

ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود کام بی کام
- دانلود آزمون های حس و سنجش
- دانلود فیلم و مقاله آنلاین شی
- کنکور و مثاره



IranTooshe.Ir



@irantoooshe



IranTooshe





آزمون ۲۸ مرداد ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پذیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	فرم
ریاضی پایه و حسابات ۲	محمدمصطفی ابراهیمی- عباس اسدی امیرآبادی- مهدی تک- ایمان جینی فروشن- عادل حسینی- امیر هوشتنگ خمسه- مسعود درویشی فریدون ساعتی- یاسین سپهر- میلاد سجادی لاریجانی- علی شهرابی- سجاد عظیمی- حمید علیزاده- علی کردی- افشن گلستانی مجتبی مجاهدی- امیر محمدیان- محمد مصطفی پور- زهراء ملایی- چاهنگش نیکنام- سهند ولیزاده- فهیمه ولیزاده	
هندسه	امیرحسین ابومحبوب- کاظم باقرزاده- علیرضا بهمن- حسین حاجیلو- افشن خاصه خان- خرازی- امیر هوشتنگ خمسه- محمد خندان کیوان دارابی- سید امیرستوده- شایان عباچی- رضا عباسی- اصل- علی فتح آبادی- سیدرسوشن کربیمی- مداری- محمد ابراهیم گیتیزاده زویا محمدعلی پور قهرمانی نژاد- میلاد منصوری- محمدعلی نادر پور- مهدی نیکزاد- امیر وفاتی- محمد رضا و کیل الرعايا	
آمار و احتمال و ریاضیات گستره	علی ایمانی- رضا پور حسینی- جواد حاتمی- عادل حسینی- افشن خاصه خان- یاسین سپهر- علیرضا طایفه تبریزی- عزیزالله علی اصغری فرشاد فرامرزی- احمد رضا فلاخ- مرتضی فیهم علی- سهام مجیدی پور- مهرداد ملوندی- نیلوفر مهدوی- سروش موئینی- هومن نورانی	
فیزیک	زهرا احمدیان- خسرو ارغانی- فرد- معصومه افضلی- محمد اکبری- عبدالرضا امنی نسب- امیرحسین برادران- ناصر خوارزمی- محمدعلی راست ییمان زهره رامشینی- سپهر زاهدی- علیرضا سلیمانی- حامد شاهدani- علی قائمی- علیرضا گونه- حسین مخدومی- کاظم منشادی- سید جلال میری حسین ناصحی- مجتبی توکیان- شلامان و پسی	
شیمی	مجتبی اسدزاده- احسان ایروانی- جعفر بازوکی- مسعود جعفری- امیر حاتمیان- مرتضی خوش کیش- حمید ذبحی- حسن رحمتی کوکنده فرزاد رضایی- امید رضوانی- سید رضا رضوی- مرتضی زارعی- امیر محمد سعیدی- رضا سلیمانی- مینا شاقتی پور- رسول عابدینی زواره محمد عظیمان زواره- علی علمداری- امیرحسین معروفی- حسین ناصری ثانی- اکبر هنرمند- عبدالرشید یلمه	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابات ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گستره	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابو محبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد	
گروه ویراستاری	علی ارجمند	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	یاسر راش	محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابو محبوب	امیرحسین ابو محبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مسئول سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمد رضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مددکار
نرگس غنیزاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم	گروه مستندسازی
میلاد سیاوشی	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۳۶۴۶۳۰۲۱



$$3^b = 72 \Rightarrow 3^b = 3^2 \times 2^3 \xrightarrow{+3^2} 3^{b-2} = 2^3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (2^{a-4})^{b-2} = 2^3 \Rightarrow 2^{(a-4)(b-2)} = 2^3$$

$$\Rightarrow (a-4)(b-2) = 3$$

(مسابان ا - صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

حسابان ۱

گزینه «۳» ۱

(علی شعبانی)

$$\left. \begin{array}{l} m-6 > 0 \Rightarrow m > 6 \\ m-6 \neq 1 \Rightarrow m \neq 7 \end{array} \right\} \cap m \in (6, +\infty) - \{7\}$$

پس m مقادیر طبیعی ۱، ۲، ۳، ۵، ۶ و ۷ را نمی‌تواند پذیرد.

(مسابان ا - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

(علی کردی)

گزینه «۱» ۵

دامنه تابع بازه $\left(\frac{b}{2}, +\infty\right)$ است و با توجه به بازه داده شده داریم:

$$\frac{b}{2} = 3 \Rightarrow b = 6$$

بنابراین $f(x) = \log_{a-1}(2x-6)$. داریم:

$$f\left(\frac{15}{2}\right) = \log_{a-1}\left(2\left(\frac{15}{2}\right) - 6\right) = 2 \Rightarrow \log_{a-1}(9) = 2$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} a-1 = 3 \Rightarrow a = 4 \\ a-1 = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b = 10$$

(مسابان ا - صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

(امیر هوشک فمسه)

گزینه «۴» ۶

با توجه به داده‌های مسئله داریم:

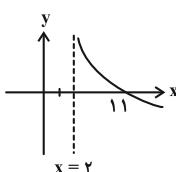
$$\begin{cases} f(\Delta) = 1 \Rightarrow 1 = a - \log_2^{(\Delta-b)} \\ f(11) = 0 \Rightarrow 0 = a - \log_2^{(11-b)} \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 1 = \log_2 \frac{11-b}{\Delta-b}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{11-b}{\Delta-b} \Rightarrow 15 - 2b = 11 - b \Rightarrow b = 2$$

$$f(\Delta) = 1 \Rightarrow 1 = a - \log_2^{\Delta} \Rightarrow a = 2$$

بنابراین تابع $f(x) = 2 - \log_2^{(x-2)}$ است و مطابق شکل زیر.

نمودار آن از نواحی دوم و سوم عبور نمی‌کند.



(مسابان ا - صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

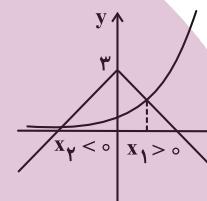
(ایمان چینی فروشن)

گزینه «۲» ۲

معادله را به شکل $|x|^{3-x} = 3^{-x}$ می‌نویسیم. نمودار دو تابع $y = |x|^{3-x}$ و $y = -|x|^{+3}$

را در یک دستگاه رسم می‌کنیم. محل برخورد دو تابع،

جواب‌های معادله داده شده هستند.



(مسابان ا - صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

(عباس اسری امیرآبدی)

گزینه «۲» ۳

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{1+b} = a^1 \Rightarrow 2^{(-1-b)} = a$$

$$(2, 2) \in f \Rightarrow 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{1+b} \Rightarrow 2^1 = 2^{(-1-b)}$$

$$\Rightarrow -1 - b = 1 \Rightarrow b = -2$$

$$2^{-1-b} = a \Rightarrow 2^{-1+2} = a \Rightarrow 2^1 = a \Rightarrow a = 2$$

$$g(x) = 2^x \Rightarrow 2^4 = 2^x \Rightarrow x = 4$$

(مسابان ا - صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

(غیربرون ساعت)

گزینه «۳» ۴

$$2^a = 48 \Rightarrow 2^a = 2^4 \times 3 \xrightarrow{+2^4} 2^{a-4} = 3 \quad (1)$$



(مسعود، رویشی)

گزینه «۳»

راه حل اول: قرار می‌دهیم $\log_y x = \log_y 16 = k$, بنابراین داریم:

$$\log_y x = k \Rightarrow x = y^k$$

$$\log_y 16 = k \Rightarrow y^k = 16 = 2^4 \Rightarrow y = 2^{\frac{k}{4}}$$

با جایگذاری مقدارهای به دست آمده برای x و y در رابطه $xy = 64$

داریم:

$$xy = 64 \Rightarrow 2^k \times 2^{\frac{k}{4}} = 2^6 \Rightarrow 2^{k + \frac{k}{4}} = 2^6$$

$$\Rightarrow k + \frac{k}{4} = 6 \Rightarrow k^2 - 6k + 4 = 0$$

با حل این معادله به جواب‌های $k = 3 \pm \sqrt{5}$ می‌رسیم. بنابراین:

$$(\log_y \frac{x}{y})^r = (\log_y x - \log_y y)^r = (k - \frac{4}{k})^r$$

$$= (3 \pm \sqrt{5} - \frac{4}{3 \pm \sqrt{5}})^r = (3 \pm \sqrt{5} - (3 \mp \sqrt{5}))^r = (\pm 2\sqrt{5})^r = 20$$

راه حل دوم:

$$\log_y^x = \log_y^{16} = \log_y^{2^4} = 4 \log_y = \frac{4}{\log_2}$$

$$\Rightarrow \log_y^x \cdot \log_y^y = 4 \quad (1)$$

$$xy = 64 = 2^6 \Rightarrow \log_y^{xy} = 6 \Rightarrow \log_y^x + \log_y^y = 6$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} (\log_y^x)^2 + 2 \log_y^x \cdot \log_y^y + (\log_y^y)^2 = 36$$

$$\xrightarrow{(1)} (\log_y^x)^2 + (\log_y^y)^2 = 36 - 6 = 28 \quad (2)$$

$$\left(\log_y \frac{x}{y} \right)^r = (\log_y^x - \log_y^y)^r$$

$$= (\log_y^x)^r + (\log_y^y)^r - r \log_y^x \cdot \log_y^y \quad \xrightarrow{(1), (2)} 28 - 6 = 20$$

(مسابقات صفحه‌های ۵ و ۶)

(محمد مصطفی‌پور)

گزینه «۲»

$$\log_{18}^2 = \frac{\log_2^2}{\log_2^{18}} = \frac{\log_2^{(2^2 \times 2)}}{\log_2^{(2^2 \times 2^2)}} = \frac{2 \log_2^2 + \log_2^2}{2 \log_2^2 + \log_2^2} = \frac{2a+1}{2+a}$$

(مسابقات صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(سید عظمنت)

گزینه «۲»

$$\text{می‌دانیم } \log_{\frac{3}{2}}^{\frac{3\sqrt{3}}{3}} = \log_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} \log_3^3 = \frac{3}{2}$$

ویژگی‌های لگاریتم داریم:

$$(\log_{(x+1)})^{\log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}} = 1 \Rightarrow (\log_{(x+1)})^r = 1 \Rightarrow \log_{(x+1)}^r = 1$$

$$\Rightarrow 2 \log_{(x+1)}^r = 1 \Rightarrow \log_{(x+1)}^r = 1 \Rightarrow x+1 = 3 \Rightarrow x = 2$$

پس مقدار لگاریتم $(1-x^2)$ در پایه ۳ برابر است با:

$$\log_{\sqrt{3}}^{(x^2-1)} = \log_{\sqrt{3}}^{(2^2-1)} = \log_{\sqrt{3}}^3 = 1$$

(مسابقات صفحه‌های ۵ و ۶)

(محمد مصطفی‌پور)

گزینه «۳»

$$\frac{1}{4}x^2 - 2\Delta x + 2\Delta = 0 \Rightarrow a+b = -\frac{-2\Delta}{1} = 100, ab = \frac{2\Delta}{1} = 100$$

$$\log a + \log b + \log(a+b) = \log ab + \log(a+b)$$

$$= \log 100 + \log 100 = 2+2 = 4$$

(مسابقات صفحه‌های ۵ و ۶)

$$S_{OAA'} = \frac{6 \times 6}{2} = 18$$

(هنرمه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

(شایان عیاپن)

گزینه «۲»

انتقال تبدیلی طولپا است، پس شعاع دایره در انتقال تغییری نمی‌کند و $R' = 3$ است. نقطه O (مرکز دایرة C) در این انتقال بر نقطه O' (O' مرکز دایرة C') تصویر می‌شود، پس طول خط‌المرکزین دو دایره برابر طول بردار انتقال است، یعنی $OO' = 5$ بوده و در نتیجه داریم:

$$|R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع اند}$$

(هنرمه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۴»

انتقال، همواره شبیه خط را حفظ می‌کند، یعنی انتقال یافته یک خط، موازی با آن خط است. همچنین اگر محور بازتاب با یک خط موازی باشد، آنگاه تصویر خط تحت این بازتاب موازی با خط است. بنابراین چون دو خط AB و CD در ذوزنقه $ABCD$ موازی یکدیگرند، پس بازتاب پاره خط AB نسبت به خط CD ، موازی با AB خواهد بود. دوران تنها در حالتی شبیه خط را حفظ می‌کند که زاویه دوران مضربی از 180° باشد. با توجه به این که زاویه AOB قطعاً کم تراز 180° است، پس تحت دوران به مرکز O و زاویه AOB ، قطعاً شبیه خط تغییر می‌کند.

(هنرمه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

(علی فتح‌آبادی)

گزینه «۱»

با فرض اینکه این دو پاره خط دوران یافته یکدیگر هستند، پس مرکز دوران روی عمود منصف پاره خط‌های واصل بین نقاط متناظر A و C و B و D می‌باشد. پس اگر O محل تلاقی عمود منصف‌های AC و BD باشد، داریم:

(امیرحسین ابومحبوب)

۲ هندسه

۱۱ - گزینه «۳»

بازتاب، تبدیلی طولپا است، پس اندازه زاویه را حفظ می‌کند. از طرفی تمام نقاط روی محور بازتاب، تحت بازتاب، ثابت می‌مانند، پس بازتاب نسبت به خط دارای بی‌شمار نقطه ثابت است. ولی بازتاب نسبت به خط، لزوماً شبیه خط را ثابت نگه نمی‌دارد.

(هنرمه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

(امیرحسین ابومحبوب)

۱۲ - گزینه «۴»

متناظر M در واقع یک انتقال با بردار $(2, 0)$ است. واضح است که انتقال با بردار غیرصفر، تبدیلی طولپا و فاقد نقطه ثابت تبدیل است.

(هنرمه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

(رجنا عباس اهل)

۱۳ - گزینه «۴»

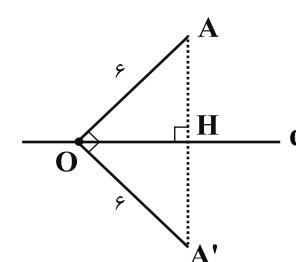
با توجه به تعریف بازتاب نقطه نسبت به خط، شکل گزینه «۴» تصویر شکل داده شده نسبت به خط d می‌باشد و مثلث $'AOA'$ قائم‌الزاویه است.

(هنرمه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

(امیر هوشک فمسه)

۱۴ - گزینه «۴»

واضح است که زاویه AOH برابر 45° است، در نتیجه زاویه $'AOA'$ برابر 90° خواهد بود.





$$\triangle ABG : \frac{GA'}{GA} = \frac{GB'}{GB} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عكس قضیه قاتلس}} A'B' \parallel AB$$

$$\xrightarrow{\text{تمییز قضیه قاتلس}} \frac{A'B'}{AB} = \frac{GA'}{GA} = \frac{1}{2}$$

$$\triangle ABC : \frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad \frac{A'C'}{AC} = \frac{1}{2}$$

به طور مشابه $\triangle A'B'C'$ است و در نتیجه دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ مشابهند.

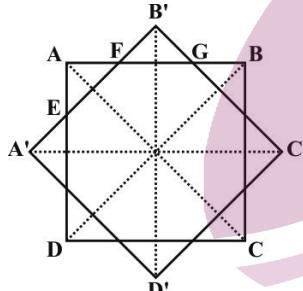
$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۲»

محورهای تقارن مربع $ABCD$ ، مربع $A'B'C'D'$ و شکل نهایی (ستاره هشت‌پر) یکی هستند. پس هشت ضلعی محصور بین مربع و تصویر آن منتظم است.



$$EF = a\sqrt{2}, \quad AE = AF = a$$

با فرض $AE = AF = a$ ، داریم
در نتیجه:

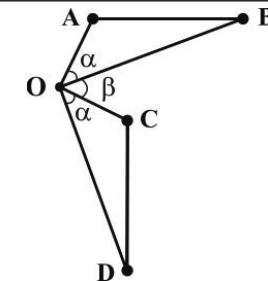
$$BG = AF = a, \quad FG = EF = a\sqrt{2}$$

$$AB = 2a + a\sqrt{2} \xrightarrow{AB=2+\sqrt{2}} 2a + a\sqrt{2} = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow a = 1$$

$$S = S_{ABCD} - 4S_{AEF} = (2 + \sqrt{2})^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right)$$

$$= 4 + 4\sqrt{2}$$

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)



$$\begin{cases} OA = OC \\ OB = OD \end{cases} \xrightarrow{\text{(ضيقضيق)}} \triangle OAB \cong \triangle OCD \Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{COD} = \alpha \\ AB = CD$$

با یک دوران به مرکز O و زاویه $\alpha + \beta$ (در جهت ساعتگرد) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} A \rightarrow C \\ B \rightarrow D \end{cases}$$

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

گزینه «۳»

(امیر و فائز)

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \frac{1}{2} AH(AB + CD) \\ &\Rightarrow 65 = \frac{1}{2} AH(4 + 6) \\ &\Rightarrow AH = 13 \end{aligned}$$

می‌دانیم ترکیب دو بازتاب نسبت به دو خط موازی معادل یک انتقال با برداری به طول دو برابر فاصله این دو خط است، بنابراین داریم:

$$M'M'' = 2AH = 2 \times 13 = 26$$

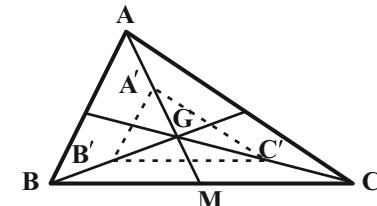
(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: مشابه تمرین ۳۴ صفحه ۳۰)

گزینه «۴»

(مسیم حبیللو)

فرض کنید نقطه G محل تلاقی میانه‌های مثلث ABC باشد. می‌دانیم میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین داریم:

$$GA' = GA - AA' = \frac{2}{3} AM - \frac{1}{3} AM = \frac{1}{3} AM$$



**آمار و احتمال**

$$\Rightarrow P(\sigma) = \frac{1}{12}$$

اگر A پیشامد آن باشد که سکه رو بیاید و B پیشامد آن باشد که تاس ۶

بیاید، آنگاه این دو پیشامد مستقل از یکدیگرند و داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{12} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{12} = \frac{24+3-2}{36} = \frac{25}{36}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۷)

(سروش موئینی)

گزینه ۳ - ۲۴

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B-A)}{1-P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

(یاسین سپهر)

گزینه ۴ - ۲۵

فضای نمونه کاهش یافته، شامل حالت‌هایی است که مجموع دو عدد طبیعی

یک رقمی، زوج باشد، یعنی یا هر دو فرد باشند و یا هر دو زوج. داریم:

$$n(S) = \binom{5}{2} + \binom{4}{2} = 10 + 6 = 16$$

حالت مورد نظر آن است که هر دو عدد، فرد باشند. داریم:

$$n(A) = \binom{5}{2} = 10 \Rightarrow P(A) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

(غرضدار فرامرزی)

گزینه ۳ - ۲۱

احتمال موردنظر برابر است با:

$$(سیاه، سفید، سیاه) + P(سفید، سیاه، سفید)$$

$$= \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} + \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{5}{28} + \frac{1}{14} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

(اخشین فاصله‌هاین)

گزینه ۴ - ۲۲

فرض کنید تاس اول سفید و تاس دوم سیاه باشد. اگر پیشامدهای B و A

به ترتیب به صورت «مجموع اعداد رو شده دو تاس کمتر از ۶ باشد» و «عدد

تاس سفید از عدد تاس سیاه کمتر نباشد» تعریف شوند، آنگاه داریم:

$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

$$A \cap B = \{(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

$$P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

(اصدرضا خلاج)

گزینه ۱ - ۲۳

$$P(\text{رو}) = 1 - P(\text{پشت}) = 1 - \frac{P(\text{رو}) = 2P(\text{پشت})}{P(\text{پشت}) + P(\text{رو})} \rightarrow \begin{cases} P(\text{رو}) = \frac{2}{3} \\ P(\text{پشت}) = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 : تاس$$

$$\Rightarrow x + 3x + 3x + x + 3x + x = 1 \Rightarrow 12x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

$$\frac{P(\text{طرف اول} | \text{سفید بودن}) \times P(\text{طرف اول})}{P(\text{سفید بودن})} = \frac{(P(\text{طرف اول}) \times (\text{طرف اول}))}{(P(\text{سفید بودن}))}$$

$$= \frac{\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}}{\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{7}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۶)

گزینه «۱» - ۲۶

(عارل مسینی)

$$P\left(\begin{array}{c} \text{غیر همنگ} \\ \text{اولی} \end{array}\right) = P\left(\begin{array}{c} \text{غیر سفید} \\ \text{اولی} \end{array}\right) \cdot P\left(\begin{array}{c} \text{دو می سیاه} \\ \text{سیاه} \end{array}\right) + P\left(\begin{array}{c} \text{دو می غیر سیاه} \\ \text{غیر سیاه} \end{array}\right) \cdot P\left(\begin{array}{c} \text{سفید} \\ \text{دو می} \end{array}\right)$$

$$= \frac{5}{15} \times \frac{1}{15} + \frac{10}{15} \times \frac{1}{15} = \frac{140}{225} = \frac{28}{45}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

(عزیزالله علی اصغری)

گزینه «۳» - ۲۹

$$P(B - A) = P(B \cap A') = P(B)P(A')$$

$$\Rightarrow P(B)P(A') = 0/2 \quad (1)$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \Rightarrow P(A)P(B) = 0/3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{P(B)P(A')}{P(B)P(A)} = \frac{0/2}{0/3} \Rightarrow \frac{1 - P(A)}{P(A)} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 2P(A) = 3 - 2P(A) \Rightarrow P(A) = \frac{3}{5} = 0/6 \xrightarrow{(2)} P(B) = 0/5$$

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = 0/4 \times 0/5 = 0/4$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

(سروش موئینی)

گزینه «۳» - ۳۰

احتمال درست پاسخ دادن به طور تصادفی به یک تست سه گزینه‌ای $\frac{1}{3}$ است، پس $p = \frac{1}{3}$ و $1 - p = \frac{2}{3}$ است. اگر پیشامد پاسخ صحیح دادن به

حداقل دو سوال را بنامیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \binom{3}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^1 + \binom{3}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{2}{9} + \frac{1}{27} = \frac{7}{27}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

(مرتضی خبیث علوی)

گزینه «۲» - ۲۷

برای انتخاب ۳ مهره از جعبه A دو حالت داریم:

الف) هر سه مهره قرمز باشند.

ب) ۲ مهره قرمز و ۱ مهره سفید باشند.

احتمال آن‌که دو مهره خارج شده از جعبه B قرمز باشند به تفکیک

حالات «الف» و «ب» عبارت‌اند از:

$$\text{(الف)} \quad \frac{\binom{3}{3} \times \binom{4}{2}}{\binom{4}{3} \times \binom{5}{2}} = \frac{1 \times 6}{4 \times 10} = \frac{6}{40}$$

$$\text{(ب)} \quad \frac{\binom{3}{2} \times \binom{1}{1} \times \binom{3}{2}}{\binom{4}{3} \times \binom{5}{2}} = \frac{3 \times 1}{4 \times 10} \times \frac{3}{40} = \frac{9}{40}$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

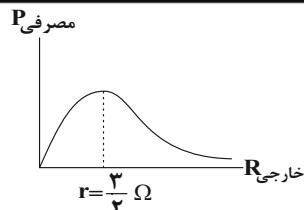
$$\frac{6}{40} + \frac{9}{40} = \frac{6+9}{40} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

گزینه «۱» - ۲۸

(فرشاد فرامرزی)

با استفاده از قاعدة بیز داریم:



(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

(مفهومه افضلی)

گزینه «۳»

با بستن کلید k دو مقاومت R موازی شده و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

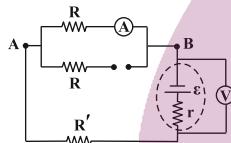
$$R_{eq} = R + R'$$

$$R_{eq} = \frac{R}{2} + R' : \text{کلید بسته}$$

در نتیجه هریان عبوری از باتری با بسته شدن کلید افزایش می‌یابد.

$$\uparrow I_t = \frac{\epsilon}{\downarrow R_{eq} + r}$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری با افزایش جریان، کاهش می‌یابد.



$$\downarrow V = \epsilon - \uparrow I_t r$$

$$|V_A - V_B| = (\epsilon - I_t r) - I_t R' : B - A$$

با افزایش جریان کل اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B کاهش یافته است.

$$\downarrow |V_A - V_B| = \downarrow I R$$

با کاهش $V_A - V_B$ جریان عبوری از مقاومت R و آمپرسنگ نیز کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

(مسین مفروضی)

گزینه «۱»

با توجه به رابطه $P = \frac{V^2}{R_{eq}}$ ، توان مصرفی را در دو حالت بدست می‌آوریم:

$$R_{eq} = \frac{R}{2} \Rightarrow P = \frac{V^2}{R}$$

$$R_{eq} = 2R \Rightarrow P' = \frac{V^2}{4R}$$

$$\Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

(ممدر آبری)

فیزیک ۲

گزینه «۳»

کیلووات - ساعت و آمپر - ساعت به ترتیب نشان‌دهنده یکای کمیت‌های انرژی و بار الکتریکی هستند.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow [P] = [W][t] \Rightarrow [W] = kW.h$$

$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow [Q] = [I][t] \Rightarrow [Q] = A.h$$

(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(مسین ناصیحی)

گزینه «۴»

اختلاف پتانسیل دو سر مولد از رابطه $V = \epsilon - rI$ به دست می‌آید. از طرفی

جریان مدار برابر است با $I = \frac{\epsilon}{R+r}$. حال از ترکیب این دو رابطه داریم:

$$V = \epsilon - r \frac{\epsilon}{R+r} = \frac{\epsilon R}{R+r}$$

حال در دو حالت داریم:

$$1/5 = \frac{\epsilon \times (1)}{1+r} \Rightarrow \epsilon - 1/\Delta r = 1/5 \quad (1)$$

$$2 = \frac{\epsilon \times (2)}{2+r} \Rightarrow \epsilon - r = 2 \quad (2)$$

$$\begin{cases} \epsilon - 1/\Delta r = 1/5 \\ \epsilon - r = 2 \end{cases} \Rightarrow r = 1\Omega , \quad \epsilon = 3V$$

(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

(مسین مفروضی)

گزینه «۳»

ابتدا از روی نمودار ϵ و $\frac{\epsilon}{r}$ را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \epsilon = 20V \\ \frac{\epsilon}{r} = 40A \end{cases} \Rightarrow r = 0.5\Omega , \quad \epsilon = 20V$$

$I^2 r = 200 = I^2 \times 0.5 \Rightarrow I = 20A$

$P = \epsilon I - rI^2 = 20 \times 20 - 0.5 \times 20^2$

$\Rightarrow P = 400 - 200 = 200W$

(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

(امیرمسین برادران)

گزینه «۱»

با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل دو سر مولد، با افزایش جریان عبوری

اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد.

$$V - \epsilon - rI \Rightarrow r = \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{\Delta I = 4A}{\Delta V = -6V} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Omega$$

مطابق نمودار زیر با کاهش مقاومت رئوستا از 4Ω به 2Ω ، توان مصرفی

مدار به طور پیوسته افزایش می‌یابد.



وقتی دو مقاومت به طور موازی به یکدیگر وصل شوند، نسبت شدت جریان آنها برابر نسبت وارون مقاومت آنها است. پس:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = 2 \Rightarrow \begin{cases} I_2 = 1A \\ I_1 = 2A \end{cases}$$

$$I = I_1 + I_2 = 3A$$

سهم هر کدام از مقاومتهای 9Ω و 18Ω را از جریان I بدست می آوریم:

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{18}{9} = 2 \xrightarrow{I_1 = I_1 + I_3 = 2A} \begin{cases} I_1 = \frac{4}{3}A \\ I_3 = \frac{2}{3}A \end{cases}$$

و در نهایت جریان I' را بدست می آوریم:

$$I = I_1 + I' \Rightarrow 3 = \frac{4}{3} + I' \Rightarrow I' = \frac{5}{3}A$$

(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم، صفحه های ۶۱ تا ۷۷)

(ممدر آکبری)

«۴. گزینه»

با توجه به نحوه قرار گیری مولد، جریانی ساعتگرد در مدار برقرار می باشد که به نسبت عکس مقاومت هر شاخه توزیع می شود. با توجه به جهت قرار گرفتن دیود D_2 ، جریانی از این شاخه، عبور نمی کند، بنابراین $I_2 = 0$ است.

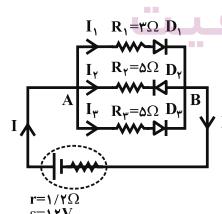
برای بدست آوردن جریان عبوری کل، ابتدا مقاومت معادل مدار را بدست می آوریم:

$$R_1 + R_{D_1} = 3 + 1 = 4\Omega$$

$$R_3 + R_{D_3} = 5 + 1 = 6\Omega$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12} \Rightarrow R_{eq} = \frac{12}{5}\Omega$$

$$I = \frac{12}{\frac{12}{5} + 1/2} = \frac{10}{3}A$$



می دانیم که اختلاف ولتاژ نقاط A و B در هر سه شاخه یکسان است.

$$I \times (R_{eq}) = I_1 \times (R_1 + R_{D_1}) = I_3 \times (R_3 + R_{D_3})$$

$$\frac{10}{3} \times \frac{12}{5} = I_1 \times (3+1) \Rightarrow I_1 = 2A$$

(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم، صفحه های ۶۱ تا ۷۷)

(امیرحسین برادران)

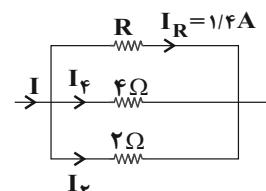
«۳۷- گزینه»

ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه را بدست می آوریم:

$$U = Pt \xrightarrow{P=VI} U = VI t = \frac{15min = 15 \times 60s}{I = 1/4A, U = 3780J} = 3780J$$

$$3780 = V \times 1 / 4 \times 15 \times 60 \Rightarrow V = \frac{3780}{1 / 4 \times 15 \times 60} = 3V$$

اکنون با استفاده از قانون اhm، جریان عبوری از مقاومتهای 4Ω و 2Ω را محاسبه می کنیم.



$$I_1 = \frac{3}{4}A = 0.75A$$

$$I_2 = \frac{3}{2}A = 1.5A$$

$$I = I_R + I_1 + I_2 \xrightarrow{I_R = 1/4A, I_1 = 0.75A} I = 1/4 + 1/5 + 0.75 = 3/8A$$

$$I = 1/4 + 1/5 + 0.75 = 3/8A$$

(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم، صفحه های ۶۱ تا ۷۷)

(سپهر زاهدی)

«۳۸- گزینه»

دو مقاومت در مدار اتصال کوتاه می شود:

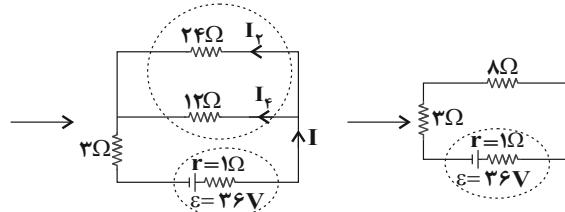
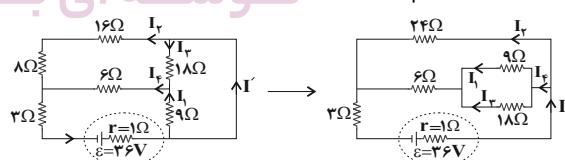
$$\begin{aligned} R_{eq} &= 3 + 3 = 6\Omega \\ \Rightarrow R'_{eq} &= \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega \end{aligned}$$

(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم، صفحه های ۷۰ تا ۷۷)

(میثمین کلریان)

«۳۹- گزینه»

ابتدا مدار را به شکل ساده تری رسم می کنیم تا متوازی یا موازی بودن اجزای مدار را تشخیص دهیم:



$$\Rightarrow R_{eq} = 11\Omega, I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{36}{11 + 1} = 3A$$



(کلبر هنرمند)

«گزینه ۲»

در واکنش (I)، به ازای مصرف x مول NaHCO_3 ، x مول CO_2 و $\frac{x}{2}$ مول H_2O و در واکنش (II)، به ازای مصرف y مول CaCO_3 y مول CO_2 تولید می‌شود. بنابراین:

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{x}{2} \quad n_{\text{CO}_2} = \frac{x}{2} + y$$

با توجه به گرمای داده شده به فراورده‌ها، می‌توان مول هر فراورده را به دست آورد:

$$m_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{2160}{2 \times 10} = 108 \text{ g}$$

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = 108 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} = 6 \text{ mol} \Rightarrow x = 12$$

$$m_{\text{CO}_2} = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{4224}{0.8 \times 15} = 352 \text{ g}$$

$$n_{\text{CO}_2} = 352 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = 8 \text{ mol} \Rightarrow y = 2$$

حالا می‌توان جرم مخلوط را محاسبه نمود:

$$\text{NaHCO}_3 + \text{CaCO}_3 = 12 \times 84 + 100 = 208 \text{ g} \quad (\text{جمله})$$

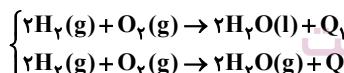
(شیمی ۳، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

(رضا سلیمانی)

«گزینه ۱»

فقط مورد (ب) درست است.

در مورد (آ) معادله واکنش تشکیل آب مایع و بخار آب را از عناصر سازنده‌اش در نظر بگیرید:



با توجه به اینکه واکنش‌دهنده‌ها یکسان هستند، سطح انرژی آن‌ها با هم برابر است، اما سطح انرژی $\text{H}_2\text{O(g)}$ بیشتر از $\text{H}_2\text{O(l)}$ است. درنتیجه گرمای کمتری به ازای تولید یک مول آب در حالت بخار آزاد می‌شود.

در مورد (پ) تبیخ آب فرایندی گرماینده است اما تشکیل دی‌نیتروژن تراکسید NO_2 از اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن (NO_2)، گرماده است.



(شیمی ۳، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱)

شیمی

«گزینه ۱»

گرما از ویزگی‌های یک نمونه ماده نیست و دما نیز مستقل از جرم ماده بوده و قابل اندازه‌گیری است. یکای دما در سیستم «SI» کلوین (K) است ولی یکای رایج آن درجه سلسیوس ($^{\circ}\text{C}$) می‌باشد. چون انرژی گرمایی مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده است، دو ظرف آب با دما و جرم متفاوت می‌توانند انرژی گرمایی یکسانی داشته باشند.

(شیمی ۳، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۵۹)

«گزینه ۳»

میانگین انرژی جنبشی ذرات (دما) و ظرفیت گرمایی ویژه با افزایش مقدار ماده ثابت، ولی ظرفیت گرمایی افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: هیچ گاه توزیع انرژی بین همه ذرات سازنده یک ماده، یکسان نیست و همیشه میان آن‌ها اختلاف وجود دارد. به همین دلیل است که از واژه میانگین در بیان انرژی جنبشی استفاده می‌شود.

گزینه «۲»: اشاره به گرمای یک نمونه ماده از نظر علمی نادرست است.

گزینه «۴»: هنگام همدما شدن نمونه A با دمای اتاق، تغییر دمای فرآیند مقداری منفی است. همچنین، انرژی گرمایی نمونه نیز کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

«گزینه ۲»

هرگاه دو جسم با دو دمای مختلف در تماس با یکدیگر قرار گیرند، مقدار گرمایی که جسم داغ از دست می‌دهد برابر مقدار گرمایی است که جسم سرد دریافت می‌کند تا در نهایت دمای دو جسم برابر شود.

مجموع گرمایی که ظرف آهنه داغ از دست می‌دهد و گرمایی که آب درون ظرف دریافت می‌کند برابر صفر است.

$$Q_{\text{آهن}} + Q_{\text{آب}} = 0$$

$$(Q_{\text{آهن}} - Q_{\text{آهن}}) \times \Delta\theta + (Q_{\text{آب}} - Q_{\text{آب}}) \times \Delta\theta = 0$$

$$200.0 \text{ g} \times 10^{\circ}\text{C} \times (Q_{\text{آهن}} - 125) = 0$$

$$2 \times 10 \text{ g} \times (Q_{\text{آب}} - 20) + (Q_{\text{آب}} - 125) = 0 \Rightarrow 210 - 525 - 0 \Rightarrow Q_{\text{آب}} = 25^{\circ}\text{C}$$

(شیمی ۳، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)



$$\frac{C}{O} = \frac{\frac{8 \times 12}{\text{درصد جرمی}}}{\frac{2 \times 16}{\text{درصد جرمی}}} = \frac{3}{2}$$

موردنمود:

موردنمود: ترکیبی آروماتیک بوده و فاقد گروه عاملی آلدهیدی است.

موردنچهارم: دارای ۲۵ جفت الکترون پیوندی است.

(شیمی ۳، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۱ و ۷۰)

(امیرمحمد سعیدی)

گزینه «۱»

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{l} \frac{8}{100} \times 600 = 48 \text{ g} \\ \frac{15}{100} \times 600 = 90 \text{ g} \\ \frac{9}{100} \times 600 = 54 \text{ g} \end{array} \right) \\ ? \text{kJ} &= \frac{38 \text{ kJ}}{1 \text{ g}} \times 48 \text{ g} \\ &+ (90 \text{ g} \times \frac{17 \text{ kJ}}{1 \text{ g}} \times \text{کربوهیدرات}) + (54 \text{ g} \times \frac{17 \text{ kJ}}{1 \text{ g}} \times \text{پروتئین}) \\ &= 1824 + 1530 + 918 = 4272 \text{ kJ} \\ &= \frac{\text{مقدار کل انرژی آزاد شده (kJ)}}{\text{جرم نمونه (g)}} = \frac{4272}{600} = 7.12 \text{ kJ.g}^{-1} \\ ? \text{h} &= \frac{1 \text{ kcal}}{4 / 18 \text{ kJ}} \times \frac{1 \text{ h}}{106 / 8 \text{ kcal}} = 9 / 6 \text{ h} \end{aligned}$$

(شیمی ۳، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۱ و ۷۰)

(فاحر از کشور تهریه ۲۰۰۰)

گزینه «۱»

برای محاسبه ΔH واکنش موردنظر، ضرایب واکنش اول را بدون تغییر جهت معادله در ۳ ضرب می‌کنیم، واکنش دوم را معکوس کرده و ضرایب آن را نصف می‌کنیم و ضریب‌های واکنش سوم را بدون تغییر جهت در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \Delta H &= 3\Delta H_1 + \left(-\frac{1}{2}\right)\Delta H_2 + \frac{1}{2}\Delta H_3 \\ &= 3(-184 / 6) + \frac{1374}{2} - \frac{493}{2} \end{aligned}$$

$$\Delta H = -113 / 5 \text{ kJ}$$

$$? \text{mol BCl}_3 = 45 / 4 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol BCl}_3}{113 / 5 \text{ kJ}} = 0 / 4 \text{ mol BCl}_3$$

(شیمی ۳، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۰ و ۷۵)

(رضا سلیمانی)

گزینه «۲»

$C_6H_6 > C_7H_6 > C_7H_5 > C_7H_4 > C_7H_3 > CH_4$ اندازه آنتالپی سوختن

$CH_4 > C_7H_6 > C_7H_5 > C_7H_4 > C_7H_3 > C_7H_2$ ارزش سوختی

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: معادله واکنش آنتالپی سوختن اتان به ازای یک مول نوشته می‌شود.

گزینه «۳»: در فرایند برگشت پذیر $2NO_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g)$ ، واکنش

در جهت تولید NO_2 گرم‌گیر است و چون هشت‌تابی نمی‌شود، پایداری کمتری دارد و قهوه‌ای رنگ است.

گزینه «۴»: آنتالپی پیوند مقدار گرمایی است که به‌ازای شکسته شدن یک مول پیوند در حالت گازی و تبدیل آن به اتم‌های گازی مصرف می‌شود ولی در واکنش $C_7H_2(g) \rightarrow 2C(g) + 2H(g)$ بیش از یک مول پیوند شکسته شده است.

(شیمی ۳، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰ و ۷۷)

(علی علمداری)

گزینه «۴»

براساس اعداد داده شده آنتالپی واکنش‌های زیر را به دست می‌آوریم:



$$? \text{kJ} = 180 \text{ g H}_2O \times \frac{1 \text{ mol H}_2O}{18 \text{ g H}_2O} \times \frac{1430 \text{ kJ}}{4 \text{ mol H}_2O} = 3575 \text{ kJ}$$

انرژی واکنش (۲) = انرژی واکنش (۱) – انرژی کل

$$640.5 \text{ kJ} - 3575 \text{ kJ} = 2830 \text{ kJ}$$

$$? \text{mol CO} = 2830 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{566 \text{ kJ}} = 1.0 \text{ mol CO}$$

$$\begin{aligned} ? \text{mol CH}_3OH &= 180 \text{ g H}_2O \times \frac{1 \text{ mol H}_2O}{18 \text{ g H}_2O} \times \frac{2 \text{ mol CH}_3OH}{4 \text{ mol H}_2O} \\ &= 5 \text{ mol CH}_3OH \end{aligned}$$

$$? \text{CO} = \frac{1.0 \text{ mol CO}}{15 \text{ mol}} \times 100 \approx 6.67\%$$

(شیمی ۳، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

(محمد زین)

گزینه «۲»

مواد اول و دوم درست هستند.

فرمول مولکولی ترکیب $C_8H_{11}NO_2$ است. بررسی موارد:

موردنمود اول: دارای ۱۱ اتم H و ۱۰ الکترون ناپیوندی است.



ریاضی ۱

از طرفی باید $0 \neq k + 2$ باشد تا معادله دوم، دو جواب داشته باشد، پس:

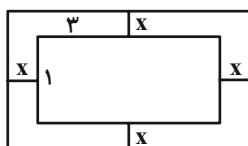
$$k \in (-\infty, -\frac{1}{\lambda}) - \{-2\}$$

(ریاضی ا- معادله ها و نامعادله ها؛ صفحه های ۷۰ تا ۷۷)

(عارل مسینی)

گزینه «۲»

شکل مسئله به صورت زیر است:



$$\text{مساحت سفره} = (3+2x)(1+2x) \Rightarrow \text{عرض سفره} = 1+2x \quad \text{طول سفره} = 3+2x$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 8x - 0 / 84 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 0 / 21 = 0$$

$$x = 0 / 10 \text{ cm} \quad x = 1 \text{ m}$$

(ریاضی ا- معادله ها و نامعادله ها؛ صفحه های ۷۰ تا ۷۷)

(عارل مسینی)

گزینه «۲»

برای این که سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ ، بالای محور x ها باشد

باید $a > 0$ و $\Delta < 0$ باشد؛ یعنی:

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(m+2)(1) < 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4(m+2) < 0 \Rightarrow 4(m^2 - m - 2) < 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 < 0$$

$$\Rightarrow -1 < m < 2 \quad (\text{I})$$

$$a > 0 \Rightarrow m + 2 > 0 \Rightarrow m > -2 \quad (\text{II}) \xrightarrow{(\text{I}) \cap (\text{II})} m \in (-1, 2)$$

این بازه شامل ۲ عدد صحیح است.

(ریاضی ا- معادله ها و نامعادله ها؛ صفحه های ۷۱ تا ۷۲ و ۸۸ تا ۹۰)

(عارل مسینی)

گزینه «۴»

نقطه $(0, 2)$ بر روی سهمی قرار دارد، بنابراین:

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow 2 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 2$$

همچنین $x = -1$ و $x = 2$ ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ است، در نتیجه،

(مبتنی مباهری)

گزینه «۳»

عبارت های $(x^2 - 5)^{20}$ و $(x^2 + 11)^{12}$ چون دارای توان های زوج

هستند، پس حاصل آنها عددی مثبت یا صفر است. اما چون جمع آنها صفر شده است پس هر عبارت باید صفر باشد.

$$\Rightarrow (x^2 - 5)^{20} = 0 \xrightarrow{\text{رشته اتم}} x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = 5$$

$$x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

$$(x^2 - y^2 + 11)^{12} = 0 \xrightarrow{x^2 = 5} (5 - y^2 + 11)^{12} = 0$$

$$\Rightarrow 5 - y^2 + 11 = 0 \Rightarrow -y^2 + 16 = 0 \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = \pm\sqrt{16}$$

. پس گزینه «۳» می تواند درست باشد.

(ریاضی ا- معادله ها و نامعادله ها؛ صفحه های ۷۰ تا ۷۷)

(مبتنی مباهری)

گزینه «۱»

ضلع مربع را با x نشان می دهیم. پس:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مساحت مربع} = x^2 \\ \text{اندازه مساحت ۵ واحد} = 5 \\ \text{از اندازه محیط بیشتر است} = 4x \end{array} \right. \Rightarrow x^2 = 4x + 5$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

عبارت $x^2 - 4x - 5$ را تجزیه می کنیم:

$$x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$x = -1$ قابل قبول نیست، چون طول ضلع مربع نمی تواند منفی باشد. پس

فقط $x = 5$ قابل قبول است؛ یعنی فقط یک مربع وجود دارد.

(ریاضی ا- معادله ها و نامعادله ها؛ صفحه های ۷۰ تا ۷۷)

(زهراء ملایی)

گزینه «۳»

$$\Delta_1 = 1 + 8k < 0 \Rightarrow k < -\frac{1}{8} \Rightarrow k \in (-\infty, -\frac{1}{8}) \quad (\text{I})$$

$$\Delta_2 = 9 - 4(k+2) \times 1 = 9 - 4 - 4k = 1 - 4k > 0$$

$$\Rightarrow k < \frac{1}{4} \Rightarrow k \in (-\infty, \frac{1}{4}) \quad (\text{II})$$

$$\xrightarrow{(\text{I}) \cap (\text{II})} (-\infty, \frac{1}{4}) \cap (-\infty, -\frac{1}{8}) = (-\infty, -\frac{1}{8})$$

یعنی $x = \frac{1}{2}$ یکسان باشد. پس $x = \frac{1}{2}$ نیز باید عبارت

$ax^2 + 3x + b$ را صفر کند.

$$\Rightarrow c = \frac{1}{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} ax^2 + 3x + b = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{از حل دستگاه}} \left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b = -2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow abc = (2)(-2)\left(\frac{1}{4}\right) = -2$$

(ریاضی‌ا- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۸)

(مهندسی گک)

گزینه «۴»

$$a(-1)^2 + b(-1) + 2 = 0 \Rightarrow a - b = -2$$

$$a(2)^2 + b(2) + 2 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = -2 \\ 2a - 2b = -4 \end{cases} \Rightarrow 6a = -6 \Rightarrow a = -1$$

$$a - b = -2 \xrightarrow{a = -1} -1 - b = -2 \Rightarrow b = 1$$

$$y = ax^2 + bx + c = -x^2 + x + 2 = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

عرض رأس این سهمی برابر $\frac{9}{4}$ است.

(ریاضی‌ا- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

با توجه به تعریف تابع داریم:

$$m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

تابع است.

$m = 2 \Rightarrow f = \{(3, 1), (2, 1), (-2, 1), (3, 1), (-1, 2)\}$ تابع نیست.

بنابراین $m = -1$ قابل قبول است.

(ریاضی‌ا- تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

(عادل مسینی)

گزینه «۲»

ضابطه را $f(x) = mx + h$ در نظر می‌گیریم، داریم:

$$f(0) = h = -(a+1)$$

$$f(3) = 3m + h = 3m - (a+1) = 2a - 1$$

$$\Rightarrow m = a$$

$$\Rightarrow f(x) = ax - (a+1)$$

$$\Rightarrow f(x) = a(x-1) - 1$$

نقطه $(1, -1)$ روی این خط قرار دارد.

(ریاضی‌ا- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۴)

(امیر ممدوه‌یان)

گزینه «۱»

دقت کنید که با توجه به نامعادله دوم، a باید مثبت باشد.

$$|\frac{x}{a} + b| < \frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2} < \frac{x}{a} + b < \frac{3}{2} \xrightarrow{-b} -\frac{3}{2} - b < \frac{x}{a} < \frac{3}{2} - b$$

$$\xrightarrow{-xa} a\left(-\frac{3}{2} - b\right) < x < a\left(\frac{3}{2} - b\right) \Rightarrow -\frac{3}{2}a - ab < x < \frac{3}{2}a - ab$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \begin{cases} -\frac{3}{2}a - ab = -2/5 \\ \frac{3}{2}a - ab = 6/5 \end{cases} \xrightarrow{+} -2ab = 4 \Rightarrow ab = -2 \end{aligned}$$

$$\frac{3}{2}a - ab = 6/5 \xrightarrow{ab = -2} \frac{3}{2}a + 2 = 6/5 \Rightarrow \frac{3}{2}a = 4/5 = \frac{9}{5}$$

$$\Rightarrow a = \frac{9}{2} \times \frac{2}{3} = 3 \Rightarrow b = -\frac{2}{3}$$

در نتیجه مجموعه جواب نامعادله $|x - b| < a$ به صورت زیر است:

$$|x - b| < a \Rightarrow |x + \frac{2}{3}| < 3 \Rightarrow -3 < x + \frac{2}{3} < 3$$

$$\Rightarrow -3 - \frac{2}{3} < x < 3 - \frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{11}{3} < x < \frac{7}{3}$$

(ریاضی‌ا- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۳)

(سید علیزاده)

گزینه «۲»

چون در دو طرف $-2 = x$ تغییر علامت وجود دارد، پس $-2 = x$ ریشه

ساده عبارت P است و باید عبارت $ax^2 + 3x + b$ را صفر کند. همچنین

چون در دو طرف $x = 0$ تغییر علامت وجود ندارد، پس ریشه مضاعف

عبارت P است و باید ریشه عبارت $ax^2 + 3x + b$ با ریشه عبارت

(ممدرضا کلیل‌الرعايا)

گزینه «۳» - ۶۴

$$\Delta ABC : FD \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{DB}{CB} = \frac{AF}{AC} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{5}{7}$$

$$\Delta CFD \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{S_{CFD}}{S_{ABC}} = \left(\frac{CD}{CB} \right)^2 = \frac{25}{49}$$

$$\Delta DEB \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{S_{DEB}}{S_{ABC}} = \left(\frac{DB}{CB} \right)^2 = \frac{4}{49}$$

$$\frac{S_{AEDF}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - (S_{CFD} + S_{DEB})}{S_{ABC}} = 1 - \left(\frac{25}{49} + \frac{4}{49} \right) = \frac{20}{49}$$

(هنرسه ا - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

(مهری نیک‌زاد)

گزینه «۱» - ۶۵

طبق رابطه تعداد اضلاع و قطرهای یک چندضلعی داریم:

$$\frac{2n(2n-3)}{2} = 2(n+1 + \frac{(n+1)(n-2)}{2})$$

$$\Rightarrow n^2 - 4n = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = 4 \end{cases}$$

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{4 \times 1}{2} = 2 \quad \text{تعداد قطرهای } n \text{ ضلعی}$$

(هنرسه ا - پندرضلعی‌ها: صفحه ۵۵)

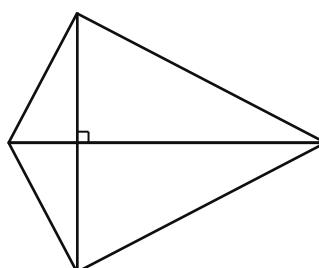
(ممدر فخران)

گزینه «۳» - ۶۶

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» قضیه‌های دو شرطی هستند. اما برای عکس قضیه

گزینه «۳»، «اگر در یک چهارضلعی اندازه دو قطر مساوی و عمود بر هم

باشند، آن‌گاه چهارضلعی مربع است.» مثال نقض وجود دارد، مانند شکل زیر:



(هنرسه ا - پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۳)

هنرسه ۱

گزینه «۴» - ۶۱

(رم عباس‌اصل)

مثلث‌های ABC و ADE براساس قضیه اساسی تشابه با یکدیگر متشابه‌اند. از طرفی نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k،

برابر است با k^2 . پس داریم:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AB} \right)^2 = k^2$$

مساحت قسمت هاشورخورده را برابر x در نظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow \frac{25}{25+x} = \left(\frac{5}{7} \right)^2 = \frac{25}{49} \Rightarrow 25+x = 49 \Rightarrow x = 24$$

(هنرسه ا - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

گزینه «۱» - ۶۲

(ممدر علی نادرپور)

فاصله A تا ضلع BC را h و فاصله A تا ضلع MN را h' می‌نامیم. h و h' به ترتیب طول ارتفاع‌های نظیر رأس A در دو مثلث ABC و AMN هستند. دو مثلث ABC و AMN متشابه هستند (به حالت تساوی دو زاویه). پس داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = \left(\frac{h}{h'} \right)^2 \Rightarrow 3 = \frac{36}{h'^2} \Rightarrow h'^2 = 12 \Rightarrow h' = 2\sqrt{3}$$

(هنرسه ا - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

گزینه «۲» - ۶۳

(حسین فرامیری)

$$\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{3\sqrt{6}}{2}}{\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

برای طول اضلاع این دو مثلث داریم:

يعني طول اضلاع مثلث اول، $\sqrt{3}$ برابر طول اضلاع نظیر آنها در مثلث دوم است.بنابراین دو مثلث متشابه هستند و نسبت تشابه آنها $k = \sqrt{3}$ است و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_1}{S_2} = (\sqrt{3})^2 = 3$$

(هنرسه ا - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

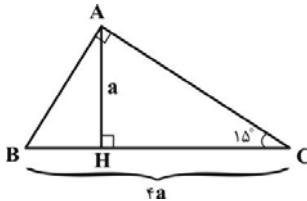


(رضا عباسی اصل)

گزینه «۲»

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه با یک زاویه 15° ، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ وتر است، پس

با فرض $AH = a$ خواهیم داشت: $BC = 4a$



حال بنا به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH \cdot BC = \underline{AB} \cdot \underline{AC} \Rightarrow a \times 4a = 4$$

$$\Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow BC = 4$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow (AB + AC)^2 - 2\underline{AB} \cdot \underline{AC} = 16$$

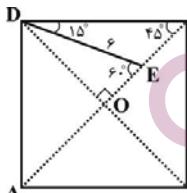
$$\Rightarrow (AB + AC)^2 = 24 \Rightarrow AB + AC = 2\sqrt{6}$$

(هنرسه ۱ - پندرضلعی‌ها: صفحه ۶۴)

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۳»

قطر DB را رسم می‌کنیم، داریم:



$$\widehat{AED} = \widehat{CDE} + \widehat{DCE} = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$$

$$\Delta ODE : \widehat{OED} = 60^\circ \Rightarrow OD = \frac{\sqrt{3}}{2} DE$$

$$\Rightarrow OD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} \Rightarrow BD = 6\sqrt{3}$$

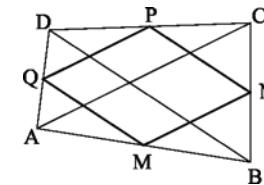
با توجه به اینکه طول قطر مربعی به ضلع a برابر است با $a\sqrt{2}$ ، داریم:

$$DB = 6\sqrt{3} \Rightarrow AB = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{6}}{2} = 3\sqrt{6}$$

(هنرسه ۱ - پندرضلعی‌ها: صفحه ۶۴)

(محمد ابراهیم کیمی‌زاده)

گزینه «۱»



چهارضلعی $MNPQ$ متوازی‌الاضلاع است و در آن $MN = \frac{AC}{2}$ و $NP = \frac{BD}{2}$

$$NP = \frac{BD}{2} \text{ است. با توجه به برابری قطرها داریم:}$$

$$AC = BD \Rightarrow \frac{AC}{2} = \frac{BD}{2} \Rightarrow MN = NP$$

متوازی‌الاضلاعی که دو ضلع مجاور آن برابر باشند، یک لوزی است، پس

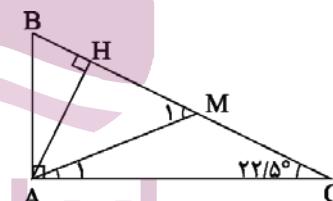
چهارضلعی $MNPQ$ لوزی می‌باشد.

(هنرسه ۱ - پندرضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۴)

(سیدرسروش کریمی مرامی)

گزینه «۳»

در این مثلث قائم‌الزاویه، میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم می‌کنیم:



می‌دانیم طول میانه وارد بر وتر نصف طول وتر است، پس داریم:

$$AM = CM = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 22.5^\circ$$

$$\Delta AMC : \hat{M}_1 \text{ زاویه خارجی} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} = 45^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبرو به زاویه 45° ، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ طول وتر

است، پس داریم:

$$\Delta AMH : \hat{M}_1 = 45^\circ$$

$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هنرسه ۱ - پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)



$$|\vec{F}_t| = \sqrt{\mu^2 + \lambda^2} = 10\text{N}$$

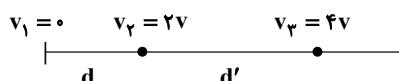
$$W_t = F_t d \cos\theta = 10 \times 6 \times 1 = 60\text{J}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

(زهره رامشین)

«گزینه ۳» - ۷۴

با استفاده از قضیه کار- انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta K$$

$$\begin{cases} Fd = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m(2v)^2 = 2mv^2 \\ Fd' = \frac{1}{2}mv_4^2 - \frac{1}{2}mv_3^2 = \frac{1}{2}m(2v)^2 - \frac{1}{2}m(4v)^2 = 6mv^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d'}{d} = \frac{6mv^2}{2mv^2} = 3$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

(علی قائمه)

«گزینه ۳» - ۷۵

انرژی پتانسیل گرانشی جسم کاهش یافته است ($\Delta U < 0$). در نتیجه جسم

به زمین نزدیک شده و ارتفاع آن از سطح زمین کم شده است.

طبق تعریف تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$\Delta U = -W \Rightarrow -10 = -W \Rightarrow W_{\text{زمین}} = -10\text{J}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۸)

(عبدالرضا امینی نسب)

«گزینه ۳» - ۷۶

طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow -\Delta U = \Delta K$$

به عبارت دیگر، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، کاهش انرژی جنبشی

جسم برابر با افزایش انرژی پتانسیل گرانشی آن می‌باشد و بالعکس. بنابراین

تغییرات انرژی جنبشی را محاسبه می‌کنیم.

(عبدالرضا گونه)

«گزینه ۳» - ۷۱

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{(m_2)}{(m_1)} \times \frac{(v_2)^2}{(v_1)^2} \xrightarrow{m_2=m_1} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

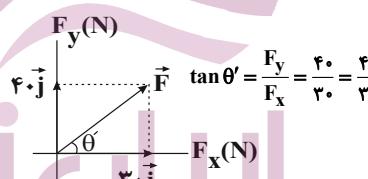
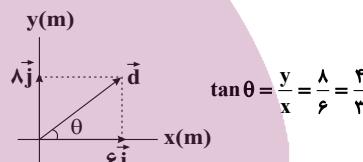
$$\frac{K_2}{K_1} = 16 \xrightarrow{K_1 = m \cdot s} \frac{16}{m \cdot s} = \left(\frac{\lambda+x}{\lambda}\right)^2$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{\lambda+x}{\lambda} \xrightarrow{x = 24 \frac{m}{s}}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

«گزینه ۳» - ۷۲

با توجه به بردارهای نیرو و جایه‌جایی، جهت این دو بردار یکسان است.



بنابراین کار نیروی \vec{F} برابر است با:

$$W_F = |\vec{F}| \times |\vec{d}| \times \cos\theta \xrightarrow{\theta=0^\circ, |\vec{d}|=\sqrt{\mu^2+\lambda^2}=1\text{m}} |\vec{F}| = \sqrt{30^2+40^2} = 50\text{N}$$

$$W_F = 50 \times 1 \times 1 = 50\text{J}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۹)

(فسرور ارجمند فرد)

«گزینه ۳» - ۷۳

جون جسم از حال سکون حرکت می‌کند، حرکت جسم در امتداد برایند

نیروهای وارد بر آن است.

$$\vec{F}_t = (1+8-3)\vec{i} + (-6+2+12)\vec{j} = 6\vec{i} + 8\vec{j}(\text{N})$$



(سید جلال میری)

گزینه «۲» - ۷۹

با درنظر گرفتن پایین سطح شبدار به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، طبق قانون پایستگی انرژی، برای مسیرهای رفت و برگشت داریم:

$$W_{f_k} = E_2 - E_1 = mgh_2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$W_{f_k} = E_2 - E_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - mgh_2$$

$$mgh_2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - mgh_2$$

بنابراین:

$$\Rightarrow 4g h_2 = v_2^2 + v_1^2 \Rightarrow 4 \times 10 \times h = 100 + 400$$

$$\Rightarrow h = 12 / 5m$$

(فیزیک ا - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۳)

(مسین ناهمی)

گزینه «۲» - ۸۰

کاری که پمپ روی آب انجام می‌دهد را با استفاده از قضیه کار - انرژی

$$W_{pump} + W_{mg} = \Delta K$$

جنبیتی به دست می‌آوریم:

$$W_{pump} + (-mgh) = K_2 - K_1$$

$$\xrightarrow{K_1=0} W_{pump} = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh$$

با استفاده از رابطه چگالی، جرم آب را به دست می‌آوریم:

$$m = \rho V \xrightarrow[V=60 \times 10^{-3} \text{ m}^3]{} m = 10^3 \times 60 \times 10^{-3} = 60 \text{ kg}$$

$$W_{pump} = \frac{1}{2}(60)(20)^2 + 60 \times 10 \times 20 = 12000 + 12000 = 24000 \text{ J}$$

توان خروجی پمپ برابر است با:

$$\bar{P}_{pump} = \frac{W_{pump}}{\Delta t} = \frac{24000}{60} = 400 \text{ W}$$

توان الکتریکی مصرفی پمپ برابر است با:

$$\bar{P}_{pump} = \frac{\bar{P}_{خروجی}}{P_{مصرفی}} \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{400}{P} \Rightarrow \bar{P} = 500 \text{ W}$$

(فیزیک ا - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{\sqrt{3}}{4}v_0\right)^2 - v_0^2$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m[\frac{3}{16} - 1]v_0^2 = -\frac{13}{32}mv_0^2$$

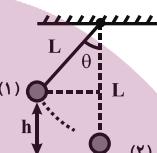
$$\Delta U = -\Delta K = \frac{13}{32}mv_0^2$$

(فیزیک ا - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

گزینه «۲» - ۷۷

چون از نیروهای اتلافی صرف نظر شده است، انرژی مکانیکی پایسته است.

اگر پایین ترین قسمت مسیر را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، داریم:



$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow 0 + mgL(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 2gL(1 - \cos \theta)$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta_2}{1 - \cos \theta_1}} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos 37^\circ}{1 - \cos 53^\circ}}$$

$$2 = \frac{1 - \cos \theta_2}{1 - \cos 53^\circ} \Rightarrow 1 - \cos \theta_2 = 0 / 4 \Rightarrow \cos \theta_2 = 0 / 6 \Rightarrow \theta_2 = 53^\circ$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 = 53^\circ - 37^\circ = 16^\circ$$

(فیزیک ا - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(هرما احمدیان)

گزینه «۱» - ۷۸

وقتی نیروهای اصطکاک، مقاومت هوا و دست به گولوه وارد شده و روی آن

کار منفی انجام می‌دهند، انرژی جنبشی اولیه گولوه به انرژی درونی گولوه، دست و هوا تبدیل می‌شود. بنابراین انرژی درونی این سامانه به اندازه کار

نیروهای اتلافی ($|W_f|$) افزایش می‌یابد.

از طرفی انرژی پتانسیل گرانشی گولوه در حرکت افقی ثابت است. بنابراین:

$$W_f = E_2 - E_1 = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} \times 30 \times 10^{-3} \times (0 - 400) = -6 \text{ J}$$

$$\Rightarrow |W_f| = +6 \text{ J}$$

(فیزیک ا - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)



گزینه «۱»: روند تغییر دمای هوا در اتمسفر زمین، دلیلی بر لایه‌ای بودن هواکره است.

گزینه «۳»: جانداران ذره‌بینی، گاز نیتروژن هواکره را برای مصرف گیاهان در خاک ثبتیت می‌کنند.

گزینه «۴»: مقایسه درصد فراوانی به صورت $\text{Ar} < \text{O}_2 < \text{N}_2$ است.
(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ا، صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰)

(سید رضا رضوی)

گزینه «۳»

موارد (ب)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد (ب) با افزایش ارتفاع نسبت به سطح زمین، فشار گاز اکسیژن و همچنین

غلظت آن کاهش می‌یابد.

مورد (پ) عنصر اکسیژن با اغلب (نه همه) عناصر واکنش می‌دهد.

مورد (ت) کربن مونوکسید نسبت به کربن دی‌اکسید سطح انرژی بیشتری دارد و ناپایدارتر است.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ا، صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

(رسول عابدین زواره)

گزینه «۴»

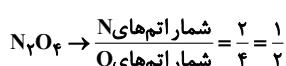
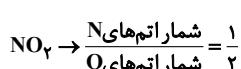
بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: فرمول شیمیایی دی‌نیتروژن پنتاکسید، N_5O_5 و فرمول شیمیایی گوگرد هگزافلوئورید، SF_6 است و مجموع زیروندها در هر دو ماده برابر ۷ می‌باشد.

گزینه «۲»: جرم مولی Fe_2O_3 و Br_2 با هم برابر است پس در جرم معینی از این دو ماده، شمار مول‌ها با هم برابر است.

$$\text{Fe}_2\text{O}_3 = 160 \text{ g.mol}^{-1} \quad \text{Br}_2 = 160 \text{ g.mol}^{-1}$$

گزینه «۳»: فرمول شیمیایی دی‌نیتروژن تراکسید، N_2O_4 و فرمول شیمیایی نیتروژن دی‌اکسید، NO_2 است.



(مسن رفعت کوکنده)

شیمی ۱

گزینه «۱»

بررسی عبارت نادرست:

فشار هواکره به دلیل وجود گازهای گوناگون است و این فشار در همه جهت‌ها و به میزان یکسان به بدن ما وارد می‌شود.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ا، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

گزینه «۲»

در لایه تروپوسفر با افزایش ارتفاع به ازای هر کیلومتر، دما در حدود $6^{\circ}\text{C}/5 \text{ km} \times \frac{6^{\circ}\text{C}}{1 \text{ km}} = 6^{\circ}\text{C}$ افت می‌کند.

$$14^{\circ}\text{C} - 6^{\circ}\text{C} = -55^{\circ}\text{C}$$

$$-55 + 273 = 218\text{K}$$

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ا، صفحه ۳۸)

(امیر هاتمیان)

گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: دمای کره زمین با افزایش ارتفاع از سطح آن در لایه‌های اول، دوم، سوم و چهارم به ترتیب کاهش، افزایش، کاهش و افزایش می‌یابد.

گزینه «۲»: با افزایش ارتفاع از سطح زمین و کاهش جاذبه زمین از تعداد ذرات در واحد حجم کاسته می‌شود.

گزینه «۳»: نسبت حجمی گازهای سازنده هواکره از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون تقریباً ثابت مانده است.

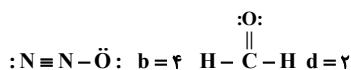
گزینه «۴»: در لایه آخر (لایه چهارم) گازها به شکل اتم، مولکول و کاتیون وجود دارند و خبری از آئیون‌ها در این لایه نیست.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ا، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(معادر پازوک)

گزینه «۲»

بررسی گزینه‌های نادرست:



بنابراین مقایسه تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در ساختار ترکیب‌های داده شده به صورت $a = c > b > d$ خواهد بود.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ا، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

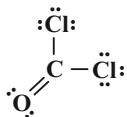
(مرتضی زارعی)

گزینه «۲» - ۸۹

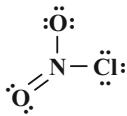
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول:

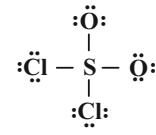
$$\frac{\text{شمار الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{8}{8} = 1 \Rightarrow \text{در ساختار } \text{COCl}_2$$



$$\frac{\text{شمار پیوند‌های دوگانه}}{\text{شمار پیوند‌های یگانه}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{در ساختار } \text{NO}_2\text{Cl}$$



$$\frac{\text{شمار الکترون‌های اشتراکی}}{\text{شماره گروه‌اتم مرکزی}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{در ساختار } \text{SO}_2\text{Cl}_2$$



(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ا، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

(مبین اسدزاده)

گزینه «۴» - ۹۰

بررسی سایر گزینه‌ها:

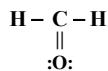
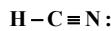
گزینه «۱»: برتوهای خورشیدی هستند که علاوه بر امواج فرابنفش سایر امواج را نیز دارند.

گزینه «۲»: با کاهش مقدار CO_2 در هواکره، اثر گلخانه‌ای تشدید نمی‌شود.

گزینه «۳»: امواج D و C از یک نوع (فروسرخ) هستند.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ا، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

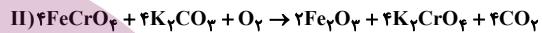
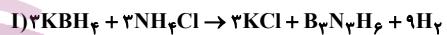
گزینه «۴»: ساختار لوویس CH_2O به صورت زیر است و در هر دو شمار پیوندهای کووالانسی برابر ۴ می‌باشد.



(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ا، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

گزینه «۱» - ۸۷

عبارت‌های (الف)، (پ) و (ت) درست هستند. معادله موازنۀ شده این دو واکنش به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف): مجموع ضرایب استوکیومتری در هر دو واکنش برابر ۱۹ است.

عبارت (ب): ضریب استوکیومتری گاز H_2 در واکنش (I) برابر ۹ و ضریب

استوکیومتری گاز O_2 در واکنش (II) برابر ۱ است.

$$\frac{۹}{۱} = \frac{۹}{۱}$$

عبارت (پ):

$$\frac{\text{ضریب استوکیومتری KCl}}{\text{ضریب استوکیومتری } \text{B}_2\text{N}_2\text{H}_6} = \frac{۳}{۱} = ۳$$

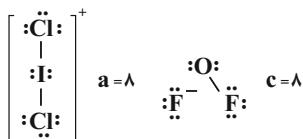
$$\frac{\text{ضریب استوکیومتری } \text{H}_2}{\text{ضریب استوکیومتری } \text{KBH}_4} = \frac{۹}{۳} = ۳$$

عبارت (ت): در واکنش (I)، سه ماده ضریب استوکیومتری ۳ دارند و در واکنش (II)، چهار ماده ضریب استوکیومتری ۴ دارند.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ا، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

گزینه «۱» - ۸۸

ساختار لوویس گونه‌ها به صورت زیر است:



با نصف کردن طول نقاط نمودار تابع g و سپس انتقال b واحد نمودار در

راستای عمودی به نمودار $y_2 = g(2x) + b$ خواهیم رسید بنابراین داریم:

$$D_{y_2} = [-2, 2], R_{y_2} = [b-1, b+1]$$

دامنهای y_1 و y_2 را با هم و بردگاه آنها را نیز با هم برابر درنظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} [-a, 4-a] = [-2, 2] \Rightarrow a = 2 \\ [b-1, b+1] = [0, 2] \Rightarrow b = 1 \end{cases} \Rightarrow a+b = 3$$

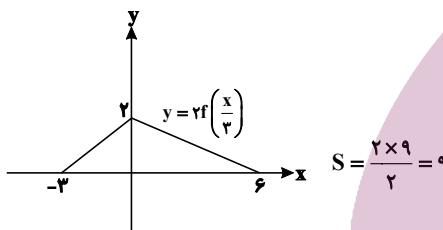
(حسابان ۲ - تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(محمد مصطفی ابراهیمی)

«گزینه ۴» - ۹۴

برای رسم نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x}{3}\right)$, عرض نقاط تابع f را ۲ برابر و طول

نقاط آن را ۳ برابر می‌کنیم. بنابراین:



(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(یاسین سپهر)

«گزینه ۱» - ۹۵

نمودار این تابع از انتقال‌های افقی و عمودی نمودار تابع x^3 به دست

آمده است. اگر نمودار $y = x^3$ را یک واحد به سمت راست (در راستای

محور x ها) و سپس دو واحد به سمت بالا (در راستای محور y ها) انتقال

دهیم ضابطه $y = (x-1)^3 + 2$ به دست می‌آید که همان ضابطه مربوط به

نمودار داده شده در صورت سؤال است. پس:

$$a = -1, b = -2 \Rightarrow a.b = 2$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(سوند و لیزه)

«گزینه ۳» - ۹۶

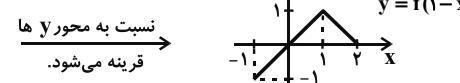
طبق سؤال، دهانه سهمی رو به بالاست. لذا سهمی روی $(-\frac{b}{2a}, +\infty)$

صعودی است.

حسابان ۲

«گزینه ۳» - ۹۱

(میلاد سپاهی‌لاریجانی)



(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

«گزینه ۲» - ۹۲

(بهانیش یکنام)

تابع جدید به صورت $y = f(4x-1)$ می‌باشد. اگر α و β صفرهای تابع

f باشند. یعنی $f(\alpha) = 0$ و $f(\beta) = 0$, $\frac{\beta+1}{4} = \alpha+1$ صفرهای تابع $y = f(4x-1)$ می‌باشند.

$$\frac{\alpha+1}{4} + \frac{\beta+1}{4} = \frac{\alpha+\beta+2}{4} = \frac{m^3 + 3m + 2}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow m^3 + 3m - 4 = 0 \Rightarrow m = 1, m = -4$$

به ازای $m = 1$, ضابطه f به صورت $f(x) = x^3 - 4x + 5$ می‌باشد که

فاقد صفر است پس $m = 1$ غیرقابل قبول است. به ازای $m = -4$ ضابطه f

به صورت $f(x) = x^3 - 20x - 4x^3 = x^3 - 24x$ است. که دارای دو صفر می‌باشد. پس $m = -4$ قابل قبول است.

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

«گزینه ۳» - ۹۳

(میلاد سپاهی‌لاریجانی)

با توجه به نمودارها در می‌باییم که:

$$D_f = [0, 4], R_f = [-2, 2], D_g = [-4, 4], R_g = [-1, 1]$$

با انتقال a واحد نمودار تابع f به سمت چپ، منقبض کردن دو برابری آن در راستای عمودی و انتقال یک واحد به سمت بالا به نمودار

$$y_1 = \frac{1}{2}f(x+a) + 1$$

$$D_{y_1} = [-a, 4-a], R_{y_1} = [0, 2]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0 \Rightarrow \text{شیب} \\ \geq 1 \xrightarrow[y \geq 1]{} a + 4 \geq 1 \Rightarrow a \geq -3 \end{array} \right.$$

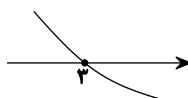
$$\xrightarrow{\text{اشتراك}} -3 \leq a < 0$$

(مسابقات ۲ - صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

(اخشین کلستانی)

گزینه ۴ - ۹۹

چون f یک تابع اکیداً نزولی و پیوسته با دامنه \mathbb{R} و $f(3) = 0$ است، پس می‌توان نمودار زیر را برای f فرض کرد.



دقت شود که نمودار تابع f الزاماً به شکل بالا نیست، ولی می‌توان برای تصور f از نمودار بالا استفاده کرد.

حال باید دامنه تابع داده شده را پیدا کنیم:

\geq زیر را دیگر با فرجه زوج

نامعادله را با تعیین علامت حل می‌کنیم:

$$\Rightarrow (x-3)^2 f(2-x) \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow f(2-x) = 0 \Rightarrow 2-x = 3 \Rightarrow x = -1$$

x	-	-	+	+
$(x-3)^2 f(2-x)$	-	+	+	+

برای فهمیدن علامت خانه‌های جدول از عددگذاری استفاده کردید.

$$\Rightarrow D_g = [-1, +\infty)$$

(مسابقات ۲ - صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

(غیرمه و لیزاده)

گزینه ۴ - ۱۰۰

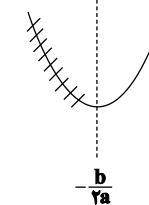
$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b - 4 = 0 \Rightarrow a + b = 3 \quad (I)$$

$$f(-2) = -12 \Rightarrow -8 + 4a - 2b - 4 = -12 \Rightarrow 2a - b = 0 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I, II)} a = 1, b = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + x^2 + 2x - 4 \Rightarrow f(-1) = -1 + 1 - 2 - 4 = -6$$

(مسابقات ۲ - صفحه های ۱۹ و ۲۰)



پس (۲)-۲) می‌تواند طول رأس سهمی و یا بزرگ‌تر از طول رأس سهمی باشد.

$$\frac{-b}{2a} \leq -2 \Rightarrow \frac{-k}{6} \leq -2 \Rightarrow -k \leq -12 \Rightarrow k \geq 12$$

(مسابقات ۲ - صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۲ - ۹۷

اگر x_1 و x_2 را در بازه $[1, 2]$ به صورت زیر در نظر بگیریم، داریم:

$$\xrightarrow[\text{اگر دادن } f \text{ روی بازه } [1, 2] \text{ صعودی است.}]{} 1 \leq x_1 \leq x_2 \leq 2$$

$$f(1) \leq f(x_1) \leq f(x_2) \leq f(2)$$

$$\Rightarrow 0 \leq f(x_1) \leq f(x_2) \leq 1 \xrightarrow[\text{در بازه } [1, 2] \text{ نزولی است.}]{} f$$

$$\Rightarrow f(0) \geq f(f(x_1)) \geq f(f(x_2)) \geq f(1)$$

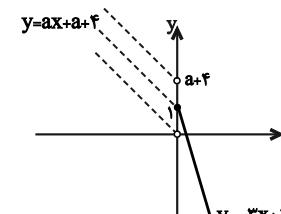
بنابراین از نامساوی $x_1 \leq x_2$ به نامساوی $f(f(x_1)) \geq f(f(x_2))$ رسیدیم، پس تابع $f(f(x))$ روی بازه $[1, 2]$ نزولی است.

(مسابقات ۲ - صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۳ - ۹۸

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 1 & ; x \geq 0 \\ ax + a + 4 & ; x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار، برای آنکه تابع روی تمام دامنه‌اش اکیداً نزولی باشد، باید

شیب خط $y = ax + a + 4$ منفی باشد و عرض از مبدأ آن نیز بزرگ‌تر یا

مساوی یک باشد، بنابراین:



$$\Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A^2 ، برابر ۲ است.

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

هندسه ۳

«گزینه ۱»

(میلار منصوری)

ماتریس اسکالر 3×3 به صورت $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$ است که مجموع

(اخشین فامه غان)

گزینه ۴ - ۱۰۴

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a-1 & -b \\ c+1 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a+c & -b+1 \\ -a+2c+3 & b+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -b+1=0 \Rightarrow b=1 \\ -a+2c+3=0 \Rightarrow -a+2c=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b+2=m \xrightarrow{b=1} m=3 \\ a+c=m=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a+2c=-3 \\ a+c=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=3 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=6$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۱ و ۱۷)



(علیرضا پورممن)

گزینه ۴ - ۱۰۵

دترمینان ماتریس وارون‌پذیر، مخالف صفر است، پس ماتریس‌های مورد نظر

عبارت‌اند از:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{3}$$

حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی این ماتریس برابر است با:

$$a^3 = \frac{1}{27}$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه ۱۱)

«گزینه ۳» - ۱۰۲

(زویا محمدعلی پور قهرمانی نژاد)

$$A^2 = \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 + y & xy - y \\ x - 1 & y + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ y+1=2 \Rightarrow y=1 \end{cases} \Rightarrow x=y=1$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۱ و ۱۷)

«گزینه ۴» - ۱۰۳

(مهری نیکزاد)

وارون وارون هر ماتریس، برابر خود آن ماتریس است، پس داریم:

$$A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$



(کاظم باقرزاده)

«۴» - گزینه ۱۰۸

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = A \Rightarrow AA^{-1} = A^T \Rightarrow A^T = I$$

$$(A + A^{-1})^T = (A + A)^T = (2A)^T = 2A^T = 2I$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(کیوان (فارابی))

«۳» - گزینه ۱۰۹

$$A + B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 3I$$

$$A^T + AB + 3B = A(A + B) + 3B = A \times 3I + 3B$$

$$= 3A + 3B = 3(A + B) = 3 \times 3I = 9I$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(کیوان (فارابی))

«۴» - گزینه ۱۱۰

$$A^T = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^T = A^T \times A = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$\Rightarrow A^{10} = A^9 \times A = (A^T)^9 A = (-I)^9 \times A = -A$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

(سید امیر ستوده)

«۲» - گزینه ۱۰۶

$$I - \lambda A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{2} & -\frac{\lambda}{2} \\ -\frac{\lambda}{2} & \frac{\lambda}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\lambda}{2} & \frac{\lambda}{2} \\ \frac{\lambda}{2} & 1 - \frac{\lambda}{2} \end{bmatrix}$$

شرط وارون‌پذیری $I - \lambda A$ این است که $|I - \lambda A| \neq 0$ ، پس داریم:

$$\left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)^2 - \frac{\lambda^2}{4} \neq 0 \Rightarrow 1 - \lambda \neq 0 \Rightarrow \lambda \neq 1$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(رضا عباسی‌اصل)

«۱» - گزینه ۱۰۷

$$A^{-1} = \frac{1}{1 \times 3 - 0 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}B = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3a & 3 \\ a & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 2$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(رضا پورحسینی)

گزینه «۲» - ۱۱۶

$$a = ۲۳q + 7q \Rightarrow 7q < 23 \Rightarrow q < \frac{23}{7} \Rightarrow q \leq 3$$

$$q_{\max} = 3 \Rightarrow a_{\max} = 3 \cdot (3) = 9 \Rightarrow \text{مجموع ارقام}$$

(ریاضیات گسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(سروش موئینی)

گزینه «۴» - ۱۱۷

$$x+3 \mid 4x-1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right. \Rightarrow x+3 \mid 13 \Rightarrow x+3 = 13$$

$$x+3 \mid 4x+12 \quad \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right. \Rightarrow x+3 = 13$$

با توجه به مقادیر به دست آمده، تنها مقدار طبیعی ممکن برای x ، عدد ۱۰ است و $A = (10, 3)$.

(ریاضیات گسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

(همون نوائی)

گزینه «۴» - ۱۱۸

$$8a - 5 \equiv 1 - 4a \Rightarrow 12a \equiv 6$$

$$\Rightarrow a \equiv 6 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a^2 \equiv 36 \\ 3a \equiv 18 \end{array} \right. \Rightarrow a^2 - 3a \equiv 18$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a + 2 \equiv 20 \equiv 9$$

(ریاضیات گسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

(رضا پورحسینی)

گزینه «۲» - ۱۱۹

$$2^5 = 32 \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان}} 14$$

$$2^{70} \equiv 1 \xrightarrow{x_2} 2^{71} \equiv 2$$

(ریاضیات گسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

(بیوار هاتمنی)

گزینه «۳» - ۱۲۰

گزینه «۴»:

$$24x \equiv 42y \xrightarrow{(15, 6)=3} 4x \equiv 7y$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4x \equiv 2y \xrightarrow{(5, 2)=1} 2x \equiv y \\ 4x \equiv 12y \xrightarrow{(5, 4)=1} x \equiv 3y \end{array} \right.$$

با انتخاب $x = 7$ و $y = 4$ نیز می‌توان نشان داد که گزینه «۳» نادرست است.

(ریاضیات گسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

ریاضیات گسته

گزینه «۴» - ۱۱۱

(سعید مهدی‌پور)

حاصل ضرب ۳ عدد ۲، ۳ و ۴، برابر ۲۴ و بخش‌پذیر بر ۱۲ است، پس این ۳

عدد مثال نقضی برای گزینه‌های «۱» و «۳» هستند. همچنین حاصل ضرب ۳

عدد ۳، ۴ و ۵ برابر ۶۰ و بخش‌پذیر بر ۱۲ است، پس این ۳ عدد مثال

نقضی برای گزینه «۲» هستند.

(ریاضیات گسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۳» - ۱۱۲

(مهرداد ملودنی)

مثال نقض برای گزینه (۳): با فرض $p = 2$ ، $q = 3$ ، عدد $p + q = 5$ نیز

عددی اول است. درستی گزینه‌های دیگر را خودتان بررسی کنید.

(ریاضیات گسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۳» - ۱۱۳

(علی ایمانی)

همۀ اعداد صحیح، صفر را می‌شمارند.

صفر، فقط خودش را می‌شمارد.

$$0 \mid x^3 + 3x + 2 \Rightarrow x^3 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -1 \\ x = -2 \end{array} \right.$$

برای هر عدد صحیح y رابطه $y^3 + 2y + 3 = 0$ برقرار است، پس بی‌شمارجواب صحیح برای y وجود دارد.

(ریاضیات گسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

گزینه «۱» - ۱۱۴

(علی‌ضا طایفه تبریزی)

$$a = 4q + 3 \xrightarrow{x_2} 2a = 8q + 6$$

$$\xrightarrow{+3} 2a + 3 = 8q + 6 + 3 = 8q + 8 + 1$$

$$\Rightarrow 2a + 3 = 8(q+1) + 1 = 8q' + 1 \Rightarrow r = 1$$

(ریاضیات گسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

گزینه «۱» - ۱۱۵

(نیلوفر مهدوی)

$$a = bq + r, 0 \leq r < b$$

$$259 = bq + 31 \Rightarrow bq = 228 \xrightarrow{0 \leq r < b} b > 31$$

بنابراین حالت‌های ممکن عبارت‌اند از:

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 38, q = 6 \\ b = 57, q = 4 \\ b = 76, q = 3 \\ b = 114, q = 2 \\ b = 228, q = 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 38, q = 6 \\ b = 57, q = 4 \\ b = 76, q = 3 \\ b = 114, q = 2 \\ b = 228, q = 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 38, q = 6 \\ b = 57, q = 4 \\ b = 76, q = 3 \\ b = 114, q = 2 \\ b = 228, q = 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 38, q = 6 \\ b = 57, q = 4 \\ b = 76, q = 3 \\ b = 114, q = 2 \\ b = 228, q = 1 \end{array} \right.$$

(ریاضیات گسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)



(امیرحسین بارادران)

۱۲۴- گزینه «۱»

با توجه به این که سرعت متغیر ک ثابت است و متغیر ک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، بنابراین با استفاده از رابطه سرعت متغیر ک داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad v = -\frac{m}{s}, x_2 = -20m, x_1 = 0 \Rightarrow -\Delta = \frac{-20 - 0}{10 - t_1}$$

$$\Rightarrow 10 - t_1 = 4 \Rightarrow t_1 = 6s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر قطب راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

(امیرحسین بارادران)

۱۲۵- گزینه «۳»

راه اول:

شب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه $t = 3s$ برابر با صفر است. بنابراین سرعت متغیر ک در لحظه $t = 3s$ برابر با صفر است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad v(t=3s) = 0, v(t=8s) = 20 \frac{m}{s} \Rightarrow a = \frac{20}{5} = 4 \frac{m}{s^2}$$

اکنون با توجه به رابطه سرعت در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیه متغیر ک را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \quad v(3s) = 0, a = 4 \frac{m}{s^2} \Rightarrow v_0 = -12 \frac{m}{s}$$

اکنون با توجه به رابطه مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، جایه‌جایی متغیر ک را در سه ثانية اول حرکت به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = x - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \quad t=3s \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 - 12 \times 3$$

$$\Rightarrow \Delta x = 18 - 36 = -18m$$

بنابراین، هنگامی که جهت حرکت متغیر ک در لحظه $t = 3s$ عوض می‌شود، متغیر ک در ۱۸ متری مبدأ حرکت قرار دارد.

راه دوم: می‌توانیم حرکت متغیر ک را بر عکس فرض کنیم یعنی فرض کنیم متغیر ک از حال سکون با شتاب $\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. اکنون

جایه‌جایی متغیر ک پس از ۳ ثانية برابر با فاصله متغیر ک از مبدأ حرکت در

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 = 18m \quad \text{لحظه تغییر جهت است:}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر قطب راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(محمد آبرهی)

۱۲۶- گزینه «۴»

با استفاده از رابطه سرعت - جایه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad \Delta x = 18m \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \times a \times 18$$

$$v_0 = 0, v = 12 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow a = \frac{12 \times 12}{2 \times 18} = 4 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر قطب راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

فیزیک ۳

(فاطم شاهد اران)

۱۲۱- گزینه «۲»

جایه‌جایی یک کمیت برداری است و برابر است با: $\Delta x = x_2 - x_1$ بنابراین: $\Delta x = -5 - (+10) = -5 - 10 = -15m$

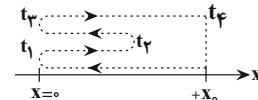
مسافت یک کمیت نرده‌ای است و برابر مجموع طول تمام مسیرهای طی شده توسط متغیر ک است. بنابراین:

$$l = 5 + 15 + 5 = 25m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر قطب راست: صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۲۲- گزینه «۲»

ابتدا مسیر حرکت متغیر ک را با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده رسم می‌کنیم.



(آ) با توجه به مسیر حرکت مشخص می‌شود که متغیر ک در لحظه‌های t_1 و t_3 در مبدأ مکان قرار گرفته است. اما از مبدأ مکان عبور نمی‌کند و همواره در مکان‌های مثبت است. یعنی علامت بردار مکان تغییر نمی‌کند. (نادرست)

(ب) در بازه زمانی صفر تا t_1 متغیر ک در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. (نادرست)

(پ) مکان اولیه و نهایی متغیر ک یکسان است. بنابراین جایه‌جایی صفر بوده و طبق رابطه سرعت متوسط، این کمیت نیز صفر است. (درست)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Delta x = 0 \Rightarrow v_{av} = 0$$

(ت) در بازه زمانی t_2 تا t_4 مسافت پیموده شده توسط متغیر ک از جایه‌جایی بزرگ‌تر است.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}, l > \Delta x \quad \left. \begin{aligned} s_{av} &= \frac{l}{\Delta t} \\ v_{av} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow s_{av} > v_{av} \quad (\text{درست})$$

در این صورت داریم: $s_{av} > v_{av}$

بنابراین موارد «پ» و «ت» درست هستند.

(فیزیک ۳- حرکت بر قطب راست: صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۲۳- گزینه «۳»

با توجه به رابطه تندی متوسط ابتدا مدت زمان برگشت را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{l_1 + l_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow 15 = \frac{(25 \times 2) + (12 \times 5)}{2 + t}$$

$$\Rightarrow 15(2 + t) = 50 + 12 \Rightarrow 2 + t = 20 \Rightarrow t = 18s$$

$$\Rightarrow 20 + 18t = 50 + 12 \Rightarrow 2 / \Delta t = 20 \Rightarrow t = 18s$$

اکنون با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$|v_{av}| = \frac{|Δx_1 + Δx_2|}{Δt_1 + Δt_2} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{|25 \times 2 - 12 \times 5|}{2 + 18} = \frac{50}{20} = 5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر قطب راست: صفحه‌های ۲ تا ۵)



(ناصر خوارزمی)

«۱۲۸- گزینه ۴»

معادله سرعت - زمان متوجه از روی نمودار به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-v_0}{12}} v = -\frac{v_0}{12}t + v_0 \quad (1)$$

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{v_0 - \frac{v_0}{12}t + v_0}{2} \xrightarrow{t=12s} \frac{v_0}{2} = \frac{-\frac{v_0}{12}t + v_0 + v_0}{2} \Rightarrow t = 12s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(محمدعلی راست‌پیمان)

«۱۲۹- گزینه ۴»

زمان‌هایی که گلوله از بالا و پایین پنجه عبور می‌کند و نیز اختلاف آن‌ها را می‌باییم. با در نظر گرفتن جهت مثبت به سمت بالا و محل رها کردن گلوله از بالای ساختمان به عنوان مبدأ مکان، داریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow -5 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t_1^2 \Rightarrow t_1 = 1s$$

$$y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow -8 / 0.5 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t_2^2 \Rightarrow t_2 = 1/1s$$

$$\Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = 1/1 - 1 = 0/1s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۶)

(محمدعلی راست‌پیمان)

«۱۳۰- گزینه ۴»

اگر جهت مثبت را به سمت بالا و محل رها شدن گلوله‌ها را به عنوان مبدأ مکان در نظر بگیریم، معادله حرکت گلوله‌ها به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 \\ y_2 = -\frac{1}{2}g(t-2)^2 \end{cases}$$

بیشترین فاصله دو گلوله در لحظه‌ای رخ می‌دهد که گلوله اول به سطح زمین

می‌رسد، بنابراین داریم:

$$y_2 - y_1 = 78 / 4m$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}g[(t-2)^2 - t^2] = 78 / 4$$

$$\Rightarrow (t^2 - 4t + 4 - t^2) = -16 \Rightarrow t = 8s$$

یعنی مدت زمان حرکت گلوله اول از لحظه رها شدن از ارتفاع h تا لحظه

رسیدن به زمین برابر با ۸s است. بنابراین ارتفاع h برابر است با:

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -h = -\frac{1}{2} \times 9.8 \times 8^2 \Rightarrow h = 122 / 8m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۶)

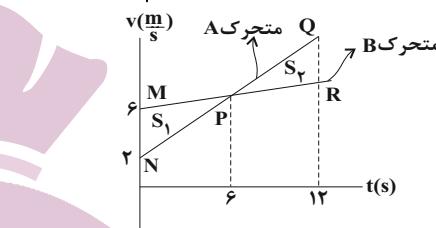
(امیرحسین برادران)

«۱۲۷- گزینه ۲»

نمودار سرعت - زمان دو متوجه را رسم می‌کیم؛ می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است. بنابراین مطابق شکل زیر در لحظه‌ای که متوجه A از متوجه B سبقت

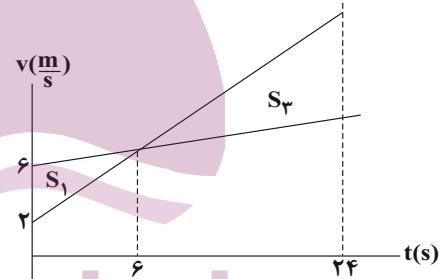
می‌گیرد، $S_1 = S_2$ است. از مثلث‌های $\triangle PQR$ و $\triangle MNP$ که با یکدیگر متشابه هستند نتیجه می‌گیریم در لحظه $t=6s$ تندی دو متوجه با یکدیگر برابر می‌شود، در ۱۲ ثانية اول حرکت، حداکثر فاصله دو متوجه از یکدیگر برابر است با:

$$S_1 = S_2 = \frac{(6-2) \times 6}{2} = 12m$$

اکنون فاصله دو متوجه را در لحظه $t=24s$ به دست می‌آوریم:

$$\frac{S_3}{S_1} = \left(\frac{24-6}{6}\right)^2 \xrightarrow{S_1=12m} S_3 = 9 \times 12 = 108m$$

$$S_3 = 9 \times 12 = 108m$$


 $t=24s = S_3 - S_1 = 108 - 12 = 96m$
راه دوم: با استفاده از رابطه حرکت نسبی دو متوجه داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}(a_A - a_B)t^2 + (v_0A - v_0B)t$$

$$\frac{t=12s, v_0A - v_0B = -2 - (-6) = -4m}{\Delta x = \frac{1}{2}(a_A - a_B)t^2 + (v_0A - v_0B)t} \xrightarrow{\text{نسبی}} = \frac{1}{2}(a_A - a_B) \times 12^2 - 4 \times 12$$

$$\Rightarrow a_A - a_B = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} m/s^2$$

اکنون فاصله دو متوجه را در لحظه $t=24s$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times (a_A - a_B)t^2 + (v_0A - v_0B)t$$

$$\frac{a_A - a_B = \frac{2}{3} m/s^2}{v_0A - v_0B = -4m, t=24s} \xrightarrow{\text{نسبی}} \Delta x = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 24^2 - 4 \times 24$$

$$= 24(8 - 4) = 96m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۶)



با توجه به اینکه انتهای قطار در $t = 2s$ در فاصله 600 متری پل قرار دارد، خواهیم داشت:

$$x_A = 20t - 500 - L \quad t=2s, x_A = -600m$$

$$-600 = 20(2) - 500 - L \Rightarrow L = 140m$$

برای عبور کامل قطار از پل، نقطه A باید مجموع فاصله 500 متری و طول قطار و پل را طی کند.

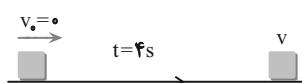
$$\Delta x = 140 + 500 + 200 = 840m$$

$$\Delta x = vt \quad \frac{\Delta x = 840m}{v = 20m/s} \Rightarrow t = \frac{840}{20} = 42s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۶)

(کتاب آئین)

«گزینه ۴» - ۱۳۴



سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت از رابطه $v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$ بدست می‌آید. متوجه از حال سکون به راه افتاده است برای حل، ابتدا سرعت متوجه را در پیشان این 4 ثانیه می‌یابیم:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \quad v_{av} = 8m/s, v_0 = 0 \Rightarrow 8 = \frac{v}{2} \Rightarrow v = 16m/s$$

حال معادله سرعت - زمان و بعد از آن سرعت در $t = 5s$ را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad v = 16m/s, v_0 = 0, t = 4s \Rightarrow a = \frac{16}{4} = 4m/s^2$$

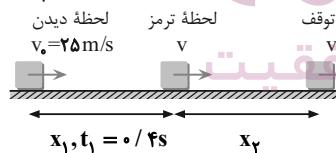
$$v = at + v_0 \quad a = 4m/s^2, t = 5s, v_0 = 0 \Rightarrow v = 4 \times 5 = 20m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۶)

(کتاب آئین)

«گزینه ۴» - ۱۳۵

هنگامی که راننده با مانع مواجه می‌شود در طی زمان تأخیر ($4s$) در واکنش، اتومبیل با همان سرعت ثابت حرکت می‌کند و از لحظه ترمز حرکش کندشونده می‌شود. حال کل این مسافت را می‌یابیم:



$x_1, t_1 = 0 / 4s$: مسافت طی شده در زمان واکنش

$$v = 9 \times \frac{1}{3/5} = 25m/s, t = 0 / 4s \Rightarrow x_1 = 25 \times 0 / 4 = 10m$$

$$x_2 = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{25^2}{2 \times 5} = \frac{625}{10} = 62.5m \quad : \text{مسافت توقف در حین ترمز}$$

$$72.5 / 5 = 14.5m \quad : \text{کل مسافت طی شده}$$

$$80 - 14.5 = 65.5m \quad : \text{فاصله از مانع}$$

مالحظه می‌شود در لحظه توقف، اتومبیل به اندازه $7/5$ متر از مانع فاصله دارد.

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۶)

فیزیک - ۳- آشنا

«گزینه ۴» - ۱۳۱

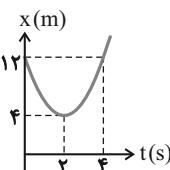
هنگامی که سرعت متوسط متوجه در بازه زمانی Δt صفر است، بدان معنی است که متوجه در این بازه به جای اولش بازگشته است. با رسم نمودار مکان-زمان، ℓ و s_{av} را می‌یابیم:

$$x = 2t^2 - 8t + 12$$

$$t_s = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{4} = 2s \Rightarrow x = 4m \Rightarrow S(2, 4)$$

$$t = 0 \Rightarrow x_0 = 12m$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline t(s) & 0 & 2 \\ \hline x(m) & 12 & 4 \\ \hline \end{array}$$



با توجه به تقارن سهمی در $t = 2s$ از روی شکل مکان متوجه در لحظه $t = 4s$ نیز همان مکان در لحظه $t = 0$ یعنی $12m$ می‌باشد، بنابراین خواهیم داشت:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{16 - 8}{4} = 4m/s$$

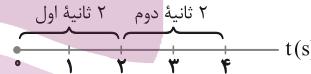
(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۶)

«گزینه ۴» - ۱۳۲

ابتدا v_1 و v_2 را در دو انتهای بازه زمانی خواسته شده می‌یابیم و از رابطه

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{14 - (-2)}{4 - 2} = 8m/s^2$$

$t_2 = 4s$ تا $t_1 = 2s$ به محور زمان زیر توجه کنید:



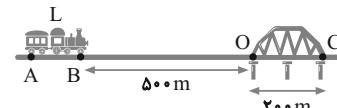
$$v = 2t^2 - 4t - 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow v_1 = 2 \times (4) - 4 \times (2) - 2 = -2m/s \\ t_2 = 4s \Rightarrow v_2 = 2 \times (16) - 4 \times (4) - 2 = 14m/s \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{14 - (-2)}{4 - 2} = 8m/s^2$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۶)

«گزینه ۴» - ۱۳۳



برای تعیین زمان عبور کامل قطار از پل، به طول قطار نیاز داریم، بنابراین ابتدا با توجه به داده‌های مسئله معادله حرکت انتهای قطار (نقطه A) را می‌نویسیم. اگر ابتدای پل را مبدأ مکان بگیریم آنگاه $x_{A,A} = -500$. خواهد بود و سرعت قطار در SI برابر است با

$$v = 72km/h \xrightarrow{+4/5} 20m/s \quad : \text{بنابراین داریم}$$

$$x_A = vt + x_{A,A} \xrightarrow{\frac{x_A - x_{A,A}}{v} = t} x_A = 20t - 500 - L$$



در این مسئله، دو متحرک از حال سکون، هم‌زمان جابه‌جایی بکسانی را طی می‌کنند، متحرک با شتاب بیشتر $a = \lambda m/s^2$ زودتر به مقصد می‌رسد و اگر زمان آن را t_1 بگیریم، متحرک دیگر ۳ ثانیه بیشتر در راه است (۳ ثانیه، بنابراین با مساوی قرار دادن جابه‌جایی آن‌ها مسئله را حل می‌کنیم:

$$v_0 = 0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2$$

$$\Rightarrow a_1 t_1^2 = a_2 t_2^2 \quad \frac{t_2 = t_1 + 3}{a_1 = \lambda m/s^2, a_2 = 2 m/s^2}$$

$$\lambda t_1^2 = 2(t_1 + 3)^2 \Rightarrow t_1^2 = (t_1 + 3)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 + 3 = 2t_1 \Rightarrow t_1 = 3s \\ t_1 + 3 = -2t_1 \Rightarrow t_1 = -1s \end{cases}$$

غیرقیق

هدف مسئله طول AB یعنی مقدار جابه‌جایی است که با یکی از معادلات

حرکت به دست می‌آوریم:

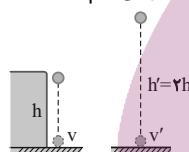
$$AB = \Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \quad \frac{a_1 = \lambda m/s^2}{t_1 = 3s} \Rightarrow AB = \frac{1}{2} \times (\lambda) \times (3)^2 = 3\lambda m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(کتاب آنی)

«گزینه ۲»

اگر جسمی از حال سکون رها شود، سرعت جسم پس از جابه‌جایی (سقوط) از رابطه $v = \sqrt{2gh}$ به دست می‌آید. حال رابطه مقایسه‌ای را برای دو اتفاق مختلف می‌نویسیم و مسئله را حل می‌کنیم:



$$v = \sqrt{2gh} \Rightarrow \frac{v}{v'} = \sqrt{\frac{h}{h'}} = \sqrt{\frac{h}{h+h}} = \sqrt{\frac{h}{2h}}$$

$$\frac{v}{v'} = \sqrt{\frac{h}{2h}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v' = \sqrt{2} v$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(کتاب آنی)

«گزینه ۳»

به طور کلی در حرکت با شتاب ثابت ثابت جابه‌جایی‌های متولای در زمان‌های مساوی و متولای T ثانیه‌ای تشکیل دنباله عددی با قدر نسبت Δt^2 می‌دهند. اگر $v_0 = 0$ باشد، جابه‌جایی‌های متولای خود مضرب عددهای فرد متولای ۱، ۳، ۵ و ... هستند. به شکل توجه کنید:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta y_1 = \frac{1}{4} g T^2 = 1(\Delta y) \\ \frac{3}{4} g T^2 = 3(\Delta y_1) \\ \frac{5}{4} g T^2 = 5(\Delta y_1) \\ \vdots \\ (n-1)(\Delta y_1) \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \Delta y_1 = 40m \\ \Delta y_2 = 3(40) \\ \Delta y_3 = 5(40) \\ \vdots \\ \Delta y_n = 5(40) \end{array} \right\}$$

این روند فقط در گزینه «۳» برقرار است، به استدلال زیر توجه کنید:

$$\begin{array}{cccc} 40 & , & 120 & , & 200 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 1(40) & , & 3(40) & , & 5(40) \end{array}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(کتاب آنی)

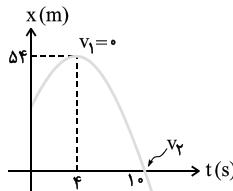
«گزینه ۴»

برای یافتن سرعت اولیه، ابتدا a را به دست می‌آوریم، در قسمت دوم حرکت

بازه زمانی ۴ تا ۱ ثانیه) با داشتن Δx و Δt و با استفاده از رابطه

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times \Delta t$$

شتاب را حساب می‌کنیم:



در بازه ۴s تا ۱s

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \quad v_1 = 0, \Delta x = -5m, \Delta t = 3s \rightarrow$$

$$-5 = \frac{0 + v_2}{2} \times 3 \Rightarrow v_2 = -10m/s$$

و شتاب:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \quad v_2 = -10m/s, v_1 = 0, t = 3s \rightarrow$$

$$a = \frac{-10 - 0}{3} = -3.33m/s^2$$

در نهایت v را با اطلاعات بازه زمانی صفر تا ۴s می‌باشیم:

$$v = at + v_0 \quad v = 0, t = 4s, a = -3.33m/s^2 \rightarrow$$

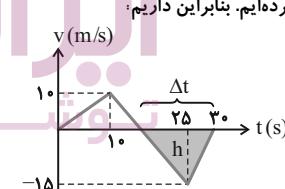
$$0 = -3.33(4) + v_0 \Rightarrow v_0 = 13.33m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(کتاب آنی)

«گزینه ۲»

در اینجا می‌خواهیم سرعت متوسط متحرک را در مدتی که در جهت منفی محور X ها حرکت می‌کند بیابیم. این بخش در نمودار زیر محور زمان قرار دارد. از طرف دیگر جابه‌جایی برابر مساحت زیر نمودار سرعت - زمان است که در شکل رنگ کرده‌ایم. بنابراین داریم:



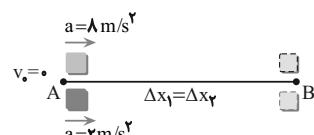
$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \quad |\Delta x| = S \rightarrow |v_{av}| = \frac{S}{\Delta t} \quad S = \frac{1}{2} h \Delta t$$

$$|v_{av}| = \frac{\frac{1}{2} h \Delta t}{\Delta t} = \frac{1}{2} h = \frac{1}{2} \times 4 = 2m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(کتاب آنی)

«گزینه ۱»





مورد دوم: از آنجا که در شرایط یکسان در محلول هیدروفلوئوریک اسید (ب) غلظت و مقدار یون‌های حاصل از یونش آن، کمتر از محلول هیدروکلریک اسید (آ) است، بنابراین رسانایی الکتریکی کمتری دارد.

مورد سوم: هیدروکلریک اسید به طور کامل یونیده شده است و معادله یونش آن باید به صورت کامل باشد نه تعادلی.

$$\text{HCl} \rightarrow \text{H}^+ + \text{Cl}^-$$

مورد چهارم: با توجه به شکل درجه یونش HCl(aq) برابر ۱ و درجه یونش HF(aq) برابر ۲/۰ است.

$$\frac{1}{0/2} = 5$$

مورد پنجم: نادرست، با توجه به این که تعداد مول‌های حل شده هر دو اسید و حجم محلول حاصل در هر دو مورد برابر است، بنابراین غلظت مولی این دو اسید باهم برابر خواهد بود.

(مولکول‌ها در فرمت تندرسنی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

(مسن رمنی کلنده)

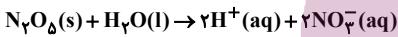
«گزینه ۴» ۱۴۴

موارد دوم و سوم نادرست‌اند.

بررسی موارد:

مورد اول: آهک خاصیت بازی دارد و سبب کاهش میزان اسیدی بودن خاک می‌شود.

مورد دوم: از انحلال یک مول N_2O_5 در آب، ۴ مول یون تولید می‌شود.



مورد سوم: فلزها و گرافیت (مغز مداد) رسانایی جریان برق هستند. از آنجا که رسانایی آنها به وسیله الکترون‌ها انجام می‌شود، به آنها رسانایی الکترونی می‌گویند.

مورد چهارم:



$$[\text{H}^+] + [\text{CH}_3\text{COO}^-] = 2\text{M}\alpha$$

$$= 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

(مولکول‌ها در فرمت تندرسنی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

(سیر، رضوی)

«گزینه ۳» ۱۴۵

اسید HA ، یک اسید قوی است و به طور کامل یونیده می‌شود. پس محلول آن تنها شامل یون‌های آب پوشیده است و مولکول‌های یونیده نشده در آن یافت نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: اسید HA یک اسید قوی است و نمی‌توان نمودار آن را به استیک اسید نسبت داد و همچنین اسید HB یک اسید ضعیف است و نمی‌توان نمودار آن را به نیتریک اسید نسبت داد.

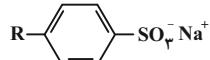
گزینه ۲: رسانایی محلول‌ها به غلظت مولی یون‌های موجود در آن‌ها بستگی دارد. پس اگر جرم یکسانی از اسیدها را درون آب بریزیم علاوه بر قدرت

(فرزاد رضایی)

شیمی ۳

«گزینه ۱» ۱۴۱

ساختار کلی پاک کننده‌های غیرصابونی به صورت زیر است:



حلقه بنزنی موجود در پاک کننده‌های غیرصابونی همواره سیرنشده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: هیدروفلوئوریک اسید پاک کننده خورنده نیست.

گزینه ۳: پاک کننده‌های صابونی می‌توانند بخش کاتیونی غیرفلزی هم داشته باشند مانند:



گزینه ۴: برای افزایش قدرت پاک کننده‌گی مواد شوینده، به آنها نمک‌های سفمات می‌افزایند.

(مولکول‌ها در فرمت تندرسنی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

(محمد عظیمیان زواره)

«گزینه ۱» ۱۴۲

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ث) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) عنصر M می‌تواند عنصر K باشد و K_2O باز آرنسیوس محسوب می‌شود.

(ب) پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌ها و برخی واکنش‌های آن‌ها آشنا بودند.

(پ) به فرآیندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند.

(ت) چون به ازای یونش هر مولکول HF یک یون هیدرونیوم و یک یون فلورید تولید می‌شود. این نسبت برابر یک است.

(ث)
$$\frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}} \times 100 = \frac{\text{درصد یونش}}{\text{درصد یونش}} \times 100 = \frac{1 / 35 \times 10^{-3}}{1 / 35 \times 10^{-3}} \times 100 = 1 / 35\%$$

(مولکول‌ها در فرمت تندرسنی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

(مسیم ناصری ثانی)

«گزینه ۲» ۱۴۳

موارد دو، سه و چهارم صحیح است.

بررسی موارد:

مورد اول: به ازای ۵ مولکول HF که در آب حل می‌شود، فقط یک مولکول آن یونیده می‌شود. بنابراین:

$$\% \alpha = \frac{(1 \times 0/01) \text{ mol}}{(5 \times 0/01) \text{ mol}} \times 100 = 20\%$$



گزینه «۲» درست. با توجه به وجود سه گروه عاملی استری در ساختار مولکول آن ۶ پیوند $C - O$ وجود دارد.

گزینه «۳» درست. ۳ مول صابون با فرمول $CH_3(CH_2)_6COONa$ تولید می‌شود.

گزینه «۴» نادرست. زیرا این ترکیب دارای پیوند $O - O$ نمی‌باشد.
(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

(امیرحسین معروفی)

۱۴۹ - گزینه «۱»

فقط عبارت «ب» درست است.

مخلوط شماره «۱»، محلول و مخلوط شماره «۲»، کلوئید می‌باشد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «الف»: محلول‌ها برخلاف کلوئیدها، مخلوط‌هایی همگن هستند.

عبارت «ب»: رفتار کلوئیدها را می‌توان رفتاری بین سوپسانسیون‌ها و محلول‌ها در نظر گرفت.

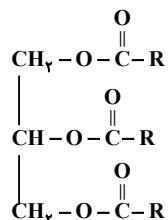
عبارت «ت»: مخلوط آب و روغن که با صابون پایدار شده یک کلوئید است و ذرات آن از ذره‌های تشکیل‌دهنده محلول‌ها بزرگ‌تر است.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

(مرتضی فوشیش)

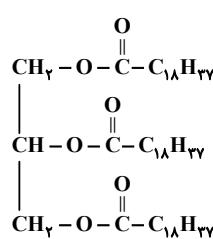
۱۵۰ - گزینه «۴»

با توجه به ساختار کلی استرهای بلند زنجبیر سه عاملی که به صورت زیر است، می‌توان تعداد کربن‌های گروههای R را به صورت زیر حساب کرد:



$$R = \frac{60 - 6}{3} = 18$$

بنابراین فرمول ساختاری استریلن زنجبیر با ۶۰ اتم کربن به صورت زیر است و جرم مولی این ترکیب برابر $932g/mol$ می‌باشد.



با توجه به ساختار استریلن زنجبیر می‌توان نتیجه گرفت که از واکنش این استر با سدیم هیدروکسید کافی، صابونی با فرمول $C_{18}H_{37}O_7Na$ تولید می‌شود.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

اسیدها، جرم مولی اسید هم در غلظت مولی یون‌ها تأثیرگذار است و نمی‌توان از قید «همواره» استفاده کرد.

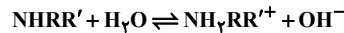
گزینه «۴»: اسید HA نسبت به اسید HB قوی‌تر است پس در دما و غلظت یکسان، محلول HA اسیدی‌تر بوده و pH کمتری دارد.

(مولکول‌ها در فرمت تدرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

(مینیا شرافتی پور)

۱۴۶ - گزینه «۴»

معادله یونش باز ضعیف به صورت زیر است:



ابتدا میزان باز یونیده شده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} & \frac{1\ mol}{4 \times 10^{-3} \ mol} \times \frac{1\ mol}{2\ mol} \times \frac{1\ mol}{6 \times 10^{-3} \ mol} \\ & = 4 \times 10^{-3} \ mol \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{4 \times 10^{-3} \ mol \text{ یونیده شده باز}}{2 \ mol \text{ اولیه باز}} = \frac{4 \times 10^{-3}}{x} \times 100 \\ & \Rightarrow x = 0.2 \ mol \end{aligned}$$

حال جرم مولی باز را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{11.8 \ g \ NHRR'}{0.2 \ mol} = 59 \ g/mol$$

$$59 = 14 + 1 + R + R' \Rightarrow R + R' = 44 \ g/mol$$

مجموع جرم مولی اتیل (CH_3) و متیل (C_2H_5) برابر ۴۴ گرم بر مول است.

(مولکول‌ها در فرمت تدرستی) (شیمی ۳، صفحه ۱۹)

(امیرحسین معروفی)

۱۴۷ - گزینه «۴»

با توجه به نمودار زیر، در ۶۰ سال گذشته، میزان رشد و پیشرفت شاخص امید به زندگی در نواحی کم برخوردار (توسعه نیافرته) بیشتر از نواحی برخوردار (توسعه یافته) بوده است.



(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

(محمد عظیمیان زواره)

۱۴۸ - گزینه «۴»

گزینه «۱» درست. فرمول مولکولی اسید سازنده این استر سه عاملی به صورت $C_{18}H_{35}COOH$ یا $C_{18}H_{35}COO^-$ می‌باشد.