

ردیف	سوالات	ردیف	نمره به عدد:		
			نمره به حروف:	نمره به حروف:	نمره به عدد:
ردیف	محل مهر و امضاء مدیر	ردیف	نمره تجدید نظر به عدد:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
۱	۲/۵	۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید: الف) نمودارهای توابع $f(x) = \cos x$ و $f(x) = \sin x$ به اندازه‌ی کمان با یکدیگر اختلاف طولی دارند. ب) معادله‌ی نمایی $\frac{1}{e^{4x+2}} = 4^{3x+2}$ دارای جواب است. ج) دو پیشامد را مستقل می‌گوییم هر گاه د) ماکریم یا مینیمم تابع $g(x) = x^3 + 2x$ برابر با است. ه) نقاط (۱۴,۳) و (۱۰, -۱۳) را در نظر بگیرید. فاصله‌ی مبدأ مختصات از وسط پاره خط AB برابر با است.		
۲	۱	۲	مقدار m را چنان بیابید که مجموع ریشه‌های معادله‌ی $(m+1)x - 3m = 2x^3 - (m+1)$ برابر با ۳ باشد.		
۳	۰/۵	۳	اگر $\frac{a-4b}{2c} = \frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{13}$ آنگاه حاصل عبارت را به دست آورید.		
۴	۰/۵	۴	اگر $\lim_{x \rightarrow 1} kf(x) = 1$ و $f(x) = \frac{x^7-9}{x^7+x}$ باشد، مقدار k کدام است؟ - $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) - $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)		
۵	۰/۵	۵	تابع $y = [-x]$ در کدامیک از بازه‌های زیر پیوسته است? (-۳, -۲) (۴) [-۱, ۰] (۳) [۱, ۲) (۲) (۲, ۴) (۱)		
۶	۰/۵	۶	میانگین چارک‌های اول، دوم و سوم داده‌های ۱۰, ۱۴, ۲۴, ۷, ۹, ۲۳, ۱۷, ۱۰, ۳ کدام است? ۱۵ (۴) ۱۴/۵ (۳) ۱۴ (۲) ۱۳ (۱)		
۷	۰/۵	۷	احتمال به دنیا آمد فرزندان دوقلو در ۳ زوج به ترتیب $\frac{1}{2}, 0, 0, 0$ و $\frac{1}{2}, 0, 0, 0$ است. با چه احتمالی حداقل یکی از این زوج‌ها دارای فرزند دوقلو خواهد بود؟ ۰/۶۴ (۴) ۰/۲۸ (۳) ۰/۷۲ (۲) ۰/۳۶ (۱)		
۸	۱	۸	در شکل زیر، PQ با BC موازی است، مقادیر x و y را محاسبه کنید.		
۹	۰/۷۵	۹	وارون تابع $y = \frac{x+2}{x-2}$ را بنویسید.		
۱۰	۰/۷۵	۱۰	دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{[x]}$ را به دست آورید.		
۱۱	۰/۷۵	۱۱	اگر $f(x) = 3 - 2 \log_4 \left(\frac{x}{4} - 5\right)$ مقدار $f(x) = 42$ را به دست آورید.		

ردیف	سؤالات	نوع
۰/۷۵	شاخص‌ها پراکندگی را در یک بررسی آماری نام ببرید.	۱۲
۰/۷۵	اعداد ۱ تا ۹ را روی نه کارت می‌نویسیم و سه کارت را به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این که هر سه عدد زوج باشد، به شرط این که مجموع آن‌ها زوج باشد.	۱۳
۰/۷۵	با استفاده از نمودار $f(x) = x - 1 - x - 2 $ را رسم کنید.	۱۴
۱	اگر $\sin \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{5}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، مقدار $\tan \alpha$ را به دست آورید.	۱۵
۱	مقدار عددی عبارت $\cos(-150^\circ)\cos 420^\circ + \sin 330^\circ \sin 30^\circ$ را به دست آورید.	۱۶
۱	اگر $\frac{\sin(\frac{7\pi}{2} + \alpha)}{2\sin(\alpha - 9\pi) + \cos(\alpha - \frac{5\pi}{2})} = \frac{1}{2}$ ، مقدار $\tan \alpha$ را به دست آورید.	۱۷
۱	هر یک از معادله‌های نمایی زیر را حل کنید. (الف) $2^{2x+1} = 32$ (ب) $9^{x^2+2} = (\frac{1}{27})^{2x}$	۱۸
۱/۵	حاصل هر یک از حدود زیر را بیابید. (الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sin(\frac{x}{2} - 2)}{x^2 - 16}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ \sin x + [x]}{2 x + 3[\frac{x}{3}]}$	۱۹
۱	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که تابع زیر در نقطه‌ی $x = 2$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2b}{x^2-4} & ; x > 2 \\ 2a+x+1 & ; x = 2 \\ 2b+5 & ; x < 2 \end{cases}$	۲۰
۱	اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، به طوری که $P(A B) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{2}$ ، آنگاه $P(A \cup B)$ را بیابید.	۲۱
۱	اگر میانگین ده داده‌ی آماری برابر ۵ و ضریب تغییرات ۳ باشد: (الف) واریانس داده‌ها کدام است? (ب) اگر دو داده‌ی ۵ به داده‌های قبلی اضافه شود، ضریب تغییرات ۱۲ داده را بیابید.	
صفحه ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره



کلید سوالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۹۷-۹۸

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$\frac{\pi}{2}$ الف) $-\frac{11}{3}$ ب) $-\frac{13}{5}$ د) -1	ج) وقوع یکی تأثیری به وقوع دیگری نداشته باشد.
۲		$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{-(m+1)}{2} = 3 \Rightarrow \frac{m+1}{2} = 3 \Rightarrow m = 5$
۳		$\begin{cases} \frac{a}{\Delta} = x \Rightarrow a = \Delta x \\ \frac{b}{\gamma} = x \Rightarrow b = \gamma x \Rightarrow \frac{\gamma a - 4b}{2c} = \frac{\gamma(\Delta x) - 4(\gamma x)}{2(13x)} = \frac{35x - 28x}{26x} = \frac{7x}{26x} = \frac{7}{26} \\ \frac{c}{13} = x \Rightarrow c = 13x \end{cases}$
۴		گزینه ۲ صحیح است.
۵		گزینه ۴ صحیح است.
۶		گزینه ۲ صحیح است.
۷		گزینه ۲ صحیح است.
۸	با توجه به قضیه تالس داریم: $\frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{CQ} \Rightarrow \frac{4x}{5} = \frac{20}{x} \Rightarrow 4x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$ با توجه به تعمیم قضیه تالس داریم: $\frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{20}{20+x} = \frac{x+15}{y-10} \rightarrow \frac{20}{25} = \frac{20}{y-10} \Rightarrow y-10 = 25 \Rightarrow y = 35$	
۹		$f^{-1}(x) = \frac{2x+2}{x-1}$
۱۰		$D_f = (1, +\infty)$
۱۱		$f(42) = 3 - 2 \log_4 \left(\frac{22-5}{2-1} \right) = 3 - 2 \times 2 = 1$
۱۲		واریانس، انحراف معیار، ضریب تغییرات
۱۳		$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{44}}{\frac{14}{44}} = \frac{1}{11}$
۱۴		<p>نسبت به محور x می‌کنیم قرینه می‌کنیم</p> <p>یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم</p>

در ربع سوم: $\sin\alpha < 0, \cos\alpha < 0$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \rightarrow \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1 \rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \rightarrow \cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{5}}{-\frac{2\sqrt{5}}{5}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$\cos 15^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) \rightarrow \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha \rightarrow -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 42^\circ = \cos(360^\circ + 60^\circ) \rightarrow \cos(360^\circ + \alpha) = \cos\alpha \rightarrow \cos 6^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 33^\circ = \sin(360^\circ - 3^\circ) \rightarrow \sin(360^\circ - \alpha) = -\sin\alpha \rightarrow -\sin 3^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\sin 3^\circ = \sin(360^\circ - 6^\circ) \rightarrow \sin(360^\circ - \alpha) = -\sin\alpha \rightarrow -\sin 6^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(-15^\circ)\cos 42^\circ + \sin 33^\circ \sin 3^\circ = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = .$$

ابتدا هر یک از نسبت‌های مثلثاتی داده شده را بر حسب نسبت‌های مثلثاتی کمان α می‌نویسیم:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$$

$$\sin(\alpha - 9\pi) = -\sin(9\pi - \alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\alpha - \frac{5\pi}{2}) = \cos\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha$$

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{2\sin(\alpha - 9\pi) + \cos(\alpha - \frac{5\pi}{2})} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-\cos\alpha}{2 \times (-\sin\alpha) + \sin\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-\cos\alpha}{-\sin\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cot\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\cot = \frac{1}{\tan\alpha} \Rightarrow \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan\alpha = 2$$

$$2^{2x+1} = 32 \Rightarrow 2^{2x+1} = 2^5 \Rightarrow 2x + 1 = 5 \Rightarrow x = 2$$

$$(b) 9^{x^2+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} \Rightarrow (2^{-2})^{x^2+2} = (3^{-3})^{2x} \Rightarrow 2^{2x^2+4} = 3^{-6x} \Rightarrow 2x^2 + 4 = -6$$

$$2x^2 + 6x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$(الف) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sin\left(\frac{x}{2} - 2\right)}{x^2 - 16} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{4t^2 - 16t}$$

$$\frac{x}{2} - 2 = t \Rightarrow x = 2t + 4$$

$$x \rightarrow 4 \Rightarrow t \rightarrow 0$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{4t(t+4)} = \frac{1}{16}$$

$$(ب) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|\sin x| + [x]}{2|x| + 3\left[\frac{x}{3}\right]} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sin x - 1}{2x - 3} = \frac{1}{3}$$

$$f(2) = 2a + 2 + 1 = 2a + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 2b}{x^2 - 2} = \frac{2 + 2b}{2} = b + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2b + 5$$

$$2a + 3 = b + 1 = 2b + 5 \Rightarrow b + 1 = 2b + 5 \Rightarrow b = -4$$

۱۵

۱۶

۱۷

۱۸

۱۹

۲۰

$$2a + 3 = 2b + 5 \Rightarrow 2a + 3 = -3 \Rightarrow a = -3$$

دو پیشامد مستقل : $P(A|B) = P(A) = \frac{1}{2}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B), \quad P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

۲۱

الف) رابطه ضریب تغییرات را می‌نویسیم:

$$cv = \frac{\sigma}{\bar{X}} \rightarrow 3 = \frac{\sigma}{5} \rightarrow \sigma = 15$$

ب) مجموع ۱۰ داده‌ی اولیه را حساب می‌کنیم:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} \rightarrow 5 = \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} \rightarrow x_1 + \dots + x_{10} = 50.$$

حال با دو داده‌ی ۵ محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{X}' = \frac{x_1 + \dots + x_{10} + 5 + 5}{12} \rightarrow \bar{X}' = \frac{50 + 5 + 5}{12} = 5$$

حال رابطه‌ی انحراف معیار را برای ۱۰ داده‌ی اولیه می‌نویسیم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{X})^2}{10}} \rightarrow 15 = \sqrt{\frac{(x_1 - 5)^2 + \dots + (x_{10} - 5)^2}{10}} = 225.$$

رابطه‌ی انحراف معیار را برای ۱۲ داده‌ی جدید می‌نویسیم:

$$\sigma' = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{X})^2 + (5 - \bar{X})^2 + (5 - \bar{X})^2}{12}} \rightarrow \sigma' = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{X})^2 + \dots + (5 - \bar{X})^2}{12}}$$

$$\sigma' = \sqrt{\frac{225}{12}} = \sqrt{187/5}$$

رابطه‌ی ضریب تغییرات را می‌نویسیم:

$$cv' = \frac{\sigma'}{\bar{X}'} = \frac{\sqrt{187/5}}{5}$$

۲۲

امضا:

نام و نام خانوادگی مصحح :

جمع بارم: ۰۵ نمره