

ردیف	سؤالات	نمره
۰/۷۵	شاخص‌ها پراکندگی را در یک بررسی آماری نام ببرید.	۱۲
۰/۷۵	اعداد ۱ تا ۹ را روی نه کارت می‌نویسیم و سه کارت را به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این که هر سه عدد زوج باشد، به شرط این که مجموع آن‌ها زوج باشد.	۱۳
۰/۷۵	با استفاده از نمودار $f(x) = x $ نمودار تابع $y = 1 - x - 2 $ را رسم کنید.	۱۴
۱	اگر $\sin \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{5}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، مقدار $\tan \alpha$ را به دست آورید.	۱۵
۱	مقدار عددی عبارت $\cos(-150^\circ)\cos 420^\circ + \sin 330^\circ\sin 300^\circ$ را به دست آورید.	۱۶
۱	اگر $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{2\sin(\alpha - 9\pi) + \cos(\alpha - \frac{5\pi}{2})} = \frac{1}{2}$ مقدار $\tan \alpha$ را به دست آورید.	۱۷
۱	هر یک از معادله‌های نمایی زیر را حل کنید. الف) $2^{2x+1} = 32$ ب) $9x^2 + 2 = (\frac{1}{27})^{2x}$	۱۸
۱/۵	حاصل هر یک از حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sin(\frac{x}{2} - 2)}{x^2 - 16}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ \sin x + [x]}{2 x + 3[\frac{x}{3}]}$	۱۹
۱	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که تابع زیر در نقطه‌ی $x = 2$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} \frac{x + 2b}{x^2 - 2} & ; x > 2 \\ 2a + x + 1 & ; x = 2 \\ 2b + 5 & ; x < 2 \end{cases}$	۲۰
۱	اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، به طوری که $P(A B) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{3}$ ، آنگاه $P(A \cup B)$ را بیابید.	۲۱
۱	اگر میانگین ده داده‌ی آماری برابر ۵ و ضریب تغییرات ۳ باشد: الف) واریانس داده‌ها کدام است؟ ب) اگر دو داده‌ی ۵ به داده‌های قبلی اضافه شود، ضریب تغییرات ۱۲ داده را بیابید.	



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ

نام درس: ریاضی ۲
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۳ / ۱۷
ساعت امتحان: ۱۰:۰۰ صبح / عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تمصیلی ۹۸-۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) $\frac{\pi}{2}$ ب) $-\frac{11}{3}$ ج) وقوع یکی تأثیری به وقوع دیگری نداشته باشد. د) -1 ه) 13	
۲	$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{-(m+1)}{2} = 3 \Rightarrow \frac{m+1}{2} = 3 \Rightarrow m = 5$	
۳	$\begin{cases} \frac{a}{5} = x \Rightarrow a = 5x \\ \frac{b}{7} = x \Rightarrow b = 7x \\ \frac{c}{13} = x \Rightarrow c = 13x \end{cases} \Rightarrow \frac{7a - 4b}{2c} = \frac{7(5x) - 4(7x)}{2(13x)} = \frac{35x - 28x}{26x} = \frac{7x}{26x} = \frac{7}{26}$	
۴	گزینه ی ۲ صحیح است.	
۵	گزینه ی ۴ صحیح است.	
۶	گزینه ی ۲ صحیح است.	
۷	گزینه ی ۲ صحیح است.	
۸	با توجه به قضیه تالس داریم: $\frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{CQ} \Rightarrow \frac{4x}{5} = \frac{20}{x} \Rightarrow 4x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$ با توجه به تعمیم قضیه تالس داریم: $\frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{20}{20+x} = \frac{x+15}{y-10} \rightarrow \frac{20}{25} = \frac{20}{y-10} \Rightarrow y-10 = 25 \Rightarrow y = 35$	
۹	$f^{-1}(x) = \frac{2x+2}{x-1}$	
۱۰	$D_f = (1, +\infty)$	
۱۱	$f(42) = 3 - 2 \log_4 \left(\frac{42}{2} - 5 \right) = 3 - 2 \times 2 = 1$	
۱۲	واریانس، انحراف معیار، ضریب تغییرات	
۱۳	$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{84}}{\frac{44}{84}} = \frac{1}{11}$	
۱۴		

<p style="text-align: right;">در ربع سوم: $\sin\alpha < 0, \cos\alpha < 0$</p> $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \rightarrow \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1 \rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \rightarrow \cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{5}}{-\frac{2\sqrt{5}}{5}} = \frac{1}{2}$	۱۵
$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ $\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) \rightarrow \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha \rightarrow -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 420^\circ = \cos(360^\circ + 60^\circ) \rightarrow \cos(360^\circ + \alpha) = \cos\alpha \rightarrow \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\sin 330^\circ = \sin(360^\circ - 30^\circ) \rightarrow \sin(360^\circ - \alpha) = -\sin\alpha \rightarrow -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$ $\sin 300^\circ = \sin(360^\circ - 60^\circ) \rightarrow \sin(360^\circ - \alpha) = -\sin\alpha \rightarrow -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos(-150^\circ)\cos 420^\circ + \sin 330^\circ\sin 300^\circ = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$	۱۶
<p style="text-align: center;">ابتدا هر یک از نسبت‌های مثلثاتی داده شده را بر حسب نسبت‌های مثلثاتی کمان α می‌نویسیم:</p> $\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\cos\alpha$ $\sin(\alpha - 9\pi) = -\sin(9\pi - \alpha) = -\sin\alpha$ $\cos\left(\alpha - \frac{5\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{4} - \alpha\right) = \sin\alpha$ $\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right)}{2\sin(\alpha - 9\pi) + \cos\left(\alpha - \frac{5\pi}{4}\right)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-\cos\alpha}{2 \times (-\sin\alpha) + \sin\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-\cos\alpha}{-\sin\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cot\alpha = \frac{1}{2}$ $\cot = \frac{1}{\tan\alpha} \Rightarrow \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan\alpha = 2$	۱۷
<p>الف) $2^{2x+1} = 32 \Rightarrow 2^{2x+1} = 2^5 \Rightarrow 2x + 1 = 5 \Rightarrow x = 2$</p> <p>ب) $9^{x^2+2} = \left(\frac{1}{27}\right)^{2x} \Rightarrow (3^2)^{x^2+2} = (3^{-3})^{2x} \Rightarrow 3^{2x^2+4} = 3^{-6x} \Rightarrow 2x^2 + 4 = -6x$</p> $2x^2 + 6x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$	۱۸
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sin\left(\frac{x}{4} - 2\right)}{x^2 - 16} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{4t^2 - 16t}$</p> $\frac{x}{4} - 2 = t \Rightarrow x = 4t + 8$ $x \rightarrow 4 \Rightarrow t \rightarrow 0$ $= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{4t(t+4)} = \frac{1}{16}$ <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ \sin x + [x]}{2 x + 3\left[\frac{x}{3}\right]} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sin x - 1}{2x - 3} = \frac{1}{3}$</p>	۱۹
$f(2) = 2a + 2 + 1 = 2a + 3$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 2b}{x^2 - 2} = \frac{2 + 2b}{2} = b + 1$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2b + 5$ $2a + 3 = b + 1 = 2b + 5 \Rightarrow b + 1 = 2b + 5 \Rightarrow b = -4$	۲۰

$$2a + 3 = 2b + 5 \Rightarrow 2a + 3 = -3 \Rightarrow a = -3$$

دو پیشامد مستقل : $P(A|B) = P(A) = \frac{1}{2}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad , \quad P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

۲۱

الف) رابطه ضریب تغییرات را می نویسیم:

$$cv = \frac{\sigma}{\bar{X}} \rightarrow 3 = \frac{\sigma}{5} \rightarrow \sigma = 15$$

ب) مجموع ۱۰ داده‌ی اولیه را حساب می کنیم:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} \rightarrow 5 = \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} \rightarrow x_1 + \dots + x_{10} = 50$$

حال با دو داده‌ی ۵ محاسبه می کنیم:

$$\bar{X}' = \frac{x_1 + \dots + x_{10} + 5 + 5}{12} \rightarrow \bar{X}' = \frac{50 + 5 + 5}{12} = 5$$

حال رابطه‌ی انحراف معیار را برای ۱۰ داده‌ی اولیه می نویسیم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{X})^2}{10}} \rightarrow 15 = \sqrt{\frac{(x_1 - 5)^2 + \dots + (x_{10} - 5)^2}{10}} = 2250$$

رابطه‌ی انحراف معیار را برای ۱۲ داده‌ی جدید می نویسیم:

$$\sigma' = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{X})^2 + (\Delta - \bar{X})^2 + (\Delta - \bar{X})^2}{12}} \rightarrow \sigma' = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{X})^2 + \dots + \dots}{12}}$$

$$\sigma' = \sqrt{\frac{2250}{12}} = \sqrt{187.5}$$

رابطه‌ی ضریب تغییرات را می نویسیم:

$$cv' = \frac{\sigma'}{\bar{X}'} = \frac{\sqrt{187.5}}{5}$$

۲۲

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح :

جمع بارم : ۲۰ نمره