



آزمون ۱۸ مهر ماه ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	علی آزاد - احمد حسن زاده فرد - روح اله حسینی - افشین خاصه خان - احمد رضا ذاکر زاده - محمد زنگنه - ستار زواری - احسان سیفی سلسله - کیان کریمی خراسانی - مهسان گودرزی - رضا ماجدی - حامد معنوی - مهرداد ملوندی - غلامرضا نیازی - جهانپخش نیکنام
هندسه و آمار و گسسته	امیر حسین ابومحبوب - اسحاق اسفندیار - عباس الهی - روح اله حسینی - سید محمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - محمد خندان - کیوان دارابی - مصطفی دیداری - سوگند روشنی - علیرضا شریف خطیبی - هومن عقیلی - حامد قاسمیان - مهرداد ملوندی
فیزیک	محمد احمدی - حسین الهی - ریحانه آزادیان - علیرضا جباری - محمد رضا خادمی - علی خلیلی - رحمت اله خیراله زاده سماکوش - مهدی شریفی - محمد مهدی شبیانی - مصطفی کیانی - محمد کاظم منشادی - امیر احمد میر سعید - سیده ملیحه میر صالحی - محمد رضا نصیری - مجتبی نکوئیان
شیمی	مبین احمدی - هدی بهاری پور - محمد رضا پور جاوید - سعید تیزرو - علی جعفری - محمد رضا جمشیدی - امیر حاتمیان - امیر مسعود حسینی - پیمان خواجوی مجد - یاسر راش - روزبه رضوانی - مبینا سید حسینی - عرفان شاکری - راد - حسین شاهسواری - رسول عابدینی زواره - محسن مجنونی - مجتبی محبوب

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی یاسین کشاورزی مریم زارعی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	حسین بصیرت کرمور بهنام شاهینی زهره آقامحمدی	مehشید نیازی امیر علی بیات
ویراستاری رتبه های برتر	محمد پارسا سبزه‌ای سینا صالحی	محمد پارسا سبزه‌ای	محمد پارسا سبزه‌ای	سینا صالحی	فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سید سپهر متولیان	محمد خندان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی محبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	پارسا عمادی - مهسا محمدنیا - معصومه صنعت کار - سجاد سلیمی - فرشته کمبرانی			ابراهیم نوری	پریا اقبالی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

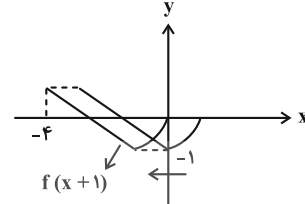
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطين - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

حسابان ۲

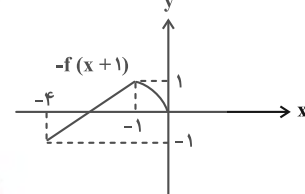
گزینه ۱»

(امیر حسن زاده فرد)

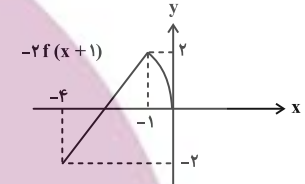
راه حل اول: نمودار را یک واحد به سمت چپ منتقل می کنیم.



قرینه نمودار را نسبت به محور x ها به دست می آوریم.



در نهایت نمودار را با ضریب ۲ در راستای محور y ها انبساط می دهیم.



راه حل دوم: کافی است تبدیل یافته نقطه $A(0, -1)$ را بیابیم:

$$\begin{cases} f(0) = -1 \\ y = -2f(x+1) \Rightarrow -\frac{y}{2} = f(x+1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ -\frac{y}{2} = -1 \Rightarrow y=2 \end{cases} \Rightarrow A'(-1, 2)$$

پس می توان نتیجه گرفت: با توجه به گزینه ها، نقطه $A'(-1, 2)$ تنها روی نمودار گزینه «۱» قرار دارد.

(حسابان ۲- صفحه های ۳ و ۷)

گزینه ۳»

(علی آزار)

برای به دست آوردن دامنه تابع $y = \sqrt{f(-x-2)}$ باید نامعادله $f(-x-2) \geq 0$ را حل کنیم. با توجه به نمودار تابع f ، مجموعه جواب نامعادله $f(x) \geq 0$ برابر $[-1, 1]$ است، پس:

$$f(-x-2) \geq 0 \Rightarrow -1 \leq -x-2 \leq 1 \Rightarrow -3 \leq x \leq -1$$

پس بازه $[-3, -1]$ دامنه تابع $y = \sqrt{f(-x-2)}$ است.

(حسابان ۲- صفحه های ۳ و ۹)

گزینه ۳»

(رضا مایری)

مطابق نمودار داریم:

$$-2 \leq \frac{1}{4}f(2x+1) - 2 \leq 8$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{1}{4}f(2x+1) \leq 10 \Rightarrow 0 \leq f(2x+1) \leq 40 \Rightarrow R_f = [0, 40]$$

برد تابع $y = -f(\frac{x}{4}) + 2$ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$0 \leq f(\frac{x}{4}) \leq 40 \Rightarrow -40 \leq -f(\frac{x}{4}) \leq 0$$

$$\Rightarrow -38 \leq -f(\frac{x}{4}) + 2 \leq 2 \Rightarrow R_y = [-38, 2]$$

برد این تابع تنها شامل دو عدد طبیعی ۱ و ۲ است.

(حسابان ۲- صفحه های ۲ تا ۱۰)

گزینه ۴»

(امیر حسن زاده فرد)

لازم نیست تمام نمودار $y = 3 - 2f(-2x)$ را رسم کنیم. بلکه کافی است نقاط متناظر با A و B را پیدا کنیم.

$$A(-3, 2) \in f \Rightarrow f(-3) = 3 \xrightarrow{x=\frac{3}{2}}$$

$$y = 3 - 2f(-2(\frac{3}{2})) = 3 - 2f(-3) = -3 \Rightarrow A'(\frac{3}{2}, -3)$$

$$B(6, 0) \in f \Rightarrow f(6) = 0 \xrightarrow{x=-3}$$

$$y = 3 - 2f(-2(-3)) = 3 - 2f(6) = 3 \Rightarrow B'(-3, 3)$$

جواب این سؤال فاصله بین A' و B' است:

$$A'B' = \sqrt{(-\frac{9}{2})^2 + (6)^2} = \frac{15}{2} = 7.5$$

(حسابان ۲- مشابه کار در کلاس صفحه ۱۰)

گزینه ۵»

(کیان کریمی فراسانی)

نمودار تابع $f(x)$ از یک مثلث با ارتفاع ۱ و قاعده ۴ تشکیل شده است.

نمودار تابع $(a+3)f(ax)$ از یک مثلث با ارتفاع $|a+3|$ و قاعده $|\frac{4}{a}|$ تشکیل شده است. مساحت مثلث جدید را می نویسیم:

$$\frac{|a+3| \times |\frac{4}{a}|}{2} = 4 \Rightarrow \frac{|a+3|}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{a+3}{a} = \pm 2 \Rightarrow a = 3, -1$$

مجموع مقادیر a برابر ۲ می شود.

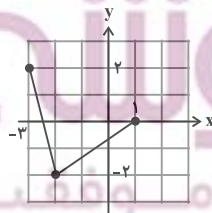
(حسابان ۲- صفحه های ۷ و ۹)

گزینه ۴»

(کیان کریمی فراسانی)

برای رسم نمودار $g(x) = 2f(x+1)$ باید نمودار $f(x)$ را ۱ واحد به چپ انتقال بدهیم و سپس عرض همه نقاط را ۲ برابر کنیم. با توجه به نمودار g ، داریم:

$$\begin{aligned} R_g &= [-2, 2] \\ D_g &= [-3, 1] \\ \Rightarrow R_g \cap D_g &= [-2, 1] \end{aligned}$$



که این مجموعه شامل ۴ عدد صحیح است.

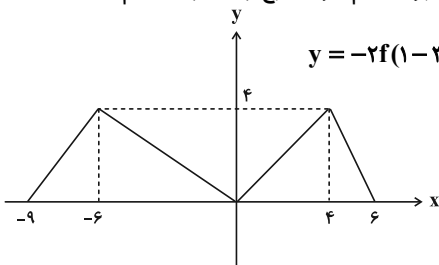
(حسابان ۲- صفحه های ۳ و ۷)

(کتاب پرتکرار حسابان ۲، سؤال ۹)

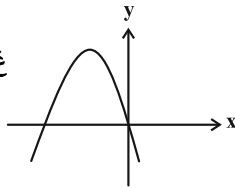
گزینه ۲»

(رضا مایری)

راه حل اول: برای رسم نمودار تابع $f(x-2)$ داریم:



$$\Rightarrow (k-3)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} k=4 & \text{قق} \\ k=2 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$



(حسابان ۲- صفحه های ۳ تا ۹)

(مهرادر ملونری)

۹- گزینه «۱»

در نظر می گیریم: $g(x) = 2f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$. طبق فرض نقطه $A = (2, 1)$ روی تابع g قرار دارد، پس داریم:

$$g(2) = 1 \Rightarrow 2f(1) + 1 = 1 \Rightarrow 2f(1) = 0 \Rightarrow f(1) = 0$$

نقطه $A' = (0, 0)$ روی نمودار تابع f متناظر با نقطه A است.

$$AA' = \sqrt{(2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{5}$$

(حسابان ۲- مشابه مثال صفحه ۱۰)

(کتاب پرتکرار حسابان ۲، مشابه سؤال ۷ (ب))

(روح اله حسینی)

۱۰- گزینه «۳»

راه حل اول: قرار دهیم $k = \frac{m}{n}$. نقاط جدول زیر روی نمودار تابع $y = f(x)$ است:

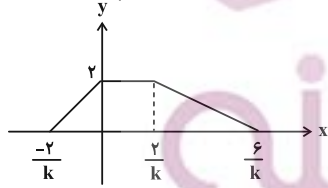
x	-۲	۰	۲	۶
y	۰	۲	۲	۰

نظیر این نقاط روی نمودار $y = f(kx)$ به صورت زیر است:

x	$-\frac{2}{k}$	۰	$\frac{2}{k}$	$\frac{6}{k}$
y	۰	۲	۲	۰

بنابراین نمودار تابع $y = f(kx)$ به شکل زیر است:

(دقت کنید که چون m و n طبیعی هستند، پس $k > 0$)



پس ناحیه محدود به نمودار تابع و محور طولها دوزنقه ای است که طول

قاعده کوچک آن $\frac{2}{k}$ ، طول قاعده بزرگ آن $\frac{6}{k}$ ، طول قاعده بزرگ آن $\frac{6}{k} - (-\frac{2}{k}) = \frac{8}{k}$ و ارتفاع آن ۲ است. پس:

$$15 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{k} + \frac{6}{k} \right) \times 2 \Rightarrow \frac{10}{k} = 15 \Rightarrow k = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

بنابراین $(m, n) = (2, 3)$ و در نتیجه $2m + n = 7$.

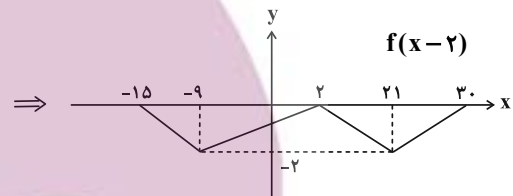
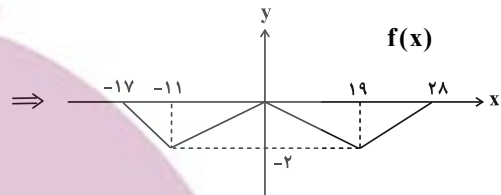
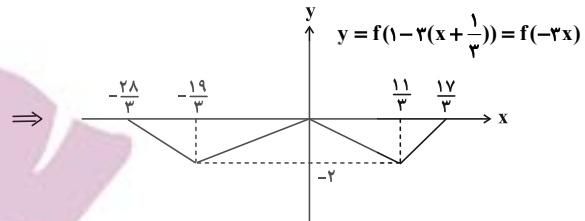
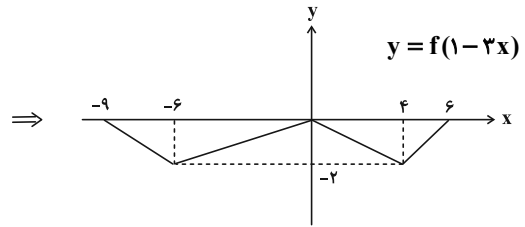
راه حل دوم: می دانیم اگر مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع $y = f(x)$ و محور x ها برابر S باشد آن گاه مساحت ناحیه محدود به نمودار

تابع $y = f(kx)$ و محور x ها برابر $\frac{S}{k}$ خواهد بود (چرا؟)، پس مطابق شکل صورت سؤال داریم:

$$\frac{S}{m} = 15 \quad \text{طبق فرض} \Rightarrow \frac{(2+8) \times 2}{2} = 15 \Rightarrow S = 10$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow m = 2, n = 3 \Rightarrow 2m + n = 7$$

(حسابان ۲- صفحه ۹)



$$\Rightarrow f(x-2) = -2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -9 \\ x_2 = 21 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_2 - x_1 = 21 - (-9) = 30$$

راه حل دوم: ابتدا معادله $f(1-3x) = -2$ را حل می کنیم:

$$y = -2f(1-3x) \xrightarrow{f(1-3x) = -2} y = 4$$

پس طول نقاط تقاطع نمودار داده شده با $y = 4$ ، جواب معادله مورد نظر است:

$$\begin{cases} f(1-3(4)) = f(-11) = -2 \xrightarrow{x-2=-11} x = -9 \\ f(1-3(-6)) = f(19) = -2 \xrightarrow{x-2=19} x = 21 \end{cases}$$

اختلاف ریشه ها برابر ۳۰ می شود.

(حسابان ۲- صفحه های ۲ تا ۱۰)

(افشین خاصه فان)

۸- گزینه «۳»

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 = x^2 - 6x + 9 - 4 = (x-3)^2 - 4$$

$$g(x) = -f(2x+k) - 3 \Rightarrow g(x) = -(2x+k-3)^2 + 4 - 3 = -(2x+k-3)^2 + 1$$

اگر قرار باشد سهمی فقط از ناحیه اول عبور نکند آن گاه باید رأس سهمی در ربع دوم واقع شده و رو به پایین باشد. یعنی:

$$2x+k-3=0 \Rightarrow x_S = \frac{3-k}{2} < 0 \Rightarrow k > 3$$

درضمن، حداقل مقدار k زمانی اتفاق می افتد که نمودار سهمی از مبدأ

$$(0, 0) \in g \Rightarrow 0 = -(0+k-3)^2 + 1$$

مختصات بگذرد:

ریاضی ۱

۱۱- گزینه «۲»

(شمار معنوی)

ابتدا شرط تعریف بازه را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} A = [m-2, 4) \Rightarrow 4 > m-2 \Rightarrow m < 6 \quad (1) \\ B = [-3, 3m-1) \Rightarrow 3m-1 > -3 \Rightarrow 3m > -2 \Rightarrow m > -\frac{2}{3} \end{cases}$$

برای این که دو بازه A و B جدا از هم باشند داریم:

$$3m-1 \leq m-2 \Rightarrow 2m \leq -1 \Rightarrow m \leq -\frac{1}{2} \quad (3)$$

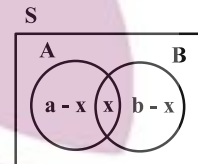
$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow -\frac{2}{3} < m \leq -\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۲- گزینه «۴»

(امیر حسن زاده‌فر)

با فرض $n(A) = a$ و $n(B) = b$ و نمودار ون زیر داریم:



$$\begin{cases} |a-b| = 7 \Rightarrow \begin{cases} b-a = -7 \text{ یا } 7 \\ a-x = 10 \end{cases} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{دوتا}]{\text{جمع}} b-x = 3 \text{ یا } 17$$

در نتیجه:

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = (a-x) + (b-x) = a+b-2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-x = 10 \\ b-x = 3 \text{ یا } 17 \end{cases} \Rightarrow a+b-2x = \begin{cases} 10+3=13 \\ 10+17=27 \end{cases}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۱۳- گزینه «۲»

(مهمر زکته)

جملات موجود در شکل، مربوط به دنباله حسابی $a_n = n+3$ هستند. از

طرفی چون جملات a_6 و a_7 با هم و a_{13} و a_8 نسبت به

متساوی الفاصله هستند پس می‌توان نوشت:

$$\frac{a_7 + a_{16}}{2} = a_9 \Rightarrow a_7 + a_{16} = 2a_9$$

$$\frac{a_8 + a_{13}}{2} = a_9 \Rightarrow a_8 + a_{13} = 2a_9$$

$$\Rightarrow a_7 + a_8 + a_9 + a_{13} + a_{16} = (a_7 + a_{16}) + (a_8 + a_{13}) + a_9$$

$$= 2a_9 + 2a_9 + a_9 = 5a_9 \xrightarrow{\frac{a_n = n+3}{a_9 = 12}} 5 \times 12 = 60$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۴)

۱۴- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

$$t_n = an^2 + bn + c \Rightarrow \begin{cases} t_1 = a + b + c = 5 \\ t_4 = 16a + 4b + c = 14 \\ t_5 = 25a + 5b + c = 20 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_4 - t_1 = 15a + 3b = 9 \\ t_5 - t_4 = 9a + b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$a + b + c = 5 \Rightarrow c = 5 \Rightarrow t_n = \frac{3}{4}n^2 - \frac{3}{4}n + 5$$

$$\Rightarrow t_8 = 48 - 6 + 5 = 47$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰)

۱۵- گزینه «۱»

(ستار زواری)

اگر بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد درج شده را به ترتیب y و x در نظر

بگیریم، داریم: $8, x, \dots, y, 155$

طبق خاصیت دنباله حسابی: $8 + 155 = x + y = 163 \quad (*)$

طبق صورت سؤال: $y - x = 141 \xrightarrow{(*)} y = 152, x = 11$

پس قدرنسبت این دنباله برابر $3 = 11 - 8$ می‌باشد.

$$d = \frac{155 - 8}{n + 1} = 3 \Rightarrow n = 48 \quad \text{حال داریم:}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۶- گزینه «۲»

(معمسان کورری)

$$3^m \times 3^n = (3\sqrt{3})^2 \Rightarrow 3^{m+n} = 27 = 3^3 \Rightarrow m+n = 3$$

$$\Rightarrow \text{واسطه حسابی} = \frac{m+n}{2} = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۶)

۱۷- گزینه «۲»

(کیان کریمی فراسانی)

برای سه جمله متوالی در دنباله‌های هندسی داده شده داریم:

$$\begin{cases} b^2 = ac \\ (-b)^2 = (a+10)(c+10) \Rightarrow b^2 = ac + 10(a+c) + 100 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{b^2=ac} 10(a+c) = -100 \Rightarrow \frac{a+c}{2} = -5$$

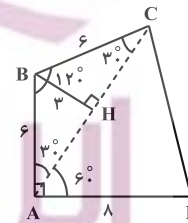
برای رد کردن بقیه گزینه‌ها کافی است اعداد $a = -2$ ، $b = 4$ و $c = -8$ را در نظر بگیریم.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۱۸- گزینه «۴»

(مهرداد ملوتری)

مطابق شکل، قطر AC را رسم می‌کنیم؛ در مثلث متساوی‌الساقین ABC، زوایای مجاور ساق ۳۰ درجه هستند و داریم:



$$\frac{BH}{BC} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow BH = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\frac{CH}{BC} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CH = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

داریم $AC = 2CH = 6\sqrt{3}$ و در نتیجه:

$$\begin{cases} S_{ABC} = \frac{BH \times AC}{2} = \frac{3 \times 6\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3} \\ S_{ACD} = \frac{1}{2} AC \times AD \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 36 \end{cases}$$

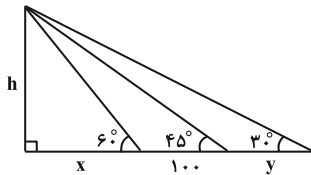
مساحت چهارضلعی ABCD برابر می‌شود با:

$$S = S_{ABC} + S_{ACD} = 36 + 9\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۳ و ۳۵)

۱۹- گزینه «۲»

(علی آزار)



$$\begin{cases} \tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sqrt{3}x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}h \\ \tan 45^\circ = \frac{h}{x+100} = 1 \Rightarrow h = x+100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h = 50(3 + \sqrt{3}) \\ x = 50(\sqrt{3} + 1) \end{cases}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{x+100+y} \Rightarrow x+100+y = \sqrt{3}h$$

$$\Rightarrow 50\sqrt{3} + 50 + 100 + y = \sqrt{3} \times 50(3 + \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow 50\sqrt{3} + 150 + y = 150\sqrt{3} + 150 \Rightarrow y = 100\sqrt{3}$$

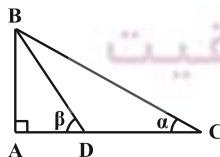
(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۲۰- گزینه «۴»

(روح اله حسینی)

طبق فرض $\frac{3}{4} = \tan \alpha$ ، پس مطابق شکل $AB = 3x$ و $AC = 4x$ ؛

همچنین $\cot \beta = \frac{5}{12}$ ، پس $AD = 5y$ و $AB = 12y$ در نظر می‌گیریم.



داریم $AB = 12y = 3x$ ، یعنی $x = 4y$ و در نتیجه خواهیم داشت:

$$AC = 4x = 4(4y) = 16y$$

$$\frac{DC}{AB} = \frac{11y}{12y} = \frac{11}{12} \quad \text{پس } DC = AC - AD = 11y \text{ و لذا:}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

حسابان ۱

گزینه «۱» - ۲۱

(امیر حسن زاده فرد)

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \xrightarrow{S_n > 400}$$

$$\frac{n}{2} [2 \times 4 + (n-1)8] > 400 \Rightarrow n[8 + 4n - 4] > 800$$

$$\Rightarrow 4n^2 > 800 \Rightarrow n^2 > 200 \Rightarrow n > 10 \Rightarrow \min(n) = 11$$

(حسابان ۱- صفحه های ۲ و ۳)

گزینه «۳» - ۲۲

(علی آزار)

با توجه به این که جمع دو جمله برابر با $\frac{4}{3}$ و ضرب آن‌ها برابر با $\frac{4}{3}$ شده

است بنابراین با حل معادله درجه دوم $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = 0$ می‌توان جملات t_1 و t_2 را که ریشه‌های این معادله هستند به دست آورد.

$$x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 16$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \pm 4}{6} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2}{3} \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow t_1 = \frac{2}{3}, t_2 = 2 \Rightarrow q = 3$$

$$S_5 = \frac{\frac{2}{3}(1-3^5)}{1-3} = -\frac{1}{3}(1-3^5) = -\frac{1}{3} + 3^4$$

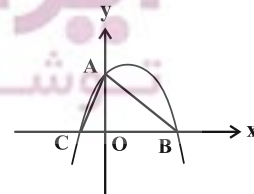
$$= -\frac{1}{3} + 81 = \frac{242}{3}$$

(حسابان ۱- صفحه های ۴ تا ۹)

گزینه «۲» - ۲۳

(مهمرب زنگنه)

محل تقاطع تابع با محور y ها برابر با $2m$ و فرض کنیم صفرهای آن α و β هستند به طوری که $\alpha\beta = -2m$ و چون یکی از ریشه‌های معادله $-x^2 + 6x + 2m = 0$ مثبت و دیگری منفی است پس $\alpha\beta < 0$ و در نتیجه $m > 0$ ، چون مثلث در رأس A قائمه است پس:



$$OA^2 = BO \times CO$$

$$(2m)^2 = |\alpha| \times |\beta| \xrightarrow{\alpha < 0} 4m^2 = -\alpha\beta$$

$$\Rightarrow 4m^2 = -\frac{c}{a} \xrightarrow{\frac{c=2m}{a=-1}} 4m^2 = 2m$$

$$\Rightarrow 2m(2m-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

فقط مقدار $m = \frac{1}{2}$ قابل قبول است.

(حسابان ۱- صفحه های ۸ و ۹)

گزینه «۴» - ۲۴

(علی آزار)

با توجه به معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ خواهیم داشت: $S = \alpha + \beta = 3$
از آنجا که α و β ریشه‌های معادله داده شده هستند بنابراین در خود معادله نیز صدق می‌کنند:

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \xrightarrow{x=\beta} \beta^2 - 3\beta + 1 = 0 \Rightarrow \beta^2 + 1 = 3\beta$$

$$\Rightarrow \frac{\beta^2 + 1}{3} = \beta$$

$$\xrightarrow{x=\alpha} \alpha^2 - 3\alpha + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha(\alpha - 3) = -1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3 - \alpha}$$

$$\frac{1}{3 - \alpha} + \frac{\beta^2 + 1}{3} = \alpha + \beta = S = 3 \quad \text{بنابراین داریم:}$$

(حسابان ۱- صفحه های ۸ و ۹)

گزینه «۴» - ۲۵

(علی آزار)

ابتدا به وسیله تغییر متغیر، معادله داده شده را به معادله درجه ۲ تبدیل

$$x^6 - 7x^3 + 8 = 0 \xrightarrow{x^3=t} t^2 - 7t + 8 = 0 \quad \text{می‌کنیم.}$$

با توجه به این که $\Delta > 0$ می‌باشد فرض می‌کنیم ریشه‌های معادله $t^2 - 7t + 8 = 0$ به صورت α' و β' باشند پس داریم:

$$\alpha' + \beta' = 7, \quad \alpha'\beta' = 8$$

$$x^3 = t \Rightarrow \begin{cases} \alpha' = \alpha^3 \\ \beta' = \beta^3 \end{cases} \quad \text{از طرفی می‌دانیم:}$$

پس داریم:

$$\begin{cases} \alpha^3\beta^3 = 8 \quad (*) \Rightarrow \alpha\beta = 2 \\ \alpha^3 + \beta^3 = 7 \xrightarrow{\text{توان } 2} \alpha^6 + \beta^6 + 2\alpha^3\beta^3 = 49 \\ \xrightarrow{(*)} \alpha^6 + \beta^6 = 33 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^6 + \beta^6}{\alpha\beta} = \frac{33}{2} = 16.5$$

(حسابان ۱- صفحه های ۸ و ۹)

گزینه «۳» - ۲۶

(امیررضا ذاکر زاده)

با توجه به فرض سؤال، نتیجه می‌شود که ضابطه تابع به صورت $y = (x-2)^2$ یا $y = -(x-2)^2$ است و با توجه به ضابطه داده شده، فقط $y = (x-2)^2$ قابل قبول است و داریم:

(میانپیش نیکنام)

۲۸- گزینه «۱»

$$-\sqrt{2x-1} = t \xrightarrow{t \leq 0} 2x-1 = t^2 \Rightarrow x = \frac{t^2+1}{2}$$

$$(3+t)\left(\frac{t^2+3}{2}\right) + \frac{19}{2} = 0 \Rightarrow (t+3)(t^2+3) + 19 = 0$$

$$\Rightarrow t^3 + 3t^2 + 3t + 9 + 19 = 0 \Rightarrow (t+1)^3 + 27 = 0$$

$$\Rightarrow t+1 = -3 \Rightarrow t = -4 \Rightarrow \sqrt{2x-1} = 4 \Rightarrow 2x-1 = 16$$

$$\Rightarrow x = \frac{17}{2} = 8.5$$

می دانیم $9 < 8.5 < 8$ و در نتیجه جواب سؤال ۱۷ $8+9$ است.

(مسایان ۱- صفحه های ۲۰ تا ۲۲)

(کیان کریمی فراسانی)

۲۹- گزینه «۱»

از $|t| = -t$ نتیجه می شود که $t \leq 0$. پس داریم:

$$|x^2 - 6x + 5| = -x^2 + 6x - 5 \xrightarrow{x^2 - 6x + 5 = t} x^2 - 6x + 5 \leq 0$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 5$$

همچنین برای نامعادله داریم:

$$|x-a| \leq b \Rightarrow -b \leq x-a \leq b \Rightarrow a-b \leq x \leq a+b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ a+b=5 \end{cases} \Rightarrow a=3, b=2 \Rightarrow ab=6$$

(مسایان ۱- صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

(غلامرضا نیازی)

۳۰- گزینه «۴»

دو خط L و L' موازی اند زیرا شیب های برابر دارند در نتیجه فاصله آنها برای اندازه یک ضلع مستطیل است.

$$L: y = 2x + \frac{3}{2}, \quad L': y = 2x$$

$$L \text{ و } L' \text{ فاصله} = \frac{\left|\frac{3}{2} - 0\right|}{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{3}{2\sqrt{5}}$$

$$\begin{cases} L': y = 2x \\ L'': y = 4x \end{cases} \Rightarrow x=0=y \Rightarrow \begin{cases} L: 4x-2y+3=0 \\ L'': y-4x=0 \end{cases}$$

$$-y+3=0 \Rightarrow y=3, x=\frac{3}{4}$$

دو رأس مقابل مستطیل $(0,0)$ و $(\frac{3}{4}, 3)$ می باشند.

$$\text{طول قطر} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 3^2} = \sqrt{9\left(\frac{17}{16}\right)} = \frac{3}{4}\sqrt{17}$$

$$\Rightarrow \text{اندازه ضلع دیگر مستطیل} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\sqrt{17}\right)^2 - \left(\frac{3}{2\sqrt{5}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{729}{16} - \frac{9}{20}} = \frac{27}{4\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مستطیل} = \frac{27}{4\sqrt{5}} \times \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{81}{40}$$

(مسایان ۱- صفحه های ۲۹ تا ۳۶)

$$(x+2a)^2 - 4x + b = (x-2)^2$$

$$x^2 + 4ax + 4a^2 - 4x + b = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 + (4a-4)x + 4a^2 + b = x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a-4 = -4 \Rightarrow a=0 \\ 4a^2 + b = 4 \Rightarrow b=4 \end{cases}$$

$$g(x) = 4x - f(x) = 4x - (x^2 - 4x + 4) = -x^2 + 8x - 4$$

چون $\Delta = 64 - 16 > 0$ است، پس داریم:

$$S = -\frac{b}{a} = 8$$

$$P = \frac{c}{a} = 4$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P} = \frac{8}{4} = 2$$

(مسایان ۱- صفحه های ۸ تا ۱۳)

(فامر معنوی)

۲۷- گزینه «۲»

معادله فرض سؤال به صورت زیر است:

$$\frac{1}{(x-2)(x+2)} + \frac{a+1}{3(x+2)} = \frac{a}{x}$$

دو طرف معادله را در $(x-2)(x+2)(3x)$ ضرب می کنیم:

$$3x + (a+1)(x^2-2x) = 3a(x^2-4)$$

$$\Rightarrow (2a-1)x^2 + (2a-1)x - 12a = 0 \quad (*)$$

برای این که معادله فرض سؤال، یک جواب داشته باشد، دو حالت برای (*)

در نظر می گیریم:

حالت اول: معادله درجه دوم (*), ریشه مضاعف داشته باشد، پس:

$$\Delta = (2a-1)^2 - 4(2a-1)(-12a) = 0$$

$$\Rightarrow (2a-1)(2a-1+48a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} & \text{غ ق ق} \\ a = \frac{1}{50} & \text{ق ق} \end{cases}$$

توجه کنید که به ازای $a = \frac{1}{2}$, معادله (*) بی معنی خواهد بود!

حالت دوم: معادله درجه دوم (*), دو ریشه ساده داشته باشد که یکی از آنها در بین ریشه های مخرج های معادله فرض سؤال باشد:

$$x=0 \xrightarrow{(*)} a=0 \xrightarrow{(*)} \text{جای گذاری در } -x^2 - x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{غ ق ق} \\ x=-1 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$x=2 \xrightarrow{(*)} (2a-1)(4) + (2a-1)(2) - 12a = 0 \Rightarrow -6 = 0 \text{ غیرممکن}$$

$$x=-2 \xrightarrow{(*)} (2a-1)(4) + (2a-1)(-2) - 12a = 0 \Rightarrow -8a = 2$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{4} \xrightarrow{(*)} \text{جای گذاری در } -\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{ق ق} \\ x=-2 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

پس مقادیر $\frac{1}{50}$, صفر و $-\frac{1}{4}$ برای a قابل قبول است.

(مسایان ۱- صفحه های ۱۷ تا ۱۹)

هندسه ۳

۳۱- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \vec{0}$$

مثال نقض برای گزینه «۱»:

مثال نقض برای گزینه «۲»:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

تساوی گزینه «۴» تنها در صورتی درست است که دو ماتریس A و B تعویض‌پذیر باشند و در غیر این صورت این رابطه برقرار نیست.

اگر $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ دو ماتریس اسکالر باشند،

آن‌گاه $AB = BA = \begin{bmatrix} ab & 0 \\ 0 & ab \end{bmatrix}$ است، پس رابطه گزینه «۳» همواره

برقرار بوده و مثال نقض ندارد.

(هنر سه ۳- مشابه تمرین‌های ۳، ۴ و ۱۰ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۳۲- گزینه «۱»

(اسحاق اسفندیار)

در سطر سوم ماتریس مربعی A شماره سطر ۳ i و j از ۱ تا n تغییر می‌کند.

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \vdots \\ 3+2 \times 1 & 3+2 \times 2 & 3+2 \times 3 & \dots & 3+2 \times n \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌های سطر سوم} = (3+2 \times 1) + (3+2 \times 2) + \dots + (3+2 \times n)$$

$$+ \dots + (3+2 \times n) = 96 \Rightarrow 3n + 2(1+2+\dots+n) = 96$$

$$3n + 2\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) = 96$$

$$\Rightarrow \frac{n^2 + 4n - 96}{(n+12)(n-8)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -12 & \text{غ ق} \\ n = 8 & \text{ق ق} \end{cases}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ستون سوم برابر است با:

$$(1+2 \times 3) + (2+2 \times 3) + \dots + (8+2 \times 3)$$

$$= (1+2+\dots+8) + 8 \times 6 = 36 + 48 = 84$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۳۳- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌ظیفی)

مطابق ضابطه ماتریس A داریم:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = 2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow BA = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -2 & -4 \\ 6 & 0 & -2 \\ 8 & 10 & 0 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های سطر سوم BA برابر است با ۱۸.

(هنر سه ۳- مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۱)

۳۴- گزینه «۲»

(سیرممد رضا عسینی‌قرد)

$$AB = \begin{bmatrix} m & 1 \\ p & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m+3 & m+n \\ 2p+3 & p+n \end{bmatrix}$$

در ماتریس اسکالر درایه‌های قطر اصلی برابرند و بقیه درایه‌ها صفرند:

$$\begin{cases} 2p+3=0 \Rightarrow p=-\frac{3}{2} \\ m+n=0 \\ 2m+3=p+n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=-\frac{3}{2} \\ n=\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A+B = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 1 \\ -\frac{3}{2} & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 2 \\ \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۲ تا ۲۱)

۳۵- گزینه «۳»

(امیر عسین ابومصوب)

ابتدا ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

۳۸- گزینه «۲»

(کیوان درایی)

بهرتر است به جای ۳ بار انجام عمل ضرب، از ماتریس A فاکتور بگیریم:

$$A(B-C+A) = A \times \left(\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 6 & -1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= A \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = A$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 3(1+2+3) = 18$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۳۹- گزینه «۴»

(امیر حسین ابومصوب)

ابتدا دو ماتریس سمت چپ را در هم ضرب کرده و سپس حاصل را در

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -6 \end{bmatrix} = 0 \quad \text{ماتریس سمت راست ضرب می‌کنیم.}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -x+2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -6 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} -x^2+2x+24 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow x^2-2x-24=0 \Rightarrow (x-6)(x+4)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-4 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴۰- گزینه «۴»

(هومن عقیلی)

$$\forall i, j; a_{ij} = -a_{ji}$$

$$a_{21} = -a_{12} \Rightarrow y = -4$$

$$a_{11} = -a_{11} \Rightarrow a_{11} = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$a_{32} = -a_{23} \Rightarrow z = -(y+2) = -(-4+2) = 2$$

$$\Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -7 \\ -4 & 0 & -2 \\ 7 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \times \begin{bmatrix} 0 & 4 & -7 \\ -4 & 0 & -2 \\ 7 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$= \begin{bmatrix} -65 & & \\ & -20 & \\ & & -53 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$\text{جمع درایه‌های قطر اصلی} = -138$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۱ تا ۲۱)

حال به راحتی می‌توان به‌طور مستقیم ماتریس A^{1404} را به دست آورد:

$$A^{1404} = (A^2)^{702} = (-I)^{702} = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۲ است.

(هنر سه ۳- مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۰)

۳۶- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

با توجه به فاکتورگیری و خواص ضرب ماتریس‌ها داریم:

$$CAB + CB^2 = C(A+B)B = (C)(3I)(B) = 3CB = 3 \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 0 & 15 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 6+9+15+0 = 30$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۳۷- گزینه «۲»

(روح‌اله حسینی)

A یک ماتریس قطری است. پس برای هر $n \in \mathbb{N}$ داریم:

$$A^n = \begin{bmatrix} 2^n & 0 & 0 \\ 0 & (-1)^n & 0 \\ 0 & 0 & 1^n \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$B = I + A + A^2 + \dots + A^k$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 2^k & 0 & 0 \\ 0 & (-1)^k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+2+2^2+\dots+2^k & 0 & 0 \\ 0 & 1+(-1)+\dots+(-1)^k & 0 \\ 0 & 0 & k+1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{cases} 2^{k+1} + k, & \text{ک فرد} \\ 2^{k+1} + k + 1, & \text{ک زوج} \end{cases}$$

اما چون $9 + 2^{10} = 9 + 1024 = 1033$ ، پس $k+1 = 10$ و $k = 9$.

$$1+2+2^2+\dots+2^k = 2^{k+1} - 1$$

تذکر:

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۲ تا ۲۱)

هندسه ۱

۴۱- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومحبوب)

بررسی گزینه‌ها:

۱) این حکم نادرست است، چون در مثلث قائم‌الزاویه، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها وسط وتر، یعنی روی مثلث است.

۲) این حکم نادرست است. به عنوان مثال نقض می‌توان مثلی به طول اضلاع ۶، ۵ و ۲ را در نظر گرفت که اندازه بزرگ‌ترین ضلع از دو برابر کوچک‌ترین ضلع، بزرگ‌تر است.

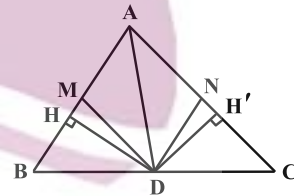
۳) این حکم کاملاً درست و فاقد مثال نقض است. هر زاویه خارجی مثلث برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن است، پس قطعاً از این دو زاویه بزرگ‌تر است.

۴) این حکم نادرست است. به عنوان مثال نقض در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائمه ۳ و ۴، ضلع به طول ۴، ارتفاع وارد بر ضلع به طول ۳ و بزرگ‌تر از آن است.

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴۲- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومحبوب)



از نقطه D، عمودهای DH و DH' را بر اضلاع AB و AC رسم می‌کنیم. چون D روی نیمساز زاویه A قرار دارد، پس از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، یعنی $DH = DH'$. از طرفی طبق قضیه زاویه برتر در مثلث ABC داریم:

$$\hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB \Rightarrow \frac{AC}{2} > \frac{AB}{2} \Rightarrow CN > AM$$

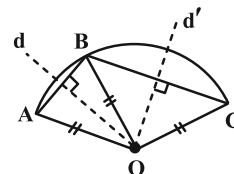
$$\frac{S_{AMD}}{S_{CND}} = \frac{\frac{1}{2} DH \times AM}{\frac{1}{2} DH' \times CN} = \frac{AM}{CN} < 1$$

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴۳- گزینه «۱»

(مهمر فندان)

مطابق شکل، سه نقطه A، B و C را روی کمان دایره مشخص می‌کنیم.



عمودمنصف پاره‌های AB و BC را رسم کرده و محل تقاطع آن‌ها را مشخص می‌کنیم، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AB \text{ عمودمنصف } d \Rightarrow AO = BO \\ BC \text{ عمودمنصف } d' \Rightarrow BO = CO \end{array} \right\} \Rightarrow AO = BO = CO$$

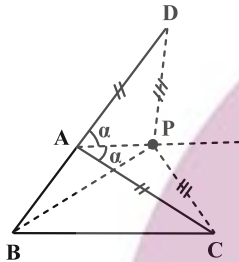
در نتیجه O از سه نقطه A، B و C به یک فاصله بوده و مرکز دایره است.

(هنرسه ۱- مشابه تمرین ۵ صفحه ۱۶)

۴۴- گزینه «۴»

(روح اله فسفی)

AB را از طرف A به اندازه AC تا نقطه D امتداد می‌دهیم. دو مثلث APD و APC به حالت (ض ز ض) هم‌نهشت هستند. بنابراین $PD = PC$. اکنون در مثلث BPD بنابه نامساوی مثلثی داریم:



$$BD < PB + PD \Rightarrow BA + AD < PB + PD$$

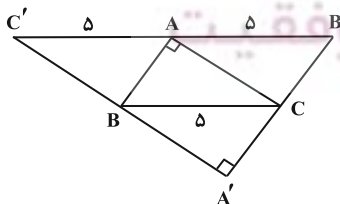
$$\frac{AD=AC}{PD=PC} \rightarrow AB + AC < PB + PC$$

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۱۱ تا ۲۷)

۴۵- گزینه «۴»

(سیرمهمر رضا سینی‌فر)

مثلث ABC با اضلاع ۳، ۴ و ۵ قائم‌الزاویه است و محل هم‌رسی ارتفاع‌های آن رأس قائم (رأس A) است. این نقطه محل هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث A'B'C' است و فاصله‌اش تا هر رأس ۵ است.



$$AA' + AB' + AC' = 15$$

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۴۶- گزینه «۴»

(مهمر فندان)

نقطه M محل تقاطع عمودمنصف AC با ضلع AB طبق تعریف عمودمنصف، فاصله‌اش از A و C برابر است، بنابراین:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 4x + 3x + 2x = 9x = 180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{A}OB = 180^\circ - 3 / 5x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \\ \hat{B}OC = 180^\circ - 2 / 5x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \end{cases}$$

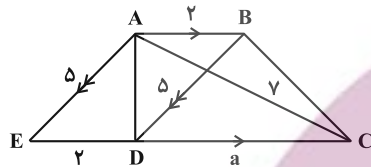
در نتیجه:

$$\frac{\hat{A}OB}{\hat{B}OC} = \frac{110^\circ}{130^\circ} = \frac{11}{13}$$

(هنر سه ۱- صفحه های ۱۹ و ۲۰)

گزینه «۳» - ۴۹ (هومن عقیلی)

از A خطی به موازات قطر BD رسم می کنیم تا امتداد CD را در E قطع کند. پس: $AE = 5$ و $DE = 2$.



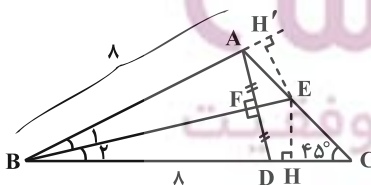
$$\Delta AEC \text{ در } \underbrace{7-5}_2 < a+2 < \underbrace{7+5}_{12} \Rightarrow (0 < a < 10) \cap (a > 2)$$

$$\Rightarrow 2 < a < 10 \Rightarrow \max(a \in \mathbb{N}) = 9$$

(هنر سه ۱- صفحه های ۱۵ تا ۲۷)

گزینه «۲» - ۵۰ (مهمرب قنبران)

در مثلث ABD، BF عمود منصف AD است، پس $AF = FD$ و $\hat{B}FD = \hat{A}FB$ است. بنابراین دو مثلث AFB و BFD هم نهشت اند و در نتیجه $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ و $AB = BD = 8$ است.



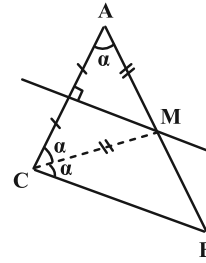
حال چون BE نیمساز است، پس فاصله E از دو ضلع AB و BC برابر است. طبق شکل EHC متساوی الساقین قائم الزاویه است، پس:

$$EH^2 + CH^2 = CE^2 \Rightarrow 2EH^2 = 16 \Rightarrow EH = 2\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{\text{نیمساز BE}} EH' = 2\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABE} = \frac{1}{2} AB \times EH'$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

(هنر سه ۱- صفحه های ۱۳ و ۱۵ تا ۲۷)



$$AM = MC \Rightarrow \hat{M}AC = \hat{M}CA = \alpha$$

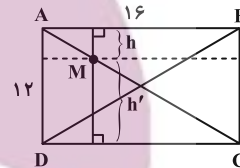
نقطه M از دو ضلع AC و BC به یک فاصله است، پس CM نیمساز

$$\hat{M}CA = \hat{M}CB = \alpha \Rightarrow \hat{C} = 2\hat{A}$$

زاویه C است و داریم:

گزینه «۳» - ۴۷ (عباس الهی)

ابتدا شکل مورد نظر مسئله را رسم می کنیم، نقطه M را روی قطر AC در نظر می گیریم و فاصله آن تا اضلاع AB و CD را به ترتیب h و h' لحاظ می کنیم. پس داریم:



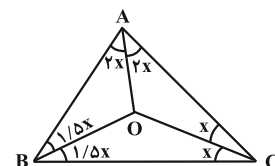
$$\begin{cases} h' + h = 12 \\ h' - h = 8 \end{cases} \xrightarrow{+} 2h' = 20 \Rightarrow h' = 10 \Rightarrow h = 2$$

سپس با کمی دقت متوجه می شویم نقطه مشابه M روی قطرها به صورت زیر موجود است:



(هنر سه ۱- صفحه های ۱۰ و ۱۱)

گزینه «۳» - ۴۸ (اسحاق اسفندیار)



$$\frac{\hat{A}}{4} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{2} = x \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 4x \\ \hat{B} = 3x \\ \hat{C} = 2x \end{cases}$$

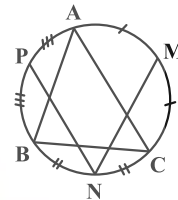
طبق فرض داریم:

هندسه ۲

گزینه ۱» ۵۱-

(روح اله حسینی)

$$\begin{aligned} 66^\circ = \widehat{PNM} &= \frac{\widehat{PAM}}{2} = \frac{\widehat{AP} + \widehat{AM}}{2} \Rightarrow \widehat{AP} + \widehat{AM} = 132^\circ \\ \xrightarrow{\times 2} 2\widehat{AP} + 2\widehat{AM} &= 264^\circ \\ \xrightarrow{\frac{2\widehat{AP} = \widehat{AB}}{2\widehat{AM} = \widehat{AC}}} \widehat{AB} + \widehat{AC} &= 264^\circ \\ \Rightarrow \widehat{BC} &= 360^\circ - (\widehat{AB} + \widehat{AC}) = 360^\circ - 264^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 96^\circ \\ \Rightarrow \hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} &= 48^\circ \end{aligned}$$

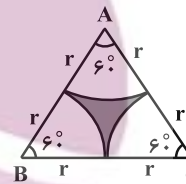


(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

گزینه ۲» ۵۲-

(مهمر خندان)

اگر طول شعاع قطاع دایره‌ها r باشد، طول هر سه ضلع مثلث برابر $2r$ بوده و نوع مثلث، متساوی‌الاضلاع است.



مساحت ناحیه رنگی برابر تفاضل مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع ABC از سه قطاع دایره با شعاع r و زاویه 60° درجه است، بنابراین:

$$\begin{aligned} S_{\text{رنگی}} &= S_{ABC} - 3S_{\text{قطاع دایره}} = \frac{(2r)^2 \sqrt{3}}{4} - 3\left(\frac{\pi r^2 \times 60^\circ}{360^\circ}\right) \\ &= r^2 \sqrt{3} - \frac{\pi r^2}{2} = r^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 4\sqrt{3} - 2\pi = 4\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) \\ \Rightarrow r &= 2 \end{aligned}$$

محیط ناحیه رنگی برابر طول سه کمان دایره به شعاع 2 و زاویه 60° درجه است.

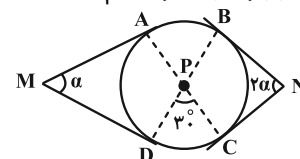
$$\text{محیط ناحیه رنگی} = 3\left(\frac{\pi R}{180^\circ} \alpha\right) = 3\left(\frac{\pi \times 2 \times 60^\circ}{180^\circ}\right) = 2\pi$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۲ و ۲۰)

گزینه ۲» ۵۳-

(مهمر خندان)

طبق رابطه زاویه بین دو وتر درون دایره داریم:



$$\widehat{CPD} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 60^\circ$$

حال طبق رابطه زاویه بین امتداد دو وتر خارج دایره داریم:

$$\begin{aligned} \hat{M} = \alpha &= \frac{\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} - \widehat{AD}}{2} \\ \hat{N} = 2\alpha &= \frac{\widehat{AB} + \widehat{AD} + \widehat{CD} - \widehat{BC}}{2} \end{aligned} \quad \xrightarrow{+}$$

$$3\alpha = \widehat{AB} + \widehat{CD} = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ$$

(هنر سه ۲- مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۷)

گزینه ۳» ۵۴-

(سیرمهمر رضا حسینی خرد)

در گزینه «۳» به ازای $x = 3$ ، مقدار شعاع دایره و فاصله مرکز دایره از خط با هم برابرند یعنی خط و دایره مماس هستند. در گزینه «۱» برای $x = \frac{3}{2}$ خط و دایره متقاطع‌اند زیرا خط از مرکز دایره می‌گذرد، در گزینه «۲» برای $x = 2$ خط و دایره متقاطع‌اند، در گزینه «۴» برای $x = \frac{7}{2}$ خط و دایره بیرون از هم هستند.

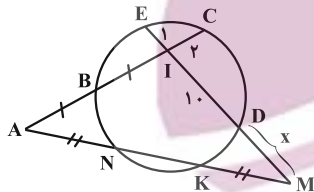
(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

گزینه ۲» ۵۵-

(مهمر خندان)

طبق رابطه طولی درون دایره داریم:

$$BI \times CI = EI \times DI \Rightarrow BI \times 2 = 1 \times 10 \Rightarrow BI = AB = 5$$



حال طبق رابطه طولی برای امتداد وترها در خارج دایره داریم:

$$\begin{cases} AB \times AC = AN \times AK \\ MD \times ME = MK \times MN \end{cases}$$

طبق فرض $AN = MK$ ، پس $AK = MN$ و در نتیجه طرف راست تساوی‌های بالا با هم برابرند و داریم:

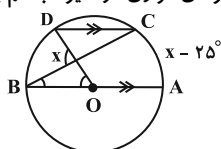
$$\begin{aligned} AB \times AC &= MD \times ME \Rightarrow 5 \times (\Delta + 7) = x(x + 11) \\ \Rightarrow \frac{x^2 + 11x - 60}{(x+11)(x-4)} &= 0 \xrightarrow{x>0} x = 4 \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- صفحه ۱۸)

گزینه ۱» ۵۶-

(سیرمهمر رضا حسینی خرد)

کمان‌های محصور بین وترهای موازی دو دایره، با هم برابرند، پس:



$$\widehat{BD} = \widehat{AC} = x - 25^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{O} = x - 25^\circ \\ \hat{B} = \frac{x - 25^\circ}{2} \end{cases}$$

حال با جای گذاری x داریم:

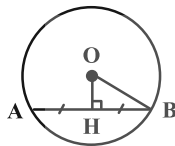
$$R^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 (1+9) \Rightarrow R = \frac{5\sqrt{10}}{2}$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۱۲ تا ۱۸)

(مهردار ملونری)

گزینه «۳» ۵۹

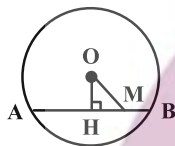
ابتدا مطابق شکل زیر، طول وتر AB را می یابیم:



$$\begin{cases} OB = R = 3\sqrt{17} \\ OH = 4\sqrt{2} \end{cases} \xrightarrow[\text{در } \triangle BOH]{\text{پیتاگورس}} BH = \sqrt{153 - 32} = 11$$

در نتیجه $AB = 2BH = 22$.

طبق فرض، نقطه M به فاصله ۹ واحد از مرکز دایره قرار دارد، پس مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} OH = 4\sqrt{2} \\ OM = 9 \end{cases} \xrightarrow[\text{در } \triangle OHM]{\text{پیتاگورس}} HM = \sqrt{81 - 32} = 7$$

لذا با توجه به شکل داریم:

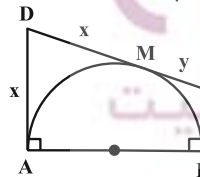
$$\begin{cases} AM = AH + HM = 11 + 7 = 18 \\ BM = BH - HM = 11 - 7 = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

(مهردار ملونری)

گزینه «۴» ۶۰

می دانیم طول مماس های رسم شده بر یک دایره، از نقطه ای خارج آن، با هم برابرند، پس مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} AD = DM = x \\ BC = CM = y \end{cases}$$

طبق فرض داریم:

$$ABCD \text{ محیط دوزنقه } = AB + 2x + 2y = 50$$

$$\xrightarrow{AB=16} 2(x+y) = 34 \Rightarrow x+y = 17$$

مساحت دوزنقه قائم الزاویه $ABCD$ برابر می شود با:

$$S = \frac{(AD+BC) \times AB}{2} = \frac{17 \times 16}{2} = 17 \times 8 = 136$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۱۹ و ۲۰)

$$\xrightarrow{\text{زاویه خارجی در مثلث}} x = \hat{B} + \hat{O} \Rightarrow x = x - 25^\circ + \frac{x - 25^\circ}{2}$$

$$\Rightarrow 25^\circ = \frac{x - 25^\circ}{2} \Rightarrow x = 75^\circ$$

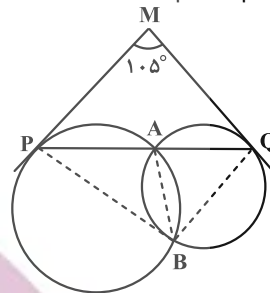
$$\Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{AC} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$$

(هنر سه ۲- مشابه تمرین ۴ صفحه ۱۷)

(مهردار ملونری)

گزینه «۱» ۵۷

وتر مشترک AB را رسم می کنیم.



زوایای ظلّی $\hat{APM}$ و $\hat{AQM}$ به ترتیب با زوایای محاطی $\hat{ABP}$

و $\hat{ABQ}$ برابر است (چرا؟)، لذا داریم:

$$\hat{PBQ} = \hat{ABP} + \hat{ABQ} = \hat{APM} + \hat{AQM} \quad (1)$$

در مثلث PMQ این طور می نویسیم که:

$$\hat{APM} + \hat{AQM} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$$\hat{PBQ} = 75^\circ$$

در نتیجه از رابطه (۱) داریم:

(هنر سه ۲- صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

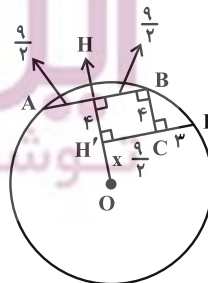
(عباس الهی)

گزینه «۲» ۵۸

از O بر وتر AB ، عمود OH را رسم می کنیم که آن را نصف می کند،

$$AH = HB = \frac{9}{2}$$

یعنی:



همچنین CD را امتداد می دهیم تا OH' را در H' قطع کند. فرض

می کنیم $OH' = x$ ، لذا با توجه به این که $H'HBC$ مستطیل است، داریم:

$$\begin{cases} HH' = BC = 4 \\ CH' = BH = \frac{9}{2} \end{cases}$$

چنانچه قضیه فیثاغورس را در مثلث های قائم الزاویه $OH'D$ و OHB

$$x^2 + \left(\frac{9}{2} + 3\right)^2 = (x + 4)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = R^2$$

بنویسیم، آن گاه:

$$\Rightarrow x^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 = (x + 4)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 \xrightarrow{\text{نهایتاً}} x = \frac{5}{2}$$

ریاضیات گسسته

گزینه «۴» - ۶۱

(اسحاق اسفندیار)

می‌دانیم برای هر دو عدد حقیقی مثبت a و b داریم: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

$$x+2=a, \quad y+3=b$$

$$(x+2+y+3)\left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{y+3}\right) = (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

$$= \frac{a}{a} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{b}{b} = 1+1+\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2+2=4$$

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۱ صفحه ۸)

گزینه «۳» - ۶۲

(افشین فاضله‌فان)

گزاره‌های ۱، ۲ و ۴ به روش اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها، ثابت می‌شوند اما گزینه «۳» به روش مستقیم اثبات می‌شود.

$$(2k-1)(2k+1)+1=4k^2-1+1=4k^2=(2k)^2$$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۴)

گزینه «۱» - ۶۳

(افشین فاضله‌فان)

اگر x یا y یا هر دو برابر صفر شوند آن‌گاه تساوی برقرار است و اگر x و y هر دو غیرصفر باشند تساوی برقرار نیست. پس تعداد مثال نقض برابر خواهد بود با:

$$4 \times 4 = 16$$

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۴ صفحه ۸)

گزینه «۴» - ۶۴

(حامد قاسمیان)

$$3x^2 + y^2 + 2z^2 + A \geq -x^2 + 12x - 8y - 2z^2 + 4z$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + y^2 + 8y + 4z^2 - 4z + A \geq 0$$

$$\Rightarrow (2x-3)^2 + (y+4)^2 + (2z-1)^2 - 26 + A \geq 0$$

برای این که رابطه همواره درست باشد حداقل A برابر ۲۶.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۶ تا ۸)

گزینه «۱» - ۶۵

(سوکندر روشنی)

عبارت $x^2y - xy^2 = xy(x-y)$ همواره زوج است؛ زیرا اگر x یا y

حداقل یکی زوج باشد، xy زوج است و اگر x و y هر دو فرد

باشند، $x-y$ زوج است. بنابراین مسئله جواب ندارد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴ تا ۶)

گزینه «۱» - ۶۶

(سیرمهر رضا حسینی خرد)

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} = \text{زوج} \Rightarrow \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = \text{زوج}$$

می‌دانیم اگر a عددی صحیح و a^2 زوج باشد، آن‌گاه a زوج است، بنابراین

داریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \text{زوج} = 2k \Rightarrow n(n+1) = 4k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 4k' \Rightarrow n = 4, 8 \\ n+1 = 4k' \Rightarrow n = 3, 7 \end{cases}$$

توجه: دو عدد متوالی n و $n+1$ همزمان زوج نیستند.

(ریاضیات گسسته - مشابه کار در کلاس صفحه ۵)

گزینه «۲» - ۶۷

(علیرضا شریف فطیعی)

$$4x^2 + 2y^2 + 8y \geq 2x - 11$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 11 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 11 \geq 0$$

(کیوان دارابی)

گزینه «۴» - ۶۹

راه حل اول:

$$8k+1=(2n+1)^2 \Rightarrow 8k+1=4n^2+4n+1$$

$$\Rightarrow 8k=4(n^2+n) \Rightarrow 2k=n(n+1) \Rightarrow k=\binom{n+1}{2}$$

$$29 \leq \binom{n+1}{2} \leq 113 \Rightarrow 9 \leq n+1 \leq 15$$

$$\Rightarrow 8 \leq n \leq 14 \Rightarrow n = \text{تعداد مقادیر } 14-8+1=7$$

$$k \in \{29, 30, \dots, 113\}$$

راه حل دوم:

$$\Rightarrow 8k+1 \in \{233, 241, \dots, 905\}$$

$$233 \leq n^2 \leq 905 \Rightarrow 16 \leq n \leq 30 \quad \text{با فرض } 8k+1=n^2 \text{ داریم:}$$

$$n = 17, 19, \dots, 29 \quad (7 \text{ مقدار}) \quad n \text{ عددی فرد است، پس:}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۴ تا ۶)

(مصطفی دیراری)

گزینه «۴» - ۷۰

با برهان خلف می توانیم ثابت کنیم A حتماً زوج است چون اگر فرض

کنیم A فرد باشد، هر سه عدد $a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3$ و نیز فرد هستند. از طرفی مجموع ۳ عدد فرد، فرد است پس داریم:

$$a - b_1 + a_2 - b_2 + a_3 - b_3 = \text{فرد}$$

$$\Rightarrow (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) = \text{فرد}$$

$$\text{فرد} = \underbrace{(a_1 + 1 + a_2 - 1 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3)}_{\text{یکسان}}$$

$$\Rightarrow \text{فرد} = \text{صفر}$$

تناقض حاصل نشان می دهد که فرض خلف باطل و حکم درست است.

یعنی A الزاماً عددی زوج است.

(ریاضیات گسسته - مشابه مثال صفحه ۶)

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + 3x^2 + (2y^2 + 8y + 8) + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + 3x^2 + 2(y^2 + 4y + 4) + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + 3x^2 + 2(y+2)^2 + 2 \geq 0 \quad \text{همواره درست است}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۶ تا ۸)

(کیوان دارابی)

گزینه «۳» - ۶۸

بررسی گزینه ها:

$\alpha + \beta$ می تواند گنگ یا گویا باشد، مثلاً:

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{2} - 1 \\ \beta = \sqrt{2} + 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = 1 \in \mathbb{Q}, \quad \alpha + \beta = 2\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$$

یا

$$\begin{cases} \alpha = 1 - \sqrt{2} \\ \beta = 1 + \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = -1 \in \mathbb{Q}, \quad \alpha + \beta = 2 \in \mathbb{Q} \quad (\text{مثال نقض})$$

پس گزینه «۱» رد می شود. اما گزینه «۲» عدد گویای غیرصفر $\alpha\beta$ در عدد

نامعلوم $\alpha + \beta$ ضرب شده است. پس گنگ یا گویا بودن آن به $\alpha + \beta$ ربط

دارد که آن هم نامعلوم است. مثلاً در صورت انتخاب اعداد α و β مانند مثال

دوم بالا، حاصل عبارت گزینه «۲» عددی گویا خواهد بود. اما گزینه «۴»:

$$\alpha(1-\beta) + \beta = \alpha - \alpha\beta + \beta = (\alpha + \beta) - \alpha\beta$$

چون $\alpha\beta$ گویا است، پس باز هم گنگ یا گویا بودن این عدد مانند گزینه

«۲» به $\alpha + \beta$ بستگی دارد. اما گزینه «۳» قطعاً گنگ است، زیرا:

$$\alpha^2\beta^3(1+\alpha) = \underbrace{\alpha^2\beta^2}_{\text{عدد گویای غیرصفر}} \times \beta(1+\alpha) \Rightarrow \underbrace{\beta}_{\text{گویا}} + \underbrace{\beta\alpha}_{\text{گنگ}} \in \mathbb{Q}'$$

توجه: حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است و

حاصل ضرب یک عدد گنگ در یک عدد گویای غیرصفر، قطعاً گنگ است.

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۳ صفحه ۸)

آمار و احتمال

گزینه ۳» ۷۱-

(افشین فاضله‌فان)

اگر A ، یک مجموعه n عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه‌های A برابر 2^n است. طبق فرض داریم:

$$n(P(B)) = 2^{m+p} \quad n(P(C)) = 2^{m-p}$$

$$\Rightarrow 2^{m+p} - 2^{m-p} = 63 \times 2^{m-p}$$

$$2^{m+p} = 64 \times 2^{m-p} = 2^{6+m-p} \Rightarrow m+p = 6+m-p \Rightarrow p=3$$

(آمار و احتمال - صفحه ۱۷)

گزینه ۲» ۷۲-

(امیر حسین ابومصوب)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) اگر $x=0$ باشد، آن‌گاه به ازای هر عدد حقیقی y ، $xy=0$ و رابطه $xy < x$ برقرار نیست.

(۲) به ازای هر عدد حقیقی x ، کافی است $y = x^2 + 1$ انتخاب شود تا نامساوی $x^2 < y$ برقرار باشد، پس این گزاره سوری درست است.

(۳) اگر $x=0$ باشد، آن‌گاه از رابطه $x^2 - y^2 = 1$ ، $y^2 = -1$ به دست می‌آید که امکان‌پذیر نیست و در نتیجه مقداری برای y وجود ندارد.

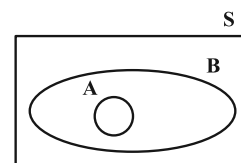
(۴) اگر $x > 1$ باشد، آن‌گاه $1 - x^2 < 0$ و در نتیجه $y^2 < 0$ که امکان‌پذیر نیست و مقداری برای y یافت نمی‌شود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

گزینه ۲» ۷۳-

(روح‌اله حسینی)

با توجه به نمودار ون سه ناحیه داریم: A ، $B-A$ و B' ، برای $1 \in S$ سه انتخاب داریم: $1 \in A$ یا $1 \in B-A$ یا $1 \in B'$ به همین ترتیب برای $2 \in S$ ، $3 \in S$ و $4 \in S$ نیز ۳ انتخاب داریم. پس بنابه اصل ضرب تعداد راه‌های انجام این کار برابر است با:



$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۶ تا ۲۰)

گزینه ۴» ۷۴-

(سیرمهر رضا حسینی خرد)

با توجه به جدول ارزش‌ها برای $p \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ ، در سطرهایی که این گزاره ارزش درست دارد گزاره $(p \Leftrightarrow q) \wedge p$ ارزش نادرست دارد و در این سه سطر ارزش گزاره $p \wedge q$ نیز نادرست است.

p	q	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow (p \wedge \sim q)$	$(p \Leftrightarrow q) \wedge p$	$p \wedge q$
T	T	F	F	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	T	F	F

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

گزینه ۴» ۷۵-

(عباس الهی)

گزاره $x-3 = \frac{x^2-5x+6}{x-2}$ به ازای $x=2$ تعریف نشده است. از

طرفی با بررسی گزینه‌ها، مجموعه جواب‌ها به صورت زیر است:

$$2x^2 - 32 = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow S = \{4\} \quad (۱)$$

$$S = \{4, 8, 12, 16, \dots\} \quad (۲)$$

$$S = \{0, 4, 5, 6, \dots\} \quad (۳)$$

$$S = \{1, 2\} \quad (۴)$$

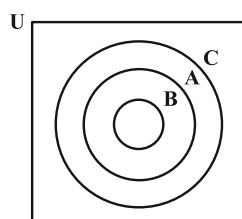
(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۱۵)

گزینه ۱» ۷۶-

(امیر حسین ابومصوب)

طبق فرض و با استفاده از قوانین زیرمجموعه می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} B-A = \emptyset \Rightarrow B \subseteq A \\ A-C = \emptyset \Rightarrow A \subseteq C \end{array} \right\} \Rightarrow B \subseteq C \Rightarrow C' \subseteq B'$$



این گزاره، هم‌ارز گزاره زیر می‌شود:

$$\sim [(p \Rightarrow q) \wedge ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)] \vee (p \Rightarrow q)$$

$$\equiv \underbrace{\sim (p \Rightarrow q)}_{\text{درست}} \vee \underbrace{\sim ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)}_{\text{درست}} \vee (p \Rightarrow q)$$

$\equiv T$ (همواره درست)

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۹)

(مصطفی دیداری)

گزینه «۲» - ۷۹

نقیض گزاره $p \Rightarrow q$ به صورت $p \wedge \sim q$ است پس داریم:

$$p \wedge \sim q \equiv (\forall x \in \mathbb{R} ; x \leq x^2) \wedge \sim (\text{برخی از اعداد فرد، اول نیستند})$$

$$\equiv p \wedge \sim (\exists x \in O ; x \notin P) \equiv p \wedge (\forall x \in O ; x \in P)$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۱۵)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۴» - ۸۰

بررسی گزینه‌ها:

(۱) رابطه درست است زیرا داریم:

$$A \cap D \subseteq A \subseteq B \subseteq B \cup C \Rightarrow A \cap D \subseteq B \cup C$$

(۲) هر دو مجموعه $A - B$ و $C - D$ برابر $\emptyset$ هستند،

پس $A - B \subseteq C - D$.

(۳) اثبات درستی رابطه به صورت زیر است:

$$\left. \begin{array}{l} C \subseteq D \Rightarrow D' \subseteq C' \\ A \subseteq B \end{array} \right\} \Rightarrow A \cap D' \subseteq B \cap C'$$

$$\Rightarrow A - D \subseteq B - C$$

(۴) این رابطه ممکن است نادرست باشد. به عنوان مثال نقض داریم:

$$A = \{2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}, C = \{1\}, D = \{1, 2\}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ است. از

$$\text{طرفی } A - C = \{2, 3\} \text{ و } B - D = \{3, 4\} \text{ و } A - C \not\subseteq B - D$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

همان‌طور که در نمودار ون مشاهده می‌شود $B \cap C = B$ و $C - B \neq \emptyset$.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

(روح اله عسینی)

گزینه «۱» - ۷۷

$$(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge (\sim q \vee q) \equiv p \wedge T \equiv p$$

بنابراین:

$$\sim [(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)] \vee \sim q \equiv \sim p \vee \sim q \equiv p \Rightarrow \sim q$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۱۵)

(مصطفی دیداری)

گزینه «۱» - ۷۸

روش اول: در حالتی که p و q هر دو نادرست باشند کل گزاره به انتقای مقدم

درست است:

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)$
ن	ن	د	ن	ن

اما در این حالت گزاره‌های ۳ و ۴ هر دو نادرست هستند، پس نمی‌توانند

هم‌ارز این گزاره باشند. در حالتی که p درست و q نادرست باشد

نیز $p \Rightarrow q$ نادرست و کل گزاره به انتقای مقدم درست می‌شود اما در این

حالت گزاره $\sim p \vee q$ نیز نادرست است و نمی‌تواند هم‌ارز گزاره داده شده

باشد.

روش دوم: می‌دانیم $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ ، پس گزاره صورت سؤال به

صورت زیر می‌شود:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$$

فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۴»

(ریحانه آژاریان)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند بردار مکان نامیده می‌شود.

(۲) این عبارت تعریف سرعت متوسط متحرک است نه تندی متوسط.

(۳) اگر متحرک روی خط راست حرکت کند و تغییر جهت ندهد تندی و اندازه سرعت متوسط برابر می‌شود.

(۴) تندی لحظه‌ای همواره با اندازه سرعت لحظه‌ای برابر است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۹)

(مشابه نهایی شراد ۱۴۰۳)

۸۲- گزینه «۲»

(علیرضا بیاری)

هرگاه متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) عبور کند، جهت بردار مکان آن عوض می‌شود. ریشه‌های معادله مکان را به دست می‌آوریم:

$$x=0 \Rightarrow t^2 - 7t + 10 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-5) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 2s, t_2 = 5s$$

متحرک در لحظه‌های t_1 و t_2 از مبدأ مکان می‌گذرد. مکان متحرک را

در ۱۰ ثانیه اول حرکت تعیین علامت می‌کنیم:

t	0	2s	5s	10s
x		+	-	+

بنابراین بین $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ بردار مکان متحرک در سوی منفی است زیرا $x < 0$ است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳ تا ۸)

۸۳- گزینه «۳»

(امیرامیر میرسعید)

بررسی موارد:

(الف) نادرست است. از $t_1 = 6s$ تا $t_2 = 8s$ به مدت ۲ ثانیه ساکن بوده و از صفر تا ۵ ثانیه و نیز از ۹s تا ۱۳s متحرک به مدت ۹ ثانیه در قسمت منفی محور x بوده است.

(ب) درست است. متحرک از ۳s تا ۵s و از ۸s تا ۹s به مبدأ نزدیک می‌شده و در لحظات $t = 9s$ و $t = 5s$ از مبدأ مکان عبور کرده و بردار مکان تغییر جهت داده است.

(پ) نادرست است. بیشترین فاصله از مبدأ مکان یا همان مبدأ مختصات، ۱۲m می‌باشد، ولی بیشترین فاصله از مبدأ حرکت $10 + 4 = 14m$ می‌باشد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۸۴- گزینه «۲»

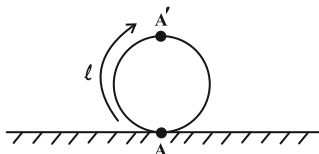
(مهری شریفی)

هنگامی که تندی متوسط از اندازه سرعت متوسط بزرگ‌تر باشد به این معنی است که مسافت طی شده از اندازه جابه‌جایی بزرگ‌تر است (نادرستی الف) و به همین دلیل متحرک تغییر جهت داده است پس برای تغییر جهت لازم است متحرک متوقف شده باشد (درستی پ)، اما الزاماً در مورد حرکت و عبور متحرک از مبدأ مکان $x=0$ صحبتی نشده است (نادرستی ب).

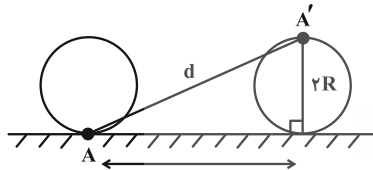
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۸۵- گزینه «۲»

(مهمدکظم منشاری)



$$l = \pi R = 2R$$



$$l = \pi R = 2R$$

$$d = \sqrt{(2R)^2 + (\pi R)^2} = \sqrt{13}R$$

$$\frac{d}{2R} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

(فیزیک ۳- صفحه ۳)

۸۶- گزینه «۱»

(مهمدکظم منشاری)

اندازه سرعت متوسط در ۳ ثانیه چهارم ($9s \leq t \leq 12s$) برابر است با:

$$|\vec{v}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{x}|}{\Delta t} = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3} \frac{m}{s}$$

تندی متوسط در ۶ ثانیه دوم ($6s \leq t \leq 12s$) برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت پیموده شده}}{\text{زمان}} = \frac{14+2}{6} = \frac{8}{3} \frac{m}{s}$$

$$\frac{|\vec{v}_{av}|}{s_{av}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

و داریم:

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۸۷- گزینه «۳»

(سپیده‌ملیحه میرصالحی)

در لحظه عبور از مبدأ مکان، $x=0$ می‌شود:

$$x=0 \Rightarrow t^2 - 9t + 20 = 0 \Rightarrow (t-4)(t-5) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 4s, t_2 = 5s$$

بنابراین متحرک در لحظه $t_1 = 4s$ برای اولین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند.

$$t=0 \Rightarrow x=20m \quad t=4s \Rightarrow x=0$$

سرعت متوسط متحرک در بازه صفر تا ۴s به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-20}{4} = -5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳ تا ۷)

۸۸- گزینه ۲»

(علیرضا بیاری)

سرعت متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_3 را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} = \frac{10 - (-5)}{8 - 2} = \frac{15}{6} = 2.5 \frac{m}{s}$$

بنابراین مورد «ب» درست است. اما مورد «ت» نادرست است. زیرا بزرگی سرعت متوسط در یک بازه زمانی معین، یکتا است و ذکر کلمه حداقل برای آن بی معنی است. تندی متوسط حداقل را در بازه زمانی t_1 تا t_3 حساب می کنیم:

$$(s_{av})_{min} = \frac{\ell_{min}}{\Delta t} = \frac{\ell_{min} = |10 - 13| + (13 - (-5)) = 21m}{\Delta t = t_3 - t_1 = 8 - 2 = 6s}$$

$$(s_{av})_{min} = \frac{21}{6} = 3.5 \frac{m}{s}$$

بنابراین مورد «پ» درست اما مورد «الف» درست نیست. زیرا برای تندی متوسط مقادارهای دیگری هم می توان در نظر گرفت.

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ و ۴)

۸۹- گزینه ۴»

(علیرضا بیاری)

هر سه متحرک A، B و C در بازه زمانی صفر تا T جابه جایی های یکسانی دارند. بنابراین می توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x_A = \Delta x_B = \Delta x_C} (v_{av})_A = (v_{av})_B = (v_{av})_C$$

رد گزینه ۱»

متحرک های A و B در بازه زمانی صفر تا T علاوه بر جابه جایی یکسان، مسافت های یکسانی را نیز پیموده اند و داریم:

$$\ell_A = \ell_B = \Delta x_A = \Delta x_B$$

$$\xrightarrow{s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}} (s_{av})_A = (s_{av})_B = (v_{av})_B = (v_{av})_B$$

رد گزینه ۲»

برای مقایسه تندی متوسط متحرک C با دو متحرک دیگر می توان نوشت:

$$\ell_C > \ell_B \xrightarrow{s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}} \left. \begin{matrix} (s_{av})_C > (s_{av})_B \\ (v_{av})_B = (s_{av})_B \end{matrix} \right\}$$

$$\Rightarrow (s_{av})_C > (v_{av})_B$$

رد گزینه ۳»

با توجه به روابط به دست آمده داریم:

$$\left. \begin{matrix} (v_{av})_A = (s_{av})_B \\ (s_{av})_B < (s_{av})_C \end{matrix} \right\} \Rightarrow (v_{av})_A = (s_{av})_B < (s_{av})_C$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ و ۴)

۹۰- گزینه ۳»

(ریحانه آزادیان)

بررسی گزینه ها:

گزینه ۱ و ۴ چون زمان مشخص نیست نمی توان نظر قطعی داد.

گزینه ۲ جابه جایی ها برابرند اما چون زمان ها برابر نیستند سرعت ها برابر نمی شوند.

(فیزیک ۳- صفحه های ۲ تا ۹)

۹۱- گزینه ۱»

(رحمت اله فیراه زاده سماگوش)

با توجه به شکل، جابه جایی متحرک از لحظه $t_1 = 2s$ تا $t_3 = 4s$ برابر

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = -4m \\ t_3 = 4s \Rightarrow x_3 = 8m \end{cases} \quad \text{است با:}$$

$$\text{سرعت متوسط: } v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8 - (-4)}{4 - 2} = \frac{12}{2} = 6 \frac{m}{s}$$

مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_3 = 4s$ برابر $4 + 8 = 12m$ است با:

$$\text{تندی متوسط: } s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{12}{2} = 6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ تا ۸)

(مشابه تمرین ۱-۲ صفحه ۹ کتاب درسی)

۹۲- گزینه ۴»

(رحمت اله فیراه زاده سماگوش)

ابتدا جابه جایی در بازه زمانی صفر تا t_3 را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -5 \vec{i} = \frac{\Delta x}{8} \Rightarrow \Delta x_{t_3} = -40 \vec{i}$$

سپس جابه جایی در بازه زمانی صفر تا t_3 را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{2}{3} \vec{i} = \frac{\Delta x}{12} \Rightarrow \Delta x_{t_3} = 8 \vec{i}$$

در نهایت جابه جایی و سرعت متوسط در بازه زمانی t_3 تا t_3 برابر است با:

$$\begin{aligned} \Delta x_{t_3} = \Delta x_{t_3} + \Delta x_{t_3} \quad t_3 \\ \Rightarrow 8 \vec{i} = -40 \vec{i} + \Delta x_{t_3} \quad t_3 \Rightarrow \Delta x_{t_3} \quad t_3 = 48 \vec{i} \end{aligned}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{t_3} \quad t_3}{\Delta t} = \frac{48 \vec{i}}{12 - 8} = \frac{48 \vec{i}}{4} = 12 \vec{i} \left(\frac{m}{s} \right)$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ و ۴)

۹۳- گزینه ۱»

(رحمت اله فیراه زاده سماگوش)

در ابتدا سرعت لحظه ای در $t = 10s$ را به دست می آوریم. سرعت لحظه ای در $t = 10s$ برابر شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه است که به صورت خط چین در شکل رسم شده است.

$$v = \text{شیب خط مماس} = \frac{12 - 0}{10 - 6} = \frac{12}{4} = 3 \frac{m}{s}$$

چون سرعت لحظه ای در $t = 10s$ برابر سرعت متوسط بین $t_1 = 4s$ تا $t_3 = 13s$ است پس:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{x_3 - 7}{13 - 4} \Rightarrow 3 = \frac{x_3 - 7}{9} \Rightarrow x_3 - 7 = 27$$

$$\Rightarrow x_3 = 34m \Rightarrow \text{فاصله متحرک از مبدأ در لحظه } t = 13s$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۷ تا ۱۰)

(مکمل تمرین ۱-۳ صفحه ۱۰ کتاب درسی)

۹۴- گزینه ۳»

(مهمر امیری)

در $t_1 = 2s$ متحرک در مکان $x_1 = 8cm$ و در $t_3 = 6s$ متحرک در

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16 - 8}{6 - 2} = 2 \frac{cm}{s} \quad \text{مکان } x_3 = 16cm \text{ قرار دارد.}$$

و با توجه به نمودار جهت حرکت متحرک ۴ بار تغییر کرده است.

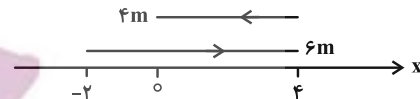
(فیزیک ۳- صفحه های ۱ تا ۱۰)

(مکمل پرسش ۱-۳ صفحه ۸ کتاب درسی)

۹۵- گزینه «۲»

(معمدرضا نصیری)

الف) نادرست؛ در لحظه $t = 1s$ متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$) عبور کرده است.
ب) نادرست؛ در ثانیه ششم (۵ تا ۶ ثانیه)، تندی حرکت ثابت است زیرا شیب خط مماس بر نمودار ثابت است. (در این بازه نمودار مکان- زمان به شکل خط راست است)
ج) درست؛ متحرک از مکان $x = -2m$ در نهایت به مکان $x = 0m$ رسیده یعنی جابه‌جایی $2m$ است.
د) نادرست؛ مسیر حرکت مطابق شکل زیر است و متحرک مسافت $10m$ را طی نموده است.



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۹۶- گزینه «۲»

(معمدرضا فارسی)

هنگامی که مسیر حرکت بخش‌بندی شده باشد، برای به‌دست آوردن تندی متوسط ابتدا باید زمان طی شده را در هر قسمت محاسبه کنیم. اگر کل مسافت پیموده شده را l در نظر بگیریم، داریم:

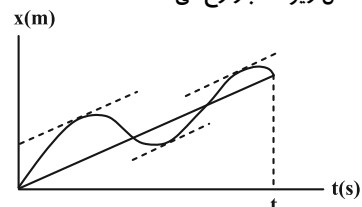
$$\begin{aligned} & \text{Time intervals: } \Delta t_1, \frac{1}{3}\Delta t_2, \frac{1}{3}\Delta t_2 \\ & \text{Distances: } l_1 = \frac{l}{3}, l_2, l_3 \\ & s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_1 = \frac{l_1}{\Delta t_1} = 10 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{l}{30} \\ & \left. \begin{aligned} s_2 &= \frac{l_2}{\frac{1}{3}\Delta t_2} = 2 \Rightarrow \Delta t_2 = l_2 \\ s_3 &= \frac{l_3}{\frac{1}{3}\Delta t_2} = 8 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{l_3}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow l_2 = \frac{l_3}{4} \Rightarrow l_3 = 4l_2 \\ & \Rightarrow l_2 + l_3 = \frac{2}{3}l \Rightarrow l_2 = \frac{2l}{15} \\ & s_{av} = \frac{l}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{l}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{l}{\frac{l}{30} + \frac{2l}{15}} = \frac{l}{\frac{5l}{30}} = \frac{l}{\frac{l}{6}} = 6 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳ تا ۹)

۹۷- گزینه «۳»

(موری شریفی)

در نمودار مکان- زمان سرعت متوسط برابر شیب خط واصل بین دو نقطه و سرعت لحظه‌ای برابر شیب خط مماس بر نمودار است. برابری سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای به معنی هم‌شیب بودن و موازی بودن خطوط واصل و مماس است که مطابق شکل زیر سه بار رخ می‌دهد.



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

(مکمل مثال ۱- ۷ صفحه ۱۰ کتاب درسی)

۹۸- گزینه «۲»

(موری شریفی)

جابه‌جایی فقط به مکان اولیه و نهایی بستگی دارد:

$$|\Delta x| = |x_2 - x_1| = 6m$$

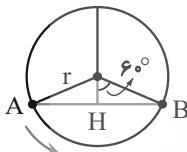
متحرک ابتدا در جهت مثبت محور x در حال حرکت بوده و برای آن‌که به مکان $14m$ برسد قطعاً باید تغییر جهت داده باشد و به همین دلیل اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط برابر نیستند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۹۹- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

ابتدا شکل مدار زمین را با فرض این‌که مسیر حرکت آن به دور خورشید پادساعتگرد است، رسم می‌کنیم و شعاع مدار را r می‌گیریم.



حال می‌خواهیم نسبت مسافت طی شده زمین را به جابه‌جایی آن در مدت ۴ ماه حساب کنیم. زمین در مدت ۴ ماه معادل $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ دایره کامل مدارش را طی می‌کند، بنابراین مسافت طی شده یعنی طول کمان $\widehat{AB}$ برابر $\frac{1}{3}$ محیط دایره خواهد بود و داریم:

$$\widehat{AB} = \frac{2\pi r}{3}$$

اما بزرگی جابه‌جایی برابر طول وتر AB است و مطابق شکل خواهیم داشت:

$$AB = 2HB = 2r \sin 60^\circ \Rightarrow AB = 2r \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}r$$

$$\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{بزرگی جابه‌جایی}} = \frac{\frac{2\pi r}{3}}{\sqrt{3}r} = \frac{2\pi}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۰۰- گزینه «۴»

(کتاب اول)

شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان، سرعت را نشان می‌دهد که باید در شروع حرکت این شیب صفر باشد (گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴»). از طرفی چون در لحظه t بایستی متحرک متوقف شود، شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه صفر است. در شروع حرکت متحرک در جهت مثبت محور حرکت می‌کند پس باید شیب خط مماس بر نمودار در بازه زمانی صفر تا t مثبت باشد، بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

بررسی گزینه «۲»: در شروع حرکت، شیب خط مماس بر نمودار، منفی است و متحرک در خلاف جهت مثبت محور حرکت می‌کند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۹)

(مشابه پرسش ۸ آخر فصل صفحه ۲۶)

فیزیک ۱

گزینه «۳» ۱-۱

(مهمر اعمری)

با انجام صحیح تبدیل یکا به روش تبدیل زنجیره‌ای به پاسخ درست می‌رسیم:

$$۳۶ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{۱۰^۳ \text{ m}}{۱ \text{ km}} \times \frac{۱ \text{ dm}}{۱۰^{-۱} \text{ m}} \times \frac{۱ \text{ h}}{۳۶۰۰ \text{ s}} \times \frac{۱۰^۱ \text{ s}}{۱ \text{ das}} = ۱ \times ۱۰^۳ \frac{\text{dm}}{\text{das}}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$(۱) \quad ۲۲۰ \text{ km} \times \frac{۱۰^۳ \text{ m}}{۱ \text{ km}} \times \frac{۱ \text{ Mm}}{۱۰^۶ \text{ m}} = ۰ / ۲۲ \text{ Mm}$$

$$(۲) \quad ۶۴۰ \text{ cm}^۲ \times \frac{۱۰^{-۴} \text{ m}^۲}{۱ \text{ cm}^۲} \times \frac{۱ \text{ dam}^۲}{۱۰^۲ \text{ m}^۲} = ۶ / ۴ \times ۱۰^{-۴} \text{ dam}^۲$$

$$(۴) \quad ۲ \frac{\mu\text{N}}{\text{ns}^۲} \times \frac{۱۰^{-۶} \text{ N}}{۱ \mu\text{N}} \times \frac{۱ \text{ kN}}{۱۰^۳ \text{ N}} \times \frac{۱ \text{ ns}^۲}{۱۰^{-۱۸} \text{ s}^۲} \times \frac{۱۰^{-۱۲} \text{ s}^۲}{۱ \mu\text{s}^۲} \\ = ۲ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{kN}}{\mu\text{s}^۲}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

گزینه «۱» ۱-۲

(مجتبی نگوینان)

اگر جابه‌جایی کشتی را با Δx و تندی حرکت آن را با v نشان دهیم، داریم:

$$\Delta x = ۶ \times ۱۰^۳ \text{ mile} = ۶ \times ۱۰^۳ \text{ mile} \times \frac{۱۸۰۰ \text{ m}}{۱ \text{ mile}} = ۱ / ۰۸ \times ۱۰^۷ \text{ m}$$

$$v = ۱۶۰ \text{ گره} = ۱۶۰ \times \frac{۰ / ۵ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{۱ \text{ گره}} = ۸۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به رابطه جابه‌جایی با سرعت ثابت بر روی خط راست ($\Delta x = v \Delta t$) می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow ۱ / ۰۸ \times ۱۰^۷ = ۸۰ \Delta t \Rightarrow \Delta t = ۱ / ۳۵ \times ۱۰^۵ \text{ s}$$

$$\Delta t = ۱ / ۳۵ \times ۱۰^۵ \text{ s} = ۱ / ۳۵ \times ۱۰^۵ \text{ s} \times \frac{۱ \text{ Ms}}{۱۰^۶ \text{ s}} = ۱ / ۳۵ \times ۱۰^{-۱} \text{ Ms}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه «۱» ۱-۳

(مهمر رضا غارمی)

از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$۱۲ \frac{\text{m}}{\text{s}^۲} \times \frac{۱۰۰ \text{ cm}}{۱ \text{ m}} \times \frac{۱ \text{ in}}{۲ / ۵ \text{ cm}} \times \frac{۱ \text{ ft}}{۱۲ \text{ in}} \times \left(\frac{۶۰ \text{ s}}{۱ \text{ min}} \right)^۲ \\ = \frac{۱۲ \times ۱۰۰ \times ۳۶۰۰}{۲ / ۵ \times ۱۲} = ۱۴۴ \times ۱۰^۳ \frac{\text{ft}}{(\text{min})^۲} = ۱ / ۴۴ \times ۱۰^۵ \frac{\text{ft}}{(\text{min})^۲}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه «۲» ۱-۴

(مسین الهی)

$$\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^۲}{\text{s}^۳} \right] = \frac{[B]}{\left[\frac{\text{m}^۲}{\text{s}^۲} \right]} + \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^۲} \right] [C]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^۲}{\text{s}^۳} \right] = \frac{[B]}{\left[\frac{\text{m}^۲}{\text{s}^۲} \right]} \Rightarrow [B] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^۴}{\text{s}^۵} \right] \\ \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^۲}{\text{s}^۳} \right] = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^۲} \right] [C] \Rightarrow [C] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{B}{C} \right] = \frac{[B]}{[C]} = \frac{\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^۴}{\text{s}^۵} \right]}{\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right]} = \left[\frac{\text{m}^۳}{\text{s}^۴} \right]$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

گزینه «۴» ۱-۵

(مهمر کاظم منشادی)

جرم ظرف را m و حجم آن را V در نظر می‌گیریم.

$$m + m_۱ = ۱۲۰$$

حالت اول:

$$\rho_۱ = \frac{m_۱}{V} \Rightarrow m_۱ = \rho_۱ V = ۲V \Rightarrow m + ۲V = ۱۲۰ \quad (I)$$

$$m + m_۲ = ۱۸۰$$

حالت دوم:

$$\rho_۲ = \frac{m_۲}{V} \Rightarrow m_۲ = \rho_۲ V = ۵V \Rightarrow m + ۵V = ۱۸۰ \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \begin{cases} m = ۸۰ \text{ g} \\ V = ۲۰ \text{ cm}^۳ \end{cases}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه ۲» ۱-۶

(رسمت اله غیراله زاده سداکوش)

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

از مقایسه چگالی دو جسم داریم:

با توجه به اطلاعات سوال:

$$\rho_B = 0/4 \rho_A, \quad m_A = m_B - \frac{36}{100} m_B = \frac{64}{100} m_B = 0/64 m_B$$

با جایگذاری موارد فوق در رابطه نوشته شده داریم:

$$\frac{\rho_A}{0/4 \rho_A} = \frac{0/64 m_B}{m_B} \times \frac{a^3}{\frac{4}{3} \pi r^3} \xrightarrow{\pi=3} \frac{10}{4} = \frac{64}{100} \times \frac{a^3}{4r^3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{r}\right)^3 = \frac{1000}{64} \Rightarrow \left(\frac{a}{r}\right)^3 = \left(\frac{10}{4}\right)^3 \Rightarrow \frac{a}{r} = \frac{10}{4}$$

$$\frac{r}{a} = 0/4 \Rightarrow r = 0/4 a$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه ۱» ۱-۷

(مهم‌موری شبانی)

می‌دانیم شیب این نمودار $\frac{m}{V}$ یا همان ρ (چگالی) براساس $\frac{g}{cm^3}$ است.

$$\rho_A = 3/6 \frac{g}{cm^3} = 3600 \frac{kg}{m^3}$$

پس:

$$\rho_B = 1/2 \frac{g}{cm^3} = 1200 \frac{kg}{m^3}$$

اگر حجم مساوی V از هر کدام مخلوط کنیم:

$$\rho_1 = \frac{3600V + 1200V}{V + V} = 2400 \frac{kg}{m^3}$$

اگر جرم مساوی m از هر کدام مخلوط کنیم:

$$\rho_2 = \frac{\frac{m}{3600} + \frac{m}{1200}}{\frac{m}{3600} + \frac{m}{1200}} = 1800 \frac{kg}{m^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه ۱» ۱-۸

(علیرضا جباری)

ابتدا چگالی‌های دو فلز A و B را برحسب $\frac{g}{cm^3}$ به دست می‌آوریم:

$$\rho_A = 3000 \frac{g}{L} \times \frac{1L}{10^3 cm^3} = 3 \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_B = 2000 \frac{g}{L} \times \frac{1L}{10^3 cm^3} = 2 \frac{g}{cm^3}$$

با توجه به این که هنگام تشکیل آلیاژ، حجم آن به اندازه $15 cm^3$ کاهش یافته است، داریم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B - \Delta V} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B - \Delta V} = \frac{3 \times 60 + 2 \times 45}{60 + 45 - 15}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{270}{90} = 3 \frac{g}{cm^3}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = 3 \frac{g}{cm^3} \times \frac{10^{-3} kg}{1g} \times \frac{1 cm^3}{10^{-6} m^3} = 3000 \frac{kg}{m^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه ۲» ۱-۹

(مهم‌کلام منشاری)

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow V_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{2000}{2/5} = 800 cm^3$$

$$V_{\text{حفره}} + V_{\text{فلز}} = V_{\text{آب بیرون ریخته}}$$

$$\Rightarrow 900 = 800 + V_{\text{حفره}} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = 100 cm^3$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه ۲» ۱-۱۰

(مصطفی کیانی)

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دبجیتالی)، برای یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند که در اینجا برای عدد $0/057 cm$ ، آخرین رقمی که می‌خواند $0/007 cm$ است؛ لذا یک واحد از آخرین رقم آن برابر $0/001 cm$ می‌شود. بنابراین، دقت اندازه‌گیری ریزسنج برابر است با:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0/001 cm = 0/001 mm \rightarrow$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0/001 \times 10 = 0/01 mm$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

فیزیک ۲

گزینه ۲» ۱۱۱

(علی فلیلی)

طبق متن کتاب، در جدول سری الکتریسته مالشی، مواد پایین تر جدول نسبت به مواد بالاتر در جدول الکترون خواهی بیشتری دارند. یعنی اگر دو ماده در این جدول با یکدیگر تماس پیدا کنند، الکترون از ماده بالاتر به ماده پایین تر منتقل می شود. به تعبیری دیگر جسم بالاتر بار مثبت و جسم پایین تر بار منفی پیدا می کند. طبق توضیحات بالا فقط گزینه «۲» صحیح است.

(فیزیک ۲- صفحه ۴)

گزینه ۲» ۱۱۲

(محمدرضا شامی)

همان طور که می دانیم منظور از بار الکتریکی هسته یک اتم، بار الکتریکی مجموع پروتون های آن می باشد. $q = 6e$ هسته اتم کربن Na^+ یون چون یک الکترون از دست داده است، پس تعداد الکترون های آن با توجه به عدد اتمی $Z = 11$ به $10e$ رسیده است.

$$q_{Na^+} = -10e$$

$$\Rightarrow \frac{q_{\text{هسته اتم کربن}}}{q_{Na^+} \text{ الکترون های}} = \frac{6e}{-10e} = -\frac{3}{5}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۲ و ۵)

گزینه ۳» ۱۱۳

(محمدمهری شبیانی)

اندازه نیروی میان دو بار الکتریکی نقطه ای از رابطه $F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2}$ به دست می آید. نیروی الکتریکی را در حالت اول به دست می آوریم:

$$F_1 = \frac{k \times 4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{0.09} = \frac{2}{9} k \times 10^{-9}$$

حال ۲۵٪ یعنی $\frac{1}{4}$ از بار $4 \mu C$ را که $1 \mu C$ است، به بار q_1 می دهیم:

$$q'_1 = 5 \mu C + (-1 \mu C) = 4 \mu C$$

حالا یک بار $q'_1 = 4 \mu C$ و یک بار $q'_2 = -3 \mu C$ داریم که نیروی میان آن ها را محاسبه می کنیم:

$$F_2 = \frac{k \times 4 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{0.09} = \frac{4}{3} k \times 10^{-10}$$

و نسبت $\frac{F_2}{F_1}$ برابر $\frac{3}{5}$ است که برابر $\frac{60}{100}$ است. یعنی ۴۰ درصد کاهش یافته است.

(فیزیک ۲- صفحه های ۵ و ۸)

گزینه ۳» ۱۱۴

(محمدرضا شامی)

ابتدا به کمک قانون کولن هر یک از نیروهای وارد بر بار q_1 را محاسبه می کنیم:

$$F_{21} = \frac{k |q_1| |q_2|}{r_{21}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-4}} = 180 N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{21} = (180 N) \vec{j}$$

$$F_{31} = \frac{k |q_1| |q_3|}{r_{31}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 40 N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{31} = (40 N) \vec{j}$$

$$F_{41} = \frac{k |q_1| |q_4|}{r_{41}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-4}} = 30 N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{41} = (30 N) \vec{i}$$

پس بردار نیروی خالص عبارت است از:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} \Rightarrow \vec{F}_T = (30 N) \vec{i} + (220 N) \vec{j}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۵ و ۱۰)

گزینه ۲» ۱۱۵

(محمدرضا شامی)

با توجه به همنام بودن بارها، نقطه M بین بارها قرار خواهد گرفت.



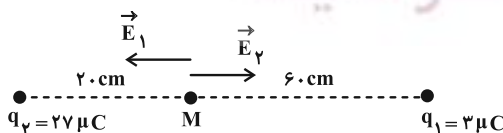
$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k |q_1|}{(r_1)^2} = \frac{k |q_2|}{(r_2)^2} \Rightarrow \frac{3}{r_1^2} = \frac{27}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 9 \Rightarrow r_2 = 3r_1 \quad (I)$$

$$r_1 + r_2 = 80 \quad (II)$$

$$(I), (II) \rightarrow \begin{cases} r_1 = 20 \text{ cm} \\ r_2 = 60 \text{ cm} \end{cases}$$

در حالت بعدی داریم:



$$\left. \begin{aligned} E_2 &= \frac{k |q_2|}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 27 \times 10^{-6}}{(20 \times 10^{-2})^2} = 60.75 \times 10^5 \frac{N}{C} \\ E_1 &= \frac{k |q_1|}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-6}}{(60 \times 10^{-2})^2} = 0.75 \times 10^5 \frac{N}{C} \end{aligned} \right\}$$

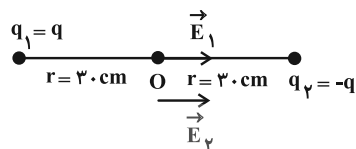
$$\Rightarrow E_T = |E_2 - E_1| = 6 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۱۰ و ۱۷)

۱۱۶- گزینه «۴»

(علیرضا بیاری)

اندازه میدان الکتریکی ناشی از بار $|q|$ را در فاصله $r = ۳۰ \text{ cm}$ از آن، برابر با E در نظر می‌گیریم و میدان الکتریکی خالص را در نقطه O برحسب E به دست می‌آوریم:



$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

$$\vec{E}_O = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \xrightarrow{E_1 = E_2 = E} \vec{E}_O = \vec{E} + \vec{E} = 2\vec{E}$$

میدان الکتریکی هر یک از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه C به دست می‌آوریم:



$$E_2 = E$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{3r}{r}\right)^2 = 9 \Rightarrow E_1 = \frac{E_2}{9} \xrightarrow{E_2 = E} E_1 = \frac{E}{9}$$

اکنون میدان الکتریکی خالص در نقطه C را پیدا می‌کنیم:

$$\vec{E}_C = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\vec{E}}{9} - \vec{E} = -\frac{8}{9}\vec{E}$$

در پایان نسبت $\left|\frac{\vec{E}_O}{\vec{E}_C}\right|$ را حساب می‌کنیم:

$$\left|\frac{E_O}{E_C}\right| = \left|\frac{2E}{-\frac{8}{9}E}\right| = \frac{2 \times 9}{8} = \frac{9}{4}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۱۷- گزینه «۲»

(سپهرملیحه میرحاشی)

چون انرژی پتانسیل الکتریکی بار $۴ \mu\text{C}$ کاهش یافته، $\Delta U = -۴ \mu\text{J}$ است. درباره پتانسیل الکتریکی نقطه B از رابطه $\Delta U = q\Delta V$ برای دو نقطه از A تا B داریم:

$$\Delta U = q(V_B - V_A) \xrightarrow{\Delta U = -4 \mu\text{J}, q = -2 \mu\text{C}} -4 = -2(V_B - 20)$$

$$\Rightarrow 2 = V_B - 20 \Rightarrow V_B = 22 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۳ و ۲۷)

۱۱۸- گزینه «۴»

(محمدرضا غارمی)

اگر بار هر قطره کوچک را q ، چگالی سطحی بار الکتریکی آن را σ بنامیم و حجم آن را V فرض کنیم، داریم:

$$V' = ۶۴V \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R'^3 = ۶۴\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) \Rightarrow R' = ۴R$$

پس با توجه به رابطه $\sigma = \frac{|q|}{A}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{q'}{q} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{q'}{q} \times \left(\frac{R}{R'}\right)^2 \Rightarrow \sigma' = ۶۴ \times \frac{1}{۱۶} \times \left(1 \frac{\mu\text{C}}{\text{cm}^2}\right)$$

$$\Rightarrow \sigma' = ۴ \times 10^{-2} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۱۱۹- گزینه «۴»

(محمدرضا شیبانی)

در ابتدا با توجه به این که نیروی الکتریکی از رابطه $F = \frac{k|q_1q_2|}{r^2}$ به

دست می‌آید، F_1 را به دست می‌آوریم:

$$F_1 = \frac{k \times (-۶ \times 10^{-6}) \times (۱۴ \times 10^{-6})}{r^2}$$

در اثر تماس دو گوی رسانا، دو گوی باری برابر و به اندازه $\frac{q_1 + q_2}{2}$ پیدا

می‌کنند که اینجا برابر $۴ \mu\text{C} = \frac{۱۴ + (-۶)}{2} \mu\text{C}$ است. نیروی F_2 برابر

$$F_2 = \frac{k \times ۴ \times 10^{-6} \times ۱۴ \times 10^{-6}}{r^2}$$

است با:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{۴}{۲۱} \text{ و چون نیروی بین دو گلوله قبل از تماس، جاذبه و پس از تماس،}$$

دافعه است، پس $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ خلاف جهت یکدیگرند.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۲۰- گزینه «۲»

(تیربی - خارج ۱۳۰۳)

بار $q < 0$ در خلاف جهت خطوط میدان جابه‌جا شده است و از طرفی نیروی

وارد بر بار $q < 0$ در خلاف جهت خطوط میدان است. پس مطابق رابطه

تعریف کار ($W = F_E d \cos \theta$) چون $\theta = 0$ است پس کار نیروی میدان

الکتریکی مثبت است. ($\cos \theta = 1$)

دقت کنید در مورد تغییر انرژی جنبشی بار نمی‌توان اظهار نظر نمود چون در

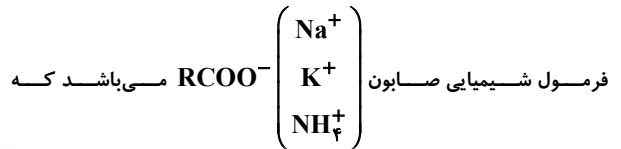
صورت سؤال اندازه و جهت بقیه نیروهای وارد بر بار مشخص نشده است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

شیمی ۳

۱۲۱- گزینه «۴»

(میثا سیرمینی)



بخش RCOO^- بخش آنیونی و بخش شامل یون مثبت بخش کاتیونی می باشد که نسبت شمار آنیون به کاتیون آن ۱ است. پاک کننده غیرصابونی دارای فرمول $\text{RC}_6\text{H}_4\text{SO}_3\text{Na}$ می باشد که بخش کاتیونی Na^+ و بخش آنیونی $\text{RC}_6\text{H}_4\text{SO}_3^-$ می باشد که نسبت شمار آنیون به کاتیون آن نیز ۱ می باشد.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) وازلین برخلاف عسل دارای گروه عاملی هیدروکسیل نیست و در آب نیز نامحلول می باشد.

(۲) عسل و آب با هم محلول ساخته که با توجه به کتاب درسی نور را برخلاف کلوتید (مخلوط آب و روغن و صابون) پخش نمی کنند و مسیر عبور نور در آن ها مشخص نیست.

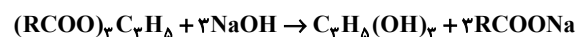
(۳) با توجه به متن کتاب درسی گفته شده که بیماری وبا هنوز هم می تواند برای هر جامعه تهدیدکننده باشد.

(شیمی ۳- صفحه های ۲ تا ۷، ۱۰ و ۱۱)

۱۲۲- گزینه «۳»

(یاسر راش)

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در ادامه جرم مولی گروه R را حساب می کنیم:

$$221 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol (استر)}}{(\underbrace{3(\text{M}_R + 44)}_{(\text{RCOO})_3} + \underbrace{3(12)}_{\text{C}_3} + \underbrace{5}_{\text{H}_5}) \text{ g (استر)}}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol RCOONa}}{1 \text{ mol (استر)}} \times \frac{(\text{M}_R + 67) \text{ g RCOONa}}{1 \text{ mol RCOONa}}$$

$$= 228 \text{ g RCOONa} \Rightarrow \text{M}_R = 237 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

قسمت اول: جرم مولی استر را حساب می کنیم:

$$3(237 + 44) + 36 + 5 = 884 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

در میان گزینه ها جرم مولی ترکیب $\text{C}_{57}\text{H}_{114}\text{O}_6$ برابر با ۸۸۴ گرم بر مول است.

قسمت دوم: جرم مولی صابون را حساب می کنیم:

$$3(237 + 1(12) + 2(16) + 1(23)) = 304 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه های ۵ و ۶)

۱۲۳- گزینه «۱»

(عرفان شاکری راد)

فقط مورد (ب) صحیح است.

بررسی سایر موارد:

(الف) برخی محلول ها همانند محلول کات کبود می توانند رنگی باشند.

(ج) در کلوتیدها و سوسپانسیون ها برخلاف محلول ها مسیر حرکت نور مشخص است.

(د) در مخلوط های همگن (محلول ها) برخلاف کلوتیدها و سوسپانسیون ها حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در همه قسمت ها یکسان است.

(شیمی ۳- مشابه فور را ببازهایید صفحه های ۶ و ۷)

۱۲۴- گزینه «۱»

(پیمان فواجوی میر)

موارد (آ) و (پ) صحیح هستند.

بررسی سایر موارد:

(ب) نادرست؛ زیرا ترکیب B پاک کننده غیرصابونی است و با آب سخت تشکیل رسوب نمی دهد بنابراین می تواند پاک کننده خوبی باشد.

(ت) نادرست؛ صابون ها با آلاینده ها برهم کنش دارند و واکنش انجام نمی دهند.

(شیمی ۳- صفحه های ۴ تا ۶ و ۸ تا ۱۱)

۱۲۵- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

برای جلوگیری از تشکیل رسوب در آب سخت، از صابون فسفات دار استفاده می شود.

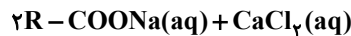
در تهیه صابون مراغه از روغن های جانوری مانند دنبه گوسفند استفاده می شود.

برای از بین بردن میکروب ها از صابون با ماده شیمیایی کلردار استفاده می شود.

(شیمی ۳- صفحه های ۸، ۹، ۱۱ و ۱۲)

۱۲۶- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)



$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{8/0.8g}{x} \times 100 \Rightarrow x = 10/1 g$$

$$10/1 g \text{ رسوب} \times \frac{1 \text{ mol رسوب}}{((2(M_R + 44) + 40) \text{ g رسوب})_{Ca(RCOO)_2}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol رسوب}} \times \frac{((M_R + 44) + 23) \text{ g صابون}}{1 \text{ mol صابون}} = 10/2 g \text{ صابون}$$

$$\Rightarrow M_R = 239 g \cdot mol^{-1}$$

$$\Rightarrow 239 + 44 + 23 = 306 g \cdot mol^{-1} \text{ جرم مولی صابون}$$

$$C_nH_{2n+1}COONa = 12n + 2n + 1 + 12 + 2(16) + 23 = 306$$

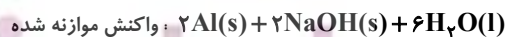
$$\Rightarrow n = 17 \Rightarrow C_{17}H_{35}COONa \text{ فرمول مولکولی صابون}$$

۱۸ اتم کربن در ساختار صابون وجود دارد.

(شیمی ۳- صفحه ۹)

۱۲۷- گزینه «۳»

(سعید تیزرو)



واکنش این مخلوط با آب گرماده بوده و سبب افزایش دمای محیط می شود.

در واکنش های گرماده، سطح انرژی فراورده ها پایین تر از واکنش دهنده ها

قرار دارد.

(شیمی ۳- مشابه با هم بینریشیم صفحه ۱۳)

۱۲۸- گزینه «۱»

(مجتبی ممیوب)

بررسی گزینه های نادرست:

(۲) اسیدها با اغلب فلزات واکنش می دهند، نه همه آن ها.

(۳) اسید طبق تعریف آرنیوس ماده ای است که در آب سبب افزایش غلظت

یون هیدرونیوم می شود.

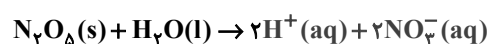
(۴) پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی دانان با برخی از واکنش های آن ها آشنا بودند.

(شیمی ۳- صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

۱۲۹- گزینه «۱»

(مسن مینونی)

دی نیتروژن پنتا اکسید (N_2O_5) یک اکسید نافلزتی است و با انحلال در آب، رنگ کاغذ pH را قرمز می کند. معادله یونش آن به صورت زیر است:



هر یک مول از N_2O_5 ، چهار مول یون تولید می کند پس هر نیم مول از آن دو مول یون تولید می کند.

بررسی سایر گزینه ها:

(۲) برخی از اسیدها در ساختار خود هیدروژن دارند و هنگام حل شدن در آب H^+ آزاد می کنند. اما دسته دیگری از اسیدها هستند که در ساختار

خود هیدروژن ندارند اما با انحلال خود در آب سبب پدیدار شدن H^+ می شوند مانند SO_3 .

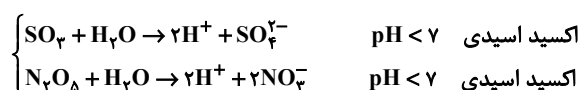
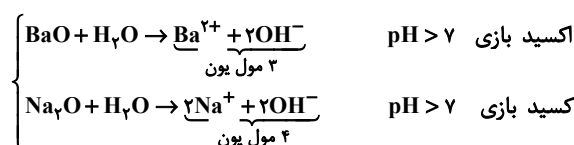
(۳) بازها در آب سبب افزایش یون هیدروکسید (OH^-) می شوند و نه هیدروکسید ($-OH$)

(۴) طبق مدل آرنیوس نمی توان میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول را مشخص کرد.

(شیمی ۳- صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

۱۳۰- گزینه «۱»

(رسول عابدینی زواره)



(شیمی ۳- مشابه فور را ببازماید صفحه ۱۶)

شیمی ۱

گزینه ۳ - ۱۳۱

(امیرمسعود مسینی)

فراوان ترین عنصر سیاره زمین، آهن است که درصد فراوانی آن کمتر از ۵۰٪ است و فراوان ترین عنصر سیاره مشتری، هیدروژن است که درصد فراوانی هیدروژن در آن بیش از ۹۰٪ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) دومین عنصر فراوان مشتری، هلیوم است که در طیف نشی خطی خود، در ناحیه مرئی ۶ خط رنگی دارد.

(۲) در میان ۸ عنصر فراوان سیاره زمین، ۴ عنصر S, Si, Mg و Al در دوره سوم جدول دوره‌ای جای دارد:

$$\frac{4}{8} \times 100 = 50\%$$

(۴) مشتری نزدیک ترین سیاره گازی به خورشید و به طور کلی، پنجمین سیاره نزدیک به خورشید است. زمین سومین سیاره نزدیک به خورشید بوده و به دلیل فاصله کمتری که نسبت به مشتری از خورشید دارد، دمای سطح آن بالاتر است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳، ۱۱ و ۲۳)

گزینه ۳ - ۱۳۲

(هری بخاری پور)

$${}_{25}^{50}\text{A}^{2-} \Rightarrow \begin{cases} p = 25 \\ n = 25 \Rightarrow e - n = 2 \\ e = 27 \end{cases}$$

$${}^2_1\text{H} \Rightarrow n = 1 \quad {}^3_1\text{H} \Rightarrow n = 2$$

$$\frac{\text{شمار نوترون } {}^3_1\text{H}}{\text{شمار نوترون } {}^2_1\text{H}} = \frac{2}{1}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵ و ۶)

گزینه ۴ - ۱۳۳

(پیمان فواجوی میر)

در ایزوتوپ‌های لیتیم ترتیب فراوانی به صورت ${}^6_3\text{Li} > {}^7_3\text{Li}$ است، بدیهی است که نسبت عدد اتمی به عدد جرمی در ${}^7_3\text{Li}$ کوچک‌تر از ${}^6_3\text{Li}$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نیتروژن برخلاف فلزات جزو ۸ عنصر فراوان مشتری محسوب می‌شود.

(۲) اختلاف عدد اتمی E و D برابر ۱۵ (عدد اتمی فسفر) است که طبق کتاب رادیوایزوتوپ فسفر در ایران تولید می‌شود.

(۳) اختلاف شمار الکترون و نوترون در یون ${}^{51}_{23}\text{C}^{3+}$ برابر ۸ است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳ تا ۱۱)

گزینه ۴ - ۱۳۴

(ممد رضا جمشیری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) تمامی رادیوایزوتوپ‌ها از جمله رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن (${}^3_1\text{H}$) ناپایدار هستند.

(۲) یکی از ایزوتوپ‌های اورانیوم، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.

(۳) در هر خانه از جدول تناوبی، به دلیل وجود ایزوتوپ‌های آن عنصر، جرم اتمی میانگین آن عنصر نوشته شده است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۰ تا ۱۲)

گزینه ۴ - ۱۳۵

(ممد رضا پورفایور)

نخستین عنصر ساخته شده به دست بشر، ${}^{99}_{43}\text{Tc}$ است که نیم‌عمر کمی داشته و در طبیعت یافت نمی‌شود. اندازه یون دید با اندازه یکی از یون‌های حاوی تکنسیم (و نه خود یون تکنسیم) مشابه است و در نتیجه غده تیروئید در هنگام جذب یون دید، این یون را نیز جذب می‌کند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۷ و ۸)

گزینه ۲ - ۱۳۶

(رسول عابدینی زواره)

$$\bar{M} = \frac{m_1 F_1 + m_2 F_2 + m_3 F_3}{100}$$

$$F_1 = \frac{6/02 \times 10^{22}}{6/02 \times 10^{23}} \times 100 = 10\%$$

$$F_2 = \frac{1/204 \times 10^{23}}{6/02 \times 10^{23}} \times 100 = 20\%$$

$$F_3 = \frac{4/214 \times 10^{23}}{6/02 \times 10^{23}} \times 100 = 70\%$$

$$\bar{M} = \frac{26(10) + 25(20) + 24(70)}{100} = 24/4 \text{ amu}$$

$$MF_3 = 24/4 + (2 \times 19) = 62/4 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

گزینه ۱ - ۱۳۷

(سعید تیزرو)

$$X \text{ درصد فراوانی ایزوتوپ‌های } \begin{cases} \frac{4}{20} \times 100 = 20\% : \text{ایزوتوپ سبک‌تر} \\ \frac{16}{20} \times 100 = 80\% : \text{ایزوتوپ سنگین‌تر} \end{cases}$$

۲) نور زرد لامپ‌ها به دلیل وجود بخار سدیم در آن‌ها است و سدیم جزو هشت عنصر فراوان موجود در سیاره زمین نیست.

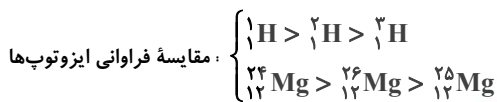
۳) در دما و فشار اتاق ۷ عنصر به شکل مولکول‌های ۲ اتمی وجود دارند که عبارتند از:

$H_2, N_2, O_2, F_2, Cl_2, Br_2, I_2$ در بین این عناصر تنها کلر و برم

نماد دو حرفی دارند:

$$\frac{2}{7} \approx 28\% / 5$$

۴) هر دو عنصر هیدروژن و منیزیم سه ایزوتوپ طبیعی دارند:



(شیمی ۱- صفحه‌های ۵، ۶، ۱۰، ۱۱ و ۱۹ تا ۲۳)

(بازر رانش)

۱۴۰- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ رنگ شعله بیشتر برای شناسایی کیفی عناصر کاربرد دارد، نه تعیین مقدار دقیق آن‌ها. همچنین، وجود عناصر دیگر می‌تواند بر رنگ شعله تأثیر بگذارد و دقت را کاهش دهد.

۲) نادرست؛ نشر پرتوهای الکترومغناطیسی می‌تواند در هر سه حالت ماده (جامد، مایع و گاز) رخ دهد.

۳) درست؛ هر عنصر، زمانی که انرژی دریافت می‌کند (مثلاً حرارت می‌بیند)، نور با طول موج‌های مشخصی ساطع می‌کند. این طول موج‌ها یک الگوی خاص را تشکیل می‌دهند که برای هر عنصر منحصر به فرد است. این الگو (طیف نشری خطی)، مانند اثر انگشت یا بارکد، به ما امکان می‌دهد تا عنصر مورد نظر را شناسایی کنیم.

۴) نادرست؛ مشاهده رنگ شعله تنها یک روش تقریبی است. برای شناسایی دقیق مواد، تحلیل طیف نشری خطی و بررسی طول موج‌های دقیق نشر شده ضروری است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$$\bar{M} = M_1 + (M_2 - M_1) \frac{F_2}{100}$$

$$\Rightarrow 10/8 = M_1 + (1) \frac{80}{100} \Rightarrow M_1 = 10 \text{ amu}, M_2 = 11 \text{ amu}$$

با توجه به اختلاف تعداد ذرات داخل هسته دو ایزوتوپ سنگین‌تر می‌توان تعداد پروتون‌های هسته (عدد اتمی عنصر X) را به دست آورد:

$$\begin{cases} n - p = 1 \\ n + p = 11 \end{cases} \Rightarrow n = 6, p = 5$$

عنصر X با عدد اتمی ۵، عنصر B می‌باشد.

بررسی مورد الف) هر دو عنصر ${}^{81}_{31}Tl$ و ${}^{81}_{31}Tl$ متعلق به گروه سیزدهم جدول می‌باشند. بررسی مورد ب) بیشترین نیمه عمر در بین ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن 3_1H است که عدد جرمی آن با عدد اتمی عنصر B برابر است. بررسی مورد پ) عناصر پایین B در جدول، ${}^{31}_{13}Al$ و ${}^{31}_{15}Ga$ هستند که نماد شیمیایی هر دو به صورت دو حرفی است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۰ تا ۱۵)

۱۳۸- گزینه «۳» (مبین احمدی)

$$Br_2 \times \frac{1 \text{ mol } Br_2}{160 \text{ g } Br_2} \times \frac{2 \text{ mol } Br}{1 \text{ mol } Br_2} = \text{تعداد اتم هر گرم } Br_2$$

$$\times \frac{N_A}{1 \text{ mol } Br} = \frac{N_A}{80}$$

$$\begin{cases} m = O & \text{تعداد اتم‌های} \\ n = N & \text{تعداد اتم‌های} \end{cases}$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{N_A}{80} = 0.27 \text{ g نمونه} \times \frac{1 \text{ mol نمونه}}{(16m + 14n) \text{ g نمونه}} \times \frac{(m+n) \times N_A}{1 \text{ mol}}$$

$$\Rightarrow 108m + 108n = 98n + 112m \Rightarrow 10n = 4m \Rightarrow \frac{n}{m} = 0.4$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۳۹- گزینه «۲» (سعید تیزرو)

عبارت مطرح شده در صورت سؤال و گزینه «۲» درست است و سایر گزینه‌ها نادرست می‌باشند.

بررسی گزینه‌ها:

۱) هر نوار رنگی در طیف نشری خطی عناصر، ناشی از بازگشت الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایین‌تر (نه لزوماً لایه اول) است.

شیمی ۲

۱۴۱- گزینه «۴»

(امیر فاطمیان)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ نظم چرخه‌های طبیعی به دلیل مصرف بی‌رویه مواد معدنی و نفتی و تولید جمع انبوهی از زباله‌ها به هم می‌خورد.

ب) درست

پ) درست

ت) درست

۱۴۳- گزینه «۳»

(مسین شاهسواری)

بررسی موارد نادرست:

ب) در دمای ۲۹۸ کلوین یا دمای اتاق فلوئور و کلر با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند که فلوئور به آرایش هشت تایی نئون می‌رسد. (نه الزاماً آرگون)

د) در دمای بالاتر از ۶۷۳ کلوین یا ۴۰۰°C فلوئور، کلر، برم و ید با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند که فلوئور، کلر و برم در دمای اتاق جامد نیستند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۳، ۱۴)

۱۴۴- گزینه «۱»

(امیر فاطمیان)

فرض می‌کنیم (کلسیم کربنات) $x \text{ mol CaCO}_3$ و گرافیت $y \text{ mol}$ داریم.

$$? \text{ g CaCO}_3 = x \text{ mol CaCO}_3 \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$= 100x \text{ g CaCO}_3$$

$$? \text{ g گرافیت} = y \text{ mol گرافیت} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} = 12y \text{ g گرافیت}$$

$$? \text{ g CO}_2 = (x + y) \text{ mol مخلوط اولیه} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol مخلوط اولیه}}$$

خارج شده

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 44(x + y) \text{ g CO}_2$$

$$100x + 12y = (x + y) \times 44 \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{y}{4}$$

$$\times 100 = \frac{\text{جرم گرافیت}}{\text{جرم گرافیت} + \text{جرم کلسیم کربنات}} : \text{درصد جرمی گرافیت در نمونه اولیه}$$

$$= \frac{12y}{100x + 12y} \times 100 \xrightarrow{y = \frac{y}{4}x} \frac{12(\frac{y}{4}x)}{(100x + 12(\frac{y}{4}x))}$$

$$= \frac{21x}{121x} = 17.3\%$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۱۴۵- گزینه «۱»

(علی جعفری)

موارد الف) و ب) درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

ب) خصلت فلزی در یک گروه از جدول دوره‌ای از بالا به پایین، افزایش می‌یابد.

ت) خصلت نافلزی رابطه عکس با شعاع دارد و از چپ به راست، افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

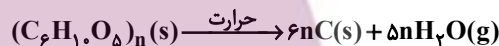
۱۴۲- گزینه «۱»

(عرفان شاکری راز)

ابتدا جرم تمام درخت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$200 \times 1350 = 270000 \text{ kg}$$

سپس از طریق روابط استوکیومتری جرم سلولز را محاسبه می‌کنیم.



سپس: ۱- ابتدا جرم کربن خالص در زغال را به دست می‌آوریم:

$$\text{کربن خالص} = 97200 \text{ kg} = \frac{\text{کربن خالص}}{\text{زغال}} \times \frac{72 \text{ kg}}{100 \text{ kg}} \times \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ تن}} \times 135 \text{ تن زغال}$$

۲- حال از طریق روابط استوکیومتری، جرم سلولز را به دست می‌آوریم:

$$\text{سلولز} = \frac{97200 \text{ kg C}}{1 \text{ kg C}} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{1 \text{ mol سلولز}}{6n \text{ mol C}}$$

$$\times \frac{162n \text{ g سلولز}}{1 \text{ mol سلولز}} \times \frac{1 \text{ kg سلولز}}{1000 \text{ g سلولز}} = 218700 \text{ kg سلولز}$$

حال با تقسیم به جرم کل، درصد سلولز درخت‌ها به دست می‌آید:

$$\frac{\text{جرم سلولز}}{\text{جرم کل درخت‌ها}} \times 100 = \frac{218700}{270000} \times 100 = 81\%$$

راه ساده‌تر: تمام روابط و عملیات‌ها را اگر یکباره انجام دهیم، مقدار خیلی

زیادی از آن‌ها با یکدیگر ساده می‌شوند:

$$\text{کربن} = \frac{1 \text{ mol}}{12 \text{ g}} \times \frac{\text{کربن خالص}}{\text{زغال}} \times \frac{72 \text{ kg}}{100 \text{ kg}} \times \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ تن}} \times 135 \text{ تن زغال}$$

$$\frac{1 \text{ mol}}{6n \text{ mol C}} \times \frac{162n \text{ g سلولز}}{1 \text{ mol سلولز}} \times \frac{100}{200 \times 1350} = 81\%$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۱۴۶- گزینه «۳»

(پیمان فواجوی مهر)

عدد اتمی X برابر ۲۴ و عدد اتمی Y برابر ۲۹ است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ آرایش الکترونی 44Cr و 29Cu از قاعده آفای پیروی نمی‌کند.

(۲) نادرست؛ 29Cu با ZnSO_4 واکنش نمی‌دهد.

(۳) درست؛ مجموع $n+l$ برای الکترون‌های ظرفیت 44Cr ($3d^5 4s^1$)

برابر ۲۹ است.

(۴) نادرست؛ 44Cr و 29Cu ترکیبات رنگین تشکیل می‌دهند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶ و ۱۹ تا ۲۱)

۱۴۷- گزینه «۴»

(امیرمسعود حسینی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) وجود نمونه‌هایی از فلزهای طلا، نقره، مس و پلاتین نیز به شکل آزاد (عنصری) در طبیعت گزارش شده است.

(۲) طلا واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد به گونه‌ای که با گازهای موجود در هواکره و همچنین مواد موجود در بدن انسان واکنش نمی‌دهد.

(۳) برای استخراج مقدار کمی طلا باید از حجم انبوهی خاک معدن استفاده کرد. از این رو استخراج طلا همانند دیگر فعالیت‌های صنعتی آثار زیان‌بار محیط زیستی بر جای می‌گذارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱۴۸- گزینه «۳»

(یاسر راش)

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) عبارت باید برعکس باشد: «هر چه فلز فعال‌تر باشد، میل بیشتری به ایجاد ترکیب دارد و استخراج آن سخت‌تر است.»

(۲) استخراج آهن از اکسید آن نیازمند شرایط خاص و استفاده از واکنش‌دهنده‌هایی مانند کربن یا سدیم است.

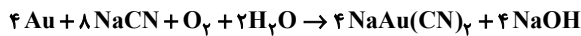
(۳) واکنش‌پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم آن به انجام واکنش شیمیایی است. هر چه این تمایل بیشتر باشد، واکنش‌پذیری آن عنصر بیشتر است.

(۴) در فرایند استخراج آهن، استفاده از مواد بازیافتی و کاهش مصرف انرژی نقش مهمی در کاهش آلودگی و بهینه‌سازی هزینه‌های تولید دارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۴۹- گزینه «۲»

(رسول عابدینی زواره)



$$? \text{g NaOH} = 4 / 925 \text{ g Au} \times \frac{80 \text{ g Au}}{100 \text{ g Au}} \text{ ناخالص}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Au}}{197 \text{ g Au}} \times \frac{4 \text{ mol NaOH}}{4 \text{ mol Au}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 0.8 \text{ g NaOH}$$

$$\text{مقدار عملی} = \frac{x}{0.8} \times 100 \Rightarrow 90 = \frac{x}{0.8} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 0.72 \text{ g}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۱۵۰- گزینه «۳»

(امیرمسعود حسینی)



$$P_{\text{KMnO}_4} = 2P_{\text{FeCO}_3} \quad P = \text{درصد خلوص ماده}$$

$$\text{خالص } 2P_{\text{FeCO}_3} \text{ g KMnO}_4 \times \frac{100 \text{ g KMnO}_4}{\text{ناخالص}} = \text{mg KMnO}_4$$

$$\times \frac{1 \text{ mol KMnO}_4}{158 \text{ g KMnO}_4} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KMnO}_4} \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$\times \frac{R(\text{I})}{100} = \frac{m \times P_{\text{FeCO}_3} \times 16 \times R(\text{I})}{100 \times 79 \times 100} \text{ g O}_2$$

$$\text{خالص } P_{\text{FeCO}_3} \text{ g FeCO}_3 \times \frac{100 \text{ g FeCO}_3}{\text{ناخالص}} = \text{mg FeCO}_3$$

$$\times \frac{1 \text{ mol FeCO}_3}{116 \text{ g FeCO}_3} \times \frac{(2 \times 44 + 28) \text{ g گاز}}{3 \text{ mol FeCO}_3} \times \frac{R(\text{II})}{100}$$

$$= \frac{m \times P_{\text{FeCO}_3} \times R(\text{II})}{100 \times 3 \times 100} \text{ g گاز}$$

$$\frac{m \times P_{\text{FeCO}_3} \times 16 \times R(\text{I})}{100 \times 79 \times 100} = \frac{m \times P_{\text{FeCO}_3} \times R(\text{II})}{100 \times 3 \times 100}$$

$$\Rightarrow \frac{R(\text{II})}{R(\text{I})} = \frac{3 \times 16}{79} \approx 0.6$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)



پاسخ تشریحی

دروس عمومی

دوازدهم ریاضی

ایران تونلنه
توشه ای برای موفقیت

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)



دفترچه پاسخ ✓

عمومی دوازدهم

رشته ریاضی

۱۸ مهر ماه ۱۴۰۴

مراحان به ترتیب حروف الفبا

فارسی	حسن افتاده، حسین پرهیزگار، نازنین فاطمه حاجیلو، سعید جعفری، ابوالفضل عباسزاده، محسن فدایی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدپناه، مهران سعیدنیا، افشین کریمان فرد، نگار مستی
دین و زندگی	محسن بیاتی، فردین سماقی، محمدمهدی مانده‌علی، مرتضی محسنی کبیر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری، محمدمهدی دغلاوی، آرمین رحمانی، بیتا قربان‌پور، عقیل محمدی‌روش

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	رنه برتر	مسئول درس‌های مستندسازی
فارسی	نازنین فاطمه حاجیلو	نازنین فاطمه حاجیلو	مرتضی منشاری	—	فریبا رنوفی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدپناه	آرمین ساعدپناه	درویشعلی ابراهیمی	جواد جلیلیان	لیلا ایزدی
دین و زندگی	محمدمهدی مانده‌علی	محمدمهدی مانده‌علی	امیرمهدی افشار سکینه گلشنی	محمدفرحان فخاریان	محمدصدرا پنجه‌پور
اقلیت‌های مذهبی	دبورا حاتانیان	دبورا حاتانیان	معصومه شاعری	—	—
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری	رحمت‌اله استیری	طاها اصغریان، فاطمه نقدی	مانده سالاری	سپهر اشتیاقی

مدیران گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: محیا اصغری، مسئول دفترچه: فریبا رنوفی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	زهره تاجیک

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۶۶۳

فارسی ۳

۲۰۱- گزینه «۱»

(هسین پرهیزگار - سبزوار)

واژه‌هایی که نادرست معنا شده‌اند:

روی: مجازاً امکان، چاره

بنان: انگشت، سرانگشت

قسیم: صاحب‌جمال

مطاع: فرمانروا، اطاعت‌شده، کسی که دیگری فرمان او را می‌برد.

فاحش: واضح و آشکار

(لغت، واژه‌نامه)

۲۰۲- گزینه «۲»

(هسن افشاره - تبریز)

غلط املایی در گزینه «۲» در واژه «سنا» می‌باشد که شکل صحیح آن، «ثنا» است.

(سنا: روشنائی / ثنا: ستایش)

سایر گزینه‌ها از نظر املایی صحیح می‌باشند.

(املا، صفحه ۱۰)

۲۰۳- گزینه «۳»

(مفسن خدایی - شیراز)

گنه بنده کرده‌ست و او شرمسار [است] فعل «است» به قرینه لفظی حذف شده است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: بنده همان به [است] که ز تقصیر خویش / عذر به درگاه خدای آورد
(فعل «است» به قرینه معنایی حذف شده است.)

گزینه «۲»: چه غم [است] دیوار امت را که دارد چون تو پشتیبان؟ / چه باک از موج بحر [است] آن را که باشد نوح کشتیبان (فعل «است» به معنای «وجود دارد» به قرینه معنایی حذف شده است.)

گزینه «۴»: همه از بهر تو سرگشته و فرمانبردار [هستند] / شرط انصاف نباشد که تو فرمان نبری (فعل «هستند» به قرینه معنایی حذف شده است.)

(دستور، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۲۰۴- گزینه «۳»

(سعید معفری)

در گزینه «۳»، نقش ضمیر پیوسته، مفعولی است (من را مست کرد). در دیگر گزینه‌ها مضاف‌الیه است.

(دستور، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۸)

۲۰۵- گزینه «۴»

(نازنین فاطمه هابیلوصفازاده)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: استعاره از حقایق معنوی و الهی

گزینه «۲»: نماد عاشق غیرحقیقی و مدعی (پروانه، نماد عاشق حقیقی است.)

گزینه «۳»: استعاره از چمن (این استعاره هنوز آنچنان فراگیر نشده است که یک نماد تلقی شود.)

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۲۰۶- گزینه «۳»

(نازنین فاطمه هابیلوصفازاده)

آرایه‌های شاخص عبارت صورت سؤال، تشبیه (باران رحمت، خوان نعمت) و سجع (رسیده و کشیده) است که سجع در گزینه «۳» نیز یافت می‌شود (قربت و نعمت).

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: آرایه شاخص این گزینه مجاز است. ابر و باد و مه و خورشید: مجاز از همه آفریده‌های طبیعی، نان: مجاز از خوراک روزانه و روزی، کف: مجاز از کل دست
گزینه «۲»: آرایه شاخص این گزینه تلمیح است؛ به آیه ۱۰ سورة «ق»، اشاره دارد.
گزینه «۴»: آرایه شاخص این گزینه، کنایه است. از دست رفتن دامن، کنایه از «از خود بی خود شدن» است.

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۲۰۷- گزینه «۱»

(هسین پرهیزگار - سبزوار)

برای پاسخ به این سؤال نیازی به مراجعه به کتاب‌نامه نیست فقط کافی است بدانید گلستان نثر آمیخته به نظم است و کلیله و دمنه ترجمه است نه تألیف.

(تاریخ ادبیات، صفحه‌های ۱۳ و ۱۸)

۲۰۸- گزینه «۳»

(نازنین فاطمه هابیلوصفازاده)

ستارالعیوب بودن، یعنی او گناهان بندگان را بسیار می‌پوشاند و علام‌الغیوب بودن، یعنی خداوند به همه احوال بندگان (چه پنهان، چه آشکار) آگاه است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: ادراک‌ناپذیر بودن ماهیت خداوند

گزینه «۲»: قادر مطلق بودن خداوند

گزینه «۴»: ناتوانی انسان در وصف و ستایش خداوند و ادراک‌ناپذیری ماهیت او

(مفهوم، صفحه ۱۰)

۲۰۹- گزینه «۳»

(سعید معفری)

بیت گزینه «۳» و صورت پرسش هر دو این پیام را می‌رسانند که فردی که خدا را شناخت نمی‌تواند درباره او چیزی بگوید.

(مفهوم، صفحه‌های ۱۲، ۱۳ و ۱۷)

۲۱۰- گزینه ۱»

(مفسر فدایی - شیراز)

مفهوم حکایت: خطرات اشتباهات و گمان‌های نادرست که در وجود انسان ناامیدی ایجاد می‌کند

(مفهوم، صفحه ۱۸)

۲۱۱- گزینه ۳»

(مفسر فدایی - شیراز)

افعال پایانی ابیات زیر هر دو «مضارع التزامی» هستند: به غفلت «خوری» و تو فرمان «نبری».

نکته مهم درسی:

گاهی در ابتدای افعال مضارع التزامی به جای «ب»، «ن» منفی قرار می‌گیرد که در این صورت به آن‌ها «مضارع التزامی منفی» گویند.

(دستور، صفحه ۱۲)

۲۱۲- گزینه ۲»

(ابوالفضل عباس‌زاده)

در مصراع مذکور، «حذف به قرینه معنایی» به کار رفته است (در جملاتی که منادا در آن‌ها به کار رفته است، حذف به قرینه معنایی وجود دارد).

در گزینه ۲» نیز «حذف به قرینه معنایی» به کار رفته است: گفته [است] فرموده [است].

توجه: گاهی فعل کمکی ماضی نقلی، به قرینه معنوی حذف می‌شود.

در سایر گزینه‌ها، «حذف به قرینه لفظی» به کار رفته است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱» و وظیفه روزی [بندگان] به خطای منکر نبرد.

گزینه ۳» چون برمی‌آید مفرح ذات [است].

گزینه ۴» در بحر مکاشفت مستغرق شده [بود].

(دستور، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۲۱۳- گزینه ۱»

(ابوالفضل عباس‌زاده)

ارکان تشبیه در موارد «ب» و «د» به درستی مشخص شده است:

(ب) جلال و بزرگی خداوند، به کعبه تشبیه شده است: جلال (مشبه)، کعبه (مشبه‌به)

(د) برگ‌ها به لباس سبزی مانند شده که درختان آن را بر تن کرده‌اند: ورق (مشبه)،

قبا (مشبه‌به)

تشریح گزینه‌های دیگر:

(الف) «حیب مراقبت» اضافه تشبیهی نیست.

(ج) «خوان نعمت» اضافه تشبیهی است که نعمت، مشبه آن است.

(ه) در این بیت تشبیهی به کار نرفته است.

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۲۱۴- گزینه ۳»

(مفسر افتخاره - تبریز)

«بوستان» در گزینه ۳»، استعاره از «عالم عرفان و معنویت» است.

«پردۀ ناموس» در گزینه ۱» اضافه تشبیهی و «فرش زمردین» در گزینه ۲»

استعاره از «سبزه و چمن» و «زبان» در گزینه ۴» مجاز از «گفتار» است.

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

۲۱۵- گزینه ۴»

(نازنین خاتمه مایلو صفارزاده)

«ما عبدناک حق عبادتک» حدیث پیامبر (ص) است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱» شعری عربی از خود سعدی است و تضمین نیست.

گزینه ۲» شعری عربی از خود سعدی است و تضمین نیست و عبارت «صلوا علیه و

آله» تلمیح به آیه ۵۶ سوره احزاب دارد: «إِنَّ اللَّهَ وَمَلَائِكَتَهُ يُصَلُّونَ عَلَى النَّبِيِّ يَا أَيُّهَا

الَّذِينَ آمَنُوا صَلُّوا عَلَيْهِ وَسَلِّمُوا تَسْلِيمًا»

گزینه ۳» تضمین ندارد.

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

۲۱۶- گزینه ۱»

(مفسر فدایی - شیراز)

مستخر: رام و فرمانبر

معنای بیت: پروردگار، همه اجزای این عالم را مستخر و فرمانبردار انسان ساخته است؛ پس

شرط عدل و انصاف نیست که آدمی این نکته را فراموش کند و فرمانبردار حق نباشد.

(مفهوم، صفحه ۱۲)

۲۱۷- گزینه ۲»

(هسین پرهیزگر - سبزوار)

سعدی، به مکاشفت و شهود حقایق می‌پردازد و جلوه جمال حق او را مدهوش می‌کند.

(مفهوم، صفحه ۱۴)

۲۱۸- گزینه ۳»

(مفسر افتخاره - تبریز)

(ه) معنای مصراع: فقط به درگاه تو روی می‌آورم و فقط در جست‌وجوی احسان و

نیکویی تو هستم. = معنای آیه: تنها تو را می‌پرستیم و تنها از تو یاری می‌جوییم.

(ج) معنای مصراع: نمی‌توان کسی را به تو مانند کرد، زیرا تو از خیال و تصور ما

بیرون هستی. = معنای آیه: کسی مانند او نیست.

(د) معنای مصراع: تو سراسر نور و شادی هستی و بخشنده و پاداش‌دهنده هستی. =

معنای آیه: خداوند نور آسمان‌ها و زمین است.

(ب) معنای مصراع: خدایا، تو همه غیب‌ها را می‌دانی و همه عیب‌ها را می‌پوشانی. =

معنای آیه: دانای نهان و آشکار هستی.

(مفهوم، صفحه ۱۰)

۲۱۹- گزینه «۴»

(هسین پرهیزگار - سبزوار)

بیت دوم نفی دقیق افراد مدعی در عشق است؛ پس هدف اصلی دو بیت بی ادعا بودن در عشق است (سکوت و رازداری عاشقانه).

(مفعول، ص ۱۴)

۲۲۰- گزینه «۲»

(سعید بعفری)

باز اعراض کند: دوباره خداوند روی بگرداند.

(مفعول، ص ۱۳)

عربی، زبان قرآن ۳

۲۲۱- گزینه «۱»

(نگار مستی)

مفرد «الأصنام (بت‌ها)» به صورت «الصَّنام» صحیح است.

(واژگان، ص ۴)

۲۲۲- گزینه «۴»

(آرمین ساعرنده)

«الصراع» و «النزاع» هر دو به معنای «کشمکش» مترادف یکدیگر هستند نه متضاد!

(واژگان، صفحه‌های ۲، ۳ و ۴)

۲۲۳- گزینه «۴»

(آرمین ساعرنده)

«كلنا نعلم»: همه ما می‌دانیم (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / «علّقَ فأسه»: تبرش را آویخت (رد سایر گزینه‌ها) / «كتف أكبر الصنم»: کتف بزرگ‌ترین بت (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، ص ۳)

۲۲۴- گزینه «۳»

(مهران سعیدنیا)

«قد حدّثنا»: با ما سخن گفته است (رد گزینه ۴) / «القرآن الکریم»: قرآن کریم (در) اضافی است؛ رد گزینه ۴ / «الأنبياء (ع)»: پیامبران (ع) (رد گزینه ۱) / «صراعهم»: کشمکش آنان (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / «أقوامهم الکافرین»: اقوام کافرشان (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، ص ۳)

۲۲۵- گزینه «۴»

(مهران سعیدنیا)

«لِيَتَجَنَّبَ النَّاسُ الْمَعَاصِيَ»: مردم باید از گناهان دوری کنند

(ترجمه، صفحه‌های ۲ و ۳)

۲۲۶- گزینه «۳»

(آرمین ساعرنده)

«لَمْ تُكْسِرْ»: نشکست

(ترجمه فعل، ص ۴)

۲۲۷- گزینه «۱»

(نگار مستی)

از میان حروف مشبیه‌بالفعل، حرف «إِنَّ» جمله بعد از خود را مورد تأکید قرار می‌دهد. (قواعد، ص ۵)

۲۲۸- گزینه «۱»

(آرمین ساعرنده)

ترجمه عبارت: «مدیر گفت: امید است معلم به دانش آموز تنبل درس بدهد.»

از میان کلمات گزینه‌ها صرفاً «لعلّ» می‌تواند به درستی جای خالی را تکمیل کند.

(قواعد، ص ۶)

۲۲۹- گزینه «۲»

(افشین کریمیان فرد)

از میان حروف مشبیه‌بالفعل «لکن» برای کامل کردن پیام و برطرف کردن ابهام جمله قبل از خود می‌آید.

(قواعد، ص ۶)

۲۳۰- گزینه «۱»

(آرمین ساعرنده)

از میان حروف مشبیه‌بالفعل، حرف «لیت» برای بیان حسرت و آرزوهایی می‌باشد که غالباً امیدی به وقوعشان نیست.

(قواعد، ص ۶)

دین و زندگی (۳)

۲۳۱- گزینه «۴»

(مرتضی مصنی کبیر)

اندیشه، بهار جوانی را پرطراوت و زیبا می‌سازد. پیامبر اسلام (ص) درباره آن می‌فرماید: «أفضل العبادة ادمان التفكير في الله و في قدرته: بهترین عبادت، اندیشیدن مداوم درباره خدا و قدرت اوست.»

(دین و زندگی ۳، درس ۱، ص ۲)

۲۳۲- گزینه «۴»

(مرتضی مصنی کبیر)

این بیت از عبدالرحمان جامی درباره مقدمه دوم از استدلال نیازمندی جهان به خدا در پیدایش است و آن عبارت است از اینکه پدیده‌هایی که وجودشان از خودشان نیست، برای موجود شدن نیازمند به پدیدآورنده‌ای هستند که خودش پدیده نباشد، بلکه وجودش از خودش باشد.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، ص ۷)

۲۳۳- گزینه «۴»

(مفهرمهری مانده علی)

حدیث شریف امام علی (ع)، مبنی بر این که «ما رأیت شیئاً آلاً و رأیت الله قبله و بعده و معه: هیچ چیزی را ندیدم مگر اینکه خدا را قبل و بعد و با آن دیدم.» بیانگر این است که تمامی موجودات، وجود خود را از خداوند دریافت می کنند و در تمامی احوال به او نیازمند هستند که نیازمندی موجودات به خداوند در بقا از بخش «بعده و معه» برداشت می گردد؛ زیرا موجودات پس از پیدایش نیز دائماً وابسته به وجود خداوند می باشند.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه های ۹ و ۱۲)

۲۳۴- گزینه «۳»

(مفسر بیاتی)

موارد «ب، د» صحیح می باشند.

بررسی نادرستی سایر موارد:

الف) رابطه خداوند با جهان تا حدی شبیه رابطه مولد برق با جریان برق است.

دقت شود خداوند شبیه به مولد برق است نه جریان برق!

ج) رابطه خداوند با جهان مانند رابطه بتا با مسجد نیست و یک تفاوت بنیادین میان این دو رابطه وجود دارد.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۹)

۲۳۵- گزینه «۳»

(مفسر بیاتی)

آیه «و الله هو الغنی الحمید: و خداست که تنها بی نیاز ستوده است.» یک مبنای قرآنی برای ستوده بودن خداوند می باشد.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۰)

۲۳۶- گزینه «۴»

(مفسر بیاتی)

موجودات دائماً با زبان حال، به پیشگاه الهی عرض نیاز می کنند. زبان حال موجودات را مولوی این گونه بیان می کند:

«... ما همه شیران ولی شیر علم / حمله مان از باد باشد دم به دم»

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه های ۹ و ۱۰)

۲۳۷- گزینه «۱»

(میثم هاشمی)

انسان های نا آگاه نسبت به نیاز دائمی انسان به خداوند، بی توجه اند؛ اما انسان های آگاه دائماً سایه لطف و رحمت خدا را احساس می کنند و خود را نیازمند عنایات پیوسته او می دانند.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۰)

۲۳۸- گزینه «۴»

(میثم هاشمی)

خداوند نور هستی است؛ یعنی تمام موجودات وجود خود را از او می گیرند، به سبب او پیدا و آشکار شده و پا به عرصه هستی می گذارند و وجودشان به وجود او وابسته است.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۱)

۲۳۹- گزینه «۳»

(میثم هاشمی)

خداوند نور هستی است. یعنی تمام موجودات، وجود خود را از او می گیرند و به سبب او پا به عرصه هستی می گذارند. در واقع هر موجودی در حد خودش، تجلی خداوند و نشانگر حکمت، قدرت، رحمت و سایر صفات الهی است.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۱)

۲۴۰- گزینه «۳»

(فردین سماقی)

لازمه شناخت هر چیزی احاطه و دسترسی به آن است.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۲)

زبان انگلیسی ۳

۲۴۱- گزینه «۲»

(آرمین رحمانی)

ترجمه جمله: «اردوی مدرسه به کوه های سرسبز و زیبا به عنوان سرگرم کننده ترین رویداد سال در نظر گرفته شد.»

(۱) متولد شدن (با فعل be) (۲) در نظر گرفتن

(۳) درمان کردن (۴) غذا دادن

(واژگان)

۲۴۲- گزینه «۳»

(آرمین رحمانی)

ترجمه جمله: «مدیر مدرسه ما یک مهمان برجسته را به ما معرفی کرد که حقایق جالبی در مورد حیوانات و طبیعت با ما در میان گذاشت.»

(۱) آرام (۲) تکراری

(۳) برجسته (۴) شفاهی

(واژگان)

ترجمه متن درک مطلب:

حفاظت از محیط زیست برای سیاره ما بسیار مهم است. ما باید از طبیعت مراقبت کنیم تا زمین را تمیز و سالم نگه داریم. کارهای ساده زیادی وجود دارند که می‌توانیم برای کمک به محیط زیست انجام دهیم. به عنوان مثال، می‌توانیم کاغذ، پلاستیک و شیشه را بازیافت کنیم. بازیافت به کاهش زباله و صرفه‌جویی در منابع کمک می‌کند. راه دیگر برای حفاظت از محیط زیست، صرفه‌جویی در [مصرف] آب است. هنگام مسواک زدن باید شیر آب را ببندیم و دوش‌های کوتاه‌تر بگیریم. همچنین، استفاده کمتر از برق نیز می‌تواند کمک‌کننده باشد. خاموش کردن چراغ‌ها در مواقعی که به آن‌ها نیاز نداریم و استفاده از لامپ‌های کم‌مصرف می‌تواند تفاوت بزرگی ایجاد کند. علاوه بر این، کاشت درختان نیز برای محیط زیست بسیار مفید است. درختان هوا را پاک می‌کنند و برای حیوانات خانه فراهم می‌کنند. آن‌ها همچنین به پایدار نگه‌داشتن آب و هوا کمک می‌کنند. همه ما می‌توانیم در باغ‌های خود درختی بکاریم یا به یک رویداد اجتماعی کاشت درختان بپیوندیم. استفاده از حمل و نقل عمومی، پیاده‌روی یا دوچرخه‌سواری به جای رانندگی با ماشین به کاهش آلودگی کمک می‌کند. ماشین‌ها گازهای مضر زیادی تولید می‌کنند که هوا را آلوده می‌کنند. با انتخاب راه‌های دیگر برای سفر، می‌توانیم هوا را تمیز نگه داریم و رد پای [تولید] کربن خود را کاهش دهیم. با ایجاد تغییرات کوچک در زندگی روزمره خود، می‌توانیم تفاوت بزرگی برای سیاره خود ایجاد کنیم.

۲۴۷- گزینه ۲»

(مهم‌مهری دغلاوی)

ترجمه جمله: «ایده اصلی متن چیست؟»
«راه‌هایی برای حفاظت از محیط زیست»

(درک مطلب)

۲۴۸- گزینه ۱»

(مهم‌مهری دغلاوی)

ترجمه جمله: «عبارت "cut down on" در پاراگراف ۱» از نظر معنایی به کلمه ... نزدیک‌ترین است.
«reduce» (کاهش دادن)

(درک مطلب)

۲۴۹- گزینه ۴»

(مهم‌مهری دغلاوی)

ترجمه جمله: «طبق متن، چرا هنگام مسواک زدن باید شیر آب را ببندیم؟»
«برای صرفه‌جویی در [مصرف] آب»

(درک مطلب)

۲۵۰- گزینه ۴»

(مهم‌مهری دغلاوی)

ترجمه جمله: «کدام فعالیت به عنوان راهی برای کمک به محیط زیست در متن ذکر نشده است؟»
«محدود کردن زباله‌های خانگی»

(درک مطلب)

۲۴۳- گزینه ۱»

(آرمین رممانی)

ترجمه جمله: «باید یاد بگیرید وقتی دوستانتان اشتباه می‌کنند سرشان داد نزنید، چون این کار می‌تواند احساساتشان را جریحه‌دار کند.»

(۱) فریاد زدن، داد زدن (۲) اختصاص دادن، وقف کردن

(۳) بغل کردن (۴) شکستن

(واژگان)

۲۴۴- گزینه ۴»

(آرمین رممانی)

ترجمه جمله: «دکتر توضیح داد که بعضی از افراد پس از این که سال‌ها در معرض صداهای بلند قرار می‌گیرند دچار کم‌شنوایی می‌شوند.»

(۱) فقیر (۲) آرام، ساکت

(۳) ناگهانی (۴) سخت

نکته مهم درسی:

به ترکیب واژگانی "hard of hearing" در معنای «کم‌شنوا» دقت کنید.

(واژگان)

۲۴۵- گزینه ۱»

(آرمین رممانی)

ترجمه جمله: «وقتی که او خبر غم‌انگیز را شنید، ناگهان به گریه افتاد و برای دقایقی نتوانست جلوی گریه‌اش را بگیرد.»

(۱) ترکیدن (۲) بخشیدن

(۳) ضبط کردن (۴) تماشا کردن

نکته مهم درسی:

به ترکیب واژگانی "burst into tears" در معنای «ناگهان زیر گریه زدن» دقت کنید.

(واژگان)

۲۴۶- گزینه ۳»

(آرمین رممانی)

ترجمه جمله: «برای همه ما مفید است که دفتر خاطرات داشته باشیم، زیرا می‌توانیم چیزهای مهم و خاطرات شاد خود را به خاطر بسپاریم.»

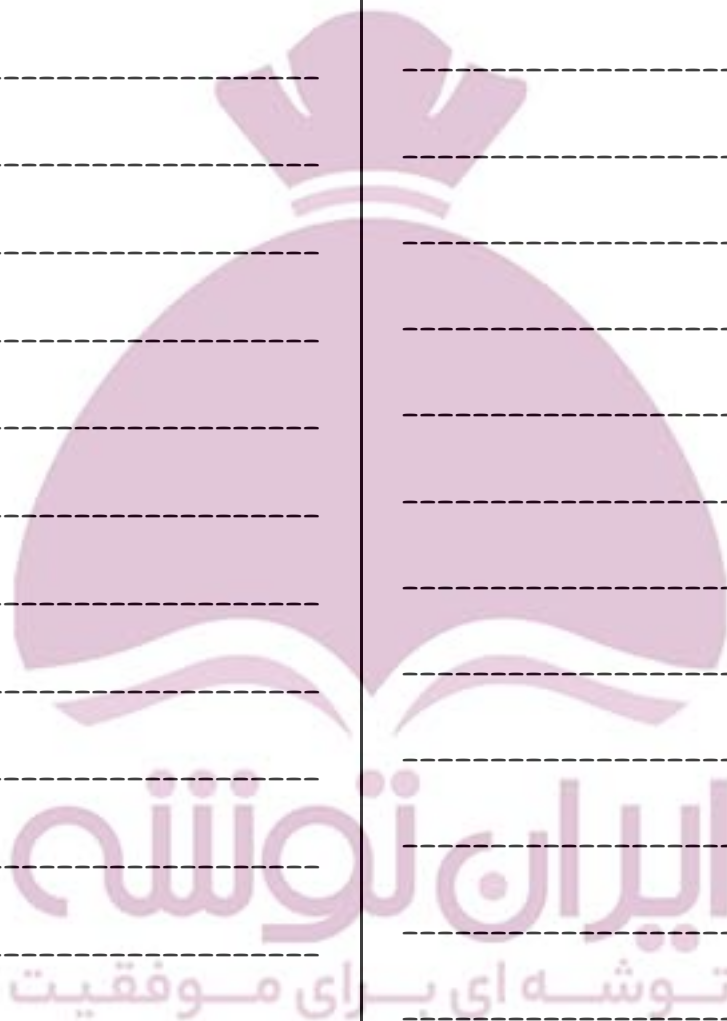
(۱) بیماری (۲) کتاب درسی

(۳) دفتر خاطرات (۴) گلدان

نکته مهم درسی:

به ترکیب واژگانی "keep a diary" به معنای «خاطرات نوشتن» دقت کنید.

(واژگان)





دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۱۸ مهر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان زاده اصفهانی
مسئول دفترچه	حامد کریمی
ویراستار	امیرحسین افجه، امیرعلی حسینی زاده
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون خواه
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، امیرحسین افجه، علی کریمی فرع، فرزاد شیرمحمدلی
حروف چینی و صفحه آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۲»

(فامر کریمی)

کلی ترین پاسخ گزینه ی «۲» است. دیگر گزینه ها پاسخ را به تحصیل، ورزش، اقتصاد یا خلاقیّت و هنر محدود کرده است.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۳»

(فامر کریمی)

کلی ترین و مربوط ترین پاسخ گزینه ی «۳» است. بحران هویت طبق متن ممکن است به بروز سردرگمی شخصیتی و کاهش اعتماد به نفس منجر شود.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۱»

(فامر کریمی)

برداشت «ج» کاملاً از متن دور است. عبارت «ب» نیز دقیقاً بر عکس متن است.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۱»

(عمید اصفهانی)

عبارت «استراق سمع» مدّ نظر است.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۳»

(عمید اصفهانی)

شکل درست بیت که هفده نقطه دارد:

سخن را سر است ای خردمند و بن / میاور سخن در میان سخن

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۲»

(کتاب منظومه هوش)

متن به وضوح سه ستّ را در سه زمان و سه مکان مختلف مثال زده است که به سه دین بزرگ ابراهیمی مربوطند: اسلام، مسیحیت، یهود. دیگر گزینه ها از متن بر نمی آید.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۲»

(کتاب منظومه هوش)

نویسنده ختام را در موردی به حافظ شبیه کرده است. لابد آن ویژگی در حافظ آشکارتر است که می توان شخصی را به او مانند کرد.

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۲»

(علی کریمی قرع)

اگر حجم آب داخل ظرف را X و حجم ظرف را با ۷ نشان دهیم داریم:

$$x + 24 = \frac{4}{10} \cdot 7 \Rightarrow v = 60 + \frac{5}{2}x$$

$$A = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2A, B = \frac{v}{3} = 20 + \frac{5}{6}x$$

می دانیم:

پس داریم:

$$\Rightarrow B = 20 + \frac{5}{6} \times 2A = 20 + \frac{5}{3}A \Rightarrow B > A$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه ۲»

(امیرمسین افیه)

فرض کنیم جرم خاک ۱۰۰ گرم بوده باشد. پس ۶۰ گرم سیلیس و ۳۰ گرم آب داشته ایم. اگر ۹۰ درصد آب تبخیر شود، ۲۷ گرم تبخیر می شود:

$$\frac{90}{100} \times 30 = 27$$

بنابراین جرم خاک، ۷۳ گرم خواهد بود:

$$100 - 27 = 73$$

و این یعنی درصد جرمی «سیلیس»، تقریباً ۸۲ درصد می شود:

$$\frac{60}{73} \approx 82 / 2\%$$

یعنی تقریباً ۲۲ درصد بیش تر می شود:

$$82 - 60 = 22$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینه ۲»

(امیرمسین افیه)

کوچک ترین مضرب مشترک سه عدد را به دست می آوریم:

$$42 = 6 \times 7$$

$$60 = 6 \times 10 \Rightarrow [42, 60, 78] = 6 \times 7 \times 10 \times 13 = 5460$$

$$78 = 6 \times 13$$

این ۵۴۶۰ دقیقه یعنی ۹۱ ساعت:

$$5460 \div 60 = 91$$

$$91 = 3 \times 24 + 19$$

که یعنی سه شبانه روز و نوزده ساعت:

سه شبانه روز و نوزده ساعت پس از ساعت ۹:۳۰ صبح روز یکشنبه، ساعت ۴:۳۰ صبح روز پنجشنبه است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه ۴»

(علی کریمی قرع)

هر سه نفر با هم در دو روز کار انجام می دهند، یعنی در هر روز نصف کار را به پایان می رسانند. پس به شخصی نیاز دارند که در یک روز، نیمی دیگر را از کار انجام دهد. این شخص قطعاً کل کار را در دو روز انجام می دهد.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه «۲»

(امیرمسین افجه)

در مرحله n ، همواره داریم:

n^2 : تعداد کل نقاط

$\frac{n(n-1)}{2}$: تعداد نقاط رنگی

پس در n موردنظر داریم:

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{45}{100} \Rightarrow \frac{n^2 - n}{2n^2} = \frac{45}{100}$$

$$\Rightarrow 100n^2 - 100n = 90n^2 \Rightarrow 10n^2 = 100n$$

$$\Rightarrow n = 10$$

پس مرحله $2n+2$ ، شکل بیست و دوم است:

$$2n+2 = 2 \times 10 + 2 = 22$$

و تعداد نقطه‌های رنگی آن، برابر است با:

$$\frac{22 \times 21}{2} = 11 \times 21 = 231$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه «۳»

(عمیدکنی)

قطعاً زوج عددهای (۶ و ۱)، (۵ و ۲) و (۴ و ۳) کنار همند. معلوم است که با دانستن جایگاه یک یا دو عدد، نمی‌توان هر شش مستطیل را پُر کرد. جدول فرضی زیر را درنظر بگیرید:

		۳، ۴	۴، ۳
۲		۲	۵
۱		۱	۶

ولی اگر یکی از دو خانهٔ ردیف بالا ۴ معلوم باشد، تکلیف همهٔ خانه‌ها معلوم است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه «۳»

(فاطمه اسخ)

حاصل جمع اختلاف‌های دو عدد مجاور در الگوی صورت سؤال در وسط شکل نوشته شده است:

$$(5-2) + (9-3) = 3 + 6 = 9$$

$$(7-1) + (5-2) = 6 + 3 = 9$$

$$(9-7) + (?-2) = 5 \Rightarrow ?-2 = 3 \Rightarrow ? = 5$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه «۴»

(فاطمه اسخ)

اختلاف دو عدد کنار هم مدتظر است:

$$7253: 7-2=5, 5-2=3, 5-3=2$$

$$532: 5-3=2, 3-2=1$$

$$21: 2-1=1$$

$$9274: 9-2=7, 7-2=5, 7-4=3$$

$$753: 7-5=2, 5-3=2$$

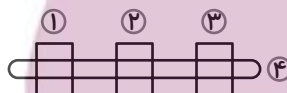
$$22: 2-2=0$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینه «۲»

(فاطمه اسخ)

چهار شکل ،  و  در هر مرحله از این الگو، یک واحد شیفت دارند و از چپ به راست و در نهایت به خط زیرین منتقل می‌شوند:



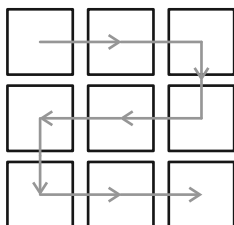
همچنین شکلی که در جایگاه‌های اول و سوم قرار می‌گیرد، در جهت  جهت شکلی که در جایگاه دوم قرار می‌گیرد در جهت  و شکل زیرین در جهت  قرار می‌گیرد.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه «۲»

(غرزاد شیرممدولی)

دایرهٔ درون مربع‌ها روی رأس‌ها و در مسیر زیر به شکل ساعتگرد جابه‌جا می‌شود.



(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه «۳»

(فاطمه، پاسخ)

هر یک از چهار شکل  و  و  و  در هر ردیف و هر ستون از مربع بزرگ شکل، یکبار وجود دارد.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه «۴»

(فاطمه، پاسخ)

نقطه چین صورت سؤال خارج از دو کمان، از مرکز دایره و از یکی از رأس‌های مستطیل می‌گذرد. چنین نقطه‌ای تنها در گزینه «۴» هست. در سایر گزینه‌ها، در گزینه‌های «۱» و «۳» مرکز دایره روی رأس مستطیل نیست. در گزینه «۲» نیز این نقطه، بین دو کمان موازی است.



(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه «۳»

(ممید کنفی)

دقت کنید نوک مثلث - که جهت آن را نشان می‌دهد. باید رو به مرکز پاره‌خط باشد. تنها گزینه «۳» است که این ویژگی را دارد.

(هوش غیرکلامی)

ایران توننده
توشه ای برای موفقیت