دفترچهٔ پاسخ

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آزمون هدیهٔ ۱۱ مهر ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی‌پایه و حسابان	رضا ادیبی-علی آزاد-مهدی حاجی‌نژادیان-بهرام حلاج-محمد حمیدی-عاطفه خان‌محمدی-نیما خانعلی‌پور-سجاد داوطلب حمیدرضا صاجی-احسان غنی‌زاده-کیان کریمی‌خراسانی-اکبر کلاه‌ملکی-احمد مهرابی-مجتبی نادری-پدرام نیکوکار
	هندسه و آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-حسین حاجیلو-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-محمدحسین حشمت الواعظین-افشین خاصه‌خان فرزانه خاکپاش-محمد خندان-حمیدرضا دهقان-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی-محمدطاهر شعاعی-رضا عباسی‌اصل علی فتح‌آبادی-مرتضی فهیم‌علوی-سهام مجیدی‌پور-سینا محمدپور-مهدی نیک‌زاد
	فیزیک	معصومه افضلی-مهدی آذرنسب-زهره اقامحمدی-علیرضا رستم‌زاده-امیر ستارزاده-رامین شادلویی-بهنام شاهینی-محمدرضا شیروانی‌زاده سعید طاهری‌بروجنی-محمد عظیم‌پور-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-فرشاد لطف‌الله‌زاده-حسین مخدومی-احسان مطلبی-سیدعلی میرنوری
	شیمی	مریم اکبری-سهند راحمی‌پور-جعفر رحیمی-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی-آروین شجاعی-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره محمد کوهستانیان-جواد گتابی-محمدحسن محمدزاده‌مقدم-دانیال مهرعلی-محمد وزیری

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی‌پایه و حسابان	هندسه و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محجوب امیرعلی بیات فرزاد حلاج‌مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستند	معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا-فرشته کمبرانی-سجاد سلیمی		سجاد بهارلویی ابراهیم نوری	محسن دستجردی آتیلا ذاکری

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

البرز توش
توشه‌ای برای موفقیت

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۴»** *(احسان غنی‌زاده)*

مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی از رابطهٔ $S_n = \frac{a_1(q^n-1)}{q-1}$ به دست می‌آید:

$$\begin{cases} S_5 = a_1 \times \frac{q^5-1}{q-1} = 25 \\ a_6 = a_1 + 15 \Rightarrow a_1 q^5 = a_1 + 15 \Rightarrow a_1 q^5 - a_1 = 15 \\ \Rightarrow a_1(q^5-1) = 15 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a_1(q^5-1)=15} \frac{15}{q-1} = 25 \Rightarrow q-1 = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} \Rightarrow q = \frac{8}{5}$$

$$\begin{cases} a_7 = a_1 q^6 \\ a_5 = a_1 q^4 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_7}{a_5} = \frac{a_1 q^6}{a_1 q^4} = q^2 = \frac{64}{25}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

۲- **گزینهٔ «۳»** *(کیان کریمی‌فراسانی)*

$$x^2 + \frac{36}{x^2+2x+1} = \frac{12x}{x+1} \Rightarrow x^2 + (\frac{6}{x+1})^2 = 2 \times \frac{6}{x+1} \times x$$

$$\Rightarrow x^2 + (\frac{6}{x+1})^2 - 2 \times \frac{6}{x+1} \times x = 0 \Rightarrow (x - \frac{6}{x+1})^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{x+1} \Rightarrow x^2 + x = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2, -3$$

قدرمطلق تفاضل این دو ریشه برابر با ۵ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۳- **گزینهٔ «۱»** *(اکبر کلاه‌ملکی)*

ابتدا معادلهٔ توابع خطی f و g را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (0,2), (-1,0) \in f \Rightarrow f(x) = 2x+2 \\ (0,2), (3,0) \in g \Rightarrow g(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f.g = (2x+2)(-\frac{2}{3}x+2) = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 4$$

تابع $f.g$ یک تابع درجهٔ دوم است که بیشترین مقدار آن برابر است با:

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(\frac{8}{3})^2 - 4(-\frac{4}{3})(4)}{4(-\frac{4}{3})} = -\frac{\frac{64}{3}+64}{-16} = \frac{\frac{256}{3}}{16} = \frac{16}{3}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۴- **گزینهٔ «۱»** *(احسان غنی‌زاده)*

راه‌حل اول: ابتدا $x-2$ را به x تبدیل می‌کنیم:

$$(f^{-1}og^{-1})(x-2) = \frac{4x+1}{2x-1}$$

$$\xrightarrow{x \to x+2} (f^{-1}og^{-1})(x) = \frac{4(x+2)+1}{2(x+2)-1} = \frac{4x+9}{2x+3}$$

می‌دانیم $f^{-1}og^{-1} = (gof)^{-1}$، پس وارون تابع اخیر را می‌یابیم:

$$(gof)^{-1}(x) = \frac{4x+9}{2x+3} \Rightarrow (gof)(x) = \frac{9-3x}{2x-4}$$

با وارد کردن ضابطه تابع f داریم:

$$g(\frac{x-1}{3x+4}) = \frac{9-3x}{2x-4}$$

حال $g(-2)$ را می‌یابیم:

$$\frac{x-1}{3x+4} = -2 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow g(-2) = \frac{9-3(-1)}{2(-1)-4} = \frac{12}{-6} = -2$$

نکته: وارون تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ به‌صورت

$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ است.

راه‌حل دوم: فرض می‌کنیم $g(-2) = m$ داریم:

$$\begin{cases} g^{-1}(m) = -2 \\ f^{-1}(g^{-1}(x-2)) = \frac{4x+1}{2x-1} \xrightarrow{x=m+2} f^{-1}(-2) = \frac{4m+9}{2m+3} \quad (*) \end{cases}$$

با توجه به ضابطهٔ $f(x) = \frac{x-1}{3x+4}$ داریم:

$$\frac{x-1}{3x+4} = -2 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow f(-1) = -2 \Rightarrow f^{-1}(-2) = -1$$

طبق رابطهٔ (*) داریم:

$$\frac{4m+9}{2m+3} = -1 \Rightarrow m = -2 \Rightarrow g(-2) = -2$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۷۰)

۵- **گزینهٔ «۳»** *(پدرام نیکوکار)*

تابع $f(x) = 4 - 2^{ax+b}$ از نقاط $(\frac{7}{2}, 0)$ و $(0, 1)$ عبور می‌کند.

بنابراین با جای‌گذاری این نقاط در تابع، مقادیر a و b را به‌دست می‌آوریم:

$$f(0) = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{7}{2} = 4 - 2^b \Rightarrow 2^b = \frac{1}{2} \Rightarrow 2^b = 2^{-1} \Rightarrow b = -1$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow 0 = 4 - 2^{a-1} \Rightarrow 2^{a-1} = 2^2 \Rightarrow a-1 = 2 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = 4 - 2^{3x-1} \Rightarrow f(3) = 4 - 2^8 = 4 - 256 = -252$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۶- **گزینهٔ «۲»** *(احسان غنی‌زاده)*

با توجه به اینکه بازهٔ $[-۲, ۱)$ دامنهٔ تابع f است، داریم:

$$D_f: \begin{cases} (۱): b-۳x>۰ \Rightarrow x<\frac{b}{۳} \\ (۲): a-\log_۳(b-۳x)\geq ۰ \Rightarrow a\geq \log_۳(b-۳x) \\ \Rightarrow \log_۳^{۳^a} \geq \log_۳(b-۳x) \end{cases}$$

با توجه به اینکه پایهٔ لگاریتم بزرگتر از ۱ است، جهت نامعادله تغییر نمی‌کند:

$$(۲): b-۳x\leq ۳^a \Rightarrow \frac{b-۳^a}{۳}\leq x$$

پس می‌توانیم نتیجه بگیریم دامنهٔ تابع به‌صورت $[\frac{b-۳^a}{۳}, \frac{b}{۳})$ است، پس داریم:

$$[\frac{b-۳^a}{۳}, \frac{b}{۳}) = [-۲, ۱) \Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{۳}=۱ \Rightarrow b=۳ \\ \frac{b-۳^a}{۳}=-۲ \xrightarrow{b=۳} \\ ۳-۳^a=-۶ \Rightarrow ۳^۲=۳^a \Rightarrow a=۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{۲}}^{(a+۲b)} = \log_{\sqrt{۲}}^{(۲+۶)} = \log_{\sqrt{۲}}^{۸} = \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^۳} = ۶$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۷- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی نادری)*

اگر نمودار تابع $y=\sin x$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم و یک واحد به سمت بالا انتقال دهیم، نمودار صورت سؤال به‌دست می‌آید. لذا نمودار داده شده مربوط به تابع $y=-\sin x+۱$ است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: $y=-\cos(\pi-x)=+\cos x$ نادرست

گزینهٔ «۲»: $y=\sin(\pi-x)+۱=\sin x+۱$ نادرست

گزینهٔ «۳»: $y=\sin(\frac{۳\pi}{۲}-x)+۱=-\cos x+۱$ نادرست

گزینهٔ «۴»: $y=\sin(۳\pi+x)+۱=-\sin x+۱$ درست

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۹)

۸- **گزینهٔ «۱»** *(محمد حمیری)*

با توجه به رابطهٔ $\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$ و $\sin ۲x=۲\sin x\cos x$ داریم:

$$\frac{۱}{\sin ۲x}-\tan x=\frac{۱}{۲\sin x\cos x}-\frac{\sin x}{\cos x}$$

$$=\frac{۱-۲\sin^۲ x}{۲\sin x\cos x}=\frac{\cos ۲x}{\sin ۲x}=\cot ۲x$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۹- **گزینهٔ «۴»** *(علی آزاد)*

$$\lim_{x\to\frac{۱}{۴}} \frac{۲+۲\cos ax}{(۴x-۱)^۲}=\pi^۲$$

از آنجایی که مخرج کسر به ازای $x=\frac{۱}{۴}$ مساوی صفر می‌شود و حاصل حد عدد $\pi^۲$ شده است، می‌توان دریافت $x=\frac{۱}{۴}$ ریشهٔ صورت کسر نیز می‌باشد.

$$۲+۲\cos\frac{a}{۴}=۰ \Rightarrow \cos\frac{a}{۴}=-۱=\cos\pi \Rightarrow \frac{a}{۴}=\pi \Rightarrow a=۴\pi$$

توجه کنید که طبق نمودار تابع $y=\cos x$ اولین جایی که مقدار $\cos x$ در xهای مثبت برابر با ۱- می‌شود در $x=\pi$ است.

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{\cos ۲x}{\cos x-\sin x}=\frac{۰}{۰} \Rightarrow \lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{\cos ۲x}{\cos x-\sin x}\times\frac{\cos x+\sin x}{\cos x+\sin x}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{(\cos ۲x)(\cos x+\sin x)}{(\cos^۲ x-\sin^۲ x)}=\sqrt{۲}$$

توجه: $\cos ۲x=\cos^۲ x-\sin^۲ x$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۴)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نادری)*

چون تابع f در نقطهٔ $x=۱$ پیوسته است بنابراین حد چپ و حد راست آن در نقطهٔ $x=۱$ با هم برابر است.

$$\lim_{x\to ۱^-} f(x)=\lim_{x\to ۱^-}(x-[x])=۱-[۱^-]=۱-۰=۱$$

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x)=\lim_{x\to ۱^+}(۲-ax^۲)=۲-a$$

$$\Rightarrow ۱=۲-a \Rightarrow a=۱$$

$$\lim_{x\to ۳a^+} g(x)=\lim_{x\to ۳^+}\frac{[x]-x}{x^۲-۹}=\frac{۳-۳}{۹-۹}=\frac{۰}{۰}$$

$$\xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \lim_{x\to ۳^+}\frac{[x]-x}{(x-۳)(x+۳)} \xrightarrow{[۳^+]=۳} \lim_{x\to ۳^+}\frac{۳-x}{(x-۳)(x+۳)}$$

$$=\frac{-۱}{۶}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

ریاضی ۱

۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(احسان غنی‌زاده)*

با توجه به اینکه جملات دارای x، با فاصلهٔ یکسان از هم قرار دارند، رابطهٔ واسطهٔ حسابی برای آن‌ها برقرار است. بنابراین:

$$۲(x+۱)=(۲x-۱)+(x+۵)\Rightarrow ۲x+۲=۳x+۴\Rightarrow x=-۲$$

بنابراین جملات به‌صورت $-۵, y+۱, -۱, \frac{z}{۲}, ۳$ **هستند. پس:**

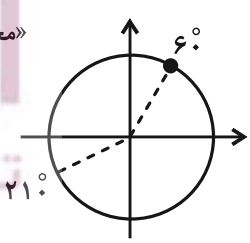
$$\begin{cases}۲(y+۱)=-۶\Rightarrow y=-۴\\ ۲(\frac{z}{۲})=۲\Rightarrow z=۲\end{cases}$$
$$\Rightarrow xy-z=-۲\times(-۴)-۲=۶$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(سپهر داوطلب)*

$$۳۰^\circ\le x\le ۱۰۵^\circ \xrightarrow{\times ۲} ۶۰^\circ\le ۲x\le ۲۱۰^\circ$$

با توجه به دایرهٔ مثلثاتی، وقتی از زاویهٔ ۶۰ تا ۲۱۰ درجه را طی می‌کنیم، مقدار $\sin ۲x$ **حداقل برابر** $-\frac{۱}{۲}$ **و حداکثر برابر ۱ می‌شود.**



$$۶۰^\circ\le ۲x\le ۲۱۰^\circ\Rightarrow -\frac{۱}{۲}\le \sin ۲x\le ۱$$
$$\Rightarrow -\frac{۱}{۲}\le \frac{۳m-۱}{۲}\le ۱\xrightarrow{\times ۲} -۱\le ۳m-۱\le ۲$$
$$\xrightarrow{+۱} ۰\le ۳m\le ۳\xrightarrow{\div ۳} ۰\le m\le ۱$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(نیما خانعلی‌پور)*

با توجه به اینکه $x>۱$**، می‌باشد، لذا x دارای دو ریشهٔ دوم قرینهٔ هم خواهد بود. از طرفی** $\sqrt{x}>\sqrt[۳]{x}>\sqrt[۵]{x}$ **می‌باشد. بنابراین a و d ریشه‌های دوم، b ریشهٔ سوم و c ریشهٔ پنجم x خواهند بود.**

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(بهرام حلاج)*

$$\frac{۱۹\sqrt{۲}-۱۱\sqrt{۵}}{\sqrt{۸}+\sqrt{۱۲۵}}=\frac{۱۹\sqrt{۲}-۱۱\sqrt{۵}}{۲\sqrt{۲}+۵\sqrt{۵}}\times\frac{۲\sqrt{۲}-۵\sqrt{۵}}{۲\sqrt{۲}-۵\sqrt{۵}}$$
$$=\frac{-۱۱۷\sqrt{۱۰}+۷۶+۲۷۵}{۸-۱۲۵}=\frac{۱۱۷\sqrt{۱۰}-۳۵۱}{۱۱۷}=\sqrt{۱۰}-۳$$
$$\frac{۶}{۴+\sqrt{۱۰}}=\frac{۶}{۴+\sqrt{۱۰}}\times\frac{۴-\sqrt{۱۰}}{۴-\sqrt{۱۰}}=\frac{۶(۴-\sqrt{۱۰})}{۱۶-۱۰}=۴-\sqrt{۱۰}$$
$$A=\sqrt{۱۰}-۳+۴-\sqrt{۱۰}=۱$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(احمد مهرابی)*

$$۲x^۲-x+a-۱=۰\xrightarrow{\Delta\ge ۰}۱-۴(۲)(a-۱)\ge ۰$$
$$\Rightarrow ۹-۸a\ge ۰\Rightarrow a\le \frac{۹}{۸}$$
$$-ax^۲-x-\frac{۱}{۴}=۰\xrightarrow{\Delta\le ۰}۱-۴(-a)(-\frac{۱}{۴})\le ۰$$
$$\Rightarrow ۱-a\le ۰\Rightarrow a\ge ۱$$
$$۱\le a\le \frac{۹}{۸}\Rightarrow\begin{cases}b=\max(a)=\frac{۹}{۸}\xrightarrow{۸cx^۲-۸bx+۱=۰}\\ c=\min(a)=۱\end{cases}$$
$$۸x^۲-۹x+۱=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\ x=\frac{۱}{۸}\end{cases}\Rightarrow \text{اختلاف}=\frac{۷}{۸}$$

توجه: در یک معادلهٔ درجهٔ دوم
- $\Delta\ge ۰$ ⇐ حداقل یک ریشه دارد.
- $\Delta\le ۰$ ⇐ حداکثر یک ریشه دارد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۱۶- **گزینهٔ «۴»** (مهدی حاجی‌نژادیان)

از روی جدول تعیین علامت مشخص است که عبارت از نوع درجهٔ اول است لذا ضریب $x^۲$ باید صفر باشد (ریشهٔ مورد نظر مضاعف نیست).

$$۹n^۲-۱=۰\Rightarrow n^۲=\frac{۱}{۹}\Rightarrow n=\pm\frac{۱}{۳}$$

اگر $n=-\frac{۱}{۳}$ باشد، آنگاه $f(x)=-\frac{۱}{۳}x+۲m+۱$ که قابل قبول است.

اگر $n=\frac{۱}{۳}$ باشد، آنگاه $f(x)=\frac{۱}{۳}x+۲m+۱$ که با توجه به جدول تعیین علامت قابل قبول نیست.

پس نتیجه می‌گیریم:

$$f(x)=-\frac{۱}{۳}x+۲m+۱\Rightarrow f(۶)=۰\Rightarrow -۲+۲m+۱=۰\Rightarrow m=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۴m-۳n}{n}=\frac{۲-(-۱)}{-\frac{۱}{۳}}=-۹$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۰)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** (حمیدرضا صابی)

یک رابطه تابع است هرگاه در هر دو زوج مرتب، عضو اول متفاوت باشند، در غیر این صورت مؤلفه‌های دوم نیز باید با هم برابر باشند. بنابراین:

$$\begin{cases}a+۲b=-۴\\ ۳a-b=۹\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+۲b=-۴\\ ۶a-۲b=۱۸\end{cases}\Rightarrow ۷a=۱۴$$

$$\Rightarrow a=۲\Rightarrow b=-۳$$

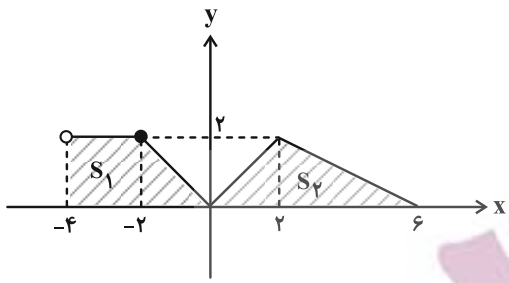
$$a^۲+b^۲=۲^۲+(-۳)^۲=۱۳$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** (رضا ادیبی)

ابتدا باید نمودار $f(x)$ را رسم کنیم، سپس با توجه به نمودار، مساحت بین نمودار تابع و محور طول‌ها به دست آوریم.

$$f(x)=\begin{cases}۳-\frac{x}{۲} & ,\quad ۲\le x\le ۶\\ |x| & ,\quad -۲\le x<۲\\ ۲ & ,\quad -۴<x<-۲\end{cases}$$



$$S=S_۱+S_۲=\frac{(۴+۲)\times ۲}{۲}+\frac{۶\times ۲}{۲}=۶+۶=۱۲$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۱۹- **گزینهٔ «۱»** (عاطفه خان‌محمدی)

حالت‌های مختلف را در نظر می‌گیریم:

$$۱)A\to B\to E\to B\to A: ۳\times ۲\times ۱\times ۲=۱۲$$

$$۲)A\to B\to E\to D\to C\to A: ۳\times ۲\times ۱\times ۲\times ۲=۲۴$$

$$۳)A\to C\to D\to E\to B\to A: ۲\times ۲\times ۱\times ۲\times ۳=۲۴$$

تعداد کل حالات $=۱۲+۲۴+۲۴=۶۰$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** (علی آزاد)

$P(A)=$ احتمال بارش باران $P(A')=$ احتمال عدم بارش باران

$P(B)=$ احتمال بارش برف $P(A\cap B)=$ احتمال بارش هر دو

$$P(A)=\frac{۳}{۱۷}P(A')\Rightarrow P(A)=\frac{۳}{۱۷}(۱-P(A))=\frac{۳}{۱۷}-\frac{۳}{۱۷}P(A)$$

$$\frac{۲۰}{۱۷}P(A)=\frac{۳}{۱۷}\Rightarrow P(A)=\frac{۳}{۲۰}=۰/۱۵$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=۰/۱۵+۰/۱۸-۰/۱۲=۰/۲۱$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

هندسه ۲

۲۱- گزینهٔ «۲» *(سینا محمدپور)*

فرض کنید $\overset{\frown}{APB}=x$ و $\overset{\frown}{ANB}=y$ باشد. داریم:

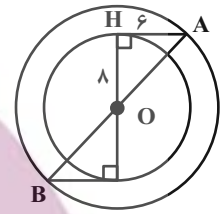
$$\hat{M}=\frac{\overset{\frown}{APB}-\overset{\frown}{ANB}}{۲}=۳۰^\circ \Rightarrow x-y=۶۰^\circ$$

از طرفی مجموع دو کمان $\overset{\frown}{APB}$ و $\overset{\frown}{ANB}$ برابر محیط دایره است، پس داریم:

$$\begin{cases} x+y=۳۶۰^\circ \\ x-y=۶۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=۲۱۰^\circ \\ y=۱۵۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{۲۱۰^\circ}{۱۵۰^\circ}=\frac{۷}{۵}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۱۶)

۲۲- گزینهٔ «۴» *(خرزانه خاکپاش)*



مطابق شکل فرض کنید مماس AH به طول ۶ بر دایرهٔ $C(O,۸)$ رسم شده باشد. در این صورت در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAH داریم:

$$OA^۲=OH^۲+AH^۲=۸^۲+۶^۲=۱۰۰ \Rightarrow OA=۱۰$$

یعنی فاصلهٔ نقطهٔ A از مرکز این دایره برابر ۱۰ است. نقطهٔ B نیز دارای ویژگی مشابهی است، بنابراین هر دو نقطهٔ A و B روی دایره‌ای به مرکز O و به شعاع ۱۰ قرار دارند و در نتیجه بیشترین فاصلهٔ ممکن بین این دو نقطه برابر طول قطر این دایره یعنی برابر ۲۰ است.

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲۳- گزینهٔ «۲» *(خرزانه خاکپاش)*

فرض کنید شعاع دو دایره برابر R و R' $(R>R')$ و طول خط‌المرکزین دو دایره برابر d باشد. در این‌صورت داریم:

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^۲-(R-R')^۲}$$

$$\Rightarrow ۶=\sqrt{۴۰-(R-R')^۲} \Rightarrow ۳۶=۴۰-(R-R')^۲$$

$$\Rightarrow (R-R')^۲=۴ \Rightarrow R-R'=۲$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^۲-(R+R')^۲}$$

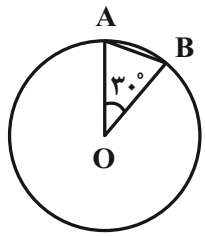
$$\Rightarrow ۲=\sqrt{۴۰-(R+R')^۲} \Rightarrow ۴=۴۰-(R+R')^۲$$

$$\Rightarrow (R+R')^۲=۳۶ \Rightarrow R+R'=۶$$

$$\begin{cases} R-R'=۲ \\ R+R'=۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R=۴ \\ R'=۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{R}{R'}=۲$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۲۴- گزینهٔ «۲» *(محمدحسین حشمت‌الواعظین)*



فرض کنید O مرکز دایرهٔ محیطی و A و B دو رأس متوالی این دوازده ضلعی منتظم باشند. در این صورت داریم:

$$A\hat{O}B=\frac{۳۶۰^\circ}{۱۲}=۳۰^\circ$$

$$S_{AOB}=\frac{۱}{۲}OA\times OB\times \sin(A\hat{O}B)$$

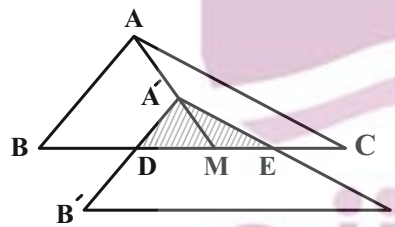
$$=\frac{۱}{۲}\times\sqrt{۲}\times\sqrt{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

این دوازده ضلعی منتظم از ۱۲ مثلث هم‌نهشت با مثلث AOB تشکیل شده است، پس مساحت آن برابر است با:

$$S=۱۲\times\frac{۱}{۲}=۶$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

۲۵- گزینهٔ «۲» *(رضا عباسی‌اصل)*



مطابق شکل تصویر مثلث ABC در انتقال با بردار $\overrightarrow{AA'}$ (A' محل همرسی میانه‌های مثلث ABC است)، مثلث $A'B'C'$ است. ناحیهٔ مشترک بین این دو مثلث، مثلث $A'DE$ است. تصویر یک پاره‌خط در یک انتقال با آن پاره‌خط موازی است، پس داریم:

$$\left.\begin{matrix} A'B'\parallel AB \Rightarrow A'D\parallel AB \\ A'C'\parallel AC \Rightarrow A'E\parallel AC \end{matrix}\right\} \Rightarrow A'\overset{\Delta}{D}E\sim A\overset{\Delta}{B}C$$

نسبت میانه‌هایی متناظر در دو مثلث متشابه، برابر نسبت تشابه است. از طرفی میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را با نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، پس داریم:

$$\frac{S_{A'DE}}{S_{ABC}}=\left(\frac{A'M}{AM}\right)^۲=\left(\frac{۱}{۳}\right)^۲ \Rightarrow \frac{S_{A'DE}}{۵۴}=\frac{۱}{۹}$$

$$\Rightarrow S_{A'DE}=۶$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

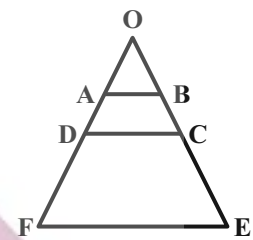
۲۶- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

مطابق شکل فرض کنید امتداد ساق‌های AD و BC یکدیگر را در نقطهٔ O خارج از ذوزنقه قطع کنند. در این‌صورت نقطهٔ O مرکز تجانسی است که ذوزنقهٔ ABCD را بر ذوزنقهٔ DCEF تصویر می‌کند. تحت این تجانس پاره‌خط AB بر پاره‌خط DC و پاره‌خط DC بر پاره‌خط FE تصویر می‌گردد. در نتیجه داریم:

$$\frac{AB}{DC}=\frac{DC}{FE}\Rightarrow\frac{۲}{DC}=\frac{DC}{۸}\Rightarrow DC^۲=۲\times۸=۱۶\Rightarrow DC=۴$$

بنابراین نسبت تجانس برابر است با:

$$k=\frac{DC}{AB}=\frac{۴}{۲}=۲$$



(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

۲۷- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$BC^۲=AB^۲+AC^۲-۲AB\times AC\times\cos\hat{A}$$

$$=۶^۲+۱۰^۲-۲\times۶\times۱۰\times(\frac{-۱}{۲})=۱۹۶\Rightarrow BC=۱۴$$

طبق قضیهٔ سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BC}{\sin\hat{A}}=\frac{AB}{\sin\hat{C}}\Rightarrow\frac{۱۴}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{۶}{\sin\hat{C}}\Rightarrow\sin\hat{C}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۱۴}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۷)

۲۸- **گزینهٔ «۴»** (سوکند روشنی)

$$a^۳+b^۳=bc^۲+ac^۲\Rightarrow(a+b)(a^۲-ab+b^۲)=(a+b)c^۲$$

چون $a+b\neq۰$، پس طرفین تساوی فوق را بر $(a+b)$ تقسیم می‌کنیم:

$$a^۲-ab+b^۲=c^۲\quad(۱)$$

از طرفی طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$c^۲=a^۲+b^۲-۲ab\cos\hat{C}\quad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}a^۲-ab+b^۲=a^۲+b^۲-۲ab\cos\hat{C}$$

$$\Rightarrow۲ab\cos\hat{C}=ab$$

$$\Rightarrow\cos\hat{C}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\hat{C}=۶۰^\circ$$

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C}=\frac{۱}{۲}ab\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۴}ab$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** (سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)

ابتدا به کمک رابطهٔ هرون، مساحت مثلث را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{۹+۱۰+۱۷}{۲}=۱۸$$

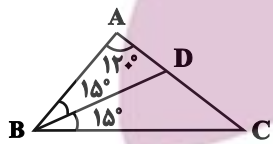
$$S=\sqrt{۱۸(۹)(۸)(۱)}=\sqrt{۳^۴\times۲^۴}=۳۶$$

می‌دانیم که بلندترین ارتفاع متناظر با کوچکترین ضلع مثلث است، بنابراین داریم:

$$۳۶=\frac{۹\times h}{۲}\Rightarrow h=۸$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

۳۰- **گزینهٔ «۱»** (فرزانه خاکپاش)



$$\hat{B}=\hat{C}=\frac{۱۸۰^\circ-۱۲۰^\circ}{۲}=۳۰^\circ$$

طبق قضیهٔ سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BC}{\sin\hat{A}}=\frac{AC}{\sin\hat{B}}\Rightarrow\frac{۶\sqrt{۳}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{AC}{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow AC=۶\Rightarrow AB=۶$$

$$\Rightarrow\overset{\Delta}{ABD}:A\hat{D}B=۱۸۰^\circ-(۱۲۰^\circ+۱۵^\circ)=۴۵^\circ$$

طبق قضیهٔ سینوس‌ها در مثلث ABD داریم:

$$\frac{AB}{\sin(A\hat{D}B)}=\frac{BD}{\sin\hat{A}}\Rightarrow\frac{۶}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=\frac{BD}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$$

$$\Rightarrow BD=\frac{۶\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}}=۳\sqrt{۶}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

آمار و احتمال

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم عکس نقیض یک ترکیب شرطی با آن ترکیب شرطی هم‌ارز است، بنابراین کافی است عبارت صورت سؤال را ساده کنیم:

$$p \Rightarrow (q \vee \sim r)$$

تبدیل ترکیب شرطی به فصلی: $\equiv \sim p \vee (q \vee \sim r)$

جابه‌جایی در ترکیب فصلی: $\equiv \sim p \vee (\sim r \vee q)$

شرکت‌پذیری در ترکیب فصلی: $\equiv (\sim p \vee \sim r) \vee q$

قانون دمورگان: $\equiv \sim (p \wedge r) \vee q$

تبدیل ترکیب فصلی به شرطی: $\equiv (p \wedge r) \Rightarrow q$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

نقیض ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت $p \wedge \sim q$ است. از طرفی نقیض گزارهٔ $(\forall x; P(x))$ به صورت $(\exists x; \sim P(x))$ است، بنابراین نقیض گزارهٔ صورت سؤال به شکل زیر است:

$$(\exists x \in \mathbb{R}; x^2 = 2) \wedge \sim (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0)$$

$$\equiv (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 = 2) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0)$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$A \times B \subseteq (A-C) \times (B \cap C) \Rightarrow \begin{cases} A \subseteq A-C & (1) \\ B \subseteq B \cap C & (2) \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} A-C \subseteq A \xrightarrow{(1)} A-C = A \Rightarrow A \cap C = \varnothing \\ B \cap C \subseteq B \xrightarrow{(2)} B \cap C = B \Rightarrow B \subseteq C \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \varnothing$$

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B)^2 = \varnothing$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(مرتضی فهیم‌علوی)*

$$P(A \cup B) = P(\{a_1, a_2, a_3\}) = 1 - P(\{a_4, a_5\}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - P(a_2)$$

$$\Rightarrow P(a_2) = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} = \frac{10+12-15}{30} = \frac{7}{30}$$

$$P(a_1) = P(\{a_1, a_2\}) - P(a_2) = \frac{1}{3} - \frac{7}{30} = \frac{10-7}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

عقربهٔ A روی عدد اول بایستد: $P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

عقربهٔ B روی عدد اول بایستد: $P(B) = \frac{3}{5}$

چون این دو پیشامد مستقل‌اند:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0/5 + 0/6 - 0/3 = 0/8$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

فرض کنید A پیشامد داشتن برادر بزرگتر و B_1، B_2 و B_3 به ترتیب پیشامدهای انتخاب فرزندان اول، دوم و سوم خانواده باشند. واضح است که فرزند اول خانواده نمی‌تواند برادر بزرگتر داشته باشد ولی فرزند دوم می‌تواند یک برادر بزرگتر و فرزند سوم، یک یا دو برادر بزرگتر داشته باشد. طبق قانون احتمال کل داریم:

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

$$P(A)=P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)+P(B_3)P(A|B_3)$$

$$=\frac{1}{3}\times 0+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{\binom{2}{1}+\binom{2}{2}}{2^2}$$

$$=\frac{1}{3}\left(0+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{3}\times\frac{5}{4}=\frac{5}{12}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۳۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید فراوانی داده‌ها را به‌ترتیب با f_1، f_2، ... و f_6 و تعداد کل داده‌ها را با n نمایش دهیم. با توجه به اینکه برای دستهٔ iام، $\frac{f_i}{n}$ برابر فراوانی نسبی آن دسته است، داریم:

$$\bar{x}=\frac{f_1x_1+f_2x_2+f_3x_3+f_4x_4+f_5x_5+f_6x_6}{n}$$

$$=\frac{f_1}{n}x_1+\frac{f_2}{n}x_2+\frac{f_3}{n}x_3+\frac{f_4}{n}x_4+\frac{f_5}{n}x_5+\frac{f_6}{n}x_6$$

$$=0/1\times 2+0/15\times 6+0/25\times 10+0/3\times 14+0/15\times 18+0/05\times 22$$

$$=0/2+0/9+2/5+4/2+2/7+1/1=11/6$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(خرزانه خاکپاش)*

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$7,8,9/5,10,\underset{\downarrow}{10/5},12,13,13/5,15$$
$$Q_2(\text{میانه})$$

$$Q_1=\frac{8+9/5}{2}=8/75 \quad \text{(چارک اول)}$$

$$Q_3=\frac{13+13/5}{2}=13/25 \quad \text{(چارک سوم)}$$

بنابراین داده‌های داخل جعبه (داده‌های بین چارک‌های اول و سوم) عبارتند از:

$$9/5,10,10/5,12,13$$

برای این دسته از داده‌ها داریم:

$$\bar{x}=\frac{9/5+10+10/5+12+13}{5}=11$$

$$\sigma^2=\frac{(-1/5)^2+(-1)^2+(-0/5)^2+1^2+2^2}{5}=\frac{8/5}{5}=1/7$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا شریف‌فطیبی)*

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی برابر است با:

$$n(S)=\binom{9}{2}=36$$

اگر A پیشامدی تعریف شود که میانگین یک نمونهٔ دو عضوی بزرگ‌تر از ۶ باشد، آنگاه داریم:

$$A=\{(4,9),(5,8),(5,9),(6,7),(6,8),(6,9),(7,8),(7,9),(8,9)\}$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)

۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(خرزانه خاکپاش)*

اگر n و $\bar{x}$ به‌ترتیب اندازه و میانگین نمونه و σ انحراف معیار جامعه باشد، آن‌گاه فاصلهٔ اطمینان ۹۵ درصد برای برآورد میانگین جامعه به‌صورت $[\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\text{و}\bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$ است. بنابراین داریم:

$$(\bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}})-(\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}})=13-11\Rightarrow\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}=2\Rightarrow\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\sigma=4}\frac{4}{\sqrt{n}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\sqrt{n}=8\Rightarrow n=64$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

هندسه ۱

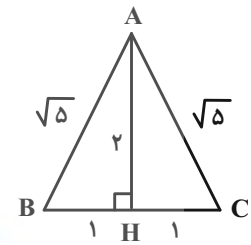
۴۱- **گزینهٔ «۳»** (مسین هاجیلو)

مثال نقض گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» عبارتند از:

گزینهٔ «۱»: در هر مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع نظیر قاعده، عمودمنصف قاعده است و در نتیجه هر نقطهٔ واقع بر آن از دو سر قاعده به یک فاصله است.

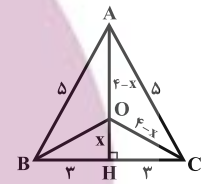
گزینهٔ «۲»: در هر مثلث قائم‌الزاویه، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها وسط وتر (روی مثلث) است.

گزینهٔ «۴»: در مثلث متساوی‌الساقین ABC که طول ساق‌ها برابر $\sqrt{5}$ و طول قاعده برابر ۲ است، مطابق شکل طول میانهٔ وارد بر قاعده نیز برابر ۲ **خواهد بود.**



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۷)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** (محمد خندان)



نقطهٔ O، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث متساوی‌الساقین است، بنابراین از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABH، طول AH را به‌دست می‌آوریم:

$$AH = \sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = ۴$$

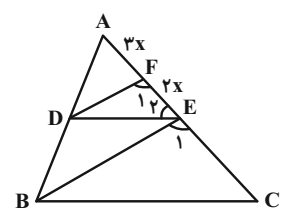
با فرض $OH = x$، $OA = ۴ - x$ است. از آنجا که O از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس $OB = OC = ۴ - x$ می‌باشد، حال با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OCH، داریم:

$$OC^۲ = OH^۲ + CH^۲ \Rightarrow (۴-x)^۲ = x^۲ + ۹$$

$$\Rightarrow ۱۶ - ۸x + x^۲ = x^۲ + ۹ \Rightarrow ۸x = ۷ \Rightarrow x = \frac{۷}{۸} = ۰/۸۷۵$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۴۳- **گزینهٔ «۱»** (مهدی نیک‌زاد)



$$\overset{\Delta}{ABE} : DF \parallel BE \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AF}{FE} \qquad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : DE \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \qquad (۲)$$

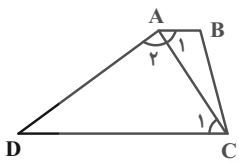
$$(۱), (۲) \Rightarrow \frac{AF}{FE} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{۳x}{۲x} = \frac{۵x}{EC} \Rightarrow EC = \frac{۱۰}{۳}x$$

$$\left.\begin{array}{l} DF \parallel BE \text{ , مورب } AC \Rightarrow \hat{F}_۱ = \hat{E}_۱ \\ DE \parallel BC \text{ , مورب } AC \Rightarrow \hat{E}_۲ = \hat{C} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تساوی دوزاویه}} \overset{\Delta}{DEF} \sim \overset{\Delta}{BCE}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{DEF}}{S_{BEC}} = \left(\frac{FE}{EC}\right)^۲ = \left(\frac{۲x}{\frac{۱۰}{۳}x}\right)^۲ = \left(\frac{۳}{۵}\right)^۲ = \frac{۹}{۲۵}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۷ و ۴۵)

۴۴- **گزینهٔ «۴»** (فرزانه خاکپاش)



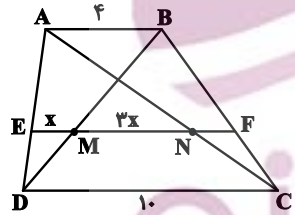
$$AB \parallel CD \text{ , مورب } AC \Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{C}_۱$$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{A}_۱ = \hat{C}_۱ \\ \hat{B} = \hat{A}_۲ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تساوی دوزاویه}} \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{CAD}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{۴}{۱۰} = \frac{۱۰}{CD} \Rightarrow CD = ۲۵$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴۵- **گزینهٔ «۱»** (علی فتح‌آبادی)



$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ABD} : EM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{x}{۴} = \frac{ED}{AD} \\ \overset{\Delta}{ADC} : EN \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{۴x}{۱۰} = \frac{AE}{AD} \end{cases}$$

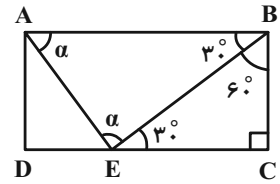
از تقسیم طرفین این دو معادله بر هم، داریم:

$$\frac{\frac{x}{۴}}{\frac{۴x}{۱۰}} = \frac{\frac{ED}{AD}}{\frac{AE}{AD}} \Rightarrow \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{ED}{AE} \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{۱۶}{۱۰} = ۱/۶$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴۶- **گزینهٔ «۴»** (حمیدرضا دهقان)

فرض کنید $AD = a$ باشد، در این صورت طبق فرض $DC = ۲a$ است. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویهٔ BCE طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف طول وتر است، در نتیجه:



$$\hat{E}=30^\circ \Rightarrow BC=\frac{1}{2}BE \xrightarrow{BC=a} BE=2a$$

بنابراین داریم:

$$\left.\begin{matrix} AB=DC=2a \\ BE=2a \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{AEB} \text{ متساوی‌الساقین است.}$$

$$\Rightarrow \alpha+\alpha+30^\circ=180^\circ \Rightarrow \alpha=75^\circ \Rightarrow A\hat{E}B=75^\circ$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۴)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

اگر b و i به‌ترتیب تعداد نقاط مرزی و درونی چندضلعی شبکه‌ای اولیه و S و S' به‌ترتیب مساحت‌های چندضلعی شبکه‌ای اولیه و ثانویه باشند، آنگاه طبق فرمول پیک داریم:

$$\frac{S'}{S}=4 \Rightarrow \frac{\frac{4b}{2}+3i-1}{\frac{b}{2}+i-1}=4 \Rightarrow \frac{4b}{2}+3i-1=\frac{4b}{2}+4i-4$$

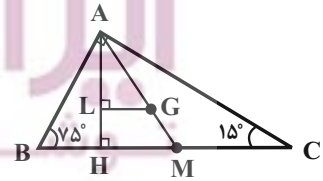
$$\Rightarrow i=3$$

حداقل تعداد نقاط مرزی یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۳ است، بنابراین داریم:

$$S=\frac{b}{2}+i-1 \Rightarrow S_{min}=\frac{3}{2}+3-1=3/5$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** (حسین حاجیلو)



می‌دانیم نقطه همرسی میانه‌ها، هر میانه را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند. در نتیجه داریم:

$$\overset{\Delta}{AHM}: LG \parallel HM \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{LG}{HM}=\frac{AG}{AM}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow LG=\frac{2}{3}HM \quad (1)$$

از طرفی در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ 15°، طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ طول وتر است. همچنین در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول میانهٔ وارد بر وتر، نصف طول وتر است، بنابراین داریم:

$$\overset{\Delta}{AHM}: HM^2=AM^2-AH^2=(\frac{BC}{2})^2-(\frac{BC}{4})^2$$

$$\Rightarrow HM^2=\frac{BC^2}{4}-\frac{BC^2}{16}=\frac{3BC^2}{16}$$

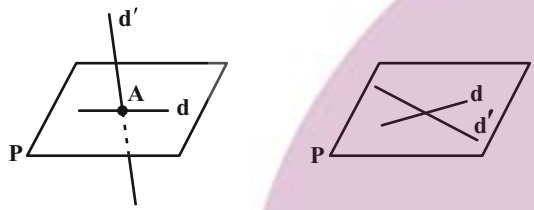
$$\Rightarrow HM=\frac{\sqrt{3}}{4}BC \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow LG=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}BC=\frac{\sqrt{3}}{6}BC$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۰، ۶۴ و ۶۷)

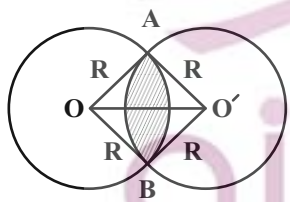
۴۹- **گزینهٔ «۳»** (سهام مجیدی‌پور)

ساق‌های یک ذوزنقه همواره متقاطع هستند. اگر یکی از دو خط متقاطع d و d' به تمامی در صفحهٔ P قرار داشته باشد، آن‌گاه خط دیگر یا کاملاً درون صفحهٔ P قراردارد و یا با صفحهٔ P متقاطع است ولی نمی‌تواند با صفحهٔ P موازی باشد. (چون یکی از خط‌های صفحهٔ P را قطع کرده است).



(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۵۰- **گزینهٔ «۱»** (محمدطاهر شعاعی)



مطابق شکل سطح مقطع حاصل از برخورد این دو کره، دایره‌ای به قطر AB است. طول اضلاع چهارضلعی $OAO'B$ برابر و طول قطر OO' در این چهارضلعی $\sqrt{2}$ برابر طول هر ضلع (شعاع هر کره) است، پس طبق عکس قضیه فیثاغورس در مثلث‌های OAO' و OBO'، هر یک از زوایای A و B قائمه هستند و در نتیجه این چهارضلعی مربع است. در این صورت $AB=OO'=R\sqrt{2}$ است و در نتیجه داریم:

$$\frac{\text{مساحت دایره}}{\text{مساحت کره}}=\frac{\pi(\frac{R\sqrt{2}}{2})^2}{4\pi R^2}=\frac{\pi R^2}{4\pi R^2}=\frac{1}{8}$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

فیزیک ۲

۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی، مالش سرب به موی انسان باعث ایجاد بار منفی در سرب و بار مثبت در موی انسان می‌شود.

حال اگر میلهٔ سربی باردار را به کرهٔ رسانای خنثی تماس دهیم، این بار بین میله و کره توزیع می‌شود و هر دو دارای بار منفی می‌شوند.

در ادامه اگر کرهٔ دارای بار منفی را به آونگ الکتریکی خنثی نزدیک کنیم، به دلیل پدیدهٔ القای الکتریکی، گلولهٔ آونگ جذب کرهٔ باردار می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

گزینهٔ «۱»: اگر $q_1q_2 > 0$، در ناحیهٔ بین دو بار میدان در نقطه‌ای می‌تواند صفر باشد و ممکن است $E_C = 0$ یا $E_B = 0$ شود.

گزینهٔ «۲»: بسته به اندازهٔ بارها ممکن است $E_A = 0$ و یا $E_D = 0$ باشد.

گزینهٔ «۳»: اگر بارها ناهم‌نام و هم‌اندازه باشند در هیچ نقطه‌ای در اطراف آن‌ها میدان صفر نیست.

گزینهٔ «۴»: برای دو بار ناهم‌نام، میدان در بیرون از فاصلهٔ دو بار و نزدیک بار با اندازهٔ کوچکتر می‌تواند صفر باشد.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۵۳- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

$$\Delta U = 1800\,nJ$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2}C\left[V'^2 - V^2\right]$$

$$\Rightarrow 1800\times10^{-9} = \frac{1}{2}C[400-100] \Rightarrow C = 12\,nF$$

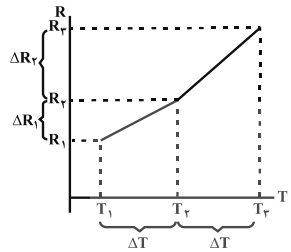
$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \Rightarrow 12\times10^{-9} = \frac{\Delta Q}{10} \Rightarrow \Delta Q = 12\times10^{-8}\,C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۵۴- **گزینهٔ «۲»** *(سیدعلی میرنوری)*

اگر تغییر مقاومت سیم برحسب دما را به‌صورت زیر فرض کنیم، می‌دانیم که:

$$\begin{cases}\Delta R_1 = R_1\alpha(\Delta T)\\ \Delta R_2 = R_2\alpha(\Delta T)\end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta R_2}{\Delta R_1} = \frac{R_2}{R_1} > 1 \Rightarrow \Delta R_2 > \Delta R_1$$



(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** *(معصومه افضلی)*

با توجه به رابطهٔ اختلاف پتانسیل دو سر باتری داریم:

$$\varepsilon = 3(V_{\text{باتری}}) \Rightarrow \varepsilon = 3(\varepsilon - rI) \Rightarrow \varepsilon = \frac{3}{2}rI$$

$$\xrightarrow[r=1/5\,\Omega]{I=4A} \varepsilon = \frac{3}{2}\times1/5\times4 \Rightarrow \varepsilon = 9V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(سعید طاهری‌بروجنی)*

چون هر سه مقاومت به صورت متوالی به هم وصل شده‌اند، جریان عبوری از هر سه مقاومت برابر است. از آن‌جا که تحمل حداکثر اختلاف پتانسیل هم برای سه مقاومت یکسان است، پس مقاومتی که بزرگتر است، ولتاژ بیشتری را تحمل می‌کند و زودتر به سقف اختلاف پتانسیل می‌رسد:

$$I = \frac{V}{R_3} = \frac{240}{20} = 12\,A$$

مقاومت معادل برابر است با: $R_{eq} = 5+15+20 = 40\,\Omega$

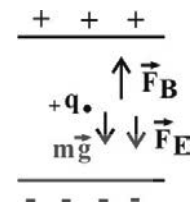
$$\Rightarrow P_T = R_{eq}I^2 = 40\times(12)^2 = 5760\,W = 5/76\,kW$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۴)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(رامین شادلویی)*

باید نیروی $\vec{F}_B$ رو به بالا به ذره اعمال شود تا ذره بدون انحراف به مسیرش ادامه دهد.



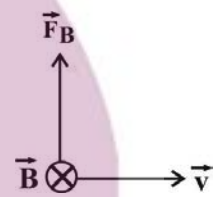
$$F_E = |q|E = |q|\frac{\Delta V}{d} = ۲۰\times۱۰^{-۶}\times\frac{۱۰}{۲\times۱۰^{-۳}} = ۱۰^{-۱}N$$

$$F_B = |q|vB\sin\theta = ۲۰\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۳}\times B \Rightarrow F_B = ۲\times۱۰^{-۲}\times B$$

$$\Rightarrow F_B = F_E + mg$$

$$\Rightarrow ۲\times۱۰^{-۲}\times B = ۱۰^{-۱} + ۱۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰ \Rightarrow B = \frac{۲\times۱۰^{-۱}}{۲\times۱۰^{-۲}} = ۱۰T$$

برای جهت میدان مغناطیسی، طبق قاعدهٔ دست راست داریم:



(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیر ستارزاده)*

طبق رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان خواهیم داشت:

$$F = ILB\sin\theta = ۴\times(۱)\times(۲۰۰\times۱۰^{-۴})\times\sin۳۰^\circ = ۰/۰۴N$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** *(حسین مفرومی)*

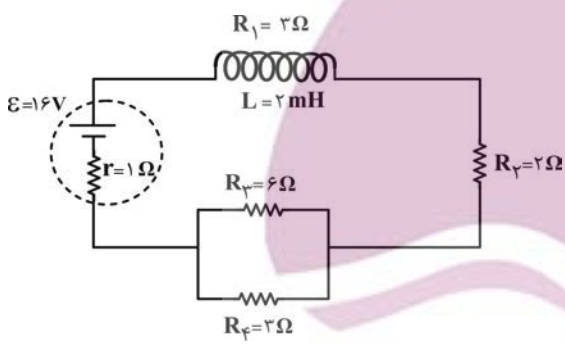
چون شیب نمودار از لحظهٔ ۴s تا ۱۰s ثابت است، پس نیروی محرکهٔ القایی متوسط برای هر بازهٔ زمانی در این محدوده ثابت و یکسان است؛ بنابراین با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -۱\times\frac{-۰/۱۶-۰/۰۸}{۱۰-۴} = ۰/۰۴V = ۴۰mV$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

جریان الکتریکی اصلی مدار که از القاگر می‌گذرد را به‌دست می‌آوریم. به همین منظور، ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم. چون مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ با هم موازی‌اند، داریم:



$$R_{eq} = R_۱ + R_۲ + \frac{R_۳R_۴}{R_۳+R_۴} = ۳+۲+\frac{۶\times۳}{۶+۳} = ۷\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow[\varepsilon=۱۶V]{r=۱\Omega} I = \frac{۱۶}{۷+۱} = ۲A$$

حال انرژی ذخیره شده در القاگر را می‌یابیم:

$$U = \frac{۱}{۲}LI^۲ \xrightarrow[I=۲A]{L=۲mH=۲\times۱۰^{-۳}H} U = \frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۳}\times۴$$

$$\Rightarrow U = ۰/۰۰۴J$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۱)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

فیزیک ۱

۶۱- **گزینهٔ «۲»** *(احسان مطلبی)*

ابتدا تغییرات سرعت خودرو را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{تغییرات سرعت}: \Delta v = v_2 - v_1 = 82/6 - 17/8$$

$$= 64/8 \frac{km}{h} \xrightarrow{\div 3/6} \Delta v = 18 \frac{m}{s}$$

تغییر هر کمیت نسبت به زمان را آهنگ تغییر آن کمیت می‌نامند:

$$\text{آهنگ تغییر سرعت} = \frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{18 \frac{m}{s}}{90 s} = 0/2 \frac{m}{s^2}$$

حال تبدیل یکای زیر را انجام می‌دهیم و مقدار آهنگ سرعت را به فرم نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$0/2 \frac{m}{s^2} = 0/2 \frac{m}{s^2} \times \frac{1 \mu m}{10^{-6} m} \times \left(\frac{3600 s}{1 h}\right)^2 = 2592 \times 10^9$$

$$= 2/592 \times 10^{12} \frac{\mu m}{h^2}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۶۲- **گزینهٔ «۴»** *(محسن قندچلر)*

با توجه به رابطهٔ چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B + m_C}{V_A + V_B + V_C}$$

$$= \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B + \rho_C V_C}{V_A + V_B + V_C} \xrightarrow{V_A = V_B = V_C}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A + \rho_B + \rho_C}{3} \xrightarrow{\rho_B = (\rho_A - 1/7) \frac{g}{cm^3}}$$

$$\Rightarrow 1/8 = \frac{\rho_A + (\rho_A - 1/7) + 1/3}{3}$$

$$\Rightarrow \rho_A = 2/9 \frac{g}{cm^3} = 2900 \frac{kg}{m^3} = 2900 \frac{g}{L}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا رستم‌زاده)*

موارد الف، ب و ت درست‌اند.

مورد «پ» نادرست است؛ زیرا پدیدهٔ پخش نشان‌دهندهٔ حرکات نامنظم و کاتوره‌ای ذرات آب است نه نمک.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(بهنام شاهینی)*

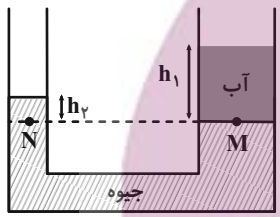
ابتدا حجم آب در شاخهٔ B را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{20/4}{V} \Rightarrow V = 20/4 cm^3$$

سپس ارتفاع آب در شاخهٔ B را به‌دست می‌آوریم:

$$V = Ah \Rightarrow 20/4 = 1/5h \Rightarrow h = 13/6 cm$$

حال می‌توان اختلاف سطح جیوه در دو شاخه را به‌دست آورد:



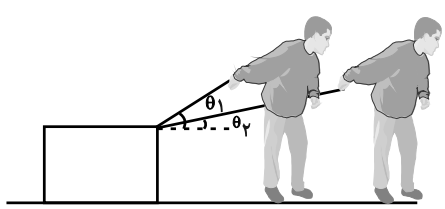
$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_1 = \rho_{\text{جیوه}} h_2$$

$$\Rightarrow 1 \times 13/6 = 13/6 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 1 cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۶۵- **گزینهٔ «۲»** *(فرشاد لطف‌اله‌زاده)*

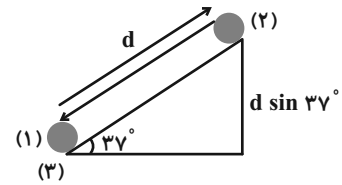
با توجه به شکل، ملاحظه می‌شود که هر چه طول طناب بیش‌تر باشد، θ کوچک‌تر شده، در نتیجه $\cos\theta$ بیش‌تر می‌شود؛ پس طبق رابطهٔ $W = Fd\cos\theta$، در جابه‌جایی یکسان کار افزایش می‌یابد.



(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۹)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(مهری آذرنسب)*

ابتدا قضیهٔ کار- انرژی جنبشی را برای کل مسیر رفت و برگشت می‌نویسیم:



$$W_t = K_۳ - K_۱ \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = \frac{۱}{۲}m(v_۳^۲ - v_۱^۲)$$

$$\xrightarrow{W_{mg}=۰} W_{f_k} = \frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times(۸-۳۲)$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -۱/۲J$$

لذا کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت یا برگشت برابر است با:

$$W'_{f_k} = -۰/۶J$$

حال قضیهٔ کار- انرژی جنبشی را برای مسیر برگشت می‌نویسیم:

$$W'_t = K_۳ - K_۲ \Rightarrow W'_{mg} + W'_{f_k} = \frac{۱}{۲}mv_۳^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$\Rightarrow mgd\sin ۳۷^\circ - ۰/۶ = \frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times((۲\sqrt{۲})^۲ - ۰)$$

$$\Rightarrow ۰/۱\times ۱۰\times d\times ۰/۶ - ۰/۶ = \frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۸$$

$$\Rightarrow d = \frac{۵}{۳}m \xrightarrow{\text{مسافت}=۲d} \text{مسافت} = ۲\times\frac{۵}{۳} = \frac{۱۰}{۳}m$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

چون تغییر طول، تغییر دما و طول اولیهٔ میله معلوم است، با استفاده از رابطهٔ $\Delta L = \alpha L_۱ \Delta T$، ضریب انبساط طولی میله را می‌یابیم. دقت کنید، چون دمای میله برحسب درجهٔ فارنهایت داده شده و α را بر حسب $K^{-۱}$ خواسته است، باید تغییرات دما برحسب درجهٔ فارنهایت را به کلوین تبدیل کنیم:

$$\Delta F = F_۲ - F_۱ \xrightarrow[F_۱=-۲^\circ F]{F_۲=۸۸^\circ F} \Delta F = ۸۸ - (-۲) = ۹۰^\circ F$$

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow ۹۰ = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = ۵۰^\circ C \xrightarrow{\Delta\theta=\Delta T}$$

$$\Delta T = ۵۰K$$

$$\Delta L = \alpha L_۱ \Delta T \xrightarrow[L_۱=۱m=۱۰^۳mm\ ,\ \Delta T=۵۰K]{\Delta L=۰/۶mm=۶\times۱۰^{-۱}mm}$$

$$۶\times۱۰^{-۱} = \alpha\times۱۰^۳\times۵۰ \Rightarrow \alpha = \frac{۶\times۱۰^{-۱}}{۵\times۱۰^۴}$$

$$\Rightarrow \alpha = ۱/۲\times۱۰^{-۵}\ \frac{۱}{K}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیم‌پور)*

طبق رابطهٔ تعادل گرمایی داریم:

$$Q_۱ + Q_۲ = ۰ \Rightarrow m_۱c_۱\Delta\theta_۱ + m_۲c_۲\Delta\theta_۲ = ۰$$

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) $۴\times۳\times(۲۵-۲۰)+۳\times۴\times(۲۵-۳۵) = ۶۰-۱۲۰ = -۶۰ \neq ۰$

۲) $۴\times۳\times(۲۵-۲۰)+۶\times۱\times(۲۵-۳۵) = ۶۰-۶۰ = ۰$ ✓

۳) $۴\times۳\times(۲۵-۲۰)+۲\times۳\times(۲۵-۴۰) = ۶۰-۹۰ = -۳۰ \neq ۰$

۴) $۴\times۳\times(۲۵-۲۰)+۱۲\times۵\times(۲۵-۲۵) = ۶۰-۰ = ۶۰ \neq ۰$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۶۹- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا شیروانی‌زاده)*

با استفاده از قانون گازهای آرمانی داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$

$$\Rightarrow n = \frac{۴۱۵\times۶۰}{۸/۳\times۳۰۰} = ۱۰mol$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(بهنام شاهینی)*

فرایند CA یک فرایند هم‌حجم است. (چون نمودار $P-T$ از مبدأ می‌گذرد.) بنابراین کار انجام شده در این فرایند صفر است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۲)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

شیمی ۲

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(بهراد کتابی)*

گزینهٔ «۳»: مس واکنش‌پذیری کم‌تری نسبت به آهن دارد لذا این واکنش به‌طور خودبه‌خودی انجام‌پذیر نیست.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** *(محمدحسن محمدزاده مقدم)*

بررسی گزینه های نادرست:

۲) هیدروژن پراکسید را نمی‌توان به طور مستقیم از واکنش بین گازهای اکسیژن و هیدروژن تهیه کرد.

۳) آنتالپی واکنش تولید CO را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

۴) تهیهٔ آمونیاک به روش هابر از گازهای نیتروژن و هیدروژن یک واکنش دو مرحله‌ای است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** *(مریم اکبری)*

در دوره سوم جدول تناوبی، از راست به چپ، خصلت نافلزی کاهش می‌یابد و کمترین خصلت نافلزی در گروه هفدهم جدول تناوبی مربوط به آخرین عنصر گروه است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۹)

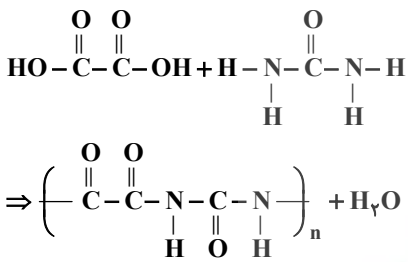
۷۴- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

استفاده از غذاهای بومی و فصلی کاهش مصرف انرژی را با خود همراه دارد. زیرا برای جابه‌جایی موادغذایی و رساندن آن به دست مصرف‌کننده نیازی به پیمایش مسافت طولانی نیست.

کاهش مصرف غذاهای فراوری شده هم تولیدکنندگان غذا را مجاب می‌کند که به طراحی مواد و فراورده‌های شیمیایی سالم‌تر دست بزنند تا بتوانند فروش خود را از دست ندهند.

(شیمی۲- در پی غذای سالم؛ صفحهٔ ۹۵)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*



(شیمی۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمد وزیری)*

$$\text{جرم جامد تولید شده} = ۶۷g\ Al_۲(SO_۴)_۳ \times \frac{\text{خالص } ۸۰g}{\text{ناخالص } ۱۰۰g} \text{ ناخالص} \times \frac{۱mol}{۳۴۲g}$$

$$\times \frac{۱molAl_۲O_۳}{۱molAl_۲(SO_۴)_۳} \times \frac{۱۰۲g}{۱mol} \times \underbrace{\frac{x}{۱۰۰}}_{\text{درصد تجزیه شدهٔ جامد اولیه (آلومینیم سولفات)}} \simeq ۰/۱۶xgAl_۲O_۳$$

مقدار تجزیه شده-۶۷=جرم تودهٔ باقیمانده از جامد اولیه

$$= ۶۷ - \left(۶۷ \times ۰/۸ \times \frac{x}{۱۰۰}\right) = ۰/۶۷\left(۱۰۰ - ۰/۸x\right)$$

$$\Rightarrow ۰/۶۷\left(۱۰۰ - ۰/۸x\right) = ۰/۱۶x \Rightarrow x \simeq ۹۶\%$$

$$\text{حجم گاز تولید شده} = ۶۷gAl_۲(SO_۴)_۳ \text{ ناخالص} \times \frac{\text{خالص } ۸۰g}{\text{ناخالص } ۱۰۰g}$$

$$\times \frac{۱mol}{۳۴۲g} \times \frac{۳molSO_۳}{۱molAl_۲(SO_۴)_۳} \times \frac{۲۲/۴L}{۱mol} \times \frac{۹۶}{۱۰۰} \simeq ۱۰/۱۱LSO_۳$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمد کوهستانیان)*

رابطهٔ میان جرم، حجم و چگالی به‌صورت مقابل است: $\rho = \frac{m}{V}$

بنابراین، می‌توان در رابطه گرمای مبادله شده به جای m از حاصل‌ضرب $\rho.V$ استفاده نمود.

گرمای مبادله شده برحسب ژول برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = \rho.V.c\Delta\theta = ۷/۸ \times ۲۱ \times ۰/۴۵ \times ۱۰ = ۷۳۷/۱J$$

حال برای تبدیل آن به کالری داریم: $۷۳۷/۱J \times \frac{۱\,cal}{۴/۲J} = ۱۷۵/۵cal$

(شیمی ۲- در پی غزای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$C(s,\text{گرافیت}) + O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) \qquad \Delta H = ?$$

برای محاسبهٔ ΔH این واکنش به کمک قانون هس باید واکنش‌های **(I)** و **(III)** را وارونه و با واکنش **(II)** جمع کرد. بنابراین:

$$\Delta H = ۵۷۲ + (-۷۵/۵) + (-۸۹۰) = -۳۹۳/۵kJ$$

$$?kJ = ۹gC \times \frac{\text{۸۰g خالص}}{\text{۱۰۰g ناخالص}} \times \frac{۱molC}{۱۲gC} \times \frac{۳۹۳/۵kJ}{۱molC} = ۲۳۶/۱kJ$$

(شیمی ۲- در پی غزای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = ۱/۸\frac{mol}{L.min} = \frac{۱/۸}{۶۰}\frac{mol}{L.s} = ۰/۰۳\frac{mol}{L.s}$$

نمودار داده شده مربوط به یکی از فراورده‌هاست، چون با گذشت زمان غلظت آن افزایش یافته است.

سرعت متوسط تغییرات غلظت این فراورده در بازهٔ زمانی ۲۰ تا ۳۰ ثانیه برابر است با:

$$\bar{R}_X = \frac{\Delta[X]}{\Delta t} = \frac{(۳/۷ - ۲/۸)}{۱۰} = ۰/۰۹\frac{mol}{L.s}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_B}{۲} = \frac{\bar{R}_C}{۳} \Rightarrow \begin{cases} \bar{R}_C = ۳ \times ۰/۰۳ = ۰/۰۹ \\ \bar{R}_B = ۲ \times ۰/۰۳ = ۰/۰۶ \end{cases} \Rightarrow \bar{R}_X = \bar{R}_C$$

حال تغییرات غلظت مادهٔ A از ابتدا تا ثانیهٔ ۴۰ را پیدا می‌کنیم.

در مدت زمان ۴۰ ثانیه نخست واکنش، تغییرات غلظت C برابر است با:

$$\Delta[C] = ۴/۳\frac{mol}{L}$$

در زمان‌های برابر، تغییرات غلظت متناسب با ضرایب استوکیومتری است:

$$\frac{\bar{R}_C}{\bar{R}_A} = \frac{|\Delta[C]|}{|\Delta[A]|} = \frac{۳}{۴}$$ در مدت زمان ۴۰ ثانیه نخست واکنش

$$\Rightarrow ۴|\Delta[C]| = ۳|\Delta[A]|$$

$$\Rightarrow ۴|۴/۳ - ۰| = ۳|\Delta[A]| \Rightarrow \Delta[A] \simeq ۵/۷۳\frac{mol}{L}$$

(شیمی ۲- در پی غزای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۵)

۸۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین طیبی)*

با افزایش تعداد اتم‌های کربن در زنجیره‌های کربنی در الکل‌ها و اسیدها بخش ناقطبی آن‌ها بزرگ‌تر شده و ویژگی چربی دوستی آن‌ها افزایش می‌یابد (رد گزینهٔ «۲»)؛ همچنین طبق نمودار کتاب درسی با افزایش تعداد کربن‌ها انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش یافته و به انحلال‌پذیری آلکان‌ها که نزدیک به صفر است نزدیک می‌شود. (درستی گزینهٔ «۴»)

همچنین با افزایش طول زنجیرکربنی، به دلیل افزایش جرم مولی، نقطهٔ جوش آن‌ها افزایش می‌یابد (رد گزینهٔ «۱»)

رد گزینهٔ «۳»: با افزایش طول زنجیر کربنی، تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در مولکول افزایش و تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی که مربوط به اتم‌های اکسیژن موجود در گروه عاملی است ثابت می‌ماند، در نتیجه این نسبت به طور کلی افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

شیمی ۱

۸۱- **گزینهٔ «۴»** *(محمد وزیری)*

جملهٔ داده شده با توجه به حاشیهٔ صفحهٔ ۲۳ کتاب درسی درست است. از بین عبارت‌های داده شده، فقط عبارت «الف» درست می‌باشد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) رنگ سرخ ایجاد شده در یک شعله می‌تواند نشان‌دهندهٔ وجود عنصر لیتیم با عدد اتمی ۳ باشد که در دورهٔ دوم جدول تناوبی عناصر قرار دارد.

پ) عدد جرمی عناصر جدول دوره‌ای با افزایش تعداد پروتون‌های هسته یعنی عدد اتمی آن‌ها، اغلب افزایش می‌یابد ولی بی‌نظمی‌هایی نیز در جدول دیده می‌شود.

ت) نور خورشید قبل از عبور از منشور و تجزیه‌شدن، سفید به نظر می‌رسد ولی بعد از عبور از منشور به گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها تجزیه می‌شود و دیگر سفید به نظر نمی‌رسد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۹ تا ۲۳)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

موارد «ت» و «ث» نادرست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «ت»: در واکنش‌های زیست کره (B) درشت‌مولکول‌ها نقش اساسی ایفا می‌کنند.

عبارت «ث»: در فصل ۲ کتاب دهم آموختید که در هوا کره (A) علاوه بر مولکول‌های دو اتمی اکسیژن (O_2) و نیتروژن (N_2)، گازهای دیگری مانند آرگون، کربن‌دی‌اکسید و ... نیز وجود دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(دانیال مهرعلی)*

با بررسی نوع و مقدار عنصرهای سازندهٔ برخی سیاره‌های سامانهٔ خورشیدی و مقایسهٔ آن با عناصر سازندهٔ خورشید، می‌توان به درک بهتری از چگونگی تشکیل عناصر دست یافت.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحهٔ ۲)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(جعفر رحیمی)*

موارد ب و ت درست‌اند.

بررسی موارد:

الف) اوزون مانع ورود پرتوهای فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شود.

ب) در هوا، در هنگام رعد و برق اکسیدهای نیتروژن حاصل می‌شود.

پ) از این واکنش اوزون تروپوسفری حاصل می‌شود نه استراتوسفری.

ت) درست است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(سهند راحمی‌پور)*

$$\left.\begin{array}{l} n+p=۷۸ \\ p=e+۳ \\ e=\frac{۲}{۳}n \end{array}\right\} \Rightarrow p=\frac{۲}{۳}n+۳ \Rightarrow n+\frac{۲}{۳}n+۳=۷۸$$

$$\Rightarrow n=۴۵ \quad , \quad p=۷۸-۴۵=۳۳$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحهٔ ۵)

۸۶- **گزینهٔ «۴»** *(محمدحسن محمدزاده‌مقدم)*

عنصر $_{۲۴}X$ متعلق به دورهٔ چهارم است؛ بنابراین عنصر مورد نظر در دورهٔ چهارم جای دارد. از طرفی $_{۱۶}Y$ متعلق به گروه ۱۶ است؛ بنابراین آرایش الکترونی عنصر موردنظر به‌صورت زیر است:

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

$۳۴ = \text{عدد اتمی} \Rightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} \underbrace{4s^2 4p^4}_{\text{لایهٔ ظرفیت}}$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۸۷- **گزینهٔ «۴»** (آروین شجاعی)

بررسی موارد نادرست:

ب) در روش اسمز معکوس همانند صافی کربن میکروب‌ها از بین نمی‌روند.

ت) از روش اسمز نمی‌توان برای تهیه آب شیرین استفاده کرد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۸۸- **گزینهٔ «۴»** (جعفر رحیمی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: منیزیم تنها یک نوع یون می‌تواند بسازد و نباید از اعداد رومی استفاده شود و نام درست آن منیزیم نیترید است.

گزینهٔ «۲»: FeO آهن (II) اکسید نام دارد.

گزینهٔ «۳»: آهن (III) کلرید؛ $FeCl_3$ $\left\{\begin{matrix}\text{تعداد کاتیون} = ۱ \\ \text{تعداد آنیون} = ۳\end{matrix}\right. \Leftarrow \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{۱}{۳}$

مس (II) اکسید؛ CuO $\left\{\begin{matrix}\text{تعداد کاتیون} = ۱ \\ \text{تعداد آنیون} = ۱\end{matrix}\right. \Leftarrow \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = ۱$

گزینهٔ «۴»:

$\frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{۱}{۱} = ۱ \Rightarrow$ کبالت (II) سولفید

$\frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{۱}{۱} = ۱ \Rightarrow$ آلومینیم فسفید

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** (کتاب آبی)

موارد «آ» و «ب» نادرست هستند.

$$۲Al(s) + ۳CuSO_4(aq) \rightarrow Al_2(SO_4)_3(aq) + ۳Cu(s)$$

بررسی موارد:

عبارت (آ): $?\,molCu^{2+} = ۴۰/۵gAl \times \frac{۱molAl}{۲۷gAl} \times \frac{۳molCu^{2+}}{۲molAl} = ۲/۲۵molCu^{2+}$

عبارت (ب):

۴ = ۳ + ۱ = مجموع ضرایب فراورده‌ها

۵ = ۳ + ۲ = مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها

عبارت (پ): یون SO_4^{2-} نقشی در انجام واکنش ندارد و تعداد مول آن، حین انجام واکنش ثابت است.

عبارت (ت): در معادلهٔ موازنهٔ شده واکنش، در سمت واکنش دهنده‌ها

$$\text{۵ مول} \rightarrow \begin{cases} ۲Al^{3+} \\ ۳SO_4^{2-} \end{cases}, \quad \text{۶ مول یون و در سمت فراورده‌ها،} \rightarrow \begin{cases} ۳Cu^{2+} \\ ۳SO_4^{2-} \end{cases}$$

یون وجود دارد. پس از شمار یون‌ها کاسته می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** (خرزاد رضایی)

مطابق قانون هنری، در دمای ثابت با دو برابر شدن فشار گاز، انحلال‌پذیری آن دو برابر می‌شود؛ یعنی:

انحلال‌پذیری گاز در فشار ۱۶atm $= ۰/۱۵ \times ۲ = ۰/۳g$

اکنون مقدار گاز حل شده در ۷۵۰g محلول سیرشده را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,g\,\text{گاز} = ۷۵۰g\,\text{محلول} \times \frac{۰/۳g\,\text{گاز}}{۱۰۰/۳g\,\text{محلول}} \simeq ۲/۲۴g\,\text{گاز}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت