پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دهم	مرحله سوم
۱۴۰۵-۰۶	۱۴۰۵/مهر/۲۴

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	مرجان جهانبانی‌فرد ـ عادل حسینی
هندسه	کیوان صارمی
فیزیک	علیرضا جباری ـ علیرضا جعفری‌آثار ـ رضا سبزمیدانی ـ احسان محمدی ـ علی محمدی
شیمی	عباس سرمایه

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	عادل حسینی	عادل حسینی	عادل حسینی	علی افضل‌زاده سروش موئینی مازیار احمدی‌ناو	مرضیه فرشید سید محمدمهدی حسینی سهند محمدکریم‌نژاد
هندسه	کیوان صارمی	کیوان صارمی	کیوان صارمی	امیرحسین ابومحبوب	منصور زرکش اصفهانی ماهک کناره ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	علیرضا جباری	مریم گلی‌حسنلو	علیرضا جباری هادی نجفی	علیرضا جعفری‌آثار مدیا عیدی پوریا علاقمند امیر محمودی انزابی احسان محمدی
شیمی	عباس سرمایه	عباس سرمایه	عباس سرمایه	مرتضی نصیرزاده یاشار ذریه	عماد ربیعی عرشیا شفیعی آرمین عظیمی مهدیس محبت‌پناه

مدیر تألیف آزمون: دکتر فاطمه آقاجانپور

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

Azmoonkheilisabz.com

آزمون آزمایشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون	بیتا ابراهیمی ـ عادل حسینی

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ زهرا صفری الهه صفری ـ فاطمه علی‌اکبری ـ محیا غنی‌فرد ساناز فلاحی ـ نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	مریم حسین‌زاده ـ سپیده سخائی ـ الهام سهرابی طاهره صادق‌نژاد ـ مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته فاطمه قیاسوند ـ مهدیه گل‌پور ـ دریا لطفی

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

Azmoonkheilisabz.com

۱ کدام مجموعه **نامتناهی** است؟

۱) مجموعهٔ شمارنده‌های یک عدد حسابی

۲) مجموعهٔ مضارب صحیح یک عدد حسابی

۳) مجموعهٔ اعداد اول و زوج

۴) مجموعهٔ اعداد طبیعی صدرقمی

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

مجموعهٔ متناهی: اگر تعداد اعضای یک مجموعه، عددی حسابی باشد، آن مجموعه متناهی و در غیر این صورت نامتناهی است.

مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آن خیلی‌خیلی زیاد است، اما در هر صورت عددی حسابی است، متناهی‌اند؛ مانند مجموعهٔ کل اتم‌های کیهان، مجموعهٔ شن‌ریزه‌های روی کرهٔ زمین و ... .

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): تعداد شمارنده‌های یک عدد، هر چه باشد، محدود است، بنابراین این مجموعه متناهی است.

گزینهٔ (۲): مجموعهٔ $\{\pm n, \pm 2n, \pm 3n, \pm 4n, ...\}$ که همهٔ مضارب صحیح عدد n را شامل می‌شود، شامل بی‌شمار عضو و نامتناهی است.

گزینهٔ (۳): مجموعهٔ اعداد اول و زوج تک‌رقمی $(\{2\})$ و متناهی است.

گزینهٔ (۴): مجموعهٔ اعداد صدرقمی به صورت زیر است:

$$\{10^{99}, 10^{99}+1, 10^{99}+2, ..., 10^{100}-1\}$$

که تعداد اعضای آن برابر $10^{100}-10^{99}=9\times10^{99}$ است، بنابراین متناهی است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

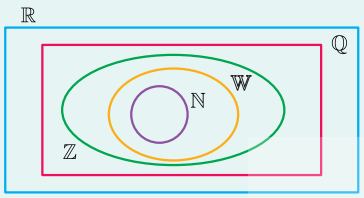
۲ کدام عبارت در مجموعهٔ اعداد حقیقی درست است؟

۱) $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$
۲) $\mathbb{N} \cup \mathbb{N}' = \mathbb{Z}$
۳) $\mathbb{R} - \mathbb{Z} = \mathbb{N}$
۴) $\mathbb{Q} - \mathbb{Z} = \mathbb{W}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

مجموعه‌های اعداد:



در نتیجه داریم: $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مطابق شکل درس‌باکس، بدیهی است که عبارت $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$ درست است.

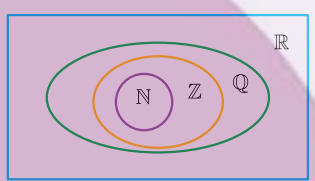
کتاب درسی

مجموعهٔ اعداد طبیعی: $\mathbb{N} = \{۱, ۲, ۳, ۴, \ldots\}$

مجموعهٔ اعداد حسابی: $\mathbb{W} = \{۰, ۱, ۲, ۳, ۴, \ldots\}$

مجموعهٔ اعداد صحیح: $\mathbb{Z} = \{\ldots, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, \ldots\}$

مجموعهٔ اعداد گویا: $\mathbb{Q} = \left\{\frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq ۰\right\}$



مجموعهٔ اعداد گنگ: $\mathbb{Q}'$ = مجموعهٔ اعدادی که نتوان آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد.

مجموعهٔ اعداد حقیقی: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$

(ریاضی (۱) ـ صفحهٔ ۲ کتاب درسی)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳ کدام الگوی اعداد می‌تواند خطی باشد؟

۱) $1, -1, 1, -1, 1, \ldots$

۲) $3, 0, 2, 4, 6, \ldots$

۳) $0, 2, 5, 9, 14, \ldots$

۴) $-1, 4, 9, 14, \ldots$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint اختلاف جملات متوالی رو به دست بیار.

درس Box الگویی با جملهٔ عمومی $t_n = \alpha n + \beta$ خطی است.

در این الگو، $t_{n+1} - t_n$ باید عددی ثابت باشد، این عدد ثابت α است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** در هر الگو، اختلاف جملات متوالی را حساب می‌کنیم:

گزینهٔ (۱): $1, -1, 1, -1, 1, \ldots$ (اختلاف‌ها: $-2, 2, -2, 2$)

گزینهٔ (۲): $3, 0, 2, 4, 6, \ldots$ (اختلاف‌ها: $-3, 2, 2, 2$)

گزینهٔ (۳): $0, 2, 5, 9, 14, \ldots$ (اختلاف‌ها: $2, 3, 4, 5$)

گزینهٔ (۴): $-1, 4, 9, 14, \ldots$ (اختلاف‌ها: $5, 5, 5$)

گام دوم: مشخص است که در دنبالهٔ گزینهٔ (۴)، اختلاف جملات متوالی می‌تواند ثابت باشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴ اگر $A=\{\frac{۱}{x} \mid x \in \mathbb{N}\}$ و $B=\{۱۲x \mid x \in A\}$ باشد، مجموعهٔ $B \cap \mathbb{N}$ چند عضو دارد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint مجموعه رو به دست بیار.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: هر دو مجموعه را به دست می‌آوریم:

$$A=\{۱,\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۴},\frac{۱}{۵},\ldots\}$$

$$\Rightarrow B=\{۱۲,۶,۴,۳,\frac{۱۲}{۵},۲,\frac{۱۲}{۷},\frac{۳}{۲},\frac{۴}{۳},\frac{۶}{۵},\frac{۱۲}{۱۱},۱,\ldots\}$$

گام دوم: بنابراین داریم:

$$B \cap \mathbb{N}=\{۱,۲,۳,۴,۶,۱۲\}$$

این مجموعه شامل ۶ عضو است.

در واقع تعداد اعضای مجموعهٔ $B \cap \mathbb{N}$ برابر تعداد شمارنده‌های طبیعی، عدد ۱۲ است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵ مجموعهٔ $A = \{n \mid n \in \mathbb{N} \; ; \; ۲ < ۲n + ۱ \leq ۷\}$ مفروض است. اگر $A \cup X = \{۱,۲,۳,۴,۵\}$ باشد، چند مجموعه برای X می‌توان تعریف کرد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۷ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا اعضای مجموعهٔ A را پیدا می‌کنیم:

$$۲ < ۲n + ۱ \leq ۷ \Rightarrow ۱ < ۲n \leq ۶ \Rightarrow ۰/۵ < n \leq ۳$$

$$\xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = ۱,۲,۳ \Rightarrow A = \{۱,۲,۳\}$$

گام دوم: حالا برای این‌که اجتماع مجموعه‌های A و X برابر $\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ شود، مجموعهٔ X حتماً باید شامل اعضای ۴ و ۵ باشد و اعضای ۱، ۲ و ۳ را می‌تواند به دلخواه داشته باشد یا نداشته باشد. در نتیجه تعداد مجموعه‌های قابل تعریف برای X برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعهٔ A یعنی $۸ = ۲^۳$ است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶ اگر $A\cup B\subseteq A'$ باشد، کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

۱) $A\subseteq B$ ۲) $A=B'$

۳) $A=\varnothing$ ۴) $A=U$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) قواعد جبر مجموعه‌ها:

$$\begin{cases}A\cap A'=\varnothing\\A\cup A'=U\end{cases}$$

۲) قواعد جذب:

$$\begin{cases}A\cap(A\cup B)=A\\A\cup(A\cap B)=A\end{cases}$$

۳) قواعد توزیع‌پذیری:

$$\begin{cases}A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)\\A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)\end{cases}$$

۴) قوانین دمورگان:

$$\begin{cases}(A\cap B)'=A'\cup B'\\(A\cup B)'=A'\cap B'\end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اگر $X\subseteq Y$ باشد، برای مجموعهٔ دلخواه C داریم:

$$X\cap C\subseteq Y\cap C$$

براساس این نکته، طرفین رابطه $A\cup B\subseteq A'$ را با A اشتراک می‌گیریم:

$$(A\cup B)\cap A\subseteq A'\cap A$$

$$\xrightarrow{\text{قواعد درس باکس}} A\subseteq\varnothing\Rightarrow A=\varnothing$$

گام دوم: دقت کنید که به ندرت شرط $A=B'$ را داریم:

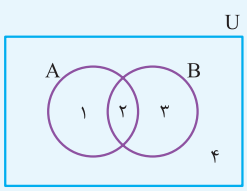
$$\xrightarrow{A'=B} B'\cup B\subseteq B\Rightarrow U\subseteq B\Rightarrow B=U$$

که مجدداً نتیجه می‌شود:

$$A=U'=\varnothing$$

یه جور دیگه

در نمودار ون زیر داریم:



$$A\cup B=\{۱,۲,۳\}$$

$$A'=\{۳,۴\}$$

برای این‌که $\{۳,۴\}\subseteq\{۱,۲,۳\}$ باشد، لازم است که $\{۱,۲\}$ اصلاً وجود نداشته باشند؛ به بیان دیگر A تهی باشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۷ متمم مجموعهٔ $A\cap[(A\cup B')-(A\cap B)]$ کدام است؟

۱) A' ۲) B'

۳) $B'-A'$ ۴) $A'\cup B$

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته $A-B=A\cap B'$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا مجموعهٔ داخل [ ] را ساده می‌کنیم:

$$A\cup B'-(A\cap B)\overset{\text{دمورگان}}{=\!=}(A\cup B')\cap(A'\cup B')$$

$$\overset{\text{بخش‌پذیری}}{=\!=}B'\cup(\underbrace{A\cap A'}_{\varnothing})=B'$$

گام دوم: بنابراین باید متمم مجموعهٔ $A\cap B'$ را به دست آوریم که طبق قوانین دمورگان داریم:

$$(A\cap B')'=A'\cup B$$

کنکور اگر A و B دو مجموعهٔ ناتهی از مجموعهٔ مرجع U باشند، مجموعهٔ $A'\cup((B\cap A)\cap[(B\cup A)\cap B])$ با کدام مجموعه برابر است؟ (سؤال ۱۰۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۱)

۱) $(A-B)'$ ۲) $B-A$ ۳) B ۴) $\varnothing$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

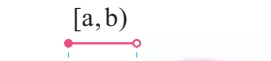
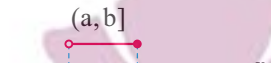
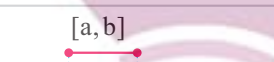
۸ بازهٔ $(k-۴,۵)$ شامل عدد ۴ است. بازهٔ $(۲,k)$ حداکثر شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

تعریف بازه:

شرط	نمایش	محدودهٔ x	وضعیت بازه
$b > a$	(a,b) 	$a < x < b$	باز
	$[a,b)$ 	$a \le x < b$	نیم‌باز
	$(a,b]$ 	$a < x \le b$	
	$[a,b]$ 	$a \le x \le b$	بسته

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا محدودهٔ k را پیدا می‌کنیم؛ برای این‌که بازهٔ $(k-۴,۵)$ شامل عدد ۴ باشد، لازم است که $k-۴$ از ۴ کوچک‌تر باشد:

$$k-۴<۴ \Rightarrow k<۸$$

گام دوم: به ازای $۷<k<۸$ بازهٔ $(۲,k)$ شامل بیشترین تعداد عدد طبیعی ممکن است؛ این تعداد برابر ۵ است: اعداد طبیعی ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۹ **اگر اشتراک دو بازهٔ $[2a-1,b]$ و $[a,2b+1]$ مجموعهٔ $\{1\}$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟**

۱) صفر ۲) ۱− ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

بازه‌های داده‌شده باید به صورت $[\alpha,1]$ و $[1,\beta]$ باشند. در دو حالت بررسی می‌کنیم:

گام اول: $2a-1$ و $2b+1$ برابر ۱ باشند:

$$\begin{cases} 1-2a=1 \Rightarrow a=0 \\ 2b+1=1 \Rightarrow b=0 \end{cases}$$

بنابراین بازه‌های $[1,0]$ و $[0,1]$ را داریم که غیر قابل قبول است ($[1,0]$ بازه نیست).

گام دوم: a و b هر دو برابر ۱ باشند؛ در این صورت بازه‌های $[1,1-]$ و $[1,3]$ را داریم که قابل قبول‌اند.

خواستهٔ سؤال برابر $a+b=2$ است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۰ مجموعهٔ $A_n = [2-\frac{1}{n}, n+\frac{1}{2}]$ مفروض است. اگر $A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap ... \cap A_{10} = [a,b]$ باشد، حاصل $b-a$ کدام است؟

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۵

۳) ۰/۴ ۴) ۰/۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

اشتراک دو بازه: اگر اشتراک دو بازهٔ $[a_1,b_1]$ و $[a_2,b_2]$ ناتهی باشد، اشتراک آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$[a_1,b_1]\cap[a_2,b_2]=[\max(a_1,a_2),\min(b_1,b_2)]$$

یعنی از بین ابتداهای بازه‌ها، بزرگ‌ترین مقدار و از بین انتهای بازه‌ها، کوچک‌ترین مقدار را انتخاب می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در ابتدا توجه کنید که با افزایش n، مقادیر $2-\frac{1}{n}$ و $n+\frac{1}{2}$ هر دو افزایش می‌یابند.

بنابراین با توجه به دستورالعمل درس‌باکس، $A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap \cdots \cap A_{10}$ بازه‌ای است که ابتدای آن، ابتدای A_{10} و انتهای آن، انتهای A_2 است.

گام دوم: بنابراین داریم:

$$\begin{cases} A_2 = [1/5, 2/5] \\ A_{10} = [1/9, 10/5] \end{cases} \Rightarrow [a,b] = [1/9, 2/5]$$

در نتیجه $b-a = 2/5 - 1/9 = 0/6$ است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

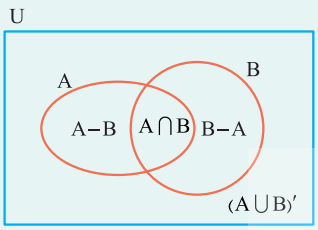
۱۱ **از ۵۲ نفر دانش‌آموزان پایهٔ دهم، ۳۳ نفر طرفدار فوتبال و ۲۸ نفر نیز طرفدار والیبال هستند. اگر ۴ نفر از این دانش‌آموزان به هیچ‌کدام از این دو رشتهٔ ورزشی علاقه‌مند نباشند، چند نفر از آن‌ها طرفدار هر دو ورزش‌اند؟**

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

نمودار ون در مجموعه به صورت زیر است:

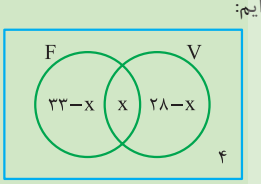


با توجه به نمودار داریم:

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: بهتر است از نمودار ون استفاده کنیم؛ در این نمودار $n(F\cap V)$ را x در نظر گرفته‌ایم:



دقت کنید که $n(F)=۳۳$ و $n(V)=۲۸$ است.

گام دوم: حالا مجموع تمام عبارت‌های شکل بالا را برابر ۵۲ قرار می‌دهیم:

$$۳۳-x+x+۲۸-x+۴=۵۲ \Rightarrow x=۱۳$$

کتاب درسی

در یک کلاس ۲۵نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال کلاس هستند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هیچ‌یک از این دو تیم نباشند، مشخص کنید چند نفر از آن‌ها عضو هر دو تیم هستند.

(ریاضی (۱) ـ کار در کلاس ۲ صفحهٔ ۱۲ کتاب درسی)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۲ مجموعه‌های A و B در یک مجموعهٔ مرجع، به ترتیب شامل ۱۰ و ۱۴ عضو هستند. اگر تعداد اعضای اجتماع این دو مجموعه سه برابر تعداد اعضای اشتراک آن‌ها باشد، مجموعهٔ $(A-B)\cup(B-A)$ شامل چند عضو است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته $n((A-B)\cup(B-A)) = n(A)+n(B)-۲n(A\cap B)$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: لازم است که در ابتدا $n(A\cap B)$ را به دست آوریم:

$$n(A\cup B) = n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

$$\xrightarrow[n(A\cup B)=۳n(A\cap B)]{n(A)=۱۰,n(B)=۱۴} ۳n(A\cap B) = ۲۴-n(A\cap B) \Rightarrow n(A\cap B) = ۶$$

گام دوم: بنابراین مطابق نکتهٔ بالا، داریم:

$$n((A-B)\cup(B-A)) = ۱۰+۱۴-۲(۶) = ۱۲$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۳ **مجموعه‌های A و B در یک مجموعهٔ مرجع تعریف شده‌اند. اگر $n(A')=۱۲$ و $n(B)=۱۸$ باشد، کم‌ترین مقدار $n(A\cap B)$ کدام است؟**

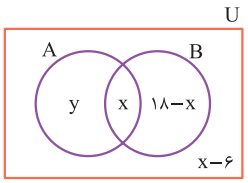
۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint نمودار ون بکش.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: $n(A\cap B)$ را x در نظر می‌گیریم:



دقت کنید که:

$$A'=(B-A)\cup(A\cup B)'$$

بنابراین برای این‌که $n(A')=۱۲$ باشد، لازم است که $n(A'\cap B')$ برابر $x-۶$ باشد.

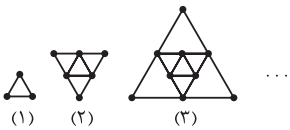
گام دوم: $x-۶$ باید عددی حسابی باشد:

$$\Rightarrow x-۶\geq ۰ \Rightarrow x\geq ۶$$

یعنی کم‌ترین مقدار $n(A\cap B)$ برابر ۶ است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۴ با توجه به الگوی شکل‌های زیر، تعداد پاره‌خط‌های واصل دو رأس متوالی در شکل سیزدهم کدام است؟

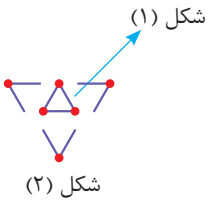


۱) ۷۵
۲) ۷۶
۳) ۷۷
۴) ۷۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شکل‌های اول، دوم و سوم به ترتیب شامل ۳، ۹ و ۱۵ پاره‌خط هستند:



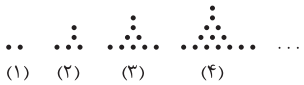
یعنی هر شکل نسبت به شکل قبلی، ۶ پاره‌خط بیشتر دارد.

گام دوم: دنبالهٔ تعداد پاره‌خط‌های شکل n اُم، خطی است و جملهٔ عمومی آن $t_n = ۶n - ۳$ است، بنابراین در شکل سیزدهم داریم:

$$t_{۱۳} = ۶ \times ۱۳ - ۳ = ۷۵$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۵ با توجه به الگوی شکل‌های زیر، شکل هفدهم شامل چند نقطه است؟



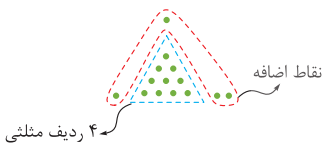
۱) ۱۷۰
۲) ۱۷۱
۳) ۱۷۲
۴) ۱۷۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته **مجموع‌های خاص:**

$$1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow \begin{cases} 1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2 \\ 2+4+6+\ldots+2n=n(n+1) \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با دقت در شکل‌ها، می‌بینیم که شکل nاُم شامل n ردیف مثلثی (که در آن ردیف iاُم شامل i نقطه است) به اضافهٔ n نقطه است. به عنوان مثال در شکل چهارم داریم:



گام دوم: بنابراین دنبالهٔ تعداد نقاط شکل nاُم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$t_n=\underbrace{\frac{n(n+1)}{2}}_{\text{الگوی مثلثی}}+\underbrace{n}_{\text{نقاط اضافه}} \Rightarrow t_n=\frac{n(n+3)}{2}$$

گام سوم: خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم:

$$t_{17}=\frac{17\times 20}{2}=170$$

یه جور دیگه مشخص است که الگو درجه‌دوم است، پس جملهٔ عمومی دنباله تعداد نقاط شکل nاُم را $t_n=an^2+bn+c$ در نظر می‌گیریم:

$$t_n: 2, 5, 9, 14, \ldots \xrightarrow{a=\frac{1}{2}} t_n=\frac{1}{2}n^2+bn+c$$

(۳، ۴، ۵ و ۱، ۱)

$$\begin{cases} t_1=\frac{1}{2}+b+c=2 \Rightarrow b+c=\frac{3}{2} \\ t_2=2+2b+c=5 \Rightarrow 2b+c=3 \end{cases} \Rightarrow b=\frac{3}{2},\ c=0$$

پس $t_n=\frac{1}{2}n^2+\frac{3}{2}n=\frac{n(n+3)}{2}$ است.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۶ جملات دوم و پنجم یک الگوی خطی، به ترتیب π و 2π هستند. جملهٔ هشتم این دنباله چند برابر π است؟

۱) $\frac{9}{2}$ ۲) ۴ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: جملهٔ عمومی الگو را $t_n = \alpha n + \beta$ در نظر می‌گیریم.

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} t_2 = 2\alpha + \beta = \pi \\ t_5 = 5\alpha + \beta = 2\pi \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \alpha = \beta = \frac{\pi}{3}$$

گام دوم: بنابراین $t_n = (n+1)\frac{\pi}{3}$ است و داریم:

$$t_8 = 9 \times \frac{\pi}{3} = 3\pi$$

تیزبازی

الگو خطی است و به ازای هر ۳ جمله، π واحد به مقدار جملات اضافه می‌شود، یعنی جملهٔ هشتم π واحد از جملهٔ پنجم بیشتر است.

$$\Rightarrow t_8 = t_5 + \pi = 3\pi$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۷ در دنبالهٔ a_n، رابطهٔ بازگشتی $a_{n+1} = 2a_n - n$ مفروض است. به ازای کدام مقدار a_1، دنبالهٔ a_n خطی است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** جملهٔ اول را x در نظر می‌گیریم و براساس جملات بعدی دنباله را می‌سازیم:

$$a_1 = x$$
$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2x - 1$$
$$a_3 = 2a_2 - 2 = 4x - 4$$
$$a_4 = 2a_3 - 3 = 8x - 11$$
$$\vdots$$
$$\Rightarrow a_n: x, 2x-1, 4x-4, 8x-11, 16x-26$$

گام دوم: حالا مقادیر گزینه‌ها را به جای x قرار می‌دهیم و امتحان می‌کنیم:

(۱) گزینهٔ: $\xrightarrow{x=1}$ $a_n: 1, 1, 0, -3, -10, \ldots$ ✗ خطی نیست.

(۲) گزینهٔ: $\xrightarrow{x=2}$ $a_n: 2, 3, 4, 5, 6, \ldots$ ✓ خطی است.

(۳) گزینهٔ: $\xrightarrow{x=\frac{1}{2}}$ $a_n: \frac{1}{2}, 0, -2, -7, -18, \ldots$ ✗

(۴) گزینهٔ: $\xrightarrow{x=\frac{3}{2}}$ $a_n: \frac{3}{2}, 2, 2, 1, -2, \ldots$ ✗

یه‌جور دیگه دنباله زمانی خطی است که اختلاف متوالی جملات ثابت باشد:

$$\Rightarrow (2x-1)-(x) = (4x-4)-(2x-1) \Rightarrow x-1 = 2x-3 \Rightarrow x = 2$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۸ در الگوی اعداد $\ldots, ۳^۲-۳^۲, ۲\times۴^۲-۴^۲, ۲\times۳^۲-۳^۲, ۲\times۲^۲-۲^۲$، جملهٔ دهم کدام است؟

۱) ۱۴۱
۲) ۱۴۲
۳) ۱۴۳
۴) ۱۴۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جملهٔ n اُم دنباله برابر $۲\times(n+۱)^۲-n^۲$ است:

$$\Rightarrow t_n = ۲n^۲+۴n+۲-n^۲ = n^۲+۴n+۲ \quad \text{یا} \quad t_n = (n+۲)^۲-۲$$

گام دوم: خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$t_{۱۰} = ۱۲^۲-۲ = ۱۴۴-۲ = ۱۴۲$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۹ جملهٔ اول یک دنبالهٔ درجه‌دوم صفر و جملات دوم و چهارم آن، هر دو برابر یک هستند. مقدار اولین جملهٔ منفی این دنباله کدام است؟

$t_n = an^2 + bn + c$

۱) $-\frac{۲}{۳}$

۲) $-\frac{۵}{۳}$

۳) $-\frac{۳}{۲}$

۴) $-\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته جملهٔ عمومی دنبالهٔ درجه‌دوم $t_n = an^2 + bn + c$ است. در این دنباله، اختلاف جملات خود یک دنبالهٔ خطی می‌سازند.

۲ , ۵ , ۱۰ , ۱۷ , ۲۶ , ۳۷ , ...

۳ ۵ ۷ ۹ ۱۱

دنباله خطی است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** جملهٔ سوم را نداریم، آن را x می‌گیریم:

۰ , ۱ , x , ۱ , ...

۱ $x-۱$ $۱-x$

مطابق نکتهٔ گفته‌شده داریم:

$$x-۱-۱=۱-x-(x-۱)$$

$$\Rightarrow x-۲=۲-۲x \Rightarrow x=\frac{۴}{۳}$$

گام دوم: حالا چهار جملهٔ اول دنباله را داریم و سعی می‌کنیم به کمک اختلاف‌های متوالی، جملات بعدی را بنویسیم:

۰ , ۱ , $\frac{۴}{۳}$, ۱ , ۰ , $-\frac{۵}{۳}$, -۴ , ...

۱ $\frac{۱}{۳}$ $-\frac{۱}{۳}$ -۱ $-\frac{۵}{۳}$ $-\frac{۷}{۳}$

$-\frac{۲}{۳}$ $-\frac{۲}{۳}$ $-\frac{۲}{۳}$ $-\frac{۲}{۳}$ $-\frac{۲}{۳}$

پس مقدار اولین جملهٔ منفی دنباله، $-\frac{۵}{۳}$ است.

یه‌جور دیگه جملهٔ عمومی را $t_n = an^2 + bn + c$ می‌گیریم.

$$\left.\begin{aligned} t_۱ &= a+b+c=۰ \\ t_۲ &= ۴a+۲b+c=۱ \\ t_۴ &= ۱۶a+۴b+c=۱ \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a=-\frac{۱}{۳}, b=۲, c=-\frac{۵}{۳}$$

پس جملهٔ عمومی دنباله $t_n = -\frac{۱}{۳}n^2 + ۲n - \frac{۵}{۳}$ یا $t_n = \frac{۴-(n-۳)^2}{۳}$ است. در این دنباله $t_۶$ اولین جملهٔ منفی و برابر $-\frac{۵}{۳}$ است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۰ تعداد جملات مشترک دو دنبالهٔ $a_n = 42 - 3n$ و $b_n = 2n + 11$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جمله‌های عمومی را $a_n = 42 - 3n$ و $b_m = 2m + 11$ که $m, n \in \mathbb{N}$ در نظر می‌گیریم. a_n و b_m را مساوی قرار می‌دهیم.

$$42 - 3n = 2m + 11$$

$$\Rightarrow 3n + 2m = 31$$

گام دوم: مشخص است که n باید عددی فرد باشد، حالا چند حالت را امتحان می‌کنیم:

$$n = 1 : 3 + 2m = 31 \Rightarrow m = 14$$

$$n = 3 : 9 + 2m = 31 \Rightarrow m = 11$$

$$n = 5 : 15 + 2m = 31 \Rightarrow m = 8$$

$$n = 7 : 21 + 2m = 31 \Rightarrow m = 5$$

$$n = 9 : 27 + 2m = 31 \Rightarrow m = 2$$

پس جملات a_1، a_3، a_5، a_7 و a_9 به ترتیب با جملات b_{14}، b_{11}، b_8، b_5 و b_2 برابرند، یعنی دو دنباله، پنج جملهٔ مشترک دارند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

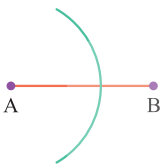
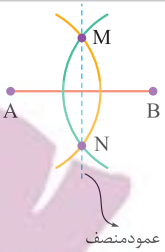
۲۱ پاره‌خط AB به طول ۱۰ واحد را در نظر بگیرید. اگر دو نقطه در صفحه پیدا شود که از A و B به فاصلهٔ $۲x-۱$ باشند، کوچک‌ترین مقدار طبیعی x کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۱

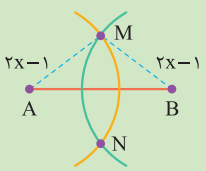
درس Box

عمودمنصف هر پاره‌خط در ۲ مرحله رسم می‌شود:

مرحلهٔ (۱)	مرحلهٔ (۲)
	
یک کمان به مرکز A و شعاع **بیشتر از نصف AB** رسم می‌کنیم.	همان کمان قبلی را این بار به مرکز B می‌زنیم، خطی که از نقطه‌های برخورد این دو کمان (M و N) می‌گذرد، عمودمنصف پاره‌خط AB است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: برای پیداکردن نقاطی که از A و B به فاصلهٔ $۲x-۱$ هستند، باید طبق شکل زیر یک بار کمانی به مرکز A و شعاع $۲x-۱$ و یک بار هم کمانی به مرکز B و شعاع $۲x-۱$ بزنیم:



گام دوم: چون ۲ کمان در ۲ نقطه برخورد دارند، پس شعاع کمان‌ها از نصف طول AB بیشتر است؛ بنابراین:

$$۲x-۱>\frac{AB}{۲} \xrightarrow{AB=۱۰} ۲x-۱>۵ \Rightarrow ۲x>۶ \Rightarrow x>۳$$

پس کوچک‌ترین مقدار طبیعی x می‌شود ۴.

کتاب درسی

نقاط A و B با فاصلهٔ ۷ سانتی‌متر از هم قرار دارند. نقطه‌ای پیدا کنید که فاصله‌اش از نقطهٔ A برابر ..... و از نقطهٔ B برابر ..... باشد.

جاهای خالی را به گونه‌ای کامل کنید که مسئلهٔ زیر:

(هندسه (۱) ـ کار در کلاس صفحهٔ ۱۱ کتاب درسی)

الف) دو جواب داشته باشد.

ب) یک جواب داشته باشد.

پ) جواب نداشته باشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

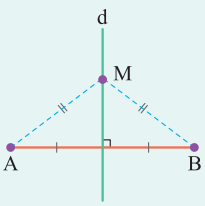
۲۲ **پاره‌خط AB به طول ۲۴ سانتی‌متر در صفحهٔ مختصات مفروض است. اگر فاصلهٔ نقطهٔ C در این صفحه از نقاط A و B برابر ۱۳ سانتی‌متر باشد، چند نقطه روی پاره‌خط AB وجود دارد که فاصلهٔ آن از نقطهٔ C برابر ۶ سانتی‌متر باشد؟**

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

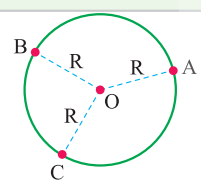
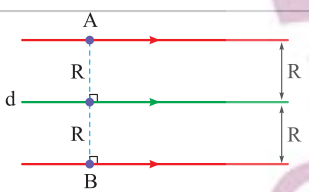
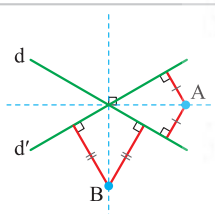
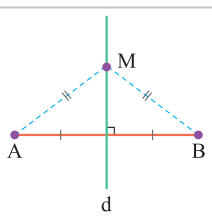
درس Box

۱) به خطی که هم از وسط یک پاره‌خط بگذرد و هم بر آن عمود باشد، **عمودمنصف** آن پاره‌خط می‌گوییم. ویژگی‌اش هم این است که اگر نقطه‌ای روی عمودمنصف یک پاره‌خط باشد، فاصله‌اش از دو سر آن پاره‌خط به یک اندازه است و برعکس؛ یعنی اگر نقطه‌ای فاصله‌اش از دو سر یک پاره‌خط یکسان باشد، حتماً روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد، نگاه کنید:



$M \Leftrightarrow MA = MB$ روی عمودمنصف پاره‌خط AB است.

۲) در بعضی از مسائل این فصل از شما می‌خواهند که یک سری نقطه را پیدا کنید. حتماً الان می‌پرسید «چه نقطه‌هایی رو ممکن است از ما بخواهند؟» و «چه‌طوری پیدایشان کنیم؟» باید خدمتتان عرض کنم که جواب سؤال‌هایتان در جدول زیر پیدا می‌شود:

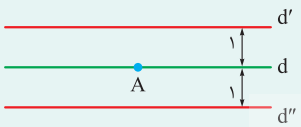
نقطه‌هایی که ممکن است سؤال از ما بخواهد	روش پیداکردنشان	شکل
نقطه‌هایی که از نقطهٔ O به فاصلهٔ R هستند.	دایره‌ای به مرکز O و شعاع R رسم می‌کنیم. هر نقطه‌ای که روی این دایره باشد، فاصله‌اش از O برابر R است.	
نقطه‌هایی که از خط d به فاصلهٔ R هستند.	دو خط موازی با d و به فاصلهٔ R در دو طرف آن رسم می‌کنیم. هر نقطه‌ای که روی یکی از آن خط‌ها باشد، فاصله‌اش از d برابر R است.	
نقطه‌هایی که از دو خط متقاطع d و d′ به یک فاصله هستند.	نیمساز زاویه‌های بین این دو خط را رسم می‌کنیم. **این دو نیمساز بر هم عمودند** و هر نقطه‌ای که روی یکی از آن‌ها باشد، فاصله‌اش از d و d′ یکسان است.	
نقطه‌هایی که از دو نقطهٔ A و B به یک فاصله هستند.	عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم می‌کنیم. هر نقطه‌ای که روی عمودمنصف باشد، فاصله‌اش از A و B یکسان است.	

۳) معمولاً در تست‌ها باید دنبال نقطه‌هایی بگردیم که ۲تا از ویژگی‌های بالا را هم‌زمان داشته باشند. برای پیداکردن این نقطه‌ها اول نقطه‌های هر ویژگی را جداگانه پیدا می‌کنیم و بعد نقطه‌های مشترک (که همان نقطه‌های برخورد هستند) را به عنوان جواب در نظر می‌گیریم.

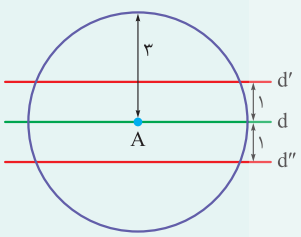
مثلاً در شکل زیر برای پیداکردن نقطه‌هایی که از خط d به فاصلهٔ ۱ و از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۳ باشند، باید کارهای زیر را انجام بدهیم:



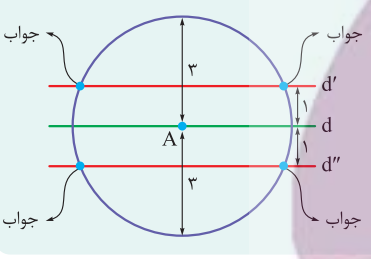
- دو خط موازی با d و به فاصلهٔ ۱ از آن می‌کشیم تا نقطه‌هایی که به فاصلهٔ ۱ از خط d هستند، پیدا شوند. ببینید:



- یک دایرهٔ به مرکز A و شعاع ۳ می‌کشیم تا نقطه‌هایی که به فاصلهٔ ۳ از نقطهٔ A هستند، پیدا شوند. این دایره را به شکل قبلی اضافه می‌کنیم:



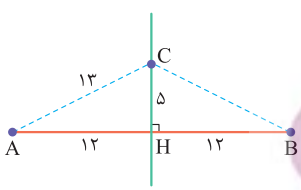
- نقطه‌های برخورد دایره با دو خط d′ و d″ را جواب‌های مسئله در نظر می‌گیریم، همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، تعداد این نقطه‌ها ۴تا است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: از این‌که فاصلهٔ C از A و B یکسان و برابر ۱۳ است؛ طبق شکل نتیجه می‌گیریم که C روی عمودمنصف AB است.

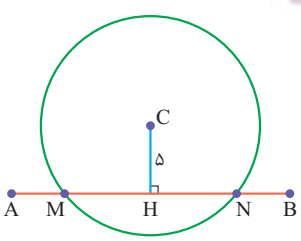
پس:



$$AH = HB = \frac{AB}{۲} = \frac{۲۴}{۲} = ۱۲$$

گام دوم: ۵، ۱۲ و ۱۳ اعداد فیثاغورسی‌اند، بنابراین در مثلث قائم‌الزاویه AHC (یا BHC) طول HC می‌شود ۵.

گام سوم: برای پیداکردن نقاطی که روی AB هستند و فاصله‌شان از C برابر ۶ است، طبق شکل زیر باید دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۶ بکشیم و ببینیم این دایره چند نقطهٔ مشترک با AB دارد.



چون شعاع دایره از CH بیشتر است، طبق شکل، دایره پاره‌خط AB را در ۲ نقطه قطع می‌کند، پس مسئله دو جواب دارد.

۲۳ **n نقطه روی دایره‌ای به شعاع r وجود دارد به طوری که از خط d به فاصلهٔ ۳ هستند. مجموع مقادیر ممکن برای n کدام است؟**

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

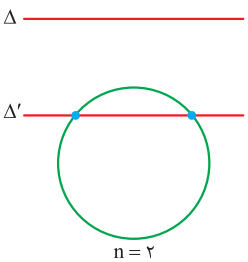
پاسخ خیلی تشریحی ✔

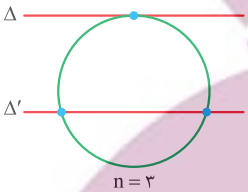
گام اول: برای پیداکردن نقاطی که از خط d به فاصلهٔ ۳ هستند، باید دو خط موازی با d و به فاصله ۳ از آن در دو طرفش بکشیم؛ ببینید:

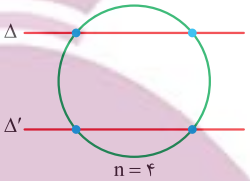


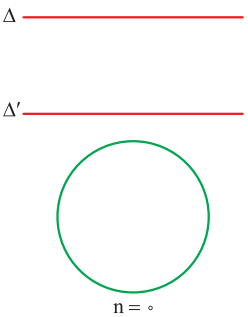
تعداد نقاط برخورد Δ و Δ' با دایره به شعاع r می‌شود مقدار n.

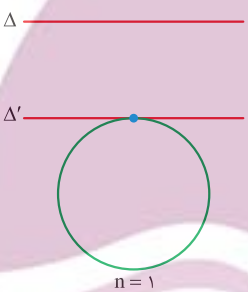
گام دوم: با توجه به وضعیت‌های مختلف Δ و Δ' و دایره مقادیر مختلف n را به دست می‌آوریم:









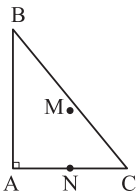


پس مجموع مقادیر ممکن برای n می‌شود:

$$۰+۱+۲+۳+۴=۱۰$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۴ در شکل زیر، نقطهٔ M از رئوس A و C به یک فاصله است و از دو ضلع AB و AC نیز فاصلهٔ یکسانی دارد. اگر $BC = ۱۰$ ، $AC = ۶$ و N وسط ضلع AC باشد، مساحت چهارضلعی ABMN کدام است؟



۱) ۱۵

۲) ۱۵ / ۵

۳) ۱۶

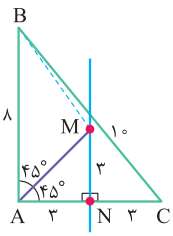
۴) ۱۶ / ۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: M از A و C به یک فاصله است، پس M روی عمودمنصف AC است.

M از اضلاع AB و AC به یک فاصله است، پس طبق عکس ویژگی نیمساز، M روی نیمساز $\hat{A}$ قرار دارد و آن را به دو زاویهٔ ۴۵° تقسیم می‌کند. پس شکل مسئله به این صورت کامل می‌شود:



گام دوم: مثلث قائم‌الزاویهٔ AMN در شکل بالا یک زاویهٔ ۴۵° دارد، پس زاویهٔ حادهٔ دیگرش هم ۴۵° و در نتیجه این مثلث متساوی‌الساقین هم هست؛ ساق‌هایش را برابر قرار می‌دهیم:

$$MN = AN = ۳$$

گام سوم: از طرفی ۶، ۸ و ۱۰ اعداد فیثاغورسی‌اند، پس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، طول AB می‌شود ۸. مساحت ذوزنقهٔ ABMN می‌شود:

$$S_{ABMN} = \frac{AB + MN}{۲} \times AN = \frac{۸ + ۳}{۲} \times ۳ = ۵ / ۵ \times ۳ = ۱۶ / ۵$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

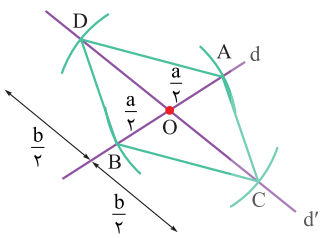
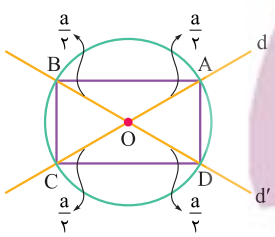
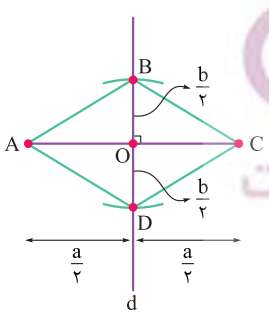
۲۵ کدام چهارضلعی به صورت منحصربه‌فرد رسم نمی‌شود؟

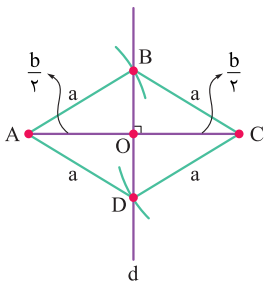
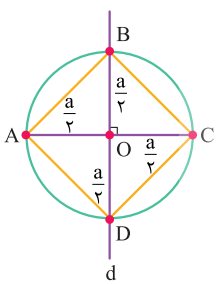
۱) لوزی به ضلع ۱۰ و قطر ۵
۲) لوزی به قطرهای ۶ و ۸
۳) مربع به قطر ۱۰
۴) مستطیل به قطر ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

منظور از چهارضلعی‌های خاص، مربع، مستطیل، لوزی و متوازی‌الاضلاع است. نحوهٔ رسم همهٔ این چهارضلعی‌ها را می‌توانید در جدول زیر ببینید:

چهارضلعی	کلید رسم	روش رسم	شکل
متوازی‌الاضلاع به قطر a و b [این متوازی‌الاضلاع همواره قابل رسم است.]	در متوازی‌الاضلاع، قطرها همدیگر را نصف می‌کنند.	اول دو خط متقاطع d و d' را رسم می‌کنیم. یک بار به مرکز O و شعاع $\frac{a}{2}$ کمانی رسم می‌کنیم که d را در نقاط A و B و بار دیگر کمانی به همان مرکز و شعاع $\frac{b}{2}$ رسم می‌کنیم تا d' را در نقاط C و D قطع کند. حالا اگر این نقاط را به هم وصل کنیم، متوازی‌الاضلاع مورد نظر رسم می‌شود.	
مستطیل به قطر a (این مستطیل همواره قابل رسم است.)	در مستطیل، قطرها طول یکسانی دارند و همدیگر را نصف می‌کنند.	اول دو خط متقاطع d و d' را رسم می‌کنیم. دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\frac{a}{2}$ می‌کشیم تا خط‌های d و d' را در نقاط A، B، C و D قطع کند. حالا اگر این نقاط را به هم وصل کنیم، مستطیل مورد نظر رسم می‌شود.	
لوزی به قطرهای a و b (این لوزی همواره قابل رسم است.)	در لوزی، قطرها عمودمنصف همدیگرند.	اول قطر $AC = a$ را رسم می‌کنیم، عمودمنصف AC را می‌کشیم تا آن را در نقطهٔ O قطع کند. در ادامه کمانی به مرکز O و شعاع $\frac{b}{2}$ رسم می‌کنیم تا d را در نقطه‌های B و D قطع کند. حالا اگر نقطه‌های B و D را به A و C وصل کنیم، لوزی به قطرهای a و b رسم می‌شود.	

چهارضلعی	کلید رسم	روش رسم	شکل
لوزی به ضلع a و قطر b [این لوزی به شرطی قابل رسم است که $a > \frac{b}{2}$ باشد.]	در لوزی علاوه بر این‌که قطرها عمودمنصف همدیگرند، طول ضلع‌ها هم برابرند.	اول پاره‌خط $AC = b$ و بعد عمودمنصفش را رسم می‌کنیم. در ادامه یک بار به مرکز A و شعاع a و بار دیگر به مرکز C و همان شعاع، کمانی رسم کنیم تا عمودمنصف d را در نقاط B و D قطع کنند، حالا اگر نقطه‌های B و D را به A و C وصل کنیم، لوزی به ضلع a و قطر b رسم می‌شود.	
مربع به قطر a [این مربع همواره قابل رسم است.]	در مربع قطرها هم‌اندازه و عمودمنصف همدیگر هستند.	اول پاره‌خط AC به طول a و بعد عمودمنصفش را رسم می‌کنیم تا AC را در نقطهٔ O قطع کند. حالا دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\frac{a}{2}$ رسم می‌کنیم تا d را در نقطه‌های B و D قطع کند. حالا اگر نقطه‌های B و D را به A و C وصل کنیم، مربع به قطر a رسم می‌شود.	

نکته از بین چهارضلعی‌های بالا فقط لوزی به قطرهای a و b، لوزی به ضلع a و قطر b (به شرطی که $a > \frac{b}{2}$ باشد) و مربع به قطر a، منحصربه‌فرد رسم می‌شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ طبق درس‌باکس بالا مستطیل به قطر ۱۰ منحصربه‌فرد رسم نمی‌شود.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۶ در رسم مثلث ABC، با معلوم بودن دو ضلع $b = ۴$ ، $c = ۸$ و میانهٔ $m_a = ۵$ با خط‌کش و پرگار کدام نتیجه حاصل می‌شود؟

۱) غیر قابل رسم
۲) جواب منحصربه‌فرد
۳) دو جواب متمایز
۴) فاقد جواب

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) هر وقت طول دو ضلع از مثلث مثل c و b و میانهٔ وارد بر ضلع سوم یعنی m_a را به شما دادند و از شما پرسیدند که چنین مثلثی قابل رسم‌کردن است یا نه؟ ببینید مثلثی با اضلاع b، c و $۲m_a$ وجود دارد یا نه، اگر داشت بگویید: «بله این مسئله جواب منحصربه‌فرد دارد». در غیر این صورت بگویید: «این مسئله جواب ندارد.»

۲) مثلثی که طول سه ضلعش معلوم باشد به شرطی قابل رسم است (وجود دارد) که طول بزرگ‌ترین ضلع آن، کوچک‌تر از جمعِ طولِ دو ضلع دیگرش باشد. مثلاً مثلثی که طول ضلع‌هایش ۲، ۳ و ۵ باشد قابل رسم **نیست**. چون:

$$\underbrace{۵}_{\text{طول بزرگ‌ترین ضلع}} \nless \underbrace{۲+۳}_{\text{جمع طول دو ضلع دیگر}}$$

پاسخ خیلی تشریحی

طبق مورد ۱ درس‌باکس باید ببینیم مثلثی با اضلاع ۴، ۸ و $\underbrace{۲\times۵}_{۱۰}$ وجود دارد یا نه. این مثلث وجود دارد، چون:

$$\underbrace{۸+۴}_{\text{جمع دو ضلع دیگر}} > \underbrace{۱۰}_{\text{بزرگ‌ترین ضلع}}$$

بنابراین در پاسخ به این سؤال می‌گوییم: «نتیجه جوابی منحصربه‌فرد است».

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۷ **روی محیط مربع ABCD به ضلع ۲ واحد، نقاط E و F به فاصلهٔ ۲/۵ واحد از رأس A قرار دارند. اگر BE < BF باشد، برای رسم عمودمنصف پاره‌خط BE، باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد زیر باز کرد؟**

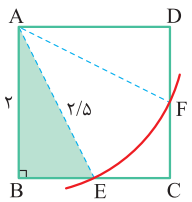
۱) ۰/۷۵ ۲) ۰/۷

۳) ۰/۶۵ ۴) ۰/۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طبق شکل به مرکز A و شعاع ۲/۵ واحد کمان می‌زنیم تا مربع را در نقاط E و F قطع کند. این دو نقطه همان دو نقطه‌ای هستند که از A به فاصلهٔ ۲/۵ هستند. می‌بینید که چون BE < BF بود، E را روی BC گذاشتیم.



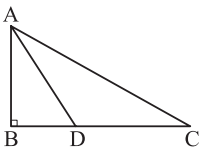
گام دوم: در مثلث قائم‌الزاویهٔ رنگی فیثاغورس می‌نویسیم تا به طول BE برسیم:

$$۲^۲ + BE^۲ = ۲/۵^۲ \Rightarrow BE^۲ = ۶/۲۵ - ۴ = ۲/۲۵ \Rightarrow BE = ۱/۵$$

گام سوم: برای رسم عمودمنصفِ هر پاره‌خط باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از نصف طول آن پاره‌خط باز کنیم؛ پس این‌جا برای رسم عمودمنصف BE = ۱/۵ باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از $\frac{۱/۵}{۲} = ۰/۷۵$ باز کنیم.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۸ در شکل زیر، AD نیمساز زاویهٔ A است. اگر $BD = ۵$ و $AC = ۱۸$ باشد، مساحت مثلث ADC کدام است؟

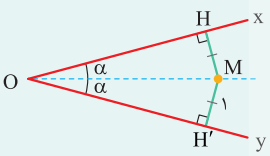


۱) ۴۰
۲) ۴۵
۳) ۵۰
۴) ۵۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

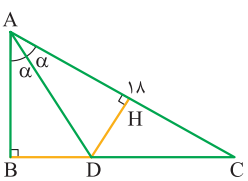
نیمساز به خطی گفته می‌شود که زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. ویژگی‌اش هم این است که اگر نقطه‌ای روی نیمساز یک زاویه باشد، فاصله‌اش از ضلع‌های آن زاویه یکسان است و برعکس؛ یعنی اگر نقطه‌ای فاصله‌اش از دو ضلع یک زاویه یکسان باشد، حتماً روی نیمساز آن زاویه قرار دارد. برای درک بهتر این موضوع شکل زیر را ببینید:



$M \Leftrightarrow MH = MH'$ روی نیمساز زاویهٔ xOy است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در شکل زیر D روی نیمساز A قرار دارد، پس فاصله‌اش از AB و AC یکسان است؛ پس:



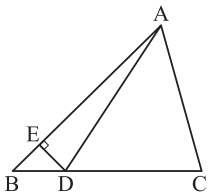
$DH = BD = ۵$

گام دوم: مساحت مثلث ADC می‌شود:

$$S_{ADC} = \frac{۱}{۲} DH \times AC = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۱۸ = ۴۵$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۹ در شکل زیر، $A\hat{D}C = E\hat{D}B$ است. اگر $AD + DE = ۱۲$ و $BE = ۵$ باشد، محیط مثلث AED کدام است؟

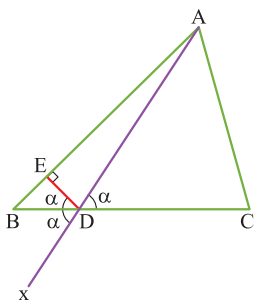


۱) ۱۸
۲) ۱۹
۳) ۲۰
۴) ۲۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

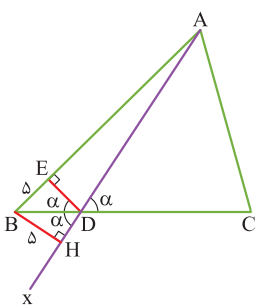
پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: زاویه‌های برابر $E\hat{D}B$ و $A\hat{D}C$ را مطابق شکل α در نظر می‌گیریم. حالا اگر AD را امتداد بدهیم زاویهٔ BDx با زاویهٔ ADC متقابل به رأس می‌شود و در نتیجه: $B\hat{D}x = \alpha$.



گام دوم: پس BD نیمساز زاویهٔ EDx است و فاصلهٔ B از دو ضلع این زاویه باید یکسان باشد:

$BH = BE = ۵$



از طرفی مثلث‌های BED و BDH هم‌نهشت‌اند، پس:

$DE = DH \quad (۱)$

گام سوم: به گفتهٔ سؤال $AD + DE = ۱۲$ است، پس:

$$AD + \underbrace{DE}_{\text{طبق (۱) همون DH است.}} = ۱۲ \Rightarrow \underbrace{AD + DH}_{AH} = ۱۲$$

گام چهارم: ۵، ۱۲ و ۱۳ اعداد فیثاغورسی‌اند، پس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABH طول AB می‌شود ۱۳:

$$AB = ۱۳ \Rightarrow \underbrace{BE}_{۵} + EA = ۱۳ \Rightarrow EA = ۸$$

گام پنجم: محیط مثلث ADE می‌شود:

$$\text{محیط} = \underbrace{AD + DE}_{۱۲} + \underbrace{EA}_{۸} = ۲۰$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۰ در چهارضلعی ABCD، $\hat{B} = ۹۰^\circ$ و نقطهٔ E روی ضلع AD است به طوری که $AE = ۸$ و $ED = ۳$. اگر عمودمنصف پاره‌خط AE از رأس B بگذرد و BD عمودمنصف EC باشد، مساحت چهارضلعی BEDC کدام است؟

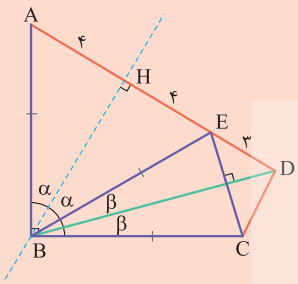
۱) ۱۸ ۲) ۲۰ ۳) ۲۱ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: شکل مسئله به صورت زیر است، به گفتهٔ سؤال:

- B روی عمودمنصف AE قرار دارد، پس فاصله‌اش از A و E یکسان است: $AB = BE$



پس مثلث ABE متساوی‌الساقین است و ارتفاع BH نیمساز و میانه هم هست:

$$\begin{cases} AH = HE = \frac{۸}{۲} = ۴ \\ A\hat{B}H = E\hat{B}H = \alpha \end{cases}$$

- BD عمودمنصف EC است، پس $\begin{cases} ED = DC \\ BE = BC \end{cases}$ و در نتیجه مثلث‌های BED و BDC هم‌نهشت‌اند؛ در نتیجه: $S_{BEDC} = ۲S_{BED}$ (*)

همین‌طور می‌توانیم بگوییم BD نیمساز زاویهٔ B است.

گام دوم: زاویهٔ B، ۹۰° است، بنابراین:

$$\alpha + \alpha + \beta + \beta = ۹۰^\circ \Rightarrow ۲\alpha + ۲\beta = ۹۰^\circ \xrightarrow{\div ۲} \alpha + \beta = ۴۵^\circ \Rightarrow H\hat{B}D = ۴۵^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ BHD، یک زاویهٔ ۴۵° داریم، پس این مثلث متساوی‌الساقین هم هست و ساق‌هایش برابرند:

$$BH = ۴ + ۳ = ۷$$

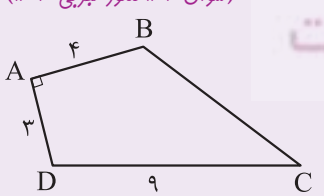
گام سوم: طبق (*) خواستهٔ سؤال می‌شود:

$$S_{BEDC} = ۲(\frac{۱}{۲} BH \times ED) = \underbrace{BH}_{۷} \times \underbrace{ED}_{۳} = ۲۱$$

کنکور

در چهارضلعی ABCD، از نقاط B و D دو پاره‌خط به ترتیب موازی AD و AB طوری رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ M (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر $B\hat{D}C = ۲B\hat{D}M$ باشند، فاصلهٔ نقطهٔ M از وسط ضلع BC چه‌قدر است؟

(سؤال ۱۳۴ کنکور تجربی ۱۴۰۳)



۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۲/۵
۴) ۳

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۱ کدام مورد دربارهٔ علم فیزیک نادرست است؟

۱) آن‌چه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان است.

۲) ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطهٔ قوت دانش فیزیک است.

۳) قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی که مبتنی بر نتایج آزمایش‌ها هستند، در طول زمان همواره معتبرند.

۴) فیزیک، پایه و اساس تمامی مهندسی‌ها و فناوری‌ها است.

مشاوره این سؤال دقیقاً از متن کتاب درسی مطرح شده است.کتاب درسی را به دقت مطالعه کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی عبارت نادرست:

گزینهٔ (۳): مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نیستند و ممکن است دستخوش تغییر شوند. این ویژگی، نقطهٔ قوت علم فیزیک است.

سایر گزینه‌ها عیناً از متن کتاب درسی و درست هستند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۲ **در مدل‌سازی پدیده‌های فیزیکی زیر، کدام‌یک از اثرهای زیر نباید نادیده گرفته شود؟**

۱) اندازه و شکل توپ، در پرتاب یک توپ بسکتبال

۲) نیروی مقاومت هوا، در هل‌دادن یک جسم نسبتاً بزرگ

۳) نیروی مقاومت هوا، در افتادن برگ از شاخهٔ درخت

۴) تغییرات نیروی گرانشی در اثر تغییر ارتفاع، در پرتاب یک نیزه

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

مدل‌سازی در فیزیک، فرایندی است که طی آن یک پدیدهٔ فیزیکی، آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود.

در مدل‌سازی از اثرات جزئی‌تر صرف نظر می‌کنیم و فقط اثرهای مهم و تعیین‌کننده را در نظر می‌گیریم.

پاسخ خیلی تشریحی

گزینه‌ها را تک‌به‌تک بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۱): می‌توانیم توپ را به صورت یک ذره در نظر بگیریم و از اندازه و شکل توپ، صرف نظر کنیم.

گزینهٔ (۲): در هل‌دادن و حرکت یک جسم نسبتاً بزرگ، چون تندی جسم بسیار کم است، اثر نیروی مقاومت هوا روی جسم قابل چشم‌پوشی است.

گزینهٔ (۳): نیروی مقاومت هوا روی حرکت برگ درخت تأثیرگذار است و می‌تواند جهت و شتاب حرکت برگ را تغییر دهد.

گزینهٔ (۴): در پرتاب یک نیزه، شتاب گرانشی زمین ثابت و برابر g در نظر گرفته می‌شود و به دلیل محدودبودن دامنهٔ تغییرات ارتفاعی، از تغییرات آن چشم‌پوشی می‌شود، پس تغییرات نیروی گرانشی را می‌توان نادیده گرفت.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۳ کدام دو کمیت از نظر یکا و نوع (نرده‌ای یا برداری بودن) یکسان‌اند؟

۱) مسافت و جابه‌جایی
۲) سرعت و تندی
۳) جرم و مقدار ماده
۴) نیروی اصطکاک و وزن

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

مجمع عمومی اوزان و مقیاس‌ها، هفت کمیت را به عنوان کمیت اصلی انتخاب کرده است؛ کمیت‌هایی که یکای آن‌ها یکاهای اصلی نامیده می‌شود.

یکای ۷ کمیت اصلی و چند مورد از کمیت‌های فرعی را در جدول‌های زیر آورده‌ایم:

کمیت‌های اصلی و یکاهای اصلی دستگاه بین‌المللی (SI):

کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کِلوین	K
مقدار ماده	مُول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کَندِلا (شمع)	cd

چند مثال از یکاهای فرعی دستگاه بین‌المللی (SI):

کمیت	نام یکا	یکای فرعی برحسب یکاهای اصلی
تندی و سرعت	متر بر ثانیه (m/s)	m/s
شتاب	متر بر مربع ثانیه (m/s^2)	m/s^2
نیرو	نیوتون (N)	$\frac{kg.m}{s^2}$
فشار	پاسکال (Pa)	$\frac{kg}{m.s^2}$
انرژی	ژول (J)	$\frac{kg.m^2}{s^2}$

برای بیان برخی از کمیت‌های فیزیکی، تنها از یک عدد و یکای مناسب آن استفاده می‌شود که به این کمیت‌ها، نرده‌ای می‌گویند؛ مثل:

جرم: ۲ (عدد) kg (یکا)

برای بیان برخی دیگر از کمیت‌ها، علاوه بر عدد و یکای مناسب، لازم است به جهت آن نیز اشاره کنیم که این دسته از کمیت‌ها را برداری می‌گویند. مثل:

سرعت: $۳\vec{i}\ m/s$ (۳: عدد، $\vec{i}$: جهت، m/s: یکا)

پاسخ خیلی تشریحی

یکای مسافت و جابه‌جایی، متر است، اما مسافت کمیتی، نرده‌ای و جابه‌جایی، کمیتی برداری است. سرعت و تندی نیز دارای یکای یکسان متر بر ثانیه هستند، اما تندی، کمیتی نرده‌ای و سرعت، کمیتی برداری است.

جرم و مقدار ماده، هر دو، کمیتی نرده‌ای هستند، اما یکای جرم، کیلوگرم و یکای مقدار ماده، مول است؛ نیروی اصطکاک و وزن هر دو از جنس نیرو هستند؛ بنابراین هر دو کمیتی برداری و یکای هر دو نیوتون است.

۳۴ یکای فرعی کدام کمیت در SI به صورت $\frac{kg.m^2}{s^2}$ است؟

۱) انرژی ۲) توان ۳) نیرو ۴) فشار

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) رابطهٔ انرژی جنبشی به صورت مقابل است: $K=\frac{1}{2}mv^2$

K: انرژی جنبشی (J)

m: جرم (kg)

v: تندی (m/s)

۲) توان، آهنگ تولید یا مصرف انرژی است و از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $P=\frac{E}{\Delta T}$

P: توان (W)

E: انرژی (J)

Δt: بازهٔ زمانی (s)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

یکای فرعی تک‌تک گزینه‌ها را می‌نویسیم:

گزینهٔ (۱): $K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow$ یکای انرژی $=$ (یکای m)(یکای v)^2 $\Rightarrow$ یکای انرژی $=kg\times\frac{m^2}{s^2}$

همین‌جا جواب تست مشخص شد، اما سایر گزینه‌ها را برای تمرین بیشتر بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۲): $P=\frac{E}{\Delta t} \Rightarrow$ یکای توان $=\frac{\text{یکای انرژی}}{\text{یکای زمان}}=\frac{kg.\frac{m^2}{s^2}}{s}=\frac{kg.m^2}{s^3}$

گزینهٔ (۳): $F=ma \Rightarrow$ یکای نیرو $=$ (یکای جرم)(یکای شتاب) $=kg\times\frac{m}{s^2}$

گزینهٔ (۴): $P=\frac{F}{A} \Rightarrow$ یکای فشار $=\frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای سطح}}=\frac{\frac{kg.m}{s^2}}{m^2} \Rightarrow$ یکای فشار $=\frac{kg}{m.s^2}$

تیزبازی

در این سؤالات می‌توانیم از یکا به رابطه برسیم، یعنی جای هر کدام از یکاها، کمیت مربوطه را جای‌گذاری کنیم تا به کمیت جواب برسیم:

$kg.\frac{m^2}{s^2}=kg\times(\frac{m}{s})^2 \Rightarrow m\times v^2 \xrightarrow{\text{رابطهٔ مورد نظر}} \frac{1}{2}mv^2=K$

(kg: یکای جرم، $(\frac{m}{s})^2$: مربع یکای تندی، K: انرژی)

کنکور

یکای فرعی توان، کدام است؟ (سؤال ۴۶ کنکور تجربی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)

۱) $\frac{kg.m^2}{s^3}$ ۲) $\frac{kg.m^2}{s}$

۳) $\frac{kg.m}{s^3}$ ۴) $\frac{kg.m}{s}$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۳۵ فاصلهٔ ستاره‌ای از زمین $۷/۲\times۱۰^{۱۷}\,m$ است. اگر هر یکای نجومی (AU) تقریباً $۱/۵\times۱۰^{۱۱}\,m$ و هر سال نوری (ly) تقریباً $۹\times۱۰^{۱۵}\,m$ باشند، فاصلهٔ این ستاره از زمین، چند واحد نجومی است و تقریباً چند سال طول می‌کشد نور آن به زمین برسد؟

۱) $۴/۸\times۱۰^{۶}\,AU$ و ۸۰ سال
۲) $۴۸\times۱۰^{۳}\,AU$ و ۸۰ سال
۳) $۴/۸\times۱۰^{۶}\,AU$ و ۰/۸ سال
۴) $۴۸\times۱۰^{۳}\,AU$ و ۰/۸ سال

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، به راحتی به پاسخ می‌رسید.

درس Box **روش تبدیل زنجیره‌ای**: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم، به این صورت که ابتدا تساوی بین دو یکا که از یک نوع هستند را می‌نویسیم؛ مثلاً:

$$۱\,m = ۱۰۰\,cm$$

کسر تبدیل حاصل از تساوی بالا به دو صورت نوشته می‌شود:

$$\frac{۱\,m}{۱۰۰\,cm}=۱ \quad \text{یا} \quad \frac{۱۰۰\,cm}{۱\,m}=۱$$

برای تبدیل یکاها، باید کسری را انتخاب کنیم که پس از ساده‌شدن، به یکای مورد نظر سؤال برسیم.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: از روش تبدیل زنجیره‌ای کمک می‌گیریم تا یکای m را به یکای AU (یکای نجومی) تبدیل کنیم:

فاصلهٔ ستاره از زمین: $۷/۲\times۱۰^{۱۷}\,\cancel{m}\times\frac{۱\,AU}{۱/۵\times۱۰^{۱۱}\,\cancel{m}}=۴/۸\times۱۰^{۶}\,AU$

گام دوم: فاصلهٔ ستاره از زمین را بر حسب سال نوری به دست می‌آوریم:

$$۷/۲\times۱۰^{۱۷}\,m=۷/۲\times۱۰^{۱۷}\,\cancel{m}\times\frac{۱\,ly}{۹\times۱۰^{۱۵}\,\cancel{m}}=۰/۸\times۱۰^{۲}=۸۰\,ly$$

کتاب درسی **الف)** یکای نجومی، برابر میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید است ($۱\,AU\simeq۱/۵\times۱۰^{۱۱}\,m$). با توجه به جدول ۱ ـ ۳، فاصلهٔ منظومهٔ شمسی تا نزدیک‌ترین ستاره، برحسب یکای نجومی چه‌قدر است؟

ب) مسافتی را که نور در مدت یک سال در خلأ می‌پیماید، یک سال نوری می‌نامند و آن را با نماد ly نمایش می‌دهند. این فاصله را برحسب متر محاسبه کنید. تندی نور را در خلأ $۳/۰۰\times۱۰^{۸}$ متر بر ثانیه بگیرید.

پ) اختروش‌ها دورترین اجرام شناخته‌شده از منظومهٔ شمسی هستند و به عبارتی در دورترین محل قابل مشاهدهٔ کیهان قرار دارند. فاصلهٔ اختروش‌ها از منظومهٔ شمسی $۱/۰۰\times۱۰^{۲۶}$ متر برآورده شده است. این فاصله را برحسب سال نوری بیان کنید.

(فیزیک (۱) ـ تمرین ۱ ـ ۱ صفحهٔ ۸ کتاب درسی)

۳۶ **حجم هر بشکهٔ نفت، ۴۲ گالن است و هر گالن تقریباً ۴ لیتر است. اگر بخواهیم روزانه یک میلیون بشکهٔ نفت ذخیره‌سازی کنیم، برای ذخیره‌سازی در یک ماه پاییزی، به چند متر مکعب فضا نیاز است؟**

۱) ۱۶۸×۱۰^{۳}

۲) ۵۰۴۰×۱۰^{۳}

۳) ۱۶۸×۱۰^{۵}

۴) ۵۰۴×۱۰^{۲}

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

هرگاه در اندازه‌گیرها، با اندازه‌های بسیار بزرگ‌تر یا بسیار کوچک‌تر از یکای اصلی کمیت مواجه شویم، از پیشوندهایی استفاده می‌کنیم. هر پیشوند، توان معینی از ۱۰ را نشان می‌دهد که به صورت یک عامل ضرب به کار می‌رود. پیشوندهای یکاها و نماد آن‌ها را در جدول زیر می‌بینید، قسمتی را که با رنگ قرمز مشخص شده است به خاطر بسپارید که از این‌جا به بعد از آن‌ها خیلی استفاده می‌کنیم.

پیشوندهای یکاها:

ضریب	پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد
$۱۰^{۲۴}$	یوتا	Y	$۱۰^{-۲۴}$	یوکتو	y
$۱۰^{۲۱}$	زِتا	Z	$۱۰^{-۲۱}$	زِپتو	z
$۱۰^{۱۸}$	اِگزا	E	$۱۰^{-۱۸}$	آتو	a
$۱۰^{۱۵}$	پِتا	P	$۱۰^{-۱۵}$	فِمتو	f
$۱۰^{۱۲}$	تِرا	T	$۱۰^{-۱۲}$	پیکو	p
$۱۰^{۹}$	گیگا (جیگا)	G	$۱۰^{-۹}$	نانو	n
$۱۰^{۶}$	مِگا	M	$۱۰^{-۶}$	میکرو	μ
$۱۰^{۳}$	کیلو	k	$۱۰^{-۳}$	میلی	m
$۱۰^{۲}$	هِکتو	h	$۱۰^{-۲}$	سانتی	c
$۱۰^{۱}$	دِکا	da	$۱۰^{-۱}$	دِسی	d

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: اگر روزانه یک میلیون بشکهٔ نفت ذخیره‌سازی کنیم، پس در یک ماه پاییزی (۳۰ روزه)، تعداد بشکه‌های نفتی که ذخیره می‌کنیم، برابر است با:

تعداد بشکه‌های ذخیرهٔ نفت در یک ماه پاییزی: $۳۰\times۱۰^{۶}\text{بشکه}\times۳=۳\times۱۰^{۷}\text{بشکه}$

گام دوم: باید حجم نفت ذخیره‌شده در ماه را به دست آوریم:

حجم نفت ذخیره‌شده در یک ماه: $۳\times۱۰^{۷}\text{بشکه}\times\frac{۴۲\text{گالن}}{۱\text{بشکه}}\times\frac{۴\,L}{۱\text{گالن}}\times\frac{۱\,m^{۳}}{۱۰^{۳}\,L}=۵۰۴\times۱۰^{۴}\,m^{۳}=۵۰۴۰\times۱۰^{۳}\,m^{۳}$

۳۷ رابطهٔ $A = BC + \frac{C}{D} + E$ از لحاظ فیزیکی برقرار است. اگر کمیت A، انرژی و کمیت B، حجم باشد، به ترتیب یکای کدام کمیت در SI برابر با $\frac{kg}{m.s^2}$ است و یکای کمیت D چیست؟

۱) m^3 و C

۲) $\frac{kg}{ms^2}$ و D

۳) $\frac{1}{m^2}$ و E

۴) $\frac{1}{m^3}$ و C

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

ابتدا یکای کمیت‌هایی که جزء داده‌های سؤال است را در رابطهٔ اصلی جای‌گذاری کنید، سپس با توجه به این مطلب که در جمع و تفریق باید یکای تمام جمله‌ها یکسان باشد، یکای کمیت C و سپس به کمک آن یکای کمیت D را به دست آورید.

درس Box

در تساوی کمیت‌های فیزیکی، یکای دو طرف باید یکسان باشد، هم‌چنین یکاهای یکسان را می‌توانیم با هم جمع و تفریق کنیم؛ مثلاً در رابطهٔ $A = B + CD$، اگر A از جنس شتاب با یکای m/s^2 باشد، B هم باید از جنس شتاب باشد، پس یکای آن m/s^2 است و یکای CD هم باید برابر m/s^2 باشد، پس اگر C از جنس تندی با یکای m/s باشد، D باید از جنس عکس زمان با یکای $\frac{1}{s}$ باشد.

وقتی می‌خواهیم یکای فرعی یک کمیت فیزیکی را در SI نشان دهیم، برای سادگی در نوشتار، می‌توانیم نماد آن کمیت را داخل کروشه قرار دهیم.

$$[A] = [B] + [C][D] \Rightarrow \begin{cases} [A] = [B] = \frac{m}{s^2} \\ [A] = [C][D] = \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به این‌که فقط یکاهای یکسان را می‌توانیم با هم جمع کنیم، داریم:

$$[A] = [B][C] = \frac{[C]}{[D]} = [E] = \frac{kg.m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [A] = [B][C] \Rightarrow kg.\frac{m^2}{s^2} = m^3[C] \Rightarrow [C] = \frac{kg}{m.s^2} \\ [A] = \frac{[C]}{[D]} \Rightarrow [D] = \frac{[C]}{[A]} = \frac{\frac{kg}{m.s^2}}{kg.\frac{m^2}{s^2}} = \frac{1}{m^3} \end{cases}$$

پس یکای کمیت C در SI برابر با $\frac{kg}{m.s^2}$ است و یکای کمیت D برابر با $\frac{1}{m^3}$ است.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۳۸ چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف) $1\frac{ng.mm}{\mu s^2}=10^{-3}N$

ب) $1\frac{g.\mu m^2}{ns^2}=10^{13}\frac{kg.m^2}{s^2}$

پ) $1\frac{m^2.K}{s^2}=10^{10}\frac{km^2.K}{Ts^2}$

ت) $1\frac{mm^3}{ns}=10^{8}\frac{m^3}{s}$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

چند تبدیل یکا که در این سؤال به کار می‌روند به صورت زیر هستند:

$1\,\mu s^2=(10^{-6}\,s)^2=10^{-12}\,s^2$

$1\,\mu m^2=(10^{-6}\,m)^2=10^{-12}\,m^2$

$1\,ns^2=(10^{-9}\,s)^2=10^{-18}\,s^2$

$1\,Ts^2=(10^{12}\,s)^2=10^{24}\,s^2$

$1\,km^2=(10^{3}\,m)^2=10^{6}\,m^2$

$1\,mm^3=(10^{-3}\,m)^3=10^{-9}\,m^3$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

از سمت راست عبارت‌ها شروع می‌کنیم و برای رسیدن به یکای سمت چپ، تبدیل یکاها را انجام می‌دهیم:

الف) $10^{-3}\underbrace{N}_{\text{یکای نیرو}}=10^{-3}\frac{kg.m}{s^2}\times\frac{10^{3}g}{1\,kg}\times\frac{1\,ng}{10^{-9}\,g}\times\frac{1\,mm}{10^{-3}\,m}\times\frac{10^{-12}\,s^2}{1\,\mu s^2}=1\frac{ng.mm}{\mu s^2}$ ✓

ب) $10^{13}\frac{kg.m^2}{s^2}\times\frac{10^{3}g}{1\,kg}\times\frac{1\,\mu m^2}{10^{-12}\,m^2}\times\frac{10^{-18}\,s^2}{1\,ns^2}=10^{10}\frac{g.\mu m^2}{ns^2}\times$

پ) $10^{10}\frac{km^2.K}{Ts^2}\times\frac{10^{6}\,m^2}{1\,km^2}\times\frac{1\,Ts^2}{10^{24}\,s^2}=10^{-8}\frac{m^2.K}{s^2}\times$

ت) $10^{8}\frac{m^3}{s}\times\frac{1\,mm^3}{10^{-9}\,m^3}\times\frac{10^{-9}\,s}{1\,ns}=10^{8}\frac{mm^3}{ns}\times$

پس از بین عبارت‌های مطرح‌شده در صورت سؤال، فقط مورد «الف» درست نوشته شده است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۹ ضخامت موی یک خرس قطبی ۱۴/۲۴ میکرون است، ضخامت آن برحسب سانتی‌متر و به صورت نمادگذاری علمی کدام است؟

۱) $14/24\times10^{-4}$
۲) $1/424\times10^{-5}$
۳) $142/4\times10^{-5}$
۴) $1/424\times10^{-3}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

نمادگذاری علمی: در روش نمادگذاری علمی، هر عدد به صورت $a\times10^{b}$ نوشته می‌شود که a عددی بین ۱ تا ۱۰ $(1\le a<10)$ و b عدد صحیحی است که در توان عدد ۱۰ نوشته می‌شود. این روش برای نوشتن اعداد خیلی بزرگ یا خیلی کوچک کاربرد دارد.

مثال

$23000000=2/3\times10^{6}$ (ممیز را ۶ رقم به عقب می‌بریم.)

$0/0009=9\times10^{-4}$ (ممیز را ۴ رقم به جلو می‌بریم.)

پاسخ خیلی تشریحی

برای محاسبهٔ ضخامت موی خرس قطبی برحسب سانتی‌متر به کمک تبدیل واحد زنجیره‌ای، داریم:

$$14/24\ \mu m\times\frac{10^{-6}\ m}{1\ \mu m}\times\frac{1\ cm}{10^{-2}\ m}=14/24\times10^{-4}\ cm$$

$$\text{ضخامت}=1/424\times10^{-3}\ cm \xrightarrow{\text{به صورت نمادگذاری}}$$

گول نخوری

اگه فقط محاسبات رو انجام بدی و به نمادگذاری علمی توجه نکنی، توی دام گزینهٔ (۱) می‌افتی.

کنکور

حجم بنزین مصرفی در ایران، در یک سال L ۲۶۰۰۰۰۰۰۰۰ است. برحسب نمادگذاری علمی، کدام مورد درست است؟

(سؤال ۷۳ کنکور تجربی ۱۴۰۲ (خارج از کشور))

۱) $2/60\times10^{10}$
۲) $2/60\times10^{11}$
۳) $2/6\times10^{9}$
۴) $2/6\times10^{11}$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

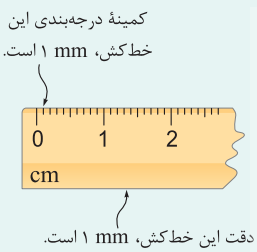
۴۰ دو خط‌کش A و B را در اختیار داریم. اگر بین صفر تا ۱ cm از خط‌کش A، ۲n قسمت و صفر تا ۱ cm از خط‌کش B، n قسمت باشد، نسبت دقت اندازه‌گیری خط‌کش A به دقت اندازه‌گیری خط‌کش B کدام است؟

۱) ۲
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{n^۲}{۲}$
۴) $۲n^۲$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

یکی از عوامل مهم در دقت اندازه‌گیری، دقت و حساسیت وسیلهٔ اندازه‌گیری است. دقت اندازه‌گیری یک ابزار مدرج، برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن ابزار است:



پاسخ خیلی تشریحی

دقت اندازه‌گیری خط‌کش A، $\frac{۱}{۲n}$ cm و دقت اندازه‌گیری خط‌کش B، $\frac{۱}{n}$ cm است، پس نسبت دقت اندازه‌گیری A به B برابر می‌شود با:

$$\frac{\frac{۱}{۲n}}{\frac{۱}{n}} = \frac{۱}{۲}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۱ **خودرویی به ازای پیمایش هر فرسنگ، ۳ L بنزین مصرف می‌کند. این خودرو برای پیمودن مسافت ۱/۵۶ km، چند سانتی‌متر مکعب بنزین مصرف می‌کند؟ (هر ذرع ۱۰۴ سانتی‌متر و هر فرسنگ ۶۰۰۰ ذرع است.)**

۱) ۴۵۰ ۲) ۴۵ ۳) ۷۵۰ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: خوردو به ازای هر فرسنگ، ۳ L بنزین مصرف می‌کند، یعنی مصرف بنزین خودرو، فرسنگ/۳ L است. ابتدا مصرف بنزین را برحسب cm^3 / km می‌نویسیم:

$$\text{مصرف بنزین خودرو} = ۳\frac{L}{\text{فرسنگ}} \times \frac{\text{فرسنگ } ۱}{\text{ذرع } ۶۰۰۰} \times \frac{\text{ذرع } ۱}{۱۰۴\ cm} \times \frac{۱\ cm}{۱۰^{-۲}\ m} \times \frac{۱۰^{۳}\ m}{۱\ km} \times \frac{۱۰^{۳}\ cm^{۳}}{۱\ L} = \frac{۵\times۱۰^{۴}}{۱۰۴}\ cm^{۳} / km$$

گام دوم: $\frac{۵\times۱۰^{۴}}{۱۰۴}\ cm^{۳} / km$، یعنی به ازای هر یک کیلومتر، $\frac{۵\times۱۰^{۴}}{۱۰۴}\ cm^{۳}$ بنزین مصرف می‌شود، پس برای پیمودن ۱/۵۶ km، بنزین مصرفی خودرو برابر است با:

$$\frac{۵\times۱۰^{۴}}{۱۰۴} \times ۱/۵۶ = ۷۵۰\ cm^{۳}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۲ ظرفی خالی به حجم $1/5\ m^3$ توسط یک شیر آب در مدت $2\times10^3\ s$ به طور یکنواخت پر می‌شود. آهنگ خروج آب از این شیر، چند میلی‌متر مکعب بر دقیقه است؟

۱) $4/5\times10^6$ ۲) $4/5\times10^7$

۳) $7/5\times10^6$ ۴) $7/5\times10^7$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint آهنگ پرشدن ظرف خالی با آهنگ خروج آب از شیر برابر است، پس فقط کافی است یکای آهنگ خروج آب از شیر را برحسب یکای خواسته‌شده در سؤال بنویسید.

درس Box تغییر هر کمیت نسبت به زمان را آهنگ آن کمیت می‌گویند.

یعنی آهنگ تغییر کمیت A به صورت زیر بیان می‌شود:

آهنگ تغییر کمیت A: $\frac{\text{تغییر کمیت A}}{\text{تغییر زمان}}$

برای مثال، آهنگ تغییر حجم برابر است با:

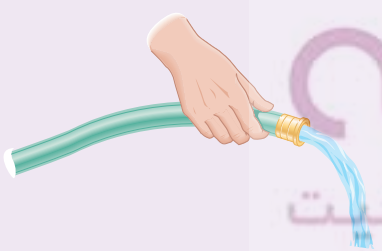
آهنگ تغییر حجم: $\frac{\text{تغییر حجم}}{\text{مدت‌زمان تغییر حجم}}=\frac{\Delta V}{\Delta t}$

پاسخ خیلی تشریحی طبق صورت سؤال، متوجه می‌شویم که آهنگ پرشدن ظرف $(\frac{1/5}{2\times10^3})=0/75\times10^{-3}\ m^3/s$ است، پس آهنگ خروج آب از شیر هم برابر با $0/75\times10^{-3}\ m^3/s$ است. کافی است با کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، یکای خروج آب از شیر را به mm^3/min تبدیل کنیم:

$$\text{آهنگ خروج آب از شیر}=0/75\times10^{-3}\ m^3/s\times\frac{60\ s}{1\ min}\times\frac{1\ mm^3}{10^{-9}\ m^3}=4/5\times10^7\ mm^3/min$$

کتاب درسی در فیزیک، تغییر هر کمیت را نسبت به زمان، معمولاً آهنگ آن کمیت می‌نامیم. از شیلنگ شکل زیر، آب با آهنگ $125\ cm^3/s$ خارج می‌شود. این آهنگ را به روش تبدیل زنجیره‌ای، برحسب یکای لیتر بر دقیقه (L/min) بنویسید. (هر لیتر معادل ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است.)

(فیزیک (۱) ـ تمرین ۱-۲ صفحهٔ ۱۰ کتاب درسی)



ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۳ کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

الف) فشار مانند نیرو یک کمیت برداری است.

ب) یکای دما در دستگاه بین‌المللی (SI)، درجهٔ سلسیوس است.

پ) کولیس نسبت به ریزسنج، دقت اندازه‌گیری کم‌تری دارد.

ت) هر مگاژول برابر با $۱۰^{۱۲}$ میکروژول است.

۱) «الف» و «ب»
۲) «ب» و «ت»
۳) «الف» و «پ»
۴) «پ» و «ت»

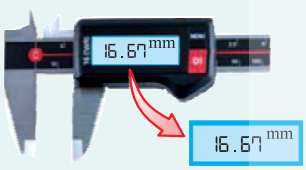
پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

در بسیاری از کارگاه‌های صنعتی، اندازه‌گیری طول با ابزارهای دقیقی به نام کولیس و ریزسنج انجام می‌شود. این ابزارها به صورت مدرج و رقمی ساخته می‌شوند. شکل‌های «الف» و «ب» به ترتیب یک ریزسنج و یک کولیس رقمی را نشان می‌دهند. همان‌طور که می‌بینید دقت این ریزسنج ۰/۰۰۱ mm و دقت این کولیس ۰/۰۱ mm است.



(الف)



(ب)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

تک‌تک عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف) فشار یک کمیت نرده‌ای است، زیرا از قاعدهٔ جمع برداری پیروی نمی‌کند، ولی نیرو کمیتی جهت‌دار و برداری است. ✗

ب) یکای دما در دستگاه بین‌المللی (SI)، کلوین است. ✗

پ) دقت اندازه‌گیری ریزسنج تا ۰/۰۰۱ mm، دقت اندازه‌گیری کولیس تا ۰/۰۱ mm است، پس دقت اندازه‌گیری کولیس نسبت به ریزسنج کم‌تر است. ✓

ت)

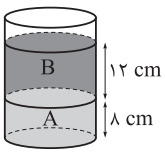
$$۱\ \text{MJ} = ۱\ \text{MJ} \times \frac{۱۰^{۶}\ \text{J}}{۱\ \text{MJ}} \times \frac{۱\ \mu\text{J}}{۱۰^{-۶}\ \text{J}} = ۱۰^{۱۲}\ \mu\text{J}$$ ✓

تیزبازی

با دقت در گزینه‌ها می‌تونی همون اول، با بررسی عبارت‌های «الف» و «ب»، سه گزینهٔ اول رو رد کنی و جواب تست رو پیدا کنی.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۴ درون ظرفی به شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشدنی A و B را ریخته‌ایم. اگر جرم مایع A دو برابر جرم مایع B باشد، چگالی مایع A چند برابر چگالی مایع B است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) ۳
۳) $\frac{۵}{۲}$
۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

رابطهٔ چگالی را به صورت نسبتی بنویسید.

درس Box

نسبت جرم به حجم یک جسم را چگالی آن جسم می‌گوییم. یکای آن در SI کیلوگرم بر متر مکعب $(kg/m^۳)$ و رابطهٔ آن به صورت زیر است:

$$\rho(\text{چگالی}\ kg/m^۳) = \frac{m(\text{جرم}\ kg)}{V(\text{حجم}\ m^۳)}$$

پاسخ خیلی تشریحی

رابطهٔ چگالی را به صورت نسبتی می‌نویسیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow[V=Ah]{m_A=۲m_B} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{۲m_B}{m_B} \times \frac{Ah_B}{Ah_A} = ۲ \times \frac{۱۲}{۸} = ۳$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۵ **اگر یک ظرف مسی را از آب پر کنیم، جرم ظرف محتوی آب برابر ۲۴۰۰ g و اگر آن را از روغن با چگالی ۰/۸ g/cm³ پر کنیم، جرم ظرف محتوی روغن برابر ۲۱۰۰ g می‌شود. گنجایش ظرف چند سانتی‌متر مکعب است؟ (چگالی آب برابر ۱ g/cm³ و چگالی مس برابر ۹ g/cm³ است.)**

۱) ۱۵۰۰
۲) ۱۲۰۰
۳) ۱۰۰۰
۴) ۹۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

یکی از یکاهای متداول چگالی g/cm^3 است که برای تبدیل آن به یکای kg/m^3 به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{g}{L} = \frac{kg}{m^3} \xrightarrow{\times 1000} \frac{g}{cm^3} \xrightarrow{\div 1000}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مجموع جرم ظرف مسی و آب درون آن، برابر با ۲۴۰۰ g است:

$$m_{ظرف} + m_{آب} = 2400\,g = 2/4\,kg \xrightarrow[m_{ظرف}=m]{m=\rho V} m + \rho_{آب} V = 2/4 \Rightarrow m + 10^3 V = 2/4 \quad (I)$$

مجموع جرم ظرف مسی و روغن درون آن، برابر با ۲۱۰۰ g است:

$$m_{ظرف} + m_{روغن} = 2100\,g = 2/1\,kg \xrightarrow[m_{ظرف}=m]{m=\rho V} m + \rho_{روغن} V = 2/1 \Rightarrow m + 800V = 2/1 \quad (II)$$

گام دوم: از حل معادلات (I) و (II)، حجم ظرف را برحسب m^3 به دست آورده و در نهایت به سانتی‌متر مکعب تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{cases} m + 10^3 V = 2/4 \\ m + 800V = 2/1 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 200\,V = 0/3 \Rightarrow V = \frac{0/3}{200}\,m^3 \times \frac{1\,cm^3}{10^{-6}\,m^3} = 1500\,cm^3$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۶ **درون یک بادکنک به حجم ۱۲ L، ۱۸ g هوا وجود دارد. اگر در اثر افزایش دما، حجم این بادکنک ۲۰ درصد افزایش یابد، چگالی هوای درون آن، چند گرم بر لیتر و چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) ۰/۲، کاهش می‌یابد.
۲) ۰/۲، افزایش می‌یابد.
۳) ۰/۲۵، کاهش می‌یابد.
۴) ۰/۲۵، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint با توجه به ثابت‌بودن جرم، چگالی هوا را در هر دو حالت به دست آورید و تغییرات چگالی را محاسبه کنید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** جرم هوای داخل بادکنک ثابت است و فقط حجم آن تغییر می‌کند، پس چگالی هوای درون بادکنک را در هر دو حالت به دست می‌آوریم:

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{18}{12} = 1/5\ g/L$$

$$\begin{cases} \rho_2 = \dfrac{m}{V_2} \\ V_2 = V_1 + 0/2V_1 = 1/2V_1 \xrightarrow{V_1 = 12\,L} V_2 = 12 \times 1/2 = 14/4\ L \end{cases} \Rightarrow \rho_2 = \frac{18}{14/4} = 1/25\ g/L$$

گام دوم: تغییرات چگالی هوای درون بادکنک را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = 1/25 - 1/5 = -0/25\ g/L$$

علامت منفی به معنی کاهش چگالی است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۷ در ساخت یک قطعه جواهر به حجم $۸\ cm^۳$، از مقداری طلا و نقره استفاده شده است. اگر جرم این قطعه $۱۰۷\ g$ باشد، جرم طلای استفاده‌شده در آن چند گرم است؟ (چگالی طلا و نقره را به ترتیب $۱۹\ g/cm^۳$ و $۱۰\ g/cm^۳$ در نظر بگیرید.)

۱) ۳۸ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۵۷

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

چگالی مخلوط: اگر دو یا چند ماده را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط حاصل، از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود: (در صورت تغییرنکردن حجم)

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲ + \dots}{V_۱ + V_۲ + \dots}$$

اگر جرم و چگالی جزء داده‌ها و خواسته‌های سؤال بود:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲ + \dots}{\frac{m_۱}{\rho_۱} + \frac{m_۲}{\rho_۲} + \dots}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: حجم کل جواهر برابر با حجم طلا و نقرهٔ استفاده‌شده است، یعنی:

$$V_{\text{کل}} = V_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}} = \frac{m_{\text{طلا}}}{\rho_{\text{طلا}}} + \frac{m_{\text{نقره}}}{\rho_{\text{نقره}}} \Rightarrow ۸ = \frac{m_{\text{طلا}}}{۱۹} + \frac{m_{\text{نقره}}}{۱۰} = \frac{۱۰m_{\text{طلا}} + ۱۹m_{\text{نقره}}}{۱۹۰}$$

$$\Rightarrow ۱۰m_{\text{طلا}} + ۱۹m_{\text{نقره}} = ۸ \times ۱۹۰ \qquad (I)$$

جرم این قطعه جواهر $۱۰۷\ g$ است:

$$m_{\text{طلا}} + m_{\text{نقره}} = ۱۰۷ \quad (II)$$

گام دوم: از حل دو معادلهٔ (I) و (II) داریم:

$$\begin{cases} ۱۰\, m_{\text{طلا}} + ۱۹\, m_{\text{نقره}} = ۸ \times ۱۹۰ \\ m_{\text{طلا}} + m_{\text{نقره}} = ۱۰۷ \end{cases} \xrightarrow{\times(-۱۹)} \begin{cases} ۱۰\, m_{\text{طلا}} + ۱۹\, m_{\text{نقره}} = ۸ \times ۱۹۰ \\ -۱۹\, m_{\text{طلا}} - ۱۹\, m_{\text{نقره}} = -۱۰۷ \times ۱۹ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} -۹m_{\text{طلا}} = (۸ \times ۱۹۰) - (۱۰۷ \times ۱۹) = -۵۱۳ \Rightarrow m_{\text{طلا}} = ۵۷\ g$$

کنکور

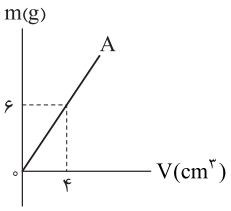
در یک قطعه جواهر به حجم $۵\ cm^۳$، طلا و نقره به کار رفته است. اگر جرم آن ۶۸ گرم باشد، نقرهٔ به‌کاررفته در قطعه چند گرم است؟ ($\rho_{\text{طلا}} = ۱۹\ g/cm^۳$ و $\rho_{\text{نقره}} = ۱۰\ g/cm^۳$)

(سؤال ۶۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ (خارج از کشور))

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۵ ۴) ۴۰

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۸ نمودار جرم برحسب حجم ماده‌ای به شکل زیر است. جرم کره‌ای توپر به شعاع ۵ cm از این ماده چند گرم است؟ **($\pi = ۳$)**

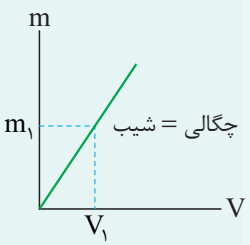


۱) ۴۵۰
۲) ۵۰۰
۳) ۶۰۰
۴) ۷۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

در نمودار جرم برحسب حجم یک جسم، شیب نمودار، برابر با چگالی جسم است.



$$\rho = \frac{m_1}{V_1}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک نمودار، چگالی مادهٔ سازندهٔ کره را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۶}{۴} = ۱/۵\ g/cm^۳$$

گام دوم: چگالی ماده ثابت است، پس جرم کره را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m'}{V'} = \frac{m'}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳} \Rightarrow ۱/۵ = \frac{m'}{\frac{۴}{۳}\times ۳ \times ۵^۳} \Rightarrow m' = ۱/۵ \times ۴ \times ۱۲۵ = ۷۵۰\ g$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۹ **چگالی آلیاژی از نیکل و پالادیوم با نسبت حجمی مساوی از آن‌ها، برابر $10\ g/cm^3$ است. اگر جرم یکسانی از نیکل و پالادیوم را در ساخت آلیاژ استفاده کنیم، چگالی آلیاژ حاصل در SI کدام است؟ (چگالی نیکل برابر $8\ g/cm^3$ است.)**

۱) ۹/۶ ۲) ۹۶۰۰

۳) ۱۰/۴ ۴) ۱۰۴۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در حالتی که آلیاژ با نسبت حجمی مساوی از نیکل و پالادیوم ساخته شده، رابطهٔ چگالی آلیاژ را می‌نویسیم تا چگالی پالادیوم را به دست آوریم. (a: آلیاژ، N: نیکل، P: پالادیوم)

$$\rho_a = \frac{m_a}{V_a} = \frac{m_N + m_P}{V_a}$$

$$\Rightarrow 10 = \frac{\rho_N(\frac{V_a}{2}) + \rho_P(\frac{V_a}{2})}{V_a} = \frac{V_a(\frac{\rho_N}{2} + \frac{\rho_P}{2})}{V_a} \Rightarrow 10 = \frac{8}{2} + \frac{\rho_P}{2} \Rightarrow \rho_P = 12\ g/cm^3$$

گام دوم: حالا که چگالی نیکل و پالادیوم را داریم، چگالی آلیاژ را در حالتی که از جرم یکسانی از نیکل و پالادیوم در ساخت آن استفاده شده، محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_a = \frac{m_a}{V_a} = \frac{m_a}{V_N + V_P} = \frac{m_a}{\frac{m_N}{\rho_N} + \frac{m_P}{\rho_P}} \xrightarrow{m_N = m_P = \frac{m_a}{2}} \rho_a = \frac{m_a}{\frac{m_a}{2}(\frac{1}{\rho_N} + \frac{1}{\rho_P})} = \frac{2}{\frac{1}{8} + \frac{1}{12}}$$

$$\Rightarrow \rho_a = \frac{2 \times 24}{5} = 9/6\ g/cm^3 \Rightarrow \rho_a = 9600\ kg/m^3$$

گول نخوری ✘ خواستهٔ سؤال، چگالی آلیاژ در SI است. با محاسبهٔ $\rho_a = 9/6\ g/cm^3$ سراغ گزینهٔ نادرست (۱) نروید.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۰ در ته لیوانی استوانه‌ای‌شکل که مساحت قاعدهٔ آن $20\ cm^2$ است، یک قطعه یخ و یک مکعب آهنی سنگین روی یخ، قرار دارند. اگر این لیوان را از آب پر کنیم، پس از ذوب‌شدن کامل یخ، سطح آب لیوان $5\ mm$ پایین می‌آید. جرم قطعه یخ چند گرم بوده است؟ (چگالی آب و یخ به ترتیب $1\ g/cm^3$ و $0/9\ g/cm^3$ است.)

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۹۰ ۴) ۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

حجم کاهش‌یافتهٔ ناشی از پایین‌آمدن سطح آب، برابر با اختلاف حجم بین یخ و حجم آب حاصل از ذوب یخ است.

پاسخ خیلی تشریحی

حجم کاهش‌یافتهٔ ناشی از پایین‌آمدن سطح آب لیوان برابر است با:

$$V = Ah \xrightarrow[h=5mm=0/5\,cm]{A=20\,cm^2} V = 20\times 0/5 = 10\,cm^3$$

این $10\ cm^3$، اختلاف بین حجم اولیهٔ یخ و حجم آب حاصل از ذوب آن است، پس:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \begin{cases} V_{\text{یخ}} = \frac{m}{0/9} \\ V_{\text{یخ آب‌شده}} = \frac{m}{1} \end{cases}$$

$$10 = V_{\text{یخ}} - V_{\text{یخ آب‌شده}} \Rightarrow 10 = \frac{m}{0/9} - m = m\left(\frac{1}{0/9} - 1\right) \Rightarrow 10 = m\left(\frac{1}{9}\right) \Rightarrow m = 90\,g$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۱ کدام مطلب نادرست است؟

۱) سیارهٔ مشتری بیشتر از جنس گاز و سیارهٔ زمین بیشتر از جنس سنگ است.

۲) پاسخ به پرسش «هستی چگونه پدید آمده است؟» در قلمرو علم تجربی نمی‌گنجد.

۳) با بررسی نوع و مقدار عنصرهای سازندهٔ برخی سیاره‌های سامانهٔ خورشیدی و مقایسهٔ آن با عنصرهای سازندهٔ خورشید می‌توان به درک بهتری از چگونگی تشکیل عنصرها دست یافت.

۴) میزان فراوانی عنصرها در دو سیارهٔ زمین و مشتری متفاوت بوده، ولی نوع آن‌ها یکسان است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

نوع و میزان فراوانی عنصرها در دو سیارهٔ زمین و مشتری متفاوت است.

در زمین و مشتری نه‌تنها **فراوانی عنصرها** متفاوت است، بلکه **نوع عنصرهای فراوان موجود در آن‌ها نیز یکسان نیست.**

برای مثال:

- فراوان‌ترین عنصر در **زمین** آهن (Fe) است.
- فراوان‌ترین عنصر در **مشتری** هیدروژن (H) است.

هم‌چنین در میان عنصرهای فراوان مشتری، عناصری مانند هلیم و نئون دیده می‌شوند که جزء عنصرهای فراوان زمین نیستند؛ در مقابل، زمین دارای مقدار قابل توجهی از عناصری مانند آهن، سیلیسیم و منیزیم است که در فهرست عنصرهای اصلی مشتری، جایگاه مشابهی ندارند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۲ کدام‌یک از عناصر زیر، واکنش‌پذیری بیشتری دارد؟

۱) هلیم ($_{2}He$)
۲) لیتیم ($_{3}Li$)
۳) نئون ($_{10}Ne$)
۴) آرگون ($_{18}Ar$)

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

لیتیم (Li): لیتیم یک فلز قلیایی است و در گروه ۱ جدول تناوبی قرار دارد. فلزات قلیایی به دلیل تمایل زیاد برای از دست دادن یک الکترون و رسیدن به آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب، واکنش‌پذیری بالایی دارند. **هلیم، نئون و آرگون گازهای نجیب هستند و واکنش‌پذیری بسیار کمی دارند.**

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۳ **با توجه به اطلاعات مربوط به فراوانی عناصر در سیاره‌های زمین و مشتری، به ترتیب هر یک از عبارت‌های زیر به کدام سیاره اشاره دارد؟**

الف) در میان چهار عنصر فراوان آن، هیچ عنصر فلزی وجود ندارد.

ب) فراوان‌ترین عنصر آن دارای نماد شیمیایی تک‌حرفی است و بیش از نیمی از ترکیب سیاره را تشکیل می‌دهد.

پ) اکسیژن در آن، جایگاه دوم را از نظر فراوانی دارد.

ت) احتمال تشکیل آلیاژهای فلزی در آن نسبت به سیارهٔ دیگر بیشتر است.

ث) نخستین سه عنصر فراوان آن شامل یک شبه‌فلز نیز می‌شود.

۱) مشتری ـ مشتری ـ زمین ـ زمین ـ زمین

۲) مشتری ـ زمین ـ زمین ـ مشتری ـ زمین

۳) زمین ـ مشتری ـ مشتری ـ زمین ـ مشتری

۴) مشتری ـ مشتری ـ زمین ـ مشتری ـ زمین

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) مشتری نسبت به زمین، بزرگ‌تر و از خورشید، دورتر است. *هواستون باشه!* مشتری بزرگ‌ترین سیارهٔ منظومهٔ خورشیدی می‌باشد.

۲) فراوان‌ترین عنصر موجود در مشتری، هیدروژن (H) است؛ به طوری که حدود ۹۰٪ عنصرهای سازندهٔ مشتری را هیدروژن تشکیل می‌دهد.

۳) فراوان‌ترین عنصر موجود در زمین، آهن (Fe) است. درصد فراوانی این عنصر در زمین از ۵۰٪ کم‌تر می‌باشد.

۴) مشتری، جزء سیاره‌های گازی است (بیشتر از جنس گاز می‌باشد)، در حالی که زمین جزء سیاره‌های سنگی است (بیشتر از جنس سنگ می‌باشد)؛ به همین دلیل *می‌شه گفت* چگالی سیارهٔ مشتری از زمین کم‌تر می‌باشد.

۵) در میان ۸ عنصر فراوان مشتری که یک سیارهٔ گازی است، هیچ عنصر فلزی وجود ندارد.

۶) در زمین، هم عنصر فلزی (مانند آهن، منیزیم، آلومینیم و ...) و هم عنصر نافلزی (مانند اکسیژن، گوگرد و ...) وجود دارد.

توجه سیلیسیم (Si) یک شبه‌فلز است؛ بنابراین در سیارهٔ زمین هر سه نوع عنصر فلز، نافلز و شبه‌فلز وجود دارد.

۷) در بین ۸ عنصر فراوان سازندهٔ زمین و مشتری، دو عنصر اکسیژن (O) و گوگرد (S) مشترک هستند. اکسیژن، دومین عنصر فراوان زمین و چهارمین عنصر فراوان مشتری می‌باشد، در حالی که گوگرد در هر دو سیاره **به مقام ششم نائل شده است.**

توجه درصد فراوانی هر دو عنصر مشترک (اکسیژن و گوگرد)، در زمین بیشتر از مشتری است.

۸) مقایسهٔ فراوانی ۸ عنصر فراوان دو سیاره:

مقایسهٔ فراوانی عنصرها در مشتری: $H > He > C > O > N > S > Ar > Ne$

مقایسهٔ فراوانی عنصرها در زمین: $Fe > O > Si > Mg > Ni > S > Ca > Al$

پاسخ خیلی تشریحی

الف) در میان عناصر فراوان مشتری، عناصر اصلی شامل هیدروژن، هلیم، کربن و اکسیژن هستند که همگی نافلزند و عنصر فلزی در میان آن‌ها دیده نمی‌شود. **مشتری**

ب) فراوان‌ترین عنصر مشتری هیدروژن (H) است که نماد تک‌حرفی دارد و بخش عمدهٔ ترکیب این سیاره را تشکیل می‌دهد. **مشتری**

پ) در زمین، اکسیژن پس از آهن دومین عنصر فراوان محسوب می‌شود. **زمین**

ت) زمین دارای مقدار قابل توجهی عناصر فلزی مانند آهن، منیزیم، آلومینیم و ... است؛ بنابراین امکان تشکیل آلیاژهای فلزی در آن بسیار بیشتر از مشتری است. **زمین**

ث) سه عنصر فراوان زمین عبارت‌اند از آهن (Fe)، اکسیژن (O) و سیلیسیم (Si) که سیلیسیم یک شبه‌فلز است. **زمین**

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۵۴ با توجه به داده‌های جدول زیر که مربوط به چند ایزوتوپ پرتوزاست، کدام مطلب نادرست است؟

ایزوتوپ	A	B	C	D	E
عدد جرمی	۲۴	۳۲	۱۴	۶۰	۱۳۱
عدد اتمی	۱۱	۱۵	۶	۲۷	۵۳
نیم‌عمر	۱۵ ساعت	۱۴ روز	۵۷۳۰ سال	۵/۳ سال	۸ روز

۱) ایزوتوپی که بیشترین تعداد نوترون را دارد، از ایزوتوپ C ناپایدارتر است.

۲) نسبت نوترون به پروتون در ایزوتوپ D از ایزوتوپ B بیشتر است.

۳) اگر در ابتدا از همهٔ ایزوتوپ‌ها جرم یکسانی در اختیار داشته باشیم، پس از یک ماه بیشترین درصد باقی‌مانده مربوط به ایزوتوپ C خواهد بود.

۴) در شرایط یکسان، ایزوتوپ A نسبت به ایزوتوپ E برای مدت طولانی‌تری قابل نگه‌داری است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نیم‌عمر A برابر ۱۵ ساعت و نیم‌عمر E برابر ۸ روز (۱۹۲ ساعت) است؛ بنابراین E مدت بسیار طولانی‌تری باقی می‌ماند، یعنی A برای مدت طولانی‌تری قابل نگه‌داری نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): تعداد نوترون‌ها:

A : ۱۳ ● B : ۱۷ ● C : ۸ ● D : ۳۳ ● E : ۷۸ ●

بیشترین تعداد نوترون مربوط به E است. نیم‌عمر E برابر ۸ روز و نیم‌عمر C برابر ۵۷۳۰ سال است. هر چه نیم‌عمر بیشتر باشد، پایداری بیشتر است؛ بنابراین E از C ناپایدارتر است.

گزینهٔ (۲): نسبت نوترون به پروتون:

برای D:

$$\frac{n}{p}=\frac{۶۰-۲۷}{۲۷}=\frac{۳۳}{۲۷}\simeq ۱/۲۲$$

برای B:

$$\frac{n}{p}=\frac{۳۲-۱۵}{۱۵}=\frac{۱۷}{۱۵}\simeq ۱/۱۳$$

پس نسبت نوترون به پروتون در D بیشتر است.

گزینهٔ (۳): بیشترین درصد باقی‌مانده پس از یک ماه مربوط به ایزوتوپی است که بزرگ‌ترین نیم‌عمر را دارد. در جدول، C دارای نیم‌عمر **۵۷۳۰ سال** است که بسیار بیشتر از سایر ایزوتوپ‌هاست؛ بنابراین در مدت یک ماه عملاً مقدار ناچیزی از آن واپاشی می‌کند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۵ **اگر مجموع تعداد ذرات زیراتمی باردار در یون $^{91}X^{3+}$ برابر ۸۵ باشد، کدام مطلب درست است؟**

۱) تعداد نوترون‌های این یون ۴۴ است.

۲) اتم X دارای ۱۳۲ ذرهٔ زیراتمی است.

۳) نسبت تعداد نوترون‌ها به پروتون‌ها در اتم X برابر $\frac{۴۴}{۴۷}$ است.

۴) یون X^{3+} دارای ۴۱ الکترون است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

یون X^{3+} است؛ بنابراین:

$$p - e = ۳$$

که در آن (p) تعداد پروتون‌ها و (e) تعداد الکترون‌هاست. هم‌چنین مجموع ذرات باردار برابر ۸۵ داده شده است:

$$p + e = ۸۵$$

با جمع دو معادله:

$$۲p = ۸۸$$

$$p = ۴۴$$

پس:

$$e = ۴۱$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): عدد جرمی برابر ۹۱ است:

$$A = p + n$$

$$۹۱ = ۴۴ + n \Rightarrow n = ۴۷$$

گزینهٔ (۲): اتم X دارای ۴۴ پروتون، ۴۴ الکترون و ۴۷ نوترون است:

$$۴۴ + ۴۴ + ۴۷ = ۱۳۵$$

گزینهٔ (۳):

$$\frac{n}{p} = \frac{۴۷}{۴۴}$$

در گزینهٔ (۳) مقدار $\frac{۴۴}{۴۷}$ نوشته شده است.

کنکور **اگر تفاوت شمار الکترون‌ها با شمار نوترون‌ها در یون تک‌اتمی $^{93}X^{5+}$ (g) برابر ۱۶ باشد، عدد اتمی این عنصر، کدام است و در کدام تناوب جای دارد؟** *(سؤال ۲۳۷ کنکور تجربی ۱۳۸۸)*

۱) ۵۱ ـ ششم
۲) ۵۲ ـ ششم
۳) ۴۱ ـ پنجم
۴) ۴۳ ـ پنجم

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۶ کدام مطلب درست است؟

۱) عنصرهای پرتوزا ساختگی هستند و در طبیعت یافت نمی‌شود.

۲) در پزشکی هسته‌ای، علت استفاده از برخی رادیوایزوتوپ‌ها آن است که پس از ورود به بدن، رفتاری مشابه بعضی یون‌های زیستی مهم دارند.

۳) نخستین عنصر ساختگی، عدد اتمی بزرگ‌تر از ۹۲ دارد.

۴) پس از گذشت یک نیم‌عمر، یک مادهٔ پرتوزا به طور کامل به مادهٔ پایدار تبدیل می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در پزشکی هسته‌ای برخی رادیوایزوتوپ‌ها به این دلیل انتخاب می‌شوند که یون‌های حاصل از آن‌ها از نظر ویژگی‌های شیمیایی و اندازه، رفتاری مشابه یون‌های موجود در بدن دارند و می‌توانند در اندام مورد نظر تجمع پیدا کنند. به همین دلیل برای تصویربرداری یا ردیابی فرایندهای زیستی استفاده می‌شوند. مثلاً یون حاوی تکنسیم با یون یدید اندازهٔ مشابهی دارد و غدهٔ تیروئید هنگام جذب یون یدید، این یون را نیز جذب می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): بسیاری از عناصر پرتوزا در طبیعت وجود دارند، مانند اورانیم؛ بنابراین پرتوزابودن لزوماً به معنی ساختگی‌بودن نیست.

گزینهٔ (۳): نخستین عنصر ساختگی، تکنسیم (Tc) با عدد اتمی ۴۳ و عدد جرمی ۹۹ بود که عدد اتمی آن بسیار کم‌تر از ۹۲ است.

گزینهٔ (۴): پس از یک نیم‌عمر، فقط **نیمی** از هسته‌های پرتوزا واپاشی کرده‌اند و هنوز نیمی از مادهٔ اولیه باقی مانده است. در ضمن محصول یک مادهٔ پرتوزا لزوماً پایدار نیست!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۷ **اگر مجموع تعداد نوترون‌ها و الکترون‌های یون X^{2+} ۸۰، ۴۶ واحد بیشتر از تعداد پروتون‌هایش باشد، کدام اتم می‌تواند ایزوتوپ X باشد؟**

۱) $^{78}_{31}Y$

۲) $^{80}_{32}Y$

۳) $^{81}_{32}Y$

۴) $^{84}_{33}Y$

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

از آن‌جا که یون X^{2+} است:

$$e = Z - 2$$

و چون عدد جرمی ۸۰ است:

$$n = 80 - Z$$

طبق صورت سؤال:

$$n + e = Z + 46$$

جای‌گذاری می‌کنیم:

$$(80 - Z) + (Z - 2) = Z + 46$$

$$78 = Z + 46$$

$$Z = 32$$

بنابراین عنصر X دارای عدد اتمی ۳۲ است.

ایزوتوپ‌ها باید:

- عدد اتمی یکسان داشته باشند.
- عدد جرمی متفاوت داشته باشند.

ایزوتوپ باید عدد اتمی ۳۲ و عدد جرمی متفاوت از ۸۰ داشته باشد.

- گزینهٔ (۲) عدد جرمی یکسان دارد. ✗
- گزینهٔ (۳) عدد اتمی ۳۲ و عدد جرمی متفاوت دارد. ✓

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۸ کدام‌یک از مطالب زیر، درست هستند؟

الف) ایزوتوپی که معمولاً در نیروگاه‌های هسته‌ای به عنوان سوخت مصرف می‌شود، فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی در میان سایر ایزوتوپ‌های خود نیست.

ب) برخی رادیوایزوتوپ‌های تکنسیم و فسفر، در داخل کشور نیز تولید می‌شوند.

پ) تبدیل یک عنصر به عنصر دیگر از نظر علمی امکان‌پذیر نیست.

ت) شناخته‌شده‌ترین عنصر پرتوزا، نخستین عنصر ساختگی جدول تناوبی است.

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ پ

۳) ب ـ ت ۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت های «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

الف) سوخت متداول بسیاری از راکتورهای هسته‌ای **اورانیم ـ ۲۳۵** (^{235}U) است. این در حالی است که فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی اورانیم، **اورانیم ـ ۲۳۸** (^{238}U) می‌باشد و بیش از ۹۹ درصد اورانیم طبیعی را تشکیل می‌دهد. فراوانی اورانیم ـ ۲۳۵ در طبیعت کم‌تر از ۰/۷ درصد است؛ به همین دلیل برای استفاده در راکتورها معمولاً فرایند غنی‌سازی انجام می‌شود.

ب) رادیوایزوتوپ‌هایی مانند **تکنسیم و فسفر** که در پزشکی هسته‌ای و تصویربرداری کاربرد دارند، از جمله رادیوایزوتوپ‌هایی هستند که در ایران نیز تولید می‌شوند.

پ) تبدیل یک عنصر به عنصر دیگر از طریق **واکنش‌های هسته‌ای** امکان‌پذیر است. در راکتورهای هسته‌ای و برخی فرایندهای طبیعی، هستهٔ یک عنصر می‌تواند به هستهٔ عنصر دیگری تبدیل شود. حتی تبدیل برخی عناصر به طلا نیز از نظر علمی امکان‌پذیر است، اما به دلیل هزینهٔ بسیار زیاد، صرفهٔ اقتصادی ندارد.

ت) شناخته‌شده‌ترین عنصر پرتوزا **اورانیم** است، در حالی که نخستین عنصر ساختگی جدول تناوبی **تکنسیم (Tc)** می‌باشد.

نکات مهم تکنسیم و اورانیم:

تکنسیم ($^{99}_{43}Tc$)	اورانیم ($_{92}U$)
نخستین عنصر ساخت بشر است (عنصری ساختگی است). هیچ ایزوتوپی از آن در طبیعت وجود ندارد. در تصویربرداری از غدهٔ تیروئید کاربرد دارد. با این‌که پرتوزاست، اما نسبت شمار نوترون به پروتون آن کم‌تر از ۱/۵ است. نیم‌عمر کمی دارد و نمی‌توان آن را برای مدت طولانی نگه‌داری کرد.	عنصری طبیعی و پرتوزاست و شناخته‌شده‌ترین عنصر پرتوزا به حساب می‌آید. از یکی از ایزوتوپ‌های آن $^{235}_{92}U$، اغلب به‌عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود. فراوانی ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ در مخلوط طبیعی اورانیم کم‌تر از ۰/۷ درصد است.

این تفاوت‌ها منشأ بسیاری از خطاهای مفهومی در سؤال‌های این مبحث هستند.

۵۹ **با توجه به چهار عنصر فرضی $_{8}A$، $_{15}B$، $_{26}C$ و $_{34}D$، کدام مطلب نادرست است؟**

۱) عدد اتمی یکی از عنصرها برابر با شمار عنصرهای ساختگی است.

۲) دو عنصر در جدول دوره‌ای هم‌دوره‌اند.

۳) دو عنصر، خواص شیمیایی مشابه گوگرد دارند.

۴) عنصری که بیشترین عدد اتمی را دارد با نیتروژن در یک گروه قرار می‌گیرد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا عناصر را شناسایی می‌کنیم:

دوره	گروه	عنصر واقعی	عدد اتمی
۲	۱۶	اکسیژن	۸
۳	۱۵	فسفر	۱۵
۴	۸	آهن	۲۶
۴	۱۶	سلنیم	۳۴

نیتروژن در گروه ۱۵ است. فسفر نیز در گروه ۱۵ قرار دارد، در حالی که بیشترین عدد اتمی مربوط به سلنیم (۳۴) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): تعداد عناصر شناخته‌شده = ۱۱۸

تعداد عناصر طبیعی = ۹۲

شمارهٔ عنصرهای ساختگی = ۱۱۸ − ۹۲ = ۲۶

در جدول، عنصر C عدد اتمی ۲۶ دارد.

گزینهٔ (۲): اکسیژن در دورهٔ ۲ قرار دارد. فسفر در دورهٔ ۳ قرار دارد. آهن و سلنیم هر دو در دورهٔ ۴ قرار دارند، پس دو عنصر در یک دوره قرار دارند.

گزینهٔ (۳): گوگرد در گروه ۱۶ قرار دارد. در بین عناصر داده‌شده، اکسیژن (۸) و سلنیم (۳۴) در گروه ۱۶ هستند و خواص شیمیایی مشابه گوگرد دارند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۰ **درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟**

الف) اگر دو اتم تعداد پروتون‌های یکسان ولی عدد جرمی متفاوت داشته باشند، تمام خواص آن‌ها یکسان خواهد بود.

ب) عنصرهایی که در نخستین لحظه‌های تشکیل جهان پدید آمده‌اند، فراوان‌ترین عناصر سازندهٔ سیارهٔ زمین نیز هستند.

پ) در ستاره‌ها، هسته‌های سبک‌تر به هسته‌های سنگین‌تر تبدیل می‌شوند.

ت) دو هستهٔ $^{40}_{18}Ar$ و $^{39}_{19}K$ تعداد نوترون برابری دارند.

۱) نادرست ـ نادرست ـ درست ـ نادرست

۲) درست ـ نادرست ـ درست ـ نادرست

۳) نادرست ـ نادرست ـ درست ـ درست

۴) درست ـ درست ـ نادرست ـ درست

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

الف) اتم‌هایی که تعداد پروتون یکسان و عدد جرمی متفاوت دارند، ایزوتوپ یکدیگرند. ایزوتوپ‌ها اگرچه خواص شیمیایی بسیار مشابهی دارند، اما در برخی خواص فیزیکی وابسته به جرم (مانند چگالی) تفاوت دارند.

ب) نخستین عناصر تشکیل‌شده پس از مهبانگ، هیدروژن و هلیم بودند. در مقابل، فراوان‌ترین عناصر سازندهٔ زمین آهن و اکسیژن هستند؛ بنابراین میان «قدیمی‌ترین عناصر جهان» و «فراوان‌ترین عناصر سازندهٔ زمین» الزاماً تطابقی وجود ندارد.

پ) در دما و فشار بسیار زیاد درون ستاره‌ها، واکنش‌های هسته‌ای رخ می‌دهد و از هسته‌های سبک‌تر، هسته‌های سنگین‌تر تشکیل می‌شوند. بخش بزرگی از عناصر موجود در جهان، حاصل همین فرایندهای ستاره‌ای هستند.

ت) تعداد نوترون‌ها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$n = A - Z$$

برای آرگون:

$$n = ۴۰ - ۱۸ = ۲۲$$

برای پتاسیم:

$$n = ۳۹ - ۱۹ = ۲۰$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۱ کدام مطلب دربارهٔ رادیوایزوتوپ‌های هیدروژن نادرست است؟

۱) تمام ایزوتوپ‌هایی از هیدروژن که در طبیعت یافت نمی‌شوند، پرتوزا هستند.

۲) در میان ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن، نسبت عدد جرمی به عدد اتمی همواره بزرگ‌تر از ۳ است.

۳) هر چه تعداد نوترون‌های یک ایزوتوپ هیدروژن بیشتر باشد، آن ایزوتوپ پایدارتر است.

۴) تنها ایزوتوپ طبیعی هیدروژن که پرتوزاست دارای ۲ نوترون است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته

ایزوتوپ‌های هیدروژن:

- ۷ ایزوتوپ هیدروژن
  - ۳ ایزوتوپ طبیعی
    - پایدار
      - ${}_1^1H$ ← بیش از ۹۹/۹ درصد فراوانی در طبیعت
      - ${}_1^2H$ ← فراوانی حدود ۰/۰۱ درصد در طبیعت
    - ${}_1^3H$ ← ناپایدار و پرتوزا ← درصد فراوانی در طبیعت ناچیز
  - ۴ ایزوتوپ ساختگی ${}_1^4H$، ${}_1^5H$، ${}_1^6H$، ${}_1^7H$ ← درصد فراوانی در طبیعت صفر

مقایسهٔ پایداری ایزوتوپ‌های هیدروژن: ${}_1^1H > {}_1^2H > {}_1^3H$ (طبیعی) $> {}_1^5H > {}_1^6H > {}_1^4H > {}_1^7H$ (ساختگی)

پاسخ خیلی تشریحی

افزایش تعداد نوترون‌ها الزاماً باعث افزایش پایداری نمی‌شود. در ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن، مشاهده می‌شود که با افزایش تعداد نوترون‌ها، تغییرات پایداری روند منظمی ندارد و برخی از ایزوتوپ‌های دارای نوترون بیشتر، از ایزوتوپ‌های سبک‌تر، ناپایدارترند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن $({}^4H, {}^5H, {}^6H, {}^7H)$ در طبیعت وجود ندارند و همگی پرتوزا و ناپایدار هستند.

گزینهٔ (۲): عدد اتمی هیدروژن همواره ۱ است.

برای ایزوتوپ‌های ساختگی:

$$\frac{A}{Z} = \frac{4}{1}, \frac{5}{1}, \frac{6}{1}, \frac{7}{1}$$

که همگی بزرگ‌تر از ۳ هستند.

گزینهٔ (۴): از میان ایزوتوپ‌های طبیعی هیدروژن:

$({}^1H)$ پایدار است، $({}^2H)$ پایدار است و $({}^3H)$ پرتوزا و ناپایدار است؛ بنابراین تنها ایزوتوپ طبیعی پرتوزای هیدروژن، $({}^3H)$ با ۱ پروتون و ۲ نوترون است.

کتاب درسی

داده‌های جدول زیر را به دقت بررسی کنید؛ سپس به پرسش‌های مطرح‌شده پاسخ دهید.

(شیمی (۱) ـ با هم بیندیشیم صفحهٔ ۶ کتاب درسی)

تعداد ایزوتوپ / ویژگی ایزوتوپ	${}_1^1H$	${}_1^2H$	${}_1^3H$	${}_1^4H$	${}_1^5H$	${}_1^6H$	${}_1^7H$
نیم‌عمر	پایدار	پایدار	۱۲/۳۲ سال	$۱/۴\times۱۰^{-۲۲}$ ثانیه	$۹/۱\times۱۰^{-۲۲}$ ثانیه	$۲/۹\times۱۰^{-۲۲}$ ثانیه	$۲/۳\times۱۰^{-۲۳}$ ثانیه
درصد فراوانی در طبیعت	۹۹/۹۸۸۵	۰/۰۱۱۴	ناچیز	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۶۲ کدام مطلب درست است؟

۱) در جدول تناوبی امروزی، عنصرها براساس افزایش تعداد نوترون‌ها مرتب شده‌اند.

۲) مولکول اکسیژن (O_2) را نمی‌توان عنصر دانست، زیرا از دو اتم تشکیل شده است.

۳) در تصویربرداری پزشکی، مواد نشان‌دار پرتوزا تنها توسط بافت هدف جذب می‌شوند و سایر سلول‌ها آن‌ها را جذب نمی‌کنند.

۴) برای کاهش اثر پرتوهای زیان‌آور در برخی تصویربرداری‌های پزشکی، از پوشش‌های حاوی سرب استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در هنگام عکس‌برداری از دندان‌ها، از محافظ سربی استفاده می‌شود. *بد نیست بدانید که* سرب به دلیل چگالی بالا توانایی مناسبی در جذب بخشی از پرتوهای یون‌ساز دارد و برای محافظت از اندام‌های حساس مانند تیروئید استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در جدول تناوبی امروزی، عنصرها براساس **عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها)** مرتب می‌شوند، نه تعداد نوترون‌ها!

گزینهٔ (۲): عنصر به ماده‌ای گفته می‌شود که از یک نوع اتم تشکیل شده باشد. مولکول اکسیژن (O_2) اگرچه دو اتم دارد، اما هر دو اتم از نوع اکسیژن هستند؛ بنابراین هم‌چنان یک عنصر محسوب می‌شود.

گزینهٔ (۳): در پزشکی هسته‌ای، مواد نشان‌دار پرتوزا فقط توسط بافت هدف جذب نمی‌شوند، بلکه سلول‌های دیگر نیز می‌توانند آن‌ها را جذب کنند؛ تفاوت در میزان جذب است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۳ **با توجه به توضیحات زیر که دربارهٔ چهار اتم ناشناختهٔ A، B، C و D است، کدام نتیجه‌گیری به یقین درست است؟**

- **A و B تعداد الکترون یکسان دارند، اما تعداد نوترون‌های آن‌ها متفاوت است.**
- **B و C تعداد نوترون یکسان دارند، اما تعداد پروتون‌های آن‌ها متفاوت است.**
- **D تنها اتمی است که نسبت تعداد نوترون به پروتون آن از ۱ کم‌تر است.**
- **مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های D برابر ۹۹ است.**

۱) A و B خواص فیزیکی یکسانی دارند.

۲) B و C نمی‌توانند در یک دوره از جدول تناوبی قرار بگیرند.

۳) اگر D پرتوزا باشد، پرتوزابودن آن به دلیل بزرگ‌بودن نسبت نوترون به پروتون نیست.

۴) A و B به دو عنصر متفاوت تعلق دارند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

برای D گفته شده: $\frac{n}{p} < 1$

یعنی تعداد نوترون‌ها از تعداد پروتون‌ها کم‌تر است. می‌دانیم بسیاری از هسته‌های ناپایدار به دلیل نسبت نامناسب نوترون به پروتون پرتوزا هستند، اما در این‌جا نسبت $\frac{n}{p}$ بزرگ نیست؛ بنابراین اگر D پرتوزا باشد، علت ناپایداری آن نمی‌تواند «زیادبودن نسبت نوترون به پروتون» باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): A و B تعداد الکترون یکسان ولی تعداد نوترون متفاوت دارند. این وضعیت می‌تواند مربوط به دو ایزوتوپ یک عنصر باشد. ایزوتوپ‌ها معمولاً خواص شیمیایی مشابه اما برخی خواص فیزیکی وابسته به جرم متفاوت دارند، پس نمی‌توان گفت خواص فیزیکی آن‌ها الزاماً یکسان است.

گزینهٔ (۲): برابربودن تعداد نوترون‌ها هیچ ارتباط مستقیمی با شمارهٔ دوره ندارد. ممکن است دو عنصر با تعداد نوترون برابر در یک دوره یا دوره‌های متفاوت قرار داشته باشند.

گزینهٔ (۴): داشتن تعداد الکترون برابر و تعداد نوترون متفاوت الزاماً به معنی تعلق به دو عنصر متفاوت نیست. اتفاقاً این ویژگی می‌تواند مربوط به دو ایزوتوپ از یک عنصر باشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۴ چه تعداد از اطلاعات زیر را از روی موقعیت هر عنصر در جدول تناوبی، می‌توانیم به دست بیاوریم؟

الف) شمارهٔ گروه

ب) تعداد پروتون‌ها

پ) تعداد نوترون‌ها

ت) عدد جرمی

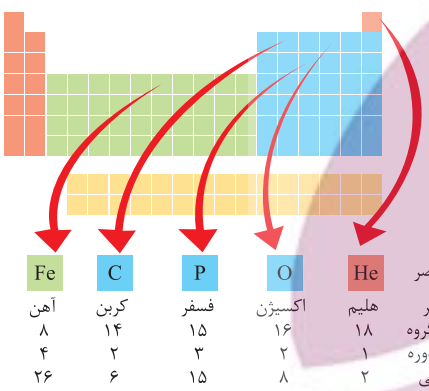
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد «الف» (شمارهٔ گروه) و «ب» (تعداد پروتون‌ها)

موقعیت یا مکان هر عنصر در جدول تناوبی، **شمارهٔ گروه و دورهٔ** آن را نشان می‌دهد. از روی موقعیت هر عنصر در جدول تناوبی، می‌توانیم کلی اطلاعات مفید دربارهٔ عنصرها به دست بیاوریم، مثل:

- **شمارهٔ گروه و دوره:** مثلاً اکسیژن $({}_{8}O)$ در گروه ۱۶ و دورهٔ دوم جدول تناوبی است.
- **عدد اتمی:** مثلاً عدد اتمی عنصر اکسیژن $({}_{8}O)$ ۸ است.
- **تعداد پروتون‌ها و الکترون‌ها:** مثلاً عنصر اکسیژن $({}_{8}O)$ ۸ پروتون و ۸ الکترون دارد.
- **جرم اتمی میانگین:** مثلاً جرم اتمی میانگین اکسیژن $({}_{8}O)$ ۱۶/۰۰ است. *(جلوتر با جرم اتمی میانگین آشنا می‌شیم!)*



نکته ایزوتوپ‌های یک عنصر، متعلق به یک خانه بوده (هم‌مکان) ولی تعداد نوترون‌های متفاوتی دارند. برای همین، نمی‌شود تعداد دقیق نوترون‌ها و هم‌چنین عدد جرمی را از جدول تناوبی فهمید!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۵ **اگر عنصری با عدد اتمی ۱۱۹ کشف شود، در کدام دورهٔ جدول تناوبی قرار می‌گیرد و با کدام‌یک از عناصر سدیم ($_{11}Na$) یا کلر ($_{17}Cl$) خواص شیمیایی مشابهی خواهد داشت؟**

۱) $_{11}Na$ ـ ۷

۲) $_{17}Cl$ ـ ۷

۳) $_{11}Na$ ـ ۸

۴) $_{17}Cl$ ـ ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

برای پاسخ به این سؤال باید جایگاه عنصر فرضی با عدد اتمی ۱۱۹ را در جدول تناوبی پیش‌بینی کنیم. در جدول تناوبی کنونی، آخرین عنصر شناخته‌شده دارای عدد اتمی ۱۱۸ است که در انتهای **دورهٔ هفتم** قرار دارد؛ بنابراین اگر عنصری با عدد اتمی **۱۱۹** کشف شود، نخستین عنصر پس از عنصر ۱۱۸ خواهد بود و یک دورهٔ جدید را آغاز می‌کند. پس این عنصر در **دورهٔ هشتم و گروه ۱ جدول تناوبی** قرار می‌گیرد.

می‌دانیم عناصر یک گروه، به دلیل داشتن تعداد الکترون‌های ظرفیت یکسان، خواص شیمیایی مشابهی دارند.

- سدیم (Na) در گروه ۱ قرار دارد.
- کلر (Cl) در گروه ۱۷ قرار دارد.

بنابراین عنصر ۱۱۹ از نظر خواص شیمیایی به **سدیم** شباهت بیشتری دارد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۶ **عنصر X با عدد اتمی ۱۳ و عنصر Y با عدد اتمی ۱۷ با هم واکنش داده و یک ترکیب یونی تشکیل می‌دهند. در ترکیب تشکیل‌شده، بار الکتریکی یون‌های متناظر X و Y به ترتیب برابر است با:**

۱) -1 و $+3$ ۲) -1 و $+1$

۳) $+3$ و -1 ۴) $+3$ و -3

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عدد اتمی ۱۳ مربوط به $_{13}Al$ است، می‌دانیم آلومینیم در ترکیبات خود یون $+3$ تشکیل می‌دهد.

عدد اتمی ۱۷ مربوط به $_{17}Cl$ است، می‌دانیم کلر در ترکیبات خود یون -1 تشکیل می‌دهد.

بد نیست بدانید که:

- Y الکترون‌ها را به خود جذب‌کرده و یون منفی (آنیون) تشکیل می‌دهد و X الکترون‌های خود را از دست داده و یون مثبت (کاتیون) تشکیل می‌دهد. در نتیجه، پیوند یونی بین آن‌ها تشکیل می‌شود.
- عنصر X (گروه ۱۳) برای رسیدن به گاز نجیب نئون باید ۳ الکترون از دست بدهد. از دست دادن ۳ الکترون به معنای بار $+3$ است؛ بنابراین، یون X به صورت X^{3+} خواهد بود.
- عنصر Y (گروه ۱۷) برای رسیدن به آرگون باید ۱ الکترون بگیرد. گرفتن ۱ الکترون به معنای بار -1 است؛ بنابراین، یون Y به صورت Y^- خواهد بود.

کتاب درسی

- **اتم فلوئور ($_9F$) در ترکیب با فلزها به یون فلوئورید (F^-) تبدیل می‌شود. اتم کدام‌یک از عنصرهای زیر می‌تواند آنیونی با بار الکتریکی همانند یون فلوئورید تشکیل دهد؟ چرا؟**

آ) $_{37}Rb$ ب) $_{35}Br$ پ) $_{15}P$

- **از اتم آلومینیم ($_{13}Al$)، یون پایدار Al^{3+} شناخته شده است. پیش‌بینی کنید اتم کدام‌یک از عنصرهای زیر می‌تواند به کاتیونی مشابه Al^{3+} در ترکیب‌ها تبدیل شود؟**

آ) $_{19}K$ ب) $_{31}Ga$ پ) $_{7}N$

(شیمی (۱) ـ سؤال‌های ۳ و ۴ خود را بیازمایید صفحهٔ ۱۳ کتاب درسی)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۷ **اتم‌های یک عنصر همیشه از نظر پایداری مشابه هستند. این مطلب:**

۱) درست است، زیرا تمام اتم‌های یک عنصر ویژگی‌های شیمیایی یکسانی دارند.

۲) درست است، زیرا پایداری یک اتم تنها به عدد اتمی آن بستگی دارد.

۳) نادرست است، زیرا پایداری اتم تنها به جرم اتمی آن وابسته است.

۴) نادرست است، زیرا اتم‌های یک عنصر می‌توانند ایزوتوپ‌های مختلفی با پایداری متفاوت داشته باشند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

ایزوتوپ‌ها، اتم‌هایی از یک عنصر هستند که عدد اتمی یکسانی دارند (تعداد پروتون‌ها یکسان است)، اما عدد جرمی متفاوت دارند (تعداد نوترون‌ها متفاوت است). برخی از این ایزوتوپ‌ها پایدار و برخی دیگر رادیواکتیو و ناپایدار هستند. برای مثال، هیدروژن ـ۱ پایدار است، در حالی که هیدروژن ـ ۳ رادیواکتیو و ناپایدار است؛ بنابراین، اتم‌های یک عنصر لزوماً از نظر پایداری مشابه نیستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): این گزینه نادرست است. در حالی‌که تمام اتم‌های یک عنصر عدد اتمی یکسان و هم‌چنین ویژگی‌های شیمیایی یکسانی دارند. این به معنای پایداری یکسان آن‌ها نیست. پایداری یک اتم به عوامل بیشتری بستگی دارد.

گزینهٔ (۲): این گزینه نیز نادرست است. اگرچه عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) تعیین‌کنندهٔ هویت یک عنصر است، اما پایداری یک اتم به تعداد نوترون‌ها و نسبت نوترون به پروتون نیز بستگی دارد.

گزینهٔ (۳): این گزینه نادرست است. پایداری اتم تنها به جرم اتمی آن وابسته نیست. عامل کلیدی، نسبت نوترون به پروتون است. در اغلب هسته‌هایی که نسبت نوترون به پروتون برابر یا بزرگ‌تر از ۱/۵ باشد، هسته ناپایدار شده و دچار واپاشی رادیواکتیو می‌شود.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۸ **هر یک از عبارت‌های زیر را به ترتیب به کدام عنصر می‌توان نسبت داد؟**

- **در میان ۳ عنصر فراوان‌تر سیارهٔ زمین حضور دارد.**
- **در جدول تناوبی، با گوگرد هم‌گروه است.**
- **در دورهٔ سوم جدول تناوبی دارای یونی با بار $+3$ است.**
- **دارای سه ایزوتوپ در طبیعت است و سبک‌ترین آن‌ها بیشترین فراوانی را دارد.**

۱) سیلیسیم ـ اکسیژن ـ آلومینیم ـ منیزیم

۲) منیزیم ـ اکسیژن ـ فسفر ـ لیتیم

۳) اکسیژن ـ نیتروژن ـ آلومینیم ـ منیزیم

۴) منیزیم ـ نیتروژن ـ فسفر ـ لیتیم

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

برای پاسخ به این سؤال باید هر عبارت را جداگانه بررسی کنیم و عنصر مناسب را بیابیم.

عبارت اول: سه عنصر فراوان زمین عبارت‌اند از:

۱) آهن (Fe)

۲) اکسیژن (O)

۳) سیلیسیم (Si)

در بین گزینه‌ها **سیلیسیم (Si)** و **اکسیژن (O)** در میان سه عنصر فراوان‌تر زمین قرار دارند.

عبارت دوم: گوگرد (S) در **گروه ۱۶** جدول تناوبی قرار دارد.

در بین گزینه‌ها:

- اکسیژن ← (O) گروه ۱۶ ✓
- نیتروژن ← (N) گروه ۱۵ ✗

عبارت سوم: عناصر دورهٔ سوم عبارت‌اند از:

Na, Mg, Al, Si, P, S, Cl, Ar

در میان این عناصر، شناخته‌شده‌ترین یونی که دارای بار $+3$ است، یون Al^{3+} می‌باشد.

عبارت چهارم: منیزیم دارای سه ایزوتوپ طبیعی است:

- ^{24}Mg
- ^{25}Mg
- ^{26}Mg

در میان آن‌ها، ایزوتوپ **منیزیم ـ۲۴** که سبک‌ترین ایزوتوپ است، بیشترین فراوانی را در طبیعت دارد.

تـوشـه ای بـرای مـوفقیت

۶۹ **چه تعداد از عبارت‌های زیر برای عنصرهای فرضی داده‌شده، می‌تواند درست باشد؟**

عنصر A: در طبیعت به صورت مخلوطی از چند ایزوتوپ یافت می‌شود و جرم اتمی میانگین آن، عدد صحیح نیست.

عنصر B: اگر همهٔ اتم‌های آن را به یک ایزوتوپ تبدیل کنیم، جایگاهش در جدول تناوبی تغییر نخواهد کرد.

عنصر C: از روی تعداد نوترون‌های هستهٔ آن به تنهایی نمی‌توان نوع عنصر را تعیین کرد.

عنصر D: با تغییر تعداد الکترون‌های آن، می‌توان گونه‌ای جدید با خواص شیمیایی متفاوت ایجاد کرد، بدون آن‌که هسته تغییر کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

هر چهار عبارت می‌توانند درست باشند.

عبارت اول (عنصر A):

این عبارت می‌تواند درست باشد. بسیاری از عنصرها در طبیعت به صورت مخلوطی از چند ایزوتوپ وجود دارند. جرم اتمی درج‌شده برای این عنصرها در جدول تناوبی، میانگین وزنی جرم ایزوتوپ‌های طبیعی آن‌هاست و به همین دلیل معمولاً عددی اعشاری است. برای مثال، کلر دارای دو ایزوتوپ طبیعی فراوان است و جرم اتمی میانگین آن حدود ۳۵/۴۵ می‌باشد.

عبارت دوم (عنصر B):

این عبارت نیز می‌تواند درست باشد. جایگاه هر عنصر در جدول تناوبی تنها به **عدد اتمی** (تعداد پروتون‌ها) بستگی دارد. از آن‌جا که ایزوتوپ‌های یک عنصر فقط در تعداد نوترون‌ها با هم تفاوت دارند، تغییر ایزوتوپ باعث تغییر عدد اتمی نمی‌شود؛ بنابراین حتی اگر تمام اتم‌های یک عنصر به یک ایزوتوپ خاص تبدیل شوند، جایگاه آن در جدول تناوبی ثابت می‌ماند.

عبارت سوم (عنصر C):

این عبارت نیز درست است. هویت هر عنصر را تعداد پروتون‌های آن مشخص می‌کند، نه تعداد نوترون‌ها!

ممکن است دو عنصر متفاوت تعداد نوترون‌های یکسانی داشته باشند. برای مثال $^{39}_{19}K$ و $^{40}_{20}Ca$ هر دو دارای ۲۰ نوترون هستند، اما به دو عنصر متفاوت تعلق دارند؛ بنابراین با دانستن تعداد نوترون‌ها به تنهایی نمی‌توان نوع عنصر را مشخص کرد.

عبارت چهارم (عنصر D):

این عبارت نیز می‌تواند درست باشد. با از دست دادن یا به دست آوردن الکترون، یون تشکیل می‌شود. برای مثال $Na \rightarrow Na^+ + e^-$ در این فرایند هستهٔ اتم سدیم تغییری نمی‌کند، اما یون حاصل رفتار شیمیایی متفاوتی نسبت به اتم خنثی نشان می‌دهد؛ بنابراین بدون تغییر در هسته، می‌توان گونه‌ای جدید با خواص شیمیایی متفاوت ایجاد کرد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۷۰ کدام مطلب نادرست است؟

۱) تعداد عنصرهای دورهٔ چهارم، ۹ برابرتعداد عنصرهای دورهٔ اول است.

۲) عدد اتمی عنصر سیلیسیم برابر با نصف مجموع عدد اتمی عناصر دورهٔ بالاتر آن است.

۳) تعداد عنصرهای دوحرفی دورهٔ سوم برابر عدد اتمی عنصر کربن است.

۴) در چهار دورهٔ اول جدول دوره‌ای، عنصرهای گروه ۱۸ کم‌ترین واکنش‌پذیری را دارند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

سیلیسیم (Si) در دورهٔ سوم قرار دارد و عدد اتمی آن برابر است با:

$Z_{Si} = ۱۴$

عنصرهای دورهٔ بالاتر (دورهٔ دوم) که در همان گروه‌های اصلی قرار دارند، عبارت‌اند از:

$Li, Be, B, C, N, O, F, Ne$

مجموع عددهای اتمی آن‌ها:

$۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹+۱۰ = ۵۲$

نصف این مقدار $\frac{۵۲}{۲} = ۲۶$ با عدد اتمی سیلیسیم (۱۴) برابر نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): دورهٔ چهارم شامل ۱۸ عنصر و دورهٔ اول شامل ۲ عنصر است، بنابراین نسبت تعداد عنصرهای آن‌ها برابر $\frac{۱۸}{۲} = ۹$ است.

گزینهٔ (۳): در میان عناصر دورهٔ سوم، عناصر دوحرفی عبارت‌اند از:

Na, Mg, Al, Si, Cl, Ar

عدد اتمی کربن نیز برابر ۶ است، پس این عبارت درست است.

گزینهٔ (۴): عناصر گروه ۱۸ (گازهای نجیب) در چهار دورهٔ نخست عبارت‌اند از:

He, Ne, Ar, Kr

لایهٔ ظرفیت این عناصر کامل است و در نتیجه کم‌ترین تمایل را برای شرکت در واکنش‌های شیمیایی دارند، به همین دلیل واکنش‌پذیری آن‌ها از سایر گروه‌ها کم‌تر است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت