

ریاضیات تجربی / حسابان رشته ریاضی

فصل اول

محاسبات جبری

شامل مباحث :

توان / رادیکال / تقسیم چندجمله‌ای‌ها و تفکیک کسر / اتحادها
 کاربرد اتحادها در رادیکال‌ها ، گویا کردن مخرج (یا صورت) کسرها رادیکالی
 مربع کامل کردن / تجزیه / ساده کردن عبارتهای جبری

درس ۱ : توان

اگر a و b عددهای مثبت و m و n عددهای حقیقی دلخواهی باشند،

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$	$a^0 = 1$
$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^m \div b^m = \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$a^m \times b^m = (ab)^m$
$(a^m)^n = a^{mn}$	

$(2^3)^2 = 2^6$
 $2^3 \times 2^3 = 2^6$

در رابطه‌های بالا اگر m و n اعداد صحیح باشند، دیگر مثبت یا منفی بودن a و b مهم نیست.
 ضمناً واضح است که در تقسیم‌ها، مخرج باید غیر صفر باشد.
 توجه کنید که اگر n یک عدد صحیح باشد :

فرد $n \Rightarrow (-a)^n = -a^n$ زوج $n \Rightarrow (-a)^n = a^n$

(۱) ریشه‌های معادله $16 \times 4^{2x^2-x} = 8^{4-2x}$ را بیابید.

$2^4 \times (2^2)^{2x^2-x} = (2^3)^{4-2x} \Rightarrow 2^4 \times 2^{4x^2-2x} = 2^{12-6x}$
 $4 + 4x^2 - 2x = 12 - 6x \Rightarrow 4x^2 + 4x - 8 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$
 $(x-1)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 1, -2$

(۷) اگر $3^{2-x} = 6$ باشد، حاصل 9^{2x-1} چقدر است؟

$$\frac{81}{16} \quad (۲) \quad \frac{9}{4} \quad (۳) \quad \frac{9}{16} \quad (۴) \quad \checkmark$$

$$3^{2-x} = 6 \rightarrow \frac{3^2}{3^x} = 6 \rightarrow 3^x = \frac{9}{6} \rightarrow 3^x = \frac{3}{2}$$

$$9^{2x-1} = (3^2)^{2x-1} = 3^{4x-2} = \frac{3^{4x}}{3^2} = \frac{(3^x)^4}{9} = \frac{(\frac{3}{2})^4}{9} = \frac{81}{144} = \frac{9}{16}$$

درس ۲: رادیکال

(۱) تفاوت ریشه‌ی n ام با رادیکال

$$\sqrt{a} \geq 0$$

$$x^2 = a \text{ ریشه‌ی دوم } a$$

حاصل $\sqrt{0.01}$ برابر 0.1 است. ریشه‌های دوم 0.01 ... 0.1 و -0.1 را دارد.حاصل $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$ برابر $\frac{1}{3}$ است و ریشه‌ی سوم عدد $\frac{1}{27}$... $\frac{1}{3}$

$$\sqrt[n]{a} \geq 0$$

(۲) علامت رادیکال

عدد $\sqrt[n]{a}$ وقتی فرجه، یعنی n زوج باشد، فقط برای مقادیر غیرمنفی a تعریف می‌شود و حاصل آن نیز غیر منفی است.عدد $\sqrt[n]{a}$ وقتی فرجه، یعنی n فرد باشد، برای هر عدد حقیقی a تعریف می‌شود و حاصل آن هم علامت با a است.

به این ترتیب:

$$n \text{ فرد} \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a$$

$$n \text{ زوج} \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = |a|$$

(۳) توان کسری

عدد $\sqrt[n]{a^m}$ وقتی a مثبت باشد به صورت $a^{\frac{m}{n}}$ می‌نویسیم. دقت کنید که:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (a^{\frac{1}{n}})^m = (\sqrt[n]{a})^m \quad \text{و} \quad a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

چرا توان‌های کسری را برای اعداد منفی استفاده نمی‌کنیم؟

$$\left. \begin{aligned} (-1)^{\frac{1}{3}} &\rightarrow \sqrt[3]{(-1)^1} = \sqrt[3]{-1} = -1 \\ (-1)^{\frac{2}{6}} &\rightarrow \sqrt[6]{(-1)^2} = \sqrt[6]{1} = 1 \end{aligned} \right\} \text{ تناقض!}$$

$$\sqrt[5]{(-2)^5} = -\sqrt[5]{2^5}$$

مجاز

$$\sqrt[5]{(-2)^5} \text{ مجاز نیست}$$



(۴) قواعد رادیکال

اگر a و b مثبت و m, n, k اعداد طبیعی باشند:

$$\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$$
$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

$$\sqrt[5]{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[15]{a}$$
$$\sqrt[15]{a^{21}} = \sqrt[5]{a^7}$$

(۵) چند نکته مهم

دقت کنید که $\sqrt{x^2}$ و $(\sqrt{x})^2$ تفاوت دارند:در عبارت $(\sqrt{x})^2$ ، می‌فهمیم که x غیر منفی است و حاصل آن برابر x می‌شود.عبارت $\sqrt{x^2}$ ، برای هر عدد حقیقی x معنی دارد و حاصل آن برابر $|x|$ است.برای اعداد دلخواه a و b :

$$\sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|}$$

$$\sqrt[3]{a^6} = \sqrt[3]{a^6}$$

$$a\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a^3b}$$

$$2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 \times 5} = \sqrt[3]{40}$$

$$a\sqrt{b} = \begin{cases} \sqrt{a^2b} & a \geq 0 \\ -\sqrt{a^2b} & a < 0 \end{cases}$$

$$2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$
$$-2\sqrt{3} = -\sqrt{12}$$

مثال: آیا توان بجز برابرند؟

$$f(x) = \sqrt{x(x-1)}$$

$$g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-1}$$

$$-2 \in D_f \rightarrow f \neq g$$
$$-2 \notin D_g$$

مثال:

$$f(x) = x\sqrt{x+4} = \begin{cases} \sqrt{x^2(x+4)} & x \geq 0 \\ -\sqrt{x^2(x+4)} & x < 0 \end{cases}$$

(۶) فرجه مشترک

فرض کنید a عدد مثبت است و می‌خواهیم عبارت $\sqrt[6]{a^5} \times \sqrt[4]{a^3}$ را به صورت ساده‌تری بنویسیم.

$$\sqrt[6]{a^5} \times \sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{5}{6}} \cdot a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{5}{6} + \frac{3}{4}} = a^{\frac{10}{12} + \frac{9}{12}} = a^{\frac{19}{12}}$$

$$\sqrt[6]{a^5} \times \sqrt[4]{a^3} = \sqrt[12]{a^{10} \cdot a^9} = \sqrt[12]{a^{19}}$$

$$\sqrt[12]{a^{19}} = \sqrt[6]{a^{\frac{19}{2}}}$$



ساده کنید:

$$\begin{aligned}
 (3) \quad \sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[4]{3} &= 3^{\frac{1}{5} + \frac{1}{4}} = 3^{\frac{9}{20}} \\
 &= \sqrt[20]{3^9} \times 12^{\frac{1}{4}} = \sqrt[20]{3^9} \times 12^{\frac{5}{20}} = \sqrt[20]{3^9 \times 12^5} \\
 &= \sqrt[20]{3^9 \times 2^5 \times 3^5} = \sqrt[20]{3^{14} \times 2^5} \\
 &= \sqrt[20]{4^2 \times 3^{14}} = \sqrt[20]{4^2 \times 3^{14}}
 \end{aligned}$$

(14) از تساوی $b = \sqrt[3]{125}$ ، مقدار b کدام است؟

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{1}{k}\right)^b &= \sqrt[2]{\frac{3}{\sqrt{2^k}}} \rightarrow (1-k)^b = \sqrt[2]{2^k} \rightarrow 1-2^k b = 2^{\frac{k}{2}} \rightarrow -2^k b = 2^{\frac{k}{2}} \\
 &\rightarrow b = -\frac{2^{\frac{k}{2}}}{2^k} = -\frac{1}{2^{\frac{k}{2}}}
 \end{aligned}$$

درس 3: تقسیم چندجمله‌ای‌ها و تفکیک کسر

(1) تقسیم و تفکیک کسر

می‌دانیم وقتی چندجمله‌ای A را به B تقسیم کنیم، خارج قسمت Q و باقی مانده R باشد:

$$A = BQ + R \Rightarrow \frac{A}{B} = Q + \frac{R}{B}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{17}{3} &= 5\frac{2}{3} \\
 &= 5 + \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 2x^2 - x + 1 \quad | \quad x - 3 \\
 \underline{2x^2 - 6x} \\
 5x + 1 \\
 \underline{5x - 15} \\
 16
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6x + 1 \quad | \quad 2x - 1 \\
 \underline{4x - 2} \\
 2x + 3 \\
 \underline{2x - 1} \\
 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 17 \quad | \quad 3 \\
 \underline{15} \\
 2
 \end{array}$$

(2) باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای‌ها بر عبارت درجه اول:

اگر چند جمله‌ای $f(x)$ را بر عبارت درجه اول $ax + b$ تقسیم کنیم، باقی مانده یک عدد ثابت است که از جای گذاری ریشه‌ی $ax + b$ در $f(x)$ به دست می‌آید. به خصوص شرط بخش پذیری این است که باقی مانده صفر شود.

(4) باقی مانده تقسیم $2x^4 - x^3 - x^2 + 1$ بر $x - 2$ را بیابید.

$$\begin{aligned}
 &\downarrow x=2 \\
 &\uparrow R = 2^4 - 2^3 - 2^2 + 1 = 16 - 8 - 4 + 1 = 5
 \end{aligned}$$



کسره‌های زیر را تفکیک کنید.

$$(۷) \frac{۴x+1}{x-۲} = ۴ + \frac{۹}{x-۲}$$

$$\begin{array}{r} ۴x+1 \overline{) x-۲} \\ \underline{۴x-۸} \\ ۹ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۲x^۲+x+۷ \overline{) x+۳} \\ \underline{۲x-۵} \\ -۵x+۷ \\ \underline{-۵x-۱۵} \\ ۲۲ \end{array}$$

$$(۸) \frac{۲x^۲+x+۷}{x+۳} = ۲x-۵ + \frac{۲۲}{x+۳}$$

(۹) اگر $x^۲ + x + k$ بر $x-۲$ بخش پذیر باشد، در تقسیم بر $x+۳$ چه باقی مانده‌ای دارد؟

$$R=0 \xrightarrow{x=۲} ۱۴+k=0 \rightarrow k=-۱۴$$

$$\begin{array}{r} x^۲+x-۱۱ \overline{) x+۳} \\ \underline{x+۳} \\ ۱۱-۳-۱۱ \\ \underline{-۲} \\ ۲۰ \end{array}$$

$R = ?$

$\rightarrow x+۳=0 \rightarrow x=-۳$

$\rightarrow R=۱۱-۳-۱۱ = -۳$

درس ۴: اتحادها

(۱) اتحاد مربع و مکعب دو جمله‌ای و نتایج مهم آن

$$\begin{cases} (a+b)^۲ = a^۲ + ۲ab + b^۲ \\ (a-b)^۲ = a^۲ - ۲ab + b^۲ \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+b)^۳ = a^۳ + ۳a^۲b + ۳ab^۲ + b^۳ \\ (a-b)^۳ = a^۳ - ۳a^۲b + ۳ab^۲ - b^۳ \end{cases}$$

از دو اتحاد بالا نتیجه می‌شود:

$$\underline{a^۲ + b^۲ = (a+b)^۲ - ۲ab} \quad \text{و} \quad \underline{a^۳ + b^۳ = (a+b)^۳ - ۳ab(a+b)}$$

که معمولاً با نام گذاری $a+b=S$ و $ab=P$ آنها را به صورت زیر به خاطر می‌سپاریم:

$$\begin{cases} a+b=S \\ ab=P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^۲ + b^۲ = S^۲ - ۲P \\ a^۳ + b^۳ = S^۳ - ۳PS \end{cases}$$

(۲) تعمیم اتحاد مربع دو جمله‌ای برای بیش از دو جمله

$$(a+b+c)^۲ = a^۲ + b^۲ + c^۲ + ۲ab + ۲ac + ۲bc$$

(۳) اتحاد مزدوج

$$(a+b)(a-b) = a^۲ - b^۲$$



(۱۴) اتمادهای «چاق و لانگر»

$$\begin{cases} a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \\ a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \end{cases}$$

(۵) اتماد یک جمله مشترک

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

(۱۰) اگر $a = \sqrt{2+2\sqrt{2}}$ ، $b = \sqrt{2-\sqrt{2}}$ باشد، حاصل $(a+2b)^2 + 2(a-b)^2$ برابر کدام است ؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳) ✓

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

$$a^2 + 4ab + 4b^2 + 2(a^2 - 2ab + b^2)$$

$$3a^2 + 4b^2 = 3(2+2\sqrt{2}) + 4(2-\sqrt{2}) = 6 + 6\sqrt{2} + 8 - 4\sqrt{2} = 14 + 2\sqrt{2}$$

(۱۱) اگر $a^2 + ab + b^2 = \frac{12}{a-b}$ باشند، $ab^2 - a^2b = 5$ حاصل $a-b$ برابر کدام است ؟

۴ (۴)

۳ (۳) ✓

۲ (۲)

۵ (۱)

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = 12$$

$$\rightarrow a^3 - b^3 = 12$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$= (a^3 - b^3) + 3(-a^2b + ab^2)$$

$$= 12 + 3(5) = 27 \rightarrow a-b = 3$$

(۱۲) اگر $a+b=2c$ ، $2ac+2bc-ab=1$ باشند، حاصل $a^2+b^2+4c^2$ برابر کدام است ؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲) ✓

۱ (۱)

$$a+b-2c=0 \xrightarrow{\text{توان}} 2$$

$$(a+b-2c)^2 = 0 \rightarrow a^2 + b^2 + 4c^2 + 2ab - 4ac - 4bc = 0$$

$$a^2 + b^2 + 4c^2 + 2(ab - 2ac - 2bc) = 0 \rightarrow a^2 + b^2 + 4c^2 = 2$$

(۱۳) با فرض اینکه $a+b=5$ ، $ab=2$ ، حاصل $\frac{a+1}{b^2} + \frac{b+1}{a^2}$ کدام است ؟

۳۳ (۴)

۳۱ (۳)

۲۹ (۲) ✓

۲۸ (۱)

$$\frac{a^2(a+1) + b^2(b+1)}{a^2b^2} = \frac{a^3 + a^2 + b^3 + b^2}{(ab)^2} = \frac{S^3 - 3PS + P^3}{P^2}$$

$$\begin{cases} S=5 \\ P=2 \end{cases} \rightarrow \frac{5^3 - 3(2)(5) + 2^3}{2^2} = \frac{125 - 30 + 8}{4} = \frac{103}{4} = 25.75$$



(۱۱۴) حاصل $(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{3})$ به کدام عدد صحیح نزدیکتر است ؟

-۶ (۴)

-۳ (۳)

-۴ (۲)

-۵ (۱) ✓

$$(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{5}) = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2$$

$$= (2 + 3 - 2\sqrt{6}) - 5 = -2\sqrt{6} = -\sqrt{24} \approx -4.9 \approx -5$$

$$x + \frac{1}{x} = 3 \xrightarrow{\text{توان ۲}} (x + \frac{1}{x})^2 = 9$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x \cdot \frac{1}{x} = 9 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$(x - \frac{1}{x})^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x \cdot \frac{1}{x} = 5 \rightarrow x - \frac{1}{x} = \pm \sqrt{5}$$

(۱۵) اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ باشد، حاصل $x^2 + \frac{1}{x^2}$ و $x - \frac{1}{x}$ را بیابید.

$$x + \frac{1}{x} = 3 \cdot x$$

$$x^2 + 1 = 3x \rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} > 1 \rightarrow x - \frac{1}{x} > 0$$

$$x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} : 0 < x < 1 \rightarrow x - \frac{1}{x} < 0$$

(۱۶) اگر $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}$ را بیابید.

$$(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4})(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}) = (x+2) - (x-4)$$

$$(\sqrt{x+2})^2 - (\sqrt{x-4})^2 = 4$$

$$x+2 - (x-4) = 4$$

$$x+2 - x + 4 = 4$$

$$6 = 4$$

$$\rightarrow ? = 4$$

درس ۵ : کاربرد اتحادها در رادیکالها

(۱) رادیکالهای مرکب

(۱۷) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$

(۱۸) $\sqrt{2-\sqrt{3}}$

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



(۲) توجه به مزدوجها

$$(۱۹) (۳ - \sqrt{۲})^۲ (۳ + \sqrt{۲})^۲$$

$$(۲۰) \sqrt[۳]{۲ + \sqrt{۳}} \cdot \sqrt[۳]{۲ - \sqrt{۳}}$$

(۳) گویا کردن مخرج (یا صورت) کسره‌های رادیکالی

$$(۲۱) \frac{۱}{\sqrt{۱۲}}$$

$$(۲۲) \frac{۶}{\sqrt[۳]{۲}}$$

$$(۲۳) \frac{۱}{\sqrt[۴]{۵۴}}$$

$$(۲۴) \frac{۸}{۳\sqrt{۲+۴}}$$

$$(۲۵) \frac{x+۸}{\sqrt[۳]{x+۲}}$$

$$(۲۶) \sqrt{۱۱-۴\sqrt{۶}}$$

ساده کنید.

ایران توانمند
توشه ای برای موفقیت



$$(۲۷) \sqrt{۹-۴\sqrt{۲}} + \sqrt{۱۷+۱۲\sqrt{۲}}$$

$$(۲۸) \sqrt{۳+\sqrt{۵}} - \sqrt{۳-\sqrt{۵}}$$

$$(۲۹) \sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}} \times \sqrt{۲+\sqrt{۳}}$$

$$(۳۰) \text{ از تساوی } (\sqrt{۲}-۱)^{\frac{۲}{۳}} (\sqrt{۲}+۱)^{\frac{۲}{۴}} = (۳-۲\sqrt{۲})^n \text{ ، } n \text{ را بیابید.}$$

$$(۳۱) \text{ حاصل عبارت } \frac{1}{\sqrt{۴}+\sqrt{۱۱}} + \frac{1}{\sqrt{۱۱}+\sqrt{۱۸}} + \frac{1}{\sqrt{۱۸}+\sqrt{۲۵}}$$

$\frac{۲}{۳}$ (۴) $\frac{۱}{۲}$ (۳) $\frac{۳}{۷}$ (۲) $\frac{۲}{۷}$ (۱)

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



$$(۳۲) \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} - \sqrt[3]{4}$$

$$(۳۳) \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} + \sqrt[3]{18}$$

درس ۶: مربع کامل کردن

$$x^2 + ax = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$x^2 + a^2 = (x+a)^2 - 2ax = (x-a)^2 + 2ax$$

$$(۳۴) 3x^2 - 24x + 11$$

مربع کامل کنید.

$$(۳۵) x^2 - 4x$$

$$(۳۶) -2x^2 + 12x + 11$$

ایران توشه

توشه ای برای موفقیت



درس ۷ : تجزیه

(۱) فاکتورگیری

(۳۷) $2ax^3 - 12ax + 8a^2x^2$

(۲) اتمام یک جمله مشترک

(۳۸) $x^2 - 7x + 12$

(۳) عبارت درجه دوم، روش‌های دیگر

(۳۹) $2x^2 - 7x + 6$

(۴) درجه سه

(۴۰) $x^3 - 3x + 2$

(۴۱) $2x^3 - x^2 - 12$

ایران توانسته
توشه‌ای برای موفقیت



(۵) دسته‌بندی و استفاده از اتمدهای مختلف

$$(۱۴۲) a^2 - b^2 + 4 - 4a$$

$$(۱۴۳) 3x^3 + 2x^2 - 6x - 4$$

تجزیه کنید.

$$(۱۴۴) 2x^2 - 24x + 72$$

$$(۱۴۵) x^3 - 13x^2 + 36x$$

$$(۱۴۶) x^4 - 5x^2 + 4$$

$$(۱۴۷) 2x^2 + 5x - 7$$

$$(۱۴۸) 3x^2 + x - 10$$

$$(۱۴۹) x^3 + x^2 + 4$$

$$(۱۵۰) x^3 + 3x - 4$$

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



$$(51) 2x^3 - x^2 + 4x - 2$$

$$(52) x^2 - 2yx + y^2 - 1$$

$$(53) x^4 + 4$$

درس ۸ : ساده کردن عبارت‌های جبری

$$(54) \frac{x+1}{x^3 - 3x^2 + 2x} + \frac{3-x}{x^3 - x^2}$$

ساده کنید.

$$(55) \frac{x-6}{x^2 - 12x + 36} \times \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 + 7x + 12}$$

$$(56) \frac{7}{a^2 + 3a - 10} - \frac{8}{a^2 + 2a - 15}$$

ایران توفته
توشه ای برای موفقیت



تمرینات خاص

(۵۷) معادله $(1-2x)^{1-3x} = 1$ را حل کنید.

(۵۸) اگر $\frac{a}{x+3} + \frac{b}{x-1} = \frac{1}{x^2+2x-3}$ یک اتحاد باشد، مقادیر a و b را به دست بیارید.

(۵۹) از رابطه $2a^2 + b^2 = 2ab + 4a - 4$ مقدار $a + b$ چقدر است ؟

(۶۰) اگر a و b عدد گویا و $\frac{a}{\sqrt{2}+1} + b\sqrt{2} = 3$ باشد، مقادیر a و b را تعیین کنید.

(۶۱) عبارت $\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$ را ساده کنید.

(۶۲) حاصل $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}}$ با افزایش تعداد رادیکال ها به چه عددی نزدیک می شود ؟

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



تمرینات دوره‌ای

(۶۳) اگر $۲^{۳X+۱} = ۵۴$ و $۳^{۲X-۱} = ۳a^۲$ ، عدد مثبت باشد، حاصل ۱۲^X بر حسب a کدام است؟

$۲۷a^۲$ (۴)

$۹a^۲$ (۳)

$۲۷a$ (۲)

$۹a$ (۱)

ساده کنید.

$(۶۴) \sqrt[۳]{\frac{۲۵\sqrt{۳۲}}{\sqrt{۲۰}}}$

$(۶۵) \left(\frac{\sqrt{۳}}{۳}\right)^۶ \times ۹^{-\frac{۱۱}{۲}} \times ۳^۷$

(۶۶) اگر $۲^X = ۳$ باشد، حاصل $\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^{۴X-۲}$ کدام است؟

$\frac{۱}{۹}$ (۴)

$\frac{۱}{۳}$ (۳)

$\frac{۲}{۹}$ (۲)

$\frac{۲}{۳}$ (۱)

(۶۷) کسر $\frac{x^۲+۴}{x-۱}$ را تقطیک کنید.

(۶۸) حاصل $۴۹^۲$ ، ۱۰۳×۱۰۴ و $\sqrt{۶۵^۲ - ۵۶^۲}$ رو به کمک اتحادها محاسبه کنید.

ایران توانمند

توشه ای برای موفقیت



ساده کنید.

(۶۹) $(2x^2 + x + 1)^2 + 2(2x^2 + x + 1)(x^2 - x - 1) + (x^2 - x - 1)^2$

(۷۰) $\sqrt{(\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}})^2 + 2}$

(۷۱) $((\sqrt{5} + 1)^2 + 2\sqrt{14})(3 + \sqrt{5} - \sqrt{14})$

(۷۲) $\sqrt[4]{8 - 2\sqrt{7}} \times \sqrt{1 + \sqrt{7}}$

(۷۳) اگر $a + b = \sqrt{m}$ ، $ab = 2m - 18$ ، $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3$ باشد، مقدار m را تعیین کنید.

(۷۴) اگر $\frac{1}{a^3 + 1} + \frac{1}{a^3 - 1} = 2$ باشد، حاصل $(\frac{1}{a^3 - \sqrt{a^3 + 1}} + \frac{1}{a^3 + \sqrt{a^3 + 1}})^{1401}$ چقدر است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

ایران توانمند
توشه ای برای موفقیت



(۷۵) اگر $a^2 + 4 = 20a$ باشد، مقدار $\left| \frac{a+2}{a-2} \right|$ چقدر است؟

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

(۷۶) اگر $a + b\sqrt{2} = (\sqrt{2} + 1)^2 + (2 - \sqrt{2})^3$ باشد، مجموع اعداد صحیح a و b کدام است؟

$$۱۳ \quad (۴)$$

$$۱۲ \quad (۳)$$

$$۱۱ \quad (۲)$$

$$۱۰ \quad (۱)$$

(۷۷) اگر $a^2 + b^2 + c^2 = ۱۳$ ، $c(a+b) = ۳ + ab$ باشد، مقدار مثبت $a + b - c$ برابر کدام است؟

$$۲\sqrt{6} \quad (۴)$$

$$۲\sqrt{3} \quad (۳)$$

$$\sqrt{6} \quad (۲)$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

(۷۸) حاصل $(x + \sqrt[3]{2})(x^2 - \sqrt[3]{2}x + \sqrt[3]{2})(x^6 - \sqrt[3]{2}x^3 + 2)$ به ازای $x = \sqrt[3]{2}$ کدام است؟

$$۴\sqrt[3]{2} \quad (۴)$$

$$۳\sqrt[3]{2} \quad (۳)$$

$$۲\sqrt[3]{2} \quad (۲)$$

$$\sqrt[3]{2} \quad (۱)$$

(۷۹) اگر $\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{4}$ و $\frac{x^3}{x^6+1} = \frac{1}{n}$ باشد، مقدار n کدام است؟

$$۵۴ \quad (۴)$$

$$۵۲ \quad (۳)$$

$$۵۰ \quad (۲)$$

$$۴۸ \quad (۱)$$

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



(۸۰) از رابطه $a^2 + b^2 + 2c^2 + 2 + 2c + 2bc = 2a$ مقادیر a ، b ، c را بیابید.

(۸۱) حاصل $\sqrt{2+2\sqrt{2}} - \sqrt{11-4\sqrt{6}}$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3} + 1}{4}$

(سراسری ریاضی ۹۳)

(۸۲) حاصل عبارت $(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}) \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ ، کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $1 + \sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

(سراسری ریاضی خارج ۹۳)

(۸۳) اگر حاصل عبارت $(2 - \sqrt{3})^{\frac{3}{2}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{4}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}}$ ، به صورت $\sqrt[3]{A}$ باشد، A کدام است؟

(۱) $\sqrt{3} - 1$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{3} + 1$

(۸۴) اگر $x = 1 - \sqrt{2}$ باشد، حاصل $\sqrt[3]{x + x^{-1}}$ چقدر است؟

(۱) $-\sqrt{2}$ (۲) -۱ (۳) $\sqrt[3]{3}$ (۴) ۱

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت



(۸۵) حاصل عبارت $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ برابر کدام است ؟

$\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{2\sqrt{2}}{4}$ (۴)

(۸۶) حاصل $\frac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1} + \frac{3}{\sqrt[3]{2}+1}$ با کدام برابر است ؟

1 (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\sqrt[3]{2}+1$ (۴)

مربع کامل کنید.

(۸۷) $-3x^2 - 9x + 1 =$

(۸۸) $a^2 + b^2 - 2a + 6b + 11$

(۸۹) $a^2 + 4a - 21$

(۹۰) $2x^2 - 5x - 3$

(۹۱) $6x^2 - 5x + 1$

ایران توفیقی
تجزیه کنید.
توشه ای برای موفقیت



$$(92) x^6 - 7x^3 - 8$$

$$(93) 2x^3 - x^2 + 3x - 4$$

$$(94) ab - a - b + 1$$

$$(95) x^2 + 6xy + 8y^2$$

$$(96) x^2 + x^2y^2 + y^2$$

ساده کنید.

$$(97) \frac{x^2 - 4x + 4}{4x^2y - 8xy} \div \frac{x^2 + x - 6}{6x + 18}$$

$$(98) \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{3}{\sqrt{x+1}} - \frac{2}{x-1}$$

$$(99) \frac{a+7}{a^2 - a - 6} + \frac{a+5}{a^2 - 10a + 21}$$

ایران توفته
توشه ای برای موفقیت