# پدید آورندگان آزمون ۴ مهر

## سال یازدهم ریاضی

***طراحان***

| نام درس | نام طراحان |
|---|---|
| **ریاضی (۱) و حسابان (۱)** | **علی بهره‌مندپور- فرزانه پورعلیرضا- مهرداد اسپیدکار- عادل حسینی- ابراهیم نجفی- محمد هجری- امیر زراندوز- احسان غنی‌زاده- یاسین سپهر- مهدی ملارمضانی- امیرحسین افشار- حمید علیزاده- سیدمحمد سعادت- مسعود برملا- جواد زنگنه‌قاسم‌آبادی- علی شهرابی** |
| **هندسه (۱) و (۲)** | **محمد خندان- حسین حاجیلو- افشین خاصه‌خان- علی ایمانی- فرزانه خاکپاش- سیدسروش کریمی مداحی- رضا عباسی‌اصل- احمدرضا فلاح- امیرمحمد کریمی- احسان خیراللهی- فرهاد وفایی** |
| **فیزیک (۱) و (۲)** | **عبدالرضا امینی‌نسب- زهره آقامحمدی- مصطفی کیانی- مهدی سلطانی- محمدعلی راست‌پیمان- سیدمحمدجواد موسوی- بابک اسلامی- علیرضا سلیمانی- خسرو ارغوانی‌فرد- سینا صالحی** |
| **شیمی (۱) و (۲)** | **یاسر راش- ایمان حسین‌نژاد- علی امینی- روزبه رضوانی- مسعود جعفری- شهرزاد معرفت‌ایزدی- علیرضا بیانی- محمد عظیمیان‌زواره- آرمین محمدی- آرمان قنواتی** |

***گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران***

| نام درس | گزینشگر و مسئول درس | گروه ویراستاری | مسئول درس مستندسازی |
|---|---|---|---|
| **ریاضی (۱) و حسابان (۱)** | مهدی ملارمضانی | سپهر متولیان- مهدی بحرکاظمی<br>گروه مستندسازی: معصومه صنعت‌کار- سجاد سلیمی | سمیه اسکندری |
| **هندسه (۱) و (۲)** | امیرمحمد کریمی | سپهر متولیان- سجاد محمدنژاد- مهدی بحرکاظمی<br>گروه مستندسازی: معصومه صنعت‌کار- مهسا محمدنیا- سیداحسان میرزینلی | سجاد سلیمی |
| **فیزیک (۱) و (۲)** | سینا صالحی | حسین بصیرترکمبور- علی صاحبی- بابک اسلامی<br>گروه مستندسازی: مهدی صالحی- سیدکیان مکی | علیرضا همایون‌خواه |
| **شیمی (۱) و (۲)** | ایمان حسین‌نژاد | پویا رستگاری- احسان پنجه‌شاهی- سیدعلی موسوی‌فرد<br>گروه مستندسازی: محسن دستجردی- بیتا مرادی | سمیه اسکندری |

***گروه فنی و تولید***

| | |
|---|---|
| **مدیر گروه** | **بابک اسلامی** |
| **مسئول دفترچه** | **لیلا نورانی** |
| **مستندسازی و مطابقت با مصوبات** | **مدیر گروه: محیا اصغری / مسئول دفترچه: سجاد سلیمی** |
| **حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی** | **فاطمه علی‌یاری** |
| **نظارت چاپ** | **حمید محمدی** |

**بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)**

## ریاضی (۱)

**۱- گزینهٔ «۱»** *(علی بهره‌مندپور)*

تعداد جملات بین دو جملهٔ $a$ و $b$ در دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت $d$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{b-a}{d}-1$$

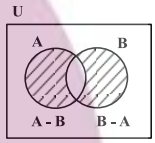
بنابراین: $\frac{14-(-\frac{5}{2})}{\frac{1}{2}}-1=33-1=32$

*(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)*

---

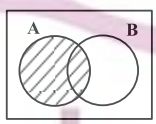
**۲- گزینهٔ «۱»** *(فرزانه پورعلیرضا)*

اگر نمودار ون را رسم کنیم، می‌بینیم که دو مجموعهٔ $A-B$ و $B-A$ هیچ عضو مشترکی ندارند و جدا از هم هستند.

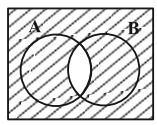



جدا از هم نبودن سایر گزینه‌ها را با نمودار ون بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ «۲»:

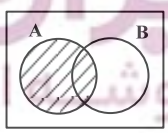



$A$

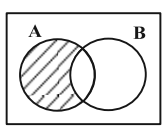



$(A\cap B)'$

گزینهٔ «۳»:

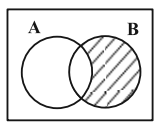



$A$

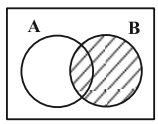



$A\cap B'$

گزینهٔ «۴»:




$B-A$




$B$

*(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۸ تا ۱۰)*

---

**۳- گزینهٔ «۱»** *(مهرداد اسپیدکار)*

برای محاسبهٔ عبارت $A$ کافی است صورت و مخرج کسر $A$ را بر $\cos\alpha$ تقسیم کنیم.

$$A=\frac{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}}\Rightarrow A=\frac{\tan\alpha+1}{\tan\alpha-1}=\frac{\frac{1}{3}+1}{\frac{1}{3}-1}=\frac{\frac{4}{3}}{-\frac{2}{3}}=-2$$

*(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)*

---

**۴- گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

$$\frac{\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{3}}}}}{\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{2}}}}}=\frac{2^{\frac{1}{2}}\times3^{\frac{1}{4}}\times2^{\frac{1}{8}}\times3^{\frac{1}{16}}}{3^{\frac{1}{2}}\times2^{\frac{1}{4}}\times3^{\frac{1}{8}}\times2^{\frac{1}{16}}}=\frac{2^{\frac{5}{8}}\times3^{\frac{5}{16}}}{2^{\frac{5}{16}}\times3^{\frac{5}{8}}}$$

$$=\frac{2^{\frac{5}{16}}}{3^{\frac{5}{16}}}=\sqrt[16]{(\frac{2}{3})^5}$$

*(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)*

---

**۵- گزینهٔ «۲»** *(ابراهیم نجفی)*

۱) $D=(-1,3)-\{0,2\}\ ,\ R=(0,3)-\{2\}\Rightarrow R\subseteq D$

۲) $D=(0,2)\ ,\quad R=(0,4)\Rightarrow D\subseteq R$

۳) $D=[-1,1]\ ,\quad R=(-1,1)\Rightarrow R\subseteq D$

۴) $D=(0,4)\ ,\quad R=(0,2)\Rightarrow R\subseteq D$

*(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)*

---

**۶- گزینهٔ «۳»** *(محمد هجری)*

با توجه به این‌که $|2x+4|$ و $|x-3|$ همواره نامنفی‌اند.

در تعیین علامت نامعادله داده شده تأثیری ندارند، فقط ریشه‌های آن‌ها را لحاظ می‌کنیم. بنابراین تعیین علامت این نامعادله برابر است با:

| $x$ | | $-2$ | | $-1$ | | $1$ | | $3$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $+$ | $0$ | $+$ | ت.ن | $-$ | ت.ن | $+$ | ت.ن | $+$ |

مجموعهٔ جواب $=(-1,1)\cup\{-2\}$

واضح است که تنها به‌ازای اعداد صحیح $x=0$ و $x=-2$ نامعادله برقرار است.

*(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)*

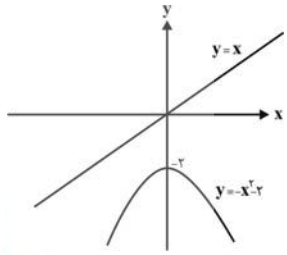
**۷- گزینهٔ «۴»** *(امیر زراندوز)*

با رسم نمودار دو تابع $y=-x^2-2$ و $y=x$ متوجه می‌شویم که هیچ نقطهٔ برخوردی ندارند.

تذکر: البته بدون رسم هم با مساوی قرار دادن ضابطهٔ دو تابع، می‌توانیم نقطه یا نقاط تلاقی احتمالی را به دست آوریم:

$$-x^2-2=x \Rightarrow x^2+x+2=0$$

$\Delta=1^2-4(1)(2)=-7 \Rightarrow$ جواب ندارد.




*(ریاضی ۱- تابع، معادله و نامعادله- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۷)*

---

**۸- گزینهٔ «۲»** *(احسان غنی‌زاده)*

برای رسیدن از $A$ به $C$ چند روش داریم:

$(A \to D \to C)$ و $(A \to B \to C)$ و (مستقیم از $A$ به $C$) و $(A \to D \to B \to C)$

مطابق اصل جمع تعداد هر حالت را می‌شماریم و با هم جمع می‌کنیم:

$$1+(2\times2)+(3\times1)+(3\times1\times2)$$ : تعداد مسیرها

$$=1+4+3+6=14$$

*(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)*

---

**۹- گزینهٔ «۲»** *(محمد هجری)*

$n(S)$ را محاسبه می‌کنیم: $n(S)=6\times2\times2\times2=48$

برای محاسبهٔ $n(A)$ حالت‌بندی می‌کنیم:

اگر عدد تاس ۱ باشد $\Leftarrow$ (پ پ ر ۱) (پ ر پ ۱) (ر پ پ ۱)

اگر عدد تاس ۲ باشد $\Leftarrow$ (پ ر ر ۲) (ر پ ر ۲) (ر ر پ ۲)

اگر عدد تاس ۳ باشد $\Leftarrow$ (ر ر ر ۳)

پس احتمال این پیشامد برابر است با: $\frac{7}{48}$

*(ریاضی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۴۲ تا ۱۵۱)*

---

**۱۰- گزینهٔ «۳»** *(یاسین سپهر)*

انواع وضعیت هوا را می‌توان به‌صورت «آفتابی، ابری، بارانی و برفی» دسته‌بندی کرد پس متغیر کیفی اسمی می‌باشد.

میزان لذت بردن از آشپزی می‌تواند «زیاد، متوسط و کم» باشد، پس متغیر کیفی ترتیبی است.

شاخص تودهٔ بدن حاصل تقسیم جرم افراد ($W$) برحسب کیلوگرم بر توان دوم قد افراد ($H$) برحسب متر یا به عبارت دیگر $\frac{W_{kg}}{(H_m)^2}$ می‌باشد که یک متغیر کمی پیوسته است.

مراحل تحصیل (ابتدایی، متوسطهٔ اول، ...) از نوع کیفی ترتیبی است.

*(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)*

---

## ریاضی (۱) - سؤالات آشنا

**۱۱- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*

برای آنکه تعداد افرادی را که عضو هیچ گروهی نیستند پیدا کنیم، باید تعداد افرادی را که عضو حداقل یک گروه هستند، یعنی اجتماع دو گروه مورد نظر را، حساب کنیم. داریم:

$S$: گروه ورزش و $J$: گروه روزنامه دیواری

$$n(S\cup J)=n(S)+n(J)-n(S\cap J)$$

$$=n(J)+(\underbrace{n(S)-n(S\cap J)})$$

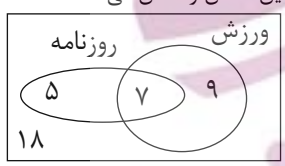
تعداد افرادی که فقط در گروه ورزش هستند.

$$\Rightarrow n(S\cup J)=12+9=21$$

حال با تفریق عدد حاصل از تعداد افراد کلاس، تعداد افراد مورد نظر به دست می‌آید.

تعداد افرادی که عضو هیچ گروهی نیستند $=39-21=18$

نمودار زیر، وضعیت این کلاس را نشان می‌دهد.




*(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۸ تا ۱۳)*

---

**۱۲- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*

از رابطهٔ $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$ (برای $\theta$ ی حاده)، مقدار $\tan\hat{C}$ را حساب می‌کنیم.

$$\xrightarrow{\hat{C}\text{حاده و}\tan C\text{مثبت است.}} \tan\hat{C}=\frac{\frac{5}{13}}{\sqrt{1-\frac{25}{169}}}=\frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}}=\frac{5}{12}$$

از طرفی در مثلث $AHC$ داریم:

$$\tan\hat{C}=\frac{AH}{CH}=\frac{AH}{9}=\frac{5}{12}\Rightarrow AH=\frac{9\times5}{12}=\frac{15}{4}=3/75$$

*(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ و ۴۲ تا ۴۶)*

**۱۳- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

$$۳^x = \frac{۲۱۶}{۱۰۰۰} = \frac{۶^۳}{۱۰^۳} = \frac{۲^۳ \times ۳^۳}{۲^۳ \times ۵^۳} = ۳^۳ \times ۵^{-۳}$$

$$\Rightarrow ۳^{x-۳} = ۵^{-۳} \Rightarrow ۳^{۱-\frac{x}{۳}} = ۵ \quad (۱)$$

$$۵^y = ۶۷۵ = ۳ \times ۲۲۵ = ۳ \times ۱۵^۲ = ۳ \times ۳^۲ \times ۵^۲ = ۳^۳ \times ۵^۲$$

$$\Rightarrow ۵^{y-۲} = ۳^۳ \Rightarrow ۵^{\frac{y-۲}{۳}} = ۳ \quad (۲)$$

با ترکیب روابط (۱) و (۲) داریم:

$$(۳^{۱-\frac{x}{۳}})^{\frac{y-۲}{۳}} = ۳$$

$$\Rightarrow \frac{(۳-x)(y-۲)}{۹} = ۱ \Rightarrow y-۲ = \frac{۹}{۳-x} \Rightarrow y = \frac{۲x-۱۵}{x-۳}$$

*(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)*

---

**۱۴- گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد)*

با توجه به اینکه $\left(a^n\right)^m = a^{nm}$ و $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ است، $A$ را برحسب توان‌های ۲ به‌دست می‌آوریم:

$$A = \sqrt[۵]{۲^۲ \times \sqrt[۳]{۲^۴}} \times (۲^{-۱})^{-\frac{۴}{۳}} = \sqrt[۵]{۲^۲} \times \sqrt[۵]{\sqrt[۳]{۲^۴}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}}$$

$$= ۲^{\frac{۲}{۵}+\frac{۴}{۱۵}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} = ۲^۲$$

$$\Rightarrow (۲A)^{-\frac{۱}{۳}} = (۲^۳)^{-\frac{۱}{۳}} = ۲^{-۱} = \frac{۱}{۲} = ۰/۵$$

*(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)*

---

**۱۵- گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد)*

ابتدا ضابطهٔ تابع را با استفاده از روش مربع کامل بازنویسی می‌کنیم. داریم:

$$y_۱ = -x^۲ + ۲x + ۵ = -(x-۱)^۲ + ۶$$

حال با انتقال ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین داریم:

$$y_۲ = -(x-۳-۱)^۲ + ۶ - ۲ = -(x-۴)^۲ + ۴$$

نیمساز ناحیهٔ اول خط $y = x$ است $(x > ۰)$، بنابراین باید نامعادلهٔ $y_۲ > x$ را حل کنیم:

$$\Rightarrow y_۲ = -(x-۴)^۲ + ۴ = -x^۲ + ۸x - ۱۲ > x$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۷x + ۱۲ < ۰ \Rightarrow (x-۳)(x-۴) < ۰ \Rightarrow ۳ < x < ۴$$

*(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)*

---

**۱۶- گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد)*

شرط آنکه سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ همواره زیر محور $x$ها باشد، آن است که $a < ۰$ و $\Delta < ۰$ باشد. بنابراین داریم:

$$۱ - m < ۰ \Rightarrow m > ۱ \quad (۱)$$

$$\Delta = (۲(m-۳))^۲ - ۴(۱-m)(-۱)$$

$$= ۴m^۲ - ۲۸m + ۴۰ = ۴(m^۲ - ۷m + ۱۰) = ۴(m-۲)(m-۵)$$

$$\Delta < ۰ \Rightarrow ۲ < m < ۵ \quad (۲)$$

اشتراک جواب‌های (۱) و (۲)، جواب مورد نظر خواهد بود.

$$\xrightarrow{(۱)\ ,\ (۲)} ۲ < m < ۵$$

*(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)*

---

**۱۷- گزینهٔ «۲»** *( مشابه کتاب زرد)*

رقم یکان عدد مورد نظر صفر یا ۵ است.

حالت اول: رقم یکان صفر باشد.

$$۹ \times ۸ \times ۱ = ۷۲$$

حالت دوم: رقم یکان ۵ باشد.

$$۸ \times ۸ \times ۱ = ۶۴$$

$$\text{تعداد کل اعداد مورد نظر} = ۷۲ + ۶۴ = ۱۳۶$$

*(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)*

---

**۱۸- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

اولین داده به صورت ۱۰۷۰۱ است و مطابق تعریف ارائه شده داریم:

$$\underbrace{۱۱۵۰۴, \ldots, ۱۱۵۰۱}_{\text{عضو ۱۰۰}}, \ldots, \underbrace{۱۰۹۰۱, \ldots, ۱۰۸۰۱}_{\text{عضو ۹۷}}, \ldots, \underbrace{۱۰۷۱۲, \ldots, ۱۰۷۰۱}_{\text{عضو ۲۵}}, \ldots, \underbrace{\quad}_{\text{عضو ۱۳}}, \underbrace{\quad}_{\text{عضو ۱۲}}, \underbrace{\quad}_{\text{عضو ۱}}$$

در واقع $۴ + ۸ \times ۱۲ = ۱۰۰$ است، پس ۸ گروه سنی (۷ تا ۱۴ سال) قبل از رسیدن به عضو صدم مجموعه به پایان رسیده و از عضو نود و هفتم گروه سنی ۱۵ سال آغاز می‌گردد که صدمین عضو مجموعه نیز به این گروه تعلق دارد.

*(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۴)*

---

**۱۹- گزینهٔ «۳»** *(مشابه کتاب زرد)*

$$n(S) = ۶ \times ۶ \times ۶ = ۲۱۶$$

برای به‌دست آوردن احتمال آن‌که حداکثر یک بار عدد ۶ بیاید، داریم:

حالت اول: اصلاً عدد ۶ ظاهر نشود: $۵ \times ۵ \times ۵ = ۱۲۵$

حالت دوم: یکبار عدد ۶ ظاهر شود: $۱ \times ۵ \times ۵ \times ۳ = ۷۵$

$$\Rightarrow n(A) = ۱۲۵ + ۷۵ = ۲۰۰ \Rightarrow P(A) = \frac{۲۰۰}{۲۱۶} = \frac{۲۵}{۲۷}$$

*(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۹)*

---

**۲۰- گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد)*

تعداد اعضای فضای نمونهٔ پرتاب دو تاس برابر $n(S) = ۳۶$ است. حالت‌های مطلوب که حداقل عدد یک تاس مضرب ۳ و مجموع دو تاس عدد ۷ باشد، عبارت‌اند از:

$$A = \{(۱,۶), (۳,۴), (۴,۳), (۶,۱)\}$$

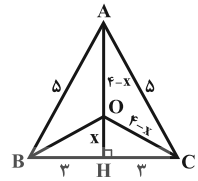
پس احتمال این پیشامد برابر است با:

$$P(A) = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$$

*(ریاضی ۱- احتمال- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۹)*

## هندسه (۱) – نگاه به گذشته

**۲۱– گزینهٔ «۳»** *(محمد فندان)*




نقطهٔ $O$، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث متساوی‌الساقین است، بنابراین از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $ABH$، طول $AH$ را به‌دست می‌آوریم:

$$AH = \sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = ۴$$

با فرض $OH = x$، $OA = ۴ - x$ است. از آنجا که $O$ از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس $OB = OC = ۴ - x$ می‌باشد، حال با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $OCH$، داریم:

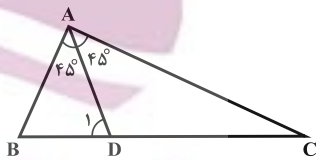
$$OC^۲ = OH^۲ + CH^۲ \Rightarrow (۴-x)^۲ = x^۲ + ۹$$

$$\Rightarrow ۱۶ - ۸x + x^۲ = x^۲ + ۹ \Rightarrow ۸x = ۷ \Rightarrow x = \frac{۷}{۸} = ۰/۸۷۵$$

*(هندسه ۱– ترسیم‌های هندسی و استدلال– صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)*

---

**۲۲– گزینهٔ «۲»** *(حسین حاجیلو)*




در مثلث $ABD$، داریم: $AD > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{D}_۱$

از طرفی می‌دانیم: $\hat{D}_۱ = ۴۵^\circ + \hat{C}$ (زاویهٔ خارجی $\overset{\Delta}{ACD}$)

پس:

$$\hat{B} > \hat{D}_۱ \Rightarrow \hat{B} > ۴۵^\circ + \hat{C} \xrightarrow{\hat{C} = ۹۰^\circ - \hat{B}} \hat{B} > ۴۵ + (۹۰^\circ - \hat{B})$$

$$\Rightarrow ۲\hat{B} > ۱۳۵^\circ \Rightarrow \hat{B} > ۶۷/۵^\circ \xrightarrow{\hat{B} < ۹۰^\circ} ۶۷/۵^\circ < \hat{B} < ۹۰^\circ$$

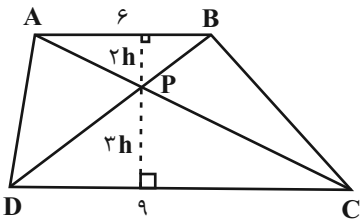
$$\Rightarrow \max(\beta - \alpha) = ۹۰^\circ - ۶۷/۵^\circ = ۲۲/۵^\circ$$

*(هندسه ۱– ترسیم‌های هندسی و استدلال– صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)*

---

**۲۳– گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

با توجه به معلومات مسئله، مساحت دو مثلث $ADP$ و $BCP$ برابر یکدیگر و مساوی ۲۷ است.




همچنین دو مثلث $ABP$ و $PDC$ به نسبت ۲ به ۳ با هم متشابه‌اند، بنابراین ارتفاع‌های آن‌ها نیز به همان نسبت، متناسب خواهند بود. حال مساحت ذوزنقه را به دو صورت می‌توان نوشت که از برابری آن‌ها داریم:

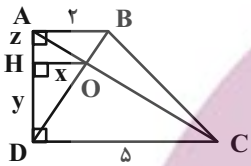
$$\frac{(۶+۹)\times ۵h}{۲} = ۲\times ۲۷ + \frac{۶\times ۲h}{۲} + \frac{۹\times ۳h}{۲}$$

$$\Rightarrow ۷۵h = ۱۰۸ + ۳۹h \Rightarrow h = ۳ \Rightarrow \text{ارتفاع ذوزنقه} = ۵h = ۱۵$$

*(هندسه ۱– چندضلعی‌ها– صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)*

---

**۲۴– گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*




مطابق شکل اگر فاصلهٔ تلاقی قطرها از ساق قائم را با $x$ و اندازهٔ قطعات ایجاد شده روی این ساق را با $y$ و $z$ نمایش دهیم، داریم:

$$\overset{\Delta}{DAB}: HO \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{HO}{AB} = \frac{DH}{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۲} = \frac{y}{y+z}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{x}{۲-x} = \frac{y}{z} \quad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{ADC}: HO \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{HO}{DC} = \frac{AH}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۵} = \frac{z}{y+z}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{x}{۵-x} = \frac{z}{y} \Rightarrow \frac{۵-x}{x} = \frac{y}{z} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \frac{x}{۲-x} = \frac{۵-x}{x} \Rightarrow x^۲ = ۱۰ - ۷x + x^۲$$

$$\Rightarrow ۷x = ۱۰ \Rightarrow x = \frac{۱۰}{۷}$$

*(هندسه ۱– قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن– صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)*

---

**۲۵– گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

$MN$ و $CP$ میانه‌های نظیر اضلاع $BC$ و $BM$ در مثلث $MBC$

هستند و در نتیجه $O$ نقطهٔ برخورد میانه‌ها در این مثلث است، پس داریم:

$$S_{\Delta ONC} = \frac{1}{6} S_{\Delta MBC} = 3 \Rightarrow S_{\Delta MBC} = 18$$

مثلث $MBC$ و متوازی‌الاضلاع $ABCD$ در قاعدهٔ $BC$ مشترک هستند و طول ارتفاع وارد بر این قاعده در آن‌ها یکسان است، بنابراین داریم:

$$S_{ABCD} = 2S_{\Delta MBC} = 2 \times 18 = 36$$

*(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحهٔ ۶۷)*

---

**۲۶- گزینهٔ «۴»** *(فرزانه خاکپاش)*

اگر طول ضلع مثلث را با $a$ و مساحت آن را با $S$ نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 27\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 4 \times 27 = 108 \Rightarrow a = 6\sqrt{3}$$

ارتفاع مثلث: $h_a = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} = 9$

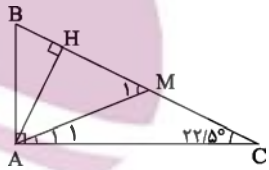
مجموع فواصل هر نقطهٔ دلخواه درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن، برابر طول ارتفاع مثلث است، بنابراین در صورتی که فاصلهٔ نقطهٔ $M$ از ضلع سوم مثلث را با $x$ نمایش دهیم، داریم: $3 + x = 9 \Rightarrow x = 6$

*(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحهٔ ۶۸)*

---

**۲۷- گزینهٔ «۳»** *(سیدسروش کریمی مدامی)*

در این مثلث قائم‌الزاویه، میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم می‌کنیم:




می‌دانیم طول میانهٔ وارد بر وتر نصف طول وتر است، پس داریم:

$$AM = CM = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 22/5^\circ$$

$$\Delta AMC: \text{زاویهٔ خارجی } \hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} = 45^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ $45^\circ$، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ طول وتر است، پس داریم:

$$\Delta AMH: \hat{M}_1 = 45^\circ$$

$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

*(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)*

---

**۲۸- گزینهٔ «۳»** *(فرزانه خاکپاش)*

طبق فرمول پیک برای مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = 5 \Rightarrow \frac{b}{2} + i = 6$$

مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی در صورتی حداکثر خواهد بود که $b$ بیش‌ترین و $i$ کم‌ترین مقدار ممکن را دارا باشند. با توجه به اینکه کم‌ترین مقدار $i$ برابر صفر است، داریم:

$$i = 0 \Rightarrow \frac{b}{2} = 6 \Rightarrow b = 12 \Rightarrow \max(b+i) = 12$$

از طرفی در صورتی مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی حداقل خواهد بود که $b$ کم‌ترین و $i$ بیش‌ترین مقدار ممکن را دارا باشند. کم‌ترین مقدار $b$ برابر ۳ است، ولی چون $i$ همواره عددی حسابی است، پس $b$ باید زوج باشد و در نتیجه داریم:

$$b = 4 \Rightarrow \frac{4}{2} + i = 6 \Rightarrow i = 4 \Rightarrow \min(b+i) = 8$$

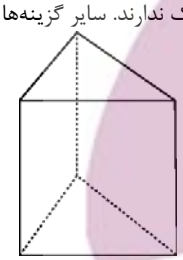
$$\max(b+i) - \min(b+i) = 12 - 8 = 4$$

*(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)*

---

**۲۹- گزینهٔ «۳»** *(رضا عباسی‌اصل)*

گزینهٔ «۳»، همواره برقرار نیست. سه وجه جانبی منشور قائم مقابل دوبه‌دو متقاطع‌اند ولی نقطهٔ مشترک ندارند. سایر گزینه‌ها همواره صحیح هستند.



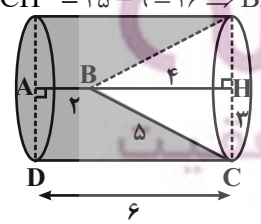
*(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)*

---

**۳۰- گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

در مثلث قائم‌الزاویهٔ $BHC$ داریم:

$$BH^2 = BC^2 - CH^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow BH = 4$$




حجم حاصل از دوران ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ $ABCD$ حول ضلع $AB$ مطابق شکل برابر تفاضل حجم یک استوانه و یک مخروط است:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi(AD)^2 \times DC = \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi(CH)^2 \times BH = \frac{\pi}{3} \times 3^2 \times 4 = 12\pi$$

$$\Rightarrow V = 54\pi - 12\pi = 42\pi \quad \text{(سایه‌زده)}$$

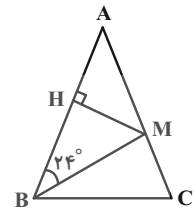
*(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)*

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

## هندسه (۱) - سؤالات آشنا

**۳۱- گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد)*

می‌دانیم هر نقطهٔ روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است، پس داریم:



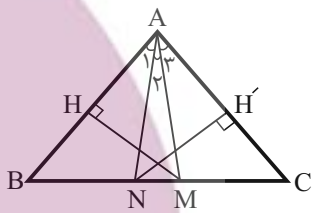

$\overset{\Delta}{MAB} \Rightarrow \hat{A} = A\hat{B}M = ۲۴^\circ$ متساوی‌الساقین است

$B\hat{M}C \Rightarrow B\hat{M}C = \hat{A} + A\hat{B}M = ۴۸^\circ$ زاویهٔ خارجی است

*(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)*

---

**۳۲- گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد)*




$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{۱۸۰^\circ - ۸۰^\circ}{۲} = ۵۰^\circ$

$M$ روی عمودمنصف $AB$ است $\Rightarrow AM = BM \Rightarrow B\hat{A}M = \hat{B} = ۵۰^\circ$

$\Rightarrow \hat{A}_۱ + \hat{A}_۲ = ۵۰^\circ \quad (۱)$

$N$ روی عمودمنصف $AC$ است $\Rightarrow AN = CN \Rightarrow C\hat{A}N = \hat{C} = ۵۰^\circ$

$\Rightarrow \hat{A}_۲ + \hat{A}_۳ = ۵۰^\circ \quad (۲)$

$(۱),(۲) \Rightarrow (\hat{A}_۱ + \hat{A}_۲ + \hat{A}_۳) + \hat{A}_۲ = ۱۰۰^\circ$

$\Rightarrow \hat{A}_۲ = ۱۰۰^\circ - ۸۰^\circ = ۲۰^\circ$

*(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)*

---

**۳۳- گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد)*

$\overset{\Delta}{EDC} : AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{EA}{AD} = \frac{EB}{BC} \Rightarrow \frac{۵}{x} = \frac{۳x-۴}{۴}$

$\Rightarrow x(۳x-۴) = ۲۰ \Rightarrow ۳x^۲ - ۴x - ۲۰ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۱۰}{۳} \\ x = -۲ \text{ غ ق ق} \end{cases}$

$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیهٔ اساسی تشابه}} \overset{\Delta}{EAB} \sim \overset{\Delta}{EDC}$

$\Rightarrow \frac{S_{EAB}}{S_{EDC}} = \left(\frac{EA}{ED}\right)^۲ = \left(\frac{۵}{\frac{۲۵}{۳}}\right)^۲$

$\Rightarrow \frac{S_{EAB}}{S_{EDC}} = \frac{۹}{۲۵} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت درمخرج}} \frac{S_{EAB}}{S_{ABCD}} = \frac{۹}{۱۶}$

$\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{EAB}} = \frac{۱۶}{۹}$

*(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۰ تا ۵۱)*

---

**۳۴- گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد)*

$AD \parallel BF \xrightarrow{\text{قضیهٔ اساسی تشابه}} \overset{\Delta}{EAD} \sim \overset{\Delta}{EFB}$

$\Rightarrow \frac{EF}{EA} = \frac{EB}{ED} \quad (۱)$

$AB \parallel DG \xrightarrow{\text{قضیهٔ اساسی تشابه}} \overset{\Delta}{EAB} \sim \overset{\Delta}{EGD}$

$\Rightarrow \frac{EA}{EG} = \frac{EB}{ED} \quad (۲)$

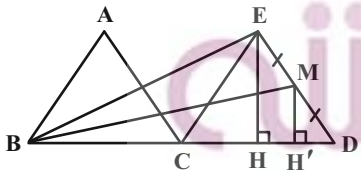
$(۱),(۲) \Rightarrow \frac{EF}{EA} = \frac{EA}{EG} \Rightarrow EF \times EG = EA^۲$

*(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۴)*

---

**۳۵- گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد)*

از نقاط $E$ و $M$، عمودهایی بر ضلع $CD$ رسم می‌کنیم.




می‌دانیم در مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع $a$، طول ارتفاع برابر $\frac{a\sqrt{۳}}{۲}$ است، بنابراین داریم:

$EH = \frac{۴\sqrt{۳}}{۲} = ۲\sqrt{۳}$

$\overset{\Delta}{DEH} : MH' \parallel EH \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}$

$\frac{MH'}{EH} = \frac{DM}{DE} \Rightarrow \frac{MH'}{۲\sqrt{۳}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow MH' = \sqrt{۳}$

$S_{\overset{\Delta}{BMD}} = \frac{۱}{۲} MH' \times BD = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۳} \times ۸ = ۴\sqrt{۳}$

*(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)*

**۳۶- گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد)*

$$\overset{\Delta}{BAD}: OM \parallel AD \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{AM}{AB}=\frac{DO}{BD} \quad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{ABC}: ON \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{BN}{AB}=\frac{CO}{AC} \quad (۲)$$

$$\overset{\Delta}{DOC} \sim \overset{\Delta}{AOB} \Rightarrow \frac{DO}{OB}=\frac{CO}{OA} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}}$$

$$\frac{DO}{BD}=\frac{CO}{AC} \quad (۳)$$

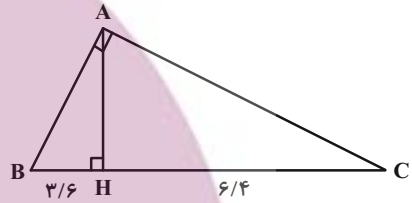
$$(۱),(۲),(۳) \Rightarrow \frac{AM}{AB}=\frac{BN}{AB} \Rightarrow AM=BN \Rightarrow \frac{AM}{BN}=۱$$

*(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷)*

---

**۳۷- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

فرض کنید مثلث $ABC$ مطابق شکل زیر باشد.




طبق روابط طولی در این مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AB^۲=BH\times BC=۳/۶\times ۱۰=۳۶ \Rightarrow AB=۶$$

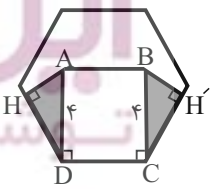
$$AC^۲=CH\times BC=۶/۴\times ۱۰=۶۴ \Rightarrow AC=۸$$

$$AB+AC=۶+۸=۱۴$$

*(هندسه ۱- قضیهٔ تالس و تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)*

---

**۳۸- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*




هر زاویهٔ داخلی یک شش‌ضلعی منتظم برابر $۱۲۰^\circ$ است، پس داریم:

$$A\hat{D}H=B\hat{C}H'=۱۲۰^\circ-۹۰^\circ=۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow D\hat{A}H=C\hat{B}H'=۶۰^\circ$$

در یک مثلث قائم‌الزاویه اندازهٔ اضلاع روبه‌رو به زوایای $۳۰^\circ$ و $۶۰^\circ$ به‌ترتیب برابر $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر است، پس داریم:

$$AH=\frac{۱}{۲}AD=۲, HD=\frac{\sqrt{۳}}{۲}AD=۲\sqrt{۳}$$

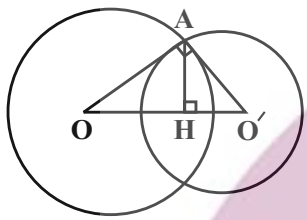
$$S_{\overset{\Delta}{ADH}}=S_{\overset{\Delta}{BCH'}}=\frac{۱}{۲}AH\times HD=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۲\sqrt{۳}=۲\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت ناحیهٔ هاشورخورده}=۲\times ۲\sqrt{۳}=۴\sqrt{۳}$$

*(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳)*

---

**۳۹- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*




$$\overset{\Delta}{OAO'}: ۵^۲=۴^۲+۳^۲ \Rightarrow OO'^۲=OA^۲+O'A^۲$$

$$\xrightarrow{\text{طبق عکس قضیهٔ فیثاغورس}} \hat{OAO'}=۹۰^\circ$$

$$\Rightarrow AH\times OO'=OA\times O'A$$

$$\Rightarrow AH\times ۵=۴\times ۳ \Rightarrow AH=۲/۴$$

مکان هندسی نقاط مشترک دو کره، دایره‌ای به شعاع $AH$ است، بنابراین:

$$S=\pi(AH)^۲=۵/۷۶\pi$$

*(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)*

---

**۴۰- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*

دو خط $d$ و $\ell_۲$ قطعاً غیرموازی هستند، چون اگر $d \parallel \ell_۲$ باشد، آنگاه با توجه به موازی بودن $\ell_۱$ و $\ell_۲$، دو خط $d$ و $\ell_۱$ نیز باید با هم موازی باشند (دو خط موازی با یک خط، با یکدیگر موازی‌اند) که این خلاف فرض سؤال است.

*(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)*

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

## فیزیک (۱) - نگاه به گذشته

**۴۱- گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

هرگاه جسمی را درون ظرف لبریز از مایعی فرو ببریم، حجم مایع سرریز شده با حجم جسم موردنظر برابر است. حجم آب سرریز شده برابر است با:

$$V_{\text{آب}} = \frac{m}{\rho} = \frac{۴۰}{۱} = ۴۰cm^۳ = V_{\text{گلوله}}$$

اکنون جرم گلوله را پیدا می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} m_{\text{گلوله}} = \rho V \\ \rho_{\text{گلوله}} = ۷۸۰۰\frac{kg}{m^۳} = ۷/۸\frac{g}{cm^۳} \end{array}\right\} \Rightarrow m = ۷/۸\times ۴۰ = ۳۱۲g$$

*(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)*

---

**۴۲- گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

چگالی مخلوط دو مایع برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲}$$

$$\Rightarrow ۱/۰۵ = \frac{۰/۹V_۱ + ۱/۵V_۲}{۴۰۰۰} \Rightarrow ۴۲۰۰ = ۰/۹V_۱ + ۱/۵V_۲$$

$$\Rightarrow ۱۴۰۰۰ = ۳V_۱ + ۵V_۲ \qquad (۱)$$

از طرفی مجموع حجم دو مایع برابر با ۴ لیتر است.

$$V_۱ + V_۲ = ۴۰۰۰ \qquad (۲)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توانیم حجم‌های $V_۱$ و $V_۲$ را به‌دست آوریم:

$$(۱),(۲) \Rightarrow V_۱ = ۳۰۰۰cm^۳ = ۳L, V_۲ = ۱۰۰۰cm^۳ = ۱L$$

نسبت جرم مایع دوم به مایع اول برابر است با:

$$\frac{m_۲}{m_۱} = \frac{\rho_۲V_۲}{\rho_۱V_۱} = \frac{۱/۵\times ۱}{۰/۹\times ۳} = \frac{۵}{۹}$$

*(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)*

---

**۴۳- گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

می‌دانیم وقتی چگالی جسمی بیشتر از چگالی آب باشد، در آب فرو می‌رود و ته‌نشین می‌شود، در حالی که اگر چگالی جسم کمتر از چگالی آب باشد، روی آب شناور می‌ماند. هم‌چنین در حالتی که چگالی جسم و آب یکسان باشد، جسم در آب به‌صورت غوطه‌ور درمی‌آید. بنابراین، اگر به شکل سؤال دقت کنیم برای هر یک از شکل‌ها می‌توان گفت:

جسم (۱): چون $F_b = W$ است (طول بردارهای آن‌ها برابرند)، این جسم در آب غوطه‌ور است، لذا چگالی جسم برابر چگالی آب است.

جسم (۲): چون $F_b > W$ است (طول بردار $F_b$ بزرگ‌تر از طول بردار $W$ است.) جسم به‌طرف بالا و به‌طرف سطح آب حرکت می‌کند. بنابراین، چگالی جسم کوچک‌تر از چگالی آب است.

جسم (۳): چون $F_b < W$ است (طول بردار $F_b$ کوچک‌تر از طول بردار $W$ است.) جسم در آب به‌طرف پایین حرکت می‌کند و ته‌نشین می‌شود. بنابراین چگالی جسم بزرگ‌تر از چگالی آب است.

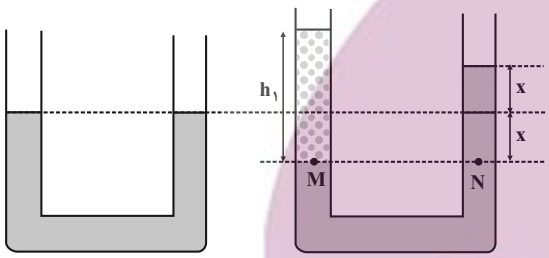
جسم (۴): چون جسم در سطح آب شناور است، چگالی جسم کوچک‌تر از چگالی آب است.

*(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)*

---

**۴۴- گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با اضافه کردن مایع در شاخهٔ سمت چپ، حجم جیوهٔ جابه‌جا شده در دو شاخهٔ لولهٔ U شکل برابر است. در این صورت داریم:




$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_۱h_۱ = \rho_{\text{جیوه}}h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow \rho_۱h_۱ = \rho_{\text{جیوه}}(۲x) \Rightarrow ۳/۴\times h_۱ = ۱۳/۶\times ۲\times ۲/۵$$

$$\Rightarrow h_۱ = ۲۰cm$$

ارتفاع مایع ریخته شده $۲۰cm$ می‌باشد.

$$V_{\text{مایع}} = Ah = ۵\times ۲۰ = ۱۰۰cm^۳$$

$$\Rightarrow m = \rho_{\text{مایع}}V_{\text{مایع}} = ۳/۴\times ۱۰۰ = ۳۴۰g$$

*(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)*

---

**۴۵- گزینهٔ «۳»** *(مهدی سلطانی)*

با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم:

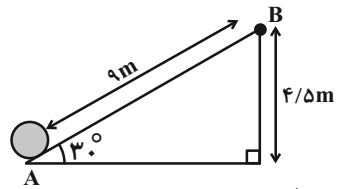
$$W_{f_k} = E_B - E_A = (K_B + U_B) - (K_A + U_A)$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = (K_B - K_A) + (U_B - U_A) = \Delta K + \Delta U$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -۵۰ + ۳۲ = -۱۸J$$

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

$$\Rightarrow W_{f_k} = -f_k \times d \Rightarrow -۱۸ = -f_k \times ۹$$
$$\Rightarrow f_k = ۲N$$




*(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۴، ۵۷ و ۶۵ تا ۷۳)*

---

**۴۶- گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

بر جسم دو نیروی بالابر $\vec{F}$ و نیروی وزن $m\vec{g}$ وارد می‌شود. طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی، چون تندی ثابت است، $(v_۱ = v_۲)$ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$W_t = W_F + W_{mg} \xrightarrow[W_{mg} = -mg\Delta h]{W_t = ۰} ۰ = W_F - mg\Delta h$$
$$\Rightarrow W_F = mg\Delta h$$

با توجه به این‌که توان خروجی متوسط برابر $P_{av(\text{خروجی})} = \frac{W_{\text{خروجی}}}{t}$ است، می‌توان نوشت:

$$P_{av(\text{خروجی})} = \frac{W_{\text{خروجی}}}{t} = \frac{mg\Delta h}{t} \xrightarrow[\Delta h = ۱۰m]{m = ۵۰۰kg, t = ۲۵s}$$
$$P_{av(\text{خروجی})} = \frac{۵۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰}{۲۵} = ۲۰۰۰W$$

با داشتن توان متوسط خروجی و بازده، توان مصرفی را به‌صورت زیر می‌یابیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{مصرفی}}} \xrightarrow{Ra = \frac{۸۰}{۱۰۰}} \frac{۸۰}{۱۰۰} = \frac{۲۰۰۰}{P_{\text{مصرفی}}}$$
$$\Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = ۲۵۰۰W = ۲/۵kW$$

*(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴ و ۷۳ تا ۷۶)*

---

**۴۷- گزینهٔ «۲»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

اختلاف انبساط حجمی ظرف و گلیسیرین باید برابر با $۴/۷cm^۳$ باشد.

$$\Delta V_{\text{گلیسیرین}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = ۴/۷\,cm^۳$$
$$\Rightarrow \beta V_۱ \Delta\theta - ۳\alpha V_۱ \Delta\theta = ۴/۷ \Rightarrow (\beta - ۳\alpha)V_۱\Delta\theta = ۴/۷$$
$$\Rightarrow (۵\times۱۰^{-۴} - ۳\times۱۰^{-۵}) \times ۲۰۰\Delta\theta = ۴/۷$$
$$\Rightarrow ۴/۷\times۱۰^{-۴} \times ۲۰۰\Delta\theta = ۴/۷ \Rightarrow \Delta\theta = ۵۰^\circ C$$

*(فیزیک ۱- رما و گرما- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)*

---

**۴۸- گزینهٔ «۱»** *(سیرمحمدجواد موسوی)*

فرض می‌کنیم جرم آب $۳۰^\circ C$ برابر با m گرم باشد. پس جرم مخلوط نهایی پس از تعادل $(m + ۳۰۰)$ گرم خواهد بود که ۷۵ درصد آن یخ صفر درجهٔ سلسیوس و ۲۵ درصد آن آب صفر درجهٔ سلسیوس است.

$$\text{جرم یخ نهایی} = ۰/۷۵ \times (m + ۳۰۰) = (۰/۷۵m + ۲۲۵)$$
$$\text{جرم یخ ذوب شده} = ۳۰۰ - (۰/۷۵m + ۲۲۵) = ۷۵ - ۰/۷۵m$$
$$\text{گرمای داده شده} Q + \text{گرمای گرفته شده} Q = ۰$$
$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} c\Delta\theta + m_{\text{یخ ذوب شده}} L_F = m_{\text{آب}} c\Delta\theta$$
$$\Rightarrow ۳۰۰\times۲۰\times۲/۱ + (۷۵ - ۰/۷۵m)\times۳۳۶ = m\times۳۰\times۴/۲$$
$$\Rightarrow ۳۰۰\times۲۰ + (۷۵ - ۰/۷۵m)\times۱۶۰ = m\times۳۰\times۲$$
$$\Rightarrow ۶۰۰۰ - ۱۲۰m + ۱۲۰۰۰ = ۶۰m \Rightarrow ۱۸۰m = ۱۸۰۰۰$$
$$\Rightarrow m = ۱۰۰g$$

با فرض اینکه بخشی از آب یخ می‌بندد نیز اگر مسئله را حل کنیم به این جواب خواهیم رسید.

*(فیزیک ۱- رما و گرما- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)*

---

**۴۹- گزینهٔ «۴»** *(بابک اسلامی)*

طبق متن کتاب درسی، هر چهار عبارت داده شده صحیح هستند.

*(فیزیک ۱- ترمودینامیک- صفحه‌های ۱۳۰، ۱۴۶ و ۱۴۷)*

---

**۵۰- گزینهٔ «۲»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

با توجه به رابطهٔ بازدهٔ یک ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = ۱ - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$
$$\Rightarrow ۰/۲۵ = ۱ - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow \frac{|Q_L|}{Q_H} = ۰/۷۵$$

در حالت دوم، با کاهش گرمای اتلافی، داریم:

$$|Q'_L| = |Q_L| - ۰/۲|Q_L| \Rightarrow |Q'_L| = ۰/۸|Q_L|$$
$$\eta' = ۱ - \frac{|Q'_L|}{Q_H} \Rightarrow \eta' = ۱ - \frac{۰/۸|Q_L|}{Q_H}$$
$$\eta' = ۱ - ۰/۸\times۰/۷۵ = ۱ - ۰/۶ \Rightarrow \eta' = ۰/۴$$
$$\Rightarrow \Delta\eta = ۰/۴ - ۰/۲۵ = ۰/۱۵$$

*(فیزیک ۱- ترمودینامیک- صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۶)*

## فیزیک (۱) - سؤالات آشنا

**۵۱- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*

جرم آلیاژ آلومینیم: $m_{A\ell} = V_{A\ell}\,\rho_{A\ell}$

$V_{Al} = ۵^۳ = ۱۲۵\,cm^۳$

$m_{Al} = ۱۲۵ \times ۲/۷ g$

جرم آلیاژ آهن: $m_{Fe} = \rho_{Fe}\,V_{Fe}$

$V_{Fe} = ۳^۳ = ۲۷\,cm^۳$

$m_{F_e} = ۲۷ \times ۸/۷ g$

$\Delta m = m_{Al} - m_{Fe}$

$\Delta m = ۱۲۵ \times ۲/۷ - ۲۷ \times ۸/۷ = ۲/۷(۱۲۵ - ۸۷) = ۲/۷ \times ۳۸$

$\Rightarrow \Delta m = ۱۰۲/۶ g$

در کفهٔ $B$ باید قرار داد. چون جرم آلیاژ آهن کم‌تر است.

*(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)*

---

**۵۲- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

با استفاده از رابطهٔ فشار مایعات در عمق $h$ از آن داریم:

$$P = \rho g h + P_۰ \Rightarrow P - P_۰ = \rho g h \Rightarrow \frac{P_۲ - P_۰}{P_۱ - P_۰} = \frac{h_۲}{h_۱}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۰۶ - P_۰}{۱۰۰ - P_۰} = \frac{۲۰}{۵} \Rightarrow P_۰ = ۹۸\,kPa$$

*(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)*

---

**۵۳- گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد)*

الف) نادرست: ذرات سازندهٔ مواد جامد، دارای حرکت‌های نوسانی بسیار کوچک‌اند.

ب) صحیح

ج) صحیح

د) صحیح

*(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)*

---

**۵۴- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

فشاری که در سمت راست لوله با فشاری که در سمت چپ لوله در نقطه $M$ ایجاد شده با یکدیگر برابرند.

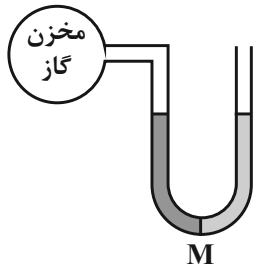
$$P_{\text{مخزن گاز}} + \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}} = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + P_۰$$

$$P_{\text{مخزن‌گاز}} - P_۰ = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} - \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}} = \text{فشار پیمانه‌ای}$$

$= ۱۳۶۰\,Pa$

تبدیل به سانتی‌متر جیوه $P = \rho g h \Rightarrow ۱۳۶۰ = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times h$

$\Rightarrow h = ۰/۰۱ m = ۱ cmHg = ۱۰ mmHg$




*(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)*

---

**۵۵- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*

چون هواپیما به سمت بالا جابه‌جا شده است، بنابراین کار نیروی وزن منفی است و در نتیجه گزینه‌های (۱) و (۳) حذف می‌شوند. داریم:

$$W_{mg} = mgh\cos(۱۸۰^\circ) = ۶۰ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۶۰۰ \times (-۱)$$

$$\Rightarrow W_{mg} = -۳/۶ \times ۱۰^۸\,J$$

برای محاسبهٔ تغییرات انرژی مکانیکی هواپیما داریم:

$$E = K + U \Rightarrow \Delta E = \Delta K + \Delta U \xrightarrow{\Delta U = -W_{mg}}$$

$$\Rightarrow \Delta E = \frac{۱}{۲} m(v_۲^۲ - v_۱^۲) - W_{mg} \xrightarrow{v_۲ = ۲v_۱}$$

$$\Delta E = \frac{۱}{۲} m v_۱^۲ (۴ - ۱) - W_{mg}$$

$$\Rightarrow \Delta E = \frac{۳}{۲} \times ۶۰ \times ۱۰^۳ \times ۸۰^۲ - (-۳/۶ \times ۱۰^۸)$$

$$\Rightarrow \Delta E = ۹/۳۶ \times ۱۰^۸\,J$$

*(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان صفحه‌های ۵۳ تا ۷۰)*

---

**۵۶- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{۱}{۲} m v^۲ \Rightarrow n \times ۴/۲ \times ۱۰^۹ = \frac{۱}{۲} \times ۲/۱ \times ۱۰^۴ \times (۸ \times ۱۰^۳)^۲$$

$$\Rightarrow n = ۱۶۰\,ton$$

*(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)*

---

**۵۷- گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد)*

نمودار دمای مایع برحسب زمان، به صورت خط راستی با شیب غیرصفر است، بنابراین مایع تغییر حالت ندارد. در نتیجه با توجه به این‌که در هر دقیقه به این مایع $۱۰۰\,J$ گرما می‌دهیم، می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow ۵۶ \times ۱۰۰ = ۰/۵ \times c \times (۴۱ - (-۳۹))$$

$$\Rightarrow c = ۱۴۰ \frac{J}{kg.K}$$

*(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)*

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

**۵۸- گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد)*

با استفاده از معادلهٔ حالت گازهای آرمانی، داریم:

$$V_{H_2} + V_{He} = 40\times10^{-3}\,m^3$$

$$\Rightarrow \frac{n_{H_2}RT_{H_2}}{P_{H_2}} + \frac{n_{He}RT_{He}}{P_{He}} = 40\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{8\times400}{2\times10^5}\times\left(n_{H_2}+n_{He}\right) = 40\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow n_{H_2}+n_{He} = 2/5 \Rightarrow \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} + \frac{m_{He}}{M_{He}} = 2/5$$

$$\Rightarrow \frac{m_{H_2}}{2} + \frac{m_{He}}{4} = 2/5 \Rightarrow 2m_{H_2} + m_{He} = 10g \qquad (*)$$

از طرفی:

$$m_{H_2} + m_{He} = 8g \qquad (**)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های $(*)$ و $(**)$ داریم:

$$\left.\begin{matrix} m_{H_2} = 2g \\ m_{He} = 6g \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{m_{H_2}}{m_{He}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

*(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)*

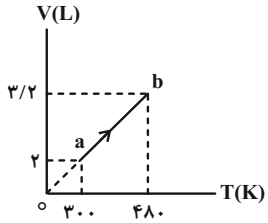
---

**۵۹- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

چون امتداد فرایند ab که به‌صورت یک خط راست است که از مبدأ مختصات می‌گذرد، نمودار $V-T$ رسم شده مربوط به فرایندی هم‌فشار است.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2}{300} = \frac{3/2}{T_2} \Rightarrow T_2 = 480K$$

حال با استفاده از رابطهٔ $W = -P\Delta V = -nR\Delta T$، کار انجام شده بر روی گاز را می‌یابیم.




$$W = -nR\Delta T \xrightarrow[n=1mol\ ,\ R=8\frac{J}{mol\,.\,K}]{\Delta T=T_2-T_1=480-300=180K}$$

$$W = -1\times8\times180 \Rightarrow W = -1440J$$

اکنون با استفاده از قانون اول ترمودینامیک $Q$ را می‌یابیم. دقت کنید چون $\Delta T > 0$ است، $\Delta U > 0$ می‌باشد.

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 2160 = Q - 1440 \Rightarrow Q = 3600J$$

*(فیزیک ۱- ترمودینامیک صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)*

---

**۶۰- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*

تغییرات انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل طی یک چرخهٔ کامل برابر با صفر است. بنابراین:

$$\Delta U_{ABCA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ABC} + \Delta U_{CA} = 0$$

$$\xrightarrow[\Delta U_{CA}=0]{\text{فرایند CA هم‌دما است.}} \Delta U_{ABC} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{ABC} + W_{ABC} = 0 \Rightarrow Q_{ABC} + W_{AB} + W_{BC} = 0$$

$$\xrightarrow[W_{BC}=0]{\text{فرایند BC هم‌حجم است.}} Q_{ABC} = -W_{AB}$$

$$\xrightarrow{\text{فرایند AB هم‌فشار است.}} Q_{ABC} = P_A(V_B - V_A)$$

$$= P_AV_B - P_AV_A$$

$$\xrightarrow[P_AV_A=P_CV_C]{V_B=V_C} Q_{ABC} = P_AV_C - P_CV_C$$

$$= V_C(P_A - P_C)$$

$$\Rightarrow Q_{ABC} = 16\times10^{-3}\times(8\times10^5 - 2\times10^5)$$

$$\Rightarrow Q_{ABC} = 9600J$$

*(فیزیک ۱- ترمودینامیک- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)*

ایران توشه — توشه‌ای برای تو هکتیک

## شیمی (۱) - نگاه به گذشته

**۶۱- گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درصد فراوانی عنصرهای هیدروژن و هلیم (عنصرهای ردیف اول جدول دوره‌ای عنصرها) در سیارهٔ مشتری نسبت به زمین بیشتر است؛ در حالی‌که درصد فراوانی گوگرد در سیارهٔ زمین بیشتر از سیارهٔ مشتری است.

۲) ایزوتوپی از عنصر تکنسیم ($_{۴۳}Tc$) در تصویربرداری غدهٔ تیروئید مورد استفاده قرار می‌گیرد که نسبت شمار نوترون‌های آن به شمار پروتون‌های آن کمتر از ۱/۵ است.

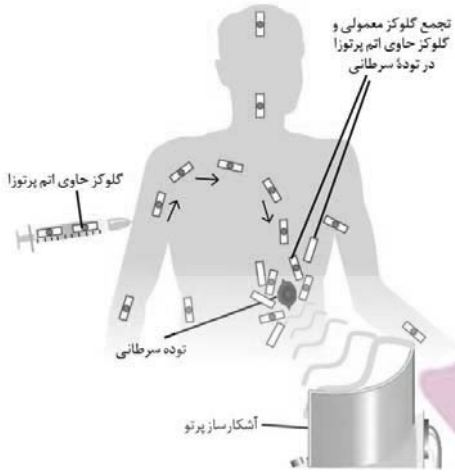
$$^{۹۹}_{۴۳}Tc: \frac{n}{p} = \frac{۹۹-۴۳}{۴۳} \simeq ۱/۳ < ۱/۵$$

۳) در دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای، ۱۳ عنصر فلزی با اعداد اتمی ۱۹ تا ۳۱ (از پتاسیم تا گالیم) وجود دارد که از این میان نماد شیمیایی چهار عنصر فلزی کلسیم ($_{۲۰}Ca$)، کروم ($_{۲۴}Cr$)، کبالت ($_{۲۷}Co$) و مس ($_{۲۹}Cu$) با حرف C شروع می‌شود:

$$\frac{۴}{۱۳} \times ۱۰۰ \simeq \%۳۰/۷ = \text{درصد عنصرهای فلزی مورد نظر}$$

چهار عنصر کلسیم، کروم، کبالت و مس همگی دارای الکترون در زیرلایهٔ 4s به عنوان آخرین زیرلایهٔ اشغال شده هستند. زیرلایه‌های 1s، 2s و 3s هر کدام دو الکترون دارند و با توجه به این‌که زیرلایهٔ s دارای عدد کوانتومی فرعی $l=۰$ است، این سه زیرلایه مجموعاً شش الکترون با $l=۰$ را شامل می‌شوند. زیرلایهٔ 4s نیز حداقل یک الکترون دارد (در کلسیم و کبالت دو الکترون و در کروم و مس یک الکترون) که این الکترون‌ها نیز دارای $l=۰$ است؛ بنابراین هر یک از این چهار عنصر حداقل هفت الکترون با عدد کوانتومی فرعی $l=۰$ در آرایش الکترونی خود دارند.

۴) همان‌طور که در شکل داده شده می‌بینید، برای تودهٔ سرطانی، نوع گلوکز مهم نیست و هر نوع گلوکزی را مصرف می‌کند؛ به عبارت دیگر هم گلوکز معمولی هم گلوکز نشان‌دار در محل توده، جمع می‌شود، ولی این گلوکز نشان‌دار است که به دلیل پرتوزا بودن، محل تودهٔ سرطانی را لو می‌دهد! به عبارت دیگر غدهٔ سرطانی به خاطر مصرف زیاد گلوکز مشخص می‌شود.




*(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۳ و ۵ تا ۱۱)*

---

**۶۲- گزینهٔ «۲»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

$$A: [_{۱۸}Ar]\ ۳d^{۵}\ ۴s^{۱} \Rightarrow {}_{۲۴}Cr$$

$$X: [_{۱۰}Ne]\ ۳s^{۲}\ ۳p^{۳} \Rightarrow {}_{۱۵}P$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت کروم ($۳d^{۵}\ ۴s^{۱}$) برابر ۲۹ است. $۵(۳+۲)+۱(۴+۰)=۲۹$

گزینهٔ «۲»: عنصر فسفر، نافلزی از دورهٔ سوم جدول تناوبی است که می‌تواند یون پایدار $P^{۳-}$ را نیز تولید کند.

گزینهٔ «۳»: کروم می‌تواند دو یون پایدار $Cr^{۲+}$ و $Cr^{۳+}$ تشکیل دهد، پس می‌تواند با اکسیژن و نیتروژن ترکیبات زیر را تشکیل دهد:

$$CrO\ ,\ Cr_۲O_۳\ ,\ Cr_۳N_۲\ ,\ CrN$$

گزینهٔ «۴»: شمار اتم‌ها در ترکیب $PH_۳$ بیشتر از شمار اتم‌ها در ترکیب CrO است.

*(شیمی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۳۰ تا ۴۱ و ۵۵ تا ۵۸)*

---

**۶۳- گزینهٔ «۲»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

$$?\ _{\text{یون}} = ۱/۱۷\text{g NaCl} \times \frac{۱\text{mol NaCl}}{۵۸/۵\text{g NaCl}} \times \frac{N_A\ \text{NaCl}}{۱\text{mol NaCl}}$$

$$\times \frac{\text{یون } ۲}{۱\ \text{NaCl}} = ۰/۰۴N_A\ \text{یون}$$

$$?\,mol\,A = ۰/۰۴\,N_{A\,\text{یون}} \times \frac{۱A}{۲\,\text{یون}} \times \frac{۱mol\,A}{N_A A} = ۰/۰۲\,mol\,A$$

$$\text{جرم مولی } A = \frac{\text{جرم نمونه}}{\text{شمار مول‌ها}} = \frac{۰/۸}{۰/۰۲} = ۴۰g.mol^{-۱}$$

$$\Rightarrow \text{عدد جرمی} = ۴۰\ ,\ n+p=۴۰ \xrightarrow{n=p} \begin{matrix} n=۲۰ \\ p=۲۰ \end{matrix}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) با توجه به شمار پروتون‌ها، عنصر $A$ در گروه ۲ و دورهٔ ۴ جدول تناوبی قرار دارد.

۲) عنصر $_{۲۰}A$ متعلق به گروه دوم و عنصر $_{۱۱}D$ متعلق به گروه اول جدول تناوبی هستند، پس نمی‌توانند یون‌های مشابهی تولید کنند.

۳)

$$?\,\text{یون} = ۱۴g\ AO \times \frac{۱mol\,AO}{(۴۰+۱۶)g\,AO} \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,AO}{۱mol\,AO}$$

$$\times \frac{۲\,\text{یون}}{۱AO} = ۳/۰۱\times۱۰^{۲۳}\,\text{یون}$$

۴) اگر جرم مولی $A_۳M_۲$ برابر با ۱۸۲ گرم بر مول باشد، جرم مولی عنصر $M$ نیز برابر با ۳۱ گرم بر مول خواهد بود $\left(\frac{(۱۸۲-۳\times۴۰)}{۲}=۳۱\right)$. از آنجا که در یک اتم (به‌جز $_{۱}^{۱}H$) همواره شمار پروتون‌ها کمتر یا برابر با شمار نوترون‌ها است، پس حداکثر شمار پروتون‌ها در عنصر $M$ برابر ۱۵ است.

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۰ تا ۱۹)*

---

**۶۴- گزینهٔ «۲»** *(علی امینی)*

با توجه به نقطه جوش گازها:

$$\begin{cases} He: -۲۶۹^\circ C \\ N_۲: -۱۹۶^\circ C \\ Ar: -۱۸۶^\circ C \\ O_۲: -۱۸۳^\circ C \end{cases}$$

هوای مایع در دمای $-۲۰۰^\circ C$ حاوی سه عنصر $N_۲$ ، $O_۲$ ، $Ar$ است و در دمای $-۱۹۵^\circ C$ ابتدا گاز $N_۲$ جدا شده، سپس در دمای $-۱۸۵^\circ C$ گاز $Ar$ جدا می‌شود. در نتیجه می‌توان گفت:

$A: N_۲ \quad B: Ar \quad C: O_۲$

بررسی همه گزینه‌ها به‌ترتیب:

۱) عنصر **C** (اکسیژن) در ساختار همه مولکول‌های زیستی یافت می‌شود.

۲) مطابق متن کتاب درسی، به دلیل نزدیکی نقطه جوش $O_۲$ و $Ar$، تهیه اکسیژن ۱۰۰٪ خالص دشوار است.

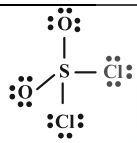
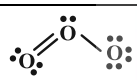
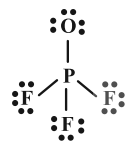
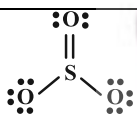
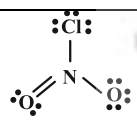
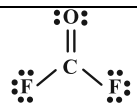
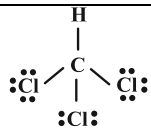
۳) این گزاره در ارتباط با عنصر هلیم بوده که جزو مخلوط هوای مایع نمی‌باشد و ارتباطی به گاز C (اکسیژن) ندارد.

۴) نیتروژن در نگهداری از نمونه‌های بیولوژیک و هلیم در خنک کردن قطعات الکترونیکی (مثلاً در MRI) نقش دارد.

*(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)*

---

**۶۵- گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

| مولکول | ساختار لوویس | اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی ... | نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی |
|---|---|---|---|
| $SO_۲Cl_۲$ |  | نیست | $\frac{۱۲}{۴}=۳$ |
| $O_۳$ |  | است | $\frac{۶}{۳}=۲$ |
| $POF_۳$ |  | نیست | $\frac{۱۲}{۴}=۳$ |
| $HCN$ |  | نیست | $\frac{۱}{۴}$ |
| $SO_۳$ |  | نیست | $\frac{۸}{۴}=۲$ |
| $NO_۲Cl$ |  | نیست | $\frac{۸}{۴}=۲$ |
| $COF_۲$ |  | نیست | $\frac{۸}{۴}=۲$ |
| $CHCl_۳$ |  | نیست | $\frac{۹}{۴}$ |

*(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)*

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

**۶۶- گزینهٔ «۱»** *(علی امینی)*

مطابق قانون پایستگی جرم، در واکنش داده شده، مصرف هر ۱ مول $Fe$، معادل تولید ۱ مول $Fe(OH)_2$ یا ۱ مول $Fe(OH)_3$ می‌باشد.

$$10/8g\,Fe(OH)_x = 6/72g\,Fe \times \frac{1mol\,Fe}{56g\,Fe} \times \frac{1mol\,Fe(OH)_x}{1mol\,Fe}$$

$$\times \frac{(56+17x)g\,Fe(OH)_x}{1mol\,Fe(OH)_x} \Rightarrow x = 2$$

پس ترکیب موردنظر $Fe(OH)_2$ بوده و کاتیون آن، $Fe^{2+}$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} {}_{26}Fe:[{}_{18}Ar]3d^6 4s^2 \rightarrow {}_{26}Fe^{2+}:[{}_{18}Ar]3d^6 \\ {}_{25}Mn:[{}_{18}Ar]3d^5 4s^2 \rightarrow {}_{25}Mn^{2+}:[{}_{18}Ar]3d^5 \\ {}_{27}Co:[{}_{18}Ar]3d^7 4s^2 \rightarrow {}_{27}Co^{3+}:[{}_{18}Ar]3d^6 \end{cases}$$

$\Leftarrow$ آرایش الکترونی $Co^{3+}$ مشابه $Fe^{2+}$ و $Mn^{2+}$ مشابه $Fe^{3+}$ می‌باشد.

*(شیمی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴، ۵۵ تا ۵۸، ۶۲ تا ۶۵، ۷۹ و ۸۰)*

---

**۶۷- گزینهٔ «۱»** *(روزبه رضوانی)*

عبارت‌های (الف) و (د) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) دریاها محلول‌های همگنی هستند که از حل شدن انواع یون‌ها (مانند یون‌های سدیم و کلرید) و مولکول‌ها (مانند اکسیژن) در آب تشکیل شده‌اند.

ب) باریم سولفات و کلسیم فسفات هر دو رسوب‌هایی به رنگ سفید هستند.

ج) این عبارت که سالانه میلیاردها تن مواد از سنگ‌کره وارد آب‌کره می‌شود درست است. فرسایش سنگ‌ها و ورود رسوبات رودخانه‌ها به اقیانوس‌ها به‌طور مداوم مواد معدنی و شیمیایی را به آب‌ها اضافه می‌کنند؛ با این حال این ادعا که جرم کل مواد حل‌شده در آب‌های کرهٔ زمین در حال افزایش است، نادرست است، در واقع یک چرخهٔ تعادلی وجود دارد که در آن، همزمان با ورود مواد جدید، وجود فرایندهایی، باعث حذف مواد محلول از آب می‌شوند؛ در نتیجه جرم کل مواد حل‌شده در آب‌های کرهٔ زمین تقریباً ثابت باقی می‌ماند و یک تعادل بین ورود و خروج مواد برقرار است.

د) مطابق متن کتاب درسی درست است.

*(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۴)*

---

**۶۸- گزینهٔ «۴»** *(مسعود جعفری)*

انحلال‌پذیری آمونیوم نیترات را در دمای $20^\circ C$، $x$ گرم و در دمای $40^\circ C$، $2x$ گرم فرض می‌کنیم؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\text{درصد جرمی محلول سیرشده در دمای } 40^\circ C}{\text{درصد جرمی محلول سیرشده در دمای } 20^\circ C} = \frac{\frac{2x}{100+2x}\times 100}{\frac{x}{100+x}\times 100} = \frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{200+2x}{100+2x} = \frac{8}{5} \Rightarrow x = \frac{100}{3}g$$

بنابراین مقدار انحلال‌پذیری نمک در دمای $40^\circ C$ برابر با $\frac{200}{3}$ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. حال غلظت مولی محلول سیرشده را در این دما محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مقدار مول } NH_4NO_3 = \frac{200}{3}g\,NH_4NO_3$$

$$\times \frac{1mol\,NH_4NO_3}{80g\,NH_4NO_3} = \frac{5}{6}mol\,NH_4NO_3$$

$$\text{حجم محلول} = \frac{\text{جرم}}{\text{چگالی}} = \frac{\frac{200}{3}+100}{1/2} = \frac{1250}{9}mL \text{ یا } \frac{5}{36}L$$

در نهایت غلظت مولی محلول را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{\frac{5}{6}mol}{\frac{5}{36}L} = 6mol.L^{-1}$$

*(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳)*

---

**۶۹- گزینهٔ «۱»** *(شهرزاد معرفت‌ایزدی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) مادهٔ $A$ نوعی مادهٔ آلی و ناقطبی است و مخلوط آن با بنزین همانند مخلوط ید در هگزان (مخلوط دو مادهٔ ناقطبی)، یک مخلوط همگن است.

۲) هیدروکربن‌ها (متان و هگزان) مواد ناقطبی هستند و گشتاور دوقطبی آن‌ها نزدیک به صفر یا برابر با صفر بوده ولی گشتاور دوقطبی $C$ برابر $2/69D$ است.

۳) با توجه به نقطهٔ جوش این سه ترکیب، مقایسهٔ قدرت نیروی بین مولکولی این ۳ ماده به صورت $C > B > A$ است.

۴) نقطهٔ جوش A و B کمتر از ۲۹۸K یا کمتر از $25^\circ C$ است، پس در دمای اتاق گازی شکل هستند. هرگاه دمای اتاق بیشتر از نقطهٔ جوش ماده باشد، آن ماده در دمای اتاق به حالت گازی است.

*(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹ و ۱۲۰)*

---

**۷۰- گزینهٔ «۳»** *(علیرضا بیانی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: HF به دلیل توانایی در برقراری جاذبه هیدروژنی نقطه جوش بالایی دارد و مقایسه نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن دار عنصرهای گروه ۱۷ به صورت زیر است:

$$HF > HBr > HCl$$

گزینهٔ «۲»: $H_2O$ قطبی و $I_2$ ناقطبی اما $I_2$ به دلیل جرم و حجم بسیار بیشتر مولکول‌های خود نسبت به $H_2O$، دارای نقطه جوش بزرگتری است.

گزینهٔ «۳»: تشکیل بلورهای سدیم کلرید در حاشیهٔ دریاچه‌ها، اسمز نیست و تبلور نام دارد.

گزینهٔ «۴»: نمودار انحلال‌پذیری برحسب دما برای گازها و لیتیم سولفات در آب، نزولی می‌باشد.

*(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۷، ۱۰۰ تا ۱۰۹، ۱۱۲ تا ۱۱۵ و ۱۱۷)*

---

## شیمی (۱) - سؤالات آشنا

**۷۱- گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد)*

روش اول: با توجه به آن‌که اختلاف شمار نوترون و الکترون از قدر مطلق بار یون بزرگ‌تر است، پس می‌توان $n-e=9$ را در نظر گرفت.

$$\begin{cases} n-e=9 \\ n+p=79 \\ e=p+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n-(p+2)=9 \\ n+p=79 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n-p=11 \\ n+p=79 \end{cases} \Rightarrow p=34$$

عدد اتمی آن برابر ۳۴ بوده و عنصر مورد نظر در دوره چهارم جدول تناوبی جای دارد.

$$_{34}X:[_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^4$$

روش دوم: در بین گزینه‌ها تنها عنصر با عدد اتمی ۳۴ می‌تواند یون $X^{2-}$ تشکیل داده و به آرایش گاز نجیب برسد.

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۵، ۶ و ۳۰ تا ۳۴)*

**۷۲- گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد)*

عبارت‌های اول و دوم صحیح هستند. بررسی عبارت‌ها:

مورد اول: جرم اتمی هیدروژن برابر ۱/۰۰۸amu است.

مورد دوم: عناصر X و Z در گروه ۱۷ و عناصر X و Y در دورهٔ چهارم جدول تناوبی قرار دارند.

مورد سوم: در دورهٔ سوم جدول تناوبی ۶ عنصر دارای نماد شیمیایی دو حرفی هستند.

مورد چهارم: هر ستون جدول تناوبی شامل عنصرهایی با خواص شیمیایی مشابه است و گروه نامیده می‌شود.

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۹ تا ۱۵)*

---

**۷۳- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

با توجه به طیف نشری خطی عناصر در کتاب درسی، طیف نشری خطی سدیم از نوارهای رنگی بیشتری تشکیل شده است.

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحهٔ ۲۳)*

---

**۷۴- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «الف»: بور براساس مدل خود طیف نشری خطی عنصر هیدروژن را توجیه می‌کرد.

عبارت «پ»: بور با بررسی طیف نشری خطی عنصر هیدروژن مدلی برای عنصر هیدروژن ارائه کرد.

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)*

---

**۷۵- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*

شمار الکترون‌های ظرفیتی $_{31}Ga$:

$$_{31}Ga:[_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^1 \Rightarrow 3e^- \text{ ظرفیت}$$

$$A:[_{18}Ar]3d^1 4s^2 \Rightarrow 3e^- \text{ ظرفیت}$$

$$_{47}Ag:[_{36}Kr]4d^{10}5s^1$$

$$_{13}Al:[_{10}Ne]3s^2 3p^1$$

$$_{42}Mo:[_{36}Kr]4d^5 5s^1$$

$_{39}Y : [_{36}Kr]4d^{1}5s^{2}$

بنابراین عنصر $_{21}A$ با عنصر $_{39}Y$ هم‌گروه است.

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴)*

---

**۷۶- گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد- با تغییر)*

فرمول شیمیایی منیزیم اکسید به‌صورت $MgO$ بوده که مشابه $CaO$ است.

$$\frac{\text{جرم Mg}}{\text{جرم O}} = \frac{1\times 24}{1\times 16} = 1/5$$

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)*

---

**۷۷- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

$$a)\ P_4O_{10} + 6H_2O \rightarrow 4H_3PO_4$$

$$b)\ SF_4 + 2H_2O \rightarrow SO_2 + 4HF$$

$$c)\ 4FeS_2 + 11O_2 \rightarrow 2Fe_2O_3 + 8SO_2$$

$$d)\ 4HNO_3 \rightarrow 4NO_2 + O_2 + 2H_2O$$

$$\frac{\text{مجموع ضریب‌های مواد در a}}{\text{مجموع ضریب‌های مواد در c}} = \frac{11}{25} = 0/44$$

$$[\text{مجموع ضریب‌های مواد در b}] - [\text{مجموع ضریب‌های مواد در d}]$$
$$= 11 - 8 = 3$$

*(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)*

---

**۷۸- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*

عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند. بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) هوای پاکی که تنفس می‌کنیم محلولی از گازهاست. اما در هوای آلوده ذرات گرد و غبار و آلاینده‌های جامد نیز وجود دارد که جزو محلول‌ها دسته‌بندی نمی‌شود.

ت) محلول، مخلوطی همگن از دو یا چند ماده بوده که حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر آن یکسان و یکنواخت است.

*(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)*

**۷۹- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ):

$$\left.\begin{array}{l} Sc_2(SO_4)_3 \Rightarrow \text{مجموع شمار اتم‌ها} = 17 \\ (NH_4)_3PO_4 \Rightarrow \text{مجموع شمار اتم‌ها} = 20 \end{array}\right\} \Rightarrow 20 - 17 = 3$$

عبارت (ب): درصد جرمی یون سدیم از یون پتاسیم در آب دریا بیشتر است.

عبارت (پ):

$$500\,g\ \text{محلول} \times \frac{100\,g\,NaOH}{10^6\,g\ \text{محلول}} \times \frac{1\,mol\,NaOH}{40\,g\,NaOH}$$

$$= 1/25\times 10^{-3}\ mol\,NaOH$$

عبارت (ت):

$$\text{غلظت مولی} = \frac{0/6\,mol}{0/4\,L} = 1/5\,mol.L^{-1}$$

*(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲ و ۹۴ تا ۱۰۰)*

---

**۸۰- گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: انحلال‌پذیری هر دو گاز با کاهش دما، افزایش می‌یابد.

عبارت دوم: شیب نمودار انحلال‌پذیری – فشار برای گاز $NO$ بیشتر از $N_2$ است.

عبارت سوم: انحلال پذیری گاز $CO_2$ در آب علی‌رغم ناقطبی بودن، از گاز $NO$ بیشتر است، زیرا $CO_2$ با آب واکنش نیز می‌دهد که این امر به بیشتر حل شدن آن می‌انجامد.

عبارت چهارم: در دما و فشار معین، انحلال پذیری گاز $O_2$ باید از $N_2$ بیشتر باشد، پس اعداد داده شده نادرست‌اند.

*(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)*

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

## حسابان (۱) - نگاه به آینده

**۸۱- گزینهٔ «۳»** (مهری ملارمضانی)

با توجه به شکل داده شده، ضابطه سهمی برابر است با:

$$y = a(x-(-۱))(x-۴)$$

$$y = a(x+۱)(x-۴)$$

$$\xrightarrow{\text{نقطه } (۰,۲) \text{ روی سهمی قرار دارد.}} ۲ = a(۰+۱)(۰-۴)$$

$$\Rightarrow ۲ = -۴a \Rightarrow a = -\frac{۱}{۲}$$

ضابطه سهمی برابر است با:

$$\Rightarrow y = -\frac{۱}{۲}(x+۱)(x-۴)$$

$$y = -\frac{۱}{۲}(x^۲ - ۳x - ۴) = -\frac{۱}{۲}x^۲ + \frac{۳}{۲}x + ۲$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- مشابه مثال صفحهٔ ۱۱)

---

**۸۲- گزینهٔ «۳»** (مهری ملارمضانی)

در معادله داده شده، داریم:

$$x^۲ - ۴x + ۴ = (x-۲)^۲ = P$$

$$\frac{P}{۲-P} + \frac{۲}{P} = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{P^۲ + ۴ - ۲P}{P(۲-P)} = -\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲P^۲ - ۴P + ۸ = ۳P^۲ - ۶P \Rightarrow P^۲ - ۲P - ۸ = ۰$$

$$\Rightarrow (P-۴)(P+۲) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = ۴ = (x-۲)^۲ \Rightarrow \begin{cases} x-۲ = ۲ \Rightarrow x = ۴ \\ x-۲ = -۲ \Rightarrow x = ۰ \end{cases} \\ P = -۲ = (x-۲)^۲ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- مشابه تمرین صفحهٔ ۲۲)

**۸۳- گزینهٔ «۴»** (مهری ملارمضانی)

اندازه قطر این دایره برابر است با:

$$\text{قطر} = \sqrt{(۴-۶)^۲ + (۲-(-۲))^۲} = \sqrt{۴+۱۶} = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$$

$$\text{شعاع} = \frac{۱}{۲}(۲\sqrt{۵}) = \sqrt{۵}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- مشابه تمرین ۲ صفحهٔ ۳۵)

---

**۸۴- گزینهٔ «۲»** (امیرحسین افشار)

ریشهٔ معادله در خود معادله صدق می‌کند.

$$x = \alpha \xrightarrow{۲x^۲ - ۷x + ۱ = ۰} ۲\alpha^۲ - ۷\alpha + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow ۲\alpha^۲ = ۷\alpha - ۱ \quad (*)$$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-۷}{۲} = \frac{۷}{۲}$$

$$۲\alpha^۲ + ۷\beta \overset{(*)}{=} ۷\alpha - ۱ + ۷\beta = ۷\alpha + ۷\beta - ۱ = ۷\underbrace{(\alpha+\beta)}_{S} - ۱$$

$$= ۷ \times (\frac{۷}{۲}) - ۱ = \frac{۴۹}{۲} - ۱ = \frac{۴۹-۲}{۲} = \frac{۴۷}{۲}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

---

**۸۵- گزینهٔ «۴»** (حمید علیزاده)

$$S_n = ۴ - \frac{(-۱)^n}{۲^{n-۲}}$$

$$\begin{cases} n=۱ \Rightarrow S_۱ = a_۱ = ۶ \\ n=۲ \Rightarrow S_۲ = a_۱ + a_۲ = ۳ \xrightarrow{a_۱ = ۶} \end{cases} \Rightarrow ۶, -۳, \frac{۳}{۲}, \frac{-۳}{۴}, \ldots$$

$$\underbrace{a_۲ + a_۴ + a_۶ + a_۸ + a_{۱۰}}_{n=۵} = -۳ + (-\frac{۳}{۴}) + \ldots + a_{۱۰}$$

$$= \frac{-۳(۱-(\frac{۱}{۴})^۵)}{۱-\frac{۱}{۴}} = \frac{-۳(۱-\frac{۱}{۱۰۲۴})}{\frac{۳}{۴}} = \frac{-(\frac{۱۰۲۳}{۱۰۲۴})}{\frac{۱}{۴}} = \frac{-۱۰۲۳}{۲۵۶}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۴ تا ۶)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

**۸۶- گزینهٔ «۲»** *(سیرمحمد سعادت)*

$$۳x^۲ \le |x-۴| \Rightarrow (۳x^۲)^۲ \le (x-۴)^۲ \Rightarrow (۳x^۲)^۲ - (x-۴)^۲ \le ۰$$

$$\Rightarrow (\underbrace{۳x^۲ - x + ۴}_{\text{همواره مثبت } (\Delta<۰)})(۳x^۲ + x - ۴) \le ۰ \Rightarrow ۳x^۲ + x - ۴ \le ۰$$

$$\Rightarrow \frac{-۴}{۳} \le x \le ۱ \Rightarrow x \in \left[-\frac{۴}{۳}, ۱\right]$$

*(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)*

---

**۸۷- گزینهٔ «۱»** *(مسعود پرملا)*

برای این‌که دو تابع $f$ و $g$ مساوی باشند، باید دامنهٔ تابع $g$ برابر $\mathbb{R}$ باشد، بنابراین:

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^۲ - ۹}{x - ۳} ; x \ne a \Rightarrow \xrightarrow[\text{ریشهٔ مخرج } x=۳]{} a = ۳ \\ b + ۲ \ ; \ x = a \end{cases}$$

$$x = ۳ \Rightarrow \begin{cases} f(۳) = ۳ + ۳ = ۶ \\ g(۳) = b + ۲ \end{cases} \Rightarrow b + ۲ = ۶ \Rightarrow b = ۴$$

$$a + b = ۳ + ۴ = ۷$$

*(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۵)*

---

**۸۸- گزینهٔ «۲»** *(مسعود پرملا)*

$f(x)$ به‌صورت تابع کسری است که صورت و مخرج چندجمله‌ای دارد که دامنهٔ هر دو، اعداد حقیقی است. فقط ریشه‌های مخرج باید از اعداد حقیقی خارج شوند تا دامنهٔ $f(x)$ به‌دست آید. چون ریشهٔ مخرج فقط $x = ۲$ بیان شده است، باید مخرج ریشه مضاعف $x = ۲$ داشته باشد.

$$x^۲ + ax - b = (x-۲)^۲ = x^۲ - ۴x + ۴$$

$$\begin{cases} a = -۴ \\ b = -۴ \end{cases} \Rightarrow ab = ۱۶$$

*(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)*

---

**۸۹- گزینهٔ «۳»** *(بهوار زنگنه‌قاسم‌آبادی)*

$$f(x) = -x^۲ + ۴x = -x^۲ + ۴x - ۴ + ۴ = ۴ - (x-۲)^۲$$

تابع $y = f(x)$ روی هر یک از بازه‌های $[۲, +\infty)$ و $(-\infty, ۲]$ یک‌به‌یک است، پس:

$$b - ۱ \le ۲ \Rightarrow b \le ۳ \Rightarrow \max\ b\} = ۳$$

*(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)*

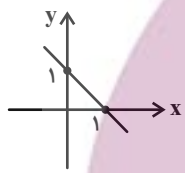
---

**۹۰- گزینهٔ «۱»** *(علی شهرابی)*

ابتدا وارون تابع را به‌دست می‌آوریم:

$$y = -x + ۱ \Rightarrow x = -y + ۱ \Rightarrow f^{-۱}(x) = -x + ۱$$

بارسم خط موردنظر داریم:




خط موردنظر از ناحیه سوم عبور نمی‌کند.

*(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)*

---

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

## هندسه (۲) - نگاه به آینده

**۹۱- گزینهٔ «۲»** *(امیرمحمد کریمی)*

فرض کنید شعاع دایره $r$ باشد داریم:

مساحت مثلث $\overset{\Delta}{OAB}$ − مساحت قطاع $۶۰^\circ$ دایره = مساحت بخش رنگی

$$= \pi \times r^۲ \times \frac{۶۰^\circ}{۳۶۰^\circ} - \frac{\sqrt{۳}}{۴} r^۲ \simeq ۳ \times r^۲ \times \frac{۱}{۶} - \frac{\sqrt{۳}}{۴} r^۲$$

$$= (\frac{۱}{۲} - \frac{\sqrt{۳}}{۴}) r^۲ \Rightarrow (\frac{۱}{۲} - \frac{\sqrt{۳}}{۴}) r^۲ = ۲ - \sqrt{۳} \Rightarrow r = ۲$$

*(هندسه ۲- مشابه تمرین ۸ صفحهٔ ۲۳)*

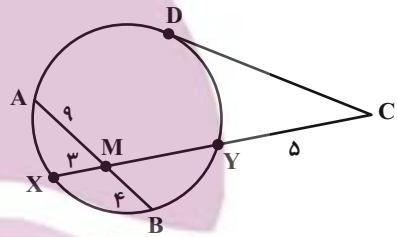
---

**۹۲- گزینهٔ «۴»** *(امیرمحمد کریمی)*

طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AM.BM = MX.MY$$

$$۹ \times ۴ = ۳ \times MY \Rightarrow MY = ۱۲$$




هم‌چنین داریم:

$$CD^۲ = CY.CX = ۵ \times (۵ + ۱۲ + ۳) = ۱۰۰ \Rightarrow CD = ۱۰$$

*(هندسه ۲- مشابه سوال ۶ نوبتی ۱۴۰۳- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)*

---

**۹۳- گزینهٔ «۱»** *(امیرمحمد کریمی)*

$$\hat{A} = ۹۰^\circ \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ = ۵^۲ + ۱۲^۲$$

$$\Rightarrow BC = ۱۳$$

$$P_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۵ + ۱۲ + ۱۳}{۲} = ۱۵$$

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{AB \times AC}{۲} = \frac{۵ \times ۱۲}{۲} = ۳۰$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{۳۰}{۱۵} = ۲ \Rightarrow \text{محیط دایره محاطی داخلی} = ۲\pi r = ۴\pi$$

*(هندسه ۲- مشابه سوال ۵ نوبتی ۱۴۰۳- صفحهٔ ۲۵)*

---

**۹۴- گزینهٔ «۴»** *(حسین حاجیلو)*

فرض کنید $\hat{E} = \alpha$ باشد. در این صورت داریم:

$\hat{E} = \frac{\overset{\frown}{MF}}{۲} = \alpha \Rightarrow \overset{\frown}{MF} = ۲\alpha$ (زاویهٔ محاطی)

$$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{NE} - \overset{\frown}{MF}}{۲} \Rightarrow ۳\alpha = \frac{\overset{\frown}{NE} - ۲\alpha}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{NE} = ۸\alpha$$

اندازهٔ کمان‌های $\overset{\frown}{MN}$ ، $\overset{\frown}{NE}$ و $\overset{\frown}{EF}$ برابر یکدیگر است، بنابراین داریم:

$$\overset{\frown}{MN} + \overset{\frown}{NE} + \overset{\frown}{EF} + \overset{\frown}{MF} = ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۸\alpha + ۸\alpha + ۸\alpha + ۲\alpha = ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۲۶\alpha = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{۱۸۰^\circ}{۱۳} \Rightarrow E\hat{M}N = \frac{۴}{۱۳} \times ۱۸۰^\circ$$

*(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)*

---

**۹۵- گزینهٔ «۴»** *(محمد فندان)*

$$\overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{EF} = ۸۰^\circ + ۷۰^\circ = ۱۵۰^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{EAC} + \overset{\frown}{FBD} = ۳۶۰^\circ - ۱۵۰^\circ = ۲۱۰^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{A} = \frac{\overset{\frown}{FBD}}{۲} \text{ (زاویهٔ محاطی)} \\ \hat{B} = \frac{\overset{\frown}{EAC}}{۲} \text{ (زاویهٔ محاطی)} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = \frac{\overset{\frown}{FBD} + \overset{\frown}{EAC}}{۲}$$

$$= \frac{۲۱۰^\circ}{۲} = ۱۰۵^\circ$$

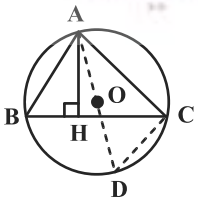
می‌دانیم مجموع زوایای هر چهارضلعی $۳۶۰^\circ$ است، بنابراین در چهارضلعی $AMBN$ داریم:

$$x + y = ۳۶۰^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = ۳۶۰^\circ - ۱۰۵^\circ = ۲۵۵^\circ$$

*(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)*

---

**۹۶- گزینهٔ «۳»** *(احسان خیراللهی)*




فرض کنید $AD$ قطر دایرهٔ محیطی مثلث $ABC$ باشد در این صورت زاویهٔ $ACD$، زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر و در نتیجه برابر $۹۰^\circ$ است. بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\hat{B}=\hat{D}=\dfrac{\overset{\frown}{AC}}{۲}\ (\text{زاویهٔ محاطی})\\ \hat{H}=A\hat{C}D=۹۰^\circ\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}}$$

$$\overset{\Delta}{AHB}\sim\overset{\Delta}{ACD}$$

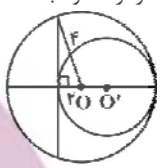
$$\Rightarrow\frac{AH}{AC}=\frac{AB}{AD}\Rightarrow\frac{AH}{۶}=\frac{۵}{۲\times۴}\Rightarrow AH=\frac{۳۰}{۸}=\frac{۱۵}{۴}$$

*(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)*

---

**۹۷- گزینهٔ «۴»** *(فرهاد وفایی)*

طول هر وتر در دایره به فاصلهٔ مرکز دایره از آن وتر، بستگی دارد. بدین صورت که هر چه قدر وتر به مرکز دایره نزدیک‌تر باشد، طولش بیش‌تر است. پس وتر مذکور باید از مرکز دایرهٔ بزرگ‌تر، کم‌ترین فاصله را داشته باشد، یعنی بر خط واصل دو مرکز، عمود باشد. داریم:




$۲=$ فاصلهٔ وتر موردنظر از مرکز دایرهٔ بزرگ‌تر

$۴=$ شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر

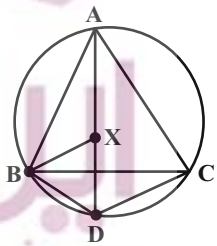
$$\Rightarrow\text{طول وتر}=۲\sqrt{۴^۲-۲^۲}=۴\sqrt{۳}$$

*(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷ و ۲۰)*

---

**۹۸- گزینهٔ «۳»** *(امیرمحمد کریمی)*

$X$ را روی $AD$ طوری انتخاب می‌کنیم که $DX=DB$ باشد.




$$\left.\begin{array}{l}B\hat{D}A=\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{۲}\\ B\hat{C}A=\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{۲}=۶۰^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow B\hat{D}A=۶۰^\circ$$

چون $BD=DX$ و $B\hat{D}X=۶۰^\circ$ است، $\overset{\Delta}{BDX}$ متساوی‌الاضلاع است بنابراین $BD=BX$ است حال داریم:

$$\left.\begin{array}{l}A\hat{B}X=A\hat{B}C-X\hat{B}C=۶۰^\circ-X\hat{B}C\\ C\hat{B}D=X\hat{B}D-X\hat{B}C=۶۰^\circ-X\hat{B}C\end{array}\right\}\Rightarrow A\hat{B}X=C\hat{B}D$$

$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow A\hat{B}X=C\hat{B}D\\ AB=BC\\ BX=BD\end{array}\right\}\overset{\Delta}{ABX}\cong\overset{\Delta}{CBD}\Rightarrow AX=CD$$

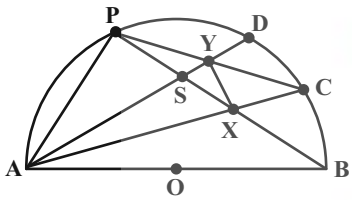
$$\Rightarrow AD=AX+XD=CD+BD=۴+۳=۷$$

*(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)*

---

**۹۹- گزینهٔ «۳»** *(امیرمحمد کریمی)*

در شکل زیر داریم:




$$\left.\begin{array}{l}Y\hat{P}S=\dfrac{\overset{\frown}{BC}}{۲}\\ S\hat{A}X=\dfrac{\overset{\frown}{DC}}{۲}\end{array}\right\}\xrightarrow{\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{DC}}Y\hat{P}X=S\hat{A}X$$

$$\left.\begin{array}{l}Y\hat{P}X=S\hat{A}X\\ P\hat{S}Y=X\hat{S}A\end{array}\right\}\Rightarrow\overset{\Delta}{PSY}\sim\overset{\Delta}{ASX}\Rightarrow\frac{PS}{SA}=\frac{SY}{SX}$$

$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow\dfrac{PS}{SY}=\dfrac{SA}{SX}\\ P\hat{S}A=Y\hat{S}X\end{array}\right\}\Rightarrow\overset{\Delta}{SPA}\sim\overset{\Delta}{SYX}$$

$$\Rightarrow P\hat{X}Y=P\hat{A}D=\frac{\overset{\frown}{PD}}{۲}=\frac{۱۸۰^\circ-\overset{\frown}{AP}-\overset{\frown}{BD}}{۲}$$

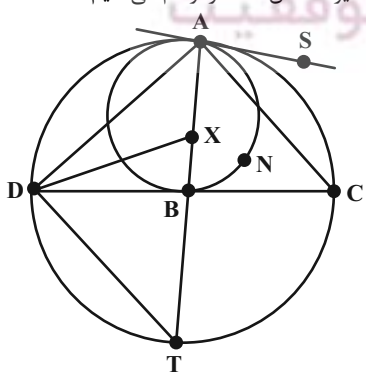
$$=\frac{۱۸۰^\circ-۸۰^\circ-۲۰^\circ}{۲}=۴۰^\circ$$

*(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)*

---

**۱۰۰- گزینهٔ «۱»** *(امیرمحمد کریمی)*

در نقطه $A$ به دایره مماس $AS$ را رسم می‌کنیم:




ایران توشه
توشه راهی برای موفقیت

$$\widehat{SAT}=\frac{\widehat{ANB}}{۲}=\widehat{ABC}$$
$$\widehat{SAT}=\frac{\widehat{ACT}}{۲}=\frac{\widehat{AC}}{۲}+\frac{\widehat{CT}}{۲}\Rightarrow \widehat{DT}=\widehat{CT}$$
$$\widehat{ABC}=\frac{\widehat{DT}}{۲}+\frac{\widehat{AC}}{۲}$$

$$\widehat{DXT}=\widehat{ADX}+\widehat{DAX}=\widehat{XDB}+\widehat{TDC}=\widehat{XDT}$$
$$\Rightarrow DT=TX$$

از طرفی داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{TDB}=\frac{\widehat{CT}}{۲}\\ \widehat{DAT}=\frac{\widehat{DT}}{۲}\end{array}\right\}\Rightarrow \widehat{TDB}=\widehat{DAT}\left.\begin{array}{l}\\ \widehat{DTB}=\widehat{DTA}\end{array}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{DTB}\sim\overset{\Delta}{ATD}$$

$$\Rightarrow \frac{DT}{TA}=\frac{TB}{DT}\Rightarrow DT^۲=TB.TA\Rightarrow TX^۲=TB.TA$$
$$\Rightarrow (TB+۲)^۲=TB(TB+۵)\Rightarrow TB=۴$$

حال طبق روابط طولی داریم:

$$TB.BA=BC.BD\Rightarrow ۴\times ۵=۶\times BD\Rightarrow BD=\frac{۱۰}{۳}$$

$$DC=BD+BC=\frac{۱۰}{۳}+۶=\frac{۲۸}{۳}$$

*(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)*

---

## هندسه (۲) – سؤالات آشنا

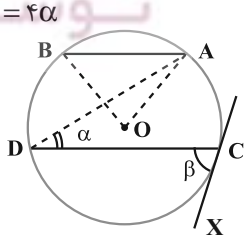
**۱۰۱- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*

$\widehat{ADC}=\alpha\Rightarrow \widehat{AC}=۲\alpha$ (زاویهٔ محاطی)

$AB\parallel CD\Rightarrow \widehat{BD}=\widehat{AC}=۲\alpha$

$\widehat{DCX}=\beta\Rightarrow \widehat{CD}=۲\beta$ (زاویهٔ ظلی)

$\xrightarrow{\beta=۲\alpha}\widehat{CD}=۴\alpha$




از طرفی وتر $AB$ برابر شعاع دایره است، پس اگر $O$ مرکز دایره باشد، مثلث $OAB$ متساوی‌الاضلاع است و در نتیجه $\widehat{AB}=۶۰^\circ$ بوده و داریم:

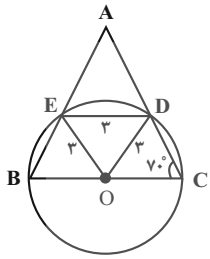
$$\widehat{AB}+\widehat{AC}+\widehat{CD}+\widehat{BD}=۳۶۰^\circ\Rightarrow ۶۰^\circ+۲\alpha+۴\alpha+۲\alpha=۳۶۰^\circ$$
$$\Rightarrow ۸\alpha=۳۰۰^\circ\Rightarrow ۲\alpha=۷۵^\circ\Rightarrow \widehat{BD}=۷۵^\circ$$

*(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)*

---

**۱۰۲- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

مطابق شکل شعاع‌های **OD** و **OE** را رسم می‌کنیم.




مثلث **ODE** متساوی‌الاضلاع است، پس $\widehat{DOE}=۶۰^\circ$ و در نتیجه $\widehat{DE}=۶۰^\circ$ است.

$$\hat{C}=\frac{\widehat{BE}+\widehat{ED}}{۲}\Rightarrow ۷۰^\circ=\frac{\widehat{BE}+۶۰^\circ}{۲}\quad\text{(زاویهٔ محاطی)}$$
$$\Rightarrow \widehat{BE}=۸۰^\circ$$
$$\widehat{EDC}=۱۸۰^\circ-\widehat{BE}=۱۸۰^\circ-۸۰^\circ=۱۰۰^\circ$$

*(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)*

---

**۱۰۳- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*

$$\left.\begin{array}{l}\hat{D}=\frac{\widehat{AMC}}{۲}\quad\text{(زاویهٔ محاطی)}\\ \hat{N}=\frac{\widehat{AMC}}{۲}\quad\text{(زاویهٔ محاطی)}\end{array}\right\}$$

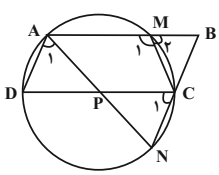
$$\Rightarrow \hat{D}=\hat{N}\xrightarrow{\hat{D}=\hat{B}}\hat{B}=\hat{N}\Rightarrow \overset{\Delta}{ABN}\text{ متساوی‌الساقین است}$$

$$AD\parallel BN\text{ مورب و }AN\Rightarrow \hat{A}_۱=\hat{N}\xrightarrow{\hat{D}=\hat{N}=\frac{\widehat{AMC}}{۲}}$$
$$\hat{A}_۱=\hat{D}$$

$$\Rightarrow \overset{\Delta}{APD}\text{ متساوی‌الساقین است}$$

$$AD\parallel BN\text{ مورب و }AN\Rightarrow \hat{A}_۱=\hat{N}\xrightarrow{\hat{C}_۱=\hat{A}_۱=\frac{\widehat{DN}}{۲}}\hat{C}_۱=\hat{N}$$

$$\Rightarrow \overset{\Delta}{CPN}\text{ متساوی‌الساقین است}$$



$$\left.\begin{array}{l}\hat{D}=\dfrac{\overset{\frown}{AMC}}{2}\\ \hat{M}_1=\dfrac{\overset{\frown}{ADC}}{2}\\ \overset{\frown}{AMC}+\overset{\frown}{ADC}=360^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{M}_1+\hat{D}=180^\circ\Rightarrow \hat{M}_2=\hat{D}\ (1)$$

$(2)\ \Rightarrow \hat{B}=\hat{D}$ چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است.

$(1),(2)\Rightarrow \hat{M}_2=\hat{B}\Rightarrow \overset{\Delta}{MBC}$ متساوی‌الساقین است

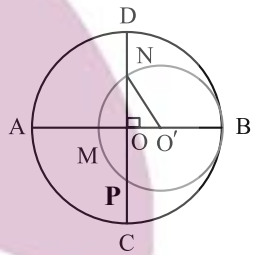
*(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)*

---

**۱۰۴- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

فرض کنید شعاع دایره بزرگ برابر $\mathbf{R}$ و شعاع دایرهٔ کوچک برابر $\mathbf{r}$ باشد. می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس $OP=ON$ است.

طبق روابط طولی در دایرهٔ کوچک‌تر داریم:




$$ON\times OP=OB\times OM\Rightarrow (R-10)^2=R(R-16)$$

$$\Rightarrow R^2-20R+100=R^2-16R\Rightarrow 4R=100\Rightarrow R=25$$

$$ON=25-10=15$$

$$\overset{\Delta}{OO'N}: O'N^2=OO'^2+ON^2\Rightarrow r^2=(25-r)^2+15^2$$

$$\Rightarrow r^2=625-50r+r^2+225$$

$$\Rightarrow 50r=850\Rightarrow r=17$$

*(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)*

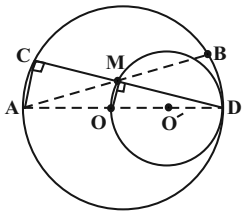
---

**۱۰۵- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*

اگر $\overset{\frown}{AC}=\alpha$ باشد، آنگاه داریم:

$$\overset{\frown}{AC}\text{ طول کمان}=\frac{\pi R\alpha}{180^\circ}\Rightarrow \frac{4\pi}{3}=\frac{\pi\times 4\times\alpha}{180^\circ}\Rightarrow \alpha=60^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{D}=\frac{\overset{\frown}{AC}}{2}=\frac{60^\circ}{2}=30^\circ$$




زاویهٔ $C$ زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر $AD$ است، پس $\hat{C}=90^\circ$ و در نتیجه مثلث $ACD$ قائم‌الزاویه است. $\hat{D}=30^\circ\Rightarrow AC=\frac{1}{2}AD=4$

$$\overset{\Delta}{ACD}: CD^2=AD^2-AC^2=64-16=48\Rightarrow CD=4\sqrt{3}$$

به طور مشابه زاویهٔ $OMD$ زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر $OD$ در دایرهٔ کوچکتر است و در نتیجه $\overset{\wedge}{OMD}=90^\circ$ است، پس $OM\parallel AC$ و داریم:

$$OM\parallel AC\xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}}\frac{MD}{MC}=\frac{OD}{OA}=1$$

$$\Rightarrow MC=MD=\frac{CD}{2}=2\sqrt{3}$$

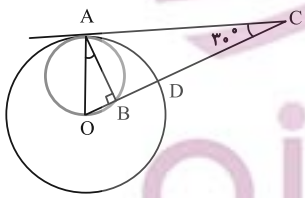
طبق روابط طولی در دایرهٔ بزرگتر داریم:

$$MA\times MB=MC\times MD=2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}=12$$

*(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)*

---

**۱۰۶- گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد)*




$\overset{\Delta}{OAC}$: ضلع روبه‌رو به زاویه $30^\circ$ درجه نصف وتر است $\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{6}{OC}$

$$\Rightarrow OC=12$$

زاویهٔ $ABO$ زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر $OA$ در دایرهٔ کوچکتر است، پس $A\hat{B}O=90^\circ$ است. (می‌دانیم شعاع در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است، پس $OA$ بر شعاع گذرنده از نقطهٔ $A$ در دایرهٔ کوچکتر منطبق است و در نتیجه $OA$ قطر دایرهٔ کوچکتر است.)

طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویهٔ $OAC$ داریم:

$$OA^2=OB\times OC\Rightarrow 6^2=OB\times 12\Rightarrow OB=3$$

$$BD=OD-OB=6-3=3$$

*(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)*

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

**۱۰۷- گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد)*

اگر شعاع دو دایره را با $R$ و $R'(R > R')$ نمایش دهیم، داریم:

$$\text{طول خط‌المرکزین} = R - R' \Rightarrow R - R' = ۳/۵$$

$$\text{مساحت ناحیهٔ بین دو دایره} = \pi R^۲ - \pi R'^۲ = \pi(R^۲ - R'^۲)$$

$$= \pi(R + R')(R - R')$$

$$\Rightarrow ۲۱\pi = \pi(R + R') \times ۳/۵ \Rightarrow R + R' = ۶$$

$$\begin{cases} R + R' = ۶ \\ R - R' = ۳/۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = ۴/۷۵ \\ R' = ۱/۲۵ \end{cases}$$

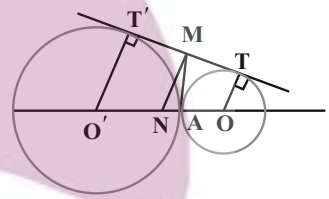
بنابراین شعاع دایرهٔ کوچکتر برابر $۱/۲۵$ است.

*(هندسه ۲- دایره- صفحهٔ ۲۰)*

---

**۱۰۸- گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد)*

فرض کنید نقطهٔ $N$ وسط $OO'$، نقطهٔ $M$ وسط $TT'$ و $A$ نقطهٔ تماس دو دایره باشد. با استفاده از قضیهٔ تالس در ذوزنقهٔ $OO'T'T$ داریم:




$$MN = \frac{OT + O'T'}{۲} = \frac{R + R'}{۲}$$

بنابراین نقطهٔ $M$ (وسط مماس مشترک دو دایره) روی دایره‌ای به قطر $OO'$ قرار دارد. اگر از نقطهٔ تماس دو دایره (نقطهٔ $A$) مماس مشترک داخلی دو دایره را رسم کنیم، از آن‌جا که مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره با هم برابرند، این مماس پاره‌خط $TT'$ را در وسط آن (نقطهٔ $M$) قطع می‌کند. بنابراین $MA$ مماس بر دایره می‌باشد. پس داریم:

$$\left.\begin{matrix} MT = MA \\ MT' = MA \end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow MT + MT' = ۲MA \Rightarrow MA = \frac{MT + MT'}{۲}$$

$$\Rightarrow MA = \frac{TT'}{۲}$$

$$TT' = ۲\sqrt{RR'} = ۲\sqrt{۴ \times ۹} = ۱۲ \Rightarrow MA = \frac{۱۲}{۲} = ۶$$

*(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)*

**۱۰۹- گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد)*

اگر دو دایره تنها یک مماس مشترک داشته باشند، آن‌گاه حتماً مماس داخل هستند. اگر شعاع‌های دو دایره را با $R$ و $R'$ و طول خط‌المرکزین دو دایره را با $\mathbf{d}$ نمایش دهیم، داریم:

$$|R - R'| = d \Rightarrow |(a^۲ - ۲) - (۶a - ۱)| = ۶$$

$$\Rightarrow |a^۲ - ۶a - ۱| = ۶$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^۲ - ۶a - ۱ = ۶ \Rightarrow a^۲ - ۶a - ۷ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = -۱ \text{ غ ق ق} \\ a = ۷ \end{cases} \\ a^۲ - ۶a - ۱ = -۶ \Rightarrow a^۲ - ۶a + ۵ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \text{ غ ق ق} \\ a = ۵ \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{میانگین مقادیر } a = \frac{۷ + ۵}{۲} = ۶$$

تذکر: به‌ازای $a = ۱$ و $a = -۱$، یک یا هر دو شعاع عددی منفی می‌شوند که امکان‌پذیر نیست.

*(هندسه ۲- دایره- صفحهٔ ۲۰)*

---

**۱۱۰- گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد)*

طول مماس مشترک دو دایرهٔ مماس خارج به شعاع‌های $R$ و $R'$ از رابطهٔ $۲\sqrt{RR'}$ به‌دست می‌آید، پس با فرض $R > R'$ داریم:

$$۲\sqrt{RR'} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}R \xrightarrow{\text{به‌توان ۲}} ۴RR' = \frac{۳}{۴}R^۲$$

$$\Rightarrow R = \frac{۱۶}{۳}R'$$

*(هندسه ۲- دایره- صفحهٔ ۲۲)*

## فیزیک (۲) - نگاه به آینده

**۱۱۱- گزینهٔ «۳»** *(علیرضا سلیمانی)*

با توجه به جدول اگر دو مادهٔ خنثی B و D را به هم مالش دهیم، B الکترون از دست داده و D الکترون می‌گیرد. در این صورت بار مادهٔ B مثبت خواهد شد. داریم:

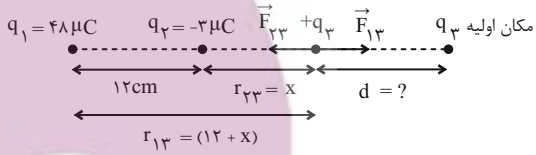
$$q_B = +ne = ۱۰^{۱۵} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} = +۱/۶ \times ۱۰^{-۴} C$$
$$= +۱۶۰ \mu C$$

*(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن- صفحه‌های ۳ تا ۵)*

---

**۱۱۲- گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

مطابق صورت سوال، می‌دانیم اندازه و نوع بار $q_۳$ در تعادل آن بی‌تاثیر است. بنابراین، با فرض این‌که بار $q_۳$ مثبت باشد، ابتدا مکانی که برایند نیروهای وارد بر آن صفر می‌شود را می‌یابیم. به همین منظور اندازهٔ نیروهایی که بارهای $q_۱$ و $q_۲$ بر بار $q_۳$ در مکان جدید وارد می‌کنند را مساوی هم قرار می‌دهیم. چون دو بار $q_۱$ و $q_۲$ ناهم‌نام‌اند، با $q_۳$ باید در برروی خطواصل دو بار، خارج از میان دو بار و نزدیک به بار با اندازهٔ کوچکتر، یعنی $q_۲$ قرار گیرد.




$$|\vec{F}_{۱۳}| = |\vec{F}_{۲۳}| \xrightarrow{|F| = k\frac{|q||q'|}{r^۲}} k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲} = k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۴۸}{(۱۲+x)^۲} = \frac{۳}{x^۲} \Rightarrow \frac{۱۶}{(۱۲+x)^۲} = \frac{۱}{x^۲} \Rightarrow \frac{۴}{۱۲+x} = \frac{۱}{x}$$
$$\Rightarrow x = ۴cm$$

می‌بینیم بار $q_۳$ که ابتدا در فاصلهٔ ۱۸ سانتی‌متری بار $q_۲$ قرار داشته است، باید در فاصلهٔ ۴ سانتی‌متری آن قرار گیرد تا برایند نیروهای وارد بر آن صفر شود. یعنی بار $q_۳$ باید به اندازهٔ $d = ۱۸ - ۴ = ۱۴cm$ به سمت چپ جابه‌جا شود.

*(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)*

---

**۱۱۳- گزینهٔ «۲»** *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

برایند میدان‌های الکتریکی دو بار در نقطهٔ O برابر $\vec{E}$ است.

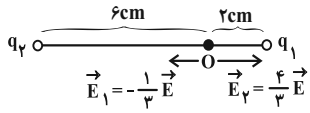
$$\vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ = \vec{E}$$

با حذف بار $q_۱$، فقط میدان $q_۲$ در این نقطه می‌ماند و خواهیم داشت:

$$\vec{E}_۲ = \frac{۴}{۳}\vec{E}$$

با حل دو معادلهٔ فوق در یک دستگاه خواهیم داشت:

$$\vec{E}_۱ + \frac{۴}{۳}\vec{E} = \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_۱ = -\frac{\vec{E}}{۳}$$




همان‌طور که از شکل پیداست هر دو بار $q_۱$ و $q_۲$، بار آزمون واقع در نقطهٔ O را دفع کرده‌اند پس هم‌نامند و در نتیجه $\frac{q_۲}{q_۱} > ۰$ است.

$$\left.\begin{aligned}\frac{E_۱}{E_۲} &= \frac{\frac{۱}{۳}E}{\frac{۴}{۳}E} = \frac{۱}{۴} \\ \frac{E_۱}{E_۲} &= \frac{\frac{k|q_۱|}{۲^۲}}{\frac{k|q_۲|}{۶^۲}}\end{aligned}\right\} \Rightarrow ۴ = \frac{۱}{۹}\left|\frac{q_۲}{q_۱}\right|$$

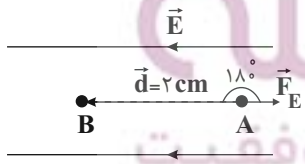
$$\Rightarrow \left|\frac{q_۲}{q_۱}\right| = ۳۶ \xrightarrow{\frac{q_۲}{q_۱} > ۰} \frac{q_۲}{q_۱} = ۳۶$$

*(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)*

---

**۱۱۴- گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

چون الکترون بار منفی دارد، به آن در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود، در نتیجه زاویهٔ بین نیروی الکتریکی وارد بر الکترون و جابه‌جایی آن ۱۸۰درجه است. بنابراین با استفاده از تعریف کار و این‌که $\Delta U = -W_E$ است، $\Delta U$ را محاسبه می‌کنیم:




$$\Delta U = -W_E \xrightarrow{W_E = Fd\cos ۱۸۰^\circ = -|q|Ed}$$

$$\Delta U = |q|Ed \xrightarrow[d = ۲cm = ۲ \times ۱۰^{-۲} m]{|q| = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} C, E = ۱۰^۴ \frac{N}{C}}$$

$$\Delta U = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \times ۱۰^۴ \times ۲ \times ۱۰^{-۲} \Rightarrow \Delta U = ۳۲ \times ۱۰^{-۱۸} J$$

با توجه به پایستگی انرژی، $\Delta K = -\Delta U$ است. در این حالت داریم:

$$\Delta K = -\Delta U \xrightarrow{\Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_B^۲ - v_A^۲)}$$

$$\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = -\Delta U \xrightarrow[v_A = 8\times10^6 \frac{m}{s}]{m=10^{-27}g=10^{-30}kg}$$

$$\frac{1}{2}\times10^{-30}\times(v_B^2 - 64\times10^{12}) = -32\times10^{-18}$$

$$\Rightarrow v_B^2 - 64\times10^{12} = -64\times10^{12} \Rightarrow v_B^2 = 0 \Rightarrow v_B = 0$$

*(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)*

---

**۱۱۵- گزینهٔ «۴»** *(سینا صالحی)*

با استفاده از تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی داریم:

$$\Delta U = q\,\Delta V = -4\times10^{-8}\times(-10-(-40)) = -12\times10^{-7}J$$

*(فیزیک ۲- مسئله ۲۰ آخر فصل اول، صفحهٔ ۴۳)*

---

**۱۱۶- گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

الف) درست

ب) درست

پ) نادرست، پتانسیل الکتریکی تمام نقاط درون جسم رسانای باردار منزوی با هم برابر است، اما الزاماً صفر نیست.

ت) نادرست، در شرایط تعادل الکتروستاتیکی، همهٔ نقاط یک جسم رسانای باردار پتانسیل یکسانی دارند و به شکل جسم بستگی ندارد.

بنابراین، ۲ عبارت درست است.

*(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)*

---

**۱۱۷- گزینهٔ «۱»** *(سینا صالحی)*

با استفاده از رابطهٔ ظرفیت خازن تخت، داریم:

$$C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} = 4/9\times9\times10^{-12}\times\frac{1}{5\times10^{-4}} = 8/82\times10^{-8}F$$

$$= 88/2nF$$

*(فیزیک ۲- مسئله ۳۰ از آخر فصل اول، صفحهٔ ۴۴)*

---

**۱۱۸- گزینهٔ «۳»** *(بابک اسلامی)*

وقتی بار الکتریکی مثبت را از صفحهٔ مثبت جدا کرده و به صفحهٔ منفی منتقل می‌کنیم، بار ذخیره شده در خازن کاهش می‌یابد و در نتیجه، انرژی ذخیره شده در آن کاهش خواهد یافت. داریم:

$$\text{درصد تغییرات انرژی} = \frac{\Delta U}{U_1}\times100 = (\frac{U_2}{U_1} - 1)\times100$$

$$\xrightarrow{U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}} (\frac{Q_2^2}{Q_1^2} - 1)\times100 = (\frac{3^2}{5^2} - 1)\times100 = -64\%$$

*(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)*

---

**۱۱۹- گزینهٔ «۱»** *(مهدی سلطانی)*

با استفاده از تعریف جریان عبوری از یک رسانا، داریم:

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta q = ne} I_{av} = \frac{ne}{\Delta t} \Rightarrow n = \frac{I_{av}\Delta t}{e}$$

$$\Rightarrow n = \frac{16\times10}{1/6\times10^{-19}} = 10^{21} \text{ الکترون}$$

*(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)*

---

**۱۲۰- گزینهٔ «۳»** *(سینا صالحی)*

چون چراغ‌قوه یک رسانای اهمی است، مقاومت الکتریکی آن ثابت است، بنابراین:

$$R_1 = R_2 \Rightarrow \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} \Rightarrow \frac{2}{0/4} = \frac{1/4}{I_2} \Rightarrow I_2 = 0/28A$$

*(فیزیک ۲- مثال ۲-۲، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)*

---

## فیزیک (۲) - سؤالات آشنا

**۱۲۱- گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

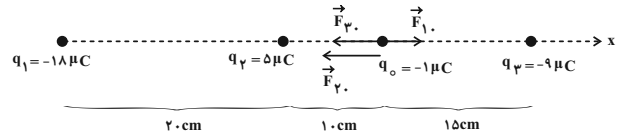
دور شدن ورقه‌های الکتروسکوپ از هم نشان می‌دهد که جسم باردار بوده است و از آن‌جایی که فاصلهٔ ورقه‌ها از هم بیش‌تر شده است نشان می‌دهد که در اثر القا، بارهای هم‌نام با بار الکتروسکوپ از میله دور شده و به سمت ورقه‌ها حرکت کرده‌اند و در اثر زیاد شدن بار در ورقه‌ها، نیروی دافعه بین آن‌ها هم زیادتر شده و از هم فاصله گرفته‌اند، پس بار میله هم‌نام با بار الکتروسکوپ بوده است.

*(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۲ و ۳)*

---

**۱۲۲- گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

مطابق شکل زیر، ابتدا جهت نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_0$ از طرف دیگر بارها را تعیین می‌کنیم. سپس بزرگی هر یک از نیروها و بردار متناظر آن‌ها را محاسبه کرده و در نهایت بردار برایند نیروها را به دست می‌آوریم:



$$F_{1_0}=k\frac{|q_1||q_0|}{r_{1_0}^2}$$

$$\xrightarrow{\substack{q_1=-18\mu C=-18\times10^{-6}C\ ,\ q_0=-1\mu C=-10^{-6}C \\ k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}\ ,\ r_{1_0}=20+10=30cm=0/3m}}$$

$$F_{1_0}=9\times10^9\times\frac{18\times10^{-6}\times10^{-6}}{(0/3)^2}=1/8N$$

$$\xrightarrow{\vec{F}_{1_0}\text{ در جهت محور x}}\vec{F}_{1_0}=+1/8\,\vec{i}\,(N)$$

$$F_{2_0}=k\frac{|q_2||q_0|}{r_{2_0}^2}$$

$$\xrightarrow{\substack{q_2=5\mu C=5\times10^{-6}C\ ,\ q_0=-1\mu C=-10^{-6}C \\ k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}\ ,\ r_{2_0}=10cm=0/1m}}$$

$$F_{2_0}=9\times10^9\times\frac{5\times10^{-6}\times10^{-6}}{(0/1)^2}=4/5N$$

$$\xrightarrow{\vec{F}_{2_0}\text{ در خلاف جهت محور x}}\vec{F}_{2_0}=-4/5\,\vec{i}\,(N)$$

$$F_{3_0}=k\frac{|q_3||q_0|}{r_{3_0}^2}$$

$$\xrightarrow{\substack{q_3=-9\mu C=-9\times10^{-6}C\ ,\ q_0=-1\mu C=-10^{-6}C \\ k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}\ ,\ r_{3_0}=15cm=0/15m}}$$

$$F_{3_0}=9\times10^9\times\frac{9\times10^{-6}\times10^{-6}}{(0/15)^2}=3/6N$$

$$\xrightarrow{\vec{F}_{3_0}\text{ در خلاف جهت محور x}}\vec{F}_{3_0}=-3/6\,\vec{i}\,(N)$$

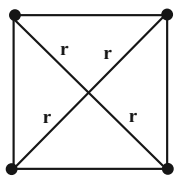
$$\vec{F}_{T,0}=\vec{F}_{1_0}+\vec{F}_{2_0}+\vec{F}_{3_0}\Rightarrow\vec{F}_{T,0}=+1/8\,\vec{i}-4/5\,\vec{i}-3/6\,\vec{i}$$

$$\Rightarrow\vec{F}_{T,0}=-6/3\,\vec{i}\,(N)$$

*(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)*

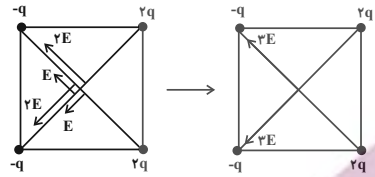
---

**۱۲۳- گزینهٔ «۲»** *(کتاب اول)*



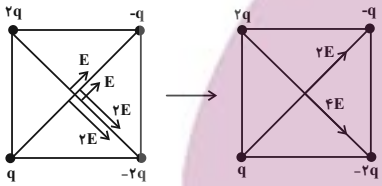

اگر بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بار با اندازهٔ $|q|$ در مرکز مربع را $E$ بنامیم $(E=k\frac{|q|}{r^2})$، با توجه به یکسان بودن فاصلهٔ هر چهار رأس مربع تا مرکز آن $(r)$، چون بزرگی میدان با اندازهٔ بار ایجادکننده‌اش متناسب است، بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بار با اندازهٔ $2|q|$ در مرکز مربع $2E$ خواهد بود. $(E'=k\frac{2|q|}{r^2}=2E)$ در هر یک از گزینه‌ها، بردارهای میدان در مرکز مربع را رسم نموده و برایند آن‌ها را محاسبه می‌کنیم: (با فرض $q>0$)

گزینهٔ «۱»:



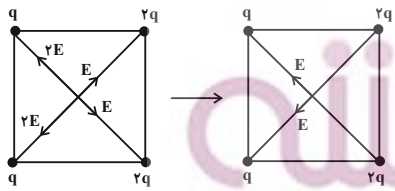

$$E_{T,1}=\sqrt{(3E)^2+(3E)^2}=\sqrt{9E^2+9E^2}=\sqrt{18E^2}=E\sqrt{18}$$

گزینهٔ «۲»:



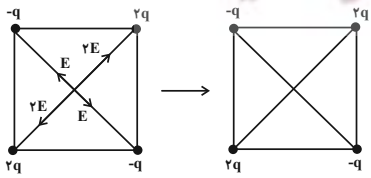

$$E_{T,2}=\sqrt{(2E)^2+(4E)^2}=\sqrt{4E^2+16E^2}=\sqrt{20E^2}$$
$$=E\sqrt{20}$$

گزینهٔ «۳»:




$$E_{T,3}=\sqrt{E^2+E^2}=\sqrt{2E^2}=E\sqrt{2}$$

گزینهٔ «۴»:




$$E_{T,4}=0$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید، اندازهٔ میدان الکتریکی برایند در مرکز مربع گزینهٔ «۲» بیشتر از سایر شکل‌هاست.

*(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)*

**۱۲۴- گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

تمام گزینه‌ها درست هستند به‌جز گزینهٔ «۴»، چرا که خطوط میدان بر سطح رسانا عمودند.

*(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)*

---

**۱۲۵- گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

می‌دانیم که هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش پیدا می‌کند. با استفاده از رابطهٔ $|\Delta V| = Ed$ داریم:

$$|\Delta V| = Ed \xrightarrow{\Delta V<0} \Delta V = -Ed \Rightarrow V_2 - V_1 = -Ed$$

$$\xrightarrow[E=700\frac{N}{C},\, d=25\,cm=25\times10^{-2}\,m]{V_1=100\,V}$$

$$V_2 - 100 = -700\times25\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow V_2 - 100 = -175 \Rightarrow V_2 = -75V$$

*(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)*

---

**۱۲۶- گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

با توجه به فرمول چگالی سطحی بار داریم:

$$\sigma_A = \frac{q_A}{4\pi r_A^2} \quad (1) \quad , \quad \sigma_B = \frac{q_B}{4\pi r_B^2} \quad (2)$$

$$, \quad \sigma_A = 2\sigma_B \quad (3)$$

حجم کرهٔ فلزی $A$ برابر کرهٔ فلزی $B$ است. $343$

$$343V_B = V_A \Rightarrow 343\times\frac{4}{3}\pi\times r_B^3 = \frac{4}{3}\pi\times r_A^3$$

$$\Rightarrow 7r_B = r_A \quad (4)$$

$$\xrightarrow{(1),(2),(3)} \frac{q_A}{4\pi r_A^2} = \frac{2q_B}{4\pi r_B^2} \xrightarrow{(4)}$$

$$\frac{q_A}{(7r_B)^2} = \frac{2q_B}{r_B^2} \Rightarrow q_A = 98q_B \Rightarrow \frac{q_A}{q_B} = 98$$

*(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)*

---

**۱۲۷- گزینهٔ «۲»** *(کتاب اول)*

با استفاده از رابطهٔ $C = \frac{Q}{V}$، داریم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = CV \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = CV_1 \\ Q_2 = CV_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل طرفین}}$$

$$Q_2 - Q_1 = C(V_2 - V_1) \xrightarrow[Q_2-Q_1=40\mu C]{C=5\mu F,\, V_2=28V}$$

$$40 = 5(28 - V_1) \Rightarrow 28 - V_1 = 8 \Rightarrow V_1 = 20V$$

حال برای محاسبهٔ بار اولیهٔ خازن، داریم:

$$Q_1 = CV_1 \xrightarrow[V_1=20V]{C=5\mu F} Q = 5\times20 = 100\mu C$$

*(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)*

---

**۱۲۸- گزینهٔ «۳»** *(کتاب اول)*

انرژی خازن زمانی که متصل به باتری است، از رابطهٔ $U = \frac{1}{2}CV^2$ به‌دست می‌آید.

با کاهش ۱۰ درصدی ولتاژ انرژی خازن را در حالت جدید محاسبه می‌کنیم:

$$U' = \frac{1}{2}C(0/9V)^2 = 0/81\times\frac{1}{2}CV^2$$

پس ۱۹ درصد از انرژی خازن کاهش می‌یابد.

*(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)*

---

**۱۲۹- گزینهٔ «۱»** *(کتاب اول)*

با توجه به صورت سؤال $q = 100mA.h$ است. در نتیجه با استفاده از رابطهٔ جریان الکتریکی متوسط می‌توان نوشت:

$$\Delta q = I(\Delta t) \xrightarrow{I=200\mu A=200\times10^{-3}\,mA}$$

$$100mAh = 200\times10^{-3}\,\Delta t \Rightarrow \Delta t = 500h$$

*(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)*

---

**۱۳۰- گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

طبق صورت سؤال داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = 2 \xrightarrow{R=\frac{V}{I}} \frac{V_A}{V_B}\times\frac{I_B}{I_A} = 2$$

$$\xrightarrow[V_B=4V]{V_A=16V} \frac{I_B}{I_A} = \frac{1}{2} \quad (*)$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ جریان الکتریکی متوسط داریم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=\text{ثابت}} \frac{I_B}{I_A} = \frac{\Delta q_B}{\Delta q_A} \xrightarrow{\Delta q_A = ne}$$

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{\Delta q_B}{n_A e} \xrightarrow[\substack{n_A=5\times10^{13}\\ e=1/6\times10^{-19}}]{(*)} \frac{1}{2} = \frac{\Delta q_B}{5\times10^{13}\times1/6\times10^{-19}}$$

$$\Delta q_B = 4\times10^{-6}\,C = 4\mu C$$

*(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۴۶ تا ۵۱)*

## شیمی (۲) - نگاه به آینده

**۱۳۱- گزینهٔ «۱»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

بررسی عبارت‌ها:

الف) گسترش فناوری به میزان دسترسی به مواد مناسب وابسته است، به‌طوری که کشف و درک خواص یک مادهٔ جدید پرچم‌دار توسعهٔ فناوری است.

ب) با گسترش دانش تجربی، شیمی‌دان‌ها به رابطهٔ میان خواص مواد با عنصرهای سازندهٔ آن‌ها پی‌بردند.

ج) مطابق چرخهٔ مواد، به‌تقریب جرم کل مواد در کرهٔ زمین ثابت است.

*(شیمی ۲- سوال ۷ کتاب پرتکرار- صفحه‌های ۲ تا ۴)*

---

**۱۳۲- گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) عنصر کربن $(_{۶}C)$ نافلز بوده و جریان برق را عبور می‌دهد.

۲) در اتم $_{۵۰}Sn$، ۲۰ الکترون با $l=۲$ و ۲۰ الکترون با $l=۱$ وجود دارد.

$$_{۵۰}Sn: ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^{۱۰} ۴s^۲ ۴p^۶ ۴d^{۱۰} ۵s^۲ ۵p^۲$$

۳) در عنصرهای قلیایی خاکی و عناصر گروه ۱۴ جدول تناوبی، شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه $(ns^۲$ یا $np^۲)$ و نخستین زیرلایه $(۱s^۲)$، یکسان است.

۴) عنصر Na رسانای خوب جریان برق است. در یک دوره از جدول تناوبی، شعاع اتمی از چپ به راست، کاهش می‌یابد.

*(شیمی ۲- صفحه‌های ۶ تا ۱۴)*

---

**۱۳۳- گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: با افزایش $n+l$ بیرونی‌ترین زیرلایه‌ها در گروه فلزهای قلیایی، شعاع اتمی افزایش و به سبب آن واکنش‌پذیری آن‌ها نیز افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۲»: مطابق متن کتاب درسی درست است.

گزینهٔ «۳»: فلوئور $(_{۹}F)$ بیشترین واکنش‌پذیری را در بین هالوژن‌ها دارد.

سبک‌ترین گاز نجیب و نخستین عنصر گروه ۱۵ به‌ترتیب $_{۲}He$ و $_{۷}N$ می‌باشند.

گزینهٔ «۴»: شعاع اتمی $_{۸}E$ که در دورهٔ دوم جای دارد، از بقیه کوچکتر است.

*(شیمی ۲- صفحه‌های ۶ تا ۱۴)*

---

**۱۳۴- گزینهٔ «۲»** *(آرمین محمدی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: گرما دادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر سبب تغییر و گاهی بهبود خواص می‌شود.

گزینهٔ «۳»: نماد عدد اتمی، Z است.

گزینهٔ «۴»: هلیم به عنوان عضوی از گروه ۱۸ جدول تناوبی، آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت متفاوتی دارد.

*(شیمی ۲- صفحه‌های ۲ تا ۴ و ۶)*

---

**۱۳۵- گزینهٔ «۱»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش به‌صورت زیر است:

$$MnO_۲(s)+۴HCl(aq)\rightarrow MnCl_۲(aq)+Cl_۲(g)+۲H_۲O(l)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$?\,L\,Cl_۲=۲۰g\,MnO_۲\times\frac{۸۷}{۱۰۰}\times\frac{۱mol\,MnO_۲}{۸۷g\,MnO_۲}\times\frac{۱mol\,Cl_۲}{۱mol\,MnO_۲}$$

$$\times\frac{۲۲/۴L\,Cl_۲}{۱mol\,Cl_۲}=۴/۴۸L\,Cl_۲$$

*(شیمی ۲- سؤال ۷۸ کتاب شیمی پرتکرار صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)*

ایران توشه - توشه‌ای برای موفقیت

**۱۳۶- گزینهٔ «۳»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

ارزیابی چرخهٔ عمر شامل یک ارزیابی پنج مرحله‌ای است.

*(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴ و ۲۸ تا ۳۳)*

---

**۱۳۷- گزینهٔ «۳»** *(آرمان قنواتی)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (الف): در مخرج کسر محاسبهٔ درصد خلوص باید جرم کل مخلوط یعنی (جرم مادهٔ خالص + جرم ناخالصی) محاسبه شود.

عبارت (د): با توجه به واکنش‌پذیری بیشتر سدیم نسبت به آهن، امکان استفاده از سدیم برای استخراج آهن وجود دارد اما چون استفاده از کربن آسان‌تر است و صرفهٔ اقتصادی بیشتری دارد، در شرکت‌های فولاد جهان از کربن استفاده می‌کنند.

*(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)*

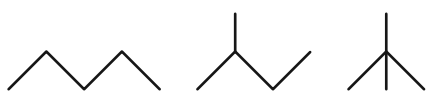
---

**۱۳۸- گزینهٔ «۲»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

فرمول عمومی آلکان‌ها به صورت $C_nH_{2n+2}$ است، پس در یک آلکان با $n$ اتم کربن، $12n$ گرم کربن و $(2n+2)$ گرم هیدروژن وجود دارد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{12n}{2n+2} = 5 \Rightarrow n = 5$$

ساختارهای ممکن برای $C_5H_{12}$ به‌صورت زیر است:



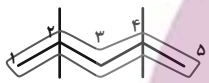
*(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)*

**۱۳۹- گزینهٔ «۳»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (الف): برای تشخیص یون‌های آهن، به محلول حاوی آن می‌توان سدیم هیدروکسید افزود، زیرا یون‌های هیدروکسید با یون‌های آهن واکنش می‌دهند و رسوب تولید می‌کنند. یون کلرید در واکنش با یون آهن رسوب تولید نمی‌کند.

عبارت (د): ساختار آلکان داده شده به صورت زیر است، پس مجموع اعداد به‌کار رفته در نام‌گذاری آیوپاک آن برابر با $۱۲ = ۴ + ۴ + ۲ + ۲$ است.




۲، ۲، ۴، ۴- تترامتیل پنتان

*(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱، ۳۷ تا ۴۰ و ۴۶)*

---

**۱۴۰- گزینهٔ «۱»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

بررسی پرسش‌ها:

پرسش (الف): میزان نفت کوره در نمونهٔ (۲) بیشتر از نمونهٔ (۱) است، پس نفت (۲) نمونهٔ یک نفت سنگین است.

پرسش (ب): در صورت جایگزین کردن نفت با زغال سنگ، میزان ورود آلاینده‌ها به هواکره و اثر گلخانه‌ای افزایش می‌یابد.

*(شیمی ۲- سوال ۱۷۲ کتاب شیمی پرتکرار، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)*

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

# دفترچه پاسخ

## آزمون هوش و استعداد

**(دورهٔ دوم)**

**۶ مهر**

**تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰**
**زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه**

**گروه فنی تولید**

| | |
|---|---|
| **مسئول آزمون** | حمید لنجان‌زاده اصفهانی |
| **مسئول دفترچه** | حامد کریمی |
| **ویراستار** | پوریا کریمی جبلی، مهدی میر |
| **مدیر گروه مستندسازی** | محیا اصغری |
| **مسئول درس مستندسازی** | علیرضا همایون‌خواه |
| **طراحان** | حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی |
| **حروف‌چینی و صفحه‌آرایی** | معصومه روحانیان |
| **ناظر چاپ** | حمید عباسی |

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

## استعدادتحلیلی

**۲۵۱- گزینهٔ «۲»** *(حمید اصفهانی)*

نویسنده، مردم عامی و ساده‌دل را همچون گلهٔ گوباره می‌داند. واژهٔ گلّه نیز نشان می‌دهد که با موجوداتی سروکار داریم که گلّه‌ای زندگی می‌کنند و ویژگی مهمّ آنان، بلاهت آنان است. واژهٔ «گوباره» معنای «گاو» دارد.

*(درک متن، هوش کلامی)*

---

**۲۵۲- گزینهٔ «۲»** *(حمید اصفهانی)*

در متن می‌خوانیم «صاحبان قدرت و حکّام جبّاری که . . . مردم تحت امر آنها» که یعنی مردم تحت امر این پادشاهان.

*(درک متن، هوش کلامی)*

---

**۲۵۳- گزینهٔ «۳»** *(حمید اصفهانی)*

متن سراسر به بررسی برخی عوامل تقدیرگرایی در دنیای اسلام می‌پردازد و حکّام، برخی علما و مردم ساده‌دل را نام می‌برد.

*(درک متن، قرابت معنایی، هوش کلامی)*

---

**۲۵۴- گزینهٔ «۳»** *(حمید اصفهانی)*

متن باید با بیتی از حافظ تمام شود که در بیان و در ستایش اختیار باشد، نه جبر. بیت گزینهٔ پاسخ است که در ستایش اختیار است و دیگر ابیات ابیاتی جبری است.

*(درک متن، هوش کلامی)*

---

**۲۵۵- گزینهٔ «۱»** *(حمید اصفهانی)*

شکل درست بیت: قضا کشتی آنجا که خواهد برد / و گر ناخدا جامه بر تن درد

*(ترتیب کلمات، هوش کلامی)*

---

**۲۵۶- گزینهٔ «۲»** *(کتاب استعدارتحلیلی، هوش کلامی)*

موذی: آزاردهنده، نیرنگ‌کار

*(معنای واژگان، هوش کلامی)*

---

**۲۵۷- گزینهٔ «۱»** *(کتاب استعدارتحلیلی، هوش کلامی)*

قُبور: جِ قبر،گورها

*(معنای واژگان، هوش کلامی)*

---

**۲۵۸- گزینهٔ «۲»** *(حامد کریمی)*

تقی در طبقهٔ بالای تخت است و پتوی طبقهٔ پایین او قرمز است. پتوی آبی و سبز به یک تخت متعلقند، پس تقی پتوی آبی و سبز ندارد. رنگ پتوی او قرمز هم که نیست، پس زرد است.

*(حقیقت‌یابی، هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۵۹- گزینهٔ «۲»** *(حامد کریمی)*

اگر پتوی تخت بالای اسحاق سبز باشد، پتوی خود اسحاق آبی است.

شخص طبقهٔ بالای اسحاق هم قطعاً ابراهیم نیست پس یا اسماعیل است یا تقی. حال هشت حالت داریم که فقط ۲ تا مطلوب است، یعنی احتمال $\frac{۲}{۸}$ یا $\frac{۱}{۴}$ است:

| | |
|---|---|
| تقی قرمز / ابراهیم قرمز<br>تقی زرد / ابراهیم زرد | اسماعیل سبز |
| ابراهیم زرد / تقی زرد<br>ابراهیم قرمز / تقی قرمز | اسحاق آبی |

| | |
|---|---|
| اسماعیل قرمز / ابراهیم زرد<br>اسماعیل زرد / ابراهیم قرمز | تقی سبز |
| ابراهیم زرد / اسماعیل قرمز<br>ابراهیم قرمز / اسماعیل زرد | اسحاق آبی |

*(حقیقت‌یابی، هوش منطقی ریاضی)*

---

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

**۲۶۰- گزینهٔ «۱»** *(فرزاد شیرمحمدلی)*

اگر هفده سال پیش سن برادرها ○ و □ بوده باشد، داریم:

$$\begin{cases} ○+□=۱۱ \\ ○\times□=۲۸ \end{cases}$$

می‌توان معادله را به‌صورت کلامی بیان کرد و گفت کدام دو عدد هستند که حاصل‌ضرب آن‌ها ۲۸ و حاصل‌جمع آن‌ها ۱۱ است. اما برای حل ریاضی سؤال، از معادلهٔ بالا داریم:

$$○=۱۱-□$$

با جایگذاری در معادلهٔ پایین: $(۱۱-□)\times□=۲۸$

$$\Rightarrow □^۲-۱۱□+۲۸=۰$$

$$\Rightarrow (□-۴)\times(□-۷)=۰ \Rightarrow □,○=۴,۷$$

اختلاف سن این دو برادر، $۳=۴-۷$ سال است.

*(ترکیبی، هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۶۱- گزینهٔ «۱»** *(فاطمه راسخ)*

عدد باید فرد باشد تا در تقسیم بر چهار، باقی‌ماندهٔ یک یا سه داشته باشد. پس یکان باید ۳، ۵ یا ۷ باشد. اما عدد مضرب پنج هم نیست، پس یکان یا ۳ است یا ۷. همچنین عدد بین ۴۰۰ تا ۷۰۰ است. پس صدگان ۴، ۵ یا ۶ است. حال با توجه به این یکان و صدگان‌ها، دهگان را باید به شکلی قرار دهیم که عدد مضرب سه باشد، یعنی مجموع ارقام آن بر ۳ بخشپذیر باشد:

| یکان | دهگان | صدگان |
|---|---|---|
| ۳ | $\rightarrow$ ۴۵۳,۴۸۳ | ۴ |
| ۷ | $\rightarrow$ ۴۴۷,۴۷۷ | ۴ |
| ۳ | $\rightarrow$ ۵۴۳,۵۷۳ | ۵ |
| ۷ | $\rightarrow$ ۵۳۷,۵۶۷ | ۵ |
| ۳ | $\rightarrow$ ۶۳۳,۶۶۳ | ۶ |
| ۷ | $\rightarrow$ ۶۵۷,۶۸۷ | ۶ |

*(بخشپذیری، هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۶۲- گزینهٔ «۴»** *(حمید کنبی)*

اگر برای پر کردنِ مخزن، شیر «الف» به ○ دقیقه زمان نیاز داشته باشد، شیر «ب» به $○-۲$ دقیقه و شیر «ج» به $○+۲$ دقیقه زمان نیاز دارند.

پس این سه شیر در هر دقیقه به‌ترتیب $\frac{۱}{○}$، $\frac{۱}{○-۲}$ و $\frac{۱}{○+۲}$ را از مخزن پُر می‌کنند. پس دو شیر «ب» و «ج» در هر دقیقه به اندازهٔ کسر زیر را از مخزن پر می‌کنند:

$$\frac{۱}{○+۲}+\frac{۱}{○-۲}=\frac{(○+۲)+(○-۲)}{(○+۲)\times(○-۲)}=\frac{۲○}{○^۲-۴}$$

هر دقیقه ۶۰ ثانیه است و دو شیر «ب» و «ج» که در ۲۲۵ ثانیه، معادل $\frac{۲۲۵}{۶۰}=\frac{۱۵}{۴}$ دقیقه کل مخزن را پر می‌کند، در هر دقیقه $\frac{۴}{۱۵}$ از مخزن را پر می‌کنند. پس داریم:

$$\frac{۲○}{○^۲-۴}=\frac{۴}{۱۵} \Rightarrow \frac{○}{○^۲-۴}=\frac{۲}{۱۵} \Rightarrow ۲○^۲-۸=۱۵○$$

$$\Rightarrow ۲○^۲-۱۵○-۸=۰ \Rightarrow (○-۸)\times(۲○+۱)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ○=-\frac{۱}{۲} \rightarrow \text{پذیرفتنی نیست} \\ ○=۸ \end{cases}$$

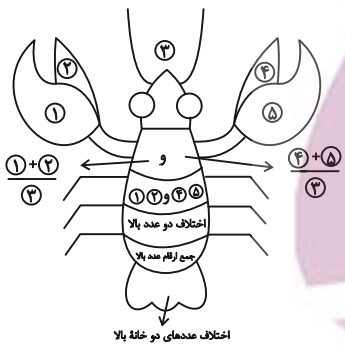
پس شیر «الف» در هر دقیقه، $\frac{۱}{۸}$ را از مخزن پر می‌کند. این یعنی شیر «الف» کل مخزن را در ۸ دقیقه پُر می‌کند.

*(کسر و تناسب، هوش منطقی ریاضی)*

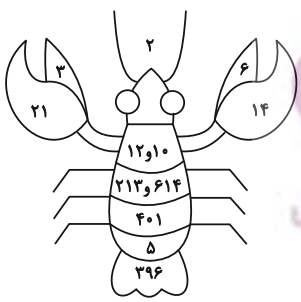
---

**۲۶۳- گزینهٔ «۱»** *(حمید کنبی)*

ابتدا الگو را کشف می‌کنیم:




در این سؤال داریم:




پس: $○=۴۰۱$

*(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۶۴- گزینهٔ «۱»** *(حمید کنبی)*

طبق پاسخ قبل $۴۰۱=۵+۳۹۶=$ ■ + □

*(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)*

---

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

**۲۶۵- گزینهٔ «۳»** *(حمید کنجی)*

طبق پاسخ قبل، عددهای △، ▲ و ▽ برابرند با:

△=۱۲, ▲=۱۰

▽=۲۱۳, ▼=۶۱۴

*(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۶۶- گزینهٔ «۳»** *(فاطمه راسخ)*

در الگوی صورت سؤال، سه طرح اصلی هست که در هر مرحله به‌ترتیب از چپ به راست یک شکل مشابه ولی رنگی به یکی از آن طرح‌ها اضافه می‌شود:

[□△○] [■□△○] [■□▲△○]

[■□▲△●○]

■■□▲△●○

و حالا در ادامه باید داشته باشیم:

که در گزینهٔ «۳» هست.

*(الگوی خطی، هوش غیرکلامی)*

---

**۲۶۷- گزینهٔ «۲»** *(فاطمه راسخ)*

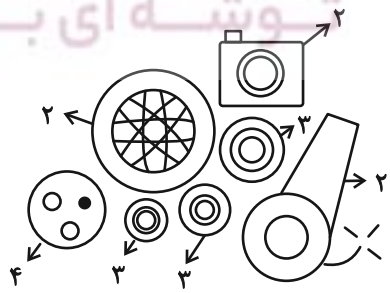
در هر ردیف از الگو، هر شکلی هست. به دو حالت رنگی و بی‌رنگ هست. پس در ردیف نخست هم به‌جای علامت سؤال باید دایرهٔ بی‌رنگ و مثلث رنگی قرار بگیرد.

*(الگوی خطی، هوش غیرکلامی)*

---

**۲۶۸- گزینهٔ «۳»** *(فاطمه راسخ)*

دایره‌های شکل صورت سوال:



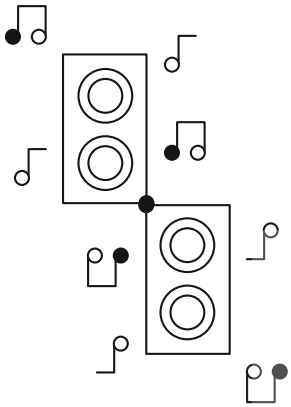

۴+(۳×۳)+(۳×۲)=۴+۹+۶=۱۹

*(شمارش، هوش غیرکلامی)*

---

**۲۶۹- گزینهٔ «۲»** *(حمید کنجی)*

تقارن نقطه‌ای در شکل صورت سؤال به معنای دوران ۱۸۰ درجه است:

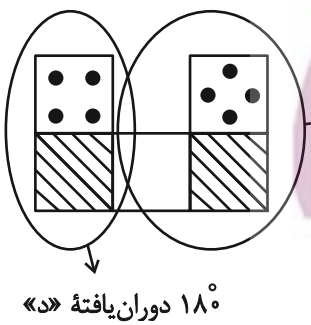


*(قرینه‌یابی، هوش غیرکلامی)*

---

**۲۷۰- گزینهٔ «۲»** *(فرزاد شیرممدّلی)*

شکل صورت سؤال:




*(جزءیابی، هوش غیرکلامی)*

---

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت