

ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود **۱۵۶** مجموعه **۲۰۲۳**
- دانلود آزمون **۶** جزو **فلک** جی و نجف
- دانلود **فیلم** و **مقاله آنلاین** شی
- **لینک** دانلود و مثاواه



IranTooshe.Ir



@irantoooshe



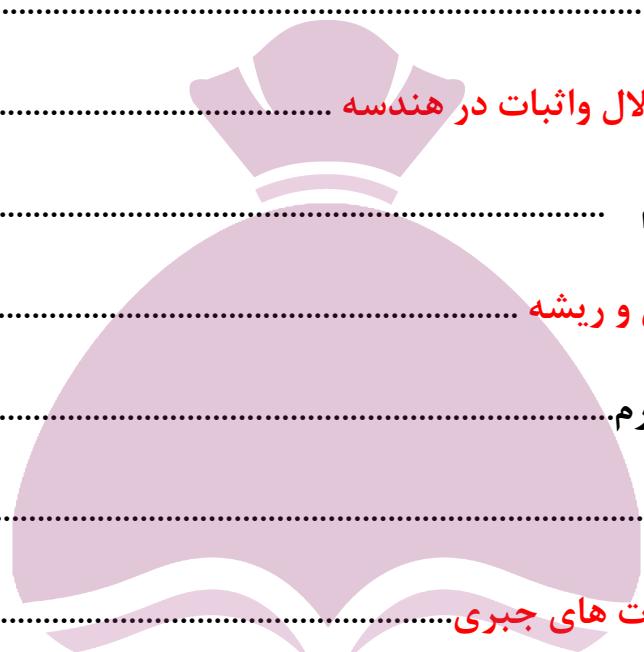
IranTooshe



فهرست

صفحه

۵	فصل اول: مجموعه ها
۱۷	آزمون فصل اول
۱۹	فصل دوم: عددهای حقیقی
۳۰	آزمون فصل دوم
۳۳	فصل سوم: استدلال و اثبات در هندسه
۴۳	آزمون فصل سوم
۴۹	فصل چهارم: توان و ریشه
۵۸	آزمون فصل چهارم
۶۰	آزمون نوبت اول
۶۳	فصل پنجم: عبارت های جبری
۷۴	آزمون فصل پنجم
۷۸	فصل ششم: خط و معادلهای خطی
۹۲	آزمون فصل ششم
۹۵	..	فصل هفتم: عبارت های گویا
۱۰۳	آزمون فصل هفتم
۱۰۶	فصل هشتم: حجم و مساحت
۱۱۴	آزمون فصل هشتم



اللهم آمين

تو شهای برای موفقیت

خلاصه درس :

فصل اول

مجموعه ها

تعریف مجموعه به دسته ای از اشیاء کاملاً مشخص و دو به دو متمایز (غیر تکراری) از هم، مجموعه می گوییم.

◀ **مثال «۱»:** مجموعه ای اعداد طبیعی زوج یک رقمی

* مجموعه را به صورت آکولاد { } نشان می دهیم.

* مجموعه ها را با حروف بزرگ انگلیسی مانند A, B, C ... نامگذاری می کنیم.

* به هریک از اعداد یا کلمات درون مجموعه **عضو** گفته می شود و با علامت ∈ نشان می دهیم و آگر آن عدد متعلق به مجموعه نباشد، با علامت ∉ مشخص می شود.

◀ **مثال «۲»:**

$$A = \{-5, 7\} \Rightarrow 5 \in A, 10 \notin A$$

مجموعه تهی : مجموعه ای که عضوی نداشته باشد، **تهی** نامیده می شود و با علامت \emptyset (فی) یا { } نوشته می شود.

◀ **مثال «۳»:** مجموعه ای اعداد طبیعی بین ۴ و ۵ یک مجموعه تهی است. زیرا هیچ عدد طبیعی بین ۴ و ۵ وجود ندارد.

نکته ی مهم : در نوشتمن اعضای مجموعه تکرار و ترتیب اعضای مجموعه مهم نیست.

◀ **مثال «۴»:** مجموعه های زیر همه باهم مساوی اند.

$$A = \{4, 5, 5, 6, \sqrt{36}\}, B = \left\{\sqrt{16}, 6, \frac{25}{5}\right\}, C = \{4, 5, 6\}$$

نمودار ون : مجموعه را می توان با استفاده از منحنی های بسته نمایش داد. یکی از اولین کسانی که از این نمودارهای خط بسته استفاده کرد، ریاضیدانی به نام **جان ون** بود.

توشهای برای موفقیت

◀ **مثال «۵»:** اگر $D = \{10, 11, 12\}$ باشد، نمودار آن به شکل  می باشد.

مجموعه های یکانی : مجموعه ای که فقط یک عضو داشته باشد مانند مجموعه ای اعداد طبیعی که نه اول و نه مرکب باشد : $B = \{1\}$

زیر مجموعه : مجموعه A زیر مجموعه B است، هرگاه هر عضو A عضوی از B باشد این مطلب $A \subseteq B$ نشان می دهیم و اگر A زیر مجموعه B نباشد می نویسیم :

دو مجموعه برابر : دو مجموعه مانند D, E برابرند، هرگاه هر عضو E عضوی از D و هر عضو D نیز عضوی از E باشد و می نویسیم : $E=D$

◀ **مثال «۶» :**

$$\left\{ 6, \frac{3}{5}, \sqrt{49} \right\} = \left\{ \sqrt{36}, \frac{6}{10}, 7 \right\}$$

نکته ۱ : هر مجموعه زیر مجموعه خودش است. $A \subseteq A$

نکته ۲ : مجموعه تهی زیر مجموعه هر مجموعه ای است. $\emptyset \subseteq A$

فعالیت :

جدول زیر را کامل کنید.

تعداد اعضای مجموعه	\emptyset	۱ عضوی	۲ عضوی	۳ عضوی	۴ عضوی	۵ عضوی
تعداد زیر مجموعه ها	۱	۲	۴	۸		

فکر می کنید مجموعه i 10 عضوی چند زیر مجموعه خواهد داشت؟
الگویی مناسب کشف کرده و تعداد زیر مجموعه ها را به صورت یک عبارت جبری بر حسب n بنویسید.

$= 1 = 1 = 2^0$ مجموعه تهی باشد

$= 2 = 2^1$ تعداد زیر مجموعه $\{\} \text{ و } \{\text{a}\}$ باشد

$= 4 = 2^2$ تعداد زیر مجموعه $\{\text{a,b}\} \text{ و } \{\text{b}\} \text{ و } \{\text{a}\} \text{ و } \emptyset$ باشد

$= 8 = 2^3$ تعداد زیر مجموعه باشد

$= 16 = 2^4$ تعداد زیر مجموعه باشد

مثال ۷ : مجموعه ای دارای 5 عضو است این مجموعه چند زیر مجموعه دارد؟

n) تعداد عضوهاست.

زیرمجموعه $= 2^5 = 32 = 2^7$ تعداد زیرمجموعه

نمایش مجموعه ها :

الف) مجموعه ای اعداد طبیعی :

$$N = \{ \quad , \dots \}$$

ب) مجموعه ای اعداد حسابی :

$$W = \{ \quad , \dots \}$$

ج) مجموعه ای اعداد صحیح :

$$Z = \{ , - , - , - , + , + , + , \dots \}$$

د) مجموعه ای عدهای طبیعی زوج :

$$E = \{ 2, 4, 6, \dots \} = \{ 2K \mid K \in N \}$$

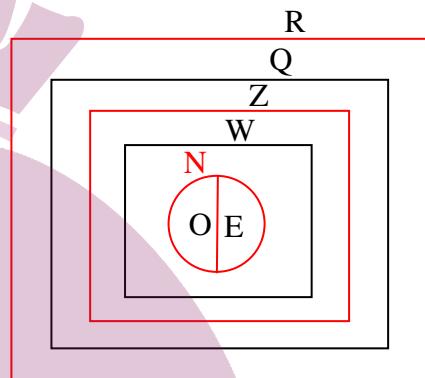
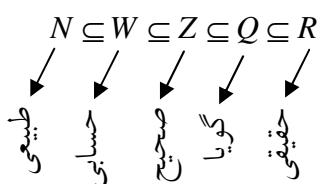
ه) مجموعه ای عدهای طبیعی فرد :

$$O = \{ 1, 3, 5, 7, \dots \} = \{ 2K - 1 \mid K \in N \}$$

و) مجموعه ای عدهای گویا :

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

نکته :

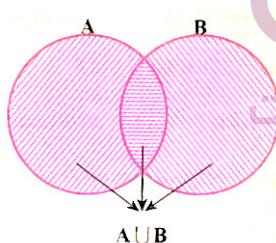


* در فصل «۲» مجموعه ای اعداد حقیقی و گویا را کامل و دقیق معرفی خواهیم کرد.

اجتماع مجموعه ها : اجتماع دو مجموعه ای است شامل همه ای اعضایی که حداقل در یکی از مجموعه های A,B باشند و با نماد $A \cup B$ نشان می دهیم به زبان ریاضی :

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ یا } x \in B \}$$

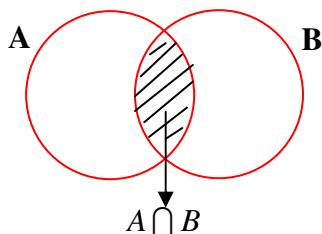
نمودار ون



اشتراف مجموعه ها : اشتراک دو مجموعه A,B، مجموعه ای است شامل همه ای عضوهایی است که هم عضو A و هم عضو B هستند و با نماد $A \cap B$ نشان می دهیم.

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A, x \in B \}$$

نمودار ون :



◀ مثال «۸»: دو مجموعه‌ی $B = \{x | x \in Z, -3 < x \leq 3\}$, $A = \{x | x \in N, x \leq 5\}$ را در نظر بگیرید.

الف) مجموعه‌های A, B را با اعضا‌یشان بنویسید.

ب) $A \cup B$, $A \cap B$ را تشکیل دهید.

پاسخ :

$$A = \{\underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{4}, \underline{5}\} , B = \{-\underline{2}, -\underline{1}, \underline{0}, \underline{1}, \underline{2}, \underline{3}\} \quad \text{(الف)}$$

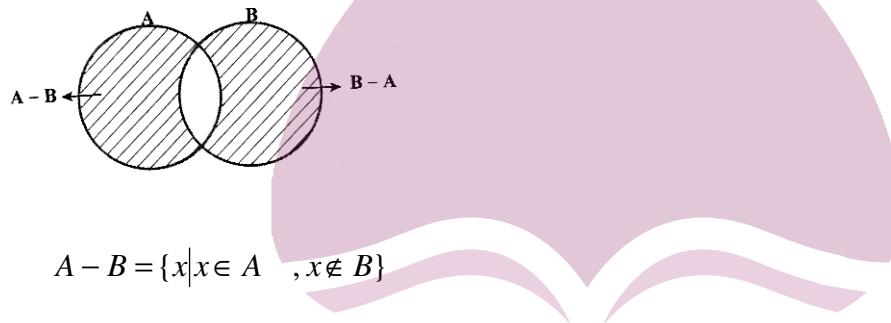
(ب)

$$A \cup B = \{-\underline{2}, -\underline{1}, \underline{0}, \underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{4}, \underline{5}\}$$

$$A \cap B = \{1, 2, 3\}$$

تفاضل دو مجموعه: مجموعه‌ی $A-B$ (منهای B) مجموعه‌ای است شامل همه‌ی عضوهایی که عضو مجموعه A باشند ولی عضو مجموعه B نباشند.

نمودار ون



به زبان ریاضی :

◀ مثال «۹»: اگر $E = \{b, m, d, h\}$ و $C = \{a, m, d\}$ باشد در این صورت $C-E$ و $E-C$ را بنویسید.

پاسخ :

$$C - E = \{a, m, d\} - \{b, m, d, h\} = \{a\}$$

$$E - C = \{b, m, d, h\} - \{a, m, d\} = \{b, h\}$$

نکته : $C - E \neq E - C$

قرارداد: تعداد عضوهای هر مجموعه مانند A را با $n(A)$ نمایش می‌دهیم.

◀ مثال «۱۰»: تعداد عضوهای $A = \{2, 3, 7\}$ می‌شود $n(A) = 3$

مجموعه متناهی: مجموعه‌ای که اعضای آن قابل شمارش باشد (محدود باشد)

مجموعه نامتناهی: مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن قابل شمارش نباشد.

◀ مثال «۱۱»: کدام یک از مجموعه های زیر متناهی و کدام نامتناهی است؟

الف) H : مجموعه ای اعداد طبیعی کوچک تر از ۱۰۰۰

$$\{ \dots, 999 \}$$

ب) K : مجموعه ای اعداد طبیعی بزرگ تر از ۱۰۰۰

$$\{ \dots, , \dots \}$$

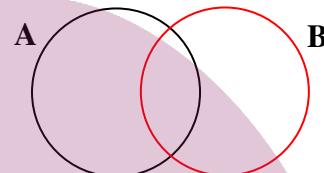
پاسخ: H متناهی است چون قابل شمارش یا محدود است و K نامتناهی است زیرا محدودیتی ندارد.

دو مجموعه جدا از هم: دو مجموعه غیرتھی B, A را مجزا گوییم، هرگاه اشتراک بین این دو مجموعه تھی باشد.

$$B = \{4, 5\}, A = \{2, 3\}$$

نکته:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$



◀ مثال «۱۲»: اجتماع دو مجموعه B, A دارای ۱۲ عضو است در صورتی که مجموعه A دارای ۸ عضو و مجموعه B دارای ۷ عضو باشد، اشتراک دو مجموعه چند عضو دارد؟

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$12 = 8 + 7 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 15 - 12 = 3$$

چند نکته مهم:

تفاضل	اشتراک	اجتماع
$A - \phi = A$	$A \cap \phi = \phi$	$\phi \cup A = A$
$\phi - A = \phi$	$A \cap A = A$	$A \cup A = A$
$A - A = \phi$	$(A \cap B) \subseteq A$	$A \subseteq (A \cup B)$
$B \subseteq A \Rightarrow B - A = \phi$	$(A \cap B) \subseteq B$	$B \subseteq (A \cup B)$
	$B \subseteq A \Rightarrow A \cap B = B$	$B \subseteq A \Rightarrow A \cup B = A$
	$A \cap B = \phi \Rightarrow \{A = \phi \text{ یا } B = \phi \text{ یا } A, B = \phi\}$	$A \cup B = \phi \Rightarrow A = \phi, B = \phi$

مجموعه ها و احتمال (یادآوری) :

$$P(A) = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت ها}} \quad \text{یا} \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

احتمال رخ دادن یک پیشامد

◀ مثال «۱۳»: اگر تاسی را بیاندازیم احتمال اینکه :

الف) عدد رو شده شمارنده ۶ بیاید.

ب) عدد رو شده کمتر از ۴ بیاید.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(S) = 6$$

$$A = \{1, 2, 3, 6\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

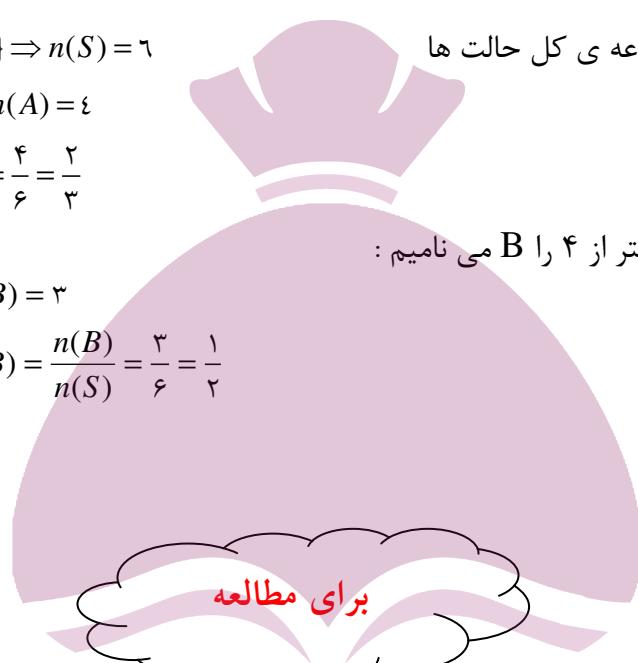
پاسخ : الف) مجموعه S مجموعه کل حالت ها

۶ شمارنده های A

ب) مجموعه اعداد کمتر از ۴ را B می نامیم :

$$B = \{1, 2, 3\} \Rightarrow n(B) = 3$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



ایران نویش
شگفتی اعداد
توشهای ترا موفقیت

$$1 \times 9 + 2 = 11$$

$$12 \times 9 + 3 = 111$$

$$123 \times 9 + 4 = 1111$$

$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$

$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$

$$123456 \times 9 + 7 = 1111111$$

شما هم الگو را تا دو ردیف دیگر ادامه دهید.



۱. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف) «جمعی از شاعران خوب» معرف یک مجموعه است.

ب) مجموعه $\{\sqrt{25}, \phi\}$ دارای ۳ عضو است.

ج) دو مجموعه $\{4^2 - 2\}$ و $\{4\}$ باهم مساوی اند.

د) مجموعه $\{1000, 1000, 1000\}$ بی شمار عضو دارد.

ه) اگر $A \cup B = A$ باشد، آنگاه $B \subseteq A$

و) اگر $B \subseteq D$ باشد آنگاه $B \cap D = D$

ز) $N \subseteq Z \subseteq Q$: طبیعی، Z : صحیح، Q : گویا

ح) مجموعه $\{8\}$ دارای ۸ زیر مجموعه است.

ط) مجموعه $W = \{k - 1 \mid K \in N\}$ معرف مجموعه اعداد حسابی است.

ی) مجموعه $M = \{x \in Z \mid x \leq 4\}$ دارای ۴ عضو است.

ر) هر عدد حسابی یک عدد گویا است.

۲. جاهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید.

الف) مجموعه ای را که هیچ عضوی نداشته باشد مجموعه نامیده می شود.

ب) اگر $P \subseteq S$ آنگاه $P \cup S = \dots$ و $P \cap S = \dots$

ج) اشتراک دو مجموعه D, C هر یک از دو مجموعه D, C است.

د) حاصل $(A \cap B) \cup (B - A)$ برابر با مجموعه \dots است.

ه) مجموعه $\{x \mid x \in A, x \notin B\}$ مساوی است با

و) مجموعه $E = \{\phi, -(¬v), v\}$ دارای زیر مجموعه است.

ز) اگر $K - H = \dots$ باشد، آنگاه $K \subseteq H$

۳. گزینه‌ی صحیح را علامت بزنید.

الف) کدام گزینه مجموعه‌ی تهی را مشخص می‌کند؟

۲) اعداد صحیح بین ۱ و -۱

۱) اعداد زوج اول

۴) اعداد طبیعی بین ۰ و ۹

۳) اعداد گویای بین ۰ و ۱

ب) کدام عبارت یک مجموعه را مشخص نمی‌کند؟

۱) دسته‌ای از گل‌های زیبا

۲) دسته ای از اعداد طبیعی کم تر از ۲۰

۳) حروف انگلیسی نقطه دار

۴) مجموعه ای اعداد اول سه رقمی

ج) مجموعه $D = \left\{ \frac{-1}{5}, \sqrt{\sqrt{16}}, -2 \right\}$ دارای چند عضو است؟

۴) عضو

۳) عضو

۲) عضو

۱) عضو

۵) مفهوم $\{x | x \in A, x \in B\}$ چیست؟

B-A (۴)

A-B (۳)

$A \cap B$ (۲)

$A \cup B$ (۱)

هـ) اگر $A \cap B = \{x | x \in W | x \geq 2\}$ ، $A = \{x | x \in N | x \leq 3\}$ آنگاه $A \cap B$ دارای چند عضو است؟

۴) عضو

۳) عضو

۲) عضو

۱) بی شمار

و) اگر $A \subseteq B$ باشد، کدام رابطه ای زیر نادرست است؟

$A \cap B = A$ (۴)

$A \cup B = B$ (۳)

$A - B = A$ (۲)

$A - \emptyset = A$ (۱)

ز) مجموعه ای اعداد طبیعی کوچک تر از صفر کدام است؟

$\{x | x \in N\}$ (۴)

۳) ... و -۲ و -۱

۲) {۰}

{}

ح) کدام یک از رابطه های زیر صحیح است؟

$N \subseteq W$ (۴)

$Q \subseteq Z$ (۳)

$Z \subseteq N$ (۲)

$N \not\subseteq Z$ (۱)

ط) مجموعه $M = \{x | x \in N, x < \sqrt{10}\}$ چند عضو دارد؟

۴) ۳

۳) بی شمار

۲) ۹

۱) ۴

ی) مجموعه $\left\{ x | x \in N, \frac{x}{x+1} \in \left\{ \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots \right\} \right\}$ با کدام یک از مجموعه های زیر برابر است؟

۲) $\left\{ \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots \right\}$

۱) {۱ و ۲ و ۳ و ۴}

۴) $\left\{ \dots, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots \right\}$

۳) $\left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \dots \right\}$

۴. اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ و $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ باشد حاصل هر یک از مجموعه های زیر را با نوشتن اعضاء بدست آورید.

(الف) $A \cup B =$

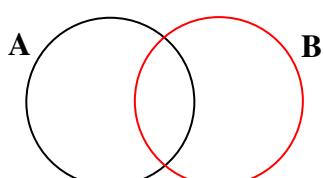
(ب) $A \cap B =$

(ج) $A - B =$

(د) $B - A =$

۵. در شکل زیر مجموعه ای خواسته شده را **هاشور** بزنید.

$(A - B) \cup (B - A)$



۶. مقدار x, y را چنان بیابید که دو مجموعه $B = \{x, -4\}$, $A = \{3, x + y\}$ باهم مساوی باشند.

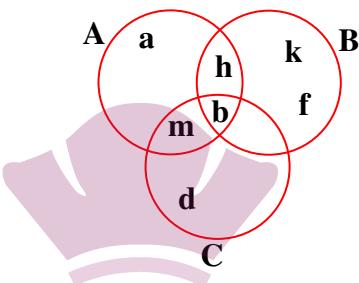
۷. جای خالی را به گونه ای پر کنید که عبارتی درست حاصل شود.

$$\dots \notin Q, A \cup A = \dots, N \dots Z, B \cap \emptyset = \dots$$

۸. با توجه به نمودار زیر اعضای مجموعه های خواسته شده را بیابید.

$$(A \cap B) \cap C =$$

$$(A \cup B) - C =$$



۹. اگر $\{6, 7, 8\} = D, \{8, 10\} = E, \{7, 8, 9\} = B$ باشد، هر یک از مجموعه های زیر را با اعضا ایشان مشخص کنید.

(الف) $B \cup E =$

(ب) $D \cap B =$

(ج) $E \cup \emptyset =$

(د) $(E \cup D) - B =$

(ه) $(B \cup E) \cap D =$

۱۰. اگر $\{\emptyset, \{1, 4\}, 4\} = M$ باشد:

الف) مجموعه M چند عضو دارد؟

ب) مجموعه M چند زیر مجموعه دارد؟

ج) درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

$$4 \in M$$

,

$$\{4\} \subseteq M$$

,

$$\{\{4\}\} \subseteq M$$

,

$$3 \in M$$

۱۱. اگر $\{1, -\frac{1}{2}\} = D, \{-2, 2, -5, 1\} = B$ باشد درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

$$-5 \notin D$$

$$2 \in B$$

$$5 \notin D$$

$$-20 \notin D$$

$$D \subseteq B$$

$$B \subseteq D$$

$$\{-2, -5\} \subseteq B$$

۱۲. مجموعه های زیر را با اعضاء مشخص کنید.

$$A = \{-\omega x \mid x \in Z, -r \leq x < r\} =$$

$$B = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \in N \quad , x \leq \omega \right\} =$$

$$C = \left\{ \frac{\cdot^x - 1}{q} \mid x \in W, x < \varepsilon \right\} =$$

$$D = \{ \mathfrak{K} K + \mathfrak{V} \mid K \in N \quad , K \leq \mathfrak{K} \} =$$

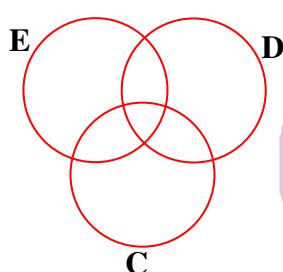
$$E = \{ \forall K - \exists |K \in Z \quad , -\forall < K < \exists \} =$$

$$13. \text{دو مجموعہ } B = \{x \in W | x < 4\} \quad , A = \{x \in N | x \leq 5\} \text{ را در نظر بگیرید.}$$

الف) هر یک از مجموعه های A , B را با اعضا پیشان مشخص کنید.

ب) $A - B, A \cap B, A \cup B$ را اعضا مشخص کنید.

۱۴. حاصل $(E \cup D) \cap (C \cup D)$ را هاشور بزنید.



۱۵. مجموعه های زیر را به زیان، بااضطرار یا نویسند.

$$A = \{0, 1^+, 10, 1^+, \dots\} =$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, \dots\} =$$

$$C = \{\alpha, \varepsilon, \gamma, \lambda, \eta, 1\} =$$

$$D = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \dots \right\} =$$

$$E = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} =$$

$$F = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \right\} =$$

۱۶. جاهای خالی را طوری پر کنید که مجموعه های زیر باهم برایر باشند.

$$\therefore \sqrt{36} = \{-6, -1\} = \{6, -1\}$$

۱۷. اگر $A = \{d, b, m\}$ باشد :

الف) همه‌ی زیر مجموعه‌های A را بنویسید.

ب) A دارای چند زیر مجموعه‌ی دو عضوی است؟

۱۸. تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه ۵ عضوی چند برابر تعداد زیر مجموعه‌های مجموعه ۳ عضوی است؟ راهنمایی : (از عبارت 2^n کمک بگیرید).

۱۹. یک مجموعه ۱۰ عضوی چند زیر مجموعه ۲ عضوی دارد؟ (ابتدا جدول زیر را کامل کنید).

تعداد اعضاء	۲	۳	۴	۵
تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی	۱	۳	۶	۱۰

۲۰. اگر تاسی را بیاندازیم احتمال اینکه :

الف) عدد رو شده مضرب ۲ باشد.

ب) عدد رو شده اول بیاید.

ج) عدد رو شده کمتر از ۸ بیاید.

۲۱. اگر دو تاس را باهم بیاندازیم چقدر احتمال دارد :

الف) هر دو عدد رو شده مثل هم باشند.

ب) هر دو عدد فرد بیایند.

ج) مجموع دو عدد ۸ باشد.

بیش تر بدانیم :

مثلث زیر که به مثلث خیام - پاسکال معروف است در بعضی از مسائل مانند تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه و تعداد حالات پرتاپ چند سکه باهم و .. کاربرد دارد. سعی کنید ارتباطی بین اعداد بیابید.

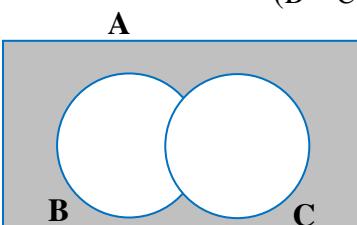
$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 0 & \text{عضوی} & \leftarrow 1 \text{ زیر مجموعه} \\
 & & & & 1 & \text{عضوی} & \leftarrow 1 \leftarrow 1+1) \text{ زیر مجموعه} \\
 & & & & 2 & \text{عضوی} & \leftarrow 1 \ 2 \leftarrow 1+2+1) \text{ زیر مجموعه} \\
 & & & & 3 & \text{عضوی} & \leftarrow 1 \ 3 \ 3 \leftarrow 1+3+3+1) \text{ زیر مجموعه}
 \end{array}$$

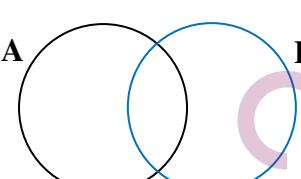
$$\begin{array}{ccccc}
 & & 1 & 6 & 4 \ 1 \\
 & & 1 & & \\
 & & 1 & 10 & 10 \ 5 \ 1 \\
 & & 1 & &
 \end{array}$$

به همین ترتیب مجموع اعداد روی سطر $(n+1)$ می تواند تعداد زیر مجموعه های آن مجموعه n عضوی را مشخص کند. مثلاً سطر ششم دارای اعداد ۱ و ۵ و ۱۰ و ۱۰ و ۵ و ۱ می باشد یعنی مجموعه ی ۵ عضوی دارای $1+5+10+10+5+1 = 32$ زیر مجموعه است.

الگوهای عددی

ایران نویش
 $9 \times 9 + 9 = 90$
 $99 \times 99 + 99 = 9900$
 توشه‌ای برای موفقیت
 $999 \times 999 + 999 = 999000$
 $9999 \times 9999 + 9999 = 99990000$

درس مجموعه ها	بسمه تعالی	مهرماه	آزمون مستمر فصل اول
بارم	رسول اکرم (ص) : انسان بلند مرتبه چون به فهم و دانایی رسد، متواضع می شود.	ردیف	
۲	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. الف) هر عدد حسابی یک عدد گویا است. ب) مجموعه ای اعداد طبیعی کمتر از ۲ دارای دو عضو است. ج) مجموعه ای جواب $\{x \mid x \in N, x^2 = 9\}$ برابر تهی است. د) همه ای اعداد فرد را نشان می دهد.	۱	
۲	هر عبارت را با عدد یا کلمه ای مناسب کامل کنید. الف) مجموعه ای $\{\frac{1}{5}, \sqrt{4}, \sqrt[3]{-2}, \sqrt[5]{1}\}$ دارای عضو است. ب) مجموعه ای $\{-3\}$ را مجموعه عضوی می نامیم. ج) اگر $A \subseteq B$ باشد، آن گاه د) $\{K \mid K \in N\}$ بیانگر مجموعه اعداد است.	۲	
۲	گزینه های مناسب را علامت بزنید. الف) مجموعه $P = \{\varnothing, \{5\}, \{5, \varnothing\}, \{5, \{5\}\}\}$ دارای چند زیر مجموعه است؟ ۱) یکی ۲) ۸ تا ۳) ۴ تا ۴) ۱۶ تا	۳	
۲	ب) کدام گزینه مساوی تهی است? ۱) اعداد طبیعی مضرب ۳ و کمتر از ۱۰۰۰ ۲) اعداد طبیعی کوچک تر از ۱		
۲	ج) مجموعه ای $C = \{x \mid x \in Z, x^2 = x\}$ با کدام یک از مجموعه های زیر مساوی است? ۱) $\{-1\}$ ۲) $\{0\}$ ۳) $\{1\}$ ۴) $\{\emptyset\}$		
	د) در نمودار زیر قسمت هاشور خورده برابر است با :		
	$A \cap (B \cup C)$ (۲)	$A \cup (B \cap C)$ (۱)	
	$(B - C) \cup A$ (۴)	$A - (B \cup C)$ (۳)	
			

		اگر $S = \{2n + 1 n \in N, n < 3\}$, $T = \{x x \in N, x \leq 4\}$, $O = \{1, 3, 5, 7\}$ باشد : الف) مجموعه های T, S را با اعضاپیشان مشخص کنید.	۴
۱/۵	$S = \{ \quad \quad \quad \}$, $T = \{ \quad \quad \quad \}$		
۱/۵	$S \cup T =$ $T \cap O =$ $T - S =$	ب) حاصل عبارات زیر را با اعضای آن ها بنویسید.	
۱/۵		برای هر یک از جملات زیر یک شکل مناسب رسم کنید. الف) $A \cap B = \emptyset$ ب) $A \subseteq B \subseteq C$ ج) $A \cap B = A, B \cap C = \emptyset$	۵
۱/۵	$A = \{x + 5 x \in Z, -2 \leq x < 2\} =$ $B = \{x^2 - 1 x \in W, x < 4\} =$	اعضای مجموعه های زیر را بنویسید.	۶
۱/۵	$C = \{ \quad \quad \quad \dots \} =$ $D = \{\frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots\} =$	مجموعه های زیر را با علائم ریاضی بنویسید.	۷
۱		حاصل $(A \cap B)^-$ را روی شکل زیر با هاشور زدن مشخص کنید.	۸
۱/۵		دو مجموعه $A = \{x - 5, 5, y + 3\}$, $B = \{4, y + 3\}$ باهم مساوی اند. مقادیر x, y را به دست آورید.	۹
۲		تمام زیر مجموعه های $M = \{a, b, c\}$ را بنویسید.	۱۰
۱		سئوال جایزه : مجموعه $A = \{ \dots, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \dots \}$ را با علائم ریاضی بنویسید.	۱۱

فصل دوم

اعداد حقیقی

عدادهای گویا : $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ - یعنی هر عددی را که به توان

به شکل کسر نوشته به شرطی که صورت و مخرج عددی صحیح بوده و مخرج صفر نباشد.

* یک مجموعه را به سه حالت می‌توان نمایش داد : توصیفی، زبان نمادین (ریاضی)، نمایش هندسی (محور).

◀ **مثال «۱»: مجموعه {۴ ۵ ۶ ۷} را به حالت‌های مختلف نمایش دهید.**

نمایش هندسی (محور)	زبان نمادین (علایم ریاضی)	توصیفی
	$\{x \mid x \in N, x \geq 4\}$	عدهای طبیعی بزرگ‌تر یا مساوی ۴

* پیدا کردن کسرهایی بین دو کسر دلخواه :

◀ **مثال «۲»:** $\frac{1}{2}$ باشد، روش‌های زیر را

بررسی می‌کنیم :

(الف) نمایش هندسی : سعید ابتدا مخرج‌ها را یکسان کرد و سپس آن‌ها را روی محور نمایش داد.

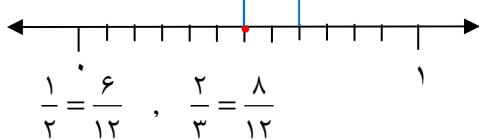


$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}, \quad \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Rightarrow$$

ایران‌نوشته

توشه‌ای برای موفقیت

واحدهای ۶ قسمتی را به ۱۲ واحد تقسیم نمود :



$$\frac{1}{2} = \frac{6}{12}, \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

$\frac{2}{3}$ قرار دارد و به همین ترتیب کسرهای $\frac{7}{12}$ سعید نتیجه گرفت عددی مثل $\frac{7}{12}$ دیگری بین این دو کسر پیدا کرد.

(ب) محاسبات ریاضی : حامد میانگین دو کسر $\frac{2}{3}$ را محاسبه کرد و ادعا کرد که حاصل بین دو

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{2} = \frac{\frac{7}{6}}{2} = \frac{7}{12} = \frac{1}{2} < \frac{7}{12} < \frac{2}{3}$$

کسر قرار می‌گیرد یعنی :

حالا بین $\frac{1}{12}$ دو کسر دیگر پیدا می کنیم :

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{7}{12}}{2} = \frac{\frac{13}{12}}{2} = \frac{13}{24} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{13}{24} < \frac{7}{12} < \frac{3}{2}$$

میانگین

$\frac{2}{3}$ پیدا کردیم. این روند را ادامه داده و بی شمار کسر بین آن ها بدست می آوریم.

نکته : بین هر دو عدد گویا بی شمار عدد گویا وجود دارد و عدهای گویا را نمی توان با نوشتن عضوها نمایش داد.

ج) جمع کردن صورت ها باهم و مخرج ها باهم : بی $\frac{2}{3}$ یک کسر پیدا کنید.

$$\cdot \frac{1}{2} < \frac{+2}{2+3} < \frac{3}{3}$$

(۵) اگر دو عدد گویا را به صورت اعشاری بنویسیم، به سادگی می توان عددی بین آن دو عدد بدست آورد.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{5} = 0.4 \\ \frac{3}{4} = 0.75 \\ \frac{5}{8} = 0.625 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{5}{8} > \frac{2}{5}$$

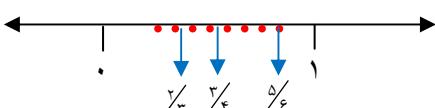
* مقایسه کسرها :

(الف) هم مخرج کردن کسرها : نادیا برای مقایسه سه کسر $\frac{5}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$ برای آن ها مخرج مشترک ۱۲ را انتخاب کرده و سپس آن ها را باهم مقایسه کرد.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{5}{6} = \frac{10}{12} \\ \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \\ \frac{5}{3} = \frac{8}{12} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{5}{6} > \frac{3}{4} > \frac{5}{3}$$

توشهای برای موفقیت

ب) نمایش هندسی : شادی کسرها را به صورت تقریبی روی محور نمایش داده و سپس باهم مقایسه کرد.



ج) محاسبات ریاضی : شینا با ماشین حساب حاصل هر کسر را بدست آورد و سپس باهم مقایسه کرد. (تا دو رقم اعشار)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{5}{6} \cong 0.83 \\ \frac{3}{4} \cong 0.75 \\ \frac{2}{3} \cong 0.66 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{5}{6} > \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

** تبدیل کسر متعارفی به عدد اعشاری :

۱) عده‌های اعشاری متناهی یا مختوم : اگر در تقسیم صورت بر مخرج، باقیمانده صفر شود، آن کسر را مختوم گویند.

$$\frac{2}{5} = 0.4 \quad , \quad \frac{3}{20} = 0.15$$

◀ **مثال «۳» :**

نکته «۱»: اگر در تجزیه مخرج فقط عامل های اول ۲ و ۵ باشند، حتماً آن کسر مختوم است.

۲) عده‌های اعشاری متناوب ساده : اگر در خارج قسمت عددی مرتب تکرار شود، آن را متناوب ساده گویند.

$$\frac{1}{3} = \dots = 0.\bar{3}$$

◀ **مثال «۴» :**

(خط تیره‌ی بالای عدد یعنی آن عدد تکرار می‌شود به عدد تکراری دوره‌ی گردش گویند).

نکته «۲»: در مخرج کسرهایی که متناوب ساده‌اند، عامل های اول ۲ یا ۵ وجود ندارد.

۳) عده‌های اعشاری متناوب مرکب : این نوع اعداد از تقسیم صورت بر مخرج کسرهایی حاصل می‌شوند که علاوه بر عامل های اول سازنده مخرج ۲ و ۵ از سایر عده‌های اول نیز استفاده شود و خارج قسمت بعد از یک یا چند رقم به رقم‌های تکراری می‌رسد و دوره‌ی گردش پیدا می‌کند.

◀ **مثال «۵» :** **توشه‌ای برای موفقیت**

$$\begin{aligned} \frac{2}{15} &= 0.1\bar{3} \\ \frac{2302}{990} &= 2.\bar{3}\bar{2} \end{aligned}$$

بیشتر بدانیم

*** حاصل جمع اعداد اعشاری متناوب :** ابتدا اعداد را به صورت گسترده نوشته و سپس مانند اعداد معمولی محاسبه می‌کنیم.

◀ **مثال «۶» :**

$$1.\bar{6} + 3.\bar{2} = 1.6 + 3.2 + 0.6 + 0.2 + \dots = 4.\bar{87}$$

***عدد گنگ یا آصم:** اعدادی که تعداد ارقام اعشاری آن‌ها نامتناهی و دارای دوره‌ی تناوب نمی‌باشند، را اعداد گنگ گوییم و با Q' نامگذاری می‌کنیم مانند:

$$0.\overline{11}, \sqrt{10}.1 + \sqrt{2}$$

نکته:

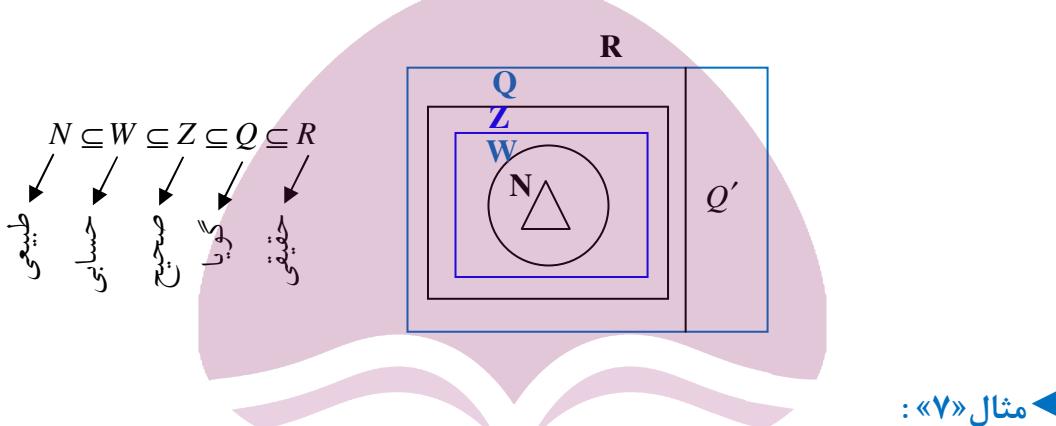
(الف) جمع دو عدد گویا و گنگ همواره گنگ است. $(2 + \sqrt{10}) \in Q'$

(ب) ضرب عددی گنگ در عددی گویا عددی گنگ است. $\sqrt[3]{5} \in Q'$

(ج) ضرب دو عدد گنگ ممکن است گنگ یا گویا باشد.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6} \in Q' , (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 5 - 3 = 2 \in Q$$

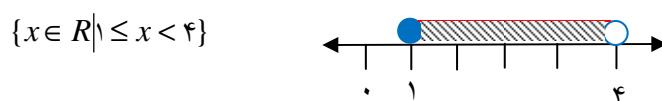
***مجموعه اعداد حقیقی:** از اجتماع مجموعه‌های گویا و گنگ مجموعه‌ی اعداد حقیقی به دست می‌آید. یعنی: $R = Q' \cup Q$ (R یعنی اعداد حقیقی)



$\sqrt{8} \in Q'$, $\sqrt{9} \in Q$, $0 \in Q$, $0.200124\dots \in Q'$

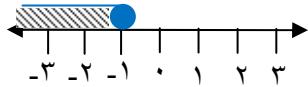
نمایش اعداد حقیقی روی محور: چون اعداد حقیقی شامل اعداد گویا و گنگ است پس همه‌ی اعداد حقیقی را می‌توان با خط ممتدی روی محور نشان داد: یک خط از ابتدای آن نقطه تا انتهای آن مجموعه رسم می‌کنیم. اگر آن نقطه انتهایی یا ابتدایی در مجموعه وجود داشته باشد، تو پر و در غیر این صورت تو خالی خواهد بود.

◀ مثال «۸» :



◀ مثال «۹» :

$$\{x \in R | x \leq -1\}$$



* **قدر مطلق** : فاصله‌ی نقطه‌ی نمایش عدد a را از مبدأ، قدر مطلق a می‌نامیم و یا علامت $|a|$ نوشته می‌شود. پس قدر مطلق صفر مساوی صفر و قدر مطلق اعداد مثبت برابر خود آن عدد است و قدر مطلق هر عدد منفی، قرینه‌ی آن است «به طور کلی، قدر مطلق هر عدد، عددی مثبت است.»

◀ مثال «۱۰» :

$$|5|=5 \quad , \quad \left|-\frac{4}{5}\right|=\frac{4}{5} \quad , \quad |-{\sqrt{5}}|={\sqrt{5}}$$

$$|-20-30+5|=|-45|=45$$

$$|0/5+6|=|6/5|=6/5$$

نکته «۱۱» : قدر مطلق حاصل ضرب دو عدد مساوی حاصل ضرب قدر مطلق آن هاست.

◀ مثال «۱۱» :

$$|(-5) \times (-4)| = |-5| \times |-4| = 5 \times 4 = 20$$

نکته «۱۲» : قدر مطلق مجموع دو عدد کوچک‌تر یا مساوی مجموع قدر مطلق آن دو عدد است.

◀ مثال «۱۲» :

$$|-7+4| \leq |-7| + |4|$$

$$\Rightarrow |-3| \leq 7+4$$

$$\Rightarrow 3 \leq 11$$

ایران تو شن

نکته «۱۳» : تعریف قدر مطلق : با نماد ریاضی

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

نکته «۱۴» : یعنی قدر مطلق حاصل تقسیم دو عدد مساوی است با حاصل تقسیم قدر

مطلق آن دو عدد. ($y \neq 0$)

◀ مثال «۱۳» :

$$\left| \frac{-8}{7} \right| = \frac{|-8|}{|7|} = \frac{8}{7}$$

نکته «۵» : $\sqrt{a^r} = |a|$

$$\sqrt{(1 - \sqrt{2})} = \sqrt[1 - \underbrace{\sqrt{2}}_{\text{عددی منفی}}]{} = -(1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$$

◀ مثال «۱۴» :

نکته «۶» :

$$|x| - |y| \leq |x - y|$$

◀ مثال «۱۵» :

$$|\underline{v} - \underline{w}| \leq |\underline{v} - \underline{z}|$$

$$v - w \leq | - z | \\ - z \leq z$$



نمونه سوالات

فصل اعداد حقیقی

۱. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف) $\sqrt{15}$ عددی گویا است.

ب) مجموعه ای اعداد گویا را می توان با نوشتتن عضوها نمایش داد.

ج) $\frac{5}{12}$ $\frac{1}{3}$ قرار دارد.

د) بین هر دو عدد گویا بی شمار عدد گویا وجود دارد.

ه) نمایش اعشاری $\frac{2}{5}$ عددی مختوم است.

و) حاصل $\frac{1}{3}$ به صورت اعشار عددی متناوب است.

ز) عدد $\frac{3}{4}$ از عدد $\frac{3}{5}$ کوچک تر است.

ح) از اجتماع دو مجموعه Q, Z مجموعه همه اعداد حقیقی حاصل می شود.

ط) عدد $\sqrt{1/44}$ عدد گنگ است.

ی) اگر $a < 0$ باشد آنگاه $-a = a$

۲. جاهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید.

الف) بین هر دو عدد گویا عدد گویا وجود دارد.

ب) مجموعه ای عددهای گویا به زبان نمادین : {.....}.

ج) حاصل $1/453$ به صورت کسر مساوی است با

د) عدد $\frac{7}{6}$ به صورت اعشار مساوی است با

ه) $N \subseteq W \subseteq \subseteq Q$

و) اجتماع مجموعه ای عددهای گویا و اصم را مجموعه اعداد گوییم.

ز) عدد $\sqrt{29}$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد.

ح) عدد $\sqrt{7} + 2$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد.

ط) عدد $\sqrt{13} - 4$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد.

ی) فاصله ی هر نقطه روی محور تا مبدأ را آن عدد می نامیم.

ک) قدر مطلق مجموع دو عدد از مجموع قدر مطلق آن دو عدد یا است.

ل) حاصل عبارت $|4 - 10 + 7|$ برابر است با

۳. گزینه‌ی مناسب را علامت بزنید.

الف) کدامیک از کسرهای زیر از $\frac{4}{5}$ بزرگ‌تر است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{9}{10} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad 2$$

$$\frac{1}{2} \quad 1$$

ب) کدام گزینه از کسرهای زیر مختوم یا متناهی است؟

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad 3$$

$$\frac{3}{11} \quad 2$$

$$\frac{7}{6} \quad (1)$$

ج) کدامیک از عددهای زیر گنگ (اصم) است؟

$$\sqrt{21+4} \quad (4)$$

$$0/\bar{11} \quad (3)$$

$$\frac{3}{14} \quad (2)$$

$$-\frac{9}{5} \quad (1)$$

د) حاصل ضرب دو عدد گنگ:

(1) گنگ است

(4) نه گنگ و نه گویا باشد

(3) ممکن است گنگ یا گویا باشد

ه) عدد $(-\sqrt{17}-3)/(-\sqrt{17})$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

$$-7 \text{ و } -8 \quad (4)$$

$$-1 \text{ و } -2 \quad (3)$$

$$-6 \text{ و } -7 \quad (2)$$

$$-8 \text{ و } -9 \quad (1)$$

ز) کدام عبارت زیر درست است؟

$$-\sqrt{17} \in R \quad (4)$$

$$(2+\sqrt{2}) \in Q \quad (3)$$

$$\sqrt{16} \notin N \quad (2)$$

$$R \subseteq Z \quad (1)$$

ح) عدد ... $0/2922379$ به کدام مجموعه تعلق دارد؟

(1) W : حسابی

(2) Z : صحیح

(3) Q' : گنگ

ط) حاصل عبارت $|\sqrt{5}-2+\sqrt{5}|$ برابر است با:

$$2\sqrt{5}+7 \quad (4)$$

$$2\sqrt{5}-7 \quad (3)$$

$$7 \quad (2)$$

$$-7 \quad (1)$$

ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت

۵. کسرهای زیر را باهم مقایسه کنید. (از کوچک به بزرگ مرتب کنید).

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, -\frac{3}{7}, -4\frac{1}{2}, \frac{.}{11}$$

$$\frac{3}{4}, \frac{2}{5} \text{ سه کسر پیدا کنید.}$$

$$2/07 \quad (د)$$

$$\frac{1}{5} \quad (\text{الف})$$

$$3/157 \quad (\text{ج})$$

۷. محاسبات زیر را انجام دهید.(برای دانش آموزان علاقمند)

$$(الف) \quad 0/\bar{3} \cdot 0/\bar{7} =$$

$$(ب) \quad 0/\bar{3}\bar{1}\bar{5} + 0/\bar{1}\bar{7} =$$

$$(ج) \quad 20/\bar{1}\bar{8} + 1/\bar{4}\bar{1} =$$

۸. حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$(الف) \quad \frac{-7 + \frac{1}{2}}{-3 + 8} \div (-\frac{5}{6}) =$$

$$(ب) \quad (-\frac{1}{2} - \frac{3}{4}) \times (-\frac{2}{5}) =$$

$$(ج) \quad \frac{3}{7} + \frac{-2}{5} \times \frac{15}{4} - (-\frac{1}{14}) =$$

۹. در جای خالی علامت \in یا \neq یا \subseteq قرار دهید.

$$\sqrt{3} \bigcirc Q' , \quad \cdot \bigcirc W , \quad \sqrt{17} \bigcirc Q , \quad Q \bigcirc R$$

$$z \bigcirc Q , \quad ./\bar{1} \bigcirc Q' , \quad ./\bar{3} \bigcirc R , \quad -\frac{8}{9} \bigcirc N$$

ابزارهای توشهای برای موفقیت

۱۰. بین $\sqrt{15}$, $\sqrt{17}$ چهار عدد گنگ بنویسید.

۱۱. بین ۵ و ۶ سه عدد گنگ بنویسید.

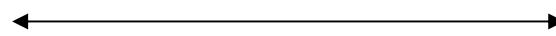
۱۲. $\sqrt{17}$ را روی محور اعداد نشان دهید.

۱۳. مجموعه های زیر را روی محور نشان دهید.

$$A = \{x \in R \mid -1 \leq x < 3\}$$



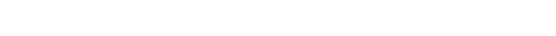
$$B = \{x \in R \mid -1 < x < 4\}$$



$$C = \{x \in R \mid x \leq -2\}$$



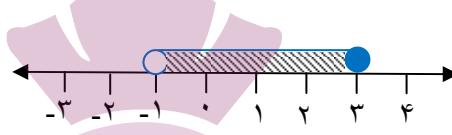
$$D = \{x \in R \mid x \geq 1\frac{1}{2}\}$$



۱۴. با توجه به محور مجموعه‌ی متناظر آن را بنویسید.

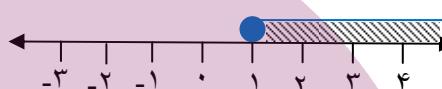
$$E = \{x \in R \mid$$

}



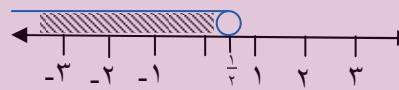
$$F = \{$$

}



$$G = \{$$

}



۱۵. مجموعه های سمت چپ را به مجموعه مناسب در سمت راست وصل کنید.

سمت چپ	سمت راست
$Z \cap Q$	R
$Q \cup Q'$	\emptyset
$Q \cap Q'$	Q
$R - Q'$	Z
$W \cap Z$	W

۱۶. الف) عدد $5 + \sqrt{20}$ - بین کدام دو عدد صحیح متولی قرار دارد؟

ب) عدد $5 - \sqrt{50}$ - بین کدام دو عدد صحیح متولی قرار دارد؟

۱۷. الف) بین دو عدد ۶ و ۵ چند عدد طبیعی وجود دارد؟

ب) بین ۵ و ۶ چند عدد **گویا** وجود دارد؟ با ذکر مثال.

ج) بین ۵ و ۶ چند عدد **گنگ** وجود دارد؟ با ذکر مثال.

۱۸. حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$(الف) | -8 - \frac{7}{5} + 10 | =$$

$$(ب) | (-4) \times (+5) | =$$

$$(ج) | 7 - 5\sqrt{3} | =$$

$$(د) | 3^3 - 27 | =$$

$$(ه) | -\sqrt{45} - \sqrt{20} + 3\sqrt{5} | =$$

$$(و) \sqrt{3 - \sqrt{10}}^2 =$$

$$(ز) \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} =$$

۱۹. اگر $a = -3$ و $b = -7$ باشد حاصل $|a+b| - |ab|$ را به دست آورید.

۲۰. اگر $P = \frac{-3}{10}$, $n = \frac{4}{5}$, $m = -\frac{2}{3}$ باشد حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$(الف) |6m - 2n + 5p| + 10|P| + 3|m| =$$

ابزار نجیب توشه‌ای برای موفقیت

$$(ب) \sqrt{(m+p)^2} - \frac{49}{36} =$$

۲۱. نتیجه منطقی از عبارات را دریافت کرده و تساوی ها را کامل کنید.

$$1) a > 0 \Rightarrow |a| =$$

$$2) a < 0 \Rightarrow |a| =$$

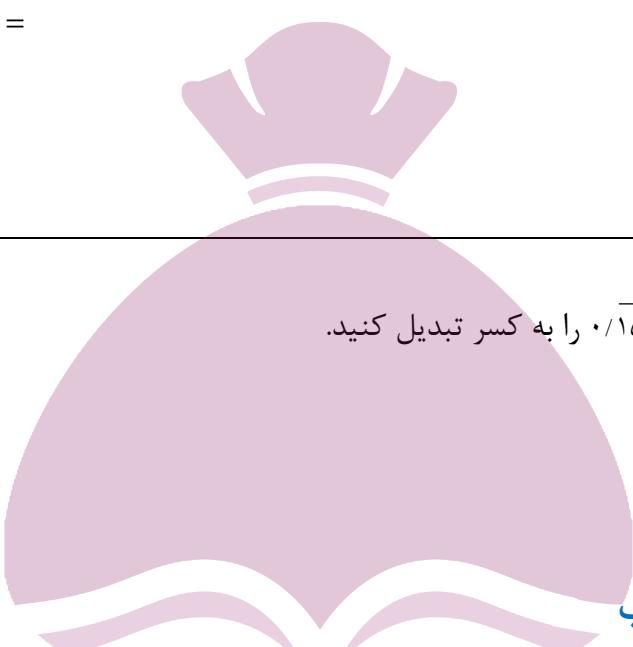
$$3) a > 0, b > 0 \Rightarrow |a+b| =$$

$$4) a < 0, b < 0 \Rightarrow |a+b| =$$

بسمه تعالیٰ
آزمون پایانی فصل اعداد حقیقی

ردیف	رسول اکرم (ص): بهترین علم آن است که مفید باشد	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>الف) کسر $\frac{3}{5}$ از $\frac{5}{6}$ بزرگ تر است.</p> <p>ب) $\sqrt{14}$ بین دو عدد ۳ و ۴ قرار دارد.</p> <p>ج) $\sqrt{4/5}$ عددی گنگ است.</p> <p>د) $\frac{2}{3}$ برابر با $\frac{2}{3}$ است.</p>	۲
۲	<p>جملات زیر را کامل کنید.</p> <p>الف) نمایش اعشاری متناوب کسر $\frac{1}{3}$ برابر با است.</p> <p>ب) اعدادی که تعداد ارقام اعشاری آن ها <u>نامتناهی</u> و دورهٔ تناوب <u>ندارند</u>, مجموعه نامیده می‌شوند.</p> <p>ج) عدد $\sqrt{18} - 2$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد.</p> <p>د) به مجموعهٔ تمام عدهای گویا و باهم مجموعهٔ اعداد حقیقی گویند.</p>	۲/۵
۳	<p>گزینهٔ مناسب را علامت بزنید.</p> <p>الف) کدام یک از اعداد زیر گویا است؟</p> <p>(۱) عدد $0.\overline{11}$</p> <p>(۲) $2\sqrt{2}$</p> <p>(۳) $0.11021\dots$</p> <p>(۴) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$</p> <p>ب) کدام گزینه عبارتی نادرست است؟</p> <p>(۱) $Z \subseteq Q$</p> <p>(۲) $Q \cap Q' = \emptyset$</p> <p>(۳) $N \cup Z = \emptyset$</p> <p>(۴) $Q \cup Q' = R$</p> <p>ج) عدد کدام گزینه از سایر عدها کوچک تر است؟</p> <p>(۱) $-\frac{1}{2}$</p> <p>(۲) $-\frac{2}{3}$</p> <p>(۳) $-\frac{3}{2}$</p> <p>(۴) $-\frac{3}{1}$</p> <p>د) عدد $\sqrt{39} + 3$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟</p> <p>(۱) ۸ و ۹</p> <p>(۲) ۹ و ۱۰</p> <p>(۳) ۱۰ و ۱۱</p> <p>(۴) ۷ و ۸</p>	۲
۴	بین $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ سه کسر مشخص کنید و سپس آن ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب کنید.	۱/۵

۰/۷۵	<p>الف) حاصل عبارت زیر را به صورت عدد اعشاری بنویسید.</p> $\frac{\frac{1}{3}}{10} = \frac{1}{3 \times 10} = \frac{1}{30}$	۵
۰/۵	<p>ب) کسر $\frac{7}{6}$ را به صورت عدد اعشاری متناوب بنویسید.</p> <p>ج) اگر $a = -3$ و $b = -7$ باشد حاصل $a+b - a-b$ را به دست آورید.</p>	
۰/۷۵		
۱/۵	<p>در جای خالی علامت \in یا \subseteq یا \neq قرار دهید.</p> <p>$z \bigcirc Q$, $\{-\frac{2}{3}, \sqrt{7}\} \bigcirc R$, $\sqrt{0.09} \bigcirc Q$</p> <p>$-\frac{2}{3} \bigcirc_z$, $0.\overline{11} \bigcirc Q'$, $\frac{\sqrt{36}}{2} \bigcirc N$</p>	۶
۰/۷۵	<p>الف) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{R} 0 < x \leq 2\}$ را روی محور زیر نشان دهید.</p>	۷
۰/۷۵	<p>ب) با توجه به محور مجموعه B متناظر با آن را بنویسید.</p> <p>$B = \{ \dots \}$</p>	
۰/۵	<p>ج) آیا $\sqrt{7}$ عضوی از مجموعه B است چرا؟</p> <p>الله تعالیٰ توشہ ای برای موفقیت</p>	
۱/۵	<p>حاصل عبارت زیر را به دست آورده و سپس روی محور نمایش دهید.</p> $3 + 2 - \sqrt{5} =$	۸
۱/۵	<p>اگر $C = -3$, $B = \frac{3}{2}$, $a = -2$ باشد حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> $ a - 2c + 4b + 5a =$	۹

۰/۵	الف) بین اعداد ۴ و ۵ دو عدد گنگ بیابید.	۱۰
۰/۵	ب) بین $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$ دو عدد گنگ بنویسید.	۱۱
۱ ۱ ۰/۵	<p>حاصل عبارات زیر را به دست آورید.</p> <p>(الف) $-2\sqrt{3} \div \left (-7 + \frac{1}{2})\right =$</p> <p>(ب) $3 - \sqrt{7} + -2 - \sqrt{7} =$</p> <p>(ج) $\sqrt{(5 - \sqrt{37})^2} =$</p>	۱۱
۱	<p>سئوال جایزه :</p> <p>عدد اعشاری متناوب $\overline{0.15}$ را به کسر تبدیل کنید.</p>	۱۲
 <p>الگوی عددی جالب</p> <p>ایران نویش</p> <p>توشهای علم و فقیت</p> <p>$6 \times 6 + 4 = 40$ $66 \times 66 + 44 = 4400$ $6666 \times 6666 + 4444 = 44440000$ $66666 \times 66666 + 44444 = 4444400000$</p>		
<p>شما هم می توانید این الگو را تا دو ردیف دیگر ادامه دهید.</p>		



خلاصه درس :

* **استدلال** : استدلال دلیل آوردن و استفاده کردن از دانسته های قبلی است برای معلوم شدن موضوعی که در ابتدا مجھول بوده است.

* **اثبات** : به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه بدهد، اثبات می گوییم.

* **فرض و حکم مسئله** : اطلاعاتی که در مسئله داده و یا حقایقی که مرتبط با آن مسئله است و از قبل آن ها را می دانستیم، **فرض مسئله** و خواسته ای مسئله و مجھولات مربوط به آن، **حکم مسئله** هستند.

تعمیم یک خاصیت : وقتی خاصیتی را برای یک عضو از مجموعه ثابت کردیم، اگر تمام ویژگی هایی که در استدلال خود به کار برده ایم، در سایر اعضای آن مجموعه نیز وجود داشته باشد، می توان درستی نتیجه ای بدست آمده را به همه ای اعضای آن مجموعه تعیین داد.

* **هم نهشتی مثلث ها** : در سال قبل حالت های هم نهشتی را یاد گرفته اید :

- برای همه ای مثلث ها
- ۱. دو ضلع و زاویه بین (ض ز ض)
 - ۲. دو زاویه و ضلع بین (ز ض ز)
 - ۳. سه ضلع (ض ض ض)
 - ۴. وتر و یک ضلع (و ض)
 - ۵. وتر و یک زاویه تند (و ز)
- مخصوص مثلث قائم الزاویه

ابران توپی

توشه ای برای موفقیت

گام هایی برای حل مسئله هندسی :

۱. درک و فهم مسئله : صورت مسئله را با دقیق بخوانید و مفاهیم تشکیل دهنده ای آن را بشناسید. مفاهیمی همچون خط، پاره خط، عمود منصف، نیم ساز، مماس، شعاع، نوع مثلث، نوع چهار ضلعی و... می تواند در حل مسئله مؤثر باشد.

۲. رسم شکل : متناسب با داده های مسئله شکلی را رسم کرده و به کمک آن شکل گام های بعد را برمی داریم.

۳. مشخص کردن فرض و حکم مسئله : داده های مسئله (فرض) و خواسته های مسئله (حکم) را در یک جدول نوشته و مشخص می کنیم.

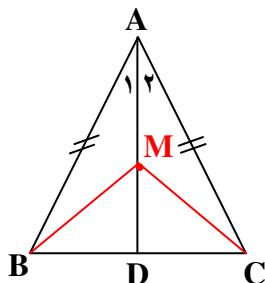
۴. راهبرد حل مسئله : برای رسیدن از فرض به حکم راه حل مناسبی پیدا کنید.

روش های مختلفی مانند هم نهشتی مثلث ها، تشابه دو شکل، رابطه فیثاغورس، زوایای محاطی و مرکزی، خطوط موازی و مورب و... در حل مسئله مفید خواهند بود.

◀ **مثال «۱»:** نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله ای هر نقطه دلخواه روی نیم ساز زاویه ای رأس، از دو سر قاعده برابر است.

گام «۱»: در صورت مسئله از مثلث متساوی الساقین، نیم ساز، زاویه رأس و قاعده استفاده شده که از خواص مثلث متساوی الساقین (ساق ها برابر و زاویه های مجاور قاعده نیز برابرند) و نیم ساز بودن (زاویه رأس نصف می شود) کمک می گیریم.

گام «۲»: رسم شکل مثلث متساوی الساقینی به قاعده \overline{BC} و رأس A رسم می کنیم.



فرض	$\overline{AB} = \overline{AC}, \hat{B} = \hat{C}, \hat{A}_1 = \hat{A}_2$	گام «۳» :
حکم	$\overline{MB} = \overline{MC}$	

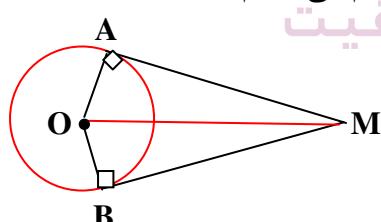
گام «۴»: نوع راهبرد هم نهشتی دو مثلث

$$\left. \begin{array}{l} \text{مثلث متساوی الساقین } \overline{AB} = \overline{AC} \\ \text{مشترک } \overline{AM} = \overline{AM} \\ \text{نیم ساز } \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{حالت (ض ز ض)}} \triangle AMB \cong \triangle AMC \Rightarrow \overline{MB} = \overline{MC}$$

◀ **مثال «۲»:** ثابت کنید اگر از یک نقطه خارج از دایره دو مماس بر دایره رسم شود، طول این دو مماس باهم برابرند.

گام اول : خاصیت خط مماس بر دایره را از پایه هشتم خواندیم: شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

گام دوم : رسم شکل : متناسب با داده های مسئله شکل مقابل را رسم می کنیم.



ایران نوین

توشه‌ای برای موفقیت

فرض	$\overline{OA} = \overline{OB}, \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$	گام سوم :
حکم	$\overline{AM} = \overline{BM}$	

گام چهارم: راهبرد حل مسئله: هم نهشتی

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OB} \\ \overline{OM} = \overline{OM} \end{array} \right\} \text{حالت: وتر و یک ضلع} \rightarrow O \overset{\Delta}{A} M \cong O \overset{\Delta}{B} M \Rightarrow \overline{AM} = \overline{BM}$$

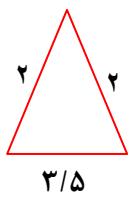
وتر مشترک

شکل های متشابه: هرگاه در دو شکل همه ی ضلع ها به یک نسبت تغییر کرده باشند (کوچک یا بزرگ یا بدون تغییر) و اندازه ی زاویه ها تغییر نکرده باشد، به آن دو شکل **متشابه** گوییم.

نکته «۱»:

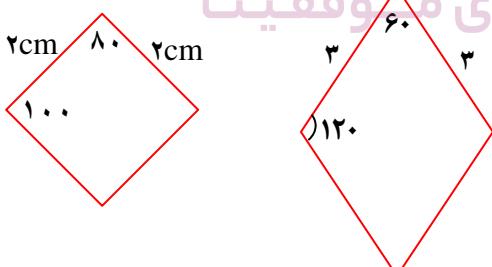
- الف) دو مربع دلخواه همواره متشابه اند.
- ب) دو مثلث متساوی الاضلاع همواره متشابه اند.
- ج) هر دو شکل هم نهشت باهم متشابه اند.
- د) دو لوزی دلخواه همواره متشابه نیستند. زیرا ممکن است زاویه های نظیر مساوی نباشند.
- ه) دو مستطیل دلخواه همواره متشابه نیستند زیرا ممکن است اضلاع متناظر به یک نسبت تغییر نکرده باشند.
- و) دو مثلث متساوی الساقین دلخواه همواره متشابه نیستند زیرا ممکن است زاویه های نظیر باهم برابر نبوده یا اضلاع متناظر متناسب نباشند (به یک اندازه تغییر نکرده باشند).

◀ **مثال «۳»:** مثلث های زیر متساوی الساقین هستند اما متشابه نیستند زیرا: $\frac{2}{3} \neq \frac{3/5}{4}$



◀ **مثال «۴»:** دو لوزی زیر باهم متشابه نیستند. زیرا زاویه های نظیر برابر نیستند.

توشهای برای معرفی و فقیت



نکته «۲»: نسبت اضلاع متناظر دو شکل متشابه را نسبت تشابه می گویند.

◀ **مثال «۵»:** دو مثلث ABC و DEF باهم متشابه اند و نسبت تشابه آن ها $\frac{1}{2}$ است. اگر اضلاع مثلث ABC به اندازه ی ۳ و ۵ و ۶ و اضلاع مثلث DEF به اندازه ی $3-x$ و $10+y$ باشند، مقدار x و y را به دست آورید.

پاسخ:

$$\frac{3}{x-3} = \frac{5}{10} = \frac{6}{2y+8} \Rightarrow \begin{cases} x-3 = \frac{10 \times 3}{5} = 6 \rightarrow x-3 = 6 \rightarrow x = 9 \\ 2y+8 = \frac{10 \times 6}{5} = 12 \rightarrow 2y+8 = 12 \rightarrow 2y = 12 - 8 = 4 \rightarrow y = 2 \end{cases}$$

توجه: اگر از نسبت تشابه ۲ استفاده کنیم یعنی اضلاع مثلث $\triangle ABC$ هر کدام ۲ برابر بزرگ شده اند پس در مثال قبل می توان نوشت:

$$x-3 = 3 \times 2 \Rightarrow x-3 = 6 \rightarrow x = 9$$

$$2y+8 = 6 \times 2 \rightarrow 2y+8 = 12 \rightarrow y = 2$$

نکته ۳:

الف) نسبت محیط های دو n ضلعی با نسبت تشابه دو شکل مساوی است.

ب) نسبت مساحت های دو n ضلعی با مجذور نسبت تشابه دو شکل مساوی است.

◀ **مثال «۴»:** نسبت مساحت های دو پنج ضلعی منتظم برابر با $\frac{4}{9}$ است. اگر اندازهٔ ضلع پنج ضلعی بزرگ ۶ باشد، اندازهٔ ضلع پنج ضلعی کوچک تر چند است؟

پاسخ: بنا به نکته ۳ قسمت «ب» داریم: اگر نسبت تشابه را $\frac{a}{b}$ فرض کنیم:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = \frac{6 \times 2}{3} = 4$$

نکته «۴»: در دو مثلث متشابه:

الف) نسبت محیط ها با نسبت تشابه برابر است.

ب) نسبت ارتفاع های متناظر با نسبت تشابه برابر است.

ج) نسبت میانه های متناظر با نسبت تشابه برابر است.

د) نسبت نیم سازهای متناظر با نسبت تشابه برابر است.

ه) نسبت مساحت ها با مجذور نسبت تشابه برابر است.

◀ **مثال «۵»:** نسبت مساحت های دو مثلث متشابه $\frac{16}{25}$ است. نسبت ارتفاع های متناظر دو مثلث را به دست آورید.

پاسخ: نسبت تشابه را $\frac{x}{y}$ می گیریم پس:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{x}{y} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

نسبت تشابه

چون نسبت تشابه با نسبت ارتفاع های نظیر برابر است پس نسبت ارتفاع های دو مثلث هم $\frac{4}{5}$ است.

نمونه سوالات

فصل هندسه و استدلال

۱. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) اطلاعات داده شده و معلومات مسئله را فرض مسئله گوییم.

(ب) با مشاهده کردن و حواس پنج گانه هم می توان به درستی یک موضوع اطمینان کرد.

(ج) اگر خاصیتی را برای یک عضو از مجموعه ثابت کردیم، آن خاصیت برای تمامی اعضای مجموعه درست است.

(د) برای حل مسائل هندسی، راه حل کلی و کلاسیک وجود ندارد.

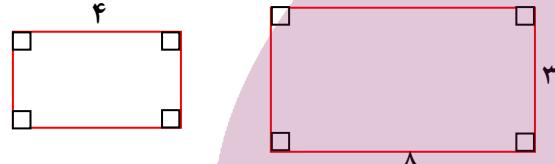
(ه) در هر مستطیل قطرها باهم برابرند.

(و) دو مستطیل دلخواه همواره متشابه اند.

(ز) دو لوزی دلخواه همواره متشابه اند.

(ح) نسبت تشابه دو

۱/۵



$\frac{1}{2}$

است.

(و) هر دو مربع دلخواه متشابه اند.

۲. جملات زیر را کامل کنید.

(الف) دلیل آوردن و استفاده از دانسته های قبلی را در هندسه گویند.

(ب) به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه بدهد، می گوییم.

(ج) اطلاعات داده شده در مسئله را و خواسته ای مسئله را گویند.

(د) اولین گام در حل مسئله هندسی است.

(ه) گام دوم در حل مسائل هندسی این است که با توجه به مسئله

(و) در دو شکل متشابه اضلاع و زاویه های نظیر هستند.

(ز) نسبت اضلاع متناظر دو شکل را گویند.

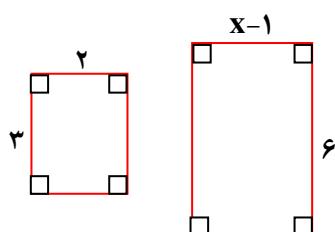
(ح) دو لوزی در صورتی متشابه اند که نظیر باهم برابر باشند.

(ط) دو مستطیل در صورتی متشابه اند که متناظر باشند.

(ی) هر دو مربع دلخواه متشابه

(ک) هر دو مثلث متساوی الاضلاع دلخواه متشابه

(ل) مقدار x در شکل های متشابه زیر برابر است با



۳. گزینه‌ی مناسب را علامت بزنید.

الف) دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبل برای معلوم شدن موضوعی که در ابتدا مجھول بوده را چه می‌نامند؟

- (۱) فرض مسئله (۲) حکم مسئله (۳) استدلال (۴) شهود

ب) اگر $a < 0$ و $b > 0$ باشد، کدام گزینه را می‌توان نتیجه گرفت؟

- (۱) $ab > 0$ (۲) $ab < 0$ (۳) $ab = 0$ (۴) $(a-b) > 0$

ج) کدام گزینه از حالت‌های هم نهشتی دو مثلث محسوب نمی‌شود؟

- (۱) (ض ض ض) (۲) (ز ض ز) (۳) (ض ض ض) (۴) (ز ز ز)

د) کدام مورد زیر همواره معتبر نیست؟

(۱) دو زاویه متقابل به رأس باهم مساوی‌اند.

(۲) هر نقطه که روی نیم ساز یک زاویه قرار دارد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

(۳) هر نقطه که روی عمود منصف یک پاره خط باشد، از دو سر آن پاره خط به یک اندازه است.

(۴) محل برخورد ارتفاع‌های هر مثلث درون آن مثلث قرار می‌گیرد.

ه) در دو شکل متشابه :

(۱) اضلاع مساوی و زاویه‌ها متناسب‌اند

(۲) اضلاع و زاویه‌ها به یک نسبت تغییر می‌کنند.

و) کدام شکل همواره با خودش متشابه است؟

(۱) مستطیل

(۲)

لوزی

(۳) مربع

(۴) مثلث متساوی الساقین

ایران توشی

توضیحاتی برای موقبیت

ز) طول‌های اضلاع یک مثلث ۷ و ۹ و ۱۴ است. محیط مثلثی که با این مثلث متشابه بوده و

بزرگ‌ترین ضلع آن ۲۱ باشد، چند است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۳۰ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

ح) دو لوزی متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{3}{5}$ است. اگر ضلع لوزی کوچک ۴۵ سانتی‌متر باشد،

ضلع لوزی بزرگ‌تر برابر است با :

- (۱) ۱۳۵ (۲) ۹۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۵

و) در یک نقشه مقیاس $\frac{1}{500}$ است. فاصله دو نقطه روی نقشه ۱۵ میلی متر است. فاصله این دو

نقطه در اندازه‌ی واقعی چند متر است؟

- (۱) ۷۵۰۰ متر (۲) ۷۵۰ متر (۳) ۷۵ متر (۴) ۷/۵ متر

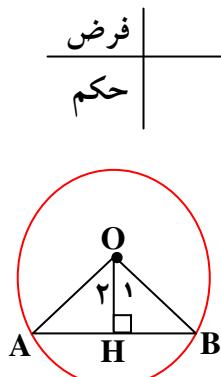
۴. سارا گفت همه‌ی اعداد طبیعی مثبت اند و چون اعداد طبیعی زیر مجموعه‌ای از اعداد گویا هستند، پس همه‌ی اعداد گویا نیز مثبت اند. آیا استدلال سارا معتبر است چرا؟

۵. در مسائل زیر **فرض** و **حکم** مسئله را مشخص کنید.

(الف) ثابت کنید : در هر مستطیل قطرها باهم مساوی اند.

ب) نشان دهید : هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر پاره خط به یک فاصله است.

۶. تساوی‌های زیر را کامل کرده تا نشان دهید خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می‌شود، آن وتر را نصف می‌کند.

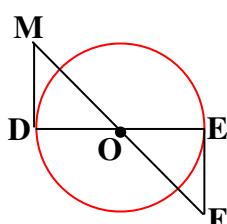


الجاء
از تساوی اجزای متناظر دو مثلث $\triangle OAH \cong \triangle OBH$

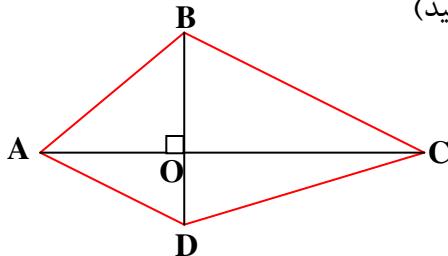
توضیحات

۷. در شکل زیر O مرکز دایره و خط‌های DM و EF بر دایره مماس‌اند.

? $\overline{EF} = \overline{DM}$ چرا



۸. ثابت کنید اگر قطرهای یک چهارضلعی محدب برهم عمود باشند، مساحت چهارضلعی نصف حاصل ضرب طول های دو قطر آن است. (عبارتها را کامل کنید)

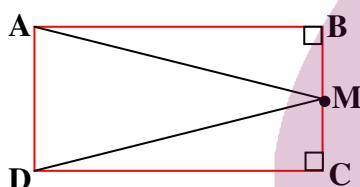


فرض	
حکم	

$$\text{مساحت مثلث } ABC + \text{مساحت چهارضلعی } ABCD = \dots$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times \dots \times \dots + \frac{1}{2} \times \dots \times \dots \\
 &= \frac{1}{2} \times AC(\dots + \dots) \\
 &= \frac{1}{2} \times \dots \times \dots
 \end{aligned}$$

۹. در مستطیل زیر M وسط \overline{BC} است ثابت کنید مثلث AMD متساوی الساقین است.

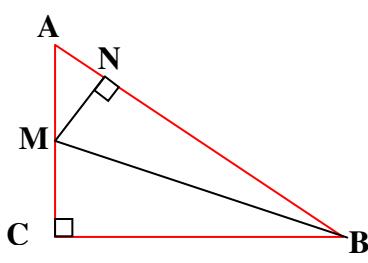


فرض	
حکم	

دلیل
.....
.....
.....

ایران توییش

از تساوی اجزای متناظر دو مثلث نتیجه می‌گیریم که موقوفیت

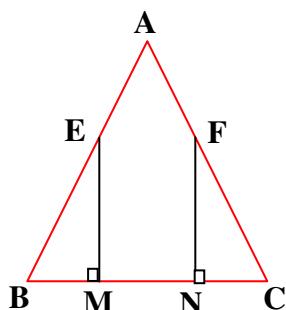


در شکل زیر $\overline{BC} = \overline{BN}$ نیم ساز زاویه B است چرا

فرض	
حکم	

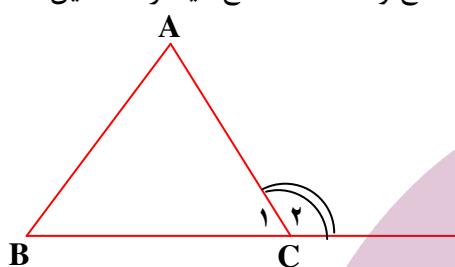
۱۱. مثلث ABC متساوی الساقین و F وسط ساق ها هستند چرا طول پاره خط های

CN برابر است؟



۱۲. نشان دهید در هر مثلث اندازه یک زاویه خارجی با مجموع دو زاویه ی داخلی غیر مجاور آن برابر است.

یادآوری: زاویه ی خارجی یک چند ضلعی محدب، بین یک ضلع و امتداد ضلع دیگر تشکیل می شود.



۱۳. ثابت کنید اگر در یک متوازی الاضلاع قطرها مساوی یکدیگر باشند آن چهارضلعی مستطیل است.

۱۴. نشان دهید طول دو مماس که از یک نقطه خارج از دایره بر آن دایره رسم می شوند، باهم برابرند.

ایران‌توجیه توشه‌ای برای موفقیت

۱۵. دو مستطیل به نسبت $\frac{3}{4}$ باهم متشابه اند اگر طول مستطیل بزرگ تر ۲۸ سانتی متر باشد، اندازه ی طول مستطیل کوچک تر چند سانتی متر است؟

۱۶. مقیاس یک نقشه $1:1000$ است. اگر فاصله ی بین دو نقطه روی نقشه $\frac{2}{5}$ سانتی متر باشد، فاصله ی این دو نقطه در اندازه ی واقعی چند متر است؟

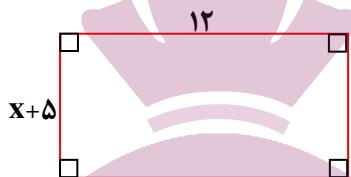
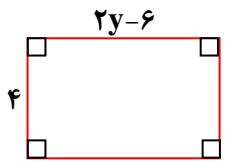
۱۷. **الف)** آیا دو لوزی دلخواه همواره متشابه‌اند چرا؟

ب) آیا دو مستطیل دلخواه همواره متشابه‌اند چرا؟

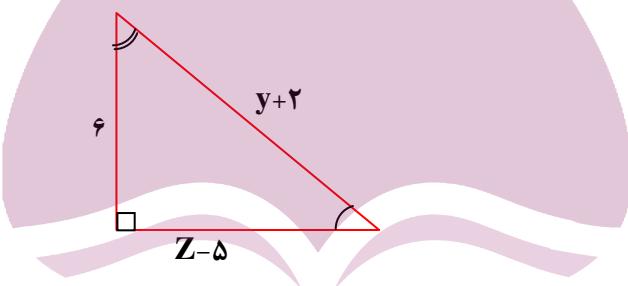
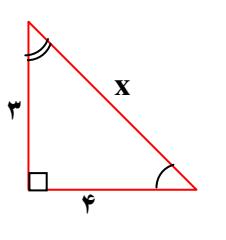
۱۸. **الف)** نسبت تشابه دو شکل هم نهشت را بنویسید.

$$\frac{2}{3} \text{ است.}$$

ب) دو مستطیل زیر باهم مشابه‌اند. مقدار x, y را به دست آورید.



۱۹. دو مثلث زیر باهم متشابه‌اند مقادیر x, y, z را به دست آورید.

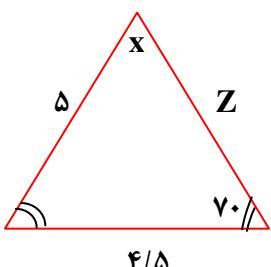
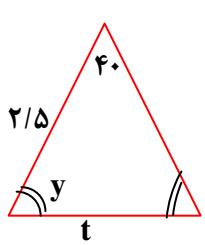


۲۰. مثلث ABC به ضلع ۴ و ۵ و ۶ با مثلث DEF به ضلع $\frac{1}{2}x + 1$ باهم متشابه‌اند :

الف) نسبت تشابه دو مثلث چند است؟

ابراهیمی توشهای برای موفقیت

ب) مقدار x را به دست آورید.



۲۱. دو مثلث متساوی الساقین زیر باهم متشابه‌اند.

الف) مقادیر مجهول را روی شکل بنویسید.

ب) نسبت تشابه دو مثلث چند است؟

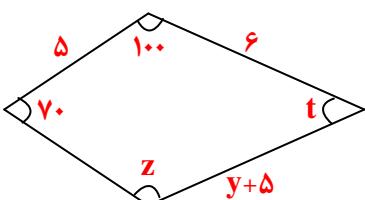
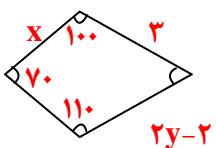
آزمون پایانی فصل هندسه و استدلال

آزمون پایانی فصل هندسه و استدلال

ردیف	بارم	رسول اکرم (ص) : طلب دانش بر هر مسلمان واجب است.	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.
۱	۲	<p>(الف) اگر خاصیتی از یک عضو مجموعه را اثبات کردیم، می توان آن خاصیت را به سایر اعضاء نیز تعمیم داد.</p> <p>(ب) اگر $a > b$ باشد می توان نتیجه گرفت که $a > c$ است.</p> <p>(ج) دو مثلث متساوی الاضلاع دلخواه همواره متشابه اند.</p> <p>(د) اطلاعات داده شده در مسئله را فرض مسئله گوییم.</p>	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.
۲	۲	<p>(الف) دلیل آوردن و استفاده از دانسته های قبلی برای معلوم شدن موضوعی را گویند.</p> <p>(ب) در حل مسائل هندسی تشخیص فرض و مسئله اهمیت زیادی دارد.</p> <p>(ج) اگر زاویه بین دو خط در نقشه 50° درجه باشد، زاویه y بین همان خطوط در طبیعت برابر است با</p> <p>(د) هرگاه در دو شکل زاویه ها تغییر نکرده و اضلاع متناسب باشند به آن دو شکل می گوییم.</p>	کامل کنید.
۳	۲	<p>گزینه های مناسب را علامت بزنید.</p> <p>(الف) کدام شکل همواره با نوع خودش متشابه است؟</p> <p>(۱) لوزی (۲) مستطیل (۳) مثلث متساوی الاضلاع (۴) مثلث متساوی الساقین</p> <p>(ب) نقشه شهرستان دزفول $\frac{1}{20000}$ کوچک شده است. اگر فاصله y امامزاده های رودبند و سبزقبا 2 کیلومتر باشد، فاصله x این دو نقطه در نقشه چند سانتی متر است؟</p> <p>(۱) 2 (۲) 5 (۳) 10 (۴) 20</p> <p>(ج) کدام استدلال همواره معتبر <u>نیست</u>؟</p> <p>(۱) مثلث متساوی الاضلاع است، در نتیجه هر زاویه y آن 60° درجه است.</p> <p>(۲) چهارضلعی متوازی الاضلاع بوده و یک زاویه قائم دارد، در نتیجه آن چهارضلعی مستطیل است.</p> <p>(۳) زاویه رأس یک مثلث متساوی الساقین 40° درجه است. در نتیجه هر زاویه مجاور به قاعده 70° درجه است.</p> <p>(۴) دو پنج ضلعی منتظم متشابه اند در نتیجه آن دو پنج ضلعی هم نهشت اند.</p> <p>(د) کدام گزینه ترتیب گام های حل مسئله هندسی را به درستی نشان می دهد؟</p> <p>(۱) رسم شکل - درک و فهم مسئله - فرض و حکم - تشخیص راهبرد</p> <p>(۲) درک و فهم مسئله - رسم شکل - فرض و حکم - تشخیص راهبرد</p> <p>(۳) فرض و حکم - درک و فهم مسئله - رسم شکل - تشخیص راهبرد</p> <p>(۴) درک و فهم مسئله - فرض و حکم - تشخیص راهبرد - رسم شکل</p>	

۱/۵	<p>ثابت کنید وسط قاعده‌ی هر مثلث متساوی الساقین از دو ساق آن به یک فاصله است.</p>	۴
۱/۵	<p>در شکل زیر O مرکز دایره و $\overline{DN}, \overline{CM}$ هر کدام یک سانتی متر از شعاع دایره و $\overline{BC} = \overline{AD}$ چرا</p>	۵
۱/۵	<p>چهارضلعی $ABCD$ مستطیل و $\overline{DE} = \overline{FB}$ چرا $\overline{AE} = \overline{FC} = ۱/۵$</p>	۶
۱/۵	<p>مربع است نشان دهید: $MC = \sqrt{\overline{AM}^2 + \overline{AP}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{AB}^2}$</p>	۷
۱	<p>الف) است. اگر ضلع لوزی بزرگ ۲۱ سانتی متر باشد، لوزی $\frac{۳}{۷}$ کوچک چه قدر است؟</p>	۸
۲		

ب) دو چهارضلعی زیر باهم متشابه اند مقادیر مجھول را به دست آورید.



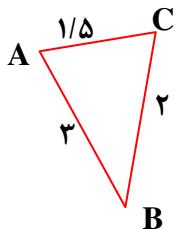
الف) دو مثلث متساوی الساقین در چه شرایطی متشابه اند؟

ب) با رسم شکل و ذکر دلیل نشان دهید دو مستطیل دلخواه همواره متشابه نیستند؟

الف) مثلث ABC با اضلاع ۳ و ۴ و ۵ با مثلث DEF به اضلاع ۹ و ۵y+۲ و ۱۵ متشابه است مقدار y را به دست آورید.

ب) نسبت تشابه دو مثلث چند است؟

به کمک خطوط موازی مثلثی رسم کنید که با مثلث ABC متشابه بوده و نسبت آن ها ۲ باشد.



ایران توشه

توشهای برای موفقیت

تست هوش

به جای علامت ؟ چه عددی مناسب است؟ سعی کنید ارتباط منطقی بین اعداد پیدا کنید.

۱۲ و ۴ و ۳ و ۲

۲۰ و ۲۸ و ۵ و ۴

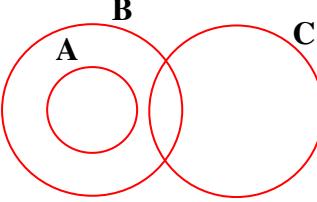
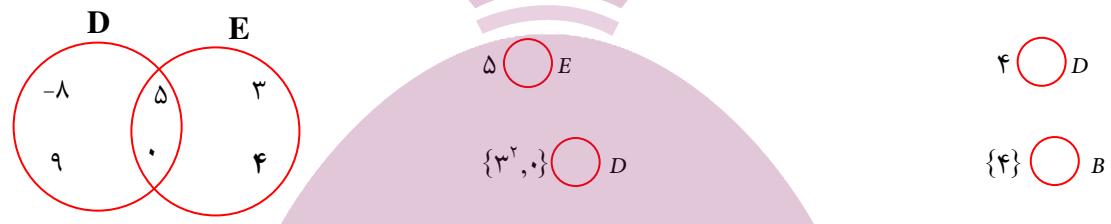
۳۰ و ۴۵ و ۶ و ۵ و ۴

۵ و ۶ و ۷ و ۶۶ و ۲۴

۵۶ و ۸ و ۷ و ۶ و ۵

آزمون پیش نوبت اول

ردیف	رسول اکرم (ص) : بهترین علم آن است که مفید باشد.	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>الف) هر مجموعه زیر مجموعه خودش است.</p> <p>ب) مجموعه $\{\frac{8}{2}, \sqrt{16}, 4\}$ دارای ۴ عضو است.</p> <p>ج) عدد $\frac{3}{14}$ یک عدد گنگ است.</p> <p>د) از اشتراک دو مجموعه گویا و گنگ مجموعه اعداد حقیقی به دست می آید.</p>	۱
۲	<p>جملات زیر را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید.</p> <ul style="list-style-type: none"> * مجموعه ای که هیچ عضوی ندارد، مجموعه نام دارد. * تعداد زیر مجموعه های $\{\phi\}$ مساوی است. * فاصله ای بین یک نقطه تا مبدأ را آن عدد گوییم. * دلیل آوردن و استفاده کردن از دانسته های قبلی را گویند. 	۲
۳	<p>گزینه مناسب را علامت بزنید.</p> <p>الف) حاصل $(R - Q')$ برابر کدام مجموعه است؟</p> <p style="text-align: center;">ϕ (۴) Q (۳) N (۲) Z (۱)</p> <p>ب) کدام گزینه عبارتی نادرست است؟</p> <p>۱) هر عدد حسابی یک عدد گویا است.</p> <p>۲) بعضی از عدهای گویا، عدد صحیح هستند.</p> <p>۳) هر عدد گویا یک عدد حسابی است.</p> <p>۴) هر عدد صحیح یک عدد گویا است.</p> <p>ج) نمایش کدام کسر زیر به صورت اعشاری، متناهی یا مختوم است؟</p> <p style="text-align: center;">$\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{3}{25}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)</p> <p>د) عدد $\sqrt{19} + 2 -$ بین کدام دو عدد صحیح متواالی قرار دارد؟</p> <p style="text-align: center;">۷ و ۶ (۴) ۳ و ۵ (۳) ۲ و ۱ (۲) ۱ و ۳ (۱)</p>	۳
۴	<p>اگر $B = \{x \in N 8 \leq x < 12\}$, $A = \{7, 8, 9\}$ باشد :</p> <p>الف) مجموعه B را با اعضا ایش مشخص کنید.</p> <p>ب) حاصل هر یک از مجموعه های زیر را با اعضا بنویسید.</p> <p>$A - B =$ $A \cap B =$ $A \cup B =$</p>	۰/۵ ۱/۵

۰/۷۵		با توجه به نمودار مقابل $(B - A) \cap C$ را هاشور بزنید.	۵
۰/۵		اگر تاسی را دو بار بیاندازیم :	۶
۰/۵	$n(s) = ?$	الف) مجموعه‌ی همه‌ی حالت‌های ممکن چند عضو دارد؟ ب) احتمال اینکه مجموع دو عدد ۷ باشد، چند است؟	
۱		با توجه به نمودار زیر در جای خالی علامت \in یا \notin یا \subseteq قرار دهید.	۷
۱		الف) مجموعه اعداد گویا را با نماد ریاضی بنویسید.	۸
۱	$A = \{4, x^y, -8\}$, $B = \{\frac{18}{2}, 16, 2y - 6, \sqrt{81}\}$	ب) مقدار x, y را طوری بیابید که مجموعه‌های B, A برابر باشند.	
۰/۵		الف) بین $1 - \frac{1}{2}$ و $1 - \frac{1}{3}$ دو کسر بنویسید.	۹
۰/۵		ب) نمایش اعشاری کسر $\frac{3}{5}$ را بنویسید.	
۰/۵		ج) عدد $3/02$ را به صورت کسر بنویسید.	
۱/۵	$(\frac{1}{2} - \frac{5}{6}) \div (\frac{-10}{9})$	الف) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.	۱۰
		ب) مجموعه اعداد گویا را به زبان ریاضی بنویسید.	
۰/۵		الف) بین $\sqrt{5}, \sqrt{8}, \sqrt{7}$ یک عدد گنگ بنویسید.	۱۱
۰/۵		ب) عدد ...۰/۱۲۳۴۲۵ گویاست یا گنگ چرا؟	
۰/۵	$Q \cap Z = \dots$, $Q \cup Q' = \dots$	ج) تساوی‌های زیر را کامل کنید.	

۰/۷۵	<p>الف) مجموعه A را روی محور نمایش دهید.</p> <p>$A = \{x \in R \mid 2 \leq x\}$</p>	۱۲
۰/۷۵	<p>ب) اگر $a = \sqrt{2}, b = -5$ باشد حاصل $a + b$ را به دست آورید.</p>	
۱	<p>ثابت کنید قطر مربعی به ضلع a برابر است با $a\sqrt{2}$.</p>	۱۳
۱/۵	<p>نشان دهید طول دو مماسی که از نقطه‌ای خارج از دایره بر دایره رسم می‌شوند مساوی است.</p>	۱۴
۰/۷۵	<p>الف) آیا دو لوزی دلخواه همواره متشابه‌اند؟ چرا؟</p> <p>ب) دو مثلث OCD, OAB متشابه‌اند. مقادیر x, y, z را به دست آورید.</p> <p>ایران نووس توشه‌ای برای موفقیت</p>	۱۵
۱	<p>سؤال جایزه:</p> <p>اگر $A \cap B = \{x \in R \mid \sqrt{2} \leq x < 2\}, A = \{x \in R \mid 1 \leq x < \sqrt{3}\}$ باشد $B = \{x \in R \mid \sqrt{2} \leq x < 2\}$, A را با علائم ریاضی بنویسید.</p>	۱۶

فصل ۴

توان و ریشه

خلاصه درس:

* **توان منفی:** توان های منفی را هم می توان محاسبه کرد. اگر n یک عدد طبیعی و $a \neq 0$ باشد داریم :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

یعنی اگر عدد صحیح غیر صفری از صورت به مخرج یا از مخرج به صورت انتقال داده شود، توان آن عدد قرینه می شود.

◀ **مثال «۱» :**

$$9^{-2} = \frac{1}{9^2} = \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{1}{81}$$

$$(-2)^{-5} = \frac{1}{(-2)^5} = \left(\frac{1}{-2}\right)^5 = -\frac{1}{32}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{16}{81}} = \frac{81}{16}$$

یادآوری: هر عدد (غیر از صفر) به توان صفر برسد، حاصل یک می شود.

◀ **مثال «۲» :**

$$\left(\frac{3}{10}\right)^{-3} - (-2)^{-3} = 1 - \left(\frac{1}{(-2)^3}\right) = 1 - \frac{1}{-8} = 1 + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$$

نکته: کلیه قوانین عدههای توان دار برای توان های منفی هم صدق می کند. یعنی اگر a و b دو عدد مخالف صفر و m و n دو عدد صحیح باشند روابط زیر برقرارند :

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^0 = 1$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

◀ **مثال «۳»:** حاصل را به صورت عددی توان دار بنویسید.

(الف) $\underbrace{3^{-4} \times (-5)^{-4}}_{\text{الف}} \times (-15)^{-9} = (-15)^{-4} \times (-15)^{-9} = (-15)^{-13}$

(ب) $12^{-7} \times \left(\frac{-2}{3}\right)^{-7} \div (-8)^7 = (12 \times \frac{-2}{3})^{-7} \div (-8)^7 = (-8)^{-7} \div (-8)^7 = (-8)^{-7-7} = (-8)^{-14}$

* **نماد علمی** : برای سهولت در محاسبه ای اعداد بسیار بزرگ یا کوچک آن ها را به صورت ضرب توانی از ۱۰ می نویسیم. این اعداد را به دو گروه تقسیم می کنیم : گروهی از اعداد مثبت بزرگ تر از یک و گروه دیگر اعداد مثبت کم تراز ۱.

(الف) نماد علمی اعداد بسیار بزرگ : ابتدا از سمت چپ یک رقم جدا کرده (یک رقم صحیح) و سپس به تعداد رقم های بعد از ممیز توانی از ۱۰ را نوشته و به صورت ضربی از یک عدد اعشاری در توانی از ۱۰ می نویسیم.

◀ **مثال «۴»** : نماد علمی اعداد زیر را بنویسید.

۱۰۲۳۴۵۶۰۰۰۰۰ (الف)

۱۲۷۸/۹۵ (ب)

پاسخ :

$$10^{12} \times 1.023456 = 1.023456 \times 10^{12}$$

توان ۱۲ یعنی تعداد ارقام بعد از ممیز.

$$1278/95 = 1.27895 \times 10^3$$

توان ۳ یعنی ممیز به تعداد ۳ رقم به سمت چپ حرکت کرده است.

(ب) نماد علمی اعداد بسیار کوچک : ابتدا از سمت چپ یک رقم مخالف صفر جدا کرده و سپس به تعداد ارقام قبل از ممیز توانی منفی از ۱۰ را نوشته و به صورت ضربی از یک عدد اعشاری در توانی از ۱۰ می نویسیم.

◀ **مثال «۵»** : نماد علمی اعداد زیر را بنویسید.

$$6/7 \times 10^{-5} = 67 \times 10^{-5} (الف)$$

$$1/394 \times 10^{-2} = 1394 \times 10^{-2} (ب)$$

به طور کلی : نماد علمی یک عدد اعشاری مثبت به صورت $a \times 10^{-n}$ می باشد که a عددی بین ۰ و ۱ و n عددی صحیح می باشد.

◀ **مثال «۶»** : حاصل عبارت زیر را به صورت نماد علمی بنویسید.

$$0.0012 \times 450000 = 1/2 \times 10^{-3} \times 4/5 \times 10^5 = 1/2 \times 4/5 \times 10^{-3} \times 10^5 = 5/4 \times 10^2$$

* **ریشه گیری** :

(الف) ریشه دوم : هر عدد دارای دو ریشه دوم است که این ریشه ها قرینه ی یکدیگرند.

$$(-3)^2 = +3 = \text{ریشه های دوم}$$

نکته : اعداد منفی ریشه دوم ندارند.

(ب) ریشه سوم : توان سوم (مکعب) عددی مانند ۲ برابر ۸ است. پس ریشه سوم ۸ برابر ۲ است و می نویسیم :

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

◀ مثال «۷» :

$$(-4)^3 = -64 \Rightarrow \sqrt[3]{-64} = -4$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$$

به طور کلی : اگر $\sqrt[n]{b}$ عدد حقیقی باشد، ریشه سوم آن را با $\sqrt[3]{b}$ نمایش می دهیم.
نکته : هر عدد فقط یک ریشه سوم دارد.

* **ضرب و تقسیم رادیکال ها :** اگر دو رادیکال دارای ریشه (فرجه) مساوی باشند، می توان آن رادیکال ها را در هم ضرب یا برهم تقسیم کرد یعنی برای هر دو عدد a و b داریم :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$(b \neq 0)$$

نکته «۱» : قوانین فوق برای ریشه های بالاتر از ۳ نیز درست می باشد.

◀ مثال «۸» :

$$\sqrt{7} \times \sqrt{3} = \sqrt{21} \quad , \quad \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{-216} = -6$$

$$\sqrt[3]{\frac{125}{64}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{\sqrt[3]{5^3}}{\sqrt[3]{4^3}} = \frac{5}{4}$$

نکته «۲» : اگر عبارت زیر رادیکال جمع یا تفریق باشد، نمی توان آن را به صورت چند رادیکال جداگانه نوشت یعنی :

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

نکته «۳» : در ضرب و تقسیم رادیکال ها، ابتدا قسمت صحیح را محاسبه کرده و سپس رادیکال ها درهم ضرب یا برهم تقسیم می کنیم.

◀ مثال «۹» :

$$3\sqrt{5} \times 4\sqrt{2} = (3 \times 4) \times \sqrt{5 \times 2} = 12\sqrt{10} \quad (\text{الف})$$

$$8\sqrt[3]{54} \div 2\sqrt[3]{2} = \frac{8\sqrt[3]{54}}{2\sqrt[3]{2}} = \frac{8}{2} \times \sqrt[3]{\frac{54}{2}} = 4\sqrt[3]{27} = 4 \times 3 = 12 \quad (\text{ب})$$

* **جمع و تفریق رادیکال ها :** اگر قسمت رادیکالی دو عبارت پس از ساده کردن کاملاً مثل هم باشند، می توان آن ها را همانند عبارت های جبری باهم جمع یا تفریق کرد.

◀ مثال «۱۰» :

$$\begin{aligned} 5\sqrt{2} + 3\sqrt{11} - 8\sqrt{2} + 4\sqrt{11} &= (5-8)\sqrt{2} + (3+4)\sqrt{11} \\ &= -3\sqrt{2} + 7\sqrt{11} \end{aligned}$$

◀ مثال «۱۱» : عبارت زیر را ساده کنید.

$$\begin{aligned} \sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 2\sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{63} &= \sqrt{9 \times 5} - 3\sqrt{4 \times 5} + 2\sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{9 \times 7} \\ &= 3\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + \sqrt{7} - 3\sqrt{7} \\ &= -\sqrt{5} - 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

* **گویا کردن مخرج کسرهای رادیکالی** : گاهی اوقات برای ساده کردن یک عبارت رادیکالی و یا ساده کردن محاسبات، لازم است که مخرج یک کسر را از حالت رادیکالی خارج کنیم. برای این منظور صورت و مخرج کسر را در عددی ضرب می کنیم تا مخرج از حالت رادیکالی خارج شود.

◀ مثال «۱۲» : مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

$$\begin{aligned} \frac{5}{\sqrt{2}} &= \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{2} \\ \frac{3}{\sqrt[3]{5}} &= \frac{3}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{3\sqrt[3]{25}}{5} \end{aligned}$$

نکته : اگر عدد مخرج ریشه دوم باشد، صورت و مخرج را در مخرج ضرب می کنیم و اگر عدد مخرج ریشه سوم داشته باشد، صورت و مخرج را در ریشه سوم همان عدد ضرب کرده ولی عدد زیر رادیکال باید توان ۲ داشته باشد. برای سایر ریشه ها نیز با همان ریشه ضرب کرده و توان عدد زیر رادیکال باید یک واحد کم تر از ریشه باشد. به عبارت دیگر اگر مخرج کسری $\sqrt[n]{a^m}$ با شرط $m < n$ باشد، صورت و مخرج را در $\sqrt[m]{a^{m-n}}$ ضرب می کنیم.

◀ مثال «۱۳» : مخرج کسر زیر را گویا کنید.

$$\frac{4}{\sqrt[4]{2}} = \frac{4}{\sqrt[4]{2}} \times \frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{4\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{4\sqrt[4]{16}}{2} = 2\sqrt[4]{16}$$



۱. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) حاصل 2^{-4} برابر $\frac{1}{16}$ است.

(ب) مقدار $1^{-2} + 2^{-1}$ مساوی ۱ است.

(ج) 5^{-1} بزرگ‌تر از 5^{-5} است.

(د) نماد علمی 16×10^{-16} می‌شود.

(ه) 4300×10^{-4} همان 4.3×10^{-4} است.

(و) ریشه سوم عدد ۱۲۵ می‌شود.

(ز) هر عدد دارای دو ریشه سوم است.

(ح) حاصل $\sqrt[3]{(-7)^3}$ برابر است با ۷.

(ط) اگر $x^0 = y^0$ باشد آنگاه $x = y$.

(ی) عبارت $\sqrt[3]{8+27} + \sqrt[3]{27+8}$ همان $\sqrt[3]{54}$ است.

۲. جملات زیر را کامل کنید.

(الف) حاصل $5^{-7} \div 5^{-3}$ به صورت عدد توان دار برابر است با.....

(ب) در تساوی $10^{-6} = 10^{-2} \times 10^x$ مقدار X برابر با است.

(ج) نمایش علمی عدد 40300 می‌شود.....

(د) اعداد منفی ریشه دوم ، اما ریشه سوم

(ه) ریشه سوم عدد $\frac{8}{27}$ است.

(و) دو عدد رادیکالی که قسمت زیر رادیکال و آنها یکسان باشند باهم جمع می‌شوند.

(ز) ساده شده ی عبارت $\sqrt{72} + \sqrt{32}$ برابر است با

(ژ) مجموع محيط مربعی $4\sqrt{5}$ باشد، مساحت مربع برابر با است.

۳. گزینه‌ی مناسب را علامت بزنید.

(الف) حاصل $(-4)^{-8} \times (-4)^{-9} = (-4)^{-17}$ کدام گزینه است؟

(۱) $(-4)^{-8} = 4^{-10}$ (۲) $(-4)^{-10} = 4^{-8}$

ب) کدام گزینه نادرست است؟

$$(2^3)^{-4} = 2^{-12} \quad (2)$$

$$4^{-1} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$7^{-1} = 1 \quad (4)$$

$$3^{-2} = -9 \quad (3)$$

ج) نماد علمی عدد 547×10^4 برابر است با :

$$547 \times 10^4 \quad (2)$$

$$547 \times 10^{-5} \quad (1)$$

$$547 \times 10^{-4} \quad (4)$$

$$547 \times 10^3 \quad (3)$$

د) حاصل $(\sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{48}) \div \sqrt{3}$ برابر است با :

$$3 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$5\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

هـ) ساده شده ای عبارت $5\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \sqrt{50}$ کدام است؟

$$7\sqrt{5} - \sqrt{50} \quad (4)$$

$$2\sqrt{3} - \sqrt{52} \quad (3)$$

$$2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} + 10\sqrt{2} \quad (1)$$

و) اگر $x < 0$ باشد حاصل عبارت $3\sqrt{x^2} - 2x$ برابر چه گزینه ای است؟

$$-x \quad (4)$$

$$x \quad (3)$$

$$5x \quad (2)$$

$$-5x \quad (1)$$

۴. سوالات ستون سمت راست را به جواب های مربوطه در ستون چپ وصل کنید.

سمت چپ	سمت راست
$1\frac{1}{3}$	$(-3)^{-2}$
$\frac{1}{9}$	$3^{-1} + (-)$
۱	$(\frac{1}{3})^{-2}$
۹	27×3^{-3}

۵. حاصل را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$5^{-4} \times 5^3 \times 25 =$$

$$20^{-8} \div 5^{-8} \times 4^6 =$$

$$8^{-5} \times 2^{-10} \div 16 =$$

$$\frac{a^{\Delta} b^{\gamma} z^{-\tau}}{a^{-\tau} b^{\gamma} z^{\gamma}} =$$

۶. مقدار هر عبارت را به دست آورید.

$$5^{-1} + 1^{-3} - \frac{6}{5} =$$

$$(-2)^{\cdot} + (2^{-\tau})^{-\tau} - (-5)^{\tau} =$$

$$(10 - 2^3) \div (2^4 \div 2^{-1}) =$$

۷. اعداد زیر را باهم مقایسه کنید. ($<=>$)

$$6^{-1} \bigcirc 0$$

$$4^{-1} \bigcirc 4^{-2}$$

$$1^{-11} \bigcirc (-)$$

۸. مقدار x را به دست آورید.

$$7^x \times 7^{-4} = 7^1 \Rightarrow x =$$

$$(4^{-x})^5 = 4^{10} \Rightarrow x =$$

$$x^{-1} \div (-3)^{-1} = 6^{-1} \Rightarrow x =$$

۹. اعداد زیر را با نماد علمی نمایش دهید.

(الف) $1394000 =$

(ب) $1200000 =$

(ج) $0.0004 =$

(د) $0.00672 =$



۱۰. حاصل عبارت های زیر را به دست آورده و به صورت نماد علمی بنویسید.

$$3 \times 10^{-7} \times 5 \times 10^{11} =$$

$$25 \times 10^{-4} \div 5 \times 10^{-2} =$$

$$\frac{2}{3} \times 10^4 =$$

$$6.03 \times 10^{-3} =$$

$$\frac{5}{34} \times 10^6 =$$

$$6 \times 10^{-7} =$$

۱۱. نمایش اعشاری اعداد زیر را بنویسید.

۱۲. دور کره ای زمین در استوا تقریباً 4×10^7 متر است. اگر طول هر مورچه یک میلی متر باشد، چند مورچه لازم است تا باهم دور کره زمین در استوا را بپوشانند؟ (هر متر برابر ۱۰۰۰ میلی متر است).

۱۳. جرم زمین تقریباً 6×10^{24} کیلوگرم و جرم خورشید تقریباً 2×10^{30} کیلوگرم است. جرم خورشید چند برابر جرم زمین است؟

۱۴. اندازه ای یک باکتری 5×10^{-7} است. این عدد را به صورت اعشاری بنویسید.

۱۵ جرم یک الکترون تقریباً 9.2×10^{-31} گرم است. جرم یک دانش آموز ۴۶ کیلوگرمی چند برابر جرم یک الکترون است؟ حاصل را به صورت نماد علمی بنویسید. (یک کیلوگرم برابر ۱۰۰۰ گرم است).

۱۶. حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\sqrt{(-5)^2} =$$

$$\sqrt{\sqrt{81}} =$$

$$\sqrt{(3-9)^2} =$$

$$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} =$$

$$\sqrt[3]{(-6)^3} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{-8}{1000}} =$$

$$\sqrt[4]{-1} =$$

$$\sqrt[4]{(-)^4} =$$

۱۷. اگر $x > 0$ و $y > 0$ باشد حاصل عبارت $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$ را به دست آورید.

۱۸. حاصل اعداد سطر اول را به جواب درست در سطر دوم وصل کنید.

$$\sqrt{81} \times \sqrt[3]{-27}$$

$$, \sqrt[3]{\frac{128}{2}}$$

$$, \sqrt[3]{-64} \times \sqrt{1}$$

$$, \sqrt[3]{125} + \sqrt{\sqrt{16}}$$

$$-27$$

$$, -4$$

$$, 4$$

$$, 7$$

۱۹. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$\sqrt[3]{64} \times \sqrt[5]{.....} = \sqrt[3]{128} = \sqrt[5]{2}$$

$$\sqrt[3]{\frac{-125}{8}} = \frac{\sqrt[3]{.....}}{\sqrt[3]{.....}} = \frac{.....}{.....}$$

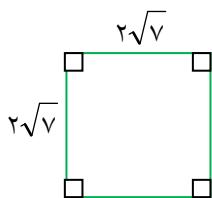
ایران توشه توشه ای برای موفقیت

۲۰. حاصل را به دست آورید.

$$\frac{\sqrt{90} \times \sqrt{4}}{\sqrt{40} \times \sqrt{9}} =$$

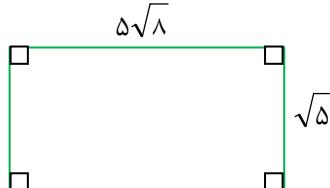
$$\frac{\sqrt{60} \times \sqrt{18}}{\sqrt{5}} =$$

۲۱. مساحت و محیط شکل های زیر را حساب کنید.



$$S =$$

$$P =$$



$$S =$$

$$P =$$

۲۲. حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$\sqrt{48} - \sqrt{12} - \sqrt{27} =$$

$$\sqrt{128} - 5\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - \sqrt{25} =$$

$$\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{-24} + 4\sqrt[3]{3} =$$

$$\sqrt[5]{abc} \times \sqrt[5]{a^2 b^3 c^4} =$$

$$(الف) \frac{2}{\sqrt{6}} =$$

$$(ب) \sqrt{\frac{5}{7}} =$$

$$(ج) \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{3}} =$$

ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت

۲۳. مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

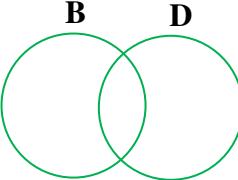
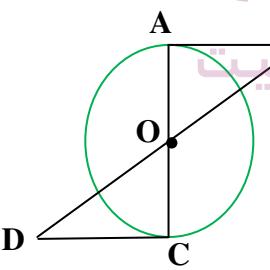
آزمون پایانی فصل توان و ریشه

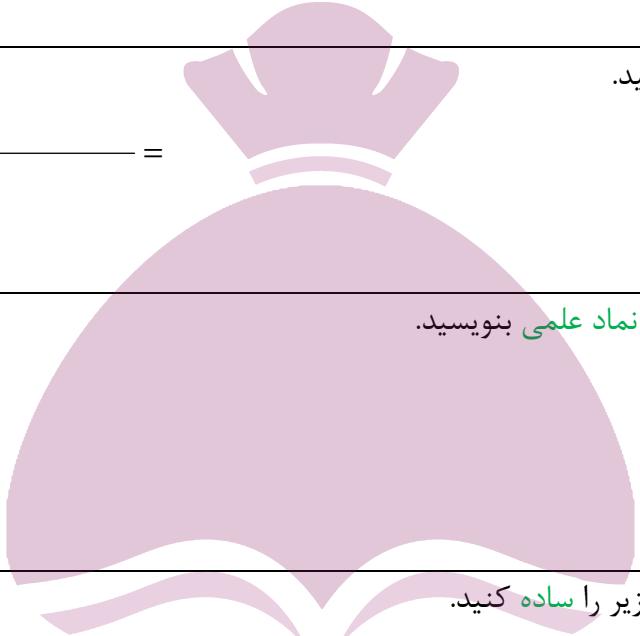
ردیف	رسول اکرم (ص) بهترین اعمال امت من انتظار فرج است.	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>(الف) $\frac{1}{\sqrt{-3}}$ برابر با $7^{\frac{1}{3}}$ است.</p> <p>(ب) نماد علمی 4300×10^{-3} می شود.</p> <p>(ج) ریشه سوم $\frac{-1}{216}$ عدد است.</p> <p>(د) رابطه $x = -\sqrt{x^3}$ با شرط $x > 0$ درست است.</p>	۲
۲	<p>گزینه‌ی مناسب را علامت بزنید.</p> <p>(الف) حاصل $\left(\frac{5}{6}\right)^{-7} \times 18^{-\frac{5}{7}}$ کدام گزینه است؟</p> <p>(۱) $\frac{90}{6}^{-14}$</p> <p>(۲) $\frac{90}{6}^{-7}$</p> <p>(۳) 15^{-7}</p> <p>(۴) 15^{49}</p> <p>(ب) نمایش اعشاری عدد $2/3 \times 10^{-3}$ برابر است با :</p> <p>(۱) $0/230$</p> <p>(۲) $0/00023$</p> <p>(۳) $0/0023$</p> <p>(۴) $0/0023$</p> <p>(ج) بجای a چه عددی می‌توان قرار داد تا نامساوی $\sqrt[3]{a} < \sqrt{16}$ درست باشد؟</p> <p>(۱) 64</p> <p>(۲) 27</p> <p>(۳) 125</p> <p>(۴) 216</p> <p>(د) مساحت مربعی به ضلع $\sqrt{x^5}$ برابر چند مترمربع است؟ ($x > 0$)</p> <p>(۱) $25x^3$</p> <p>(۲) $5x^3$</p> <p>(۳) $20\sqrt{x}$</p> <p>(۴) $0/0023$</p>	۲
۳	<p>جهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید.</p> <p>(الف) اعداد $\sqrt{b}, \sqrt{b}, \sqrt{b}$ - ریشه‌های دوم عدد هستند.</p> <p>(ب) ریشه سوم عدد $\frac{-125}{64}$ برابر با است.</p> <p>(ج) حاصل $\frac{2}{\sqrt{7}} \times \sqrt{7}$ برابر است با</p> <p>(د) ساده شده‌ی حاصل ضرب $\sqrt[3]{4b} \times \sqrt[3]{2b^3}$ می‌شود</p>	۲
۴	<p>(الف) علامت \Rightarrow بگذارید.</p> <p>(ب) مقدار هر عبارت را به دست آورید.</p> <p>الف) $4^{-1} \bigcirc 2^0$</p> <p>ب) $\sqrt{2^2 + 4^2} \bigcirc 5$</p> <p>الف) $\left(-\frac{1}{5}\right)^0 + (-3^{-2})^{-1} =$</p> <p>ب) $\sqrt{\frac{-1}{27}} - \sqrt{(1 - \frac{1}{3})^2} =$</p>	۰/۵ ۱/۵

۱/۵	$3^{-v} \times 15^{-4} \times 5^{-v} =$ $2/6 \times 10^{-5} \div 1/3 \times 10^2 =$	حاصل را به صورت عددی توان دار بنویسید.	
۰/۵	$1394000 =$	نماد علمی اعداد زیر را بنویسید.	۶
۰/۵	$0.0000034 =$		
۱	$0.1234 \times 50000 =$		
۱	$4\sqrt[4]{a^4 b^3} \times (-2\sqrt[2]{a^2 b}) =$	حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.	۷
۱/۵	$\sqrt[3]{54} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{72} + \sqrt[3]{128} =$		
۱/۵	$\frac{5}{2\sqrt{3}} =$ $\sqrt[3]{\frac{7}{10}} =$ $\frac{1}{\sqrt[3]{b^2}} =$	مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.	۸
۱/۵	$2\sqrt{50} - \sqrt[3]{48} + \sqrt{72} = a\sqrt{2} + b\sqrt[3]{6}$	در تساوی زیر مقدار a , b را محاسبه کنید.	۹
۱/۵	$a = 0/000$ و $b = 6 \times 10^{-5}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{a}{b}$ را به صورت نماد علمی بنویسید.		۱۰
۱/۵	$2\sqrt{3} - \sqrt{5} \quad 2\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{49} =$	حاصل عبارت زیر را به دست آورده و سپس ساده کنید.	۱۱
۱	$\sqrt[3]{2^{12}} \times \sqrt[6]{64} \div \sqrt[3]{-8} =$	سئوال جایزه : حاصل عبارت زیر را به دست آورید.	۱۲

آزمون نوبت اول

ردیف	رسوی اکرم (ص) : انسان بلند مرتبه چون به فهم و دانایی رسید متواضع می شود.	بارم
۱	<p>گزینه‌ی مناسب را علامت بزنید.</p> <p>الف) مجموعه‌ی اعداد گویا بین ۶ و ۱۰ چند عضو دارد؟</p> <p>ب) کدام گزینه همواره درست است؟</p> <p>ج) اگر $a = -2$ و $b = -\frac{3}{5}$ باشد، حاصل $2 a+b$ برابر است با :</p> <p>د) مستطیلی به ابعاد ۴ و ۵ با مستطیلی به ابعاد $2x+1$ و ۱۰ متشابه‌اند مقدار x چند است؟</p>	<p>۳) ۲</p> <p>۲) ۳</p> <p>۱) ۲</p> <p>۳) ۱</p> <p>۴) ۱</p> <p>۳) ۲</p> <p>۴) ۳</p>
۲	<p>جهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) مجموعه‌ای شامل همه‌ی عضوهایی است که هم عضو A و هم عضو B هستند این مجموعه را دو مجموعه A و B می‌نامند.(اجتماع ، اشتراک)</p> <p>ب) اگر در نمایش اعشاری یک کسر همه‌ی رقم‌های اعشاری آن مشخص شود و به انتهای برسد به آن کسر گویند.</p> <p>ج) قدرمطلق حاصل ضرب دو عدد مساوی حاصل ضرب آن هاست.</p> <p>د) به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه بدهد، می‌گوییم.</p>	
۳	<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>الف) $\sqrt{-64} = \sqrt{64} = -8$ برابر است.</p> <p>ب) دو مستطیل دلخواه همواره متشابه‌اند.</p> <p>ج) عددی وجود دارد که حقیقی و گنگ باشد.</p> <p>د) مجموعه $\{x \in N x < 1\}$ بی‌شمار عضو دارد.</p>	
۴	<p>هر یک از اعداد سطر اول را به جواب مربوطه در سطر دوم وصل کنید. (دو جواب اضافی است).</p> <p>$-25 + 17 - 2$ $, 2^{-2} - (\frac{1}{2})^2$ $, \sqrt[3]{2^5} \times \sqrt[5]{2}$ $, \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$</p> <p>۰ , $\frac{1}{4}$, ۱۰ , -۱۰ , ۵ , ۴</p>	
۵	<p>اگر $\{1, 2, 3\} = A$ و $\{4, 5\} = B$ باشند حاصل $(A \cap B) \cup (A - B)$ را با نوشتن اعضای آن مشخص کنید.</p>	۱/۵

۰/۷۵	<p>الف) مجموعه مقابل را با علائم ریاضی بنویسید.</p> <p>$A = \{2, 4, 6, 8, \dots\} =$</p>	۶
۰/۷۵	<p>ب) مجموعه $(B - (B \cap D))$ را روی شکل نشان دهید.</p> 	
۰/۵	<p>الف) بین $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}$ دو کسر بنویسید.</p>	۷
۰/۵	<p>ب) عدد $\frac{2}{3}$ را با نماد اعشاری متناوب بنویسید.</p>	
۰/۵	<p>ج) حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.</p> <p>$(1/2 + 3/7) \div 10 =$</p>	
۰/۵	<p>الف) عدد $\sqrt{7} + 2$ بین کدام دو عدد صحیح متولای قرار دارد؟</p>	۸
۰/۷۵	<p>ب) مجموعه مقابل را روی محور نمایش دهید.</p> <p>$M = \{x \in R \mid -1 < x \leq 3\}$</p> 	
۱	<p>حاصل عبارات زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $4 - 3^3 \times (-2 + 5) =$</p> <p>ب) $\sqrt{2 - \sqrt{5}}^2 =$</p>	۹
۱/۵	<p>در شکل زیر مرکز دایره CD, AB دو مماس بر دایره رسم شده اند. چرا طول دو مماس باهم برابر است؟</p> <p>چرا $\overline{AB} = \overline{CD}$.</p> 	۱۰
۰/۵ ۱	<p>الف) چرا دو لوزی دلخواه همواره متشابه نیستند؟</p> <p>ب) مثلث ABC به ضلع های ۸ و ۱۰ و ۱۶ با مثلث DEF به اضلاع $2x-2$ و 20 و $2x+14$ باهم متشابه اند. مقدار x را پیدا کنید.</p>	۱۱

۱	در یک نقشه مقیاس $1 : 1000$ است. فاصله‌ی دو نقطه روی نقشه ۳ سانتی متر است. فاصله‌ی این دو نقطه در اندازه‌ی واقعی چند متر است؟	۱۲
۰/۷۵	در جای خالی علامت \in یا \notin یا \subseteq قرار دهید. $-\sqrt{25} \bigcirc N$, $\sqrt[3]{\frac{-1}{1...}} \bigcirc Q$, $\{\pi, \sqrt{3}\} \bigcirc R$	۱۳
۱	 $\frac{1^2 \times (3^4)^3 \times 1^{-4}}{(3^2)^3 \times (\frac{1}{3})^{-4}} = \dots =$	۱۴
۱	اعداد زیر را به صورت نماد علمی بنویسید. (a) $139400000 =$ (b) $0.00001394 =$	۱۵
۱/۵	الف) عبارت رادیکالی زیر را ساده کنید. $2\sqrt{75} - 5\sqrt{27} + 3\sqrt{12} \div 3\sqrt{3} =$	۱۶
۱	ب) خرج کسر مقابل را گویا کنید. $\sqrt{\frac{4}{5x}}$	
۱	سوال جایزه : مجموعه A را با علائم ریاضی بنویسید. $A = \{5, 55, 555, 5555, \dots\} =$	۱۷



خلاصه درس :

* **یک جمله ای :** یک جمله ای از حاصل ضرب اعداد حقیقی در متغیرها به دست می آید. یک جمله ای از دو قسمت تشکیل می شود : ضریب عددی و عبارت حرفی.

◀ **مثال «۱» :** ضریب $\sqrt{5}a^3x^3$ و عبارت حرفی است.

نکته «۱»: فرم کلی یک جمله ای به صورت ax^n است که در آن $a \in R$ و x متغیر و $n \in W$ می باشد یعنی حتماً توان متغیر باید عضو مجموعه اعداد حسابی (W) باشد.

◀ **مثال «۲» :** عبارت $5\sqrt{x}$ یک جمله ای نیست زیرا: $5\sqrt{x} = 5x^{\frac{1}{2}}$ و توان متغیر عضوی از مجموعه اعداد حسابی نیست.

نکته «۳»: هر عدد حقیقی یک جمله ای است زیرا توان آن متغیر صفر است.

◀ **مثال «۳» :** عددی مثل 7 یک جمله ای است زیرا: $7 = 7x^0$.

تذکر مهم : اگر در یک عبارت توان حروف منفی بوده و یا حروف در مخرج یا زیر رادیکال باشند، آن عبارت تک جمله ای نیست.

* **درجه ی یک جمله ای :** توان متغیری را که در یک جمله ای وجود دارد، درجه ی یک جمله ای نسبت به آن متغیر می نامند.

◀ **مثال «۴» :** جدول را کامل کنید.

درجه نسبت به همه ی متغیرها	درجه نسبت به y	درجه نسبت به x	یک جمله ای
$4+1=5$	۱	۴	$\sqrt{7}x^4y$
$1+0=1$	۰	۱	$\frac{3}{8}x$

* **یک جمله ای های متشابه :** چند تا یک جمله ای که حروف و توان مساوی داشته باشند، متشابه هستند.

◀ **مثال «۵» :** یک جمله ای های y^3x^5 , $5yx^3$, $4y^4x$, $4x^4y$ متشابه اند اما $4y^3x$ متشابه نیستند.

* **جمع و تفریق یک جمله ای های متشابه :** ضرایب عددی آن ها را باهم جمع یا تفریق کرده و قسمت حرفی مشترک را می نویسیم.

نکته «۳»: جملات غیر متشابه باهم جمع یا تفریق نمی شوند. مثل $5y - 2x$ (ساده تر نمی شود).

* ضرب و تقسیم یک جمله ای ها : برای بدست آوردن حاصل ضرب دو یک جمله ای کافی است ضرایب عددی را در هم و حروف متناظر را نیز درهم ضرب کنیم. برای تقسیم نیز ضرایب عددی را برهم و حروف متناظر را نیز برهم تقسیم می کنیم.

◀ مثال «۶»: حاصل عبارت زیر را بدست آورده و سپس ساده کنید.

$$5x(\cancel{4x^3} - \cancel{6y}) - \cancel{7x^3} + 10xy = \underline{\underline{20x^3}} - \underline{\underline{30xy}} - \cancel{7x^3} + \underline{\underline{10xy}} = 13x^3 - 20xy$$

* درجه ی چند جمله ای : بزرگ ترین درجه نسبت به آن متغیر را در نظر می گیریم.

◀ مثال «۷»: در چند جمله ای $a^3b^2 + 10a^2b^3 + 2ab^5$ درجه نسبت به a مساوی ۳ و درجه نسبت به b مساوی ۵ است.

نکته «۴»: در چند جمله ای ها، جملات را نسبت به توان های نزولی (از بزرگ به کوچک) یک متغیر مرتب می کنند.

◀ مثال «۸»: چند جمله ای $vx^3a^3 + vx^2a^3 + vx^3a + vx^2a^2 - 4x + 5x^2a^3$ را نسبت به متغیر x مرتب کنید.
پاسخ :

* اتحاد جبری : اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان مقدار یکسانی داشته باشیم، در این صورت برابری جبری حاصل از آن ها را اتحاد جبری می نامیم.

◀ مثال «۹»: آیا $x^3 + 6x + 9 = (x+3)^2$ یک اتحاد است؟

پاسخ : به ازای چند مقدار مختلف مانند $x=2$ یا $x=-5$ و ... عبارت را آزمایش می کنیم.

$$x=2 \Rightarrow (2+3)^2 = 2^2 + 6 \times 2 + 9 \Rightarrow 5^2 = 4 + 12 + 9 = 25$$

$$x=-5 \Rightarrow (-5+3)^2 = (-2)^2 + 6 \times (-2) + 9 \Rightarrow (-2)^2 = 25 + (-12) + 9 = 4$$

در نتیجه $x^3 + 6x + 9 = (x+3)^2$ یک اتحاد است.

توشهای برای موفقیت

* اتحاد مربع دو جمله ای:

الف) جبری :

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

$$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

ب) کلامی :

مربع جمله دوم + ۲ برابر حاصل ضرب جمله ها + مربع جمله اول = $(\text{جمله دوم} + \text{جمله اول})^2$

◀ مثال «۱۰»:

$$(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(5) + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25$$

$$(x^2 - yz)^2 = (x^2)^2 + 2x^2(-yz) + (-yz)^2 = x^4 - 2x^2yz + y^2z^2$$

* اتحاد مزدوج :

الف) جبری

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

ب) کلامی :

مربع جمله دوم - مربع جمله اول = (جمله دوم - جمله اول) (جمله دوم + جمله اول)

◀ مثال «۱۱» :

$$\overbrace{(x+5)}^{} \overbrace{(x-5)}^{} = x^2 - 25$$

$$(ab - \frac{3}{4})(ab + \frac{3}{4}) = a^2b^2 - \frac{9}{16}$$

اثبات اتحاد مزدوج :

$$\overbrace{(a+b)}^{} \overbrace{(a-b)}^{} = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

* اتحاد جمله مشترک :

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

◀ مثال «۱۲» :

$$(x+1)(x+3) = x^2 + (\overbrace{1+3}^{\text{جمله مشترک}})x + \overbrace{1 \times 3}^{\text{جهات خارجی}} = x^2 + 4x + 3$$

* اتحاد مکعب دو جمله ای (برای مطالعه بیش تر):

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

◀ مثال «۱۳» :

$$(x+5)^3 = x^3 + 3x^2(5) + 3x(5)^2 + 5^3 = x^3 + 15x^2 + 75x + 125$$

* اتحاد مجموع مکعب دو جمله ای (برای مطالعه بیش تر):

(اتحاد چاق و لاغر)

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

* اتحاد تفاضل مکعب دو جمله ای (برای مطالعه بیش تر):

(اتحاد چاق و لاغر)

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

◀ مثال «۱۴» :

$$(t - ۲)(t^2 + ۲t + ۴) = t^3 - ۸$$

$$(a + ۳)(a^2 - ۳a + ۹) = a^3 + ۲۷$$

* اتحاد مربع سه جمله‌ای :

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + ۳ab + ۳ac + ۳bc$$

◀ مثال «۱۵» :

$$(x + y^2 + ۵)^3 = x^3 + y^6 + ۲۵ + ۳xy^2 + ۱۰x + ۱۰y^3$$

* اتحادهای فرعی :

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - ۳ab \quad , \quad a^3 + b^3 = (a+b)^3 - ۳ab(a+b)$$

کاربرد اتحادها : استفاده از اتحادها برخی محاسبات با اعداد بزرگ را ساده‌تر می‌کند.

◀ مثال «۱۶» :

$$998 \times 1002 = (1000 - 2)(1000 + 2) = 1000^2 - 2^2 = 1000000 - 4 = 999996$$

* **تجزیه** : گاهی اوقات نیاز است که یک عبارت جبری را به صورت حاصل ضرب چند عبارت جبری دیگر بنویسیم که به این کار تجزیه گویند.

* **روش‌های تجزیه** :

الف) فاکتورگیری : برای فاکتورگیری مراحل زیر را انجام می‌دهیم :

۱. ب.م.م ضرایب جملات را تعیین می‌کنیم.
۲. حروف مشترک با توان کم تر را مشخص می‌کنیم.
۳. ب.م.م ضرایب و حروف مشترک با توان کم تر را به عنوان فاکتور در نظر می‌گیریم.
۴. تک تک جملات را بر عامل فاکتور تقسیم کرده و حاصل را درون پرانتز می‌نویسیم.

◀ مثال «۱۷» : تجزیه کنید.

$$15a^3b + 10a^2b^2 = 5a^2b(3a + 2b)$$

ب) با استفاده از اتحادها : به کمک اتحادهایی مانند : اتحاد مزدوج، اتحاد یک جمله مشترک و اتحاد چاق و لاغر می‌توان چند جمله‌ای‌ها را تجزیه کرد.

◀ مثال «۱۸» : تجزیه کنید.

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

$$x^2 + 4x + 3 = (x + 1)(x + 3)$$

ضرب مجموع

اتحاد یک جمله مشترک

باید دو عدد را که مجموع آن ها ۴ و حاصل ضرب آن ها ۳ باشد، پیدا کنیم.

$$x^2 - 27 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$$

ج) دسته بندی و فاکتور گیری : در بعضی از عبارت ها نیاز است که ابتدا جملات را دسته بندی کرده و سپس به کمک اتحادها یا فاکتور گیری چند جمله ای ها را تجزیه کنیم.

◀ **مثال «۱۹» : تجزیه کنید.**

$$\begin{aligned} x^2 + 3x^2 + 3x + 1 &= (x^2 + 1) + (3x^2 + 3x) = (x + 1)(x^2 - x + 1) + 3x(x + 1) \\ &= (x + 1)(x^2 - x + 1 + 3x) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)(x + 1)^2 \end{aligned}$$

نکته «۵» :

چگونگی تشخیص اتحاد مزدوج برای تجزیه :

(۱) جملات چند جمله ای نباید هم علامت باشند.

(۲) بتوانیم آن ها را به صورت مربع کامل بنویسیم.
مثالاً $x^2 + 4x + 4$ یا $x^2 - 5x + 25$ اتحاد مزدوج نیستند.

*** نامعادلات :** جواب های یک نامعادله مقادیری از متغیر هستند که به ازای آن ها نامساوی برقرار شود. همه ی جواب های یک نامعادله یک مجموعه تشکیل می دهند که آن را مجموعه ی جواب آن معادله می نامند.

توشه ای برای موفقیت

نکته «۶» :

$$(1) \text{ اگر } a + c < b + c \text{ آنگاه } a < b$$

$$(2) \text{ اگر } a - c < b - c \text{ آنگاه } a < b$$

$$(3) \text{ اگر } ac < bc \text{ و } a < b \text{ آنگاه } c > 0$$

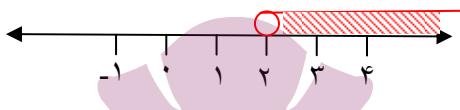
$$(4) \text{ اگر } ac > bc \text{ و } a < b \text{ آنگاه } c < 0$$

نکته «۷» :

اگر طرفین یک نامساوی را در یک عدد منفی ضرب یا بر یک عدد منفی تقسیم کنیم، جهت نامساوی عوض می شود.

◀ مثال «۲۰»: مجموعه جواب نامعادله $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} < \frac{x-1}{6}$ را به دست آورده و آن را روی محور نمایش دهید.

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{3} - \frac{1}{2} &< \frac{x-1}{6} \xrightarrow{\times 6} 6\left(\frac{x}{3}\right) - 6\left(\frac{1}{2}\right) < 6\left(\frac{x-1}{6}\right) \\
 &\Rightarrow 2x - 3 < x - 1 \\
 &\stackrel{+(-x)}{\rightarrow} 2x - x - 3 < x - x - 1 \\
 &\Rightarrow x - 3 < -1 \\
 &\stackrel{+3}{\rightarrow} x - 3 + 3 < -1 + 3 \Rightarrow x < 2 \quad \text{یا} \quad \{x \in R \mid x < 2\}
 \end{aligned}$$



نکته «۸»:

* اگر $a^m > a^n$ و $m > n$ آنگاه $a > 1$

* اگر $a^m < a^n$ و $m > n$ آنگاه $0 < a < 1$

* اگر $\sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{a}$ و $m > n$ آنگاه $a > 1$

* اگر $\sqrt[m]{a} > \sqrt[n]{a}$ و $m > n$ آنگاه $0 < a < 1$

◀ مثال «۲۱»:

$$0 < \frac{1}{2} < \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^m < \left(\frac{1}{2}\right)^n, \quad \sqrt[m]{\frac{1}{2}} > \sqrt[n]{\frac{1}{2}}$$

ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت

سئوالات امتحانی

فصل عبارت های جبری

۱. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف) \sqrt{ax} یک جمله ای است.

ب) دو جمله ای y^3x و yx^3 متشابه اند.

ج) درجه ای جمله ای x^u نسبت به متغیر u برابر صفر است.

د) عبارت $x^9 + 1$ را به کمک اتحاد مزدوج می توان تجزیه کرد.

ه) $\{x|x < 1\}$ مجموعه جواب $x+1 < 2$ است.

و) اگر $a-b=1$ باشد آنگاه $a > b$.

ز) دو مجموعه $\{x \in N, 2 < x \leq 6\}$ و $\{6, \dots, 1, 0, -1\}$ باهم برابرند.

ح) اگر $x > 3$ باشد آنگاه $-2x < 6$.

۲. جاهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید.

* درجه ای یک جمله ای xy^5 نسبت به متغیر a برابر با است.

* ضریب عددی جمله $\sqrt{3}x$ - برابر است با

* اعداد مخالف صفر یک جمله ای هایی از درجه هستند.

* به تساوی بین دو عبارت جبری که به ازای همه ای مقادیری که به جای متغیرها قرار می دهیم، برابر باشند گوییم.

* $(X+5)(X-5) = X^2 - 25$ از نوع اتحاد است.

* اگر بتوان یک چند جمله ای را به صورت ضرب دو یا چند جمله ای نوشت به طوری که درجه ای آن ها کم تر باشد، گوییم آن چند جمله ای را کرده ایم.

* عبارت $X^9 - X^3$ به کمک اتحاد تجزیه پذیر است.

* اگر طرفین یک نامساوی را در عددی منفی ضرب کنیم نامساوی تغییر می کند.

* مجموعه جواب نامعادله $-1 < x - 2$ عبارت است از

* استاندارد شده ای عبارت $5x^3 + x^5 - x^3$ می شود

۳. جاهای خالی را با جملات مناسب کامل کنید.

$$(a+1)^2 = a^2 + \dots + 1$$

$$(2+a)(2-a) = 4 - \dots$$

$$(1+b)^2 = \dots + 2b + \dots$$

$$(m+\dots)(m-\dots) = m^2 - 36$$

$$(ax - \dots)^2 = \dots - \dots + 9$$

$$(\sqrt{v} - \dots)(\dots + y) = v - y^2$$

$$(xy - \frac{1}{2})^2 = \dots - \dots + \frac{1}{4}$$

$$(x+3)(x+2) = x^2 + \dots + \dots$$

$$(\dots - \dots)^2 = 36x^2 - 12xy + \dots$$

$$(a-4)(a-5) = \dots + 20 - \dots$$

۴. با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(x+5)^2 =$$

$$(2a+b)^2 =$$

$$(x-3y)^2 =$$

$$(a^2 - \frac{3}{4})^2 =$$

۵. جدول زیر را کامل کنید.

عبارت	متغیرها	درجه نسبت به X	ضریب عددی
$\sqrt{8}xy^2$			
x^2yz			
v			

۶. ثابت کنید :

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

ایران توسعه‌ای برای موفقیت

۷. به کمک اتحادهای مزدوج و یک جمله مشترک، حاصل را به دست آورید.

$$(3 - 5x)(3 + 5x) =$$

$$(t - \frac{2}{3})(t + \frac{2}{3}) =$$

$$(4ax - \sqrt{v})(4ax + \sqrt{v}) =$$

$$(\frac{1}{3} - 2x)(\frac{1}{3} + 2x) =$$

$$(a^2 - b^2)(a^2 + b^2) =$$

$$(x-1)(x+5) =$$

$$(b-6)(b-3) =$$

$$(4x+5)(4x+3) =$$

۸. عبارت های زیر را **تجزیه** کنید.

$$x^2 - 9 =$$

$$b^2 - 25 =$$

$$16x^2 - 36y^2 =$$

$$9a^2 - \frac{1}{49} =$$

$$x^2 + 8x + 15 =$$

$$x^2 - 7x + 12 =$$

$$x^2 + x - 2 =$$

$$x^2 - 6x + 8 =$$

۹. حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$(x+3)^2 =$$

$$(3x - \frac{4}{5})(3x + \frac{4}{5})$$

$$(a-7)(a+) =$$

۱۰. تجزیه کنید.

$$x^2 z - y^2 z =$$

$$3x^2 - 30x + 75 =$$

$$x^4 - 1 =$$

۱۱. حاصل را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$99^2 =$$

$$550^2 - 450^2 =$$

$$98 \times 102 =$$

$$9/7 \times 10/3 =$$

$$201 \times 199 =$$



۱۲. کدام یک از دو تساوی زیر اتحاد نمی باشد؟ چرا؟

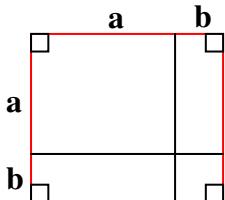
(الف) $3x - y = y - 3x$

(ب) $x(x+1) = x^2 + x$

۱۳. سارا مستطیلی با طول ۳ و عرض ۲ رسم کرد. ریحانه طول و عرض این مستطیل را به اندازه x واحد افزایش دهد. مساحت مستطیل جدید چقدر می شود؟

۱۴. اگر $A = x^2 + 2x + 3$ و $B = 2x^2 - 2x + 4$ باشد، حاصل $A - 2B$ را به دست آورده و آن را استاندارد کنید.

۱۵. به کمک شکل زیر فرمول کدام یک از اتحادها به دست می آید؟ چگونه؟



۱۶. به کمک شکل مقابل، اتحاد یک جمله مشترک را اثبات کنید.

۱۷. اگر $A=x+5$ و $B=x-3$ باشد حاصل $A \times B - 2x$ را به دست آورید.

۱۸. اگر $x = 5$ باشد حاصل $x^2 + 6 + \frac{1}{x^2}$ را به دست آورید.

۱۹. به کمک دسته بندی و فاکتورگیری عبارت های زیر را تجزیه کنید.

(الف) $4x+ny+4y+nx =$

(ب) $x^3 + xy + zx + zy =$

ابران توپی

۲۰. نامعادلات زیر را حل کرده و مجموعه جواب آن ها را روی محور نشان دهید.

(الف) $3x+3 \leq x+3$

توشهای برای موفقیت

(ب) $x+6 > 5x-2$

(ج) $5+2(3-2x) < 2-x$

۲۱. نامعادله $x + \frac{x}{2} \geq (x-1)^2$ را حل کنید.

۲۲. مجموعه جواب هر یک از نامعادلات زیر را مشخص کنید.

$$\frac{3x-2}{5} \leq \frac{x-2}{3}$$

$$\frac{2}{3}(x+7) \geq \frac{1}{2}(3-x)$$

۲۳. اگر $A \leq \frac{2x+7}{3} \leq B$ ، $1 \leq x \leq 4$ مقادیر A و B را محاسبه کنید.

(راهنمایی : طرفین رابطه دومی را در ۳ ضرب، سپس ۷ واحد کم و در نهایت بر ۲ تقسیم کرده و با رابطه اولی مقایسه کنید).

۲۴. نامعادله‌ی زیر را حل کرده و مجموعه جواب را روی محور اعداد حقیقی نمایش دهید.

$$3x > x + \frac{x-1}{3}$$

ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت

۲۵. حاصل را به ساده ترین صورت بنویسید. (ابتدا عبارت‌ها را تجزیه کنید).

$$\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 9} =$$

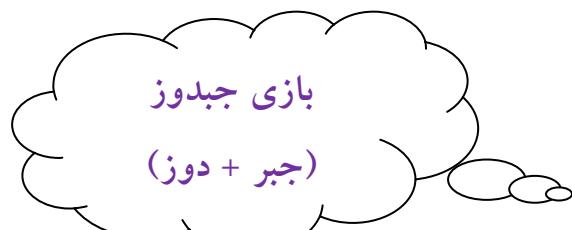
$$\frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 5x + 6} =$$

آزمون پایانی فصل عبارت های جبری

ردیف	امام صادق (ع) : زکات دانش آن است که به اهلش بیاموزند. (تحت الحقول ص ۶۶۳)	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>(الف) $x\sqrt{y}$ یک جمله ای است.</p> <p>(ب) عبارت y^2x^2 نسبت به متغیر y از درجه ۳ است.</p> <p>(ج) عبارت $y=x(x+y)$ یک اتحاد است.</p> <p>(د) حاصل $5 \times 305 - 295$ را می توان به کمک اتحاد مزدوج بدست آورد.</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید.</p> <p>..... $\frac{\sqrt{5}}{2}xyz$ *</p> <p>* درجه ای $2a^5b^2$ نسبت به a و b مساوی است.</p> <p>* توان حرفی یک جمله ای ها متعلق به مجموعه است.</p> <p>* به تساوی بین دو عبارت جبری که به ازای همه ای مقادیر برابر باشند، گوییم.</p>	۲
۳	<p>گزینه هی مناسب را علامت بزنید.</p> <p>(الف) کدام گزینه یک جمله ای است؟</p> <p>(۱) \sqrt{a} (۲) $\frac{3}{a}$ (۳) 5 (۴) a^{-1}</p> <p>(ب) کدام جمله با $-5xy^4 - 5xy^4$ متشابه است؟</p> <p>(۱) y^4x (۲) -5 (۳) $-5x^4y$ (۴) $-5y^4$</p> <p>(ج) ساده شده ای عبارت $[(y-x)-(y-1)] - x$ برابر است با :</p> <p>(۱) $2x+1$ (۲) $-2x+1$ (۳) $2x-1$ (۴) $2x-2y+1$</p> <p>(د) کدام گزینه را می توان با اتحاد مزدوج تجزیه کرد؟</p> <p>(۱) $(x^4 + 4)$ (۲) $(4x^2 + 6x + 9)$ (۳) $(16x^2 - y^2)$ (۴) $(9x^2 + 20x)$</p>	۳
۴	<p>حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.</p> <p>$15x^3 + 24y^3 - (3x + 2y)(5x + 6y) =$</p>	۲
۵	<p>حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.</p> <p>(الف) $(2x - 3y)^2 =$</p> <p>(ب) $(5a - 3)(5a + 7) =$</p> <p>(ج) $(3x - 4m)(3x + 4m) =$</p>	۳

۲	<p>اگر $B=x^3+6x$ و $A=-x^3-3x$ باشد :</p> <p>(الف) عبارت A را به صورت استاندارد بنویسید.</p> <p>(ب) حاصل $2B-A$ را به دست آورید.</p>	۶
۰/۵	b ^۳ -۱۶= (الف)	۷
۰/۵	x ^۳ -۸a+۱۵= (ب)	
۱	a(x+y)+b(x+y) (ج)	
۱/۵	$\frac{3x^3 - 9x}{x^3 - 5x + 6} =$	۸ عبارت زیر را ساده کنید.
۱/۵	$51^3 =$ $(\sqrt{5} - 0.3)(\sqrt{5} + \frac{3}{10}) =$	۹ حاصل را به کمک اتحادها بدست آورید.
۱	$(2x+5)(2x-.....) = - 25$ $(.....+2x)^2 = 1 + + 4x^2$	۱۰ جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.
۲	<p>نامعادلات زیر را حل کنید و مجموعه جواب آن ها را روی محور اعداد مشخص کنید.</p> <p>(الف) $\frac{3x}{2} - 4 \geq \frac{2x}{3} +$</p>	۱۱
۱	x(x-6) ≤ x ^۳ + ۲ (ج)	

۱	علامت عددی های حقیقی a و b و c را طوری تعیین کنید که $\frac{b}{ac} > 0$ باشد. (جدول را کامل کنید).	۱۲																				
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="color: purple;">a</th> <th style="color: purple;">b</th> <th style="color: purple;">C</th> <th style="color: purple;">$\frac{b}{ac} > 0$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="color: purple;">+</td> <td style="color: purple;">+</td> <td></td> <td style="color: purple;">+</td> </tr> <tr> <td style="color: purple;">+</td> <td></td> <td style="color: purple;">-</td> <td style="color: purple;">+</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="color: purple;">-</td> <td></td> <td style="color: purple;">+</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="color: purple;">-</td> <td style="color: purple;">+</td> </tr> </tbody> </table>	a	b	C	$\frac{b}{ac} > 0$	+	+		+	+		-	+		-		+			-	+	
a	b	C	$\frac{b}{ac} > 0$																			
+	+		+																			
+		-	+																			
	-		+																			
		-	+																			
۱/۵	<p>سوال جایزه :</p> <p>یکی از عبارت های زیر را به دلخواه تجزیه کنید.</p> <p>(الف) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 =$</p> <p>(ب) $2x^2 - 5x + 3$</p>	۱۳																				
	<p>الگوی عددی جالب : شما هم می توانید حداقل دو ردیف دیگر به الگو اضافه کنید . درسته ؟</p>																					
	<p style="color: purple;">$3 \times 3 + 1 = 10$</p> <p style="color: purple;">$33 \times 33 + 11 = 1100$</p> <p style="color: purple;">$333 \times 333 + 111 = 111000$</p> <p style="color: purple;">$3333 \times 3333 + 1111 = 11110000$</p>																					



این بازی دارای دو جدول است. در ابتدا دو مهره همسان (مثلاً دو عدد دکمه) در مرکز جدول کوچک قرار دارد. هر کس در نوبت خود یکی از مهره ها را به دلخواه بر می گزیند و بر روی یکی از عبارت های جدول کوچک قرار می دهد. با این حرکت او می تواند در جدول بزرگ عبارتی را که از حاصل ضرب دو عبارت ساده مهره دار بدست می آید تصاحب کند و با x یا ۰ به خود اختصاص دهد. هر کس که بتواند سه خانه متواالی (افقی، عمودی، مورب) را به خود اختصاص دهد، برنده است. دقیق کنید که نفر اولی که مهره انتخاب می کند، عبارت جبری درجه دومی را از آن خود نمی کند و نفر دومی که مهره انتخاب می کند، اولین عبارت درجه ی دو را از جدول 6×6 از آن خود می کند.

$x+1$	$x-3$	$x+2$
$x-4$		$x+4$
$x-2$	$x+3$	$x-1$

$x^2 + 2x + 1$	$x^2 + x - 2$	$x^2 - x - 6$	$x^2 - 9$	$x^2 - 1$	$x^2 - 3x + 2$
$x^2 + 6x + 8$	$x^2 + 7x + 12$	$x^2 + 3x + 2$	$x^2 + 2x - 3$	$x^2 - 2x - 8$	$x^2 - x - 12$
$x^2 - x - 2$	$x^2 - 4x + 3$	$x^2 - 4x + 4$	$x^2 - 6 + 9$	$x^2 + 4x + 3$	$x^2 + 3x - 4$
$x^2 + x - 6$	$x^2 + x - 12$	$x^2 - 2x - 3$	$x^2 - 5x + 4$	$x^2 - 5x + 6$	$x^2 - 7x + 12$
$x^2 + 5x + 4$	$x^2 + 4x + 4$	$x^2 + 2x - 8$	$x^2 + 8x + 16$	$x^2 - 3x - 4$	$x^2 - 4$
$x^2 - 6x + 8$	$x^2 - 16$	$x^2 - 2x + 1$	$x^2 + 5x + 6$	$x^2 + 6x + 9$	$x^2 - 8x + 16$

فصل ششم

خط و معادله های خطی

خلاصه درس :

* **معادله خط :** رابطه بین طول و عرض نقاط تشکیل دهنده‌ی یک خط را معادله‌ی آن خط می‌گویند.

فرم کلی و استاندارد خط به صورت زیر است :

$$y = ax + b$$

در حالت‌هایی که نمودار رابطه بین دو مقدار به صورت خط راستی باشد، گوییم آن دو مقدار باهم رابطه خطی دارند. ویژگی مشترک رابطه خطی آن است که نسبت افزایش یا کاهش یک متغیر به افزایش و کاهش متغیر دیگر مقداری ثابت است.

فعالیت :

سارا و اکرم دو خواهر هستند وقتی اکرم به دنیا آمد، سارا ۴ ساله بود، وقتی سارا ۷ ساله شود اکرم چند سال خواهد داشت؟ (جدول را کامل کنید).

سارا (y)	۴	۷	۱۰
اکرم (x)	۰	۸

اگر سن سارا را y و سن اکرم را x بگیریم خواهیم داشت : $y = x + 4$ که یک معادله‌ی خط است.

سؤال : آیا رابطه بین طول ضلع مربع و مساحت مربع یک رابطه خطی است؟

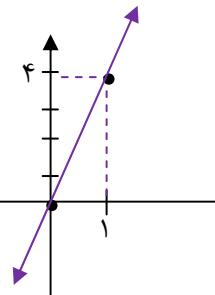
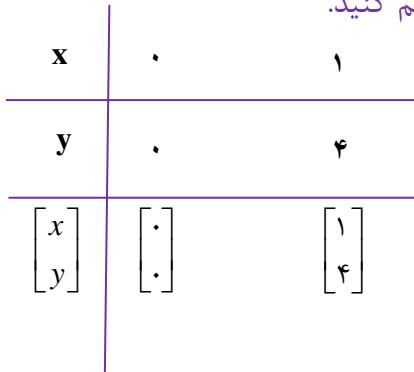
پاسخ : خیر - زیرا اگر ضلع مربع را x و مساحت مربع را y در نظر بگیریم خواهیم داشت : $y = x^2$

ضلع	۱	۲	۴
مساحت مربع	۱	۴	۹	۱۶

* **رسم خط :** برای رسم خط دو نقطه کافی است. در معادله‌ی خط عده‌های دلخواهی مانند ۰ و ۱ و ۲ و ... قرار می‌دهیم و مقدار y را به دست می‌آوریم.

◀ مثال «۱»: خط $y=4x$ را رسم کنید.

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=4 \times 0=0 \Rightarrow y=0 \\ x=1 \Rightarrow y=4 \times 1=4 \Rightarrow y=4 \end{array} \right\} \rightarrow$$

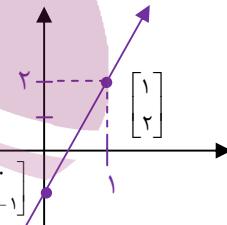
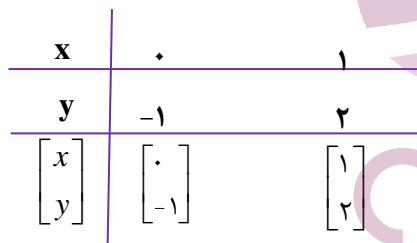


نکته «۱»: معادله ای که به فرم $y=ax$ باشد، مبدأ گذر نام دارد.

◀ مثال «۲»: خط به معادله $y=3x-1$ را رسم کنید.

$$x=0 \Rightarrow y=3 \times 0 - 1 = -1$$

$$x=1 \Rightarrow y=3 \times 1 - 1 = 2$$



ایران توشی

نکته «۲»: در معادله $y=ax+b$ اگر a عددی کسری باشد، بهتر است پس از اینکه به x صفر دادیم در نقطه دوم بجای x از مخرج کسر استفاده کنیم تا مقدار y عددی صحیح بدست آید و کار راحت تر شود، مانند $y=\frac{2}{5}x$ (بجای x از ۰ و ۵ استفاده کنید).

نکته «۳»: شرط اینکه نقطه ای روی خط قرار گیرد آن است که مختصات نقطه در معادله صدق کند یعنی با قرار دادن طول و عرض نقطه بجای x و y در معادله، رابطه ای صحیح برقرار شود.

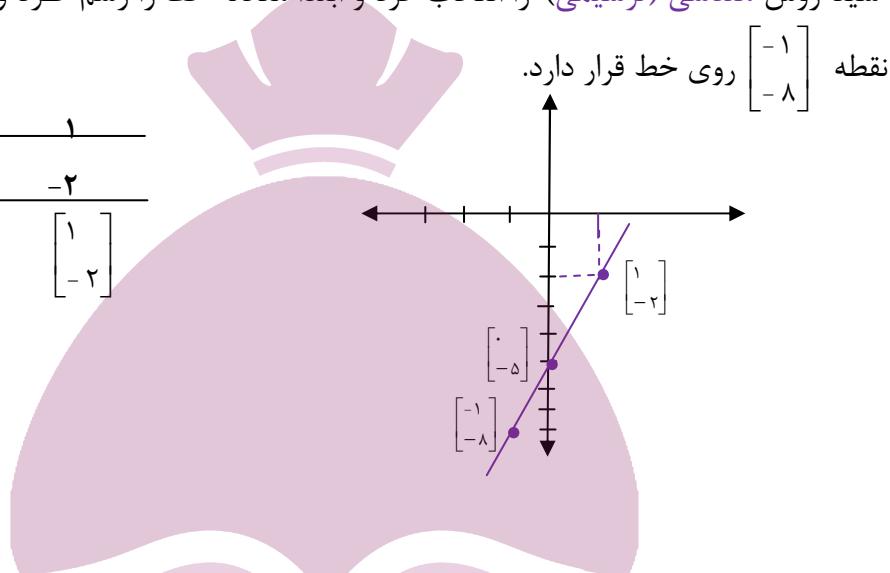
◀ مثال «۳»: آیا نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$ روی خط $y = 3x - 5$ قرار دارد؟

مهدی به روش تحلیلی عمل کرد یعنی بجای x و y از -1 و -8 کمک گرفت:

$$y = 3x - 5 \\ \downarrow \\ -8 = 3(-1) - 5 \Rightarrow -8 = -8$$

سینا روش هندسی (ترسیمی) را انتخاب کرد و ابتدا معادله خط را رسم کرد و ملاحظه کرد که

x	.	1
y	-5	-2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cdot \\ -5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$



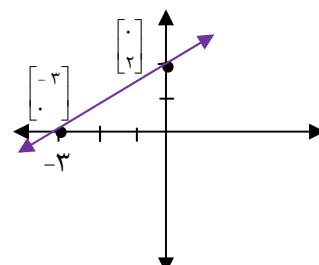
نکته «۴»: در رسم معادلاتی که به فرم $ax + by = c$ هستند، یک بار $x = 0$ و بار دیگر $y = 0$ قرار می‌دهیم.

مثال «۴»: خط به معادله $2x + 3y = 6$ را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow -2x + 3y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{3} = 2$$

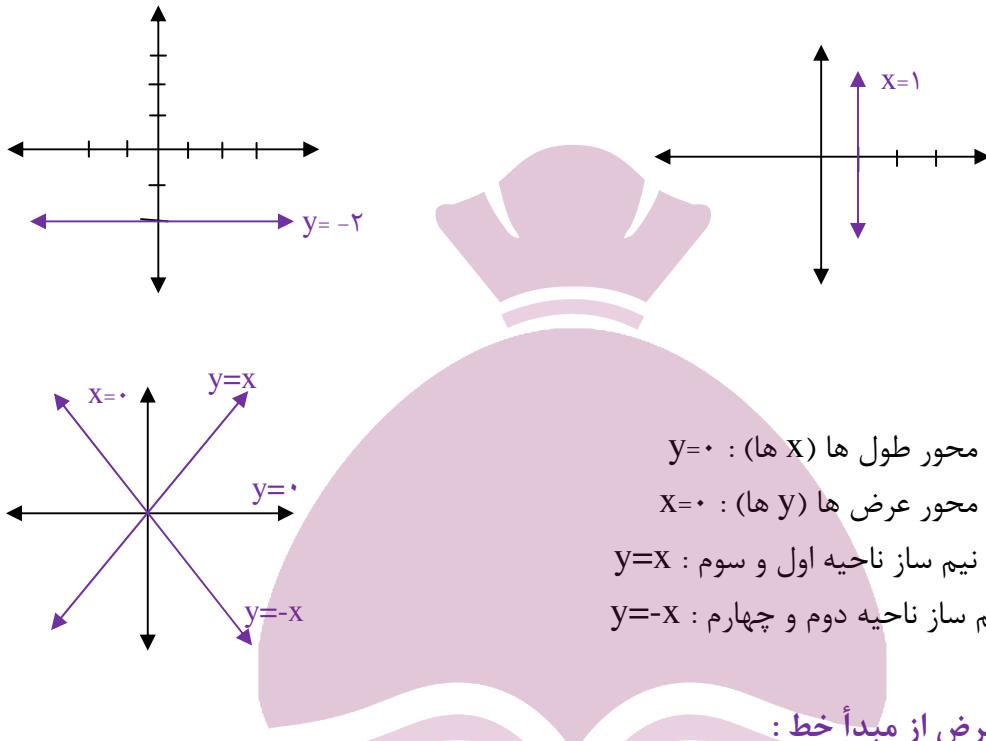
$$y = 0 \Rightarrow -2x + 3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{-2} = -3$$

x	.	-3
y	2	.
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cdot \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ \cdot \end{bmatrix}$



* خط های موازی با محورهای مختصات : حالت کلی خطوط به معادله $y=m$ موازی محور x ها (طول ها) و خطوط به معادله $x=n$ موازی محور y ها (عرض ها) است که در آن m یا n اعداد معلوم و ثابتی هستند.

◀ مثال «۵»: خطوط $x=1$ و $y=-2$ را رسم کنید.



نکته «۵»:

(۱) معادله ی محور طول ها (x ها) :

(۲) معادله ی محور عرض ها (y ها) :

(۳) معادله ی نیم ساز ناحیه اول و سوم :

(۴) معادله نیم ساز ناحیه دوم و چهارم :

* شیب و عرض از مبدأ خط :

در معادله $y = ax + b$ ضریب x یعنی a را شیب خط و b را عرض از مبدأ خط گویند.

نکته «۶»: برای به دست آوردن شیب و عرض از مبدأ خطوط باید آن را به فرم $y = ax + b$ تبدیل کرد.

◀ مثال «۶»: شیب و عرض از مبدأ هر یک از خط های زیر را مشخص کنید.

توضه ای برای عرض از مبدأ و شیب (الف)

$y = 4x \Rightarrow$ عرض از مبدأ و شیب (ب)

$y = x - 5 \Rightarrow$ عرض از مبدأ و شیب (ج)

$$\begin{aligned} 12x + 4y = 16 &\Rightarrow 4y = -12x + 16 \\ &\Rightarrow y = -\frac{12}{4}x + \frac{16}{4} \\ &\Rightarrow y = -3x + 4 \Rightarrow \text{شیب } 4 \text{ و عرض از مبدأ } 4 \end{aligned}$$

نکته «۷»: شرط اینکه چند خط باهم موازی باشند این است که شیب برابر داشته باشند.

نکته «۸»: شرط اینکه دو خط برهم عمود باشند این است که شیب دو خط قرینه و معکوس یکدیگر باشند یا $a \times a' = -1$.

◀ مثال «۷»: خط های $y = 9x + 1$ و $y = 9x$ موازیند.

خط های $y = 2x + 1$ و $y = -\frac{1}{2}x$ برهم عمودند. زیرا شیب دو خط قرینه و معکوس یکدیگر است یا

$$\cdot 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

نکته «۹»: شیب خطی که از دو نقطه $B = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ می‌گذرد عبارت است از :

$$\mathbf{a} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{تفاصل عرض ها}}{\text{تفاصل طول ها}}$$

◀ مثال «۸»: معادلهٔ خطی را بنویسید که از نقاط $B = \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$ می‌گذرد.

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{12 - (-4)}{6 - 2} = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow a = 4$$

$$y = ax + b$$

$$B = \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix} \Rightarrow 12 = 4 \times 6 + b \Rightarrow b = 12 - 24 = -12 \Rightarrow b = -12$$

$$y = ax + b \Rightarrow \boxed{y = 4x - 12}$$

نکته «۱۰»: طول نقطه‌ای که در آن نقطه، خط محور طول‌ها را قطع کند، طول از مبدأ گویند.
برای محاسبه طول از مبدأ، در معادلهٔ خط مقدار y را صفر قرار می‌دهیم.

◀ مثال «۹»: طول از مبدأ خط $y = 4x - 7$ را بیابید.

$$y = 0 \Rightarrow 4x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{4}$$

* دستگاه معادلات خطی:

در ریاضی ششم و هفتم با مسئله‌ای مانند زیر برخورد داشته‌اید. با چه راهبردی آن را حل می‌کردید؟

مسئله: در یک مزرعه روی هم ۲۰ مرغ و گاو وجود دارد. مجموع پاهای همهٔ آن‌ها ۵۶ عدد است در این مزرعه چند مرغ و چند گاو وجود دارد؟

حل: این مسئله با راهبردهایی مانند رسم شکل، حدس و آزمایش و تشکیل معادله یک مجهولی و دو مجهولی قابل حل است. به عنوان نمونه از طریق **تشکیل معادله دو مجهولی** آن را حل می‌کنیم: تعداد مرغ‌ها را x و تعداد گاوهای را y می‌گیریم پس $x + y = 20$ هر مرغ ۲ پا و هر گاو ۴ پا دارد پس $2x + 4y = 56$ این دو معادله را در کنار هم قرار داده و یک دستگاه تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases}$$

الف) حل دستگاه از روش حذفی: یکی از مجهولات را در عددی ضرب کرده بطوریکه ضرایب یکی از مجهولات قرینه شوند سپس با جمع نمودن دو معادله، یکی از مجهولات بدست آید.

$$-\times \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -4 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases}$$

جمع

$$2y = 16$$

$$y = \frac{16}{2} = 8 \Rightarrow \boxed{y = 8}$$

تعداد گاوها

$$x + y = 2 \cdot \Rightarrow x + \lambda = 2 \cdot \Rightarrow x = 2 \cdot - \lambda = 12 \Rightarrow \boxed{x = 12} \quad \text{تعداد مرغ ها}$$

ب) روش جایگزینی (تبديلی): در اين روش در يكى از معادلات، يك مجهول را برحسب ديجري حساب کرده و در معادله ديجر جایگزین مى کنيم تا يك معادله يك مجهولي ساخته شود. مسئله قبل را به اين روش هم حل مى کنيم.

$$\begin{cases} x + y = 2\cdot \rightarrow x = 2\cdot - y \\ 2x + 4y = 56 \rightarrow 2(2\cdot - y) + 4y = 56 \rightarrow 4\cdot - 2y + 4y = 56 \\ \quad 2y = 56 - 4\cdot = 16 \\ \quad y = \frac{16}{2} = 8 \end{cases}$$

ج) روش قیاسی : از هر دو معادله یکی از مجهولات را بر حسب دیگری حساب کرده و مساوی هم قرار می دهیم تا یک معادله یک مجهولی بدست آید. مثال قبل:

$$x + y = 1 \rightarrow x = 1 - y$$

$$2x + 4y = 56 \Rightarrow 2x = 56 - 4y \rightarrow x = 28 - 2y \quad (1)$$

عبارت های ۱ و ۲ را مساوی هم قرار می دهیم :

$$20 - y = 28 - 2y$$

$$\Rightarrow y = \lambda \rightarrow x = 20 - \lambda = 12$$

د) روش ترسیمی: هر دو معادله را در یک دستگاه مختصات رسم کرده، محل تقاطع دو خط جواب معادله است.

مثال : محل برخورد دو خط $y = -3$ و $2x + y = 3$ را از روش رسم خطوط پیدا کنید.

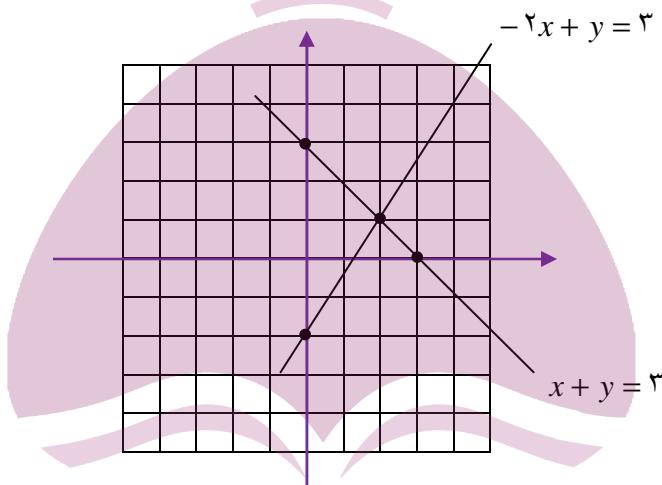
حل : هر یک از معادلات دستگاه را معادله‌ی یک خط راست در نظر گرفته و روی صفحه مختصات رسم می‌کنیم.

$$x+y=3$$

$$-2x+y=-3$$

x	0	3
y	3	0
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

x	0	2
y	-3	1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$



ایران توشی
طبق شکل محل برخورد دو خط، نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ است.

نکته : در دستگاه $\begin{cases} ax+by=C \\ a'x+b'y=C' \end{cases}$ داریم:

(الف) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ باشد، آن‌گاه دستگاه دارای یک جواب است.

(ب) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ آن‌گاه دستگاه جواب ندارد. یعنی دو خط با هم موازی هستند و نقطه برخورده ندارند.

مثال : دستگاه $\begin{cases} 2x+4y=6 \\ 4x+8y=10 \end{cases}$ جواب ندارد زیرا:

فعالیت :

حالا شما شبیب هر خط را جداگانه بدست آورید و نشان دهید دو خط با هم موازی هستند.

$$2x + 4y = 6 \Rightarrow 4y = \Rightarrow y =$$

در نتیجه شبیب خط $2x + 4y = 6$ برابر است با :

$$4x + 8y = 10 \Rightarrow 8y = \Rightarrow y =$$

پس شبیب خط $4x + 8y = 10$ برابر است با :

از روابط بالا چه نتیجه ای می گیرید؟ دو خط فوق نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟





۱. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) شیب خط $y=4$ برابر ۴ است.

(ب) خط $y=2x+1$ مبدأ گذر است.

(ج) معادله $y=0$ معادله محور طول هاست.

(د) خط $x=-3$ بر محور طول ها عمود است.

(ه) خط $y=2$ با محور طول ها موازی است.

(و) خط $y=5x$ با خط $y=-5x$ موازی است.

(ز) معادله ی خطی که از نقاط $\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$ می گذرد: $y=5$ است.

(ح) شیب خط $y=2x+3$ برابر با ۲ است.

(ط) نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی خط $y=2x-1$ قرار دارد.

(ی) معادله ی $y=x^3+1$ معادله ی خطی است.

(ک) معادله محور طول ها، $y=0$ می باشد.

(م) خط $x=3$ موازی محور طول ها است.

۲. جاهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید.

* دو خط موازی دارای مساوی اند.

* شیب خط $y = \frac{3}{5}x - 2$ برابر است.

* فرم کلی معادله خط مبدأ گذر است.

* عرض از مبدأ خط $y=5x+15$ برابر است با

* معادله ی خطی که از نقاط $\begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ می گذرد:

* نسبت مقدار عرض به مقدار طول یک نقطه را خط گویند.

* از محل برخورد دو خط $y=2x$ و $y=3$ نقطه حاصل می شود.

* شیب خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$ می گذرد برابر است با

* در حالت کلی $x=b$ معادله ی خطی است موازی محور (طول ها، عرض ها)

* معادله $y=x+3$ یک معادله است. (خطی، غیر خطی)

* خط $x=2$ با محور طول ها زاویه درجه تشکیل می دهد. (۱۸۰، ۹۰)

* شیب خط $y=4$ برابر است با

* معادله خط نیمساز ناحیه دوم و چهارم می شود

* وقتی می گوییم شیب جاده ۵ درصد است یعنی در هر افقی به اندازه ی بالاتر می رویم.

۳. گزینه های مناسب را علامت بزنید.

(الف) کدام یک از نقاط زیر روی خط $y=-x+7$ قرار دارد؟

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -8 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} -12 \\ -5 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -7 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 12 \\ -5 \end{bmatrix} \quad (1)$$

ب) مقدار b برابر چه عددی باشد تا خط $y=2x+b$ از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ بگذرد؟

$$b=5 \quad (4)$$

$$b=-4 \quad (3)$$

$$b=4 \quad (2)$$

$$b=0 \quad (1)$$

ج) مختصات نقطه ای از خط $4x-3y=14$ که طولش ۲ باشد، کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 11/5 \end{bmatrix} \quad (1)$$

د) معادله خطی که از نقاط $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$ می گذرد، کدام است؟

$$y = -\frac{3}{2}x \quad (4)$$

$$y = -\frac{2}{3}x \quad (3)$$

$$y = -2 \quad (2)$$

$$x=3 \quad (1)$$

ه) خط ۲ با کدامیک از خطوط زیر موازی است؟

$$y = -6x + 3 \quad (4)$$

$$y = 6 + 6x \quad (3)$$

$$y = 2x - 1 \quad (2)$$

$$2x + 3y = 4 \quad (1)$$

و) معادله خطی که شیب آن -۳ بوده و از نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$ بگذرد، کدام است؟

$$y = -3x + 5 \quad (4)$$

$$y = 3x - 5 \quad (3)$$

$$y = -3x \quad (2)$$

$$y = 3x + 5 \quad (1)$$

ز) دو خط ۴ و $y = 2x + 6$ نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

(۱) موازیند (۲) عمودند (۳) منطبق اند (۴) متقاطع اند

ح) معادلهی نیمساز ناحیهی اول و سوم عبارت است از:

$$x = 0 \quad (4)$$

$$y = x \quad (3)$$

$$y = -x \quad (2)$$

$$y = 0 \quad (1)$$

ط) عرض از مبدأ خط $y + 3x + 6 = 0$ برابر است با :

$$-3 \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$-6 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۴. خط های زیر را در دستگاه مختصات رسم کنید.

(الف) $y = 3x$

(ب) $y = \frac{2}{5}x$

(ج) $y = 3x + 1$

(د) $y = \frac{2}{3}x - 5$

۵. معادله‌ی خطی را بنویسید که با خط $5y = 10x + 5$ موازی بوده و از $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۶. معادله‌ی خطی را بنویسید که شیب آن $\frac{1}{2}$ بوده و عرض از مبدأ آن $1+$ باشد.

۷. معادله‌ی خطی را بنویسید که با خط $1 = x - y$ موازی بوده و از مبدأ مختصات بگذرد.

۸. معادله‌ی خطی را بنویسید که با محور طول‌ها موازی بوده و از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۹. معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقاط $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ -8 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۱۰. شیب و عرض از مبدأ خط‌های زیر را تعیین کنید.

(الف) $y = \frac{2}{3}x - 5$

ابراج آنلاین

توشه‌ای برای موفقیت

(ب) $2y = 6x + 8$

(ج) $4x - 3y = 12$

۱۱. خط‌های زیر رارسم کنید.

(الف) $5x + 3y = 15$

$$6x - 9y = 18 \quad (b)$$

۱۲. معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقاط $\begin{bmatrix} 4 \\ -8 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ 10 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۱۳. عدد b را چنان تعیین کنید که خط $b = 2x + y$ از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ عبور کند.

۱۴. عدد m را چنان بیابید که خط $y = 3x + (m - 4)$ مبدأً گذر باشد.

۱۵. آیا نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ روی خط $2y + 3x = -7$ قرار دارد چرا؟

۱۶. مقدار m را طوری تعیین کنید که دو خط زیر باهم موازی باشند.

$$\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = (m + 1)x + 3 \end{cases}$$

۱۷. عدد a را چنان بیابید که نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ روی خط $y = ax - 4$ واقع باشد.

۱۸. شیب خطی را پیدا کنید که از دو نقطه $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

ابراج توشه‌ای برای موفقیت

۱۹. مختصات نقطه‌ای از خط $y = \frac{1}{2}x + 3$ را بنویسید که عرض آن ۷- باشد.

۲۰. آیا خط $-6x - y = 12$ از نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 12 \end{bmatrix}$ می‌گذرد چرا؟

۲۱. خط‌های $4x + 3y = 12$ و $x + 4y = 7$ نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

۲۲. هر یک از دستگاه های زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ -4x + y = -7 \end{cases} \quad (\text{روش حذفی})$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \quad (\text{روش جایگزینی})$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad (\text{روش دلخواه})$$

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{2} \end{cases} \quad (\text{روش دلخواه})$$

* هر یک از مسائل زیر را با تشکیل معادلات دو مجهولی حل کنید.

۲۳. دو برابر طول مستطیلی مساوی ۳ برابر عرض آن است. اگر محیط مستطیل، ۳۲ متر باشد، طول و عرض آن چند متر است؟

۲۴. در شکل زیر $2x+y=70$ و $x-y=11$ اندازه x و y را به دست آورید. (اندازه ها بر حسب میلی متر هستند).



۲۵. در یک مزرعه تعدادی گوسفند و مرغ وجود دارد اگر تعداد سرهای آن ها ۳۵ و مجموع پاهای آن ها ۱۲۰ تا باشد چند گوسفند و چند مرغ وجود دارد؟

۲۶. دو زاویه مکمل یکدیگرند و اختلاف آن ها ۳۰ درجه است. اندازه هر زاویه را حساب کنید.

۲۷. سن خواهر مریم ۳ برابر سن اوست و اختلاف سن آن ها ۱۸ سال است. سن هر یک را تعیین کنید.

۲۸. هواپیمایی می خواهد از روی باند بلند شود. ابتدا ۳۰۰ متر روی باند حرکت می کند. تا سرعت لازم را پیدا کند. سپس با زاویه ۴۵ درجه از زمین بلند می شود. وقتی به بالای انتهای باند می رسد، ۱۴۰ متر ارتفاع گرفته است. طول کل باند چقدر است؟

۲۹. شیب جاده ای ۵ درصد است. اگر ۴۰۰ متر به صورت افقی حرکت کنیم، چند متر بالاتر می رویم؟

۳۰. دستگاه روپرو را به روش **ترسیمی** حل کنید.

$$\begin{cases} x - 2y = -5 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

۳۱. دستگاه مقابل را به روش **حذفی** حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 3 \\ \frac{1}{2}x - \frac{2}{5}y = -2 \end{cases}$$

۳۲. معادله‌ی خطی را بنویسید که از محل برخورد دو خط $x + 3y = -14$, $2x - y = 7$ بگذرد و شیب آن مساوی ۲ باشد.

آزمون پایانی معادلات خط			
ردیف	امام علی (ع)؛ غیبت کردن نشانه منافق است. (میزان الحکمه ج ۹ ص ۴۴۵۱)	بارم	
۱	<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>الف) خط $y = 2x + 1$ از مبدأ مختصات می‌گذرد.</p> <p>ب) نقطه $\left[\begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array}\right]$ روی خط $y = \frac{1}{2}x + 2$ قرار دارد.</p> <p>ج) شیب خط $y = 4x - 2$ برابر ۴ است.</p> <p>د) دو خط $y = 2x - 1$ و $y = 2x + 2$ با هم موازی هستند.</p>	۲	
۲	<p>گزینه مناسب راعلامت بزنید.</p> <p>* معادله‌ی خطی که از نقطه $A = \left[\begin{array}{c} 3 \\ 2 \end{array}\right]$ گذشته و موازی محور X ها باشد، کدام است؟</p> <p>$y = \frac{2}{3}x$ (۴) $y = \frac{3}{2}x$ (۳) $y = 2$ (۲) $X = 2$ (۱)</p> <p>* خط $y = -2x + 3$ از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟</p> <p>$\left[\begin{array}{c} 2 \\ 7 \end{array}\right]$ (۴) $\left[\begin{array}{c} -1 \\ 5 \end{array}\right]$ (۳) $\left[\begin{array}{c} 1 \\ 4 \end{array}\right]$ (۲) $\left[\begin{array}{c} 0 \\ 2 \end{array}\right]$ (۱)</p> <p>* معادله‌ی خطی که از دو نقطه $\left[\begin{array}{c} 3 \\ -6 \end{array}\right], \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array}\right]$ می‌گذرد، کدام است؟</p> <p>$y = -6$ (۴) $X = 3$ (۳) $y = -\frac{1}{2}x$ (۲) $y = -2x$ (۱)</p> <p>* معادله‌ی خطی که شیب آن -۳ بوده و از نقطه $\left[\begin{array}{c} 0 \\ 5 \end{array}\right]$ بگذرد، کدام است؟</p> <p>$y = -3x + 5$ (۴) $y = 3x - 5$ (۳) $y = -3x$ (۲) $y = 3x + 5$ (۱)</p>	۲	
۳	<p>کامل کنید.</p> <p>الف) در معادله‌ی $4y = 8x - 10$ شیب خط برابر با است.</p> <p>ب) نسبت تفاضل عرض‌ها به تفاضل طول‌های دو نقطه را گذرنده از آن دو نقطه گویند.</p> <p>ج) عرض از مبدأ خط $2y - 20x = 14$ برابر است با.....</p> <p>د) زاویه بین دو خط $y = 3x - 2$ و $y = x$ درجه است.</p>	۲	
۴	هر یک از خط‌های زیر رارسم کنید.	۲/۵	
	$y = \frac{2}{5}x - 4$ (الف)		

	(ب) $3x - 4y = 12$	
۱ ۰/۵	<p>الف) معادله‌ی خطی را بنویسید که شیب آن -5-بوده و از $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ بگذرد.</p> <p>ب) معادله‌ی خطی را بنویسید که از مبدأ مختصات و نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ بگذرد.</p>	۶
۱	مقدار b را چنان بیابید که نقطه‌ی $y = \frac{2}{3}x + b$ روی خط $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ واقع باشد.	۷
۱ ۱	<p>الف) عرض از مبدأ خط $6x + 3y = -9$ را مشخص کنید.</p> <p>ب) شیب خطی را بنویسید که از نقاط $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$ بگذرد.</p>	۸
۲	$\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$ <p>دستگاه زیر را به روش حذفی حل کنید.</p>	۹
۱	در یک پارکینگ روی هم 20 موتورسیکلت و ماشین سواری وجود دارد. اگر مجموع چرخ‌های آن‌ها 56 عدد باشد، در این پارکینگ چند موتور و چند ماشین وجود دارد (معادله‌ی دو مجهولی تشکیل دهید، حل آن لازم نیست).	۹

۱/۵	شیب و عرض از مبدأ خط $4y + 8x - 12 = 0$ را بیابید . (با راه حل)	۱۰
۱/۵	دستگاه زیر را به روش جایگزینی حل کنید. $\begin{cases} x + y = 1 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases}$	۱۱
۱/۵	معادله‌ی خطی را بنویسید که از محل برخورد دو خط $x + 3y = -14$, $2x - y = 7$ بگذرد و شیب آن مساوی ۳ باشد	۱۲
۱	<p>سوال جایزه :</p> <p>معادله‌ی خطی را بنویسید که از محل تقاطع دو خط به معادلات $2y - 3x = 17$, $y = 5 - 2x$ گذشته و بر خط $\frac{x}{2} + 3y + 1 = 0$ عمود باشد.</p> <p style="text-align: center;">ایران توشه</p> <p>الگوی عددی جالب: شما هم می توانید الگو را تا سه ردیف دیگر ادامه دهید. درسته؟</p> <p style="text-align: center; background-color: #e0e0a0; padding: 10px;"> $13 \times 13 + 1 = 170$ $133 \times 133 + 11 = 17700$ $1333 \times 1333 + 111 = 1777000$ $13333 \times 13333 + 1111 = 1777700000$ </p>	۱۳

فصل هفتم

عبارت های گویا

خلاصه درس:

* **عبارت گویا:** عبارت گویا کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله ای هستند.

مانند : $\frac{\sqrt{7}x}{x^3}, \frac{2x-7}{x^3+3x}, \frac{-a}{b}, \frac{x^3}{2}$

نکته: عبارت هایی مانند : $|a-b|, \frac{2}{\sqrt{x-3}}, \sqrt[3]{x}$ گویا نیستند.

عبارت های گویا در ریاضی، علوم، پزشکی، مهندسی و اقتصاد کاربرد دارند.

* ممکن است یک عبارت گویا به ازای بعضی مقادیر تعریف نشده باشد یعنی مخرج کسر صفر شود. در این صورت باید مقادیری از متغیر را که به ازای آن ها مخرج کسر صفر می شود، حذف کنیم.

سؤال : عبارت گویای $\frac{x+5}{x^3-3x}$ به ازای چه مقادیری تعریف نشده است؟

پاسخ : مخرج کسر را مساوی صفر قرار می دهیم و ریشه های آن را پیدا می کنیم :

$$x^3 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$

یعنی کسر فوق به ازای ۰ و ۳ تعریف نشده است.

* **ساده کردن یک عبارت گویا :** صورت و مخرج کسر را به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت جبری می نویسیم و سپس عبارت های مساوی را از صورت و مخرج باهم ساده می کنیم.

یادآوری : در تجزیه از فاکتور گیری و اتحادها کمک می گیریم.

◀ **مثال «۱»:** عبارت زیر را ساده کنید.

توشهای برای موفقیت

$$\frac{x^3-9}{6x+18} = \frac{(x-3)(x^2+2x+3)}{6(x+3)} = \frac{x-3}{6}$$

* **ضرب و تقسیم عبارت های گویا :** همانند عملیات اعداد گویا انجام می دهیم :

در ضرب، صورت در صورت و مخرج در مخرج ضرب می شود :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

در تقسیم، کسر اول در معکوس کسر دوم ضرب می شود :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

نکته: قبل از اینکه ضرب کنیم، ابتدا عبارات را تجزیه و در صورت ساده شدن، آن ها را ساده می کنیم.

◀ **مثال «۲»:** حاصل عبارت زیر را به دست آورده و ساده کنید.

$$\frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 4x} \div \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 4} = \frac{(x-5)(x+1)}{x(x-4)} \times \frac{x-4}{(x+1)(x+2)} = \frac{x-5}{x(x+2)}$$

* **جمع و تفریق عبارت های گویا:** همانند جمع و تفریق اعداد گویا عمل می کنیم بدین صورت که ک.م.م مخرج ها را به عنوان مخرج مشترک در نظر می گیریم.

◀ **مثال «۳»:** حاصل را به دست آورید.

(الف) $\frac{2x+5}{x-7} - \frac{-3x+2}{x-7} = \frac{2x+5+3x-2}{x-7} = \frac{5x+3}{x-7}$

(ب)
$$\begin{aligned} \frac{b^2 - 20}{b^2 - 4} + \frac{b-2}{b+2} &= \frac{b^2 - 20 + (b-2)(b-2)}{b^2 - 4} = \frac{b^2 - 20 + b^2 - 4b + 4}{b^2 - 4} \\ &= \frac{2b^2 - 4b - 16}{b^2 - 4} = \frac{2(b^2 - 2b - 8)}{b^2 - 4} = \frac{2(b-4)(b+2)}{(b-2)(b+2)} = \frac{2(b-4)}{b-2} \end{aligned}$$

* **ساده کردن عبارت های مرکب:** هنگام ساده کردن یک عبارت گویای مرکب همانند کسرهای گویا می توان صورت و مخرج را جداگانه ساده کرد و سپس آن ها را برهم تقسیم نمود و یا اینکه از همان ابتدا صورت و مخرج را در عبارتی مناسب و غیر صفر ضرب کرد.

◀ **مثال «۴»:**

$$\begin{aligned} 1 + \frac{a^2}{b^2 - a^2} &= \frac{b^2 - a^2 + a^2}{b^2 - a^2} = \frac{b^2}{b^2 - a^2} \div \frac{b^2 - ab - b^2}{b^2 - a^2} \\ b - \frac{b^2}{b-a} &= \frac{b(b-a) - b^2}{b-a} = \frac{b^2 - ab - b^2}{b-a} \end{aligned}$$

ایران ۲۰۱۶ توشه‌ای برای موفقیت

$$= \frac{b^2}{b^2 - a^2} \times \frac{b-a}{-ab} = -\frac{b^2(b-a)}{ab(b-a)(b+a)} = -\frac{b^2}{ab(b+a)}$$

* **تقسیم چند جمله ای:**

(الف) **تقسیم یک جمله ای بر یک جمله ای:** از قوانین ساده کردن کسرها و قوانین توان ها استفاده می کنیم.

◀ **مثال «۵»:**

$$\frac{-27x^3y^4z}{9x^4zy^5} = \frac{-27}{9} \times \frac{x^3}{x^4} \times \frac{y^4}{y^5} \times \frac{z}{z} = \frac{-3y^3}{x}$$

ب) تقسیم چند جمله ای بر یک جمله ای : تک تک جملات صورت را بر جمله مخرج تقسیم می کنیم.
مثال «۶» :

$$\frac{8m^3 + 6m^2 + m}{2m} = \frac{8m^3}{2m} + \frac{6m^2}{2m} + \frac{m}{2m} = 4m^2 + 3m + \frac{1}{2}$$

ج) تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای :
ابتدا تقسیم های معمولی را از ابتدایی یادآوری می کنیم :



مقسوم
۲۹
۲۷
۲
مقسوم علیه
 $\xrightarrow{3}$
 $\xrightarrow{9}$
خارج قسمت
باقیمانده

رابطه های تقسیم :
 $3 \times 9 + 2 = 29$
 $2 < 3$

مراحل تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای شبیه مراحل تقسیم معمولی است :

مرحله‌ی اول : ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را به شکل استاندارد از بالاترین توان به کمترین توان متغیر می نویسیم.

$$2x^3 - x^2 + x + 4 \quad | \quad x+1$$



مرحله‌ی سوم : خارج قسمت بدست آمده در مرحله‌ی قبل را در مقسوم علیه ضرب می کنیم و حاصل را زیر مقسوم می نویسیم و کم می کنیم (در واقع باید عبارت دومی را قرینه کنیم).

$$\begin{array}{r} \cancel{2x^3} - x^2 + x + 4 \\ -(2x^3 + 2x^2) \\ \hline -3x^2 + x + 4 \end{array} \quad | \quad x+1 \quad 2x^3$$

مرحله‌ی چهارم : چند جمله ای به دست آمده ی جدید را مانند یک مقسوم علیه جدید می گیریم. مراحل دوم و سوم را تکرار می کنیم. این عمل را آن قدر تکرار می کنیم تا درجه ای عبارت باقی مانده از مقسوم علیه کم تر باشد.

$$\begin{array}{r} 2x^3 - x^2 + x + 4 \\ -(2x^3 + 2x^2) \\ \hline -3x^2 + x + 4 \\ -(-3x^2 - 3x) \\ \hline 4x + 4 \\ -(4x +) \\ \hline \end{array}$$



۱. گزینه مناسب را علامت بزنید.

الف) کدام عبارت گویا نیست؟

$$\frac{1}{x} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{x}}{5} \quad (3)$$

$$\frac{10}{x+2} \quad (2)$$

$$\frac{-a}{b} \quad (1)$$

ب) ساده شده ای عبارت $\frac{-42x^3y^3}{6x^2y}$ برابر است با :

$$-7xy^2 \quad (4)$$

$$-7xy \quad (3)$$

$$\frac{-7y}{x} \quad (2)$$

$$\frac{-7x}{y} \quad (1)$$

ج) عبارت گویای $\frac{x+5}{x-3}$ به ازای چه مقداری تعریف نشده است؟

$$X = -5 \quad (4)$$

$$X = 5 \quad (3)$$

$$X = -3 \quad (2)$$

$$X = 3 \quad (1)$$

د) ساده شده ای عبارت $\frac{x^3 + 3x^2}{x^2 + 3x}$ برابر کدام گزینه است؟

$$x \quad (4)$$

$$x+3 \quad (3)$$

$$\frac{x+3}{x} \quad (2)$$

$$\frac{x}{3} \quad (1)$$

ه) کدامیک از عبارت های زیر گویا است؟

$$|x-y| \quad (4)$$

$$\frac{2}{5}x \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{a}}{a+b} \quad (2)$$

$$\sqrt{xy} \quad (1)$$

و) حاصل کدام گزینه مساوی ۱- است؟

$$\frac{3-b}{3+b} \quad (4)$$

$$\frac{2x+3}{3+2x} \quad (3)$$

$$\frac{2x-5}{5-2x} \quad (2)$$

$$\frac{3m+4}{3m-4} \quad (1)$$

۲. مشخص کنید کدام یک از عبارت های زیر گویا هستند؟

$$\frac{8}{a+10}, \quad , \frac{\sqrt{3x}}{5}, \quad , \frac{2}{\sqrt[3]{x}}, \quad , 7, \quad , \frac{x\sqrt{y}+3}{x^2}$$

۳. هر یک از عبارت های زیر به ازای چه مقداری تعریف نشده است؟

(الف) $\frac{x+20}{x}$

(ب) $\frac{3x}{x^2 - 16}$

(ج) $\frac{x+7}{x(x-2)}$

(د) $\frac{2m+3}{m^2 - 5m + 6}$

۴. حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

(الف) $\frac{28y^rx}{14yx^r} =$

(ب) $\frac{t-7}{7-t} =$

(ج) $\frac{12x+24}{4x^r + 8x} =$

(د) $\frac{x^r - 3x}{x^r - 9} =$



۵. الف) به ازای چه مقداری از x عبارت $\frac{5x-4}{x^r - 2x}$ گویایی زیر تعریف نشده است؟

ب) عبارت $\frac{x+1}{x-1}$ جمع شود، حاصل آن برابر ۳ شود.

۶ در جای خالی چه عبارتی قرار دهیم تا تساوی برقرار باشد؟

$$\frac{3x}{x-5} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots}{x^2 - x - 20}$$

$$, \frac{\dots\dots\dots \times (x-7)}{x^2 - 49} = 10$$

۷. حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\frac{-5x+8}{x+9} + \frac{4x-17}{x+9} =$$

$$\frac{x+1}{y+1} + \frac{x+1}{y-1} =$$

$$\frac{x^2+1}{x^2-4x-21} - \frac{x-3}{x+3} =$$

۸. مساحت یک مستطیل برحسب m به صورت $2m^3 - 4m^2 + 2$ و عرض آن $m-1$ می باشد. طول این مستطیل را برحسب m به دست آورید.

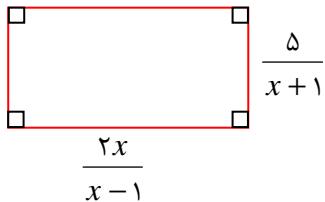
۹. حاصل عبارت زیر را به دست آورده و جواب را ساده کنید.

$$\frac{3}{x^2} - \frac{4}{x} + 1 = \\ 1 - \frac{6}{x^2} - \frac{1}{x}$$

ایران توشی

توشهای برای موفقیت

۱۰. مساحت و محیط مستطیل زیر را حساب کنید.



۱۱. ضرب و تقسیم های زیر را انجام دهید (ابتدا در صورت امکان عبارت ها را ساده کنید).

$$\frac{a}{2b} \times \frac{3b}{2a} \times \frac{4}{a} =$$

$$\frac{x^2 - 16}{x + 4} \times \frac{x + 2}{x^2 - 8x + 16} =$$

$$\frac{b^2 - 1}{y - b} \div \frac{b + 1}{b^2 - 49} =$$

۱۲. اگر نسبت $y - 2x$ به $x + y$ برابر $\frac{2}{3}$ باشد، نسبت x به y چقدر خواهد بود؟

۱۳. ساده شده عبارت $\frac{x^2 - 4}{10x} \times \frac{5x^2}{x^2 - 2x}$ کدامیک از عبارت های زیر است؟

- (الف) $x - 1$ (ب) $\frac{x + 2}{2x}$ (ج) $\frac{x + 2}{2}$ (د) $\frac{x - 1}{2x}$

۱۴. کیومرت در برگه امتحانی خود حاصل عبارتی را به اشتباه چنین نوشته است. اشتباه او را توضیح دهید.

$$\frac{3x + 1}{2} - \frac{1 - x}{2} = \frac{3x + 1 - 1 - x}{2} = \frac{2x}{2} = x$$

ابزارهای توسعه‌دهنده توشهای برای موفقیت

۱۵. الف) عبارت $\frac{2}{3x - 1}$ به ازای چه مقداری تعریف نشده است؟

ب) حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$\frac{x^2 - 2x}{x^2} \div \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} =$$

۱۶. مریم در تقسیم $\frac{x^2 + 2x - 5}{x - 1}$ خارج قسمت خود را $x^2 + x$ و باقی مانده تقسیم را $3x - 5$ محاسبه کرده است. آیا مریم تقسیم را کامل و درست انجام داده است چرا؟ (امتحان کنید).

۱۷. تقسیم کنید.

$$2x^3 - 4x^2 + 2x \quad \left| \begin{array}{c} x-2 \\ \hline \end{array} \right.$$

$$5x^3 + 4x^2 - x + 3 \quad \left| \begin{array}{c} x^2 + 1 \\ \hline \end{array} \right.$$

۱۸. اگر خارج قسمت تقسیم $b - 7x^3 - 7x + a$ بر $x^2 - x$ برابر ۲ و باقی مانده مساوی ۵ باشد، مقادیر a و b را بیابید. (از رابطه های تقسیم استفاده کنید).

۱۹. **الف**) حاصل $(x^2 - 2x^3 - 3x^2 + x + 7) \div (x^2 - x)$ را به دست آورید.

ب) رابطه های تقسیم را بنویسید.

۲۰. مقدار k را چنان بیابید که چند جمله ای $k - x^3 - 5x^2 - 6x - 1$ بر $2x - 1$ بخش پذیر باشد.
(راهنمایی : تقسیم را انجام دهید و باقی مانده را مساوی صفر قرار دهید).

ایران تو شی

تو شهای برای موفقیت

الگوی عددی جالب : شما هم می توانید الگو را تا سه ردیف دیگر ادامه دهید. جالبه نه ؟

$$11 \times 11 = 121$$

$$101 \times 101 = 10201$$

$$1001 \times 1001 = 1002001$$

$$10001 \times 10001 = 100020001$$

«آزمون پایانی فصل ۷ «عبارت های گویا»

ردیف	رسول اکرم (ص) : انسان بلند مرتبه چون به فهم و دانایی رسد، متواضع می شود.	بارم
۱	<p>گزینه‌ی مناسب را علامت بزنید.</p> <p>(الف) به ازای چه مقداری از x عبارت $\frac{x-5}{x}$ تعریف نشده است؟</p> <p>$x=+ \quad (4)$ $x=5 \quad (3)$ $x=-1 \quad (2)$ $x=1 \quad (1)$</p> <p>(ب) کدام عبارت گویا <u>نیست</u>؟</p> <p>$\frac{5}{6} \quad (4)$ $\sqrt{x} \quad (3)$ $\frac{1}{x} \quad (2)$ $\frac{x}{y} \quad (1)$</p> <p>(ج) ساده شده‌ی $\frac{18a^3b}{6.a^2b}$ کدام است؟</p> <p>$\frac{1}{3}ba \quad (4)$ $\frac{3b}{1.a} \quad (3)$ $\frac{3}{10}a \quad (2)$ $\frac{10}{3}a \quad (1)$</p> <p>(د) حاصل کدام گزینه با $\frac{(x+y)z}{b}$ برابر است؟</p> <p>$b(x+y)z \quad (4)$ $\frac{z}{b}(xy) \quad (3)$ $\frac{xz+y}{b} \quad (2)$ $\frac{1}{b}z(y+x) \quad (1)$</p>	۲
۲	<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>* $\frac{\sqrt{x^6}}{2}$ عبارتی گویا است.</p> <p>* ساده شده‌ی $\frac{ax+a}{a}$ برابر است با $x+a$.</p> <p>* عبارت $\frac{x+7}{x-1}$ به ازای $x=-1$ تعریف نشده است.</p> <p>* حاصل $\frac{a^2-b^2}{ab}$ برابر با $\frac{a}{b}-\frac{b}{a}$ است.</p>	۲
۳	<p>هر یک از عبارات زیر به ازای چه مقادیری <u>تعریف نشده</u> است؟</p> <p>$\frac{x+1}{4x^2+20x}$</p> <p>$\frac{5}{x^2+x-12}$</p>	۲

۱	عبارات زیر را ساده کنید.	۴
	$\frac{a^2 - 9}{3a + 9} =$ $\frac{x^2 - y^2}{y - x} =$	
۲	حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.	۵
	$\left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}\right) \left(\frac{x^2 - y^2}{2y}\right)$	
۰/۵	الف) در جای خالی عبارتی مناسب بنویسید تا تساوی برقرار شود. $\frac{z(x+y)}{t} = \dots\dots\dots (x+y)$	۶
۱/۵	ب) حاصل را بدست آورده و ساده کنید. $\left(\frac{4x^2}{3xy}\right) \div \left(\frac{8x}{y^2}\right) =$	
۲	حاصل عبارات زیر را بدست آورید.	۷
	الف) $\frac{x-7}{x+3} - \frac{x+4}{x+3} =$ ب) $\frac{2a^2 - 16}{a^2 - 4} + \frac{a+4}{a+2} =$	
۲	باشد مقدار عبارت B را بیابید. $A + B = \frac{x+5}{2(x^2 - 4)}$ ، $A = \frac{3}{2x-4}$ اگر	۸
۲	تقسیم زیر را انجام دهید. (ابتدا عبارات را استاندارد کنید.) $x^2 + x^4 + 3 \overline{-} 1 + x^2$	۹

۲	به ازای چه مقداری از k چند جمله‌ای $-x^4 - x^3 + 2x^4 + x^3$ بر $(x+1)$ بخش پذیر است؟	۱۰
۱/۵	<p>سوال جایزه :</p> <p>اگر خارج قسمت تقسیم $x^2 - 7x + b$ بر $x+a$ برابر ۲ و باقی مانده ۵ باشد، مقادیر a، b را بیابید.</p> <p>الگوی عددی جالب : شما هم می‌توانید الگو را تا سه ردیف دیگر ادامه دهید. جالبه نه؟</p> <div style="background-color: #f2e0b7; padding: 10px; margin-top: 10px;"> $9 \times 9 + 9 = 90$ $99 \times 99 + 99 = 9900$ $999 \times 999 + 999 = 999000$ $9999 \times 9999 + 9999 = 99990000$ </div>	۱۱

خلاصه درس :

* حجم و مساحت کره :

انواع حجم :

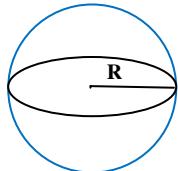
۱. منشوری
۲. کروی
۳. هرمی

- حجم های منشوری را به طور کامل در ریاضی هفتم یاد گرفتید.

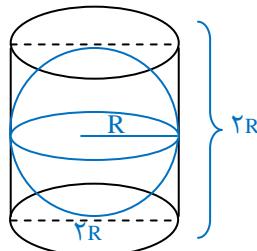
تعريف دایره: دایره مجموعه نقاطی از صفحه است که همه‌ی آن نقاط از یک نقطه در همان صفحه به نام مرکز به یک فاصله است. به این اندازه‌ی ثابت شعاع دایره می‌گوییم.

تعريف کره: کره را همانند دایره تعریف می‌کنیم : کره مجموعه نقاطی از فضا است که همه‌ی آن نقاط از یک نقطه در فضا به نام مرکز به یک فاصله هستند. مانند انواع توپ و کره‌ی زمین.

* اگر یک کره را به طور کامل درون یک استوانه قرار دهیم، به طوری که از طرف بالا و پایین بر استوانه مماس شود، گوییم کره در استوانه محاط شده و استوانه نیز بر کره محیط شده است.



نکته: اگر کره‌ای در یک استوانه محاط شود، ارتفاع استوانه برابر قطر کره و شعاع قاعده استوانه با شعاع کره مساوی است.



*** حجم کره :**

با توجه به شکل بالا و یک آزمایش ساده ثابت می شود :

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم استوانه} = \text{حجم ۳ تا نیم کره}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}\pi R^3 = \text{حجم نیم کره} \Rightarrow 2\left(\frac{2}{3}\pi R^3\right) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\boxed{\text{کره } V = \frac{4}{3}\pi R^3}$$

در نتیجه :

$$\boxed{S = 4\pi R^2 \text{ کره}}$$

*** مساحت کره :** مساحت کره ای به شعاع R برابر است با :

◀ **مثال «۱» :** حجم و مساحت کره ای به قطر 12cm را به دست آورید.

$$12 = \text{قطر} \Rightarrow 12 \div 2 = 6 \text{ شعاع}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times \frac{3}{14} \times 6^3 = \frac{4}{3} \times \frac{3}{14} \times \cancel{216}^72 = 90.4/32$$

پاسخ :

$$S = 4\pi R^2 = 4 \times \frac{3}{14} \times 6^2 = 4 \times \frac{3}{14} \times 36 = 452/16$$

نکته «۱»: از دوران نیم دایره حول قطر آن کره بدست می آید.

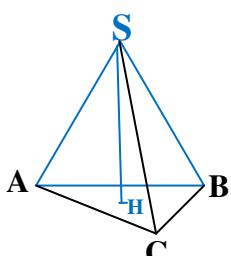
نکته «۲»: از دوران ربع دایره حول شعاع آن نیم کره بدست می آید.

*** حجم هرم و مخروط :**

(الف) هرم : هرم شکل فضایی است که دارای یک وجه زیرین (چند ضلعی محدب) به نام قاعده است.

ارتفاع هرم : به فاصله ای رأس هرم تا قاعده را ارتفاع هرم گویند.

◀ **مثال «۲» :** رأس S ، شکل قاعده : مثلث، تعداد وجه ها : ۳ وجه، شکل وجه ها : مثلثی ، نام قاعده : مثلث ABC .



نکته : وجه جانبی (پهلوهای هرم) همگی مثلثی شکل هستند.

* حجم هرم :

کلامی :

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} \times \frac{1}{3} = \text{حجم هرم}$$

جبری :

$$V = \frac{1}{3} sh \quad \text{هرم}$$

◀ مثال «۳»: حجم هرم مربع القاعده ای به ضلع ۵cm و ارتفاع هرم ۹ سانتی متر را حساب کنید.

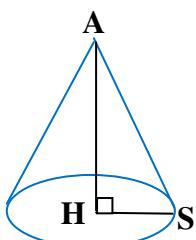
$$S = 5 \times 5 = 25 \Rightarrow V = \frac{s.h}{3} = \frac{25 \times 9}{3} = 75 \text{ cm}^3$$

نکته «۱»: واحد حجم مترمکعب یا سانتی مترمکعب است و در مایعات معمولاً لیتر است.

نکته «۲»: اگر دو هرم دارای قاعده های هم مساحت و ارتفاع های مساوی باشند، حجم های آن ها باهم برابرند.

* مخروط : مخروط شکلی شبیه به هرم منتظم است که قاعده آن به شکل دایره و پای ارتفاع مخروط مرکز این دایره است.

ارتفاع، A رأس و HS شعاع قاعده و AH مولد مخروط است.



نکته: از دوران مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائم آن مخروط بدست می آید.

* حجم مخروط :

کلامی :

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} \times \frac{1}{3} = \text{حجم مخروط}$$

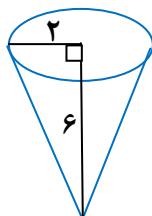
جبری :

$$V = \frac{1}{3} sh = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$\pi \approx 3.14$ ارتفاع مخروط و h شعاع قاعده (دایره) و R

◀ مثال «۴»: حجم مخروط زیر را حساب کنید.

$$V = \frac{sh}{3} = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{3.14 \times 2 \times 2 \times 4}{3} = 25.12$$



* سطح و حجم :

- ۱) از دوران مستطیل حول طول یا عرض آن، استوانه بدست می‌آید.
- ۲) از دوران مربع حول یکی از اضلاع آن، استوانه بدست می‌آید.
- ۳) از دوران مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع زاویه‌ی قائم، مخروط حاصل می‌شود.
- ۴) از دوران مثلث قائم الزاویه حول وتر دو مخروط حاصل می‌شود.
- ۵) از دوران مثلث متساوی‌الاضلاع حول یک ضلع آن دو مخروط مساوی پدید می‌آید.
- ۶) از دوران مربع حول یک قطر آن دو مخروط هم قاعده و مساوی پدید می‌آید.
- ۷) از دوران لوزی حول یک قطر آن دو مخروط برابر و به هم چسبیده بدست می‌آید.
- ۸) از دوران نیم دایره حول قطر آن کره بدست می‌آید.
- ۹) از دوران رباع دایره حول شعاع آن نیم کره بدست می‌آید.

◀ **مثال «۵» :** حجم حاصل از دوران نیم دایره‌ای به قطر 10 cm را حول قطر آن پیدا کنید.

پاسخ : از دوران نیم دایره حول قطر آن کره پدید می‌آید بنابراین :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 = \frac{500}{3}\pi \quad (\text{شعاع کره } 10 \div 2 = 5)$$

* مساحت کل مکعبی به ضلع a برابر است با $6a^2$.

* مساحت کل مکعب مستطیلی به ابعاد a و b و c برابر است با $2(bc + ac + ab)$



۱. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) کره مجموعه نقاطی از صفحه است که همهٔ نقاط آن از یک نقطه به یک فاصله‌اند.

(ب) از دوران نیم دایره حول قطر آن نیم کره پدید می‌آید.

(ج) قاعدهٔ مخروط دایره‌ای و قاعدهٔ هرم یک چند ضلعی است.

(د) نحوهٔ محاسبه حجم هرم و مخروط مثل هم است.

(ه) از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول یک ضلع قائم آن هرم پدید می‌آید.

(و) حجم هرمی با مساحت قاعدهٔ ۲۰ و ارتفاع ۶ برابر است با ۴۰.

(ز) ممکن است در حالت خاصی حجم کره با مساحت کره برابر شود.

(ح) حجم هرمی که مساحت قاعدهٔ آن $9\sqrt{3}$ و ارتفاع هرم $\sqrt{27}$ سانتی‌متر باشد، ۲۷ سانتی‌متر مکعب است.

۲. کامل کنید.

* به فاصلهٔ رأس هرم تا قاعدهٔ آن را هرم گویند.

* شکل وجههای جانبی هرم به صورت است.

* اگر دو هرم قاعده‌های هم مساحت و ارتفاع برابر داشته باشند آنگاه حجم‌های آن دو

* حجم هرم مربع القاعده‌ای به اضلاع ۴ و ارتفاع هرم ۶ باشد، برابر است با

* حجم هرم به صورت جبری برابر است با

* مخروط شبیه هرم است که قاعدهٔ آن به شکل است.

* از دوران مستطیل حول طول آن بدست می‌آید.

* از دوران نیم دایره حول قطر آن پدید می‌آید.

* از دوران ربع دایره حول شعاع آن به وجود می‌آید.

* مساحت کل مکعبی به ضلع cm ۵ برابر است با

* از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول یک ضلع قائم آن بدست می‌آید.

* نسبت مساحت کره به حجم آن مساوی برابر شعاع کره است.

* اگر مساحت قاعده و ارتفاع یک هرم با مساحت قاعده و ارتفاع یک مخروط برابر باشد، نسبت حجم‌های این دو شکل برابر است با

۳. گزینه‌ی مناسب را علامت بزنید.

(الف) از دوران مربع حول یک ضلع آن چه شکلی پدید می‌آید؟

- (۱) هرم (۲) استوانه (۳) مخروط (۴) کره

(ب) اگر شعاع کره‌ای را ۳ برابر کنیم، حجم آن چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۸

(ج) حجم هرم مربع القاعده‌ای به قطر قاعده $10\sqrt{2}$ و ارتفاع ۱۵ چند است؟

- (۱) ۶۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۶۰۰

(د) نسبت عددی حجم کره به مساحت کره کدام است؟

- (۱) $4R$ (۲) $3R$ (۳) $\frac{1}{4}R$ (۴) $\frac{1}{3}R$

(ه) حجم مخروطی به شعاع ۱ cm و ارتفاع ۳ cm چند سانتی متر مکعب است؟

- (۱) $\frac{3}{14}\pi$ (۲) $6/28$ (۳) $9/42$ (۴) $\frac{\pi}{3}$

(و) مساحت کره‌ای به قطر ۶ سانتی متر برابر است با :

- (۱) 12π (۲) 36π (۳) 72π (۴) 144π

(ز) مکعب مستطیلی به ابعاد ۴ و ۵ موجود است اگر مساحت کل این مکعب مستطیل ۹۴ سانتی متر مربع باشد، ارتفاع این شکل چند است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

(ح) کره‌ای به قطر 4 cm را درون استوانه‌ای محاط کرده‌ایم، حجم استوانه چند سانتی متر مکعب است؟

- (۱) 4π (۲) 48π (۳) 12π (۴) 16π

۴. حجم و مساحت کره‌ای به شعاع 3cm را بدست آورید.

۵. سطح کره‌ای را پیدا کنید که حجم آن 36π باشد (برحسب π)

۶. کره‌ای در استوانه‌ای به قطر ۶ سانتی متر محاط شده است :

(الف) حجم کره را بدست آورید.

(ب) مساحت کره را بدست آورید.

ج) حجم استوانه را پیدا کنید.

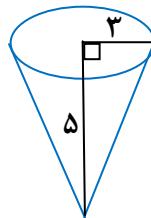
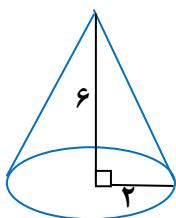
۶. مهدی نیم کره ای توپر به قطر 20 سانتی متر دارد. می خواهد سطح آن را با کاغذ کادو بپوشاند.
حداقل چند سانتی متر مربع کاغذ کادو به کار می رود؟

۷. حجم هرمی که قاعده‌ی آن یک لوزی به قطرهای 8 و 6 و ارتفاع هرم 9 سانتی متر باشد، را حساب کنید.

۸. حجم هرم مربع القاعده‌ی به قطر قاعده‌ی $\sqrt{372}$ و ارتفاع 5 متر چند مترمکعب است؟

۹. قاعده‌ی یک هرم مستطیلی به ابعاد 6 و 10 سانتی متر است. اگر ارتفاع هرم 15 سانتی متر باشد، حجم هرم را پیدا کنید.

۱۰. حجم شکل‌های زیر را به دست آورید.



۱۱. الف) از دوران مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع قائم آن چه شکلی حاصل می شود؟

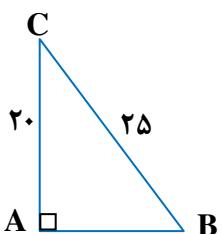
ب) حجم مخروطی به شعاع قاعده 4 cm و ارتفاع 12 cm را حساب کنید.

۱۲. وتر و یک ضلع قائم مثلث قائم الزاویه‌ی ای به ترتیب 10 و 6 می باشند. این مثلث را حول ضلع 6 سانتی متر دوران داده ایم. حجم شکل حاصل را بدست آورید

۱۲. گنجایش مخروطی ۲۸۲۶۰ لیتر است. اگر شعاع قاعدهٔ آن ۳ متر باشد، ارتفاع آن چند متر است (هر مترمکعب ۱۰۰۰ لیتر است).

۱۴. **الف**) اگر هرم منتظمی با قاعدهٔ مثلث را از بالا نگاه کنیم، چه شکلی دیده می‌شود؟

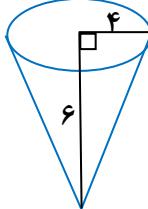
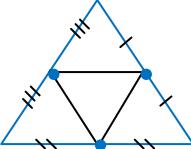
ب) مثلث قائم الزاویه ABC را حول ضلع AC دوران داده ایم. حجم شکل حاصل را بدست آورید.



۱۵. در استوانه‌ای که ارتفاع و قطر قاعدهٔ آن باهم برابرند، کره‌ای محاط شده است. نسبت حجم کره به حجم استوانه را پیدا کنید.

آزمون پایانی فصل حجم و مساحت

آزمون پایانی فصل حجم و مساحت		
ردیف	فرزند گلم : سازنده ترین کلمه صبر است برای داشتنش دعا کن.	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>(الف) حجم کره ای به شعاع a برابر است با $4\pi a^2$.</p> <p>(ب) شکل وجههای جانبی هرم مستطیل هستند.</p> <p>(ج) حجم هرم مساوی ثلث حجم یک منشور است.</p> <p>(د) از دوران رباعیه حول شعاع آن، نیم کره پدید می‌آید.</p>	۲
۲	<p>کامل کنید.</p> <p>* طول عمودی که از رأس بر قاعده هرم رسم می‌شود، هرم است.</p> <p>* کره مجموعه نقاطی از است که همه‌ی نقاطه به نام مرکز است.</p> <p>* از دوران مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع قائم آن پدید می‌آید.</p>	۲
۳	<p>گزینه مناسب راعلامت را بزنید.</p> <p>(الف) از دوران مستطیل حول طول آن چه شکلی حاصل می‌شود؟</p> <p>(۱) منشور (۲) مخروط (۳) هرم (۴) استوانه</p> <p>(ب) مساحت کره ای به شعاع 10cm چند سانتی متر مربع است؟ ($\pi \approx 3/14$).</p> <p>(۱) $37/68$ (۲) $25/12$ (۳) $12/56$ (۴) $4/18$</p> <p>(ج) حجم هرم مربع القاعده ای به ضلع ۲ و ارتفاع ۳ چه قدر است؟</p> <p>(۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) $12/56$ (۴) $12/56$</p> <p>(د) شعاع قاعده‌ی مخروطی را نصف و ارتفاع آن را دو برابر می‌کنیم حجم مخروط حاصل چه کسری از مخروط اولیه است؟</p> <p>(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$</p>	۲
۴	<p>(الف) حجم کره ای به شعاع ۳ سانتی متر را به دست آورید.</p> <p>(ب) مساحت کره ای به قطر ۱۰ سانتی متر را حساب کنید.</p>	۲
۵	<p>امین توب پلاستیکی خود را که اندازه قطر آن ۱۲ سانتی متر بود، به دو قسمت مساوی تقسیم کرد. سپس یکی از نصفه‌های توب را پر از آب کرد و درون ظرف پلاستیکی استوانه‌ای شکلی به همان قطر ریخت. آب در استوانه تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟</p>	۱/۵

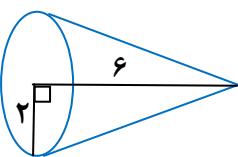
۰/۵	الف) شکل وجههای جانبی یک هرم چگونه است؟	۶
۱	ب) در چه شرایطی هرم را منتظم می‌گوییم؟	
۰/۵	ج) قاعده‌ی هرم محدب است یا مقعر؟	
۱/۵	قاعده‌ی هرمی به شکل مستطیل به ابعاد ۸ و ۶ سانتی‌متر است. اگر ارتفاع هرم ۱۰ سانتی‌متر باشد، حجم هرم را حساب کنید.	۷
۱/۵	حجم هرمی ۲۲۵ سانتی‌مترمکعب و مساحت قاعده‌ی آن ۷۵ سانتی‌مترمربع است. ارتفاع هرم چند سانتی‌متر است؟	۸
۱/۵	حجم شکل زیر را بدست آورید. 	۹
۱/۵	مثلث قائم الزاویه‌ای به اضلاع قائم ۳ و ۴ سانتی‌متر را حول ضلع ۴ سانتی‌متر دوران داده ایم. حجم شکل حاصل را بدست آورید.	۱۰
۰/۵	الف) شکل زیر گستردگی کدام حجم است؟ (مخروط، هرم، منشور) 	۱۱
۲	ب) حجم مخروطی ۳۱۴ سانتی‌متر مکعب و ارتفاع آن ۱۲ سانتی‌متر است. شعاع قاعده مخروط را حساب کنید.	

آزمون نوبت دوم

ردیف	استفاده از ماشین حساب مانع ندارد.	بارم										
۱	<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>(الف) شاعران معروف قرن معاصر یک مجموعه را مشخص می کند.</p> <p>(ب) هر دو لوزی دلخواه همواره باهم متشابه هستند.</p> <p>(ج) درجه یک جمله ای $y - 3x^2$ نسبت به متغیر y برابر یک است.</p> <p>(د) نقطه $\left[\begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \right]$ روی خط $x+1 = \frac{1}{2}y$ قرار دارد.</p>	۱										
۲	<p>گزینه‌ی مناسب را علامت بزنید.</p> <p>(A) کدام گزینه نادرست است?</p> <p>$Q' \cap Z = Z$ (۴) $Q \cap R = Q$ (۳) $Q \cap Q' = \emptyset$ (۲) $Q \cup Q' = R$ (۱)</p> <p>(B) عدد $1 + \sqrt{48}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟</p> <p>(۱) ۶ و ۷ (۲) ۸ و ۹ (۳) ۹ و ۱۰ (۴) ۱۰ و ۹</p> <p>(C) اگر $x - y = 0$ باشد، می توان نتیجه گرفت :</p> <p>$x + y = 0$ (۴) $x = y$ (۳) $x < y$ (۲) $x > y$ (۱)</p> <p>(D) کدام گزینه یک جمله ای است?</p> <p>x^{-3} (۴) \sqrt{x} (۳) $\frac{2}{x}$ (۲) 5 (۱)</p>	۲										
۳	<p>جاهاي خالي را با کلمات يا اعداد مناسب کامل کنيد.</p> <p>(۱) اجتماع عضوهای دو مجموعه اعداد گویا و اعداد گنگ را می گویند.</p> <p>(۲) اطلاعات داده شده ی مسئله را و خواسته ی مسئله را می نامیم.</p> <p>(۳) برای محاسبه عرض از مبدأ خط، در معادله مقدار y را مساوی قرار می دهیم.</p> <p>(۴) از دوران مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع قائم آن بدست می آید.</p>	۱/۲۵										
۴	<p>سؤال را به جواب مربوطه در ستون سمت چپ وصل کنید.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>سؤال</th> <th>جواب</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>الف) شیب خط $? 3y = 9x - 12$</td> <td>۱</td> </tr> <tr> <td>ب) عرض از مبدأ خط $? 3x + 4y = 4$</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>ج) ریشه سوم عدد $? 64$</td> <td>۳</td> </tr> <tr> <td>د) حاصل $? \frac{7}{2^2} + 2^{-3} = ?$</td> <td>۴</td> </tr> </tbody> </table>	سؤال	جواب	الف) شیب خط $? 3y = 9x - 12$	۱	ب) عرض از مبدأ خط $? 3x + 4y = 4$	۲	ج) ریشه سوم عدد $? 64$	۳	د) حاصل $? \frac{7}{2^2} + 2^{-3} = ?$	۴	۱
سؤال	جواب											
الف) شیب خط $? 3y = 9x - 12$	۱											
ب) عرض از مبدأ خط $? 3x + 4y = 4$	۲											
ج) ریشه سوم عدد $? 64$	۳											
د) حاصل $? \frac{7}{2^2} + 2^{-3} = ?$	۴											

۰/۵	<p>(الف) مجموعه A را با اعضاء مشخص کنید.</p> $A = \{x - 1 \mid x \in N, x \leq 2\} = \{$ <p>(ب) مجموعه B را به زبان ریاضی بنویسید.</p> $B = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots \right\} = \{$	۵
۰/۷۵		
۱	اگر $\{5, 6, 7\} = M$ و $\{7, 8, 9\} = H$ باشد، $M \cap H$ را مشخص کنید.	۶
۰/۵	<p>(الف) بین $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{4}$ دو کسر بنویسید.</p> <p>(ب) مجموعه $C = \{x \in R \mid -3 < x < 3\}$ را روی محور نشان دهید.</p>	۷
۰/۵		
۰/۷۵	اگر $a = -3$ و $b = -5$ مقدار $ a + a+b $ را بدست آورید.	۸
۰/۷۵	<p>در شکل زیر O مرکز دایره و $\overline{AD}, \overline{BC}$ بر دایره مماسند نشان دهید :</p>	۹
۰/۵	<p>(الف) مثلث ABC به اضلاع ۴ و ۵ و ۸ با مثلث DEF به اضلاع $x-1$ و 10 و $x+7$ باهم متشابه هستند، مقدار x را پیدا کنید.</p>	۱۰
۰/۵	<p>(ب) در یک نقشه مقیاس $\frac{1}{500}$ است. فاصله‌ی دو نقطه روی نقشه ۲ سانتی متر است. فاصله‌ی این دو نقطه در اندازه‌ی واقعی چند متر است؟</p>	

۱		الف) حاصل را به صورت عددی توان دار بنویسید. ب) عدد زیر را با نماد علمی نمایش دهید.
۱۰/۵	$3^{-5} \times 7^{-2} \div 21^4 =$	
۱۰/۵	$0/0\ldots000078 =$	
۱۲	$\sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) =$	حاصل عبارت زیر را به دست آورید و جواب را ساده کنید.
۱۳		مخرج کسر $\frac{5}{\sqrt[3]{2x}}$ را گویا کنید.
۱۴	$(a-5)^2$	با استفاده از اتحادها، حاصل را بدست آورید.
۱۵	$a^5 - 9 =$ $x^5 - 7x + 12 =$	تجزیه کنید.
۱۶	$5(3 - 2x) \leq -2x + 3$	نامعادله زیر را حل کنید.
۱۷		خط $y = \frac{2}{3}x - 4$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

۱	$\begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}$	دستگاه مقابله را به روش حذفی حل کنید.	۱۸
۰/۵		معادله خطی را بنویسید که شیب آن ۵ بوده و با خط $\frac{2}{3}x - 4 - y = 0$ موازی باشد.	۱۹
۱	$x^2 - 5x - 24 \mid x - 8$	تقسیم زیر را انجام دهید.	۲۰
۰/۵	$n - \frac{n^2}{n-m} =$	حاصل را بدست آورید.	۲۱
۰/۵		الف) حجم هرم مربع القاعده ای به ضلع قاعده ۵ و ارتفاع ۱۲ را بیابید.	۲۲
۰/۷۵		ب) حجم مخروط زیر را بدست آورید.	