

# ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی

- دانلود گام به گام

- دانلود آزمون گاج و قلم چی و سنجش

- دانلود فیلم و مقاله انگلیزی

- کنکور و مشاوره

 [IranTooshe.ir](http://IranTooshe.ir)

 [@irantooshe](https://t.me/irantooshe)

 [IranTooshe](https://www.instagram.com/IranTooshe)



## ◀◀ فصل اول: آمار و احتمال

## ◀◀ درس اول: شمارش

## ✓ اصل جمع

اگر بتوان عملی را به  $m$  طریق و عمل دیگری را به  $n$  طریق انجام داد، به طوری که این دو عمل را نتوانیم با هم انجام دهیم، در این صورت به  $m+n$  طریق می‌توان عمل اول «یا» عمل دوم را انجام داد. (اصل جمع به بیش از دو عمل نیز قابل تعمیم است.)

## ✓ اصل ضرب

اگر عملی در دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به  $m$  طریق و در مرحله دوم هر کدام از این عمل به  $n$  طریق انجام پذیر باشد، در کل آن عمل به  $m \times n$  طریق انجام پذیر است. (اصل ضرب قابل تعمیم به بیشتر از دو مرحله است.)

## ✓ نماد فاکتوریل

برای ضرب یک عدد طبیعی و بزرگتر از ۱ در تمام اعداد طبیعی کوچکتر از خودش از نماد فاکتوریل (!) استفاده می‌کنیم.

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

**قرار داد:** برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت  $0! = 1$  و  $1! = 1$  تعریف می‌کنیم.

عمل فاکتوریل را می‌توانیم هر جایی قطع کنیم، به شرط آنکه در جلوی جمله آخر جملات فاکتوریل را قرار دهیم.

$$15! = 15 \times 14 \times 13 \times 12! \quad , \quad \frac{7!}{5!} = \frac{7 \times 6 \times \cancel{5!}}{\cancel{5!}} = 7 \times 6 = 42$$

## ✓ جایگشت

هر حالت از کنار هم قرار گرفتن  $n$  شیء متمایز را یک جایگشت  $n$  تایی از آن  $n$  شیء می‌نامیم و تعداد این جایگشت‌ها برابر است با  $n!$ .

$$\boxed{n} \times \boxed{n-1} \times \boxed{n-2} \times \dots \times \boxed{2} \times \boxed{1} = n!$$

اگر در محاسبه جایگشت اشیاء بخواهیم چند شیء خاص کنار هم باشند، آنها را داخل یک مجموعه قرار داده و یک شیء در نظر می‌گیریم، سپس جایگشت شیء حاصل را با اشیای دیگر محاسبه می‌کنیم.

## روش متمم ✓

اگر در مسأله‌ای از فعل منفی استفاده شود، مثلاً خواسته شود که ۲ نفر خاص کنار هم نیاشند، در این صورت بهتر است تعداد جایگشت‌هایی که آن ۲ نفر کنار هم باشند را محاسبه کنیم و جوابش را از تعداد کل جایگشت‌ها کم کنیم.

## ترتیب ✓

تعداد جایگشت‌های  $r$  شیء که ترتیب قرار گرفتن آنها در کنار هم مهم باشد (ترتیب‌های مختلف با هم فرق داشته باشند) را ترتیب  $r$  از  $n$  می‌گویند و با نماد  $p(n, r)$  یا  $(n)_r$  نشان می‌دهند که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

## ترکیب ✓

تعداد آرایش‌های مختلف  $r$  شیء از  $n$  شیء که ترتیب قرار گرفتن آنها در کنار هم مهم نباشد (ترتیب‌های مختلف با هم فرقی نداشته باشند) را ترکیب  $r$  از  $n$  می‌گویند و با نماد  $c(n, r)$  یا  $\binom{n}{r}$  یا  $c_n^r$  نشان می‌دهند که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$c(n, r) = \frac{n!}{(n, r) \times r!}$$

## خواص مهم ترکیب ✓

$$۱) \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{7}{0} = \binom{7}{7} = 1$$

$$۲) \binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{5}{1} = \binom{5}{4} = 5$$

$$۳) \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{10}{6} = \binom{10}{10-6} = \binom{10}{4}$$

$$۴) \binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1} \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{10}{7} + \binom{10}{8} = \binom{11}{8}$$

$$۵) p(n, r) = c(n, r) \times r! \xrightarrow{\text{مثال}} p(6, 4) = c(6, 4) \times 4!$$

ایران تونش

تونش‌ه‌ای برای موفقیت

## نمودار درختی

یکی از راه‌های نمایش فضای حاصل از انجام چند آزمایش که به دفعات مختلف پشت سر هم انجام شده‌اند، رسم نمودار درختی است. برای رسم این نمودار ابتدا تمام نتایج ممکن آزمایش اول را به صورت شاخه‌های یک درخت رسم می‌کنیم. سپس تمام نتایج ممکن آزمایش‌های بعدی را با توجه به فرض مسأله در انتهای شاخه‌های رسم شده به عنوان شاخه‌های جدید رسم می‌کنیم. در این صورت تعداد شاخه‌های انتهایی این نمودار درختی همان تعداد اعضای فضای نمونه‌ای است.

## پیشامد تصادفی

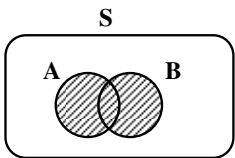
هر یک از زیرمجموعه‌های فضای نمونه  $S$  را یک پیشامد می‌گویند. از آنجا که  $\emptyset \subseteq S$  پس  $\emptyset$  یک پیشامد روی  $S$  است و آن را **پیشامد غیرممکن (نشدنی)** و  $S \subseteq S$  را **پیشامد حتمی** می‌نامیم.

## اعمال روی پیشامدها

فضای نمونه ای و پیشامدهای یک پدیده تصادفی از جنس مجموعه هستند، بنابراین می‌توانیم اعمال اجتماع ( $\cup$ )، اشتراک ( $\cap$ )، تفاضل ( $-$ ) و متمم ( $'$ ) را روی آنها تعریف کنیم.

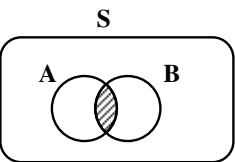
## الف) اجتماع دو پیشامد:

اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  باشند، پیشامد  $A \cup B$ ، در صورتی اتفاق می‌افتد که  **$A$  یا  $B$  یا هر دو اتفاق بیفتند** (حداقل یکی از دو پیشامد  $A$  یا  $B$  رخ دهند).



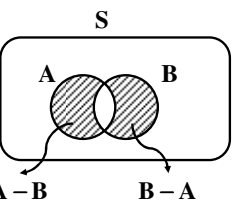
## ب) اشتراک دو پیشامد:

اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  باشند، پیشامد  $A \cap B$ ، در صورتی اتفاق می‌افتد که  **$A$  و  $B$  یا هر دو اتفاق بیفتند**.



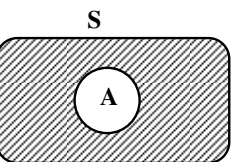
## پ) تفاضل دو پیشامد:

اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  باشند، پیشامد  $A - B$ ، هنگامی اتفاق می‌افتد که  **$A$  اتفاق بیفتد اما  $B$  اتفاق نیفتد**. (فقط پیشامد  $A$  رخ دهند).



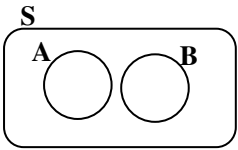
## ت) متمم دو پیشامد:

اگر  $A$  یک پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  باشد، آنگاه متمم پیشامد  $A$  را با  $A'$  نشان می‌دهیم. پیشامد  $A'$  در صورتی اتفاق می‌افتد که  **$A$  اتفاق نیفتد**.



## پیشامدهای ناسازگار

دو پیشامد A و B از فضای نمونه S را ناسازگار گوئیم هر گاه اشتراک آنها تهی باشد، یعنی (پیشامدهای ناسازگار هرگز با هم رخ نمی‌دهند).



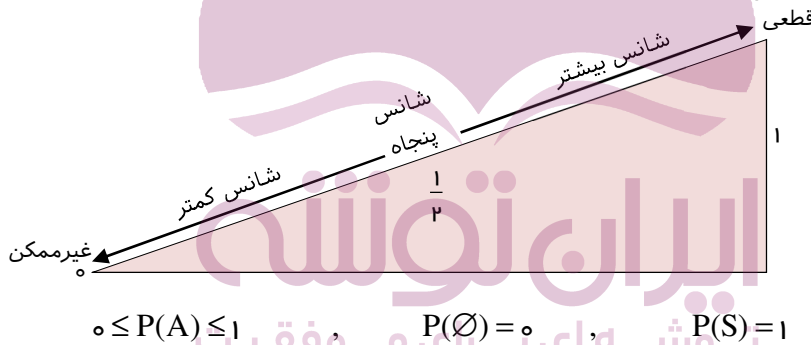
## احتمال یک پیشامد

اگر  $S \neq \emptyset$  فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و  $A \subseteq S$  یک پیشامد باشد، آنگاه احتمال رخداد پیشامد A را با  $P(A)$  نشان می‌دهیم و برای محاسبه  $P(A)$  کافی است تعداد اعضای A یعنی  $n(A)$  را بر تعداد اعضای فضای نمونه‌ای یعنی  $n(S)$  تقسیم می‌کنیم.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}}$$

## قوانین احتمال

(الف)  $P(A)$  عددی حقیقی است که همیشه  $0 \leq P(A) \leq 1$  می‌باشد و هر چه مقدار  $P(A)$  به عدد ۱ نزدیک‌تر باشد، شانس رخداد بیشتر و هر چه به عدد صفر نزدیک‌تر باشد، شانس رخداد آن کمتر است.



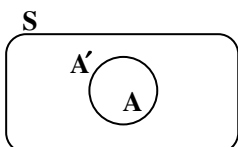
(ب) هر گاه A و B دو پیشامد ناسازگار در فضای نمونه‌ای S باشند.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

(پ) اگر  $P(A)$  احتمال وقوع پیشامد A در فضای نمونه‌ای S باشد، در این صورت احتمال واقع نشدن آن پیشامد را با نمایش  $P(A')$  می‌دهیم و داریم:

$$P(A') = 1 - P(A) \text{ یا } P(A) + P(A') = 1$$

در این حالت A و A' را دو پیشامد متمم می‌گوییم.



## درس دوم: چرخه آمار در حل مسائل

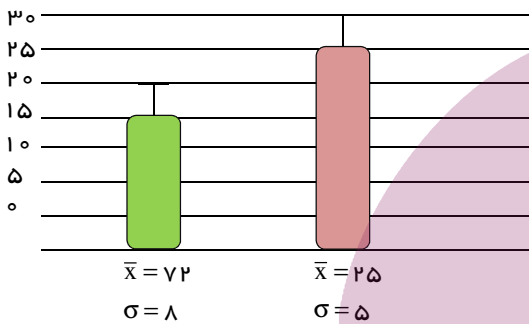
## چرخه آمار در حل مسائل

## ۱. حل مسأله‌های مرتبط با آمار به صورت چرخه‌ای کامل شامل گام‌های:

۱) بیان مسأله (۲ طرح و برنامه‌ریزی (۳ گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها (۴ تحلیل داده‌ها (۵ بحث و نتیجه‌گیری

۲. تعداد اعضای جامعه را **اندازه جامعه** و تعداد اعضای نمونه را **اندازه نمونه** می‌نامیم و هر چه پراکندگی متغیر مورد بررسی در جامعه بیشتر باشد، برای حصول اطمینان از حضور تنوع در نمونه، به اندازه نمونه بزرگتری نیاز داریم.

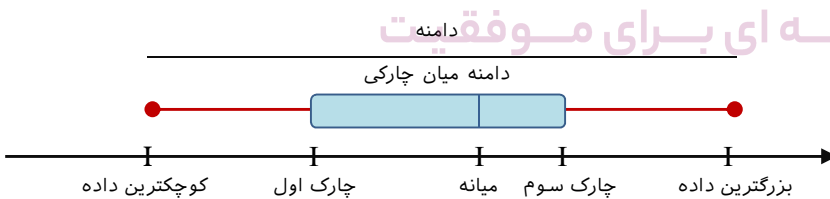
۳. در داده‌هایی که میانگین و انحراف معیار شاخص‌های مناسبی برای توصیف آنها هستند، می‌توانیم از نموداری استفاده کنیم که بلندی (ارتفاع) مستطیل آن نشان دهنده ی میانگین و میله خطی آن به اندازه انحراف معیار، روی مستطیل بالا آمده باشد.



## ۴. نمودار جعبه‌ای:

روش سودمند برای نمایش دامنه‌ها و چارک‌های داده‌ها است و بر اساس پنج مقدار کوچکترین داده- چارک اول- میانه- چارک سوم- بزرگترین داده، رسم می‌شود.

نمودار جعبه‌ای به سوالاتی از قبیل آیا داده‌ها به هم نزدیک هستند؟ آیا داده‌ها بیشتر در اطراف میانگین متمرکزند یا بیشتر اطراف کمترین داده یا بیشترین داده متمرکزند، پاسخ می‌دهد و در هر قسمت ۲۵ درصد داده‌ها قرار می‌گیرند. در یک نمودار جعبه‌ای بیش از یک مجموعه داده را می‌توان نشان داد، پس این نمودار برای مقایسه مناسب است.



۵. برای توصیف داده‌های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد. مثلاً افزایش ۲۰۰ درصدی پذیرفته شدگان کنکور و ۲۰ درصدی دو دبیرستان بدون اعلام تعداد قبولی‌های این دو مدرسه گمراه کننده است.

## ◀◀ فصل دوم: الگوهاک خطی

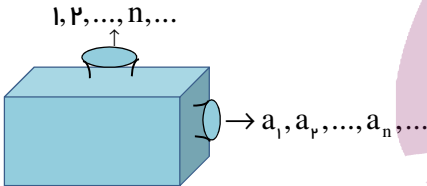
## ◀◀ درس اول: مدل‌سازی و دنباله

## مدل‌سازی ✓

۱. بیان مسائلی از دنیای واقعی به زبان ریاضی را مدل‌سازی می‌گوییم، هر چقدر مفاهیم ریاضی به کار برده شده ساده‌تر و ابتدایی‌تر و نتیجه کار به پدیده موردنظر نزدیک‌تر باشد، مدل‌سازی باارزش‌تر است. (نمونه: محاسبه قبض برق یک خانه، میزان دارو در بدن بیمار، مدل ریاضی چراغ راهنمایی و رانندگی و ...)

۲. در تعیین دامنه توابعی که پاسخ آنها وابسته به بررسی مسأله در مرحله، یا گام اول، دوم و ... و  $n$ ام است، از مجموعه اعداد طبیعی استفاده می‌کنیم.

۳. اگر  $a$  تابعی از  $N$  به  $R$  باشد اعضای برد این تابع می‌تواند دنباله‌ای از اعداد را می‌تواند تولید کند که به ترتیب جمله اول آن را  $a(1)$  و جمله دوم  $a(2)$  و ... جمله  $n$ ام را  $a(n)$  در نظر می‌گیریم. معمولاً جملات دنباله را به جای  $a(n)$  با  $a_n$  نشان می‌دهند که آن را جمله  $n$ ام، **جمله عمومی دنباله** یا **ضابطه دنباله** می‌نامند.



۴. **رابطه بازگشتی:** اگر در دنباله ای بین هر جمله و جمله یا جملات قبل از آن رابطه ای برقرار کنیم و جملات دنباله را به کمک آن رابطه بیان نماییم، رابطه حاصل را رابطه بازگشتی می‌گوییم. در رابطه بازگشتی باید جمله اول و یا گاهی حتی دو جمله اول (یا بیشتر) معلوم باشد.

## دنباله حسابی



۱. دنباله حسابی (عددی) دنباله‌ای است که در آن هر جمله با اضافه شدن یک عدد ثابت به جمله قبلی به دست می‌آید.

۲. در دنباله حسابی (اختلاف هر دو جمله‌ی متوالی مقدار ثابتی است. آن مقدار ثابت را «اختلاف مشترک» می‌نامیم و با  $d$  نشان می‌دهیم.

$$d = a_n - a_{n-1}$$

این رابطه بین دو جمله متوالی را رابطه بازگشتی دنباله حسابی می‌نامیم.

۳. اگر دو جمله دلخواه از یک دنباله حسابی را داشته باشیم، اختلاف مشترک برابر است با:  $d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$

۴. اگر  $d$  مثبت باشد، دنباله حسابی افزایشی و اگر  $d$  منفی باشد، دنباله کاهشی و اگر  $d$  صفر باشد، دنباله ثابت است.

۵. نکته: شرط اینکه جمله‌های  $a_1, a_p, a_s, \dots$  تشکیل دنباله حسابی دهند، این است که اختلاف هر دو جمله متوالی

$$a_p - a_1 = a_s - a_p = \dots$$

۶. اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، عدد  $b$  را واسطه (میانگین) حسابی دو عدد  $a$  و  $c$

$$\text{می‌نامیم و داریم: } 2b = a + c \text{ یا } b = \frac{a + c}{2}$$

۷. اگر بین دو عدد دلخواه  $a$  و  $b$  بخواهیم  $n$  واسطه حسابی درج کنیم، اختلاف مشترک برابر است با:

$$d = \frac{b - a}{n + 1}$$

۸. اگر  $a_1$  جمله اول دنباله حسابی و  $d$  اختلاف مشترک دنباله باشد، جمله‌های دنباله به صورت زیر است:

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots$$

و به همین صورت جمله  $n$  ام یا جمله عمومی دنباله برابر است با:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

۹. اگر  $x$  جمله دلخواهی از دنباله حسابی و  $d$  اختلاف مشترک آنها باشد، داریم:

$$\dots, x - 2d, x - d, \overset{+d}{x}, \overset{-d}{x} + d, x + 2d, \dots$$

۱۰. اگر  $a_m$  جمله دلخواه  $m$  ام و  $d$  اختلاف مشترک دنباله حسابی باشد، داریم:  $a_n = a_m + (n - m)d$

۱۱. معادله هر تابع خطی، جمله عمومی یک دنباله حسابی است که در آن شیب خط همان اختلاف مشترک است و بالعکس یعنی جمله عمومی هر دنباله حسابی، معادله یک خط است.



۱۲. مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی  $(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$  برابر است با:

$$\begin{cases} S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) & \text{(با داشتن اول جمله اول و آخر)} \\ S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] & \text{(با داشتن جمله اول و اختلاف مشترک)} \end{cases}$$

یا

۱۳. در هر دنباله حسابی، برای مجموع جملات دنباله داریم:  $S_n - S_{n-1} = a_n$



## ◀◀ فصل سوم: الگوهای غیرخطی

## ◀◀ درس اول: دنباله هندسی

## دنباله هندسی

۱. دنباله حسابی دنباله‌ای است که در آن به جز جمله اول هر جمله برابر با حاصل ضرب جمله قبلا از آن در یک عدد ثابت است.

۲. در هر دنباله هندسی حاصل تقسیم هر جمله به جمله قبل از آن، مقدار ثابتی است که آن را نسبت مشترک می‌نامیم و با  $r$  نشان می‌دهیم.

$$r = \frac{\text{جمله}}{\text{جمله قبلی}} \Rightarrow r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

این رابطه را ضابطه بازگشتی دنباله هندسی می‌نامیم.

۳. اگر دو جمله دلخواه از یک دنباله هندسی را داشته باشیم، نسبت مشترک دنباله برابر است با:

$$r^{n-m} = \frac{a_n}{a_m} \quad (n > m)$$

۴. در یک دنباله هندسی:

- اگر  $r > 1$  باشد، دنباله افزایشی است.

- اگر  $0 < r < 1$  باشد، دنباله کاهشی است.

- اگر  $r = 1$  باشد، دنباله ثابت است.

- اگر  $r < 0$  باشد، دنباله نوسانی است.

۵. شرط اینکه جمله‌های  $a_1, a_2, a_3, \dots$  تشکیل دنباله هندسی دهند، این است که نسبت هر دو جمله متوالی برابر

$$\text{باشد، یعنی: } \frac{a_p}{a_1} = \frac{a_p}{a_p} = \dots$$

۶. اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، عدد  $b$  را واسطه (میانگین) حسابی دو عدد  $a$  و  $c$

$$\text{می‌نامیم و داریم: } b^2 = ac \text{ یا } b = \pm\sqrt{ac}$$

۷. اگر  $a_1$  جمله اول دنباله هندسی و  $r$  نسبت مشترک دنباله باشد، جمله‌های دنباله به صورت زیر است:

$$a_1, a_1 r, a_1 r^2, \dots$$

$$a_n = a_1 \left( \frac{1-r^n}{1-r} \right)$$

و به همین صورت جمله  $n$ ام یا جمله عمومی دنباله برابر است با:

۹. اگر در دنباله هندسی  $|r| < 1$  باشد، مجموع بی‌شمار جمله از این دنباله هندسی (حد مجموع) برابر است با:

$$S = \frac{a_1}{1-r}$$

۱۰. دنباله‌ای که هم حسابی باشد و هم هندسی، دنباله ثابت است.

۱۱. هر تابع نمایی، جمله عمومی یک دنباله هندسی است که در آن پایه همان نسبت مشترک است و بالعکس،

یعنی جمله عمومی هر دنباله هندسی، به صورت یک تابع نمایی است.

## درسد دوم: ریشه n ام و توان گویا

## ریشهی n ام و توان گویا

۱. برای عدد طبیعی n بزرگتر از ۱ اگر  $b^n = a$  باشد، عدد a را توان n ام عدد b و عدد b را ریشه n ام عدد a می‌نامیم.

۲. هر عدد حقیقی a دارای یک ریشه فرد به صورت  $\sqrt[n]{a}$  است.

۳. هر عدد حقیقی مثبت دارای دو ریشه زوج به صورت  $\sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a}$  است که قرینه یکدیگر هستند.

۴. اعداد منفی ریشه زوج ندارند.

۵. تمام ریشه‌های زوج و فرد عدد صفر برابر صفر است.  $\sqrt[n]{0} = 0$

۶. ریشه‌های n ام عدد a در واقع ریشه‌های معادله  $x^n = |a|$  هستند.

۷. اگر n عددی فرد باشد:  $\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a$

اگر n عددی زوج باشد:  $\sqrt[n]{a^n} = |a|$  یعنی:  $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & (n \text{ زوج}) \\ a & (n \text{ فرد}) \end{cases}$

۸. رابطه  $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$  همواره برقرار نیست.

۹. اگر n عدد طبیعی بزرگتر از ۱ باشد، توان  $\frac{1}{n}$  عدد حقیقی و مثبت a برابر است با:  $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

۱۰. اگر m و n دو عدد طبیعی باشند، توان گویای عدد حقیقی و مثبت a برابر است با:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad x^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

۱۱. برای اعداد حقیقی و مثبت a و اعداد طبیعی m داریم:  $a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = (a^{\frac{1}{n}})^m = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

۱۲. اگر m و n اعداد صحیح باشند، روابط زیر برای اعداد حقیقی a و b برابر هستند.

$$۱) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$۲) a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$۳) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

$$۴) \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad (b \neq 0)$$

$$۵) (a^m)^n = a^{mn}$$

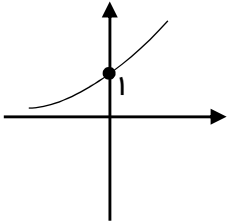
$$۶) a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$۷) a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad (a \neq 0)$$

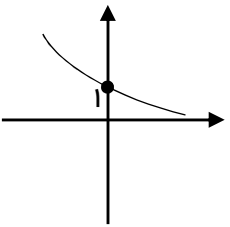
۱۳. در مورد توان‌های گویا،  $(m, n \in \mathbb{Q})$  روابط بالا فقط برای اعداد حقیقی مثبت برقرار خواهد بود.

## تابع نمایی

۱. برای هر عدد حقیقی مثبت و مخالف یک ( $a \neq 1$ ) تابع  $y = a^x$  را یک **تابع نمایی** می‌نامیم که در آن  $a$  پایه و  $x$  **توان** یا **نما** نامیده می‌شود. (متغیر تابع باید در توان باشد)



۲. اگر پایه بزرگتر از ۱ باشد ( $a > 1$ ) نمودار تابع به صورت مقابل است که یک تابع افزایشی (صعودی) است.



۳. اگر پایه بین ۰ و ۱ باشد ( $0 < a < 1$ ) نمودار تابع به صورت مقابل است که یک تابع کاهشی (نزولی) است.

۴. در هر دو حالت تابع (نزولی یا صعودی) دامنه تابع نمایی برابر تمام اعداد حقیقی یعنی  $R$  و برد آن برابر اعداد حقیقی مثبت یعنی  $R^+$  یا  $\{x \mid x \in R, x > 0\}$  است.

۵. عرض نقطه تقاطع منحنی تابع نمایی با محور  $y$  ها (عرض از مبدأ) همواره برابر ۱ است و تابع از نقطه  $(0, 1)$  می‌گذرد.

۶. اگر مقدار اولیه یک تابع برابر  $c$  و میزان تغییرات (رشد) آن در زمان  $t$  برابر  $r$  باشد، مقدار نهایی آن برابر است با:  $f(t) = c(1+r)^t$

۷. تابع  $f(t) = c(1+r)^t$  را معادله **زوال نمایی** می‌نامیم که در آن  $c$  مقدار اولیه،  $r$  میزان نزول بر حسب اعشار و  $t$  زمان است.

## سوال

۱ - ۲۰ کتاب روان‌شناسی و ۲۵ کتاب علوم تربیتی مختلف در یک کتابخانه موجود است.  
الف) به چند طریق می‌توان یک کتاب روان‌شناسی یا یک کتاب علوم تربیتی را انتخاب کرد.  
ب) به چند طریق می‌توان یک کتاب روان‌شناسی و یک کتاب تربیتی انتخاب کرد.

## سوال

۲ - مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$  مفروض است.  
الف) با ارقام موجود در این مجموعه چند عدد ۵ رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟  
ب) چند عدد ۵ رقمی بزرگتر از ۷۰۰۰۰ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟  
ج) چند زیر مجموعه سه عضوی از مجموعه  $A$  می‌توان نوشت؟

ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

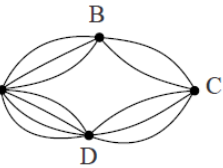
## سوال

۳ - مجموعه  $A = \{3, 7, 4, 5, 9, 1\}$  مفروض است.  
الف) چند زیر مجموعه سه عضوی متشکل از اعضای فرد  $A$  می‌توان نوشت؟  
ب) چند زیر مجموعه سه عضوی شامل ۹ و فاقد ۴ می‌توان نوشت؟

## سوال

- ۴- روی محیط یک دایره ۱۰ نقطه وجود دارد.  
الف) چه تعداد مثلث با این ۱۰ نقطه می‌توان نوشت؟  
ب) چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟

## سوال



- ۵- مطابق شکل روبه‌رو بین چهار شهر  $A, B, C, D$  راه‌هایی وجود دارد. به چند طریق می‌توان:  
الف) از شهر  $A$  به شهر  $C$  از طریق  $B$  مسافرت کرد؟  
ب) از شهر  $B$  به شهر  $D$  مسافرت کرد؟

## سوال

- ۶- حاصل را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

الف)  $۲! \times ۴!$

پ)  $\frac{۱۱!}{۵! \times ۲!}$

ب)  $\frac{۵!}{۳!}$

ت)  $\frac{۶!}{۴! \times ۰!}$

## سوال

- ۷- یک تاس را پرتاب می‌کنیم. مطلوب است:
- (الف) فضای نمونه.
- (ب) پیشامد  $A$  که عدد رو شده زوج باشد.
- (ج) پیشامد  $B$  که عدد رو شده بیشتر از ۴ باشد.
- (د) پیشامد  $B - A$ .

## سوال

- ۸- یک سکه را دو بار پرتاب می‌کنیم، مطلوب است محاسبه:
- (الف) فضای نمونه.
- (ب) پیشامد  $A$  که حداقل یک بار رو بیاید.
- (پ) پیشامد  $B$  که تعداد رو و پشت‌ها یکسان باشد.
- (ت) پیشامد  $A \cap B$ .

ایران تونته

توشه ای برای موفقیت

## سوال

- ۹- ۵ نفر در یک تاکسی سوار شده‌اند. احتمال اینکه:
- (الف) هر ۵ نفر در ماه خرداد متولد شده باشند.
- (ب) هر ۵ نفر در یک ماه خاص از سال متولد شده باشند.
- (ج) تولد هیچ دوتای آن‌ها در یک ماه نباشد.

## سوال

۱۰ - خانواده‌ای دارای سه فرزند است. مطلوب است:

الف) فضای نمونه.

ب) پیشامد  $A$  که هر سه فرزند از یک جنسیت باشند.

پ) پیشامد  $B$  که فقط یک دختر داشته باشند.

ت) پیشامد  $C$  که حداقل دو پسر داشته باشند.

ث) پیشامد  $D$  که حداکثر یک پسر داشته باشند.

## سوال

۱۱ - از جعبه‌ای که دارای ۷ سیب سالم و ۶ سیب لکه‌دار است، ۳ سیب به تصادف خارج می‌کنیم. مطلوب است اینکه:

الف) هر سه سیب سالم باشند.

ب) دو سیب سالم و یکی لکه‌دار باشد.

پ) تعداد سیب‌های سالم بیشتر باشد.

ایران تونته

## سوال

۱۲ - ۶ پرچم روی شش میله پرچم با شماره‌های ۱ تا ۶ نصب شده‌است. اگر پرچم‌ها به تصادف کنار هم قرار بگیرند، مطلوب است احتمال اینکه

میله پرچم‌های غیر اول در مکان‌های زوج باشد.



## سوال

۱۳- از بین ۹ عضو انجمن مدرسه سه نفر در موردی رأی مثبت و ۲ نفر رأی منفی و ۴ نفر رأی ممتنع داده‌اند. سه نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه:

الف) هر سه رأی مثبت یا هر سه رأی ممتنع داده باشند.

ب) دو نفر رأی مثبت و یکی رأی منفی داده باشد.

## سوال

۱۴- برای داده‌های زیر نمودار میانگین و انحراف معیار را رسم کنید.

۳ و ۷ و ۴ و ۶ و ۵

## سوال

۱۵- در داده‌های زیر نمودار جعبه‌ای رسم کنید.

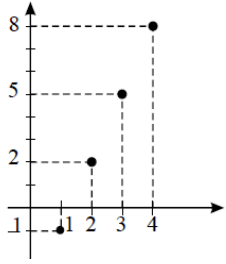
۲ و ۱۶ و ۱ و ۱۷ و ۱۵ و ۱۰ و ۹ و ۶ و ۴ و ۷ و ۳

ایران تونته

توشه‌ای برای موفقیت

## سوال

۱۶- با توجه به نمودار مقابل، ضابطه دنباله را بیابید.



## سوال

۱۷- جمله  $2n + 1$  ام یک دنباله بر حسب  $n$  به صورت  $\frac{n+2}{2n-3}$  می‌باشد، جمله ۱۱ ام را بیابید.

ایران تونته

## سوال

۱۸- جمله چهارم دنباله  $a_n = \frac{n^2 + n}{n - 3}$  با جمله چندم برابر است؟

## سوال

۱۹- چندمین جمله از دنباله  $a_n = \frac{2n+3}{5n}$  برابر  $\frac{1}{2}$  می باشد؟

## سوال

۲۰- جمله سوم یک دنباله حسابی ۱۱ و جمله ششم آن ۲۹ است، دنباله حسابی را مشخص کنید.

## سوال

۲۱- اگر تابع  $f$  مدل ریاضی هر کدام از مسائل زیر باشد، دامنه هر کدام از آن‌ها را مشخص کنید.

- |                                       |                                       |  |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> $\mathbb{N}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbb{R}$ | الف) کاهش دمای هوا با دور شدن از سطح زمین تا ارتفاع ۱۵ کیلومتر |
| <input type="checkbox"/> $\mathbb{N}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbb{R}$ | ب) میزان استفاده دانش‌آموزان یک مدرسه از اینترنت در هر ساعت    |
| <input type="checkbox"/> $\mathbb{N}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbb{R}$ | ج) حجم مکعبی به ضلع $x$  |
| <input type="checkbox"/> $\mathbb{N}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbb{R}$ | د) تغییرات سطح دریاچه ارومیه در بیست سال اخیر                  |
| <input type="checkbox"/> $\mathbb{N}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbb{R}$ | ه) میزان مصرف ماهیانه آب در یک واحد مسکونی                     |

## سوال

۲۲- براساس رابطه به دست آمده در مسئله ۶، سه عدد را به گونه‌ای میان اعداد ۱۰ و ۱۸ قرار دهید که یک دنباله حسابی تشکیل دهند.

## سوال

۲۳- با نوشتن جملات رابطه‌های بازگشتی، مشخص کنید کدام یک دنباله حسابی است.

ب

$$a_{n+1} = a_n + 5 \quad a_1 = -1$$

الف

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} \quad a_1 = 2$$

پ

$$a_{n+1} = 5a_n + 1 \quad a_1 = -1$$

ایران تونته

## سوال

۲۴- هشتمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۶۵ و جمله شانزدهم آن برابر ۱۰۵ است. جمله بیست و نهم این دنباله را به دست آورید.

سوال

۲۵- مجموع چند جمله از دنباله حسابی  $2, 7, 12, \dots$  برابر  $87$  است؟

سوال

۲۶- اگر مجموع  $n$  جمله اول دنباله‌ای به صورت  $S_n = 3n^2 - 8n$  باشد، جمله عمومی دنباله را به دست آورید.

ایران تونته

سوال

۲۷- بین دو عدد  $5$  و  $21$ ، هفت واسطه حسابی درج کرده‌ایم، مجموع کل جملات را بیابید.

سوال

۲۸- در دنباله حسابی  $-27, x, -21, \dots$  مجموع جملات منفی را بیابید.

سوال

۲۹- مجموع عددهای زیر را به دست آورید.

۴۰۱ و ۰۰۰ و ۹ و ۵ و ۱ (الف)

۱۳ و ۰۰۰ و ۸۱ و ۸۵ و ۸۹ (ب)

ایران تونته

توشه ای برای موفقیت

سوال

۳۰- در دنباله  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = -2$  و  $a_1 = -3$  واسطه هندسی بین جملات چهارم و هشتم را به دست آورید.

## سوال

۳۱- در دنباله هندسی  $12 + x, x, x, 8 - x$ ، جمله پنجم را به دست آورید. (می دانیم  $x$  عددی مثبت است)

## سوال

۳۲- حاصل  $\frac{1 + x + x^2 + \dots + x^{11}}{1 + x^3 + x^6 + x^9}$  را به ازای  $x = \sqrt{2}$  به دست آورید.

ایران تونته

تونته ای برای موفقیت

## سوال

۳۳- در یک دنباله هندسی، جمله سوم  $-\frac{1}{4}$  و جمله هشتم ۸ است. جمله دهم را به دست آورید.

سوال

۳۴- حاصل  $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{320}$  را به دست آورید.

سوال

۳۵- بین ۶ و ۱۹۲ چهار عدد را به گونه‌ای قرار داده‌ایم که این ۶ عدد با هم تشکیل دنباله هندسی دهند. آن جملات کدام اند؟

ایران تونته

توشه ای برای موفقیت

سوال

۳۶- اولین جمله از یک دنباله هندسی ۲۵۶ و نسبت مشترک  $\frac{1}{2}$  است. چندمین جمله برابر ۲ است؟



سوال

۳۷- بین دو عدد ۶ و ۹۶ سه واسطه هندسی درج کنید که این ۵ عدد با هم تشکیل دنباله هندسی بدهند.

سوال

۳۸- واسطه هندسی بین دو عدد  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$  و  $\sqrt{5} - \sqrt{3}$  را به دست آورید.

ایران توننه

سوال

۳۹- جمله‌های پنجم و هشتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ هستند. جمله یازدهم را به دست آورید.

سوال

۴۰- اگر  $2x - 1, x + 1, 2x + 1$  جملات متوالی دنباله هندسی باشند،  $x$  را به دست آورید.

سوال

۴۱- حاصل  $16^{\frac{3}{4}} \times (0,04)^{-\frac{2}{2}} \times 81^{\frac{1}{4}}$  را بدست آورید.

سوال

۴۲- حاصل  $\sqrt[4]{\frac{1}{9}} \times (27^{\frac{5}{3}})^{\frac{2}{5}}$  را بدست آورید.

ایران تونته

توشه ای برای موفقیت

سوال

۴۳- حاصل  $\sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{2}$  را بدست آورید.

سوال

۴۴- حاصل  $A = \frac{35^7 \times 49 \times 10^2}{14 \times \frac{1}{5} \times \sqrt[7]{128} \times 5^{10}}$  را بدست آورید.

سوال

۴۵- مقدار  $x$  را در تساوی  $(3^x)^7 = \frac{1}{9^5} \times 27$  بدست آورید.

ایران تونته

توشه ای برای موفقیت

سوال

۴۶-  $f(x) = \begin{cases} 2^x & x \geq 0 \\ 3^x & x \leq 0 \end{cases}$  باشد.  $f(3) \cdot f(-2)$  را بدست آورید.

سوال

۴۷- حاصل  $243^{-0.2} + \left(\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$  را بدست آورید.

سوال

۴۸- اگر  $f(x) = (k+2)x + 5^x$  تابعی نمایی باشد. آنگاه مقدار  $[(k+4)^x]$  را به ازای  $x = 2$  به دست آورید.

ایران تونته

۴۹- نمودار  $f(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3$  از کدام ناحیه مختصاتی عبور نمی کند؟



## ◀◀◀ آزمون (۱)

## سوال

۱. جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید.

الف) با حروف کلمه (flower) و بدون تکرار حرف، ..... کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت که به  $t$  ختم شوند.

ب) در فضای نمونه ای پرتاب یک تاس، پیشامد .. یک پیشامد نشدنی و پیشامد .....، یک پیشامد حتمی است.

پ) احتمال آنکه ناهید فردا به سفر برود برابر  $\frac{۳}{۵}$  است. احتمال آنکه او فردا به سفر نرود، ..... است.

ت) در مطالعه «رنگ مورد علاقه جوانان شهر شیراز برای لباس» جامعه آماری ..... و متغیر تصادفی ..... است که در آن نوع متغیر تصادفی و مقیاس اندازه گیری آن، ..... می‌باشد.

ث) در دنباله بازگشتی  $a_1 = a_p = 1$  و  $a_n = a_{n-1} - a_{n-p} - (n-3)$  مقدار  $a_5$ ، ..... است.

## سوال

۲. گزینه درست را انتخاب کنید.

الف) چند عدد سه رقمی بخش‌پذیر بر ۵ و متشکل از رقم‌های فرد وجود دارد؟ (خارج کشور انسانی - ۹۱)

۱۸ (۱)      ۲۰ (۲)      ۲۴ (۳)      ۲۵ (۴)

ب) از ۱۲ نفر دانش‌آموز نمونه، به چند راه می‌توان ۳ نفر را جهت مشارکت در سه مورد متمایز امور مدرسه، انتخاب کرد؟

(خارج کشور انسانی - ۹۱)

۱۳۲۰ (۱)      ۶۶۰ (۲)      ۳۳۰ (۳)      ۲۲۰ (۴)

ایران توتوشه  
توتوشه‌ای برای موفقیت

پ) اگر یک عدد سه رقمی با کنار هم قرار گرفتن ارقام متمایز ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ به وجود آید، احتمال آنکه این عدد زوج باشد،

کدام است؟ (کنکور ریاضی - ۸۵)

$\frac{۳}{۸}$  (۱)       $\frac{۱}{۲}$  (۲)       $\frac{۵}{۸}$  (۳)       $\frac{۳}{۵}$  (۴)

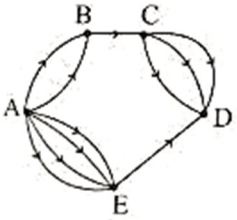
ت) جمله عمومی کدام دنباله اشتباه بیان شده است؟

$1, -16, 81, -256, \dots \Rightarrow a_n = (-1)^n - n^4$  (۲)       $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \dots \Rightarrow a_n = \sqrt{2n+1}$  (۱)

$1, 0/2, 0/04, 0/008, \dots \Rightarrow a_n = (0/2)^{n-1}$  (۴)       $1, 2\sqrt{2}, \sqrt{27}, 8, \dots \Rightarrow a_n = \sqrt{n^3}$  (۳)

## سوال

۳. الف) اگر تمام جاده‌های یک طرفه بین شهرهای A, B, C, D, E به صورت زیر باشد، مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر D رفت؟



ب) تعداد جاده‌های یک طرفه از شهر B به C و از شهر E به D را طوری تغییر دهید که بتوان به ۲۲ طریق از شهر A به D مسافرت کرد.

## سوال

۴. کدامیک از تساوی‌های زیر درست و کدامیک نادرست است؟ (با ذکر دلیل) (نهایی کشوری - خرداد ۹۶)

الف)  $(3!)^2 = 9!$

ب)  $3 \times 4 = 4!$

## سوال

۵. از فهرست نام ۱۲ دانش‌آموز، ۴ نام را برای بازدید از موزه انتخاب می‌کنیم. تعداد راه‌های ممکن برای انتخاب این ۴ نفر را به دست آورید. (نهایی کشوری - خرداد ۹۵)

ایران توننده  
توشه‌ای برای موفقیت

## سوال

۶. اگر فردی یکی از خانه‌هایی را که برای فروش در روزنامه آگهی کرده‌اند، خریداری کند و پیشامدهای زیر را داشته باشیم:

- T پیشامدی است که خانه ۳ اتاق یا بیشتر داشته باشد.
- U پیشامدی است که خانه دارای شومینه باشد.
- V پیشامدی است که خانه بیش از ۶۰۰ میلیون تومان ارزش داشته باشد.

هر یک از پیشامدهای  $T \cup V$ ,  $T \cap V$ ,  $T'$  را توصیف کنید.

## سوال

۷. دو تاس را با هم مریزیم. احتمال آن را بیابید که مجموع اعداد ظاهر شده روی تاس‌ها برابر ۶ شود. (نهایی کشوری - خرداد ۹۵)

## سوال

۸. از یک جعبه محتوی ۴ لامپ سالم و ۵ لامپ معیوب، ۳ لامپ به طور تصادفی بیرون می‌آوریم. مطلوب است احتمال آنکه:  
 الف) هر سه لامپ معیوب باشند.  
 ب) حداقل دو لامپ سالم باشد.

## سوال

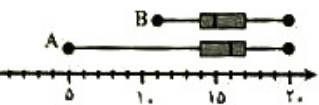
۹. «اشاعه اعتقادات مذهبی یکی از راه‌های کاهش جرائم است.»  
 با انتخاب یکی جامعه آماری محدود و انتخاب متغیر تصادفی مناسب این مسأله را به صورت دقیق و شفاف بیان کنید.

# ایران توننه

## توشه‌ای برای موفقیت

## سوال

۱۰. نمره درس عربی پایه دهم دو دبیرستان هیات امنایی شهر اصفهان به صورت زیر است:  
 الف) از مقایسه میانه دبیرستان A با میانه دبیرستان B چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟  
 ب) در کدام دبیرستان گزارش میانگین و انحراف معیار می‌تواند گمراه کننده باشد؟ چرا؟  
 پ) کدام مدرسه وضعیت بهتری دارد؟ چرا؟  
 ت) نتایج این مطالعه را به چه جامعه‌ای می‌توان تعمیم داد؟





## سوال

۱۱. اگر در حل مسأله آماری، اندازه‌گیری وزن افراد نمونه با دو واحد متفاوت (کیلوگرم و پوند) انجام شود، مشخص کنید کدام گام در چرخه آمار نادرست اجرا شده و چگونه به گام‌های دیگر اثر می‌گذارد؟

## سوال

۱۲. اگر تابع  $f$  مدل ریاضی هر کدام از مسائل زیر باشد، دامنه‌ی هر کدام از آنها را مشخص کنید.  
الف) تعداد افرادی که در هر طبقه از طبقات یک برج، از آسانسور پیاده می‌شوند. ( $\square N, \square R$ )  
ب) کاهش دمای هوا با دور شدن از سطح زمین تا ارتفاع ۱۵ کیلومتر. ( $\square N, \square R$ )

## سوال

۱۳. با توجه به دنباله‌های  $a_n = \frac{n^2 - n}{1 + n}$ ،  $b_n = 2 + (-1)^n$ ،  $c_n = (-1)^{n+1}$ ، مقادیر خواسته شده را به دست آورید.

الف)  $b_{10} - c_8 + 5a_7$

ب)  $\frac{c_{7n}}{n \cdot b_{7n}}$

ایران توننده  
توشه‌ای برای موفقیت

## سوال

۱۴. جمله اول دنباله بازگشتی  $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2} a_n & \text{زوج } n \\ 3a_n - n & \text{فرد } n \end{cases}$  را با فرض  $a_1 = -2$  نوشته و صعودی یا نزولی بودن آن را مشخص کنید.

## ◀◀ آزمون (۲)

## سوال

۱. کدامیک از عبارتهای زیر درست و کدام نادرست است؟  
 الف) یک نمونه خوب، نمایانگر خصوصیات جامعه آماری است.  
 ب) هر چه جامعه بزرگتر باشد، نمونه مقدار ثابتی است.  
 پ) اختلاف مشترک دنباله حسابی عددی منفی است.  
 ت) در هر دنباله هندسی، نسبت دو جمله متوالی عددی ثابت است.

- درست /  نادرست  
 درست /  نادرست  
 درست /  نادرست  
 درست /  نادرست

## سوال

۲. کدامیک از عبارتهای زیر درست و کدامیک نادرست است؟ (با ذکر دلیل) (نهایی کشوری - خرداد ۹۷)

الف)  $P(22, 1) = 1$

ب)  $2! \times 3! = 12$

## سوال

۳. به چند طریق می‌توان از بین ۱۲ نفر داوطلب نمایندگی شورای شهر، ۴ نفر را انتخاب کرد؟ (نهایی کشوری - دی ۹۵)

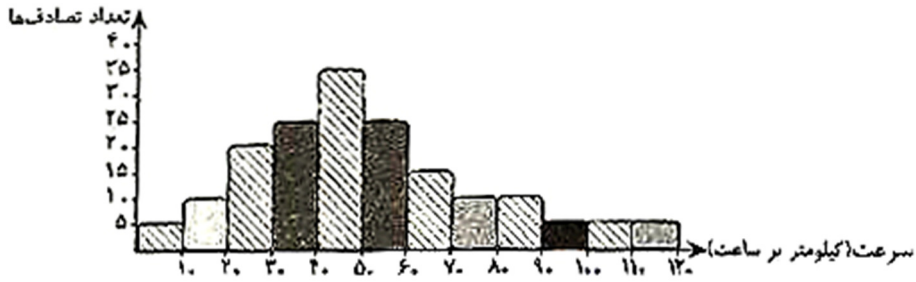
## سوال

۴. الف) اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند، با رسم نمودار ون، پیشامد «تنها یکی از دو پیشامد A یا B اتفاق بیفتد» را نمایش دهید. (نهایی کشوری - خرداد ۹۵)

ب) اگر عدد ۴ رقمی (بدون تکرار ارقام) کمتر از ۷۰۰۰ به صورت تصادفی با ارقام ۱، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۹ بوجود آید، احتمال آنکه عدد ساخته شده روح باشد را بیابید. (نهایی کشوری - دی ۹۵)

## سوال

۵. نمودار زیر نشان دهنده تعداد تصادف‌های اتومبیل‌ها و سرعت حرکت آنها در زمان تصادف است.



همانطور که دیده می‌شود تعداد تصادفات اتومبیل‌هایی که با سرعت بالاتر از ۹۰ کیلومتر در ساعت رفته‌اند کمتر است. پس «هر چه سریع‌تر بروید، مطمئن‌تر و امن‌تر است.» نتیجه‌گیری فوق چه اشکالی دارد؟ برای رفع این مشکل چه پیشنهادی دارید؟

## سوال

۶. رابطه بازگشتی دنباله‌ای به صورت  $a_1 = 2$  ,  $a_{n+1} = 2a_n - 3n$  است. این دنباله را با نوشتن چهار جمله اول مشخص کنید.

## سوال

۷. در یک دنباله حسابی، جملات هفتم و چهاردهم به ترتیب ۱۱ و ۳۹ است. این دنباله چند جمله منفی دارد؟

## سوال

۸. ضابطه بازگشتی یک دنباله حسابی به صورت  $a_1 = 4$  و  $a_n = a_{n-1} - 5$  است. جمله عمومی دنباله را مشخص کنید.

## سوال

۹. مجموع بیست جمله اول دنباله حسابی  $1, -1, -3, -5, \dots$  را بیابید.

## سوال

۱۰. مقدار  $m$  را چنان بیابید که  $a_1 = \sqrt{2} - 1$  و  $a_p = 2m - 3$  و  $a_m = \sqrt{2} + 1$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند.

## سوال

۱۱. جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت  $a_n = 2^{n-1}$  است.

(الف) این دنباله را با نوشتن سه جمله اول آن مشخص کنید.

(ب) ضابطه بازگشتی این دنباله را بنویسید.

ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

## سوال

۱۲. مجموع ۷ جمله اول دنباله هندسی  $\dots, 8, -4, 2$  را حساب کنید.

## سوال

۱۳. از تساوی  $(\frac{5}{6})^x = 4 \times 2^{x+1}$ ، عدد  $x$  کدام است؟ (کنکور انسانی - ۹۶)

## سوال

۱۴. عبارت‌های سمت راست را به عدد مربوط در سمت چپ وصل کنید:

- (الف) نسبت مشترک دنباله هندسی  $a = 3^{-x}$  (a) ۳
- (ب) ریشه چهارم ۸۱ (b)  $\pm 3$
- (پ) ریشه سوم ۲۷ (c)  $\frac{1}{3}$
- (ت) عرض از مبدأ تابع نمایی  $y = 3^{x-p}$  (d)  $\frac{1}{9}$

## سوال

۱۵. آیا  $\sqrt[4]{16}$  و ریشه‌های چهارم ۱۶ یکی است؟

ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

## سوال

۱۶. حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

(الف)  $64^{\frac{1}{2}} + 64^{\frac{1}{3}} + 64^{\frac{1}{6}}$

(ب)  $(\sqrt{6} \times 216) \div \sqrt[3]{36}$

## سوال

۱۷. نمودار دو تابع  $f(x) = 3^x$  و  $g(x) = 3^{-x}$  را رسم کرده و با هم مقایسه کنید.

## سوال

۱۸. اگر جمعیت شهری در حال حاضر ۶۰۰ هزار نفر باشد و سالانه ۳ درصد به جمعیت آن اضافه شود، آیا پس از ۱۰ سال، جمعیت این شهر به یک میلیون نفر خواهد رسید؟

ایران تونته  
توشه ای برای موفقیت

## پاسخ تشریحی آزمون (۱)

## سوال ۱

(ب) آمدن عدد بزرگتر از ۶ - آمدن یک عدد طبیعی (پاسخ باز است)

الف) ۶۰

(ت) جوانان شهر شیراز - رنگ مورد علاقه جوانان - کیفی، اسمی

پ)  $\frac{۲}{۵}$ 

ث) -۲

## سوال ۲

الف) گزینه (۴) چون در مسأله عنوان نشده که تکرار مجاز است، تکرار ارقام را مجاز می‌گیریم و برای ساخت این عدد باید از ارقام فرد ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ استفاده نماییم.

$$۵ \times ۵ \times ۱ = ۲۵$$

ب) گزینه (۱) به علت متمایز بودن سه کار، ترتیب اهمیت دارد.

$$P(۱, ۲, ۳) = \frac{۱۲!}{۹!} = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰ \times ۹!}{۹!} = ۱۳۲۰$$

پ) گزینه (۳)

$$\left. \begin{aligned} n(s) &= ۴ \times ۴ \times ۳ = ۴۸ \\ n(A) &= \underbrace{۴ \times ۳ \times ۱}_{\text{یکان}} + \underbrace{۳ \times ۳ \times ۲}_{\text{یکان ۲ یا ۴}} = ۱۲ + ۱۸ = ۳۰ \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A) = \frac{۳۰}{۴۸} = \frac{۵}{۸}$$

ت) گزینه (۲)

## سوال ۳

الف)

$$\underbrace{۲}_{B \text{ به } A} \times \underbrace{۱}_{C \text{ به } B} \times \underbrace{۳}_{D \text{ به } C} + \underbrace{۴}_{E \text{ به } A} \times \underbrace{۱}_{D \text{ به } E} = ۶ + ۴ = ۱۰$$

ب) اگر تعداد مسیرهای B به C را x و E به D را y در نظر بگیریم:

$$۲ \times x \times ۳ + ۴ \times y = ۲۲ \Rightarrow ۶x + ۴y = ۲۲$$

برای یافتن مقدار x و y، به کمک راهبرد الگوسازی خواهیم داشت:

x	۱	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۳
y	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۱
6x + 4y	۱۰	۱۴	۱۸	۲۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۲

بنابراین اگر تعداد جاده‌های B به C را ۱ و E به D را ۴ تعریف کنیم یا اینکه تعداد جاده‌های B به C را ۳ و E به D را یک تعریف کنیم، می‌توان به ۲۲ طریق از شهر A به D رفت.

## سوال ۴

الف) نادرست

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6 \Rightarrow (3!)^2 = 6^2 = 36 \text{ و } 9! = 362880$$

ب) درست

$$3! \times 4 = 6 \times 4 = 24 \text{ و } 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

## سوال ۵

$$C(12, 4) = \frac{12!}{8! \times 4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

## سوال ۶

$T'$  پیشامد آن است که خانه کمتر از سه اتاق داشته باشد.

$T \cap V$  پیشامد آن است که خانه دارای شومینه بوده و سه اتاق یا بیشتر داشته باشد.

$T \cup V'$  پیشامد آن است که خانه سه اتاق یا بیشتر داشته یا بیش از ۶۰۰ میلیون تومان ارزش نداشته باشد.

## سوال ۷

$$n(s) = 36, A = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{36}$$

## سوال ۸

$$n(s) = C(9, 3) = \frac{9!}{6! \times 3!} = 84$$

ایران توننده  
توشه ای برای موفقیت

الف)  $n(A) = C(4, 3) = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{21}$

ب)  $n(B) = C(4, 2) \times C(5, 1) + C(4, 3) = 34 \Rightarrow P(B) = \frac{34}{84} = \frac{17}{42}$

## سوال ۹

با انتخاب جامعه آماری، افراد شهر خود با سن ۱۶ تا ۵۰ سال که در محله‌های مذهبی یا در نزدیکی مساجد و اماکن مذهبی هستند و بررسی متوسط تعداد تخلفات اتفاق افتاده یا گزارش شده در آنجا و مقایسه آن با سایر جاهای دیگر، می‌توان مسأله را شفافتر بیان کرد.



## سوال ۱۰

الف) نیمی از دانش‌آموزان دبیرستان A نمره بالاتر از ۱۶ در حالی که نیمی از دانش‌آموزان دبیرستان B نمره بالاتر از ۱۵ دارند.  
 ب) دبیرستان A - وجود داده دورافتاده با توجه به کشیدگی سبیل چپ.  
 پ) مدرسه B - پراکندگی کمتر داده‌ها ( $R_B = 9$ ,  $R_A = 15$ ) و داشتن حداقل نمره ۱۱.  
 ت) دانش‌آموزان پایه دهم مدارس هیأت امنایی اصفهان.

## سوال ۱۱

طرح و برنامه‌ریزی - باعث می‌شود در تحلیل داده‌ها و رسم نمودارها دچار خطا شویم و نتیجه‌گیری و تفسیر نادرستی از نتایج به‌دست آمده داشته باشیم.

## سوال ۱۲

ℝ (ب)

ℕ (الف)

## سوال ۱۳

$$\text{الف) } b_{10} = 2 + (-1)^{10} = 2 + 1 = 3, c_n = (-1)^n \times 16 = -16,$$

$$a_f = \frac{16 - 4}{1 + 4} = \frac{12}{5} \Rightarrow b_{10} - c_n + 5a_f = 3 + 16 + 5\left(\frac{12}{5}\right) = 31$$

$$\text{ب) } c_{pn} = (-1)^{p(n+1)} \times 2(pn) = (-1)(4n) = -4n, b_{pn} = 2 + (-1)^{pn} \Rightarrow 2 + 1 = 3 \Rightarrow \frac{c_{pn}}{n \times b_{pn}} = \frac{-4n}{n \times 3} = -\frac{4}{3}$$

## سوال ۱۴

$$n = 1 \Rightarrow a_p = 3a_1 - 1 = 3(-2) = -7$$

$$n = 2 \Rightarrow a_p = \frac{1}{2}a_p = \frac{-7}{2}$$

$$n = 3 \Rightarrow a_f = 3a_p - 3 = 3\left(\frac{-7}{2}\right) - 3 = \frac{-27}{2}$$

$$n = 4 \Rightarrow a_\delta = \frac{1}{2}a_f = \frac{1}{2}\left(\frac{-27}{2}\right) = \frac{-27}{4}$$

$$n = 5 \Rightarrow a_\zeta = 3a_\delta - 5 = 3\left(\frac{-27}{4}\right) - 5 = \frac{-101}{4}$$

دنباله نه صعودی و نه نزولی است زیرا دنباله از ۲ به ۷ - کاهش و از ۷ به ۳/۵ - افزایش و به همین صورت ادامه پیدا می‌کند.

## پاسخ تشریحی آزمون (۲)

## سوال ۱

الف) درست    ب) نادرست    پ) نادرست    ت) درست

## سوال ۲

$$۲ \times ۳ = (۲ \times ۱) \times (۳ \times ۲ \times ۱) = ۲ \times ۶ = ۱۲ \text{ درست (ب)}$$

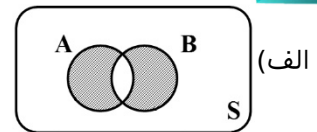
$$P(۲, ۲, ۱) = \frac{۲۲!}{۲۱!} = \frac{۲۲ \times ۲۱!}{۲۱!} = ۲۲ \text{ الف) نادرست}$$

## سوال ۳

$$C(۱۲, ۴) = \frac{۱۲!}{۴! ۸!} = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰ \times ۹ \times ۸!}{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۸!} = ۴۹۵$$

## سوال ۴

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳ \times ۴ \times ۳ \times ۲}{۴ \times ۵ \times ۴ \times ۳} = \frac{۳}{۱۰} \text{ (ب)}$$



## سوال ۵

از آنجایی که تعداد ماشین‌هایی که با سرعت بالا حرکت می‌کنند کم است، در این تعداد کم نیز تعداد ماشین‌های تصادف کرده به نسبت سایر ماشین‌ها کم به نظر می‌رسد. در حالی که تعداد زیادی از ماشین‌ها با سرعت متوسط حرکت می‌کنند و در این تعداد زیاد نیز بالطبع تعداد تصادفات بیشتر است. برای رفع مشکل کافی است فراوانی نسبی تعداد تصادفات را با یکدیگر مقایسه کنیم.

توشه‌ای برای موفقیت

## سوال ۶

$$\left. \begin{aligned} a_p &= ۲a_1 - ۳(۱) = ۲(۲) - ۳ = ۱ \\ a_۳ &= ۲a_p - ۳(۲) = ۲(۱) - ۶ = -۴ \\ a_۴ &= ۲a_۳ - ۳(۳) = ۲(-۴) - ۹ = -۱۷ \end{aligned} \right\} \text{ دنباله: } ۲, -۴, -۱۷, \dots$$

## سوال ۷

$$\begin{cases} a_v = ۱۱ \\ a_{1۴} = ۳۹ \end{cases} \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} \begin{cases} a_1 + ۶d = ۱۱ \\ a_1 + ۱۳d = ۳۹ \end{cases} \xrightarrow{-} \begin{cases} ۷d = ۲۸ \Rightarrow d = ۴ \\ a_1 + ۶(۴) = ۱۱ \Rightarrow a_1 = -۱۳ \end{cases}$$

دنباله:  $-۱۳, -۹, -۵, -۱, ۳, \dots$ 

این دنباله ۴ جمله منفی دارد.

## سوال ۸

$$a_p = a_1 - 0 / 5 = 4 - 0 / 5 = 4 / 5$$

$$d = a_p - a_1 = 4 / 5 - 4 = -9 / 5$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 4 + (n-1)(-9 / 5) = 4 - 9 / 5 n + 9 / 5 = -9 / 5 n + 19 / 5$$

## سوال ۹

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \xrightarrow{d=a_p-a_1=4-9/5=-9/5} S_{p_0} = \frac{p_0}{2} [2(-9/5) + 19(2)] \Rightarrow S_{p_0} = 10 [-18 + 38] = 10 [20] = 200$$

## سوال ۱۰

$$\text{شرط دنباله هندسی: } a_p = \pm \sqrt{a_1 a_m} \Rightarrow 2m - 3 = \pm \sqrt{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \Rightarrow 2m - 3 = \pm \sqrt{(\sqrt{2})^2 - (1)^2} \Rightarrow 2m - 3 = \pm 1$$

$$a_p = \pm \sqrt{a_1 a_m} \Rightarrow 2m - 3 = \pm \sqrt{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \Rightarrow 2m - 3 = \pm \sqrt{(\sqrt{2})^2 - (1)^2} \Rightarrow 2m - 3 = \pm 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m - 3 = 1 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = 2 \\ 2m - 3 = -1 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1 \end{cases}$$

## سوال ۱۱

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 2^{p(1)-1} = 2^1 = 2 \\ \text{الف) } a_p = 2^{p(p)-1} = 2^p = 8 \\ a_m = 2^{p(p)-1} = 2^5 = 32 \end{array} \right\} \text{ دنباله: } 2, 8, 32, \dots$$

$$\text{ب) } r = \frac{a_p}{a_1} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow a_n = 4a_{n-1}, a_1 = 2$$

## سوال ۱۲

$$S_n = a_1 \left( \frac{1-r^n}{1-r} \right) \xrightarrow{r=\frac{a_p}{a_1}=\frac{-4}{2}=-2} S_v = a_1 \left( \frac{1-(-2)^v}{1-(-2)} \right) = 2 \left( \frac{1-2^9}{3} \right) = 86$$

## سوال ۱۳

$$4 \times 2^{x+1} = (0/5)^x \Rightarrow 2^2 \times 2^{x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow 2^{x+3} = 2^{-x} \Rightarrow x+3 = -x \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

## سوال ۱۴

الف) c    ب) b    پ) a    ت) d

## سوال ۱۵

خیر زیرا  $\sqrt[4]{16}$  عددی مثبت (۲) است ولی ریشه‌های چهارم ۱۶ برابر  $\pm 2$  می‌باشد.

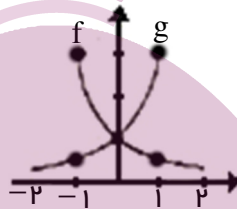
## سوال ۱۶

$$\text{الف) } 6^{\frac{1}{2}} + 6^{\frac{1}{3}} + 6^{\frac{1}{6}} = (6^{\frac{1}{6}})^2 + (6^{\frac{1}{6}})^3 + (6^{\frac{1}{6}})^6 = 8 + 6 + 2 = 16$$

$$\text{ب) } (\sqrt{6} \times 216) \div \sqrt[3]{36} = (6^{\frac{1}{2}} \times 6^3) \div 6^{\frac{2}{3}} = 6^{\frac{7}{2}} \div 6^{\frac{2}{3}} = 6^{\frac{17}{6}}$$

## سوال ۱۷

x	-1	0	1
$f(x) = 3^x$	$\frac{1}{3}$	1	3
$y(x) = 3^{-x}$	3	1	$\frac{1}{3}$



قرینه همدیگر نسبت به محور عرض‌ها هستند.  $f$  صعودی و  $g$  نزولی است. دامنه هر دو تابع  $R$  و برد هر دو تابع  $R^+$  است.

## سوال ۱۸

$$f(t) = c(1+r)^t \Rightarrow f(10) = 6.000.000(1+0/03)^{10} \Rightarrow f(10) \simeq 6.000.000(1/344) \Rightarrow f(10) \approx 806350$$

۸۰۶۳۵۰ هزار نفر، بنابراین جمعیت این شهر به یک میلیون نفر خواهد رسید.

ایران توشه  
توشه‌ای برای موفقیت