ - ۲Rr)$$

$$= \frac{R^۲}{۴} + r^۲ + Rr \Rightarrow R^۲ = ۳Rr \Rightarrow R = ۳r$$

در نتیجه نسبت مساحت بزرگ‌ترین دایره به مساحت کوچک‌ترین دایره برابر است با:

$$\frac{\pi R^۲}{\pi r^۲} = (\frac{R}{r})^۲ = ۹$$

(هندسه ۲ – دایره؛ صفحهٔ ۲۰)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(سرژ یقیازاریان‌تبریزی)*

طول مماس مشترک خارجی دو دایرهٔ مماس خارج به شعاع‌های R و R'، برابر $۲\sqrt{RR'}$ است، بنابراین داریم:

$$AB = CD = ۲\sqrt{RR'} = ۲\sqrt{۶ \times ۲۴} = ۲۴$$

اندازهٔ مماس‌های رسم شده از یک نقطهٔ خارج یک دایره بر آن دایره، برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$\left.\begin{matrix} MA=MT \\ MB=MT \end{matrix}\right\} \Rightarrow MT=\frac{MA+MB}{۲}=\frac{AB}{۲}=۱۲$$

$$\left.\begin{matrix} ND=NT \\ NC=NT \end{matrix}\right\} \Rightarrow NT=\frac{ND+NC}{۲}=\frac{CD}{۲}=۱۲$$

$$MN=MT+NT=۱۲+۱۲=۲۴$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۳۷- **گزینهٔ «۴»** *(خرزانه خاکپاش)*

ابتدا دایرهٔ محیطی چهارضلعی $ABCD$ را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:

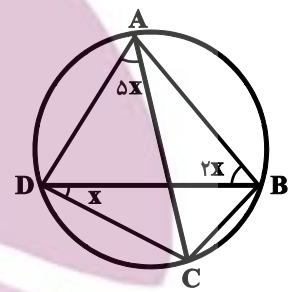
$$\overset{\frown}{CD}=۲C\hat{A}D=۲(۵x)=۱۰x$$

$$\overset{\frown}{AD}=۲A\hat{B}D=۲(۲x)=۴x$$

$$\overset{\frown}{BC}=۲B\hat{D}C=۲(x)=۲x$$

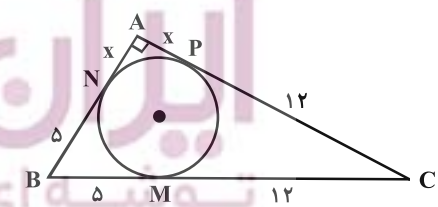
در نتیجه:

$$\frac{\hat{A}}{\hat{B}}=\frac{\frac{۱}{۲}(\overset{\frown}{BC}+\overset{\frown}{CD})}{\frac{۱}{۲}(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{CD})}=\frac{\frac{۱}{۲}(۲x+۱۰x)}{\frac{۱}{۲}(۴x+۱۰x)}=\frac{۶x}{۷x}=\frac{۶}{۷}$$



(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۲۷)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*



طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطهٔ خارج آن با هم برابر است، لذا داریم:

$$BM=BN=۵, CM=CP=۱۲, AN=AP=x$$

$$AB^۲+AC^۲=BC^۲ \Rightarrow (x+۵)^۲+(x+۱۲)^۲=۱۷^۲$$

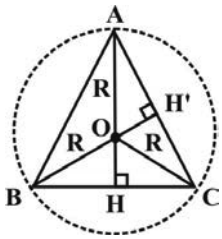
$$\Rightarrow x^۲+۱۷x-۶۰=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=-۲۰ & \text{غ.ق.ق} \\ x=۳ & \text{ق.ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB=۸ \ , \ AC=۱۵$$

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}(۸\times ۱۵)=۶۰$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** *(هومن نورائی)*



مطابق شکل، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. چون مثلث ABC متساوی‌الساقین است، پس مرکز دایرهٔ محیطی آن (نقطهٔ O) روی این ارتفاع (و یا امتداد آن) قرار دارد. با توجه به فرض داریم:

$$\overset{\Delta}{OHC}: CH=\frac{BC}{۲}=۴, OH=۳$$

$$\Rightarrow R=OC=\sqrt{OH^۲+CH^۲}=\sqrt{۹+۱۶}=۵$$

$$\overset{\Delta}{AHC}: AH=R+OH=۵+۳=۸$$

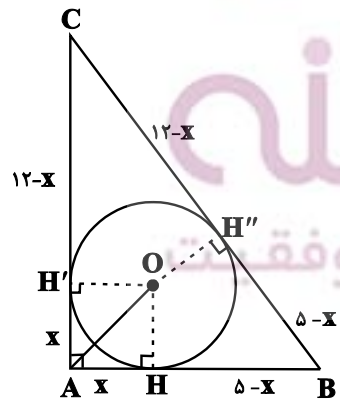
$$\Rightarrow AC=\sqrt{AH^۲+CH^۲}=\sqrt{۶۴+۱۶}=۴\sqrt{۵}$$

$$\Rightarrow \text{محیط } ABC=۴\sqrt{۵}+۴\sqrt{۵}+۸=۸(\sqrt{۵}+۱)$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

با توجه به اینکه اعداد ۵، ۱۲ و ۱۳ فیثاغورسی هستند، می‌توان نتیجه گرفت که مثلث ABC قائم‌الزاویه است. با توجه به شکل فرض می‌کنیم $AH=AH'=x$، لذا داریم:



$$CH''+BH''=BC \Rightarrow (۱۲-x)+(۵-x)=۱۳ \Rightarrow x=۲$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ACH داریم:

$$\overset{\Delta}{ACH}: CH^۲=AH^۲+AC^۲=۱۲^۲+۲^۲=۱۴۸ \Rightarrow CH=۲\sqrt{۳۷}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

هندسه ۳

۴۱- **گزینهٔ «۴»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

ابتدا ماتریس A را می‌سازیم. درایه‌های ماتریس A به‌صورت زیر است:

$$A=\begin{bmatrix}۲ & ۵\\ ۵ & ۸\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B=\begin{bmatrix}۲ & ۵\\ ۵ & ۸\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}a & a+b\\ a+b & b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a+۲ & a+b+۵\\ a+b+۵ & b+۸\end{bmatrix}$$

ماتریس $A+B$ یک ماتریس اسکالر است پس درایه‌های قطر اصلی در آن با هم برابرند و بقیهٔ درایه‌ها صفر هستند:

$$\begin{cases}a+۲=b+۸\\ a+b+۵=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a-b=۶\\ a+b=-۵\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=+\frac{۱}{۲}\\ b=-\frac{۱۱}{۲}\end{cases}$$

$$\Rightarrow A+B=\begin{bmatrix}\frac{۵}{۲} & ۰\\ ۰ & \frac{۵}{۲}\end{bmatrix}\Rightarrow \text{جمع درایه‌ها}=۵$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمدجواد نوری)*

طبق تعریف ماتریس B داریم:

$$B=\begin{bmatrix}۲ & ۳ & ۴\\ ۴ & ۶ & ۸\\ ۶ & ۹ & ۱۲\end{bmatrix}$$

دو ماتریس A و B، مساوی یکدیگرند، پس درایه‌های آنها باید نظیر به نظیر برابر یکدیگر باشند:

$$\begin{cases}a-۱=۲\Rightarrow a=۳\\ b+۲=۶\Rightarrow b=۴\\ c+۱۱=۱۲\Rightarrow c=۱\end{cases}$$

$$a+b+c=۳+۴+۱=۸$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مشابه مثال صفحهٔ ۱۳)

۴۳- **گزینهٔ «۱»** *(عادل ابراهیمی)*

فرض کنید $C=A+B$ باشد برای درایه‌های پایین قطر اصلی ماتریس $A+B$ داریم:

$$c_{ij}=a_{ij}+b_{ij}=i+j+i-j=۲i$$

بنابراین مجموع این درایه‌ها برابر است با:

$$c_{۲۱}+c_{۳۱}+c_{۳۲}=۲\times۲+۲\times۳+۲\times۳=۱۶$$

نکته: در ماتریس $[a_{ij}]_{n\times n}$:

$$\begin{cases}i<j\rightarrow \text{درایه‌های بالای قطر اصلی}\\ i=j\rightarrow \text{درایه‌های روی قطر اصلی}\\ i>j\rightarrow \text{درایه‌های پایین قطر اصلی}\end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۱۴)

۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(سیرامیر ستوده)*

با استفاده از خاصیت شرکت‌پذیری و مفروضات سؤال، داریم:

$$B^۲=B\times B=(BA)B=B(AB)=BA=B$$

حال توجه کنید که $B^{۱۰}=B^۲\times B^۸=B^۹=\ldots=B$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۴۵- **گزینهٔ «۱»** *(رضا عباسی‌اصل)*

با توجه به معادلات داده شده، A یک ماتریس ۲×۲ است.

اگر $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ باشد، داریم:

$$\begin{bmatrix}۲ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۷\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}۲a+c=۱\\ ۲b+d=۷\end{cases}\quad(۱)$$

$$\begin{bmatrix}۳ & ۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۳\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}۳a+۴c=-۱\\ ۳b+۴d=۳\end{cases}\quad(۲)$$

دو برابر معادلات (۲) را با معادلات (۱) جمع می‌کنیم، داریم:

$$\begin{cases}(۲a+c)+۲(۳a+۴c)=۱+۲(-۱)\Rightarrow ۸a+۹c=-۱\\ (۲b+d)+۲(۳b+۴d)=۷+۲(۳)\Rightarrow ۸b+۹d=۱۳\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}۸ & ۹\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۱۳\end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(جواد حاتمی)*

$$(A-B)^۲ = A^۲ - AB - BA + B^۲$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -۲ & ۱ \\ ۲ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۲ & ۱ \\ ۲ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & ۸ \\ ۴ & ۱۴ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ -۴ & ۵ \end{bmatrix} - AB - BA$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} ۶ & ۰ \\ ۰ & ۶ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ & ۹ \\ ۰ & ۱۹ \end{bmatrix} - AB - BA$$

$$\Rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} ۵ & ۹ \\ ۰ & ۱۹ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۶ & ۰ \\ ۰ & ۶ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ & ۹ \\ ۰ & ۱۳ \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مرتبط با تمرین ۱۰ صفحهٔ ۲۱)

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمحمد کریمی)*

$$\begin{bmatrix} -۱ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & ۲ & ۱ \\ ۱ & -x & ۰ \\ -۱ & ۳ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ ۲ \\ ۲ \end{bmatrix} = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -x+۱ & -۲x+۱ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ ۲ \\ ۲ \end{bmatrix} = -x^۲ + x - ۴x + ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۳x - ۲ = ۰$$

می‌دانیم در معادله $ax^۲ + bx + c = ۰$ (در صورت داشتن جواب) جمع ریشه‌ها $-\frac{b}{a}$ و ضرب ریشه‌ها $\frac{c}{a}$ است. پس:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -۳ \\ \alpha\beta = -۲ \end{cases}$$

بنابراین:

$$\alpha\beta + |\alpha + \beta| = -۲ + ۳ = ۱$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** *(جواد حاتمی)*

چون A و I تعویض‌پذیرند، پس هر عبارت ماتریسی که فقط شامل ماتریس‌هایی از A و I باشد، با ماتریس A تعویض‌پذیر است. بنابراین ماتریس A با هر ۴ ماتریس $۲A+I$، $A^۲+I$، $A^۳+I$ و $A^۲+۲I$ تعویض‌پذیر است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمحمد کریمی)*

نکته: اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$ (با شرط $a, b \neq ۰$) با ماتریس $B_{۲\times۲}$ تعویض‌پذیر باشد، آن‌گاه ماتریس B نیز همانند A است، یعنی به صورت $B = \begin{bmatrix} m & n \\ n & m \end{bmatrix}$.

با توجه به آنکه در ماتریس $\begin{bmatrix} ۳ & ۴ \\ ۴ & ۳ \end{bmatrix}$ درایه‌های روی قطر اصلی با هم برابر و درایه‌های روی قطر فرعی نیز با هم برابرند، پس در ماتریس $\begin{bmatrix} \sin\alpha & -x^۴ \\ ۸x & \cos\alpha \end{bmatrix}$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l} -x^۴ = ۸x \xrightarrow{x\neq۰} x^۳ = -۸ \Rightarrow x = -۲ \\ \sin\alpha = \cos\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow x + ۲\sin^۲\alpha = -۲ + ۲(\frac{۱}{۲}) = -۱$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(جواد حاتمی)*

$$A^۲ = A \xrightarrow{\times A} A^۳ = A^۲ \xrightarrow{A^۲=A} A^۳ = A$$

از طرفی دو ماتریس A و I تعویض‌پذیرند، بنابراین اتحادهای جبری برای آنها برقرار است. در نتیجه داریم:

$$B = ۲A - I \Rightarrow B^۲ = (۲A - I)^۲ = ۴A^۲ - ۴AI + I^۲$$

$$\Rightarrow B^۲ = ۴A^۲ - ۴A + I = ۴A - ۴A + I = I$$

$$A^۳ + B^۲ - I = A + I - I = A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

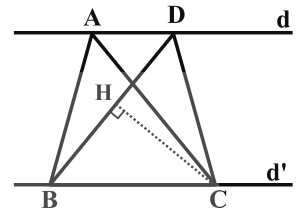
@Azmoonha_Azmayeshi
ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

هندسه ۱

۵۱- **گزینهٔ «۲»** *(محمد خندان)*

اگر دو مثلث، قاعدهٔ مشترکی داشته باشند و رأس‌های روبه‌روی این قاعده آن‌ها، روی یک خط موازی با آن باشند، این مثلث‌ها هم‌مساحت‌اند.

بنابراین دو مثلث ABC و BCD هم‌مساحت‌اند. پس:



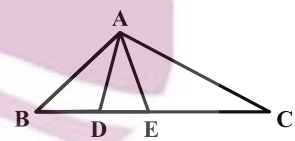
$$S_{ABC} = S_{BCD} = ۱۲$$

$$\Rightarrow S_{BCD} = \frac{CH \times BD}{۲} = ۱۲ \xrightarrow{DB=۳} CH = ۸$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمد خندان)*

اگر دو مثلث در یک رأس مشترک باشند و قاعدهٔ مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازهٔ قاعده‌های آن‌هاست. بنابراین:



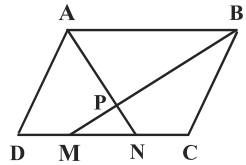
$$\begin{cases} \frac{S_{ACE}}{S_{ADE}} = \frac{CE}{DE} = ۴ \Rightarrow DE = \frac{۱}{۴}CE \\ \frac{S_{ACE}}{S_{ABD}} = \frac{CE}{BD} = ۳ \Rightarrow BD = \frac{۱}{۳}CE \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{BD + DE + CE}{\frac{۱}{۴}CE} = \frac{\frac{۱}{۳}CE + \frac{۱}{۴}CE + CE}{\frac{۱}{۴}CE} = \frac{۱۹}{۳}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۵۳- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

دو مثلث PAB و PMN به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.



پس داریم:

$$\frac{BP}{PM} = \frac{AB}{MN} = ۳$$

$$\begin{cases} S_{MPN} = \frac{۱}{۴}S_{MBN} \\ S_{MBN} = \frac{۱}{۲}S_{MBC} \end{cases} \Rightarrow S_{MBC} = ۸S_{MPN}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۱، ۳۲ و ۳۹)

۵۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$AH = OH + OA = ۴ + ۵ = ۹$$

دو زاویهٔ $O\hat{B}H$ و $C\hat{A}H$ هر دو متمم زاویهٔ C هستند، پس برابر یکدیگرند.

$$\left.\begin{matrix} O\hat{B}H = C\hat{A}H \\ O\hat{H}B = A\hat{H}C = ۹۰^\circ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} OBH \overset{\Delta}{\sim} CAH$$

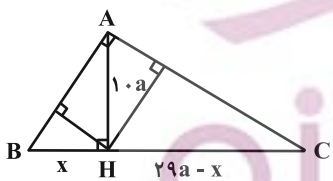
$$\Rightarrow \frac{OH}{CH} = \frac{BH}{AH} \Rightarrow \frac{۴}{۱۲} = \frac{BH}{۹} \Rightarrow BH = \frac{۳۶}{۱۲} = ۳$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

فرض کنید $AH = ۱۰a$ باشد، در این‌صورت $BC = ۲۹a$ است.

اگر $BH = x$ باشد، آنگاه با فرض $AC > AB$ داریم:



$$AC > AB \Rightarrow ۲۹a - x > x \Rightarrow x < \frac{۲۹a}{۲}$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC می‌توان نوشت:

$$AH^۲ = BH \times CH \Rightarrow (۱۰a)^۲ = x(۲۹a - x) \Rightarrow ۱۰۰a^۲ = ۲۹ax - x^۲$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۲۹ax + ۱۰۰a^۲ = ۰ \Rightarrow (x - ۴a)(x - ۲۵a) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۴a \\ x = ۲۵a \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\frac{AC^۲}{AB^۲} = \frac{BC.CH}{BC.BH} = \frac{CH}{BH} = \frac{۲۵}{۴} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{۵}{۲}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۵۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق ویژگی‌های تناسب داریم:

$$\frac{a}{1}=\frac{b}{3}=\frac{c}{2}=\frac{d}{6+a}\Rightarrow\frac{a+b+d}{1+3+6+a}=\frac{a}{1}$$

$$\Rightarrow\frac{a+b+d}{a+10}=\frac{a}{1}$$

$$\Rightarrow a+b+d=a^2+10a=(a+5)^2-25$$

کم‌ترین مقدار این عبارت به‌ازای $a=-5$ حاصل می‌شود که این مقدار برابر (-25) است.

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۵۷- **گزینهٔ «۱»** *(محسن محمدکریمی)*

با فرض $AC=x$ داریم $AB=2x$ و در نتیجه از قضیهٔ فیثاغورس نتیجه می‌شود:

$$BC=\sqrt{4x^2+x^2}=x\sqrt{5}$$

از سویی:

$$\overset{\Delta}{ACH}\sim\overset{\Delta}{BCA}\Rightarrow\frac{AC}{BC}=\frac{CH}{AC}\Rightarrow\frac{x}{\sqrt{5}x}=\frac{CH}{x}$$

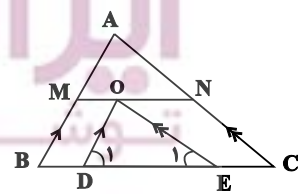
$$\Rightarrow CH=\frac{\sqrt{5}}{5}x$$

دو مثلث AMH و ABC در ارتفاع AH مشترکند و نسبت مساحت آن‌ها برابر می‌شود با:

$$\frac{S_{AMH}}{S_{ABC}}=\frac{MH}{BC}=\frac{\frac{x\sqrt{5}}{2}-\frac{x\sqrt{5}}{5}}{x\sqrt{5}}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{5}}=\frac{3}{10}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۲، ۴۱ و ۴۲)

۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*



$$\overset{\Delta}{ABC}:\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}=1\xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}}MN\parallel BC$$

$$\Rightarrow\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}=\frac{1}{2}\Rightarrow MN=\frac{1}{2}BC\quad(1)$$

$$\left.\begin{matrix}OD\parallel AB\text{ , مورب }BD\Rightarrow\hat{B}=\hat{D}_1\\ OE\parallel AC\text{ , مورب }CE\Rightarrow\hat{C}=\hat{E}_1\end{matrix}\right\}\Rightarrow\overset{\Delta}{ODE}\sim\overset{\Delta}{ABC}$$

$$\Rightarrow\frac{DE}{BC}=\frac{OD}{AB}\qquad(*)$$

چهارضلعی $MODB$ متوازی‌الاضلاع است $\Rightarrow\begin{cases}OD=BM=\frac{1}{2}AB\\ BD=OM=\frac{1}{3}MN\end{cases}$

$$\Rightarrow BD=\frac{1}{3}MN\Rightarrow OD=\frac{1}{2}AB$$

$$\Rightarrow\frac{OD}{AB}=\frac{1}{2}\xrightarrow{(*)}\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}\Rightarrow DE=\frac{1}{2}BC\Rightarrow DE=MN$$

$$\Rightarrow\frac{DE}{BD}=3$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۴۱)

۵۹- **گزینهٔ «۴»** *(مجید محمدی‌نویسی)*

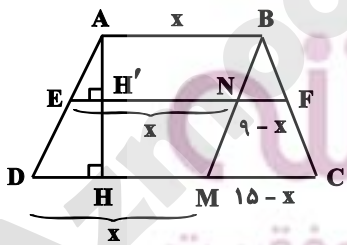
$$\left.\begin{matrix}AB\parallel DE\Rightarrow\overset{\Delta}{ABF}\sim\overset{\Delta}{EDF}\Rightarrow\frac{AB}{DE}=\frac{BF}{DF}\\ BG\parallel AD\Rightarrow\overset{\Delta}{BGF}\sim\overset{\Delta}{DAF}\Rightarrow\frac{BG}{AD}=\frac{BF}{DF}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{AB}{DE}=\frac{BG}{AD}$$

$$\Rightarrow\frac{12}{18}=\frac{BG}{3}\Rightarrow BG=\frac{36}{18}=2$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۶۰- **گزینهٔ «۱»** *(سهام مجیدی‌پور)*

ابتدا طول قاعدهٔ AB را می‌یابیم. از نقطهٔ B، پاره‌خط BM را موازی با AD رسم می‌کنیم. با نوشتن قضیهٔ تالس در مثلث BMC داریم:



$$\frac{BF}{BC}=\frac{NF}{MC}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{9-x}{15-x}\Rightarrow 36-4x=15-x\Rightarrow 3x=21\Rightarrow x=7$$

$$\overset{\Delta}{ADH}:EH'\parallel DH\xrightarrow{\text{قضیه تالس}}\frac{AH'}{AH}=\frac{AE}{AD}=\frac{BF}{BC}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{ABFE}}=\frac{\frac{1}{2}(AB+CD)AH}{\frac{1}{2}(AB+EF)AH'}=\frac{(7+15)}{(7+9)}\times 4=\frac{22}{16}\times 4=\frac{11}{2}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت
eAzmoonha_Azmayeshi

آمار و احتمال

۶۱- **گزینهٔ «۲»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

تعداد اعضای فضای نمونهٔ این آزمایش برابر است با:

$$n(S)=۶\times۶\times۶\times۶=۶^۴$$

حاصل ضرب اعداد رو شدهٔ ۴ تاس در صورتی عددی اول است که ۳ تاس عدد یک و دیگری یکی از سه عدد ۲، ۳ و ۵ باشد. با توجه به اینکه عدد اول موردنظر می‌تواند در یکی از ۴ پرتاب رو شود، داریم:

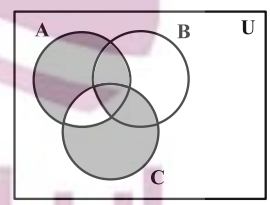
$$\left.\begin{matrix}(۱,۱,۱,۲)\to ۴\text{حالت}\\(۱,۱,۱,۳)\to ۴\text{حالت}\\(۱,۱,۱,۵)\to ۴\text{حالت}\end{matrix}\right\}\Rightarrow n(A)=۳\times۴=۱۲$$

$$P(A)=\frac{۱۲}{۶^۴}=\frac{۱}{۱۰۸}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌فطیبی)*

نمودار ون عبارت (۳) به صورت زیر است:



(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۶۳- **گزینهٔ «۴»** *(نیلوفر مهروی)*

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از فضای نمونه (اعداد طبیعی سه رقمی کوچک‌تر از ۸۰۰) باشند که اعضای آن‌ها به‌ترتیب بر ۴ و ۵ بخش‌پذیر هستند. در این صورت داریم:

$$|S|=۷۹۹-۹۹=۷۰۰$$

$$|A|=\left[\frac{۷۹۹}{۴}\right]-\left[\frac{۹۹}{۴}\right]=۱۹۹-۲۴=۱۷۵$$

$$|B|=\left[\frac{۷۹۹}{۵}\right]-\left[\frac{۹۹}{۵}\right]=۱۵۹-۱۹=۱۴۰$$

$$|A\cap B|=\left[\frac{۷۹۹}{۲۰}\right]-\left[\frac{۹۹}{۲۰}\right]=۳۹-۴=۳۵$$

خواسته سؤال، محاسبهٔ احتمال پیشامد $(A-B)\cup(B-A)$ است.

بنابراین داریم:

$$P[(A-B)\cup(B-A)]=P(A-B)+P(B-A)$$

$$=P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)$$

$$=\frac{۱۷۵}{۷۰۰}+\frac{۱۴۰}{۷۰۰}-\frac{۷۰}{۷۰۰}=\frac{۲۴۵}{۷۰۰}=۰/۳۵$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر $A\times B=B\times A$ و $A,B\neq\varnothing$، آن‌گاه $A=B$ است.

در این صورت یکی از دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

حالت اول: $۲a=۴$ باشد. در این صورت داریم:

$$A=\{۴,b+۱,۳\},B=\{۴,۲,b\}$$

در این حالت، برای برقراری تساوی دو مجموعهٔ A و B، لازم است $b=۳$ و $b+۱=۲$ باشد که امکان‌پذیر نیست.

حالت دوم: $b+۱=۴$ باشد. در این صورت $b=۳$ است و داریم:

$$A=\{۲a,۴,۳\},B=\{۴,a,۳\}$$

در این حالت، برای برقراری تساوی دو مجموعهٔ A و B، کافی است $۲a=a$ باشد که در نتیجه $a=۰$ است.

تذکر: در حالت دوم، مجموعه‌های A و B حتماً ۳ عضوی هستند، چون در غیر این صورت $۲a$ باید برابر ۳ یا ۴ باشد که در این صورت a مخالف ۳ و ۴ خواهد بود.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۶۵- **گزینهٔ «۲»** *(فرهاد صابر)*

اگر $A\times B=B\times A$ باشد، آنگاه $A=\varnothing$ یا $B=\varnothing$ و یا $A=B$ است. با توجه به این‌که $B=\{1,2,3\}$ است، پس حالت $B=\varnothing$ امکان‌پذیر نیست. از طرفی معادلهٔ $x^2+ax+1=0$، حداکثر دارای دو جواب است، یعنی حداکثر تعداد اعضای مجموعهٔ A، برابر ۲ است و در نتیجه حالت $A=B$ نیز امکان‌پذیر نمی‌باشد. بنابراین قطعاً $A=\varnothing$ است.

داریم: $x^2+ax+1=0$

$$\Delta<0\Rightarrow a^2-4<0\Rightarrow a^2<4\Rightarrow|a|<2\Rightarrow -2<a<2$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمدعلی نادرپور)*

$$(A-B')\cup(A-C')\cup[A-(B\cup C)]$$
$$=(A\cap B)\cup(A\cap C)\cup[A\cap(B\cup C)']$$
$$=\left[A\cap(B\cup C)\right]\cup\left[A\cap(B\cup C)'\right]$$
$$=A\cap[(B\cup C)\cup(B\cup C)']=A\cap U=A$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۶۷- **گزینهٔ «۱»** *(معصومه کرائی)*

$$A_1=(0,1)\ ;\quad A_2=(-1,\frac{1}{2})\ ;\quad A_3=(-2,\frac{1}{3})\ ;\quad A_4=(-3,\frac{1}{4})$$

$$A=\bigcap_{n=1}^{4}A_n=(0,\frac{1}{4})$$

$$B=\bigcup_{n=1}^{4}A_n=(-3,1)$$

$$(A\cup B)-(A\cap B)=(-3,1)-(0,\frac{1}{4})=(-3,0]\cup[\frac{1}{4},1)$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(میلاد منصوری)*

طبق فرض:

$$2P(1)=P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1-P(1)$$

$$\Rightarrow P(1)=\frac{1}{3}$$

از طرفی:

$$\begin{cases}P(2)=P(3)=P(5)=3x\\P(4)=P(6)=x\end{cases}$$

$$\Rightarrow 3(3x)+2x=9x+2x=\frac{2}{3}\Rightarrow 11x=\frac{2}{3}\Rightarrow x=\frac{2}{33}$$

احتمال زوج آمدن تاس برابر است با:

$$P(2)+P(4)+P(6)=3x+x+x=5x=\frac{10}{33}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۶۹- **گزینهٔ «۲»** *(عباس اسدی امیرآبادی)*

$$P(a)+P(b)+P(c)+P(d)=1$$

$$P(a)+4P(a)+P(a)+3P(a)=1\Rightarrow P(a)=\frac{1}{9}\Rightarrow\begin{cases}P(b)=\frac{4}{9}\\P(c)=\frac{1}{9}\end{cases}$$

$$P(\{b,c\})=P(b)+P(c)=\frac{4}{9}+\frac{1}{9}=\frac{5}{9}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(مرتضی فهیم‌علوی)*

$$P(A\cup B)=P(\{a_1,a_2,a_3\})=1-P(\{a_4,a_5\})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{2}{5}-P(a_2)$$

$$\Rightarrow P(a_2)=\frac{1}{3}+\frac{2}{5}-\frac{1}{2}=\frac{10+12-15}{30}=\frac{7}{30}$$

$$P(\{a_1,a_3\})=P(\{a_1,a_2,a_3\})-P(\{a_2\})=\frac{1}{2}-\frac{7}{30}=\frac{4}{15}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

ریاضیات گسسته

۷۱- **گزینهٔ «۴»** *(مرتضی خهیم‌علوی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ابتدا قضیهٔ شرطی را اثبات می‌کنیم:

$$a^{۳}+\frac{۱}{a^{۳}}\geq ۲\xrightarrow{\text{توان دوم}}a^{۶}+\frac{۱}{a^{۶}}+۲\geq ۴\Rightarrow a^{۶}+\frac{۱}{a^{۶}}\geq ۲$$

برای رد درستی عکس این قضیهٔ شرطی، می‌توان $a=-۲$ را در نظر گرفت.

گزینهٔ «۲»: خود قضیهٔ شرطی واضح است. عکس آن می‌گوید اگر $a\neq -۵$، آنگاه $a>۰$ که $a=-۲$ مثال نقض است و این گزینه رد می‌شود.

گزینهٔ «۳»: مثال نقض برای رد این عبارت $\alpha=۲\sqrt{۲}$ و $\beta=-\sqrt{۲}$ است.

گزینهٔ «۴»: اگر $k^{۵}>k^{۴}$ باشد، می‌توانیم ثابت کنیم $k>۱$.

$$k^{۵}>k^{۴}\Leftrightarrow k^{۴}\times k>k^{۴}\times ۱\xleftarrow{k^{۴}>۰}k>۱$$

تمام مراحل اثبات بالا دوطرفه است، بنابراین قضیهٔ گزینهٔ «۴» دو شرطی است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: مشابه تمرین‌های ۱ و ۳ صفحهٔ ۸)

۷۲- **گزینهٔ «۴»** *(رضا توکلی)*

حکم (اگر $A\cup B=A\cup C$، آن‌گاه $B=C$) غلط است و برای رد کردن آن از مثال نقض استفاده می‌کنیم. باید طوری مثال بزنیم که $A\cup B=A\cup C$ باشد امّا $B\neq C$ که گزینه ۴ جواب است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

۷۳- **گزینهٔ «۳»** *(هومن نورائی)*

$$\frac{۱}{x^{۲}}+\frac{۱}{\sqrt{y}}\geq\frac{۴}{x^{۲}+\sqrt{y}}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{y}+x^{۲}}{x^{۲}\sqrt{y}}\geq\frac{۴}{x^{۲}+\sqrt{y}}$$

$$\xleftarrow{\times(x^{۲}\sqrt{y})(x^{۲}+\sqrt{y})}(x^{۲}+\sqrt{y})^{۲}\geq ۴x^{۲}\sqrt{y}$$

$$\Leftrightarrow x^{۴}+y+۲x^{۲}\sqrt{y}\geq ۴x^{۲}\sqrt{y}$$

$$\Leftrightarrow x^{۴}+y-۲x^{۲}\sqrt{y}\geq ۰\Leftrightarrow(x^{۲}-\sqrt{y})^{۲}\geq ۰$$

با توجه به آن‌که تمامی روابط بازگشت‌پذیر هستند، پس حکم ثابت می‌شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** *(فرشاد فرامرزی)*

گزینه‌ها را به‌ترتیب بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ «۱»: اگر حاصل‌ضرب سه پرانتز فرد باشد (فرض خلف)، پس حاصل هر پرانتز عددی فرد بوده و در نتیجه مجموع آن‌ها نیز عددی فرد است. اما:

$$(a_۱-b_۱)+(a_۲-b_۲)+(a_۳-b_۳)=(a_۱+a_۲+a_۳)-(b_۱+b_۲+b_۳)=۰$$

بنابراین فرض خلف باطل بوده و حاصل‌ضرب پرانتزها عددی زوج است.

گزینهٔ «۲»: از آنجا که تنها ترتیب اعداد عوض شده است، پس حتماً یکی از اعداد $a_۱$، $a_۲$ یا $a_۳$ با $b_۲$ برابر بوده و حداقل حاصل یکی از پرانتزها، صفر است و در نتیجه حاصل ضرب آن‌ها نیز صفر بوده و زوج است.

گزینهٔ «۳»: برای مثال اگر هر سه عدد $a_۱$، $a_۲$ و $a_۳$ را فرد در نظر بگیریم، حاصل گزینهٔ «۳» عددی فرد خواهد بود.

گزینهٔ «۴»: از آنجا که تنها ترتیب اعداد عوض شده می‌توانیم بنویسیم:

$$a_۱a_۲+a_۲a_۳+a_۳a_۱+b_۱b_۲+b_۲b_۳+b_۳b_۱$$
$$=۲(a_۱a_۲+a_۲a_۳+a_۳a_۱)$$

که عددی زوج است.

پس تنها حاصل گزینه «۳» می‌تواند عددی فرد باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: مشابه مثال صفحهٔ ۶)

۷۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمد هجری)*

$$۴x^{۲}+y^{۲}\geq ۲\left(xy-y-۲x-۲\right)$$

$$\Leftrightarrow ۴x^{۲}+y^{۲}-۲xy+۲y+۴x+۴\geq ۰$$

$$\xleftarrow{\times ۲}\Leftrightarrow ۸x^{۲}+۲y^{۲}-۴xy+۴y+۸x+۸\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow\left(۴x^{۲}-۴xy+y^{۲}\right)+\left(۴x^{۲}+۸x+۴\right)+\left(y^{۲}+۴y+۴\right)\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow(۲x-y)^{۲}+(۲x+۲)^{۲}+(y+۲)^{۲}\geq ۰$$

رابطهٔ اخیر بدیهی است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۷۶- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا سیف)*

$$\left.\begin{matrix}۱۱\mid a+۵b+k \Rightarrow ۱۱\mid ۵a+۲۵b+۵k\\ ۱۱\mid ۵a+۳b+۴\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل}} ۱۱\mid ۲۲b+۵k-۴$$

$$\left.\begin{matrix}۱۱\mid ۲۲b\\ ۱۱\mid ۲۲b+۵k-۴\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل}} ۱۱\mid ۵k-۴$$

$$\Rightarrow ۵k-۴=۱۱q \Rightarrow k=\frac{۱۱q+۴}{۵}\xrightarrow{q=۱} k_{min}=۳$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمدمهدی ابوترابی)*

$$\left.\begin{matrix}d\mid n^۲-۴n\xrightarrow{\times ۵} d\mid ۵n^۲-۲۰n\\ d\mid ۵n+۷\xrightarrow{\times n} d\mid ۵n^۲+۷n\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل}} d\mid ۲۷n$$

$$\left.\begin{matrix}d\mid ۲۷n\xrightarrow{\times ۵} d\mid ۱۳۵n\\ d\mid ۵n+۷\xrightarrow{\times ۲۷} d\mid ۱۳۵n+۱۸۹\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل}} d\mid ۱۸۹$$

$$\Rightarrow d\mid ۳^۳\times ۷$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای d به‌شرط آنکه عدد اول باشد، برابر ۷ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(عزیزاله علی‌اصغری)*

$$۷\mid ۳k+۴\xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} ۴۹\mid (۳k+۴)^۲$$

$$\Rightarrow ۴۹\mid ۹k^۲+۲۴k+۱۶ \qquad (۱)$$

$$۷\mid ۳k+۴\xrightarrow{\text{طرفین ضرب در ۷}} ۴۹\mid ۷(۳k+۴)$$

$$\Rightarrow ۴۹\mid ۲۱k+۲۸ \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow ۴۹\mid \left(۹k^۲+۲۴k+۱۶\right)+\left(۲۱k+۲۸\right)$$

$$\Rightarrow ۴۹\mid ۹k^۲+۴۵k+۴۴$$

بنابراین در بین گزینه‌های داده شده، به ازای $a=۴۴$، رابطه برقرار است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ مشابه تمرین ۴ صفحهٔ ۱۶)

۷۹- **گزینهٔ «۱»** *(محمدمهدی ابوترابی)*

$$xy+۸y=x^۲+۴x-۱\Rightarrow y(x+۸)=x^۲+۴x-۱$$

$$\Rightarrow y=\frac{x^۲+۴x-۱}{x+۸}$$

شرط لازم برای اینکه نقطه‌ای روی این منحنی دارای مختصات طبیعی باشد،

آن است که $x+۸\mid x^۲+۴x-۱$، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{matrix}x+۸\mid x+۸\xrightarrow{\times x} x+۸\mid x^۲+۸x\\ x+۸\mid x^۲+۴x-۱\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل}} x+۸\mid ۴x+۱$$

$$\left.\begin{matrix}x+۸\mid x+۸\xrightarrow{\times ۴} x+۸\mid ۴x+۳۲\\ x+۸\mid ۴x+۱\end{matrix}\right\}\Rightarrow x+۸\mid ۳۱$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x+۸=۳۱\Rightarrow x=۲۳\\ x+۸=-۳۱\Rightarrow x=-۳۹ \text{ غ.ق.ق}\\ x+۸=۱\Rightarrow x=-۷ \text{ غ.ق.ق}\\ x+۸=-۱\Rightarrow x=-۹ \text{ غ.ق.ق}\end{cases}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمحمد کریمی)*

طبق فرض داریم:

$$\left.\begin{matrix}۳۵۷=bq+۲r\xrightarrow{q=r^۲} ۳۵۷=r(br+۲)\ (*)\\ ۰\le ۲r<b\Rightarrow br>۲r^۲\Rightarrow br+۲>۲r^۲\end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow ۳۵۷>r(۲r^۲)=۲r^۳\Rightarrow r<\sqrt[۳]{\frac{۳۵۷}{۲}}\Rightarrow r\le ۵\ (**)$$

با توجه به روابط (*) و (**) و این‌که $۳۵۷=۳\times ۷\times ۱۷$، داریم:

$$r=۳\xrightarrow{(*)} ۱۱۹=۳b+۲\Rightarrow ۳b=۱۱۷$$

$$\Rightarrow b=۳۹>۲r=۶ \quad \text{(ق ق)}$$

$$r=۱\xrightarrow{(*)} ۳۵۷=b+۲\Rightarrow b=۳۵۵>۲r=۲ \quad \text{(ق ق)}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

فیزیک ۲

۸۱- گزینهٔ «۴» *(زهره آقامحمدی)*

$$\Delta U = ۱۵۰۰\,nJ$$

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲ \Rightarrow \Delta U = U_۲ - U_۱ = \frac{۱}{۲}C\left[V'^۲ - V^۲\right]$$

$$\Rightarrow ۱۵۰۰\times ۱۰^{-۹} = \frac{۱}{۲}C\left[۴۰۰ - ۱۰۰\right] \Rightarrow C = ۱۰\,nF$$

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \Rightarrow ۱۰\times ۱۰^{-۹} = \frac{\Delta Q}{۱۰} \Rightarrow \Delta Q = ۱۰^{-۷}C = ۰/۱\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۸۲- گزینهٔ «۳» *(مصطفی کیانی)*

طبق رابطهٔ ظرفیت خازن داریم:

$$C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{\kappa_۲}{\kappa_۱}\times\frac{d_۱}{d_۲} \xrightarrow[\kappa_۲=\frac{۳}{۲},\ \kappa_۱=۱]{d_۲=۶d_۱} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{۳}{۲}\times\frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۴}$$

چون خازن از باتری جدا شده است، بار ذخیره شده در آن ثابت است و داریم:

$$Q_۱ = Q_۲ \Rightarrow C_۱V_۱ = C_۲V_۲ \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{C_۱}{C_۲} = \frac{۱}{\frac{۱}{۴}} = ۴$$

اندازهٔ میدان الکتریکی بین صفحات خازن نیز برابر است با:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{V_۲}{V_۱}\times\frac{d_۱}{d_۲} = ۴\times\frac{۱}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۸۳- گزینهٔ «۲» *(احسان معمری)*

تا زمانی که خازن به باتری وصل است، اختلاف پتانسیل بین صفحات آن ثابت می‌ماند و به این ترتیب، با ثابت ماندن فاصلهٔ بین صفحات، اندازهٔ میدان الکتریکی بین صفحات خازن نیز تغییری نمی‌کند. $\left(E = \frac{V}{d}\right)$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۸۴- گزینهٔ «۴» *(بابک اسلامی)*

چون ظرفیت باتری برحسب میلی‌آمپرساعت داده شده است، ابتدا تعیین می‌کنیم زمان ۱۸×۱۰^۳ ثانیه معادل با چند ساعت است، داریم:

$$۱۸\times۱۰^۳\,s = ۱۸\times۱۰^۳\,s\times\frac{۱\,min}{۶۰\,s}\times\frac{۱\,h}{۶۰\,min} = \frac{۱۸\times۱۰^۳}{۶۰\times۶۰} = ۵\,h$$

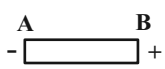
حال طبق تعریف جریان الکتریکی متوسط داریم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{۴۸۰۰}{۵} = ۹۶۰\,mA = ۰/۹۶\,A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

۸۵- گزینهٔ «۳» *(سیدامیر نیکوین نوالی)*

با توجه به این‌که انتهای A به قطب منفی و انتهای B به قطب مثبت وصل شده است، داریم:



می‌دانیم جهت میدان از قطب مثبت به منفی است، بنابراین جهت $\vec{E}$ از $A \leftarrow B$ است $(\leftarrow)$. الکترون‌ها از پایانهٔ منفی به مثبت می‌روند، ولی طبق قرارداد جهت حرکت بار مثبت را به عنوان جهت جریان درنظر می‌گیریم؛ بنابراین جریان از $B \leftarrow A$ است $(\leftarrow)$ است. در نهایت جهت حرکت الکترون‌ها، جهت سرعت سوق را مشخص می‌کند $(\rightarrow)$.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمدباقر خاموشی)*

با استفاده از دو رابطهٔ $R = \rho_{\text{مقاومت ویژه}} \frac{L}{A}$ و $\rho_{\text{چگالی}} = \frac{m}{V}$ داریم:

$$\begin{cases} R = \rho_{\text{مقاومت ویژه}} \frac{L}{A} \\ \rho_{\text{چگالی}} = \frac{m}{V} \xrightarrow{V=AL} \rho_{\text{چگالی}} = \frac{m}{AL} \Rightarrow A = \frac{m}{\rho_{\text{چگالی}} L} \end{cases}$$

$$\Rightarrow R = \rho_{\text{مقاومت ویژه}} \frac{L}{\frac{m}{\rho_{\text{چگالی}} L}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = \rho_{\text{مقاومت ویژه}} \frac{\rho_{\text{چگالی}} . L^2}{m} \\ R = \frac{V}{I} \end{cases} \Rightarrow \frac{V}{I} = \rho_{\text{مقاومت ویژه}} \frac{\rho_{\text{چگالی}} . L^2}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{1/2} = \frac{1/8 \times 10^{-8} \times 8000 \times (25)^2}{m} \Rightarrow m = 0/036kg = 36g$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(سیدعلی میرنوری)*

طبق رابطهٔ مقایسه‌ای قانون اهم داریم: $R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{I_1}{I_2}$

با تغییر جریان، مقاومت رسانا ثابت است، داریم:

$$1 = \frac{V+6}{V} \times \frac{0/02}{0/04} \Rightarrow V + 6 = 2V \Rightarrow V = 6 \text{ ولت}$$

حال برای تعیین R داریم: $R = \frac{V}{I} = \frac{6}{0/02} = 300\Omega = 0/3k\Omega$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** *(بابک اسلامی)*

ترمیستور نوعی از مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به دما بستگی دارد و معمولاً به عنوان حسگر دما در مدارها استفاده می‌شود.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به شکل، ابتدا با استفاده از رابطهٔ قانون اهم نسبت مقاومت سیم‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_{\text{طلا}}}{R_{\text{نقره}}} = \frac{V_{\text{طلا}}}{V_{\text{نقره}}} \times \frac{I_{\text{نقره}}}{I_{\text{طلا}}} \Rightarrow \frac{R_{\text{طلا}}}{R_{\text{نقره}}} = \frac{4}{3} \times \frac{4}{2} = \frac{8}{3} \quad (*)$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ مقاومت می‌توانیم نسبت طول‌ها را محاسبه کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_{\text{طلا}}}{R_{\text{نقره}}} = \frac{\rho_{\text{طلا}}}{\rho_{\text{نقره}}} \times \frac{L_{\text{طلا}}}{L_{\text{نقره}}} \times \left(\frac{D_{\text{نقره}}}{D_{\text{طلا}}}\right)^2 \xrightarrow[(*)]{D_{\text{نقره}} = \frac{1}{3} D_{\text{طلا}}}$$

$$\frac{8}{3} = \frac{2/4 \times 10^{-8}}{1/6 \times 10^{-8}} \times \frac{L_{\text{طلا}}}{L_{\text{نقره}}} \times \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{L_{\text{طلا}}}{L_{\text{نقره}}} = 16$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۹۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیر محمودی‌انزابی)*

شکل داده شده، طرحی از یک پتانسیومتر است. پتانسیومتر نوعی مقاومت متغیر است که در مدارهای الکترونیکی نقش مشابه رئوستا را دارد. لذا مقاومت ویژهٔ مادهٔ مقاومتی استفاده شده در آن باید نسبتاً زیاد باشد. دقت کنید که در پتانسیومتر با تغییر طول مقاومت، مقدار مقاومت تغییر می‌کند.

پس گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) نادرست هستند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

فیزیک ۳

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) سرعت متوسط شیب خط واصل بین دو نقطه در نمودار مکان - زمان است. از لحظهٔ صفر تا t_5، شیب خط واصل مثبت است، پس $v_{av} > 0$ است. (درست)

۲) طبق تعریف، بردار جابه‌جایی، برداری است که مکان اولیهٔ جسم را به مکان نهایی آن متصل می‌کند. طبق نمودار مکان - زمان، $\Delta x > 0$ است. (درست)

۳) در لحظه‌هایی که $x = 0$ است و متحرک از مبدأ مختصات عبور می‌کند، جهت بردار مکان تغییر می‌کند (لحظه‌های t_1 و t_3). پس جهت بردار مکان ۲ بار تغییر می‌کند. (نادرست)

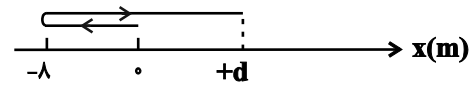
۴) وقتی که سرعت متحرک صفر است و علامت سرعت نیز تغییر می‌کند، جهت حرکت تغییر می‌کند. طبق نمودار، در لحظه‌های t_2 و t_4 جهت حرکت متحرک تغییر کرده است. (درست)

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

(مشابه پرسش ۱-۳ صفحهٔ ۸ کتاب درسی)

۹۲- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی سلطانی)*

می‌توان مسیر حرکت متحرک را به‌صورت زیر در نظر گرفت:



مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$\ell = ۸ + ۸ + d = (۱۶ + d)m$$

جابه‌جایی متحرک برابر است با: $\Delta x = d$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۱۶ + d}{۱۵} = \frac{۱۶}{۱۵} + \frac{d}{۱۵}\left(\frac{m}{s}\right)$$

$$|v_{av}| = \frac{d}{۱۵}\left(\frac{m}{s}\right) \Rightarrow s_{av} = v_{av} + \frac{۱۶}{۱۵} \Rightarrow s_{av} - |v_{av}| = \frac{۱۶}{۱۵}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۹۳- **گزینهٔ «۲»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

با توجه به رابطهٔ شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{\frac{۹}{۴}t_۲^۲ - \frac{۹}{۴}t_۱^۲}{t_۲ - t_۱} = \frac{\frac{۹}{۴}(t_۲^۲ - t_۱^۲)}{t_۲ - t_۱}$$

$$= \frac{۹}{۴}\frac{(t_۲ - t_۱)(t_۲ + t_۱)}{t_۲ - t_۱} \Rightarrow a_{av} = \frac{۹}{۴}(t_۲ + t_۱)$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۹۴- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

می‌دانیم جهت بردار مکان متحرک زمانی که $x < 0$ باشد، در خلاف جهت محور x است و زمانی که $x > 0$ در جهت مثبت محور x است. بنابراین، ابتدا وضعیت بردار مکان و بردار سرعت را در بازه‌های زمانی مختلف بررسی می‌کنیم.

$$0 \le t \le ۱s \begin{cases} x > 0 \\ v < 0 \end{cases}, ۱s < t \le ۲s \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ v < 0 \end{cases}, ۲s < t \le ۳s \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ v > 0 \end{cases}$$

$$۳s < t \le ۵s \begin{cases} x > 0 \\ v > 0 \end{cases}, ۵s < t \le ۷s \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ v < 0 \end{cases}$$

می‌بینیم در بازه‌های زمانی $۱s < t \le ۲s$ و $۳s < t \le ۵s$ بردار مکان و بردار سرعت هم جهت هستند. $t' = (۲-۱) + (۵-۳) = ۳s$

همچنین در بازه‌های زمانی $0s$ تا $2s$ و $5s$ تا $7s$ بردار سرعت متحرک در خلاف جهت محور x و اندازهٔ آن در بازهٔ زمانی صفر تا $2s$ در حال کاهش است.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$$t'' = (۲-۰) = ۲s$$

$$\frac{t''}{t'} = \frac{۲}{۳}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۹۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین برادران)*

باتوجه به رابطهٔ شتاب متوسط در سه ثانیهٔ اول و دوم حرکت، داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}\begin{cases} \xrightarrow[a_{av,۱}=۴\frac{m}{s^۲},\ v_۱=۰]{\Delta t_۱=۳s,\ \Delta v_۱=v_۲-v_۱} \\ ۴ = \frac{v_۲}{۳} \Rightarrow v_۲ = ۱۲\frac{m}{s} \\ \xrightarrow[a_{av,۲}=-۶\frac{m}{s^۲}]{\Delta t_۲=۳s,\ \Delta v_۲=v_۳-v_۲} \\ -۶ = \frac{v_۳ - v_۲}{۳} \xrightarrow{v_۲=۱۲\frac{m}{s}} v_۳ = -۶\frac{m}{s} \end{cases}$$

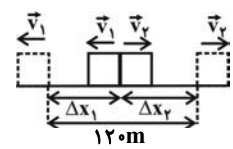
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(سید علی میرنوری)*

می‌توان دریافت که فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر بعد از مدت زمان t، برابر مجموع قدرمطلق جابه‌جایی هر یک از آن‌ها است و داریم:

$$\begin{cases} |\Delta x_۱| = |v_۱|\Delta t_۱ \\ |\Delta x_۲| = |v_۲|\Delta t_۲ \end{cases} \xrightarrow[|\Delta x_۱|+|\Delta x_۲|=۱۲۰m]{\Delta t_۱=\Delta t_۲=t}$$

$$۱۲۰ = (۱۵+۲۵)t \Rightarrow t = ۳s$$



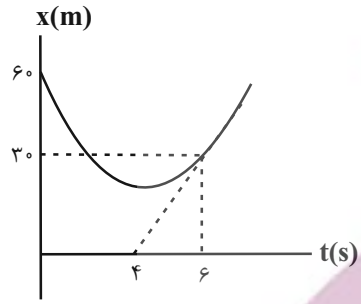
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۹۷- **گزینهٔ «۳»** *(احسان ایرانی)*

شیب خط مماس بر منحنی مکان- زمان در لحظهٔ $t = ۶s$ همان سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۶s$ است:

$$\text{شیب خط} = \frac{۳۰-۰}{۶-۴} = ۱۵\frac{m}{s}$$

دقت شود که خط مُماس رو به بالا است و شیب (سرعت) مثبت است.



حال می‌توان با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، سرعت اولیه را به‌دست آورد:

$$\Delta x = \left(\frac{v_۰ + v_{۶s}}{۲}\right)\Delta t \Rightarrow ۳۰-۶۰ = \frac{v_۰ + ۱۵}{۲}\times ۶$$

$$\Rightarrow v_۰ = -۲۵\frac{m}{s}$$

توجه شود که چون تُندی را از ما خواسته پس باید اندازهٔ سرعت اولیه را انتخاب کنیم.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۹۸- **گزینهٔ «۲»** *(سید علی میرنوری)*

رابطهٔ سرعت – جابه‌جایی را یک‌بار برای مسیر AB و بار دیگر برای مسیر BC می‌نویسیم و به‌صورت زیر v را می‌یابیم:

$$\begin{cases} AB \Rightarrow v_B^۲ - v_A^۲ = ۲a\overline{AB} \xrightarrow[v_A=۶\frac{m}{s}]{v_B=v} v^۲ - ۳۶ = ۲a\overline{AB} \\ BC \Rightarrow v_C^۲ - v_B^۲ = ۲a\overline{BC} \xrightarrow[\overline{BC}=\frac{۵}{۴}\overline{AB}]{v_C=۰,\ v_B=v} ۰ - v^۲ = ۲a\times\frac{۵}{۴}\overline{AB} \end{cases}$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$$\Rightarrow \frac{v^2-36}{-v^2}=\frac{2a\overline{AB}}{2a\times\frac{5}{4}\overline{AB}} \Rightarrow \frac{v^2-36}{-v^2}=\frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow 5v^2-5\times36=-4v^2 \Rightarrow 9v^2=5\times36$$

$$\Rightarrow v^2=5\times4 \Rightarrow v=2\sqrt{5}\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۱۹)

۹۹- **گزینهٔ «۳»** *(عباس اصغری)*

به کمک سطح محصور بین نمودار شتاب – زمان و محور زمان که برابر Δv است، می‌توان سرعت متحرک را در لحظه‌های مختلف محاسبه نمود و سپس نمودار $v-t$ آن را رسم و مدت زمانی را که متحرک در جهت منفی محور x حرکت نموده است، به دست آورد. بنابراین با توجه به این‌که $v_0=-5\frac{m}{s}$ است، داریم:

$$\Delta v_1=2\times5=10\frac{m}{s}, \Delta v_2=-2\times10=-20\frac{m}{s}$$

Δv_1 تغییر سرعت در بازهٔ زمانی صفر تا $5s$ و Δv_2 تغییر سرعت در بازهٔ زمانی $15s$ تا $25s$ است.

$$v_{5s}=v_{0s}+\Delta v_1 \Rightarrow v_{5s}=-5+10=5\frac{m}{s}$$

$$v_{15s}=v_{5s}=5\frac{m}{s} \quad , \quad v_{25s}=v_{15s}+\Delta v_2$$

$$v_{25s}=5+(-20)=-15\frac{m}{s}$$

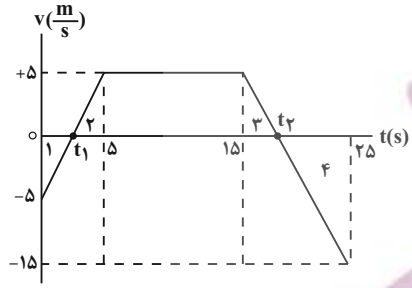
اکنون نمودار سرعت – زمان متحرک را رسم می‌کنیم. می‌دانیم در لحظاتی که علامت سرعت متحرک منفی است، متحرک در خلاف جهت محور حرکت کرده است. بنابراین لازم است لحظه‌های t_1 و t_2 را پیدا کنیم. با استفاده از تشابه مثلث‌های ۱ و ۲ داریم: $\frac{5}{5}=\frac{t_1}{5-t_1} \Rightarrow t_1=2/5s$

با استفاده از تشابه مثلث‌های ۳ و ۴ داریم:

$$\frac{5}{15}=\frac{t_2-15}{25-t_2} \Rightarrow \frac{1}{3}=\frac{t_2-15}{25-t_2} \Rightarrow 3t_2-45=25-t_2$$

$$\Rightarrow 4t_2=70 \Rightarrow t_2=17/5s$$

می‌بینیم متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $2/5s$ و $17/5s$ تا $25s$ در خلاف جهت محور جابه‌جا شده است. بنابراین کل زمانی که متحرک در خلاف جهت محور حرکت کرده است برابر است با: $\Delta t=2/5+(25-17/5)=10s$



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مشابه تمرین ۱- ۱۱ صفحهٔ ۲۱ کتاب درسی)

۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(عباس اصغری)*

روش اول: با توجه به نمودار، چون تقعر نمودار رو به بالا است، شتاب حرکت مثبت است. بنابراین گزینه‌های «۱» و «۳» حذف می‌شوند. از طرف دیگر، چون در لحظهٔ $t=0$، شیب نمودار مکان – زمان مثبت است؛ لذا سرعت اولیه نیز مثبت می‌باشد. بنابراین این نمودار مربوط به متحرکی است که با شتاب مثبت در جهت محور x در حرکت است. یعنی گزینهٔ «۲» صحیح است.

روش دوم: چون در لحظهٔ $t=0$، شیب خط مماس بر نمودار مثبت است، سرعت اولیهٔ متحرک مثبت می‌باشد، لذا متحرک در جهت محور x درحال حرکت است. بنابراین گزینه‌های «۳» و «۴» حذف می‌شود.

از طرف دیگر، چون بزرگی شیب خط مماس بر نمودار (سرعت) در حال افزایش است، یعنی تندی متحرک نیز در حال افزایش می‌باشد. لذا حرکت شتاب‌دار تندشونده است. بنابراین، چون در حرکت شتاب‌دار تندشونده، شتاب و سرعت هم‌علامت‌اند، در این صورت باید جهت بردار شتاب نیز در جهت محور x باشد. یعنی گزینهٔ «۲» صحیح است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مشابه فعالیت ۱-۲ صفحهٔ ۱۶ کتاب درسی)

فیزیک ۱

۱۰۱- گزینهٔ «۴» *(امیر محمودی انزابی)*

فقط گزاره (پ) نادرست است، چراکه حالت یک ماده بـه چگـونگی حرکـت ذره‌های سازندهٔ آن و اندازهٔ نیروی بین آن‌ها بستگی دارد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۱۰۲- گزینهٔ «۴» *(محمدرضا شریفی)*

با افزایش دما نیروی هم‌چسبی مولکول‌های روغن کـاهش مـی‌یابـد. بنـابراین اندازهٔ قطره‌ها نیز کوچک می‌شود.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۱۰۳- گزینهٔ «۴» *(مهدی آذرنسب)*

با توجه به رابطهٔ فشار کل، می‌توان نوشت:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{P_0+\rho g(5h)}{P_0+\rho g(3h)}=\frac{P_0+\rho g(3h)+\rho g(2h)}{P_0+\rho g(3h)}$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=1+\frac{2\rho gh}{P_0+\rho g(3h)}$$

کسـر $\frac{\rho g(2h)}{P_0+\rho g(2h)}$ از کسـر $\frac{\rho g(2h)}{\rho g(3h)}=\frac{2}{3}$ کـوچکتر اسـت. بنـابراین بـرای نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ داریم:

$$1<\frac{P_2}{P_1}<\frac{5}{3}\Rightarrow P_1<P_2<\frac{5}{3}P_1$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

۱۰۴- گزینهٔ «۲» *(یاشار جلیل‌زاده)*

با توجه به رابطهٔ تعریف فشار داریم:

$$P=\frac{F}{A}=\frac{900}{45\times10^{-4}}=2\times10^5\,Pa=0/2MPa$$

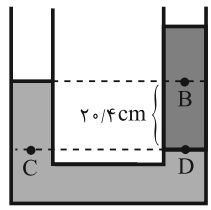
(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۰۵- گزینهٔ «۱» *(زهره آقامحمدی)*

با مساوی قرار دادن فشار در نقاط هم‌تراز داخل جیوه داریم:

$$P_C=P_D$$

$$P_{\text{جیوه}}+P_0=P_{\text{آب}}+P_B\quad(*)$$



حال فشار ستون آب را به‌دست می‌آوریم.

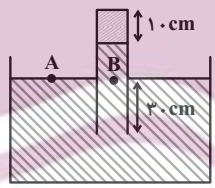
$$P_{\text{آب}}=\frac{(\rho\times H)_{\text{آب}}}{\rho_{\text{جیوه}}}=\frac{1\times20/4}{13/6}=1/5cmHg$$

$$\xrightarrow{(*)}20/4+74/2=1/5+P_B$$

$$\Rightarrow P_B=93/1cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۱۰۶- گزینهٔ «۲» *(محمدرضا شیروانی‌زاده)*



$$P_A=P_B$$

$$\Rightarrow 76=P_{\text{مایع}}+P_{\text{گاز}}$$

$$\Rightarrow 76=P_{\text{مایع}}+6\Rightarrow P_{\text{مایع}}=70cmHg$$

$$\text{طول لوله}=30+70+10=110cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

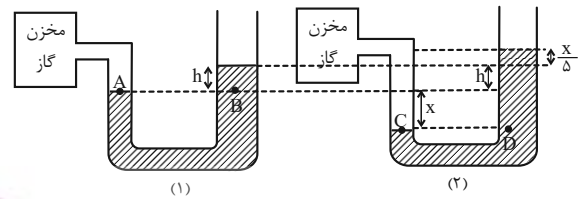
۱۰۷- گزینهٔ «۴» *(علی نجاری‌اصل)*

با توجه به این‌که قطرهٔ مایع روی جامد پهن نشده، پس آن‌را تر نکرده اسـت، بنابراین نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع از نیروی دگرچسبی بین مـایع و جامد بیشتر است. در نتیجه سطح مایع در لولـهٔ مـویین بـه‌صـورت برآمـده خواهد بود و سطح مایع در لولهٔ مویین پایین‌تر از سطح مایع درون ظرف قرار خواهد گرفت.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۱۰۸- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی نکوئیان)*

فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن با هم برابر است. بنابراین:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_{\text{جیوه}} + P_\circ \qquad (۱)$$

با توجه به اینکه حجم جیوهٔ جابه‌جا شده در دو شاخه یکسان است، می‌توان گفت که با افزایش فشار مخزن و کاهش فشار هوا، جیوه در شاخهٔ سمت چپ پایین آمده و در شاخهٔ سمت راست بالا می‌رود. اگر در شاخهٔ سمت چپ به اندازهٔ x پایین بیاید، با توجه به اینکه سطح مقطع شاخهٔ سمت راست ۵ برابر سطح مقطع شاخهٔ سمت چپ است، بنابراین در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ $\frac{x}{5}$ بالا می‌رود. داریم:

$$P_C = P_D \Rightarrow P'_{\text{گاز}} = P'_{\text{جیوه}} + P'_\circ$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} + ۸ = P_{\text{جیوه}} + \frac{۶}{۵}x + P_\circ - ۴$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_{\text{جیوه}} + P_\circ + \frac{۶}{۵}x - ۱۲ \qquad (۲)$$

با برابر قرار دادن دو معادلهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{۶}{۵}x = ۱۲ \Rightarrow x = ۱۰\text{cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۰۹- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با استفاده از معادلهٔ پیوستگی، داریم:

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲ \xrightarrow{A=\frac{\pi}{۴}d^۲} \frac{\pi}{۴}d_۱^۲v_۱ = \frac{\pi}{۴}d_۲^۲v_۲$$

$$\Rightarrow \frac{v_۱}{v_۲} = (\frac{d_۲}{d_۱})^۲ \Rightarrow \frac{v_۱}{۸} = (\frac{۴}{۱۰})^۲$$

$$\Rightarrow v_۱ = ۸\times(\frac{۲}{۵})^۲ = ۸\times\frac{۴}{۲۵} = ۱/۲۸\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۱۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

به کمک مفهوم اصل برنولی و معادلهٔ پیوستگی، می‌توان نوشت:

هر چه دهانهٔ لوله تنگ‌تر شود (مساحت سطح مقطع لوله کمتر شود)، تندی شاره بیشتر شده و فشار شاره کاهش می‌یابد. به‌عبارت دیگر سطح مقطع (A) با فشار (P) رابطهٔ مستقیم و با تندی (v) رابطهٔ عکس دارد.

در نتیجه داریم:

$$A_۲ < A_۳ < A_۱ \Rightarrow P_۲ < P_۳ < P_۱ \Rightarrow v_۲ > v_۳ > v_۱$$

با توجه به رابطهٔ $P_۲ < P_۳ < P_۱$، میان ارتفاع مایعات درون لوله‌های قائم رابطهٔ $h_۲ < h_۳ < h_۱$ برقرار است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

شیمی ۲

۱۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(سیرمحمد معروفی)*

نام ساختار الف، ۳-اتیل-۲، ۵ - دی‌متیل هگزان است.

نام ساختار ب، ۲، ۳، ۳، ۴ - تترا متیل هگزان است.

نام ساختار پ، ۲، ۳، ۳، ۶ - تترا متیل هپتان است.

نام ساختار ت، ۲، ۲، ۴- تری متیل هگزان است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی شریفی)*

از مخلوط سیکلو هگزان و بنزن فقط بنزن با هیدروژن واکنش می‌دهد. پس به کمک حجم H_2 مصرفی می‌توان حجم بنزن را در نمونهٔ اولیه به دست آورد.

$$C_6H_6(g)+3H_2(g)\rightarrow C_6H_{12}(g)$$

$$9LH_2\times\frac{1LC_6H_6}{3LH_2}=3LC_6H_6$$

می‌دانیم که درصد حجمی با درصد مولی گازها برابر است. بنابراین داریم:

$$\text{درصد جرمی } C_6H_6=\frac{3mol\ \text{بنزن}\times\frac{78g}{1mol}}{(7mol\ \text{سیکلوهگزان}\times\frac{84g}{1mol})+(3mol\ \text{بنزن}\times\frac{78g}{1mol})}\times100\simeq28/5\%$$

(شیمی ۱- صفحهٔ ۸۳ و شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۴۳)

۱۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(سیدصدرا عادل)*

پس از جدا کردن نمک‌ها، اسیدها و آب، نفت خام را پالایش می‌کنند. درواقع با استفاده از تقطیر جزء به جزء، هیدروکربن‌های آن را به‌صورت مخلوط‌هایی با نقطهٔ جوش نزدیک به هم جدا می‌کنند. برای این کار، نفت خام را درون محفظه‌ای بزرگ گرما می‌دهند و آن را به برج تقطیر هدایت می‌کنند. برجی که در آن از پایین به بالا دما کاهش می‌یابد. هنگامی که نفت خام داغ به قسمت پایین برج وارد می‌شود، مولکول‌های سبک‌تر و فرّارتر از جمله مواد پتروشیمیایی، از مایع بیرون آمده و به سوی بالای برج حرکت می‌کنند. به تدریج که این مولکول‌ها بالاتر می روند، سرد شده و به مایع تبدیل می‌شوند و در سینی هایی که در فاصله های گوناگون برج قرار دارند وارد شده و از برج خارج می شوند. بدین ترتیب مخلوط هایی با نقطهٔ‌جوش نزدیک به هم از نفت خام جداسازی می شوند.

نکته: چهار جزء اصلی سازنده نفت خام عبارتند از:

۱) بنزین و خوراک پتروشیمی ۲) نفت سفید

۳) گازوییل ۴) نفت کوره

مقایسه نقطه جوش و اندازه اجزای نفت خام:

نفت کوره > گازوییل > نفت سفید > بنزین و خوراک پتروشیمی

مقایسه فراربودن و ارزش اجزای نفت خام:

بنزین و خوراک پتروشیمیایی > نفت سفید > گازوییل > نفت کوره

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۴ و ۴۷)

۱۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(حسن لشکری)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) هر دو مورد درست نام‌گذاری شده‌اند.

۳) سیکلوهگزان آروماتیک نیست.

۴) فرمول مولکولی ۲- بوتن C_4H_8 و پروپین C_3H_4 است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۲)

۱۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمد وزیری)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) به مقاومت در برابر جاری شدن، گران‌روی می‌گویند.

ب) گشتاور دو قطبی آلکان‌ها در حدود صفر است و با افزایش شمار اتم‌های کربن تغییر نمی‌کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۱۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(فرزاد رضایی)*

تنها مورد آخر درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: مربوط به اتین است که در جوشکاری و برشکاری کاربرد دارد.

مورد دوم: مربوط به اتن است که به عنوان عمل‌آورنده در کشاورزی کاربرد دارد و در بیشتر گیاهان یافت می‌شود.

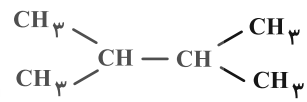
مورد سوم: مربوط به بنزن است که سرگروه خانوادهٔ مهمی از هیدروکربن‌ها به نام آروماتیک‌ها است نه حلقوی‌ها.

مورد چهارم: مربوط به نفتالن است که مدت‌ها بـه عنـوان ضـد بیـد کـاربرد داشته است.

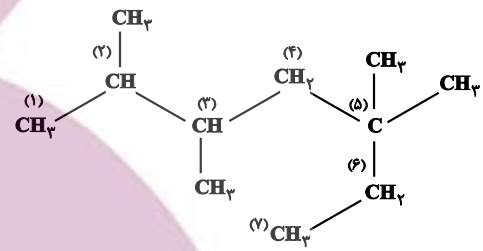
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۱۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

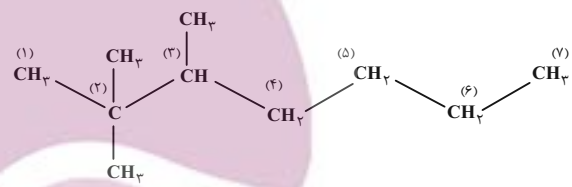
ساختار گسترده و نام ترکیب‌های داده شده عبارتند از:



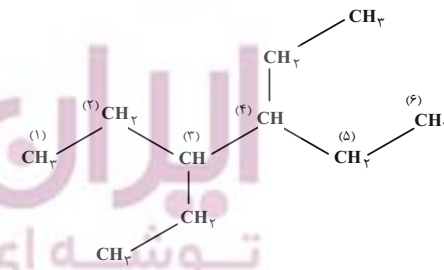
۲، ۳- دی متیل بوتان



۲، ۳، ۵، ۵- تترا متیل هپتان



۲، ۲، ۳- تری‌متیل هپتان



۳، ۴- دی‌اتیل هگزان

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۱۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمدحسن محمدزاده مقدم)*

واکنش موردنظر به صورت زیر است.

$$C_xH_y + \frac{4x+y}{4}O_2 \rightarrow xCO_2 + \frac{y}{2}H_2O$$

با توجه به گزینه‌ها، هیدروکربن موردنظر آلکن یا آلکین است. می‌توان نوشت:

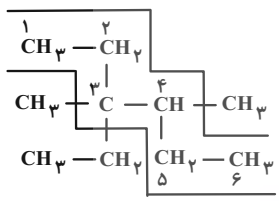
$$1/8 molH_2O \times \frac{x molCO_2}{\frac{y}{2} molH_2O} \times \frac{44 gCO_2}{1 molCO_2} = 105/6 gCO_2$$

$$\Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow \text{تنها گزینهٔ ۳ در این معادله صدق می‌کند} \Rightarrow C_4H_6$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۱۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

نام ترکیب داده شده به صورت زیر تعیین می‌شود:



۳- اتیل- ۳، ۴- دی متیل هگزان

با توجه به فرمول شیمیایی آن $(C_{10}H_{22})$، باید با آلکانی ۱۰ کربنه دارای فرمول یکسانی باشد که ۴- اتیل اوکتان چنین شرایطی دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۲۰- **گزینهٔ «۱»** *(یاسر راش)*

هر مول اتن با یک مول برم و هر مول اتین با ۲ مول برم واکنش می‌دهد.

$$\begin{matrix} x\ mol & x\ mol \\ \uparrow & \uparrow \\ 1 mol\ C_2H_4 & \sim 1 mol\ Br_2 \\ 1 mol\ C_2H_2 & \sim 2 mol\ Br_2 \\ \downarrow & \downarrow \\ y\ mol & 2y\ mol \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{10/08}{22/4} = 0/45 \\ x+2y = \frac{120}{160} = 0/75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 0/45 \\ x+2y = 0/75 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0/15 mol & \text{اتن} \\ y = 0/3\ mol & \text{اتین} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{درصد جرمی اتن} = \frac{0/15 \times 28}{0/15 \times 28 + 0/3 \times 26} \times 100 = 35\%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۱)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

شیمی ۳

۱۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(مینا شرافتی‌پور)*

موارد (الف) و (ت) نادرست‌اند.

الف) اوره و عسل همانند ضدیخ ترکیب‌هایی قطبی هستند پس در آب حل می‌شوند.

ب) ژله و شیر هر دو کلوئید هستند. ذره‌های موجود در کلوئیدها درشت‌تر از محلول‌ها هستند و به همین دلیل نور را پخش می‌کنند.

پ) اگر مقداری صابون به مخلوط آب و روغن اضافه کنید مخلوطی از نوع کلوئید ایجاد می‌شود. کلوئیدها را می‌توان همانند پلی میان محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت.

ت) فرمول عمومی صابون‌های جامد $RCOONa$ و فرمول عمومی صابون‌های مایع $RCOOK$ و $RCOONH_4$ می‌باشد. در صورت برابر بودن تعداد اتم‌های کربن اختلاف جرم مولی صابون‌ها مربوط به جرم مولی کاتیون موجود در آنها می‌شود. اگر کاتیون موجود در صابون مایع، یون NH_4^+ باشد، جرم مولی صابون مایع از صابون جامد کمتر می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۸)

(خود را بیازمایید صفحه‌های ۴ و ۷ کتاب درسی)

۱۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

گزینهٔ «۱» درست؛ با توجه به

$$C_4H_8 = 56 : \text{بوتن-}1 \xleftrightarrow{2g} C_3H_6O = 58 : \text{استون}$$

$$C_2H_6O_2 = 62 : \text{اتیلن گلیکول} \xleftrightarrow{2g} CO(NH_2)_2 = 60 : \text{اوره}$$

گزینهٔ «۲» درست. (کلوئید مشخص شده مخلوط آب، روغن و صابون است.)

گزینهٔ «۳» نادرست؛ طول زنجیر هیدروکربنی ساختار داده شده کم است و نمی‌تواند صابون باشد.

گزینهٔ «۴» درست؛

$$:\underset{\underset{H}{|}}{\overset{H}{\overset{|}{N}}}-\overset{\overset{:O:}{\|}}{C}-\underset{\underset{H}{|}}{\overset{H}{\overset{|}{N}}}: \Rightarrow \frac{8}{4} = 2$$

$$H-\overset{\overset{:O:}{\|}}{C}-H \Rightarrow \frac{4}{2} = 2$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۸)

۱۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(ساسان اسماعیل‌پور)*

الف) درست؛

$$2C_8H_{18} + 25O_2 \longrightarrow 16CO_2 + 18H_2O$$

$$?gCO_2 = 57gC_8H_{18} \times \frac{1molC_8H_{18}}{114gC_8H_{18}} \times \frac{16molCO_2}{2molC_8H_{18}}$$

$$\times \frac{44gCO_2}{1molCO_2} = 176gCO_2$$

ب) درست؛ وازلین، بنزین و روغن زیتون به دلیل ناقطبی بودن در حلال‌های ناقطبی حل می‌شوند.

پ) نادرست؛ فرمول شیمیایی بنزین C_8H_{18} و اوره $CO(NH_2)_2$ و روغن زیتون $C_{57}H_{104}O_6$ است.

ت) نادرست؛ مولکول‌های اتیلن گلیکول با توجه به داشتن گروه‌های $(-OH)$ قادر به تشکیل پیوند هیدروژنی با آب هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ و ۵)

۱۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(مهری شریفی)*

عبارت‌های الف، ب و پ درست هستند.

امید به زندگی در مناطق توسعه‌یافته و برخوردار، بیشتر از مناطق کم‌برخوردار است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱ تا ۳)

(خود را بیازمایید صفحه‌های ۲ و ۳ کتاب درسی)

۱۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خوابوی‌مهر)*

بررسی موارد نادرست؛

۱) اگر بخش R گروه آلکیل ۱۴ کربنه باشد، فرمول شیمیایی ماده $C_{20}H_{33}SO_3Na$ خواهد بود.

۲) اگر در ترکیب داده شده به جای R گروه اتیل قرار گیرد، ترکیبی به دست می‌آید که در آن بخش ناقطبی تعداد کربن زیادی ندارد؛ پس نمی‌توان آن را به عنوان یک پاک‌کنندهٔ مناسب در نظر گرفت.

۴) $$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{48}{14n+1+103}$$

$$\text{درصد جرمی گوگرد} = \frac{32}{14n+1+103}$$

نسبت خواسته شده $= \frac{۴۸}{۳۲} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۱۰)

۱۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(سعید محسن‌زاده)*

فقط عبارت سوم نادرست است.

صابون مراغه از جوشاندن پیه گوسفند و $NaOH$ با آب تهیه می‌شود.

بررسی عبارت آخر:

$$\underbrace{RCOO^-Na^+}_{\text{صابون جامد}} \Rightarrow C_nH_{۲n+۱}COO^-Na^+$$

$$۲n+۱=۴۹ \Rightarrow n=۲۴$$

در نتیجه فرمول مولکولی صابون مورد نظر $C_{۲۵}H_{۴۹}O_۲Na$ می‌باشد.

درصد جرمی $O = \frac{۲\times۱۶}{۴۰۴}\times۱۰۰ \simeq ۷/۹\%$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۹، ۱۱ و ۱۲)

۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

در این واکنش گاز هیدروژن تولید می‌شود و واکنش گرماده است.

$$۲NaOH + ۲Al + ۶H_۲O \rightarrow ۲NaAl(OH)_۴ + ۳H_۲$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمد وزیری)*

$$CaO(s) + H_۲O(l) \longrightarrow Ca^{۲+}(aq) + ۲OH^-(aq)$$

هر مول CaO، ۳ مول یون ایجاد می‌کند بنابراین ۳ مول از آن ۹ مول یون تولید می‌کند. پس در هر ۹ لیتر آب، ۹ مول یون وجود خواهد داشت و غلظت یون‌های تولید شده ۱ مول بر لیتر می‌شود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: شیمی‌دان‌ها از جمله آرنیوس، قبل از توصیف علمی اسیدها و بازها، با برخی ویژگی‌ها و واکنش‌های بین این مواد آشنا بودند.

گزینهٔ «۳»: این عنصر گوگرد ($_{۱۶}S$) است و همانند اغلب اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس محسوب می‌شوند.

گزینهٔ «۴»: نادرست است زیرا سرکه یک اسید است و در محلول‌های اسیدی $۱ < \frac{[H_۳O^+]}{[OH^-]}$ یا $\frac{[OH^-]}{[H_۳O^+]} < ۱$ می‌باشد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(سعید محسن‌زاده)*

صابون در آب‌هایی که میزان یون‌های کلسیم و منیزیم بالایی دارند، خوب کف نمی‌کنند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۲)

(کاوش کنید صفحه‌های ۸ و ۹ کتاب درسی)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا کیانی‌دوست)*

بررسی موارد:

مورد اول درست است.

$$HCl + H_۲O \rightarrow H_۳O^+ + Cl^-$$

$$۲۷g\,HCl \times \frac{۱mol\,HCl}{۳۶/۵g\,HCl} \times \frac{۲mol\,\text{یون}}{۱mol\,HCl} \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,\text{یون}}{۱mol\,\text{یون}} \simeq ۸/۹\times۱۰^{۲۳}\,\text{یون}$$

مورد دوم درست است.

$$\underbrace{Li_۲O}_{۲} + H_۲O \rightarrow ۲LiOH$$

مورد سوم نادرست است. HCl و $NH_۳$ به‌ترتیب اسید قوی و باز ضعیف هستند و فقط آمونیاک به صورت کامل یونش نمی‌یابند.

مورد چهارم نادرست است. مواد HF، HCl، $SO_۳$ و $CO_۲$ در آب خاصیت اسیدی دارند و کاغذ pH را قرمز می‌کنند.

مورد پنجم نادرست است. براساس نظریهٔ آرنیوس درباره میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول می‌توان اظهارنظر کرد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

ایران توشه توسعه ای برای موفقیت

شیمی ۱

۱۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمهدی بلاغی)*

$$_{24}Cr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 \underline{3d^5 4s^1} \rightarrow 5(3+2)+1(4+0)=29$$

اتم با عدد اتمی ۵۰ در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای قرار دارد و با توجه به این‌که جزو دستهٔ p است پس تعداد الکترون‌های ظرفیت آن همان یکان شماره گروه است.

$$29-4=25$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۱۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(ساسان اسماعیل‌پور)*

$$\left.\begin{matrix} n+p=58 \\ n-p=4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow n=31\,,\ p=27$$

$$_{27}X: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^7 4s^2$$
$$X^{2+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^7$$

یون X^{2+} دارای ۷ الکترون با $l=2$ و عنصر X و دارای ۲ الکترون با $n=4$ است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۲۹، ۳۰ و ۳۱)

۱۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(جعفر رحیمی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) فرمول آلومینیم اکسید Al_2O_3 بوده که در آن مجموع شمار اتم‌ها برابر با ۵ است.

۲) آرایش الکترون- نقطه‌ای هلیم به صورت $(He:)$ است.

۳) فرمول منیزیم نیترید: (Mg_3N_2) بوده که نسبت آنیون به کاتیون در آن $\frac{2}{3}$ است.

۴) آرایش الکترونی فشرده نئون به صورت زیر است:

$$_{10}Ne: [_2He] 2s^2\ 2p^6$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۱۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمدپارسا فراهانی)*

انرژی زیرلایه‌ها به $n+l$ و n بستگی دارد. اگر $n+l$ برای یک زیرلایه بیش‌تر باشد، انرژی آن بیش‌تر است و اگر $n+l$ برای دو یا چند زیرلایه برابر باشد، زیر لایه با n بزرگ‌تر انرژی بیش‌تری دارد.

۱) انرژی: $7p < 8s$
$n+l$: ۸ ۸

۲) انرژی: $6s < 4f$
$n+l$: ۶ ۷

۳) انرژی: $3d < 4p$
$n+l$: ۵ ۵

۴) انرژی: $5d > 4f$
$n+l$: ۷ ۷

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۱۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(جعفر پازوکی)*

فقط مورد اول و دوم درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: تعداد الکترون‌ها در زیرلایه $(l=1)p$ عنصر $_{18}Ar$ برابر ۱۲ می‌باشد که با مجموع عدد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های آخرین زیرلایه $_{15}Y$ برابر است.

$$_{24}X: [_{18}Ar] 3d^5 4s^1$$
$$_{15}Y: [_{10}Ne] 3s^2 3p^3 \Rightarrow (3+1)\times 3 = 12$$

مورد دوم: عنصر A همان $_{29}Cu$ است که می‌تواند دو یون به $_{29}Cu^{1+}$ و $_{29}Cu^{2+}$ تشکیل دهد و عنصر B با گرفتن یک الکترون به آرایش گاز نجیب کریپتون می‌رسد بنابراین با هم ترکیب یونی با فرمول AB یا AB_2 ایجاد می‌کنند.

مورد سوم: به دلیل شکل ظاهری گرافیت، مردم می‌پنداشتند که گرافیت از سرب تشکیل شده است. امروزه می‌دانیم مغز مداد از جنس گرافیت است اما همچنان به سرب مداد معروف است.

مورد چهارم: با توجه به جرم‌های اتمی کربن و اکسیژن، جرم هر مول کربن دی‌اکسید برابر ۴۴ گرم می‌باشد. (هر مولکول از این ماده ۴۴amu جرم دارد)

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳، ۳۹، ۴۳ و ۴۴)

۱۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(حامد پویان‌نظر)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: به فرایندی که در آن یک مادهٔ شیمیایی با جذب انرژی از خود پرتوهای الکترومغناطیسی گسیل می‌دارد، نشر نور گویند.

گزینهٔ «۳»: تمامی طیف‌های نشری خطی اتم هیدروژن در گسترهٔ مرئی مربوط به برگشتن الکترون برانگیخته به لایهٔ دوم است، اما الکترون برانگیخته می‌تواند به لایه‌های بالاتر نیز برسد که طیف آن‌ها در گسترهٔ مرئی نیست.

گزینهٔ «۴»: رنگ شعلهٔ نمک مس (II) نیترات، سبز رنگ و سدیم نیترات، زردرنگ می‌باشد.

(شیمی ۱- کیهان‌زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۲۷)

۱۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(مبینا شراختی‌پور)*

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت «آ»: آرایش الکترونی فسفر:

$$_{15}P:[_{10}Ne]\underbrace{3s^2 3p^3}$$

$$n+l=(2\times3)+(3\times4)=18$$

تعداد پروتون‌های $_9F$ برابر با ۹ است.

عبارت «ب»: X که در دوره چهارم و گروه شانزدهم قرار دارد، همان $_{34}Se$ با آرایش الکترونی زیر است.

$$_{34}Se=[Ar]3d^{10}\underbrace{4s^2 4p^4}_{\text{الکترون ظرفیتی}=2+4=6}$$

عبارت «پ»: $_2^4He$ نیز ۲ الکترون ظرفیتی دارد.

عبارت «ت»: عنصری با تعداد الکترون برابر در زیر لایه‌های $3d$ و $4s$ آرایش الکترونی زیر را دارد.

$$X:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2 4s^2 \Rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} = 4$$

$$n+l=4 \Rightarrow \text{الکترون‌های با } 3p^6, 4s^2 \text{ الکترون } 8$$

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{4}{8}=0/5$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

موارد «الف» و «ت» عبارت را به درستی تکمیل می‌کنند.

$$_{25}Mn^{2+}:[_{18}Ar]3d^5 \rightarrow l=2 \Rightarrow 5e^-$$

$$_{17}Cl:[_{10}Ne]3s^2 3p^5 \rightarrow \text{شمار الکترون‌ها در آخرین زیرلایه} \rightarrow 5e^-$$

$$_{23}V^{3+}:[_{18}Ar]3d^2 \Rightarrow l=2 \Rightarrow 2e^-$$

$$_6C:[_2He]2s^2 2p^2 \Rightarrow \text{شمار الکترون‌ها در آخرین زیرلایه} \Rightarrow 2e^-$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴)

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

نیم‌عمر $_1^5H$ از $_1^4H$ بیشتر است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا جعفری)*

مورد اول نادرست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول: اتم برانگیخته دارای انرژی بیشتر و پایداری کمتر است.

عبارت دوم:

$$n_A=x-4, n_B=y+3 \Rightarrow x-4=y+3 \rightarrow x-y=7$$

$$e_{A^{2+}}-e_{B^{3-}}=(x-5)-(y+3)=x-y-8$$

$$\xrightarrow{x-y=7} e_{B^{3-}}-e_{A^{2+}}=1$$

عبارت سوم:

$$\frac{n}{Z}\geq\frac{3}{2}\xrightarrow{+1}\frac{n+Z}{Z}\geq\frac{5}{2}\Rightarrow\frac{A}{Z}\geq\frac{5}{2}\rightarrow\frac{Z}{A}\leq\frac{2}{5}=0/4$$

عبارت چهارم:

$$_{12}^{24}Mg\rightarrow n=12\ ,\ _1^3H\rightarrow n=2$$

$$\xrightarrow{MgH_2} 12+2(2)=16\rightarrow 16N_A$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۱۷، ۱۸، ۳۸ و ۳۹)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

۱۷ مرداد

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
ویراستار	فاطمه راسخ
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۳» *(حامد کریمی)*

عبارت «سرخورده شدن» حرف اضافهٔ «از» می‌گیرد. «پرداختن» نیز «به» می‌گیرد:

در نیمهٔ دوم قرن دوازدهم در اصفهان و بعدها در سایر نقاط ایران، گروه‌هایی از شاعران از پیچ‌وخم‌ها و تلاش‌های مضمون‌یابی سبک هندی سرخورده و ملول، به سبک‌های گذشته بازگشت نمودند و به تتبّع در سبک‌های کهن برای برداشتن گامی به جلو و ارائهٔ سروده‌های منطبق با زبان و فرهنگ خویش پرداختند.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینهٔ «۲» *(حامد کریمی)*

متن از یادگیری معلّم و نیز نگاه آموزش سنّتی به خطای دانش آموز، سخنی نگفته‌است. علاوه براین، نمی‌گوید که نظام‌های جدید آموزشی نقش معلّم را در آموزش کمرنگ‌تر می‌کند، یا دانش‌آموزان را به حال خود رها می‌کند. بلکه می‌گوید هدف این نظام‌ها تقویت مهارت‌های حلّ مسئله، تفکّر انتقادی و توانایی یادگیری مستقل است، یعنی این موارد، مهارت‌هایی تغییرپذیرند.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۳» *(حامد کریمی)*

متن به‌صراحت می‌گوید زمان روانی «با معنا، هیجان و توجّه» درآمیخته‌است. یعنی آنچه انسان تجربه می‌کند، تابع احساس و موقعیت است، نه صرفاً عدد.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۲» *(حامد کریمی)*

نویسنده با مثالِ متن، می‌خواهد نشان دهد ادراک زمانی بسته به کیفیت تجربه تغییر می‌کند. درسی که جذّاب باشد، زمانش کوتاه حس می‌شود؛ این دقیقاً هدف نویسنده از مثال بوده است.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۱» *(حامد کریمی)*

به‌جز گزینهٔ «۱»، سه واژه‌ی همه‌ی گزینه‌ها مترادف‌اند. در گزینهٔ «۱»، «اکراه» و «انزجار» مترادفند و «رغبت» متضاد آن‌هاست.

(انساب اربعه، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینهٔ «۳» *(حمید کنبی)*

وقتی برخی الف‌ها ب نیستند، یعنی بخش‌هایی باید در نمودار باشد که الف هست ولی ب نیست. یعنی الف نباید تماماً درون ب باشد. همچنین این دو دسته کاملاً از هم جدا نیز نیستند، چرا که برخی الف‌ها ب هستند. معلوم است که گزینه‌های «۱» و «۴» نادرست است. همچنین ما از وجود ب که الف نباشد، خبری نداریم. پس دو حالت گزینهٔ «۳» هر دو ممکن است.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینهٔ «۳» *(انساب اربعه، هوش کلامی)*

نه همهٔ میوه‌ها شیرین است و نه همهٔ شیرین‌ها میوه‌اند. امّا برخی میوه‌ها شیرین‌اند.

همچنین سیب‌ها همه میوه‌اند ولی همهٔ میوه‌ها سیب نیستند.

پس تا این جا تکلیف دسته‌های الف، ب و ج معلوم است. امّا بخش مشترک سه دستهٔ الف، ب، ج، می‌شود سیب‌های شیرین.

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

اطلاعات را در جدول می‌نویسیم:

دهه	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰
نام	مانی / مینا (۳)	نیما (۳)	مانی / مینا (۳)	مونا (۱)
آجیل	بادام / پسته (۷)	تخمه (۲)	بادام / پسته (۸)	~~پسته~~ (۱)/ فندق (۶)
موسیقی	~~پاپ~~ (۲) / ~~مثال~~ (۴) / راک (۵)	رپ (۲)		
ساز	عود / تار (۸)	سنتور (۸)	عود / تار (۷)	~~سنتور~~ (۴) / سه‌تار (۸)

۱) مونا از همه کوچک‌تر است و پسته دوست ندارد.

۲) متولد دههٔ شصت تخمه و رپ دوست دارد و از آن که پاپ دوست دارد بزرگ‌تر است.

۳) مینا تخمه دوست ندارد، پس متولد دههٔ شصت نیست، مانی هم بادام دوست دارد، پس او هم متولد دههٔ شصت نیست. مونا هم متولد دههٔ هشتاد

است، پس متولد دههٔ شصت نیماست. پس مانی و مینا متولدین دهه‌های ۵۰ و ۷۰ هستند.

۴) آن که متال دوست دارد بزرگ‌ترین نیست. آن‌که سنتور دوست دارد، کوچک‌ترین نیست.

۵) متولد دههٔ پنجاه رپ دوست ندارد، متال و پاپ را هم همین‌طور. پس او راک دوست دارد.

۶) مانی بادام دوست دارد و نیما تخمه. مونا پسته دوست ندارد، پس فندق دوست دارد و پسته به مینا می‌رسد.

۷) مانی عود و بادام دارد و مینا پسته و تار، این موارد را به جدول اضافه می‌کنیم.

۸) مونا سنتور نمی‌نوازد، عود و تار هم نمی‌نوازد. پس سه‌تار می‌نوازد. نیما هم به همین استدلال سنتور می‌نوازد.

جدول را با حذف اضافه‌ها ساده‌تر می‌کنیم:

دهه	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰
نام	مانی / مینا	نیما	مانی / مینا	مونا
آجیل	بادام / پسته	تخمه	بادام / پسته	فندق
موسیقی	راک	رپ		
ساز	عود / تار	سنتور	عود / تار	سه‌تار

و اطلاعات دیگری نداریم. طبق جدول بالا، متولد دههٔ ۵۰ است که راک دوست دارد.

(منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

طبق جدول بالا مونا قطعاً سه‌تار دارد.

(منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

طبق جدول بالا متولد دههٔ شصت نیماست.

(منطق، هوش منطقی ریاضی)

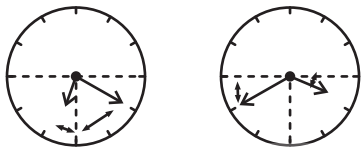
۲۶۱- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

آجیل مونا، فندق است.

(منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

هر دو عدد روی ساعت، $\frac{۳۶۰}{۱۲}=۳۰^\circ$ فاصله دارند. دقت کنید عقربهٔ ساعت‌شمار در هر یک از ساعت‌های صورت سؤال، به‌طور دقیق روی عدد یادشده نیست و از آن فاصله گرفته است.



۱۵:۴۰ ۱۸:۲۰

$۱\times۳۰^\circ=۳۰^\circ$ $۲\times۳۰^\circ=۶۰^\circ$

زاویهٔ عقربه‌ها از مبدأ: $\frac{۴۰^\circ}{۶۰}\times۳۰^\circ=۲۰^\circ$ $\frac{۲۰^\circ}{۶۰}\times۳۰=۱۰^\circ$

کل فاصله: $۱۸۰^\circ-(۲۰^\circ+۳۰^\circ)=۱۳۰^\circ$ $۶۰^\circ+۱۰^\circ=۷۰$

اختلاف خواسته‌شده: $۱۳۰^\circ-۷۰^\circ=۶۰^\circ$

(ساعت، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینهٔ «۴» *(حمید کنعی)*

پنج ساعت و شش دقیقه قبل از ساعت شانزده و چهل دقیقه و پنج ثانیه:

$$\begin{array}{r} ۱۶:۴۰':۰۵'' \\ -\ ۵:۰۶':۰۰ \\ \hline ۱۱:۳۴':۰۵'' \end{array}$$

هفده‌ساعت و بیست‌وچهار دقیقه و پانزده ثانیه بعد:

$$\begin{array}{r} ۱۱:۳۴':۰۵'' \\ +۱۷:۲۴':۱۵'' \\ \hline ۲۸:۵۸':۲۰'' \end{array} \xrightarrow{-۲۴} ۴:۵۸':۲۰''$$

(ساعت، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینهٔ «۲» *(حمید کنعی)*

بین روز نخست ماه اردیبهشت و روز سی مهر، ۱۸۴ روز فاصله است:

$$۱۸۴=۳۰+(۴\times۳۱)+۳۰$$

ماه مهر — چهار ماه سی و یک روزه — باقی اردیبهشت

این ۱۸۴ روز، ۲۶ هفته و ۲ روز است: $۱۸۴=(۲۶\times۷)+۲$

پس اگر یک اردیبهشت شنبه باشد، سی مهر دوشنبه است.

(تقویم، هوش منطقی ریاضی)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۶۵- گزینهٔ «۱» *(فرزاد شیرممدلی)*

در چهار سال متوالی، یکی از سال‌ها کبیسه است. پس کل روزها، $(۴\times۳۶۵)+۱=۱۴۶۱$ روز است که ۲۰۸ هفته و ۵ روز است:

$$۱۴۶۱=(۲۰۸\times۷)+۵$$

پس حداقل تعداد جمعه‌ها ۲۰۸ و حداکثر آن ۲۰۹ است.

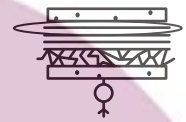
(تقویم، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

قسمت‌های متفاوت دیگر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»

گزینهٔ «۲»



گزینهٔ «۴»

(دوران، هوش غیرکلامی)

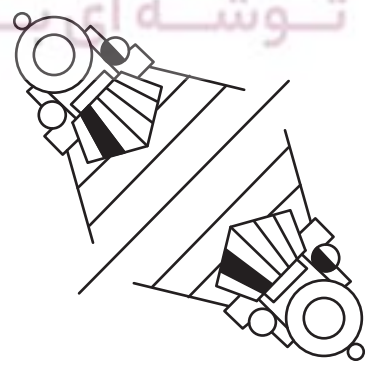
۲۶۷- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

همهٔ شکل‌ها از دوران هم به‌دست می‌آیند، جز این‌که در گزینهٔ «۲» دو خط جابه‌جا رسم شده‌اند:

(شکل متفاوت، هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

تقارن مدّنظر:



(قرینه یابی، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینهٔ «۳» *(حمید کنبی)*

تعداد بخش‌های رنگی در شکل‌ها از چپ به راست یکی‌یکی بیش‌تر می‌شود.

(الگوی فطی، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۱» *(فرزاد شیرممدّلی)*

مجموع قسمت‌های رنگی هر دایره در هر ردیف، یک دایرهٔ رنگی کامل، تشکیل می‌دهد.

همچنین در هر ستون، هر یک از دندانه‌های پایین شکل، دقیقاً دو بار آمده است.

(ماتریس، هوش غیرکلامی)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت