

صفحه

عنوان

(۱)

۱/ سوال

(۱۱)

۲/ پاسخ

ادوات: رحیم قهرمان

ایران تونل

توشه ای برای موفقیت

1) حاصل عبارت $\sin \frac{\pi}{18} \sin \frac{5\pi}{18} \sin \frac{7\pi}{18}$ برابر با چیست؟
 1) $\frac{1}{8}$ 2) $-\frac{1}{8}$ 3) $\frac{1}{4}$ 4) $-\frac{1}{4}$

2) مقدار عبارت $A = (1 + \cos \frac{\pi}{18})(1 + \cos \frac{5\pi}{18})(1 + \cos \frac{7\pi}{18})(1 + \cos \frac{11\pi}{18})$ کدام است؟
 1) $\frac{1}{8}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{3}{4}$

3) اگر $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ و $\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha} = 2$ باشد، مقدار $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$ کدام است؟
 1) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ 2) $\frac{9+\sqrt{17}}{2}$ 3) $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$ 4) $\frac{9-\sqrt{17}}{2}$

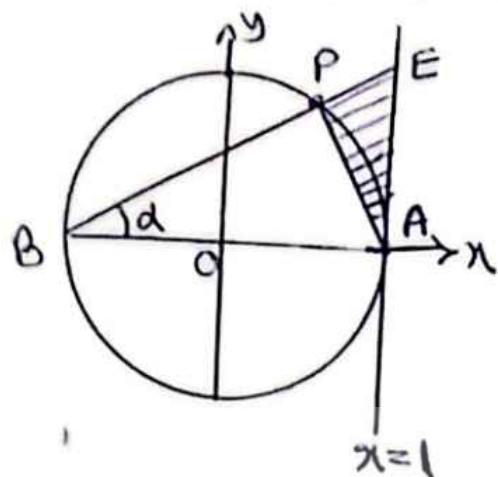
4) اگر $\frac{4 \sin(\frac{5\pi}{4}) + 2 \cos 2x}{\cot x + \tan \frac{\pi}{4}} = 2$ باشد، مقدار $\frac{3 \cot x + \tan \frac{\pi}{4}}{\cot x + \tan \frac{\pi}{4}}$ کدام است؟
 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $\frac{1}{8}$ 4) $\frac{1}{16}$

5) اگر $\sqrt{\frac{a}{16}} + 1$ در عبارت $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \tan^2 \frac{\pi}{12} = a\sqrt{3}$ قرار دهیم، مقدار $a\sqrt{3}$ کدام است؟
 1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{8}$ 4) $\frac{1}{16}$

6) اگر $\cos(\frac{13\pi}{20}) \cos(\frac{7\pi}{20}) = -\frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\tan \frac{\pi}{20}$ کدام است؟
 1) $\sqrt{5} + 1$ 2) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 3) $\sqrt{5}-1$ 4) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

7) اگر $\frac{1 - \tan^2(\frac{\pi}{4} - \alpha)}{1 + \tan^2(\frac{\pi}{4} - \alpha)}$ در عبارت $\frac{\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ قرار دهیم، مقدار $\frac{1 - \tan^2(\frac{\pi}{4} - \alpha)}{1 + \tan^2(\frac{\pi}{4} - \alpha)}$ کدام است؟
 1) $\frac{1}{2}$ 2) $-\frac{1}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) در سامانه آمواشی (یاضی - هندسی) ویژه کنکور (۸) در رابطه می بیند شکل مقابل، است و نسبت است و نسبتی
مؤلف: رحیم قهرمان



مقدار برابر $\tan \alpha$ است؟

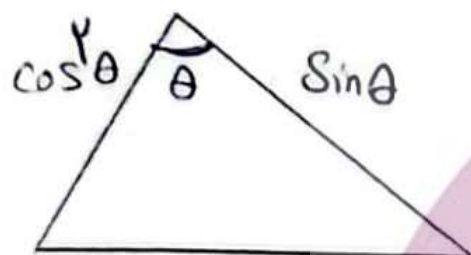
$$2 \sin^2 \alpha \quad (۲)$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{2} \quad (۱)$$

$$2 \cos^2 \alpha \quad (۴)$$

$$\frac{\cos^2 \alpha}{2} \quad (۳)$$

(۹) بیشترین مقدار ممکن برای نسبت $\sin^2 \alpha$ کدام است؟



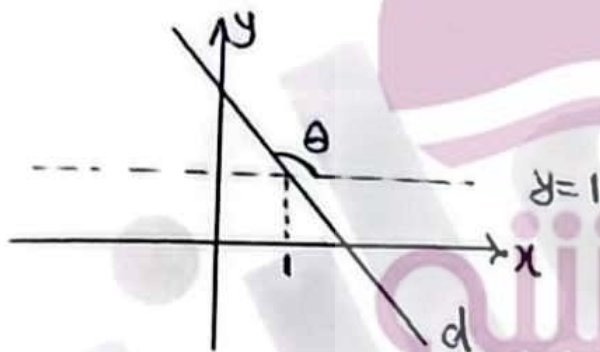
$$\frac{1}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$111$$

(۱۰) پانویس: شکل روبه رو اگر $\sin^2 \theta = -\frac{3}{5}$ باشد خط d محور را با کدام خط می
تواند قطع کند؟



$$۳/۵ \quad (۲)$$

$$۲(۱)$$

$$۴/۵ \quad (۴)$$

$$۴ \quad (۳)$$

(۱۱) اگر $\sin^2 \alpha$ و $\cot \alpha$ ریشه‌های معادله $x^2 + ax + 1 = 0$ باشند، a کدام مقدار می‌تواند اختیار کند؟

$$۲ \quad (۴)$$

$$-۲ \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

(۱۲) اگر $\sin \alpha > \tan \alpha$ و $\sin^2 \alpha < \cos^2 \alpha$ باشد، این دو شرط در کدام ربع از دایره
برقرار است؟



$$(۴)$$



$$(۳)$$



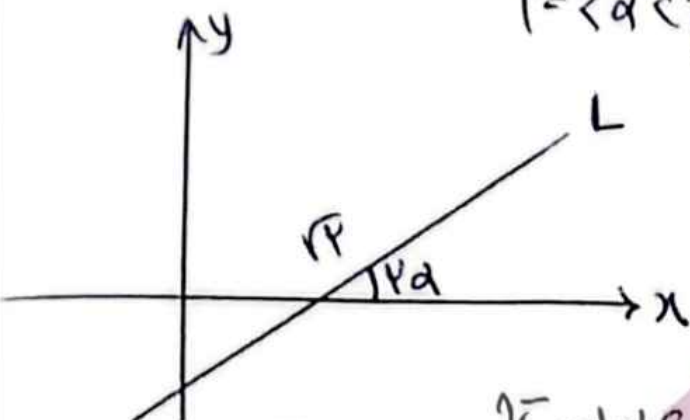
$$(۲)$$



$$(۱)$$

درسنامه آموازشی ریاضی - تدریسی ویژه کنکور (۱۳)
 مولف: رحیم قهرمان
 $\sin\left(\frac{19\pi}{k}\right) \sin \alpha + \cos(950^\circ) \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (۱۳)

چند، برین از سیر اخطا کدام است؟ $(-\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{6})$



(۱) $-\frac{\pi}{6}$ (۲) $-\frac{\pi}{3}$

(۳) $-\frac{\pi}{4}$ (۴) $-\frac{\pi}{2}$

(۱۴) در مستطین مقابل، مقدار a بر حسب α کدام است؟

(۱) $\frac{1}{k} \cos 2\alpha$ (۲) $\frac{1}{\lambda} \cos 2\alpha$

(۳) $\frac{1}{k} \sin 2\alpha$ (۴) $\frac{1}{\lambda} \sin 2\alpha$

(۱۵) در دایره زیر، طول کمان AB برابر با $\frac{\pi}{\lambda}$ است؟

(۱) $\frac{\pi}{2\sqrt{2-\sqrt{2}}}$ (۲) $\frac{\pi}{\sqrt{2(2-\sqrt{2})}}$

(۳) $\frac{\pi}{\sqrt{2(\sqrt{2}+1)}}$ (۴) $\frac{\pi}{2\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

(۱۶) اگر m عددی غیر منفی باشد و انتهای OA در دایره S باشد، $P(m, 3m-1)$ چند،

حاصل $\frac{\cos(\frac{7\pi}{4}-2\theta)}{1+\sin 2\theta}$ کدام است؟
 روش برای موفقیت

(۱) $-\frac{12}{24}$ (۲) $-\frac{24}{24}$ (۳) $\frac{24}{24}$ (۴) $\frac{12}{24}$

(۱۷) اگر $0 < \alpha < \frac{\pi}{\lambda}$
 ضابطه $F(x)$ کدام صورت است؟

$$F(2\cos \alpha) = \sqrt{\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda}} - \sqrt{\frac{1}{\lambda} (1 + \cos 6\alpha)}$$

(۱) $F(x) = \frac{x}{\lambda}$ (۲) $F(x) = x - 2(2)$ (۳) $F(x) = 2x(3)$ (۴) $F(x) = x + 2(2)$

(ع)

درستنامه آموزشی (یادگیری - تجزیه و تفسیر) (۱۸) اثر
مؤلف: رحیم قهرمان

$$\sin A = \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\log_{\tan \alpha} \left(\frac{1}{\sin \alpha} \right) + \log_{\tan \beta} \left(\frac{1}{\sin \beta} \right) = 0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad 14 \quad \frac{1}{4} \quad 13 \quad \sqrt{2} \quad 12 \quad 3 \quad 11$$

$$y = f(x) \quad \text{و} \quad f(\tan x) = \frac{1 + \cos x + \sin x}{\sin x + \cos x} \quad (14) \text{ اثر}$$



$$f = \left\{ (2, \sin x), (1, \cos x), (\cos x, \sin x), (1, \sqrt{\cos x - 1}), \left(\frac{1}{4}, \sin x \right) \right\} \quad (20) \text{ اثر}$$

بنا بر این تابع، a کدام است؟ $(x \neq k\pi)$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad 14 \quad \frac{1}{4} \quad 13 \quad \sqrt{2} \quad 12 \quad 4 \quad 11$$

$$f(\cos x) \quad \text{و} \quad f(\sqrt{2} \sin x) = \cos x \quad (21) \text{ اثر}$$

بر این تابع:

$$2 \cos^2 x \quad 14 \quad 2 \sin^2 x \quad 13 \quad \cos^2 x \quad 12 \quad \sin^2 x \quad 11$$

$$f(x) = \sqrt{(\sin x + \cos x)^2 - 1} \quad (22) \text{ دانشنامه}$$

در بازه $[0, 2\pi]$ شکل نمودار تابع چیست؟

$$8 \quad 14 \quad 3 \quad 13 \quad 2 \quad 12 \quad 1 \quad 11$$

$$(fg) \left(\frac{\pi}{4} \right) \quad \text{و} \quad g(x) = 1 + \cos 4x \quad \text{و} \quad f(x) = \sin^2 x \quad (23) \text{ اثر}$$

کدام است؟

$$114 \quad \frac{\sqrt{3}}{4} \quad 13 \quad 2 \quad 12 \quad \frac{1}{4} \quad 11$$

$$g(\tan x) = \sqrt{\frac{2}{1 + \cos 2x}}$$

$$P\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 3 \quad \text{۲۴) اگر}$$

مقدار $(P \circ g)(2)$ محاسبه کنید؟

۱۰ (۴)

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

۷ (۲)

۴ (۱)

۲۵) حاصل $\sin \theta = \frac{1}{2}$ و θ زاویه حاده را در $[0, \pi]$ محاسبه کنید؟

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

۲۵) حاصل

$$\frac{\cos \theta}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sin 2\theta}{2} \quad (۳)$$

$$2 \sin 2\theta \quad (۲)$$

$$\cos 2\theta \quad (۱)$$

۲۶) اگر $\sin^2 \theta + \log_2 \sin \theta = a$ و $\cos^2 \theta + \log_2 \cos \theta = b$ باشد، حاصل $\log_2 (3 - 4 \cos \theta + \cos^2 \theta)$ را محاسبه کنید؟

$$4a + 2 \log_2 3 \quad (۴) \quad 4a + 3 \log_2 3 \quad (۳) \quad 4a - 3 \log_2 3 \quad (۲) \quad 3 \log_2 3 - 4a \quad (۱)$$

۲۷) اگر $\sin y = \frac{4}{5}$ و $\tan x = 1$ و x و y در ربع اول باشند، مقدار $\tan(2x - y)$ را محاسبه کنید؟

$$-\frac{7}{25} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{25} \quad (۳)$$

$$-\frac{25}{7} \quad (۲)$$

$$\frac{25}{7} \quad (۱)$$

۲۸) اگر $\frac{1 - \cos 2x + \cos^2 x}{\sin 2x - \sin^2 x} = 2$ باشد، مقدار $\tan 2x$ را محاسبه کنید؟

$$-\frac{4}{3} \quad (۴)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۱)$$

۲۹) حاصل $\log_2 \sin 1^\circ + \log_2 \sin 2^\circ + \log_2 \sin 4^\circ$ را محاسبه کنید؟

۲۹) حاصل

$$-4 \quad (۴)$$

$$4 \quad (۳)$$

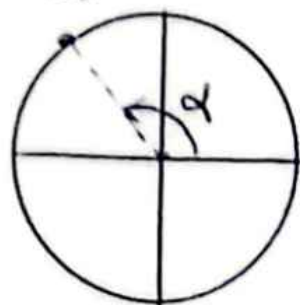
$$-2 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۱)$$

(9)

درستنامه آماده (شماره) - (تاریخ) ویژه کنکور
مؤلف: رحیم قهرمان

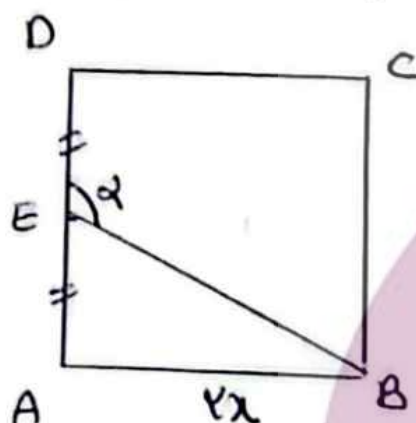
$P(-4, 3)$



کدام است؟
$$\frac{\sin(\frac{3\pi}{4} - 2\alpha) \sin(\pi + 2\alpha)}{\cos^2(2\pi - \alpha) - \cos^2(\frac{3\pi}{4} + \alpha)}$$

(1) $-\frac{3}{4}$ (2) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (3) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (4) $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$

(31) در مربع زیر، نقطه E وسط ضلع AD قرار دارد مقدار $\frac{\sin 2\alpha - \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)}{1 + \cot(\alpha - \frac{3\pi}{4})}$ کدام است؟



(1) $\frac{5 - \sqrt{10}}{10}$

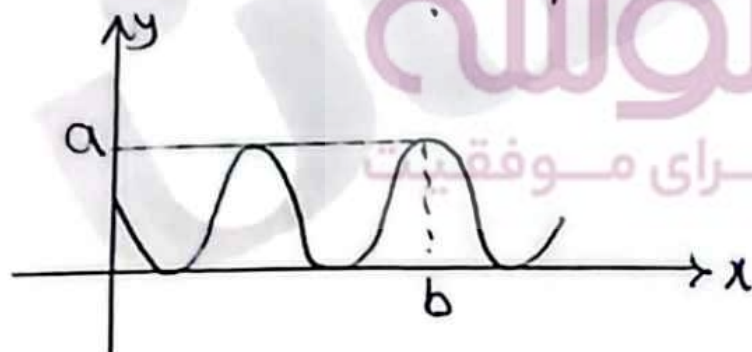
(2) $\frac{\sqrt{5} + 5}{10}$

(3) $\frac{\sqrt{5} - 5}{10}$

(4) $\frac{5 + 5\sqrt{5}}{10\sqrt{5}}$

(32) $f(x) = 2 - x^2$ و $g(x) = \sin \pi x + \cos \pi x$ در بخشی از نمودار

بین دو منحنی ترسیم شده، مقدار ab کدام است؟



(1) $\frac{2}{\sqrt{2}}$

(2) $\frac{2}{\sqrt{2}}$

(3) $\frac{2}{\sqrt{2}}$

(4) $\frac{2}{\sqrt{2}}$

(33)

(33) اگر $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ و $\tan \alpha = m$ و $\tan y = \frac{m}{1 + \sqrt{m^2 + 1}}$ کدام رابطه بین alpha و y برقرار است؟

(1) $y = x^2$

(2) $y = x + 1$

(3) $y = x^3$

(4) $y = x$

(۷)

در برنامه آموزشی (یاضی - تجربی) ویژه کنکور

مولف: رحیم قهرمان

$$(۳۴) \text{ اگر } -\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{4} \text{ و } \sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha} + \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha} = \frac{1}{4} \text{ باشد، مقدار}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2\alpha\right) \text{ کدام است؟}$$

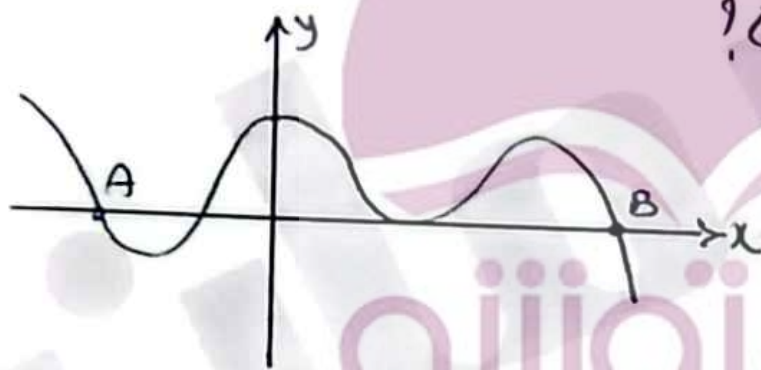
- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

$$(۳۵) \text{ اگر } \cos \alpha = -\frac{1}{4} \text{ و } \alpha \text{ زاویه ای در نیمه دوم باشد، مقدار}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} + 2\alpha\right) \text{ کدام است؟}$$

- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ (۲) $-\frac{\sqrt{15}}{4}$ (۳) $-\sqrt{15}$ (۴) $\sqrt{15}$

$$(۳۶) \text{ قسمتی از نمودار تابع } f(x) = \cos 2x + \sin x \text{ در شکل زیر رسم شده است.}$$



طول پاره خط AB چند برابر π است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

$$(۳۷) \text{ تابع } y = 2\cos^2 x + 3\cos x + 1 \text{ در بازه } [0, 4\pi] \text{ در چند نقطه}$$

کرده طول ۵ واحد است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

$$(۳۸) \text{ معادله } \frac{\sin^2 x}{4} = \frac{5}{8} - \cos^2 x \text{ در } [0, 2\pi] \text{ در چند نقطه}$$

صدا داده می‌شود؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۳

(۸) درسی (۳۹) برگزیده مسائل ریاضی - تدریس ویژه کنکور
 $f(x) = \cos x$

مولف: رحیم قهرمان
 برای $\pi < x < 2\pi$ معادله $f(x) + f(2x) = -1$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

۱۱۱ ۷۲۲ ۴۱۳ ۵۱۴

(۹) جوابهای معادله $\frac{\sin 4x}{\sin^2 x - \sqrt{3} \cos x} = 0$ در بازه $[0, \pi]$ (دری)
 ریشه ششگانه رُوس یک ضلع مثلث هستند، سمت آن کدام است؟

۱۱ $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ ۱۲ $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ ۱۳ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ۱۴ $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

(۱۰) معادله $\cos x \cos 2x = -\frac{1}{4}$ در بازه $[0, 2\pi]$ دارد؟

۳۱۱ ۴۱۲ ۵۱۳ ۸۱۴

(۱۱) تعداد جوابهای معادله $\tan^2 x - \cos^2 x = 1$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

۱ $k\pi + \frac{\pi}{6}$ ۲ $2k\pi + \frac{\pi}{6}$ ۳ $\frac{k\pi}{6} + \frac{\pi}{6}$ ۴ $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$

(۱۲) معادله $\cos^2(\pi \cos x) = 1$ در بازه $[0, 5\pi]$ چند جواب دارد؟

۱۱۵ ۱۰۲ ۱۱۳ ۵۱۴

(۱۳) معادله $(1 - \sin^2 x)(3 \sin^2 x + a) = 0$ در بازه $(0, \pi)$

فقط دو جواب دارد. a کدام می‌تواند باشد؟

۱ $\pm \sqrt{3}$ ۲ $\pm 2\sqrt{2}$ ۳ $\pm \sqrt{2}$ ۴ $\pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۱۴) تعداد جوابهای معادله $\cos^2 x - 3 \sin^2 x + 1 = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۴۱۱ ۳۱۲ ۲۱۳ ۱۱۴

(۴۴) مجموع جوابهای معادلهٔ سینوسی

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2x = 2 \sin x + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

(رابطه‌های $(0, 2\pi)$ کدام است؟)

$$\frac{7\pi}{2} \quad (۴)$$

$$2\pi \quad (۳)$$

$$\frac{5\pi}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (۱)$$

(۴۷) مجموع جوابهای معادله

کدام است؟

$$\log_{19 \sin x} (1 + \cos x) = 2 \quad \text{در بازه‌های } [0, 2\pi]$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{11\pi}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{4\pi}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{49\pi}{18} \quad (۱)$$

$$\sin x \sin 2x = \cos x \cos 2x$$

(۴۸) اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مجموع ریشه‌های

در بازه‌های $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$$\frac{5\pi}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (۳)$$

$$\pi \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{12} \quad (۱)$$

(۴۹) یک تانس را به یک کره و عدد روشده را به a در معادلهٔ سینوسی

$$\sin 2x - a \sin x - \cos x + \frac{a}{2} = 0$$

جوابهای معادله فقط روی دو نقطه از دایرهٔ سینوسی قرار می‌گیرند. صحیح است؟

$$\frac{5}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

$$4 \sin x \cos x + a = 0$$

(۵۰) اگر $\frac{2\pi}{3}$ یکی از ریشه‌های معادلهمعادله $4 \sin x \cos x + a = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ باشد

کدام است؟

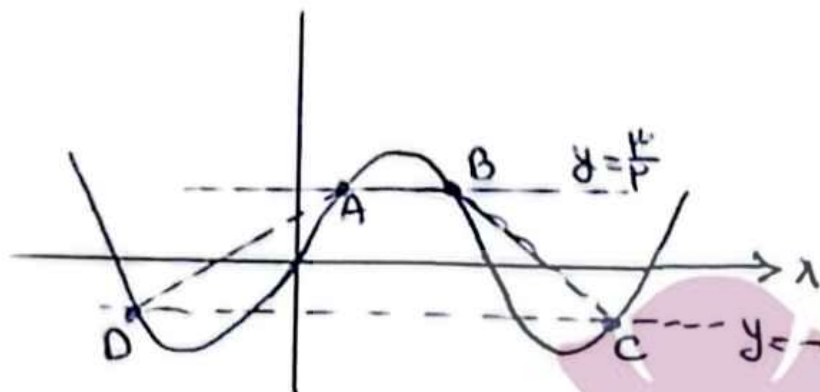
$$\frac{11\pi}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{5\pi}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{12} \quad (۱)$$

۱۵۱) شکل مقابل نمودار تابع $y = 3 \sin 2x$ را نشان می‌دهد. سمت‌دو زخمه
 $ABCD$ کدام است؟



$$\frac{5\pi}{4} \quad (2)$$

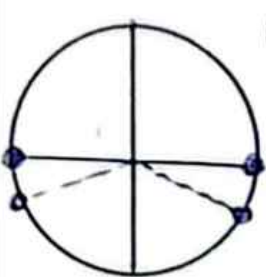
$$\frac{5\pi}{6} \quad (1)$$

$$\frac{10\pi}{9} \quad (4)$$

$$\frac{10\pi}{3} \quad (3)$$

$$1 + \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

۱۵۲) کدام گزینه، جواب‌دهی معادله سینوسی
 را در دو دایره سینوسی نشان می‌دهد؟



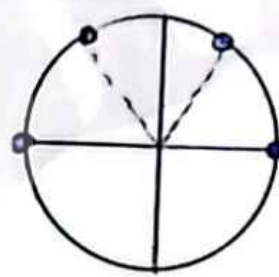
(۱۴)



(۱۳)



(۱۲)



(۱۱)

ایران توننده
 توشه‌ای برای موفقیت

(11)

(باستفاده از فرمولهای مثلثاتی)

درسنامه، آموشی ریاضی - تدریس ویژه کنکور

مؤلف: رحیم قهرمان

$$\sin \frac{\pi}{18} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{18} \right) = \cos \frac{4\pi}{9}$$

11 تکرین (۲۵)

$$\sin \frac{4\pi}{18} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{18} \right) = \cos \frac{\pi}{9}$$

$$\frac{4\pi}{18} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{18} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{9} \right)$$

بنابراین:

$$\sin \frac{\pi}{18} \sin \frac{4\pi}{18} \sin \frac{4\pi}{18} = \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{\pi}{9}$$

عبارت بالا را $\sin \frac{\pi}{9}$ ضرب در دو طرف می‌کنیم. (توجه: رابطه)

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \frac{\pi}{9} \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{\pi}{9}}{\sin \frac{\pi}{9}} &= \frac{\frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{9} \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{\pi}{9}}{\sin \frac{\pi}{9}} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{9} \right) \cos \frac{\pi}{9}}{\sin \frac{\pi}{9}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \sin \frac{8\pi}{9}}{\sin \frac{\pi}{9}} \\ &= \frac{\frac{1}{8} \sin \frac{8\pi}{9}}{\sin \frac{\pi}{9}} = \frac{\frac{1}{8} \sin \left(\pi - \frac{\pi}{9} \right)}{\sin \frac{\pi}{9}} = \frac{\sin \frac{\pi}{9}}{\sin \frac{\pi}{9}} = 1 \end{aligned}$$

$$a = \frac{1}{n} \rightarrow \frac{a-1}{a} = -\sqrt{\quad}$$

12 تکرین (۲۵)

$$A = (1 + \cos \frac{\pi}{18})(1 + \cos \frac{4\pi}{18})(1 + \cos \frac{4\pi}{18})(1 + \cos \frac{4\pi}{18}) \rightarrow$$

$$A = (1 + \cos \frac{\pi}{18})(1 + \cos (\pi - \frac{\pi}{18}))(1 + \cos \frac{\pi}{9})(1 + \cos (\pi - \frac{\pi}{9})) \rightarrow$$

$$A = (1 + \cos \frac{\pi}{18})(1 - \cos \frac{\pi}{18})(1 + \cos \frac{\pi}{9})(1 - \cos \frac{\pi}{9}) \rightarrow$$

$$A = (1 - \cos^2 \frac{\pi}{18})(1 - \cos^2 \frac{\pi}{9}) \rightarrow A = \sin^2 \frac{\pi}{18} \sin^2 \frac{\pi}{9} \rightarrow$$

$$A = \sin^2 \frac{\pi}{18} \sin^2 \left(\frac{2\pi - \pi}{18} \right) = \sin^2 \frac{\pi}{18} \sin^2 \left(\frac{\pi}{18} \right) = \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha} = 1 \rightarrow \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = 1 \rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = r \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{1 + \sin 2\alpha}}{\sin \alpha \cos \alpha = r \sin \alpha \cos \alpha} \rightarrow \sqrt{1 + \sin 2\alpha} = r \sin 2\alpha \xrightarrow{|\cdot|}$$

$$1 + \sin 2\alpha = r^2 \sin^2 2\alpha \rightarrow r^2 \sin^2 2\alpha - \sin 2\alpha - 1 = 0 \xrightarrow{\substack{-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ \sin 2\alpha > 0}}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{r^2} \rightarrow \sin 2\alpha = \frac{1 + \sqrt{17}}{r^2} \rightarrow$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha = 1 + \frac{1 + \sqrt{17}}{r^2} = \frac{r^2 + 1 + \sqrt{17}}{r^2}$$

$$r \cot \alpha + \tan(\pi + \frac{\pi}{4}) = r(\cot \alpha - \tan \frac{\pi}{4}) \rightarrow$$

$$r \cot \alpha + \sqrt{r} = r(\cot \alpha - \sqrt{r}) \rightarrow \cot \alpha = \sqrt{r} \rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{r^2}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2\left(\frac{1}{r^2}\right) = \frac{r^2 - 2}{r^2}$$

$$\sin\left(\frac{30\pi}{4}\right) = \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{توسعه} \quad 4\cos 2\alpha = 4\left(-\frac{1}{r^2}\right) + r^2\left(\frac{r^2 - 2}{r^2}\right) = r^2$$

(۵) گوییم (۱۲) را به سادگی در دو طرف ضمیمه کنیم :

$$\cot^2 \frac{\pi}{12} - \tan^2 \frac{\pi}{12} = (\cot^2 \frac{\pi}{12} - \tan^2 \frac{\pi}{12})(\cot^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{\pi}{12})$$

$$= (\cot^2 \frac{\pi}{12} - \tan^2 \frac{\pi}{12})(\cot^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{\pi}{12})(\cot^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{\pi}{12})$$

$$= (r \cot^2 \frac{\pi}{4}) \left(\frac{r}{\sin^2 \frac{\pi}{4}} \right) \left[(\cot^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{\pi}{12})^2 - 2 \cot^2 \frac{\pi}{12} \tan^2 \frac{\pi}{12} \right]$$

$$= (2 \times \sqrt{3}) \left(-\frac{2}{\sqrt{3}} \right) \left[\left(\frac{2}{\sin \frac{\pi}{4}} \right)^2 - 2 \right] =$$

$$= (2\sqrt{3})(-2)(4-2) = 8 \times 2 \times \sqrt{3} = 16\sqrt{3} \rightarrow a = 16\sqrt{3}$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{a}{16} + 1} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

(۴) گزینه (۱) شروع میکنیم به ساده کردن عبارت داده شده:

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{13\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2} \sin \frac{3\pi}{2} = -\frac{1}{2} \rightarrow \sin \frac{3\pi}{2} = \frac{1}{2}$$

از رابطه $\sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ استفاده میکنیم:

$$\sin \frac{3\pi}{2} = \frac{2 \tan \frac{3\pi}{2}}{1 + \tan^2 \frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \tan^2 \frac{3\pi}{2} - \tan \frac{3\pi}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$\rightarrow \tan \frac{3\pi}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \left(\frac{1}{2} \right)^2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1 \pm 0}{\frac{1}{2}} \rightarrow \tan \frac{3\pi}{2} = 2$$

$$\tan \frac{3\pi}{2} = \frac{1}{2}$$

صدا از رابطه $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ استفاده میکنیم:

$$\tan \frac{3\pi}{2} = \frac{2 \tan \frac{3\pi}{2}}{1 - \tan^2 \frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \tan^2 \frac{3\pi}{2} + \tan \frac{3\pi}{2} - 1 = 0$$

$$\rightarrow \tan \frac{3\pi}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(-1)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

صدا کنید $0 < \tan \frac{3\pi}{2} < 1$ پس مقدار $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ قابل قبول است.

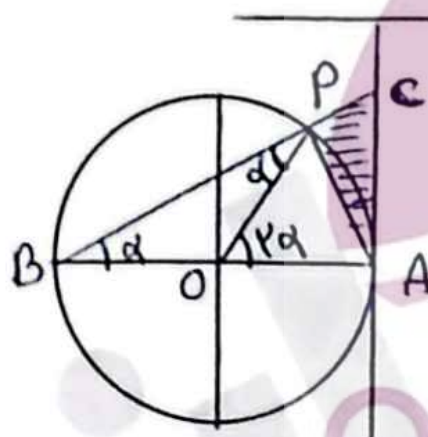
$$\frac{1 - \tan^2(\epsilon\delta - \alpha)}{1 + \tan^2(\epsilon\delta - \alpha)} = \frac{1 - \frac{\sin^2(\epsilon\delta - \alpha)}{\cos^2(\epsilon\delta - \alpha)}}{\frac{1}{\cos^2(\epsilon\delta - \alpha)}}$$

$$= \frac{\frac{\cos^2(\epsilon\delta - \alpha) - \sin^2(\epsilon\delta - \alpha)}{\cos^2(\epsilon\delta - \alpha)}}{\cos^2(\epsilon\delta - \alpha)} = \cos^2(\epsilon\delta - \alpha) = \cos^2(90^\circ - 2\alpha)$$

$$= \sin^2 \alpha \rightarrow$$

$$\frac{\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{4} \quad \text{وقتی} \quad \frac{\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{4} \quad \text{و} \quad 0 \leq \frac{\pi}{4}$$

است. بدین ترتیب، داریم: $\sin^2 \alpha$ در هر نقطه‌ای از قوس $\frac{\pi}{4}$ تا $\frac{3\pi}{4}$ برابر است؛ $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin^2 \alpha \leq 1$ بنا بر این کمترین مقدار عبارت $(\frac{\sqrt{2}}{2})$ است.



۱۸) گزینه ۲۵) در مثل قائم الزامی CAB داریم:

$$\tan \alpha = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{AC}{r}$$

$$\rightarrow AC = r \tan \alpha; \quad S_{CAB} = \frac{1}{2} \times r \times r \tan \alpha$$

$$\rightarrow S_{CAB} = r^2 \tan \alpha$$

از آنجا که P روی قوس است؛ POA برابر با α است پس ارتفاع مثلث BPA برابر با $\sin^2 \alpha$ می‌شود داریم:

$$S_{BPA} = \frac{1}{2} \times r \times \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

بنابراین مساحت مثلث BPA برابر با $\sin^2 \alpha$ است.

$$S_{\text{شای}} = r \tan \alpha - \sin^2 \alpha = r \sin^2 \alpha \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \cos^2 \alpha \right)$$

$$= r \sin^2 \alpha \left(\frac{1 - \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha} \right) = r \sin^2 \alpha \times \tan^2 \alpha$$

(۱۵)

دروسنامه آموزش (ریاضی - هندسه) ویژه کنکور (گزینه ۹) سمت مثبت برابر است ؟
مؤلف: رحیم قهرمان

$$S = \frac{1}{4} \sin^2 \theta \cos^2 \theta = \frac{1}{4} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \rightarrow$$

$$S = \frac{1}{4} (\sin \theta \cos \theta)^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \sin 2\theta \right)^2 = \frac{1}{8} \sin^2 2\theta = \frac{1}{8} \left(\frac{1 - \cos 4\theta}{2} \right)$$

$$\rightarrow S = \frac{1}{16} - \frac{1}{16} \cos 4\theta$$

$$S(\theta) = \frac{1}{16} - \frac{1}{16} \cos 4\theta$$

بنابراین بیشترین مقدار ربع

$$\cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8}$$

که برابر است ؟

$$\sin^2 \theta = 2 \tan \theta \sin^2 \theta \rightarrow \sin^2 \theta = 2 \sin \theta \cos \theta \quad (۱۰) \text{ گزینه (۳) صحیح}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \rightarrow \sin^2 \theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \Rightarrow$$

$$-\frac{3}{5} = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \rightarrow 3 \tan^2 \theta + 10 \tan \theta + 1 = 0 \rightarrow$$

$$(3 \tan \theta + 1)(\tan \theta + 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} \tan \theta = -\frac{1}{3} \\ \tan \theta = -3 \end{cases}$$

اگر $\tan \theta = -3$ خط d از نقطه $(1, 1)$ می‌گذرد و شیب -3 دارد. معادله آن

$$y - 1 = -3(x - 1) \xrightarrow{x=0} y = 2 \quad \text{نقطه برخورد با محور } y \text{ است.}$$

اگر $\tan \theta = -\frac{1}{3}$ خط d از نقطه $(1, 1)$ می‌گذرد و شیب $-\frac{1}{3}$ دارد.

معادله آن $y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 1)$ است :

$$y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 1) \xrightarrow{x=0} y = \frac{2}{3}$$

(14)

درسنامه آموشی (ریاضی - تجربی و ویژه کنکور ۱۱) گزینش ۱۴

مؤلف: رحیم قهرمان

$$p = \cot \alpha \cdot \sin^2 \alpha = 1 \rightarrow \frac{\cot \alpha}{\sin^2 \alpha} \times \sin^2 \alpha \cot \alpha = 1 \cot \alpha = 1 \rightarrow \cot \alpha = 1$$

$$\rightarrow \cot \alpha = \sin^2 \alpha = 1 \rightarrow \cot \alpha = \pm \sin \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \pm 1 \rightarrow$$

$$\cot \alpha + \sin^2 \alpha = -\alpha \xrightarrow{\tan \alpha = 1} \frac{1}{\tan \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = -\alpha \rightarrow \alpha = 0$$

$$\rightarrow -1 + \frac{-1}{1} = -\alpha \rightarrow \alpha = 2$$

$$\tan \alpha = -1 \quad \alpha = \frac{3\pi}{4}$$

(۱۲) گزینش ۱۱: $\sin \alpha > \tan \alpha$ ، α را بیابید. α در $(0, \frac{\pi}{2})$ است.

$$\sin \alpha > \tan \alpha \rightarrow \sin \alpha > \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow \sin \alpha - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} > 0 \rightarrow$$

$$\frac{\sin \alpha (\cos \alpha - 1)}{\cos \alpha} > 0 \rightarrow \sin \alpha > 0 \quad \cos \alpha - 1 < 0 \rightarrow \cos \alpha < 1$$

در واقع $\sin \alpha$ منفی نیست، پس $\cos \alpha$ باید کمتر از ۱ باشد. α در $(0, \frac{\pi}{2})$ است.

$$\sin^2 \alpha < \cos \alpha \rightarrow \sin^2 \alpha < \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha) < 0$$

چون $\cos \alpha$ در $(0, 1)$ است، پس $1 - \sin^2 \alpha < 0$ و $\sin^2 \alpha > 1$ است.

$$\begin{cases} \sin \alpha > \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin^2 \alpha < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$$

$$\sin\left(\frac{19\pi}{8}\right) = \sin\left(\frac{14\pi + 5\pi}{8}\right) = \sin\left(\frac{14\pi}{8} + \frac{5\pi}{8}\right)$$

$$= \sin\left(2\pi + \frac{5\pi}{8}\right) = \sin\frac{5\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(940^\circ) = \cos(720^\circ + 220^\circ) = \cos(220^\circ) = \cos(180^\circ + 40^\circ)$$

$$= -\cos 40^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

دانشگاه آموزشی (یاضی) - کمدی ویژه کنکور
 (۱۷) $\sin$ و $\cos$ در این صورت می شود:

مولف: رحیم قهرمان

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \sin \alpha + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cos \alpha = \frac{1}{3} \quad \xrightarrow{\text{تقسیم بر } \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \rightarrow \sin \alpha - \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

طرفین را به توان دوم برسانیم:

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 \rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2}{9}$$

$$\rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2}{9}$$

در این مسئله یک خط $\tan$ زاویه ای است که آن خط با محور مثبت $\cos$ و

محور $\sin$ موازی می شود: $m = \tan 2\alpha$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha = \frac{2}{9} \\ \tan 2\alpha = ? \end{cases}$$

از طریق رسم یک مثلث قائم الزامی فرضی عمل می کنیم:

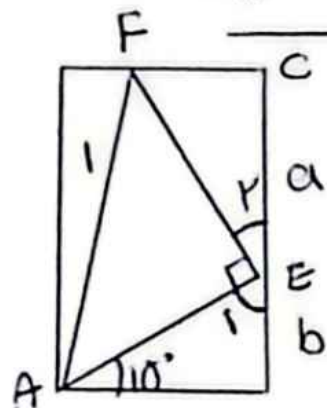
وقت کشید $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ و لذا $0 < 2\alpha < \pi$ است یعنی

زاویه 2α در ربع اول رسم شده و مقدار $\tan$ آن

مثبت است پس معادله خط مورد نظر صورت

$$y = \frac{2}{\sqrt{2}} x + h \quad \text{است که با محور } x \text{ تقاطع آن در } (0, h) \text{ است}$$

$$0 = \frac{2}{\sqrt{2}} (\sqrt{2}) + h \rightarrow h = -\frac{2}{\sqrt{2}}$$



(۱۴) کزنه ۱۴

$$\begin{cases} \hat{E}_1 + 10 = 90 \\ \hat{E}_1 + \hat{E}_r = 90 \end{cases} \Rightarrow \hat{E}_r = 10^\circ$$

در مثل EFc داریم:

$$\cos 10^\circ = \frac{a}{EF} \rightarrow a = EF \cos 10^\circ \quad (1)$$

(۱۸)

درسنامه آموزشی (یادش - تدریس ویژه کنکور ارشد) EFA (ارشد)

مؤلف: رحیم قهرمان

$$\sin \alpha = \frac{EF}{1} \quad (1) \quad \xrightarrow{\text{مقداری از (1)}} \alpha = \sin \alpha \cos 10^\circ$$

$$\sin 10^\circ = \frac{b}{AE} \rightarrow b = \underbrace{AE}_{\left(\cos \alpha = \frac{AE}{1}\right)} \sin 10^\circ = \cos \alpha \sin 10^\circ$$

$$ab = (\cos \alpha \sin 10^\circ) (\sin \alpha \cos 10^\circ) = \underbrace{\left(\sin \alpha \cos \alpha\right)}_{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} \underbrace{(\sin 10^\circ \cos 10^\circ)}_{\frac{1}{2} \sin 20^\circ}$$

$$\Rightarrow ab = \frac{1}{4} \sin 2\alpha$$

(۱۵) گزینه (۲) صحیح است. $\frac{\pi}{\lambda} = 22,10^\circ$ و $2 \times 22,10^\circ = 44,20^\circ$ پس می توانیم از رابطه

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 44,20^\circ = 2\cos^2 22,10^\circ - 1 \rightarrow \sqrt{\frac{r}{r}} + 1 = 2\cos^2 22,10^\circ \rightarrow \cos 22,10^\circ = \frac{\sqrt{r+1}}{2}$$

اگر شعاع دایره را r فرض کنیم داریم:

$$\cos \angle AOB = \frac{OH}{OB} \rightarrow \cos 22,10^\circ = \frac{1}{r} \rightarrow \frac{\sqrt{r+1}}{2} = \frac{1}{r}$$

$$\rightarrow r = \sqrt{r(r-1)} \rightarrow L = r\theta = (\sqrt{r(r-1)}) \frac{\pi}{\lambda}$$

(۱۶) گزینه (۲) برای این P می توانیم گفت که P می تواند هر عددی باشد.

$$m^2 + (2m-1)^2 = 1 \rightarrow 1 \cdot m^2 - 4m + 1 + 1 \rightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=\frac{4}{5} \end{cases}$$

حالا P صحت $P(\frac{4}{5}, \frac{4}{5})$ است، پس $\cos \theta = \frac{4}{5}$ و $\sin \theta = \frac{3}{5}$ است.

$$\frac{\cos(\frac{\sqrt{\pi}}{2} - 2\theta)}{1 + \sin 2\theta} = \frac{\cos(2\pi - \frac{\pi}{2} - 2\theta)}{1 + 2\sin \theta \cos \theta} = \frac{-\sin 2\theta}{1 + 2\sin \theta \cos \theta} = -\frac{24}{25}$$

(۱۹)

درستنامه آموزشی ریاضی - تمرین ویژه کنکور (۱۷ گزینیه ۱)

مؤلف: رحیم قهرمان

$$f(\cos x) = \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sqrt{\cos^2 x}} = \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x} |\cos x|}$$

$$\begin{aligned} 0 < x < \frac{\pi}{2} &\rightarrow \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cos^2 x} = \sqrt{\frac{1 + \cos^2 x}{x}} = \sqrt{\cos^2 x} = |\cos x| \\ \Rightarrow f(x) = x &\rightarrow f(1) = \frac{1}{1} \end{aligned}$$

(۱۸ گزینیه ۱) می دانیم: $\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$

$$A = 2 (\cot x - \tan x) + 2 \tan x = 2 \cot x$$

$$\rightarrow \log_{\tan x} \frac{1}{2} (2 \cot x) + \log_{\mu} B = 0 \rightarrow \log_{\tan x} \cot x + \log_{\mu} B = 0$$

$$\rightarrow -1 + \log_{\mu} B = 0 \rightarrow \log_{\mu} B = 1 \rightarrow B = \mu$$

(۱۹ گزینیه ۲) می دانیم: $1 + \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2}$ و همچنین $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$

$$f(\tan x) = \frac{2 \cos^2 \frac{x}{2} + \cos x}{\sin x + 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \frac{\cos x (2 \cos \frac{x}{2} + 1)}{\sin x (2 \cos \frac{x}{2} + 1)}$$

$$\Rightarrow f(\tan x) = \frac{1}{\tan x} \Rightarrow f(1) = \frac{1}{1}$$

توجه: گزینیه ۲ نمودار $y = \frac{1}{x}$ را با دو دایره کوسین می بینید، علت این تکرار آن است زیرا $2 \cos x + 1$ را از صورت و مخرج ساده کردیم، این تکرار بوده است در رابطه $2 \cos x + 1 = 0$

(۲۰)

درستنامه آموزشی ریاضی - ترم اول ویژه کنکور (۲۰) گزین (۱۴)

مؤلف: رحیم قهرمان

$$x_1 = x_2 \xrightarrow{\text{شماره اول به اول}} y_1 = y_2$$

$$1=1 \rightarrow 4 \cos^2 x = 4 \cos x - 2 \rightarrow 4 \cos^2 x - 4 \cos x + 2 = 0 \rightarrow$$

$$\cos x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 32}}{8} \rightarrow \cos x = 1 \text{ و } \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \rightarrow a \sin x = \sin^2 x \rightarrow a \sin x = 2 \sin x \cos x$$

$$x \neq k\pi \rightarrow a = 2 \cos x = 2 \left(\frac{1}{2} \right) = 1$$

$$f(\sqrt{1-\sin^2 x}) = \cos^2 x \rightarrow f(\sqrt{1-\sin^2 x}) = 1 - 2 \sin^2 x \quad (۲۱) \text{ گزین (۱۴)}$$

$$= 1 - (\sqrt{1-\sin^2 x})^2 \xrightarrow{\sqrt{1-\sin^2 x} = A} f(A) = 1 - A^2 \rightarrow$$

$$f(\cos x) = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$f(x) = \sqrt{\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + \underbrace{2 \sin x \cos x}_{\sin 2x} - 1} = \sqrt{\sin^2 2x} \quad (۲۲) \text{ گزین (۱۴)}$$

$$\rightarrow \sin^2 2x \geq 0 \rightarrow \text{همیشه درست است}$$

$$\Rightarrow 2k\pi \leq 2x \leq 2k\pi + \pi \Rightarrow k\pi \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{2}$$

در بازه $[0, 2\pi]$ داریم $f(x) \geq 0$ به هر
 چه شامل 0 و π و 2π و $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ است.

(۲۱)

درسیانه آموزش (ریاضی - تئوری و تیزه محکوم) گزین (۲۳)

مؤلف: رحیم قهرمان

$$g(x) = 1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x \quad \text{و} \quad f(x) = 1 + \sin^2 x$$

$$\Rightarrow (fg)(x) = 14 \sin^2 x \cos^2 x = 4(2 \sin^2 x \cos^2 x) = 4 \sin^2 2x$$

$$\Rightarrow (fg)\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2$$

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \frac{a^2 + b^2 (a+b)^2 - 4ab}{4} \quad (۲۴) \text{ گزین (۲۵)}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right) + 2 \rightarrow f\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + 2 \rightarrow$$

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \frac{x + \frac{1}{x} \rightarrow x}{x + \frac{1}{x}} \rightarrow f(x) = x^2 + 1$$

$$g(\tan x) = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 x}} = \sqrt{\frac{1}{\sec^2 x}} = \sqrt{\frac{1}{\sec^2 x}} = \sqrt{1 + \tan^2 x}$$

$$\Rightarrow g(\tan x) = \sqrt{1 + \tan^2 x} \xrightarrow{\tan x \rightarrow x} g(x) = \sqrt{1 + x^2}$$

$$\Rightarrow f \circ g(x) = f(\sqrt{1+x^2}) = (\sqrt{1+x^2})^2 + 1 = 2$$

(۲۵) گزین (۲۵) (تبدیل‌های معکوس عبارت، ساده‌سازی کنیم):

$$1) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$2) \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x\left(\frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

درستی صورت و استخراج انکار مربع و یکبار دو طرفه بسازد.

$$\frac{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3} = \frac{1}{x + \frac{1}{x}} = \frac{x}{x^2 + 1} \quad \text{و} \quad \theta = \tan^{-1} x \quad \text{و} \quad x = \tan \theta$$

$$\sin \theta = \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \tan \theta \times \cos^2 \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \cos^2 \theta = \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

(۲۲)
 در ستاره آموختنی (۱۵۰۰) ویژه کنکور (۱۲) گزینشی (۱۳) برای فرمول‌های سینوس و کسینوس
 مولف: رحیم قهرمان

$$1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha \quad \text{و} \quad \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\log(1 - 2 \cos \alpha + (2 \cos^2 \alpha - 1)) = \log(2 \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha + 1)$$

$$= \log 2(\cos^2 \alpha - \cos \alpha + 1) = \log 2(\cos \alpha - 1)^2 = \log 2(1 - \cos \alpha)^2$$

$$= \log 2(2 \sin^2 \frac{\alpha}{2})^2 = \log 4 \sin^4 \frac{\alpha}{2} = \log 4 + \log \sin^4 \frac{\alpha}{2}$$

$$= 2 \log 2 + 4 \log \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \log 2 + 4\alpha$$

(۲۷) گزینشی (۱۳)
 $\sin y = \frac{4}{5} \rightarrow \cos^2 y = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{بنا بر}} \cos y = \frac{3}{5}$

$$\rightarrow \tan y = \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{4}{3}$$

$$\tan x y = \frac{2 \tan y}{1 - \tan^2 y} = \frac{\frac{8}{3}}{1 - \frac{16}{9}} = -\frac{24}{5}$$

از طرفی $\tan \alpha = 1$ و α در ربع اول است، پس $\alpha = \frac{\pi}{4}$ بنا بر این

$$\tan(2x - 2y) = \tan(\frac{\pi}{2} - 2y) = \cot 2y = -\frac{5}{24}$$

توشه ای برای موفقیت

(۲۸) گزینشی (۱۳)

$$r = \frac{1 - \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha}$$

$\cos^2 \alpha$ تفاوت مفروضات (۱۳)؟ پس صورت، مخرج، را بر $\cos^2 \alpha$ تقسیم میکنیم:

$$r = \frac{2 \tan^2 \alpha + 1}{2 \tan \alpha - \tan^2 \alpha} \Rightarrow 2 \tan^2 \alpha + 1 = 2 \tan \alpha - 2 \tan^2 \alpha \rightarrow$$

$$4 \tan^2 \alpha - 2 \tan \alpha + 1 = 0 \rightarrow (2 \tan \alpha - 1)^2 = 0 \rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{4}{3}$$

درسلامه آمه (شای) (شای) - (شای) ویزه کنکور (۲۹) (۲۹) (۲۹)

(۲۵)

$$(f \circ g)(x) = 1 - \sin^2 x \rightarrow \tau = \frac{x}{1-x} = 1 = \frac{x}{x} \rightarrow x = 1$$

$$\rightarrow b = \frac{1}{x} \rightarrow ab = \frac{1}{x}$$

(۳۳) گزینش ۱) روابط: $\tan y = \frac{m}{1 + \sqrt{m^2 + 1}}$ $\tan x = m$ $\tan y = \frac{m}{1 + \sqrt{m^2 + 1}}$

$$\tan y = \frac{\tan x}{1 + \sqrt{1 + \tan^2 x}} = \frac{\tan x}{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\cos^2 x}}} = \frac{\tan x}{1 + \left| \frac{1}{\cos x} \right|}$$

۱) در ربع اول است پس $\cos x$ بزرگتر از صفر است

$$\rightarrow \tan y = \frac{\tan x}{1 + \frac{1}{\cos x}} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{1 + \cos x}{\cos x}} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

با استفاده از روابط $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ و $\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$ و $1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$

$$1 + \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} \text{ و } \sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$$

$$\tan y = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \Rightarrow \tan y = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} \Rightarrow$$

$$\tan y = \tan \frac{x}{2} \rightarrow y = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2y$$

(۳۴) گزینش ۲)

$$\sqrt{\sin^2 x - \sin^4 x} + \sqrt{\cos^2 x - \cos^4 x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow$$

$$\sqrt{\sin^2 x (1 - \sin^2 x)} + \sqrt{\cos^2 x (1 - \cos^2 x)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$2\sqrt{\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{1}{4} \rightarrow |\sin x \cos x| = \frac{1}{4} \xrightarrow{0 < x < \frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{\sin x \cos x}{\frac{1}{2} \sin 2x} = \frac{1}{4} \rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

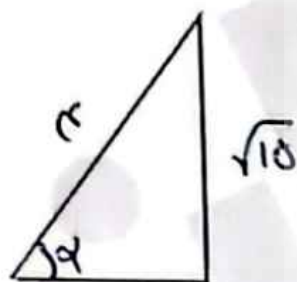
$$\text{معادلات: } \cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right), \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right)$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) = -\sin 2x = -\frac{1}{2}$$

(۳۵) گزینه (۱۵) است. اصل $\cot\left(\frac{3\pi}{4} + 2x\right)$ را می بینیم. در این صورت چون $\tan$ منفرجه است $2x$ برده و در فرکانس $\frac{\pi}{4}$ است، پس باید از تریگون ها به سبب $2x$ بهره ببریم.

$$\cot\left(\frac{3\pi}{4} + 2x\right) = -\tan 2x = -\frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}$$

پس کافی است $\frac{1}{\tan x} = -\frac{1}{\tan 2x}$ یا $\tan x = -\tan 2x$ پیدا کنیم.



$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{10}}{1} = \sqrt{10}$$

توجه کنید: با توجه به منفی بودن مقدار α و $\frac{3\pi}{4}$ در ربع دوم.

سوم مشکلی است با توجه به اینکه در صورت سوال α در ربع دوم قرار دارد. مشکلی نیست. قطعاً در اینجا هم مقدار $\tan \alpha$ مثبت می شود.

$$\frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2(\sqrt{10})}{1 - (\sqrt{10})^2} = \frac{\sqrt{10}}{7}$$

(۳۶) گزینه (۲) باید طول نقاط به صورت تابع با کور α را بنویسیم، یعنی $f(x) = 0$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 0 \rightarrow \cos^2 x = -\sin^2 x \rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$2x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{aligned} x = k\pi + \frac{\pi}{\mu} &\rightarrow \frac{\pi}{\mu}, \frac{6\pi}{\mu} \in [0, 2\pi] \\ x = k\pi - \frac{\pi}{\mu} &\rightarrow \frac{5\pi}{\mu}, \frac{7\pi}{\mu} \in [0, 2\pi] \end{aligned} \right.$$

در بازه $[0, 2\pi]$ و $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ جواب است.

(۳۹) دوره تناوب $\cos \alpha$ برابر ۱ است. پس $0 < |a| < 2\pi$ $\frac{2\pi}{|a|} = 1 \rightarrow |a| = 2\pi$ و $a = 2\pi$ یا $a = -2\pi$ - تغییر نمی کند.

$\cos(\alpha - a) = \cos \alpha$ $\Rightarrow \cos(\alpha - 2\pi) = \cos \alpha$ $\Rightarrow \cos \alpha = \cos \alpha$ $\Rightarrow \cos \alpha = \cos \alpha$ $\Rightarrow \cos \alpha = \cos \alpha$

$$f(x) = \cos 2\pi x$$

$$f(x) + f(2x) = -1 \Rightarrow \cos 2\pi x + \cos 4\pi x = -1 \Rightarrow \cos 2\pi x + 1 + \cos 2\pi x = 0$$

$$\cos 2\pi x + 1 + \cos 2\pi x = 0 \Rightarrow \cos 2\pi x + 2\cos 2\pi x = 0 \xrightarrow{\text{تاکید}} \cos 2\pi x (1 + 2\cos 2\pi x) = 0$$

$$\cos 2\pi x (1 + 2\cos 2\pi x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos 2\pi x = 0 \\ \cos 2\pi x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\cos 2\pi x = 0 \Rightarrow 2\pi x = k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\div \pi} 2x = k + \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{k + \frac{1}{2}}{2}$$

جوابها در بازه $[0, 2\pi]$ را می خواهم:

$$k = 0, 1, 2, 3 \rightarrow x = \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}$$

توشه ای برای موفقیت

$$\cos 2\pi x = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos 2\pi x = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow 2\pi x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{\div 2\pi} x = k \pm \frac{1}{3}$$

$$x = k \pm \frac{1}{3} \rightarrow \begin{cases} x = k + \frac{1}{3} \xrightarrow{k=0,1} x = \frac{1}{3}, \frac{4}{3} \\ x = k - \frac{1}{3} \xrightarrow{k=1,2} x = \frac{2}{3}, \frac{5}{3} \end{cases}$$

در بازه $[0, 2\pi]$ جوابها:

$$\left\{ \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3} \right\}$$

نویسنده: رحیم قهرمان

$$\begin{cases} \sin 4x = 0 \rightarrow 4x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} \\ \sin 2x - \sqrt{3} \cos x \neq 0 \rightarrow 2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos x \neq 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \cos x (2 \sin x - \sqrt{3}) \neq 0$$

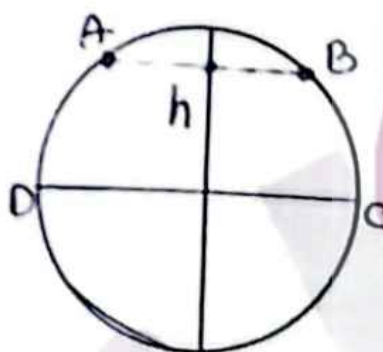
در میان مقادیر $\frac{k\pi}{4}$ ، جوابی که کسینوس آن به صفر نیست و سینوس آن $\frac{\sqrt{3}}{2}$ نیست را می‌خواهیم و این جواب عبارتند از:

$$\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \pi, 2\pi \rightarrow \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

در دایره $ABCD$ که $DC=2$ و

$$AB = 2 \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$S = \frac{(AB + CD)h}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$$

(۳۱) گزیده (۳) استعاره از رابطه $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$

$$\cos x (2 \cos^2 x - 1) = -\frac{1}{2} \rightarrow 2 \cos^3 x - \cos x + \frac{1}{2} = 0$$

اگر فرض کنیم $\cos x = A$ ، معادله به صورت زیر در می‌آید:

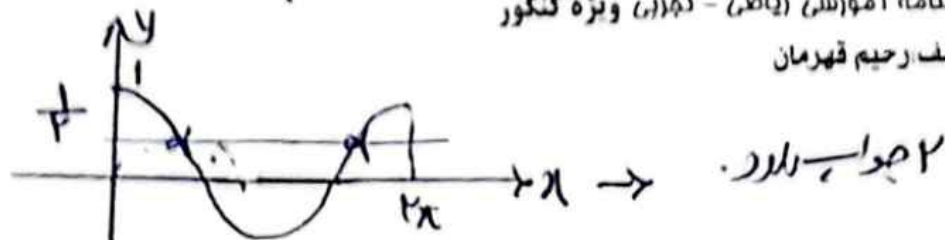
$$2A^3 - A + \frac{1}{2} = 0 \rightarrow 4A^3 - 2A + 1 = 0 \rightarrow 4A^3 - 1 - 2A + 2 = 0$$

$$\rightarrow (2A - 1)(2A^2 + 2A + 1) - 2(2A - 1) = 0 \rightarrow (2A - 1)(2A^2 + 2A - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{2} \\ A = -\frac{1 + \sqrt{5}}{4} \\ A = -\frac{1 - \sqrt{5}}{4} \end{cases} \Rightarrow$$

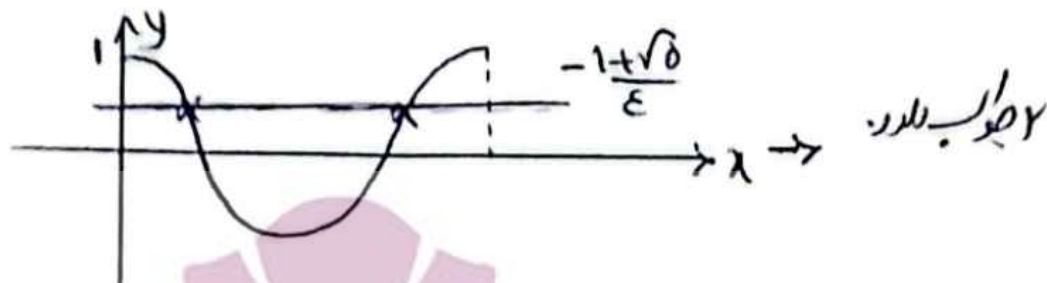
(۱۳۰)

$$\cos x = \frac{1}{2}$$



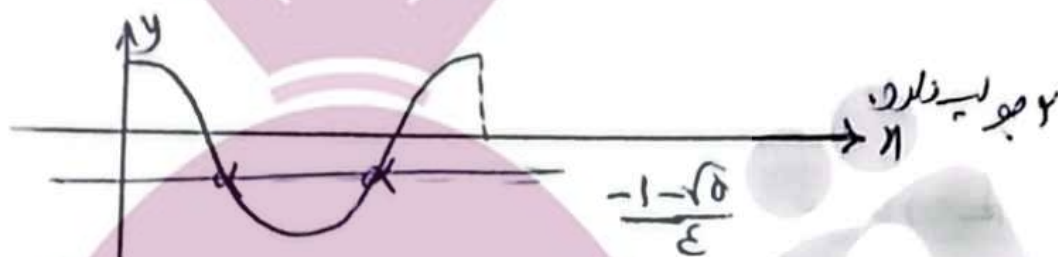
۲ جواب دارد.

$$\cos x = -\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$



۲ جواب دارد.

$$\cos x = -\frac{1-\sqrt{5}}{2}$$



۲ جواب دارد.

→

بنابراین معادله ۴ جواب در بازه $[0, 2\pi]$ دارد.

(۵۲) گزینه ۴

$$\tan^2 x = 1 + \cos^2 x \rightarrow \tan^2 x = 2\cos^2 x \Rightarrow 1 + \tan^2 x = 1 + 2\cos^2 x$$

$$\rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + 2\cos^2 x \quad \cos^2 x = A \rightarrow 2A^2 + A - 1 = 0 \rightarrow A = -1 \text{ یا } A = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos^2 x = -1 & (\text{غیرممکن}) \\ \cos^2 x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \\ \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{3\pi}{4} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$



همان طور که ساده و مستقیم مجموع همه جوابهای این معادله بصورت $x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$ است.

$$C_0 S^p(\pi C_0 \lambda) \approx 1 \rightarrow C_0(\pi C_0 \lambda) = \pm 1$$

(۳۳) گزینہ ۱۱

$$\pi G_0 \chi = \psi_K \pi \rightarrow G_0 \chi = \psi_K \xrightarrow{K \rightarrow \frac{1}{2} \pi} G_0 \chi = 0 \quad \begin{array}{l} \text{if } G_0(\pi G_0 \chi) = 1 \\ G_0 \chi = 0 \end{array} \quad \chi \in [\cdot, \partial \pi]_{\perp}$$

$$Q = \frac{\pi}{F}, \frac{10\pi}{F}, \frac{100\pi}{F}, \frac{1000\pi}{F}, \frac{10000\pi}{F} \rightarrow \dots$$

$$\therefore \rho_N G_2(\pi G_{2N}) = -1 \quad \bar{N}(P)$$

$$\pi \circ \lambda = \gamma_K \pi + \pi \rightarrow \mathcal{O}_\pi \lambda = \gamma_K + \frac{Kz^{\alpha_j} - 1}{\dots}$$

$\{ G \mid x=1 \rightarrow x=0, \forall \pi, \exists \pi \}$ $\rightarrow$ $\frac{1}{2}$

در حالت $\cos x = -1 \rightarrow \lambda = \pi, 3\pi, 5\pi$
 از حالت $\cos x = 1$ $\parallel$ جواب خواهر راست:

$$\sin x = \frac{1}{\mu} \quad \text{و} \quad \cos x = -\frac{a}{\mu}$$

سلام روز بخیر - نذارو جواب بگم که من جواب بفرستم اول است

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \alpha = \frac{1}{r} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{r^2 - 1}}{r} = -\frac{a}{r} \rightarrow a = \pm \sqrt{r^2 - 1} \\ -\frac{a}{r} = \pm 1 \rightarrow a = \pm r \end{array} \right.$$

توشه ای برای موفقیت

(۴۵) گندمی ۱۱ تا به یک یک جفت، در دستری

$$|\sin \eta| = 1 \rightarrow \begin{cases} \sin \eta = 1 \xrightarrow{\eta \in [0, \pi]} \eta = \frac{\pi}{2} \\ \sin \eta = -1 \xrightarrow{\eta \in [0, \pi]} \eta = \frac{3\pi}{2} \end{cases} \quad \therefore \text{[Sol]}$$

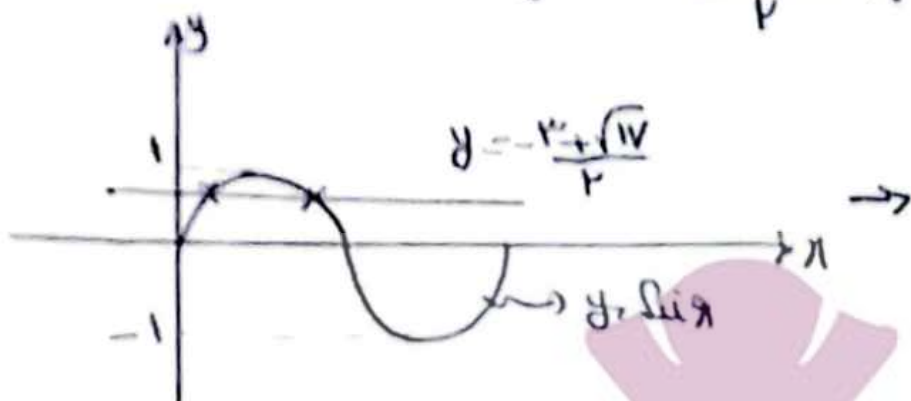
توین صفر و شمس و سترگی کے ایک صفر نیاست۔

$$\cos^2 x - \mu \sin x + 1 = 0 \rightarrow (1 - \sin^2 x) - \mu \sin x + 1 = 0$$

(۱۳۷)

در برنامه آمده (شماره) - (شماره) و به کسور
مولف رحیم قهرمان

$$\sin^2 x + 2 \sin x - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-2 + \sqrt{4}}{2} \checkmark \\ \sin x = \frac{-2 - \sqrt{4}}{2} x \end{cases}$$



از این به بعد برای
ع جواب است.

(۴۶) گزینش ۱

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + (x - \frac{\pi}{2})\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

بنا بر این $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ است.

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin^2 x = 2 \sin^2 x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \sin^2 x = 2 \sin^2 x$$

$$\rightarrow \sin^2 x - 2 \sin^2 x = 0 \rightarrow 2 \sin x \cos x - 2 \sin^2 x = 0 \rightarrow$$

$$2 \sin x (\cos x - \sin x) = 0 \rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = 0, 2\pi \\ \cos x - \sin x = 0 \rightarrow \tan x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب} = 0 + \pi + \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}$$

(۴۷) گزینش ۲

$$\log(1 + \cos x) = 2 \rightarrow (1 + \cos x) = (\sqrt{2} \sin x)^2 \rightarrow$$

$$(1 + \cos x) = 2 \sin^2 x \rightarrow (1 + \cos x) = 2(1 - \cos^2 x) \rightarrow$$

$$(1 + \cos x) = 2(1 - \cos x)(1 + \cos x) \rightarrow (1 + \cos x) - 2(1 - \cos x)(1 + \cos x) = 0$$

$$\rightarrow (1 + \cos x)(1 - 2(1 - \cos x)) = 0 \rightarrow \begin{cases} 1 + \cos x = 0 \rightarrow x = 2k\pi + \pi \\ 1 - 2(1 - \cos x) = 0 \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}, 2k\pi + \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

(۱۳۳)

دانشگاه آموزشی ریاضی - تهرانی ویژه کنکور رشته ریاضی

موسسه رحیم قهرمان

قابل قبول نیست زیرا از آنجا $\sin x$ مقدار منفی و مثبت دارد

همچنین جوابی ندارد است. درستی:

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \xrightarrow{k=0} x = \frac{\pi}{3} \in [0, 2\pi] \checkmark \rightarrow \text{مجموع جوابی} = \frac{\pi}{3}$$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \xrightarrow{k=1} x = 2\pi + \frac{\pi}{3} \notin [0, 2\pi] \times$$

(۵۸) گزینه ۲ $\sin^2 x \cos^2 x = \cos x \cos^2 x \rightarrow \sin^2 x (2\sin^2 x \cos x) = \cos x (2\cos^2 x - 1)$

$$\rightarrow 2\sin^2 x \cos^2 x - \cos x (2\cos^2 x - 1) = 0 \rightarrow \cos x (2\sin^2 x - 2\cos^2 x + 1) = 0$$

$$\rightarrow \cos x (-2\cos^2 x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

بنابراین جوابهای درج شده معادله عبارتند از:

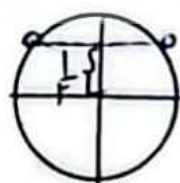
$$\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4} \rightarrow Q_2 - Q_1 = \frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \pi$$

(۵۹) گزینه ۲ ابتدا معادله ساده را حل می کنیم

$$2\sin^2 x \cos x - a \sin^2 x - \cos x + \frac{a}{2} = 0 \rightarrow \sin^2 x (2\cos x - a) - \frac{1}{2} (2\cos x - a) = 0$$

$$= (2\cos x - a) (\sin^2 x - \frac{1}{2}) = 0$$

$$1) \sin^2 x - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow$$



در تمام دو ربع اول و سوم
مقادیر را بگیرد.

۲) $2\cos x - a = 0 \rightarrow \cos x = \frac{a}{2} \rightarrow$ چون دامنه از -1 تا 1 و $\cos x$ در این بازه قرار گرفته پس جواب داشته باشد.

$$\rightarrow | \frac{a}{2} | \leq 1 \rightarrow |a| \leq 2 \xrightarrow{\text{اعداد صحیح}} a \rightarrow A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$$

(۵۰) گزینش ۱) معادله داده شده را ساده می‌کنیم

$$2 \sin 2\lambda + \alpha = 0$$

 $\lambda = \frac{2\pi}{3}$ یکی از ریشه‌های این معادله است پس در آن صورت ریشه داریم.

$$2 \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \alpha = 0 \rightarrow \alpha = \sqrt{3}$$

پس دیگری $\alpha = \sqrt{3}$ معادله را بر روی λ می‌کنیم

$$2 \sin 2\lambda + \sqrt{3} = 0 \rightarrow \sin 2\lambda = -\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\lambda = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow \lambda = k\pi - \frac{\pi}{6} \quad \lambda \in [2\pi, 3\pi] \rightarrow \lambda = 3\pi - \frac{\pi}{6} \\ 2\lambda = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow \lambda = k\pi + \frac{2\pi}{3} \quad \lambda \in [2\pi, 3\pi] \rightarrow \lambda = 2\pi + \frac{2\pi}{3} \end{array} \right.$$

$$S = \left| \frac{3\pi - \frac{\pi}{6} - (2\pi + \frac{2\pi}{3})}{2} \right| = \frac{\pi}{12}$$

(۵۱) گزینش ۲) باید هر دو معادله را حل کنیم.

$$\text{اول } 2 \sin 2\lambda = -\frac{3}{4} \text{ و } 2 \sin 2\lambda = \frac{3}{4}$$

$$1) \sin 2\lambda = \frac{1}{4} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2\lambda = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow \lambda = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ 2\lambda = 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \rightarrow \lambda = k\pi + \frac{5\pi}{8} \end{array} \right.$$

بنابراین $\lambda_A = \frac{\pi}{8}$ و $\lambda_B = \frac{5\pi}{8}$ و اندازه کاهنده $\lambda_B - \lambda_A = \frac{\pi}{4}$ است.

$$2) \sin 2\lambda = -\frac{1}{4} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2\lambda = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow \lambda = k\pi - \frac{\pi}{8} \\ 2\lambda = 2k\pi + \frac{7\pi}{4} \rightarrow \lambda = k\pi + \frac{7\pi}{8} \end{array} \right.$$

بنابراین λ_D در $\sin$ ، ریشه منفی و λ_C در $\sin$ ، ریشه مثبت این معادله هستند، یعنی

$$\lambda_D - \lambda_C = \frac{6\pi}{8} \quad \lambda_D = \pi - \frac{\pi}{8} \text{ و } \lambda_C = -\pi + \frac{7\pi}{8}$$

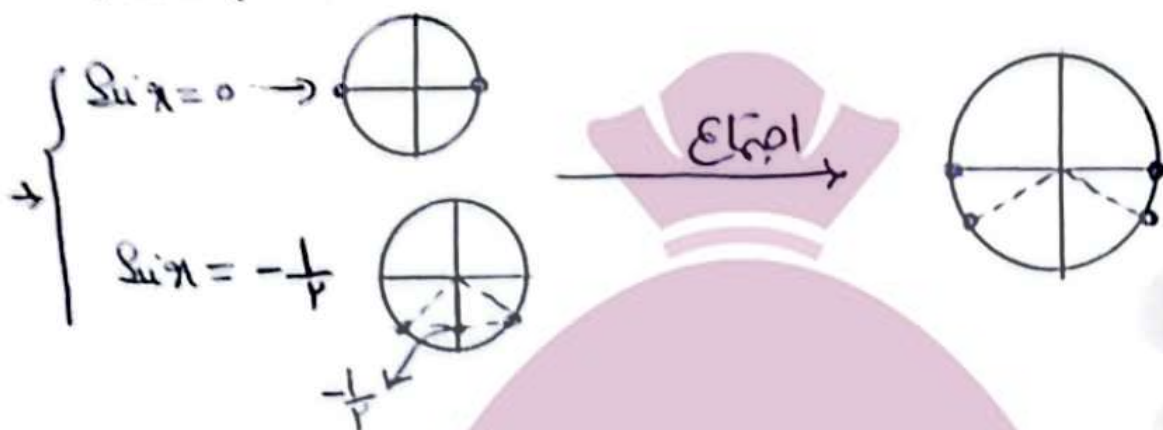
$$S = \frac{1}{2} \left(\frac{6\pi}{8} + \frac{\pi}{8} \right) \times 3 = \frac{9\pi}{8}$$

است و ارتفاع هر ۳ و ۴ (است)

(۵۲) گزینۀ ۴ صحیح است، است را بجز کمره در آن را سه سه کنیم:

$$1 + \sin x = \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x)}{\cos^2 x} \rightarrow 1 + \sin x = 1 - 2\sin^2 x \rightarrow$$

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \rightarrow \sin x (2\sin x + 1) = 0 \rightarrow$$



ایران تونته

توشه ای برای موفقیت