

# سوالات موضوعی نهایی

## ((حساب ۲))

پایه دوازدهم رشته می ریاضی و فنریک

تهریکننده: حابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متواتر استان خوزستان

# (( فصل اول : تابع ))

\*\*\*

## تبديل نمودار توابع

۱/۵ نمره	۹۷	<p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع <math>(2x)g(x) = -f(2x)</math> را رسم کنید.</p> <p>سپس دامنه و برد تابع <math>g</math> را تعیین کنید.</p>	۱
۱ نمره	۹۶	<p>نمودار تابع <math>y = f(x)</math> به صورت زیر است. نمودار <math>y = 2f(x-1)</math> را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p>	۲
۳/۵ نمره	۹۸	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>اگر <math>k &gt; 1</math> باشد، نمودار <math>y = f(kx)</math> از انبساط افقی نمودار <math>y = f(x)</math> در راستای محور <math>x</math> ها به دست می آید.</p>	۳
۴/۵ نمره	۹۸	<p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع <math>y = -f(2x)</math> را رسم کنید.</p> <p>سپس دامنه تابع <math>g</math> را تعیین کنید.</p>	۴

نوشته‌ای برای معرفی

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک

۵	کوتاه پاسخ دهد.	
۶	<p>الف : در فاصله‌ی <math>(-1, 0)</math> از بین دو تابع <math>f(x) = x^3</math> و <math>g(x) = x^2</math>، نمودار کدام تابع پایین تر از دیگری قرار دارد؟</p> <p>ب : نمودار تابع <math>y = f(x)</math>، قرینه‌ی نمودار تابع <math>y = -f(x)</math> نسبت به کدام محور است؟</p>	
۷	<p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع <math>g(x) = f(3-x)</math> را رسم کرده و دامنه‌ی آن را تعیین کنید.</p>	
۸	<p>نمودار تابع <math>f(x)</math> در شکل زیر رسم شده است.</p> <p>نمودار تابع <math>g(x) = f(2x+1)</math> را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p>	
۹	<p>با توجه به نمودار تابع <math>f</math> که در شکل زیر آمده است.</p> <p>نمودار تابع <math>g(x) = f(2x-1)</math> را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p>	

۹	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. نقطه‌ی $(-1, 2)$ در تابع $y = f(2x + 1)$ ..... در تابع $y = f(x)$ متناظر با نقطه‌ی ..... است.	۳/۰ نمره	خرداد ۹۹
۱۰	اگر نمودار $f$ به صورت مقابل باشد. نمودار تابع $y = f(x - 1) + 2$ زیر رارسم کنید و دامنه و برد آنها را بنویسید.	۵/۱ نمره	خرداد ۹۹
۱۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. نمودار تابع $y = (x + 2)^3$ را می‌توان با ۲ واحد انتقال نمودار تابع $y = x^3$ به سمت چپ، رسم کرد.	۳/۰ نمره	خرداد ۹۹
۱۲	در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. اگر بازه‌ی $[1, -2]$ دامنه‌ی تابع $f(x)$ باشد، دامنه‌ی تابع $f(3x + 1)$ برابر ..... است.	۵/۰ نمره	شهریور ۹۹
۱۳	نمودار تابع زیر را به کمک نمودار تابع $y = \cos x$ رسم کنید.	۱ نمره	شهریور ۹۹
۱۴	نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x) = f(2x - 1)$ رارسم کنید و دامنه و برد آن را تعیین کنید.	۱ نمره	دی ۹۹

### تابع درجه‌ی سوم و چند جمله‌ای

۱	کوتاه پاسخ دهید.	۳/۰ نمره	شهریور ۹۸
۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.	۳/۰ نمره	خرداد ۹۹

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک

۳	۲۰/۰ نمره	شهریور ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. چند جمله‌ای $P(x) = (x+1)^3(x-2)^2$ یک چند جمله‌ای از درجه‌ی ۵ است.	۳
---	-----------	-----------	---	---

### تابع یکنوا

۱	۷۰/۰ نمره	دی ۹۷	نمودار تابع $f(x) = (x+1)^3$ را رسم کنید. سپس تعیین کنید که این تابع در دامنه‌ی خود اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟	
۲	۲۰/۰ نمره	شهریور ۹۸	کوتاه پاسخ دهید. تابع $ x+2  = h(x)$ در چه بازه‌ای اکیداً صعودی است؟	۲
۳	۰/۰ نمره	شهریور (راه)	اگر $\log(x+1) \leq \log(2x-3)$ ، حدود $x$ را به دست آورید؟	
۴	۰/۰ نمره	دی ۸۸	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. اگر تابع $f$ ردیک بازه نزولی باشد، آنگاه در این بازه اکیداً نزولی می‌باشد.	
۵	۰/۰ نمره	دی ۸۸	در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. $\frac{1}{64} \leq \frac{1}{2^{3x-2}}$ باشد، حدود $x$ برابر ..... است.	
۶	۰/۰ نمره	خرداد ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر تابع $y = f(x)$ در یک فاصله هودی باشد، آنگاه در آن فاصله اکیداً صعودی نیز خواهد بود.	
۷	۰/۰ نمره	خرداد ۹۹	نمودار تابع $f(x) = x^3 + 2$ را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه‌ای این تابع اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.	
۸	۰/۰ نمره	خرداد ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $x^{-2}$ $(x, g)$ ، تابعی است که در تمام دامنه‌ی خود اکیداً یکنوا است.	
۹	۰/۰ نمره	خرداد ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = -x^3 + 2x$ روی بازه‌ی $[-\infty, 3]$ اکیداً صعودی است.	

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

۱۰	جاهای خالی را با عبارت مناسب پرکنید.	
	برای آنکه تابع $y = ax + b$ در دامنه اش هم صعودی باشد و هم نزولی، مقدار $a$ باید برابر با .... باشد.	
۱۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.	
	اگر تابع $f$ در یک بازه نزولی اکید باشد، در این بازه نزولی نیز هست.	
۱۲	با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & x \leq 1 \\ -1 & x > 1 \end{cases}$ تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی می‌باشد	
۱۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.	
	تابع $(x)$ در بازه‌ی شامل $b$ و $a$ صعودی است. اگر $(a) \leq b$ آنگاه $f(a) \leq f(b)$	

**تقسیم چند جمله‌ای‌ها و بخش پذیری**

۱	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پرکنید.	
	اگر باقی مانده‌ی تقسیم $x^3 + kx^2 - 1$ بر $x + 2$ باشد. مقدار $k$ برابر ..... است.	
۲	اگر چند جمله‌ای $x^3 + ax^2 - 3$ بر $x + 1$ بخش پذیر باشد. باقی مانده‌ی تقسیم $(x)$ بر $x - 2$ را به دست آورید.	
۳	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پرکنید.	
	باقی مانده‌ی تقسیم $x^3 - 2x$ بر $x - 1$ برابر ۲ برابر با ..... است.	
۴	مقدار $b$ و $a$ را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx - 2$ بر $x - 2$ بخش پذیر بوده و باقی مانده‌ی تقسیم آن بر $x + 1$ برابر ۳ باشد.	
۵	مقدادر $b$ و $a$ را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.	
۶	در چند جمله‌ای $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ ، مقدادر $b$ و $a$ را چنان بایابد که باقی مانده‌ی تقسیم آن بر $x - 1$ برابر ۴ باشد و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.	

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک

۱ نمره	خرداد ۹۹	مقدار $b$ و $a$ را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ بخش پذیر باشد.	۷
۵/۲۰ نمره	خرداد ۹۹ خ	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در تقسیم $p(x) = 2x^3 + 2x^2 + x - 1$ باقی مانده برابر صفر است.	۸
۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	در چند جمله‌ای $y = x^3 + ax^2 + x + b$ مقادیر $a$ و $b$ را چنان بیابید که باقی مانده‌ی تقسیم آن بر $x - 1$ برابر با $4$ باشد و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.	۹
۵/۱۰ نمره	شهریور ۹۹	مقادیر $a$ و $b$ را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ بر $x - 2$ بخش پذیر بوده و باقی مانده‌ی تقسیم آن بر $x + 1$ برابر $3$ باشد.	۱۰

### اتحاد‌های تکمیلی

۱ نمره	دی ۹۷	هر یک از چندجمله‌ای‌های زیر را برحسب عامل خواسته شده، تجزیه کنید. ب) $x^6 - 1$ با عامل $x + 1$ الف) $x^5 + 1$ با عامل $x - 1$	۱
۵/۰ نمره	خرداد ۹۸	چندجمله‌ای $x^6 - 1$ را بر حسب عامل $x + 1$ تجزیه کنید.	۲
۵/۰ نمره	خرداد ۹۹ خ	چند جمله‌ای $x^5 + 1$ را بر حسب عامل $x + 1$ تجزیه کنید.	۳
۱ نمره	دی ۹۹	چند جمله‌ای $x^6 - 1$ را با عامل $x - 1$ تجزیه کنید.	۴

### تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان



# (( فصل دوّم : مثلثات ))

\*\*\*

## دورهی تناوب

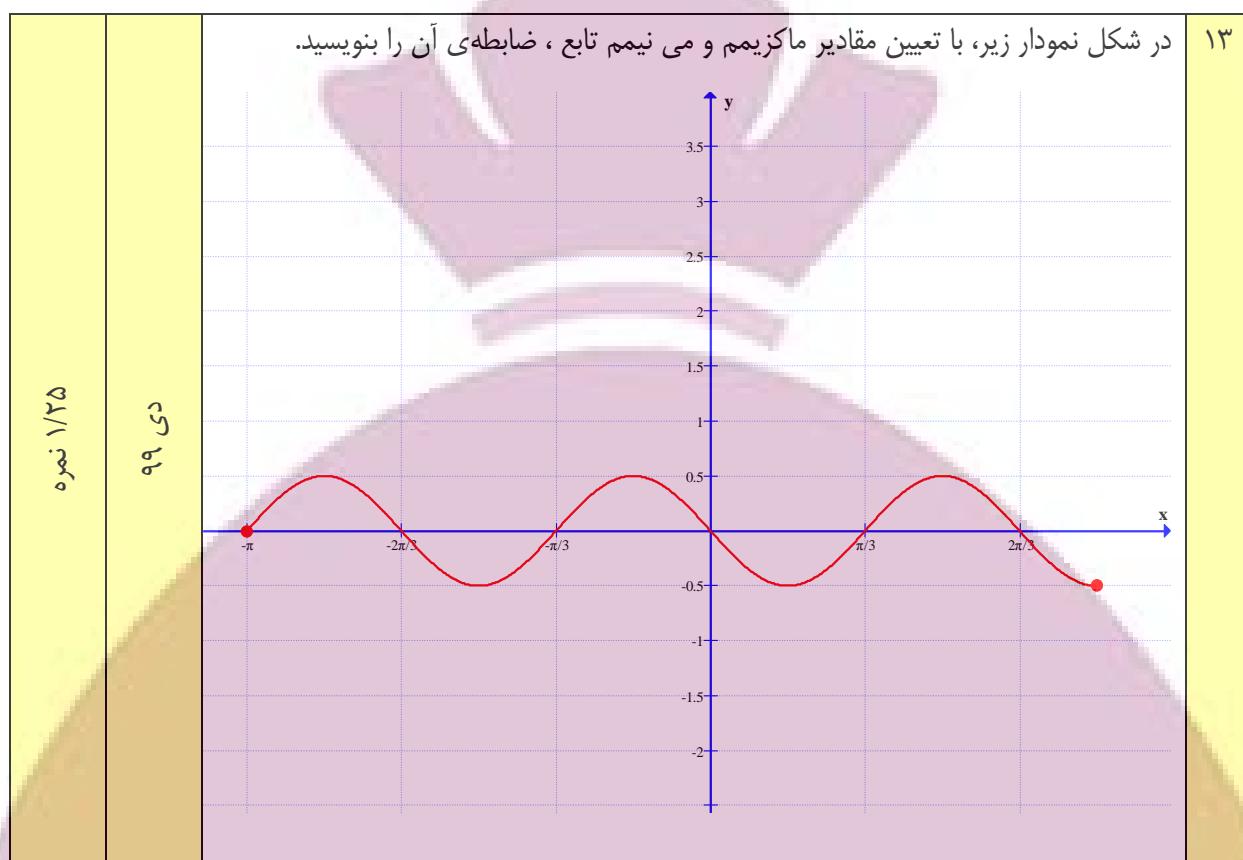
۱	درست یا نادرست بودن جمله‌ی زیر را مشخص کنید.	۲۳/۰ نمره	دی ۹۷
۲	ضابطه‌ی تابعی به فرم $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که دوره‌ی تناوب آن $\pi$ ، مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن -۳ باشد.	۱ نمره	دی ۹۷
۳	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. دوره‌ی تناوب تابع $y = 3 \cos(-\frac{\pi}{4}x)$ برابر با .... است.	۲۳/۰ نمره	برداد ۹۸
۴	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. دوره‌ی تناوب تابع $y = -\frac{1}{4} \cos(\pi x)$ برابر با .... است.	۲۳/۰ نمره	پژوهشگاه
۵	مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 - 2 \sin(3x)$ را به دست آورید.	۰/۰ نمره	پژوهشگاه
۶	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos(\pi x) + 1$ را مشخص کنید.	۰/۱ نمره	تمهیب‌پور آله
۷	ضابطه‌ی تابعی به صورت $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که دوره‌ی تناوب آن $\pi$ ، مقدار ماکزیمم آن ۶ و مقدار مینیمم آن -۲ باشد.	۰/۱ نمره	دی ۹۷
۸	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید. دوره‌ی تناوب تابع $y = 8 \cos(\frac{x}{3})$ برابر با .... است.	۰/۰ نمره	برداد ۹۸
۹	مقدار ماکزیمم و می نیمم تابع $y = 1 + 2 \sin 7x$ را به دست آورید.	۱ نمره	برداد ۹۹

توشه‌ای برای موفقیت

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک

۱۰	نمره	<p>معادله‌ی منحنی رو به رو را به صورت <math>y = a \sin(bx)</math> یا <math>y = a \cos(bx)</math> یا <math>y</math> بیان کنید.</p>	۱۰
۱۱	نمره	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. دوره‌ی تناوب و مقدار مینیمم تابع <math>y = 2 \sin \frac{\pi}{2} x - 1</math> به ترتیب برابر با ..... و ..... است.</p>	۱۱
۱۲	نمره	<p>دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و تابع <math>y = \sqrt{5} - \pi \cos \frac{1}{2} x</math> را محاسبه کنید.</p>	۱۲

ایران ای  
توشه‌ای ب رای موقیت  
(صفحه‌ی ۲)



### تابع تانژانت

۳/۲۰ تمام	دی ۹۶	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. دورهی تناوب تابع تانژانت برابر با ..... است.	۱
۳/۲۰ تمام	دی ۷۸	درست یا نادرست بودن جملهی زیر را مشخص کنید. تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است.	۲
۳/۲۰ تمام	پرداده ۷۸	درست یا نادرست بودن جملهی زیر را مشخص کنید. نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ که در آن $k \in \mathbb{Z}$ در دامنهی تابع تانژانت قرار ندارند.	۳
۳/۰ تمام	شهریور ۷۸	کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟ الف : تابع تانژانت در بازهی $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ اکیداً صعودی است? ب : نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ و $k \in \mathbb{Z}$ در دامنهی تابع تانژانت قرار دارند.	۴
۳/۰ تمام	پرداده ۹۷	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. دورهی تناوب اصلی تابع $x = \tan y$ برابر ..... است.	۵

**سوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک**

۳/۲۰	نمره شهریور ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. $x = \frac{\pi}{2}$ تابع تانژانت در تعريف نشده است.	۶
۵/۲۰	نمره دی ۹۶	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پرکنید. دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $y = \tan x$ به صورت $\{x \in R \mid x \neq \dots\}$ است.	۷

**معادلات مثلثاتی**

۵/۲۱	نمره دی ۹۷	معادله‌ی مثلثاتی $\cos 3x - \cos x = 0$ را حل کنید.	۱
۵/۱۱	نمره خرداد ۹۸	معادله‌ی $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	۲
۵/۲۱	نمره پیاپی ۹۸	معادله‌ی $\sin 2x - \cos x = 0$ را حل کنید.	۳
۱	نمره شهریور ۹۸	معادله‌ی $\sin 3x = \sin 2x$ را حل کنید.	۴
۱/۵	نمره دی ۸۹	معادله‌ی $2\cos^3 x - \sqrt{3} = 0$ را حل کنید.	۵
۵/۱	نمره خرداد ۹۹	معادله‌ی $2\sin^3 x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید.	۶
۱	نمره خرداد ۹۹	مثلثی با مساحت $8\sqrt{2}$ سانتی متر مربع است. اگر اندازه‌ی هر ضلع آن ۴ و ۸ سانتی متر باشد، آنگاه چند مثلث با این خاصیت وجود دارد؟	۷
۱	نمره خرداد ۹۹	معادله‌ی مثلثاتی مقابله‌ی را حل کنید.	۸
۵/۷۱	نمره شهریور ۹۹	معادله‌ی مثلثاتی $2\sin^2 x + 9\cos x + 3 = 0$ را حل کنید.	۹

۱/۵  
تمہارے

۷۰  
جواب

معادله میلٹھاتی  $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$  را حل کنید.

۱۰

تھیہ کنندہ : جابر عامری

عضو گروہ ریاضی دورہ دوم متوسطہ استان خوزستان

ایران اوریز  
توشہ ای برای موقوفت  
(صفحہ ۵)

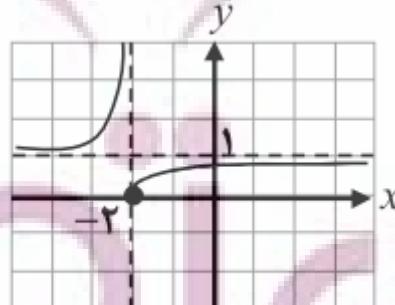
## فصل سوم

# ((حدهای نامتناهی، حد در بینهایت))

\*\*\*

### حدهای نامتناهی و حد در بینهایت

۱	۹۷/۱ نمره	دی	حدود زیر را به دست آورید.
۲	۹۸/۰ نمره	خرداد	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{9-x^2}$ برابر با $\infty$ است.
۳	۹۸/۰ نمره	خرداد	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+5}{x-2}$ برابر با ..... است.
۴	۹۸/۱ نمره	پیاپی	حدود زیر را به دست آورید.
۵	۹۸/۰ نمره	شهریور	با توجه به نمودار تابع $f$ که در شکل زیر آورده شده است. به سوالات زیر پاسخ دهید. (الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \dots$ (ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$
۶	۹۸/۱ نمره	شهریور	حدهای زیر را محاسبه کنید.



سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل سوم درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک

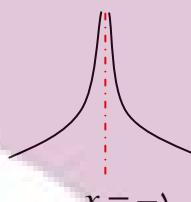
۷/۰ نمره	دی ۹۸	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 - 2x - 5x^4)$ برابر با ..... است.	۷
۷/۱ نمره	دی ۸۶	حاصل حد های زیر را به دست آورید. (الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x + 1}{x - 5} - \frac{2}{x} \right)$	۸
۲ نمره	فرداد ۹۹	حدود زیر را محاسبه کنید. (الف) $\lim_{x \rightarrow .+} \frac{x^3 + x}{x^2}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^3 + 2x - 1}$	۹
۵/۲/۱ نمره	فرداد ۹۹ ۷	نمودار تابع $f$ به صورت مقابل است. الف : حدود زیر را محاسبه کنید. (الف) $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{-2x}{f(x)}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{-2x}{f(x)}$ ب : نمودار تابع $y = \frac{-2x}{f(x)}$ در اطراف نقطه $x = a$ چگونه است؟	۱۰
۱ نمره	فرداد ۹۹ ۷	حد های زیر را به دست آورید. (الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2x^2}{4x^3 + 2x - 1}$	۱۱
۵/۱ نمره	شهریور ۹۹	حدود زیر را محاسبه کنید. (الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x + 1}{\tan x}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 + 1}{x^3 + 2x^2 + 1}$	۱۲
۱ نمره	دی ۹۹	حد های زیر را محاسبه کنید. (الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{[x] + 1}{x + 1}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - x^3}{3x^2 + 2}$	۱۳

۱۴	در نمودار تابع $f(x)$ موارد زیر را مشخص کنید.	<p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)</math></p> <p>(ب) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)</math></p>
۵/۰ نمره	دی ۹۹	

### مجانب افقی و مجانب قائم

۱	مجانب های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{3x}{x^3 - 1}$ را بیابید.	۳/۱ نمره
۲	کدام یک از خطوط $x = -1$ و $x = 3$ مجانب قائم $f(x) = \frac{x^3 - 4x + 3}{x^3 - 2x - 3}$ می‌باشد؟ دلیل پاسخ خود را بنویسید.	۵/۰ نمره
۳	با توجه به نمودار تابع $f$ که در زیر آمده است. معادلات مجانب های افقی تابع را بنویسید. 	۵/۰ نمره
۴	مجانب های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{1+2x^2}{1-x}$ را بیابید.	۵/۰ نمره
۵	مجانب قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{x+3}{2-x}$ را بنویسید.	۵/۰ نمره
۶	مجانب قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+x}{x^2-x}$ را بنویسید.	۱/۰ نمره
۷	نمودار تابع $f$ را به گونه‌ای رسم کنید که همه‌ی شرایط زیر را دارا باشد. الف: $f(1) = f(-2) = 0$ ب: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ . ج: خط $y = -1$ مجانب افقی آن باشد.	۵/۰ نمره

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل سوم درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک

۲ نمره	خرداد ۹۶	مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{x}{x^2 - 4}$ را در صورت وجود بدست آورید.	۸
۵ نمره	خرداد ۹۶	نمودار تابع $f$ را به گونه‌ای رسم کنید که همه‌ی شرایط زیر را دارا باشد. الف : $f(1) = f(-2) = 0$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ ج : خط $y = -1$ مجانب افقی آن باشد.	۹
۷ نمره	خرداد ۹۶	مجانب های افقی و قائم تابع زیر را به دست آورید. $y = \frac{2x + 5}{ x  - 1}$	۱۰
۲ نمره	شهریور ۹۹	مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{1+2x^3}{1-x^2}$ را در صورت وجود به دست آورید.	۱۱
۱ نمره	شهریور ۹۹	نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x^3+x}$ در نزدیکی مجانب قائم آن به چه صورتی می‌باشد؟	۱۲
۱ نمره	شهریور ۹۹	$f(x) = \frac{x+3}{x^2+bx+c}$ در اطراف نقطه‌ی $x = -1$ به صورت شکل زیر باشد، مقادیر $b$ و $c$ را به دست آورید. 	۱۳
۱/۵ نمره	دی ۹۹	مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{4x^2+1}{2x^2+x}$ را در صورت وجود بیابید.	۱۴

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

ایرانی  
توشه‌ای برای موفقیت  
(صفحه‌ی ۴)

# (( فصل چهارم : مشتق ))

\*\*\*

## مفهوم مشتق

۱	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.	۲۵/۰ نمره	۹۷
۲	مشتق تابع $f(x) = \sqrt{2x - 1}$ در نقطه ای به طول یک روی منحنی تابع، عدد ..... است.	۲۵/۰ نمره	برنامه کده
۳	مشتق تابع $f(x) = \frac{x}{x+1}$ در نقطه ای به طول ۲ روی منحنی تابع، عدد ..... است.		

## محاسبهٔ مشتق تابع در یک نقطه

۱	اگر $f(x) = x^3 - 3x$ باشد. با استفاده از تعریف (۱) $f'(x)$ را حساب کنید.	۱	۱ نمره	۹۷
۲	با استفاده از تعریف مشتق، معادلهٔ خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ در نقطهٔ $x = 3$ به دست آورید.	۲	۱/۵ نمره	۹۶.۹
۳	اگر $f(x) = x^3 - 3x$ باشد، با استفاده از تعریف مشتق (۱) $f'(x)$ را حساب کنید.	۳	۲۵/۱ نمره	۹۷-۹۸

## مشتق پذیری و پیوستگی

۱	مشتق پذیری تابع $f(x) =  x-2 $ را در $x=2$ بررسی کنید.	۱	۱ نمره	۹۷
۲	نشان دهید، نقطهٔ به طول $-1 = x$ ، نقطهٔ گوشه ای برای تابع $f(x) =  x^3 + x $ باشد.	۲	۲۵/۱ نمره	۹۷-۹۸

توشه‌ای برای موفقیت

**سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل چهارم درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک**

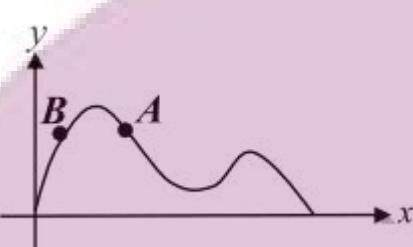
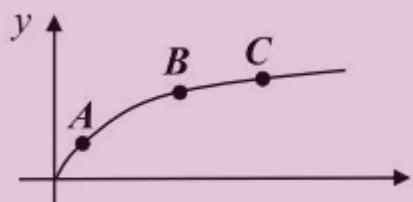
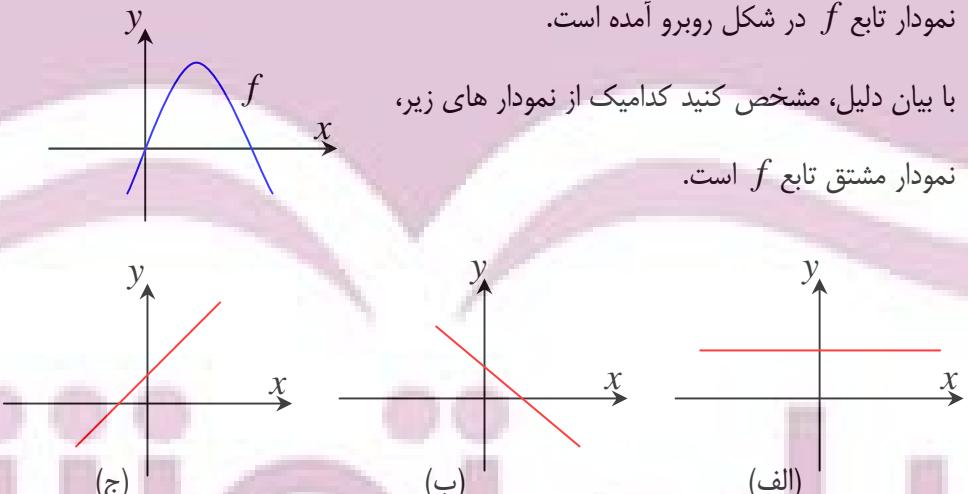
۳	۱۰/۲۲ نمره	برنامه داده	قضیه: ثابت کنید اگر تابع $f$ در $a = x$ مشتق پذیر باشد، آنگاه $f$ در $x = a$ پیوسته است.
۴	۰/۷۵ نمره	برنامه	نشان دهید $x = ۰$ مماس قائم برای تابع $f(x) = \sqrt[۳]{x}$ است.
۵	۰/۲ نمره	شهرپور شهید	مشتق پذیری تابع $ x^۲ - ۴ $ در $x = ۲$ بررسی کنید.
۶	۰/۲۵ نمره	دیگر	مشتق پذیری تابع مقابله $x = ۱$ در نقطه $x = ۱$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^{\frac{۱}{۲}} + ۳ & x \geq ۱ \\ ۳x + ۱ & x < ۱ \end{cases}$
۷	۰/۰۵ نمره	برنامه داده	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر تابع $f$ در $x = a$ پیوسته نباشد، در آنگاه $f$ در $a$ مشتق پذیر هم نیست.
۸	۰/۰۲ نمره	برنامه داده	مشتق پذیری تابع $ x^{\frac{۱}{۲}} - ۱ $ در $x = ۱$ بررسی کنید.
۹	۰/۰۵ نمره	برنامه داده	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) =  x $ در نقطه $x = ۰$ مشتق پذیر نیست.
۱۰	۰/۰۵ نمره	برنامه داده	جای خالی را کامل کنید. خط $x = ۱$ بر منحنی $f(x) = \sqrt[۳]{x - ۱}$ ، ..... است.

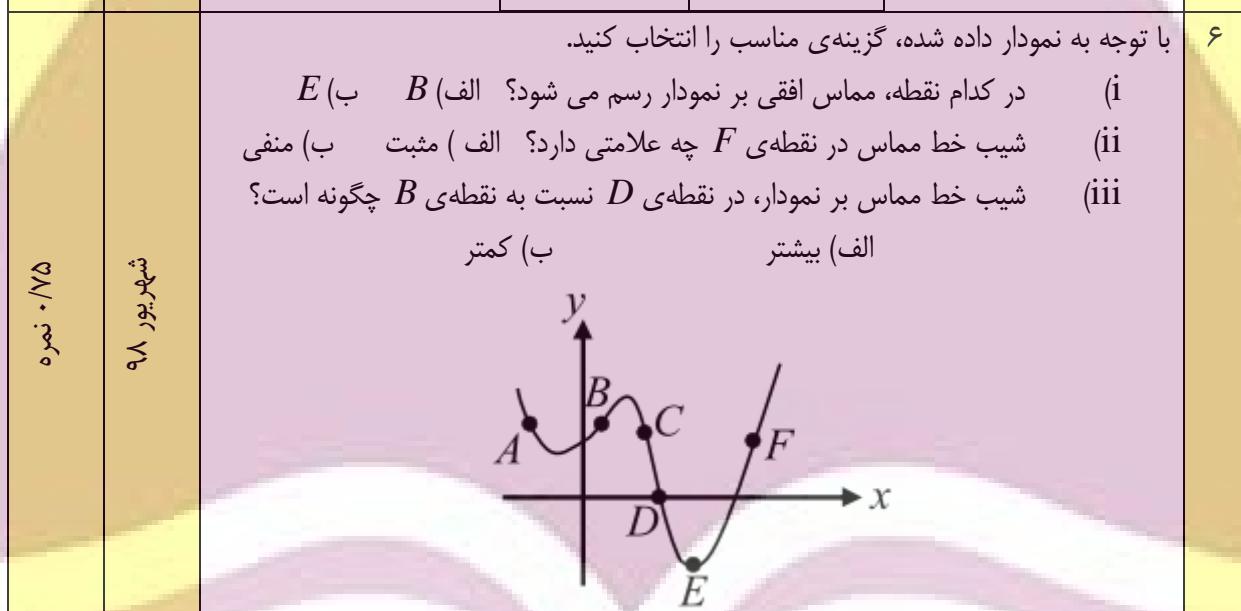
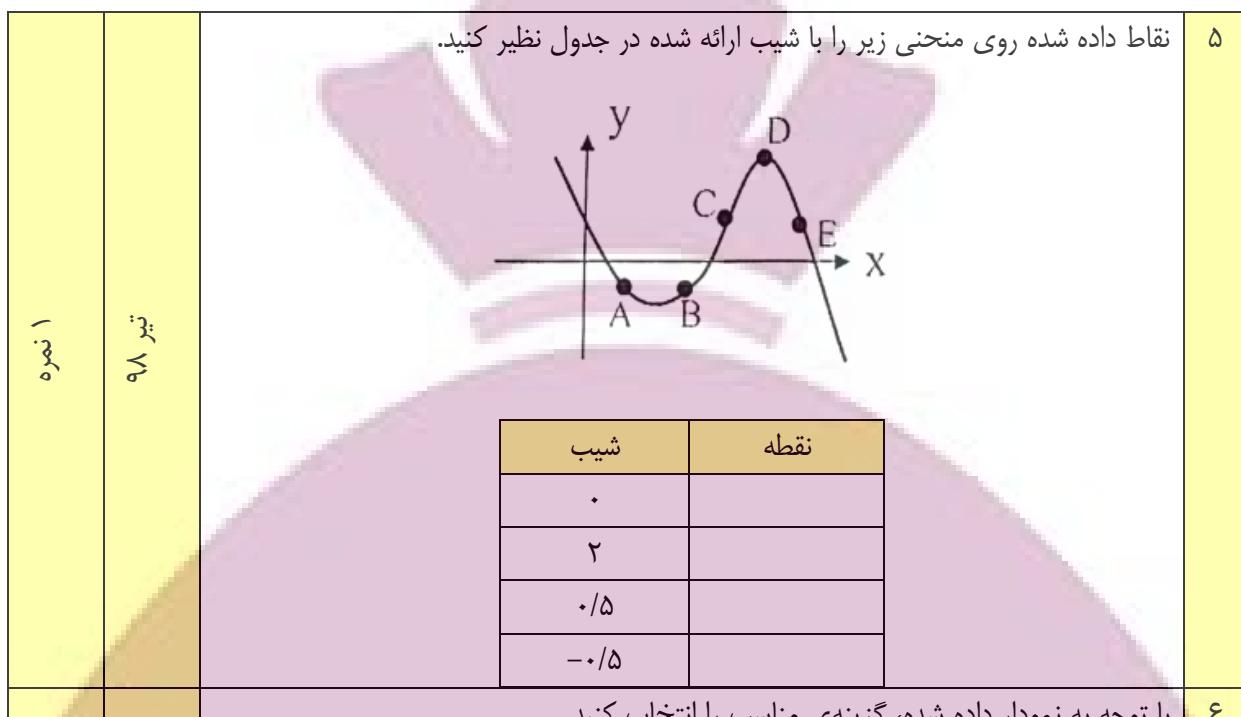
**ایران ای توشه‌ای برای موفقیت**

(صفحه ۲)

۱۱	۵/۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	<p>با محاسبه‌ی مشتق چپ و راست در نقطه‌ی <math>A</math>، نشان دهید که تابع در نقطه‌ی <math>A</math> مشتق پذیر نیست.</p>
۱۲	۳/۰ نمره	خرداد ۹۹ خ	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر تابع <math>f</math> در <math>x = a</math> پیوسته باشد، آنگاه در این نقطه مشتق پذیر است.</p>
۱۳	۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	<p>تابع <math>f(x) = \begin{cases} ax + b &amp; x &gt; 1 \\ x^3 - 2x &amp; x \leq 1 \end{cases}</math> مشتق پذیر است. حاصل <math>b</math> و <math>a</math> را به دست آورید.</p>
۱۴	۲ نمره	شهریور ۹۹	<p>مشتق پذیری تابع <math>f(x) = \begin{cases} x^2 &amp; x \leq 0 \\ x &amp; x &gt; 0 \end{cases}</math> بررسی کنید.</p>
۱۵	۲/۰ نمره	شهریور ۹۹	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. خط <math>x = 1</math> مماس قائم منحنی <math>f(x) = \sqrt[3]{x}</math> است.</p>
۱۶	۲/۰ نمره	دی ۹۹	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. اگر خط <math>x = a</math> مماس قائم بر منحنی تابع <math>(a, f(a))</math> در نقطه‌ی <math>(a, f(a))</math> باشد، آنگاه <math>(a)f'</math> موجود است.</p>
۱۷	۵/۱ نمره	دی ۹۹	<p>مشتق پذیری تابع <math>f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 &amp; x \geq 1 \\ 2x &amp; x &lt; 1 \end{cases}</math> بررسی کنید.</p>

تعییر هندسی مشتق

۱۷۵/۰ نمره	۱۷	 <p>با در نظر گرفتن نمودار <math>f</math> در شکل، به سئوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف : طول نقطه‌ای که مماس در آن افقی باشد.</p> <p>ب : طول نقطه‌ای که مشتق در آن مقداری منفی است.</p> <p>پ : طول نقطه‌ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست.</p>	۱
۳۵/۰ نمره	زیرداده	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را با توجه به شکل داده شده، مشخص کنید.</p> <p>در شکل روبرو، شیب خطوط مماس در نقاط <math>A</math> و <math>B</math> مثبت است.</p> 	۲
۲۵/۰ نمره	زیرداده	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پرکنید.</p> <p>با توجه به شکل روبرو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه‌ی ..... بزرگتر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه‌ی <math>B</math> است.</p> 	۳
۴۵/۰ نمره	زیرداده	<p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل روبرو آمده است.</p> <p>با بیان دلیل، مشخص کنید کدامیک از نمودارهای زیر، نمودار مشتق تابع <math>f</math> است.</p> 	۴



سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل چهارم درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک

۱	نمره	۷	<p>در شکل روبرو نمودار تابع <math>f(x)</math> و خط مماس بر منحنی آن در نقطه‌ی <math>x = 2</math> داده شده است.</p> <p>الف : مشتق تابع <math>f(x)</math>، در نقطه‌ی <math>x = 2</math> را بیابید.</p> <p>ب : معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع در نقطه‌ی <math>A</math> را بنویسید.</p>										
۵/۱	نمره	۸	<p>معادله‌ی خط مماس بر منحنی <math>f(x) = -x^3 + 10x</math> را در نقطه‌ی <math>(2, f(2))</math> واقع بر نمودار تابع بنویسید.</p>										
۱	نمره	۹	<p>با در نظر گرفتن نمودار <math>f</math> در شکل زیر ، نقاط <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> و <math>d</math> را با مشتق‌های داده شده در جدول نظیر کنید.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>f'(x)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>a</math></td> <td>○</td> </tr> <tr> <td><math>b</math></td> <td><math>+/\sqrt{5}</math></td> </tr> <tr> <td><math>c</math></td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td><math>d</math></td> <td><math>-+/\sqrt{5}</math></td> </tr> </tbody> </table>	$x$	$f'(x)$	$a$	○	$b$	$+/\sqrt{5}$	$c$	۲	$d$	$-+/\sqrt{5}$
$x$	$f'(x)$												
$a$	○												
$b$	$+/\sqrt{5}$												
$c$	۲												
$d$	$-+/\sqrt{5}$												
۱	نمره	۱۰	<p>با توجه به نمودار زیر جدول را کامل کنید.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>-۲</th> <th>-۱</th> <th><math>+/\sqrt{5}</math></th> <th>۲</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>نقطه</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	شیب	-۲	-۱	$+/\sqrt{5}$	۲	نقطه				
شیب	-۲	-۱	$+/\sqrt{5}$	۲									
نقطه													

۱۳	۱۱	<p>در نمودار <math>y = f(x)</math> شیب نمودار در نقاط <math>B</math> و <math>A</math> و شیب خط <math>AB</math> را از کوچکترین به بزرگترین مرتب کنید.</p>
----	----	--

### محاسبه‌ی مشتق

۱	۱	<p>اگر <math>f</math> و <math>g</math> توابع مشتق پذیر باشند <math>g'(2) = ۲</math> و <math>g(2) = -۳</math> و <math>f'(2) = ۱</math> و <math>f(2) = ۲</math> مقادیر <math>(fg)'(2)</math> و <math>(f+g)'(2)</math> را به دست آورید.</p>
۲	۲	<p>جای خالی را با عدد یا کلمه‌ی مناسب کامل کنید. اگر <math>1 = -f'(2)</math> و <math>3 = g'(2)</math> ، در این صورت <math>(2f + 3g)'(2)</math> برابر با ..... است.</p>
۳	۳	<p>نمودار توابع <math>f</math> و <math>g</math> را در شکل مقابل در نظر بگیرید. اگر <math>h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}</math> باشد، <math>h'(1)</math> را بیابید.</p>
۴	۴	<p>در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید. اگر <math>3 = f'(1)</math> و <math>5 = g'(1)</math> ، در این صورت <math>(3f + 2g)'(1)</math> برابر با .... است.</p>
۵	۵	<p>اگر توابع <math>f</math> و <math>g</math> مشتق پذیر باشند و <math>3 = (1)f' + 5 = (1)g'</math> مقادیر <math>(3f + 2g)'(1)</math> را به دست آورید.</p>

### مشتق گیری از توابع

۱	۱	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>(الف) <math>y = \frac{x^3 + 1}{x^3 + 2x - 5}</math>      (ب) <math>y = \cos^3(-3x + 1)</math></p>
---	---	---

**سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل چهارم درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک**

۱/۷۵ نمره	فرداد ۹۸	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>(الف) <math>y = \frac{x^2 - 1}{x^3 + 2x + 1}</math>      (ب) <math>y = \cos^3(2x)</math></p>	۲
۲ نمره	فرداد ۹۸	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>(الف) <math>y = \frac{x^2 - 1}{5x^3 - 3x + 1}</math>      (ب) <math>y = \sin^3(2x + 1)</math></p>	۳
۳/۲۰ نمره	شهرپور ۸۸	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید.</p> <p>(الف) <math>f(x) = (2x^3 + \sqrt[3]{x} - 1)^4</math>      (ب) <math>g(x) = \cos\left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)</math></p>	۴
۵/۷۵ نمره	دی ۸۹	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>(الف) <math>y = \frac{2x + 3}{x^3 - 2x^2}</math>      (ب) <math>y = \sin^3(2x + 1)</math></p>	۵
۶ نمره	فرداد ۹۹	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>(الف) <math>f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-3x + 2}</math>            (ب) <math>g(x) = \sqrt{x}(3x^2 + 5)</math>            (پ) <math>h(x) = \sin^3 x + \cos^3 x</math></p>	۶
۷/۲۰ نمره	فرداد ۹۹.۷	<p>مشتق توابع زیر را محاسبه کنید. (ساده کردن الزامی نمی باشد).</p> <p>(الف) <math>f(x) = (x^2 + 1)^3(5x - 1)</math>      (ب) <math>f(x) = \frac{5\cos x}{1 - \sin x}</math></p>	۷
۸ نمره	فرداد ۹۹.۷	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>(الف) <math>f(x) = 2\sqrt{x}(5x^2 - 3x)</math>            (ب) <math>g(x) = \sin^3 x + \cos^3(4x^3 - 2)</math></p>	۸
۹ نمره	شهرپور ۹۹	<p>مشتق هر یک از توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>(الف) <math>f(x) = (\sqrt{3x + 2})(x^3 + 1)</math>            (ب) <math>g(x) = (x^2 + 3x + 1)^7</math>            (پ) <math>h(x) = \frac{x^5 - 5x + 7}{-2x + 9}</math></p>	۹
۱۰ نمره	دی ۹۹	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>(الف) <math>f(x) = (4x^3 - 7)(2x - 1)^4</math>      (ب) <math>g(x) = \frac{1 - \sin x}{\cos x}</math></p>	۱۰

### مشتق تابع مرکب و قاعده زنجیری

			۱
			۱

### مشتق پذیری روی یک بازه

۳ نهم	بازه	نمودار تابع زیر را رسم کرده و مشتق پذیری $f$ روی بازه $[-2, 0]$ بررسی کنید.	۱
			۱

### مشتق مرتبه دوم

۱ نهم	بازه	اگر $f(x) = \sin^2 x - \cos 2x$ مقدار $f''(\frac{\pi}{4})$ را حساب کنید.	۱
			۱

### آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر

۵ نهم	دی ۹۷	یک توده باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + t^2$ گرم است. آهنگ جرم توده‌ی باکتری در لحظه‌ی $t = 9$ چقدر است؟	۱
۱ نهم	دی ۸۷	آهنگ تغییر متوسط تابع $x^3 - 2x$ را در بازه $[0, 2]$ و آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f$ را در $x = 1$ محاسبه کنید.	۲
۵ نهم	بازه	یک توده باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 3t^2$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده‌ی باکتری در لحظه‌ی $t = 4$ چقدر است؟	۳

**سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل چهارم درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک**

۱	نمره ۹۸	<p>آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع <math>f(x) = 2x^3 + 5x + 2</math> در نقطه‌ی <math>x = 2</math> چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در <math>x = -1</math> است؟</p>	۴
۵	نمره ۹۰	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>سرعت لحظه‌ای در <math>t = 2</math> برای متحرکی با معادله‌ی حرکت <math>f(t) = t^3 + 3t</math> برابر ۷ است.</p>	۵
۶	نمره ۹۹/۱	<p>معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت <math>f(t) = t^3 - t + 10</math> بر حسب متر در بازه‌ی زمانی <math>[0, 5]</math> بر حسب ثانیه داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی <math>[0, 5]</math> برابر است؟</p>	۶
۷	نمره ۹۰/۲	<p>در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید.</p> <p>آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع <math>g(x) = 2\sin 2x</math> در <math>x = \frac{\pi}{2}</math> برابر ..... است.</p>	۷
۸	نمره ۹۰/۳	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>آهنگ متوسط تغییر با شیب قاطع و آهنگ لحظه‌ای تغییر با شیب خط مماس در آن نقطه برابرند.</p>	۸
۹	نمره ۹۹/۲	<p>یک توده باکتری پس از <math>t</math> ساعت دارای جرم <math>m(t) = \sqrt{t} + t^2</math> گرم است.</p> <p>الف : جرم این توده باکتری در بازه‌ی زمانی <math>4 \leq t \leq 9</math> به چه سرعتی افزایش می‌یابد؟</p> <p>ب : آهنگ رشد جرم توده‌ی باکتری در لحظه‌ی <math>t = 9</math> چقدر است؟</p>	۹
۱۰	نمره ۹۹/۵	<p>در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید.</p> <p>سرعت لحظه‌ای در <math>t = 9</math> برای متحرکی با معادله‌ی حرکت <math>f(t) = \sqrt{t}</math> برابر ..... است.</p>	۱۰
۱۱	نمره ۹۹/۱	<p>جسمی از سطح زمین به طور عمودی پرتاب شده است. معادله‌ی ارتفاع آن از سطح زمین به صورت <math>f(t) = -2t^3 + 10t</math> می‌باشد. سرعت لحظه‌ای این جسم را در <math>t = 2</math> به دست آورید.</p>	۱۱

**تنهیه کننده : جابر عامری**

**عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان**

**تشوشه‌ای برای موفقیت**

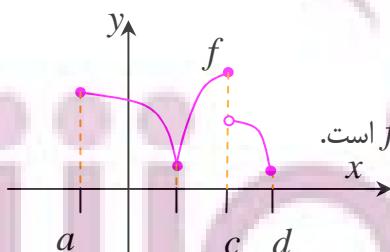
(صفحه‌ی ۱۰)

# (( فصل پنجم : کاربردهای مشتق ))

\*\*\*

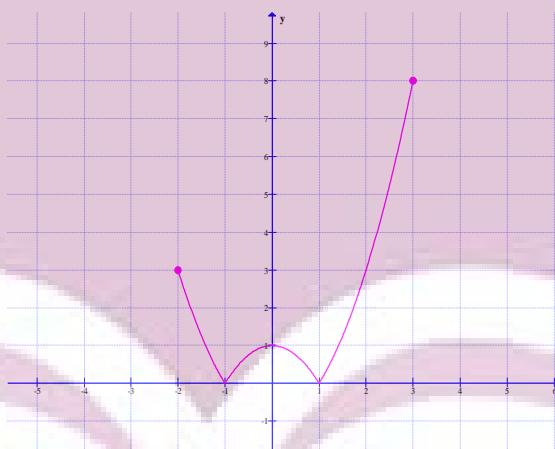
## اکسترمم های یک تابع و توابع صعودی و نزولی

۱	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.	۲۰/۵ نمره	۹۷
۲	اگر تابع $y = f(x)$ در بازه $[a, b]$ صعودی باشد، علامت مشتق تابع $f$ در این بازه ..... است.	۲۰/۵ نمره	۸۷
۳	مقدار ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ را در بازه $[0, 2]$ تعیین کنید.	۲۰/۱ نمره	۸۷
۴	تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی است؟ راه حل خود را بنویسید.	۲۰/۰ نمره	۸۷
۵	درست یا نادرست بودن جملات زیر را با توجه به نمودار تابع $f$ که در ذیل آورده شده، مشخص کنید.	۰/۰ نمره	۸۷
۶	<p>(الف) نقطه‌ای به طول <math>b</math> مینیمم نسبی تابع <math>f</math> نیست.</p> <p>(ب) نقطه‌ای به طول <math>c</math> یک نقطه‌ی بحرانی برای تابع <math>f</math> است.</p> <p>مقدار اکسترمم‌های مطلق تابع <math>f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x</math> را در بازه <math>[0, 2]</math> بیابید.</p>	۰/۰ نمره	۸۷



توشه‌ای برای موفقیت

**سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل پنجم درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک**

۷	۱۱ نمره	شهریور ۹۸	مقادیر اکسترمم های نسبی و مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x - 3$ را در بازه‌ی $[-2, 3]$ به دست آورید.	۷
۸	۱۱ نمره	دی ۹۸	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه‌ی $[-1, 2]$ مشخص کنید.	۸
۹	۰۵ نمره	خرداد ۹۶	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. $f(a) = 0$ و $f'(a) = 0$ هم	۹
۱۰	۰۵ نمره	خرداد ۹۶	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. بزرگترین بازه‌ای از $R$ که تابع $h(x) = x^3 - 12x + 4$ در آن نزولی اکید باشد، بازه‌ی ..... است.	۱۰
۱۱	۰۲ نمره	خرداد ۹۶	تابع $ x^2 - 1 $ در بازه‌ی $[-2, 3]$ در نمودار زیر رسم شده است. الف : نقاط اکسترمم های نسبی تابع را در صورت وجود بیابید. ب : نقاط اکسترمم مطلق تابع را در صورت وجود بیابید. پ : آیا تابع $f$ در بازه‌ی $[0, 3]$ مشتق پذیر است؟ چرا؟	۱۱
				
۱۲	۰۱ نمره	خرداد ۹۶	نقاط بحرانی تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ را مشخص کنید.	۱۲
۱۳	۰۷ نمره	خرداد ۹۶	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^2 +  x + 1 $ را در بازه‌ی $[-2, 2]$ بیابید.	۱۳
۱۴	۰۲ نمره	شهریور ۹۵	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه‌ی $[-3, 1]$ مشخص کنید.	۱۴

۱۵	بهینه سازی	مقادیر ماکزیمم و می نیم تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را در بازه‌ی $[-1, 2]$ تعیین کنید.	۹۶	۱۵
----	------------	---	----	----

### بهینه سازی

۱				
---	--	--	--	--

### آزمون مشتق اول

۱	۱۱۰	ضرایب $a$ و $b$ را در تابع $f(x) = -x^4 + ax + b$ طوری تعیین کنید که در نقطه‌ی $(1, 2)$ ماکزیمم نسبی داشته باشد.	۹۷	۱۱۰
۲	۱۱۰	ضرایب $a$ و $b$ را در تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ طوری تعیین کنید که در نقطه‌ی $(1, 2)$ ماکزیمم نسبی داشته باشد.	۹۸	۱۱۰
۳	۱۱۰	اگر نقطه‌ی $(2, 1)$ نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر $b$ و $d$ را به دست آورید.	۹۷	۱۱۰
۴	۱۱۰	درستی یا نادرستی عبارت را تعیین کنید. اگر $x = c$ طول نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x)$ و $f'(c)$ موجود باشد. $f'(c) = 0$	۹۷	۱۱۰

### جهت تقرع نمودار یک تابع و نقطه‌ی عطف

۱	۹۷	جهت تقرع و نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ را به دست آورید.		۱
۲	۹۷	مقادیر $a$ و $b$ را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 - 1$ چنان بیابید که $A(1, 1)$ نقطه‌ی عطف منحنی باشد.	۹۷	۹۷
۳	۹۷	جهت تقرع و نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ را به دست آورید.	۹۷	۹۷

**سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل پنجم درس حسابان ۲ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک**

۱/۵ نمره	شهرپور له	ابتدا جهت تقرع تابع $y = \frac{x+1}{x-1}$ را مشخص کرده، سپس وجود نقطه‌ی عطف آن را بررسی کنید.	۴
۱ نمره	ی	شکل زیر را در نظر بگیرید. تعیین کنید که در کدام یک از پنج نقطه‌ی مشخص شده در نمودار الف : $f'(x)$ و $f''(x)$ هر دو منفی‌اند.  ب : $f'(x)$ منفی و $f''(x)$ مثبت است.  	۵
۲ نمره	زداد ۹۹	جهت تقرع و نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ را مشخص کنید.	۶
۳/۵ نمره	زداد ۹۹ خ	مقادیر $b$ و $a$ را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$ به ترتیب کدام یک از موارد زیر است.  اگر $x = 2$ طول نقطه‌ی عطف آن باشد.  الف : $a = 4$ و $b = -4$ ب : $a = 1$ و $b = -2$ ج : $a = 4$ و $b = 4$  د : $a = -2$ و $b = 3$	۷
۴/۵ نمره	زداد ۹۹ خ	جهت تقرع و نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ را به دست آورید.	۸
۵/۵ نمره	ی	درستی یا نادرستی عبارت را تعیین کنید.  در هر نقطه‌ای که جهت تقرع منحنی تابع عوض شود آن نقطه‌ی عطف تابع است.	۹

**رسم نمودار توابع**

۵/۲/۱ نمره	ی ۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ را رسم کنید.	۱
---------------	--------	--	---

**توشهه‌ای برای موفقیت**  
**(صفحه‌ی ۴)**

۱/۲۷ نمره	خرداد ۸۹	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ را رسم کنید.	۲
۵/۱ نمره	پژوهش	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ را رسم کنید.	۳
۵/۲۷ نمره	شهرپور ۸۹	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ را رسم کنید.	۴
۵/۲۷ نمره	دی ۸۹	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را رسم کنید.	۵
۲ نمره	خرداد ۹۹	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ را رسم کنید.	۶
۵/۲۷ نمره	خرداد ۹۹ خ	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ را رسم کنید.	۷
۵/۲۷ نمره	خرداد ۹۹ خ	جدول رفتار و نمودار تابع $y = x^3 + 3x^2 + 1$ را رسم کنید.	۸
۲ نمره	شهرپور ۹۹	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را رسم کنید.	۹
۲ نمره	دی ۹۹	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x-2}$ را رسم کنید.	۱۰

تهیه کننده: جابر عامری

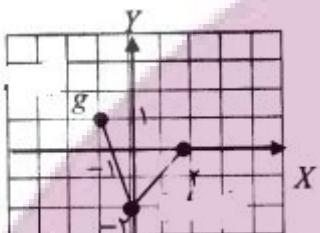
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

## پاسخ سوالات موضوعی نهایی

### فصل اول حسابان ۲ پایه دوازدهم ریاضی فیزیک

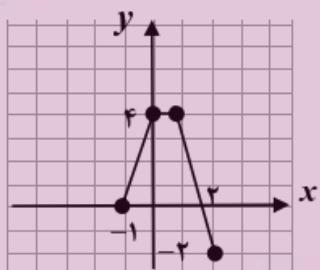
#### تبدیل نمودار توابع

$$D_f = [-1, 2] \text{ و } R_f = [-2, 1]$$



۱

$$D_f = [-1, 2] \text{ و } R_f = [-2, 4]$$



۲

نادرست

برای رسم نمودار تابع  $g$ ، ابتدا انقباض افقی برای  $k=2$  در راستای محور طول ها سپس انتقال یک واحد رو به پایین در راستای محور عرض ها

۴

$$D_g = [-1, 2]$$



ب : محور طول ها

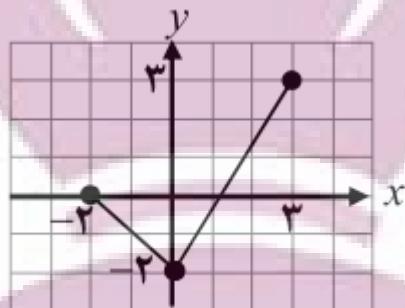
$$\text{الف : } g(x) = x^3$$

۳

۵

۶

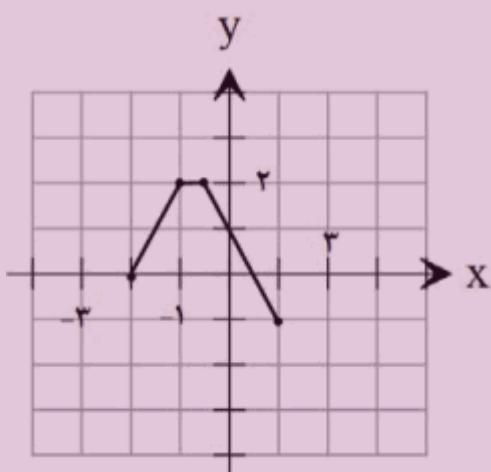
$$D_g = [-2, 3]$$



دامنه  $D = [-2, 1]$

برد  $R = [-1, 2]$

۷

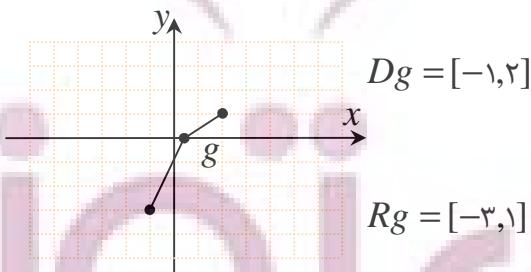


ابتدا مختصات نقاط مهم تابع  $f$  را نوشته، سپس طول هر نقطه را نصف و عرض هر نقطه را یک واحد کم می کنیم.

۸

$f :$	$x$	-2	1	4
	$y$	-2	1	2

$\rightarrow$	$g :$	$x$	-1	$0/5$	2
	$y$	-3	.	.	1

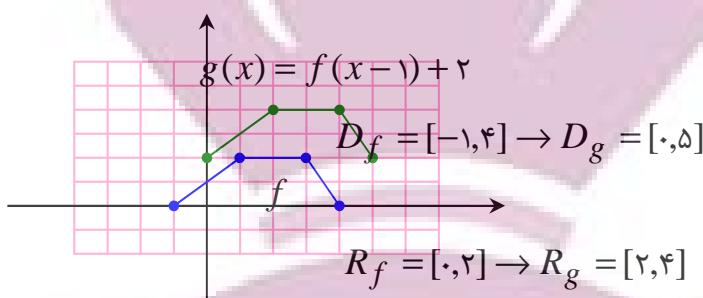


(5, 0) ۹

پاسخ سؤالات موضوعی حسابان ۲ ..... فصل ۱

طبق قوانین تبدیلات ، کافی است نمودار تابع  $f$  را یک واحد به جلو و سپس دو واحد به سمت بالا منتقل کنید.

۱۰

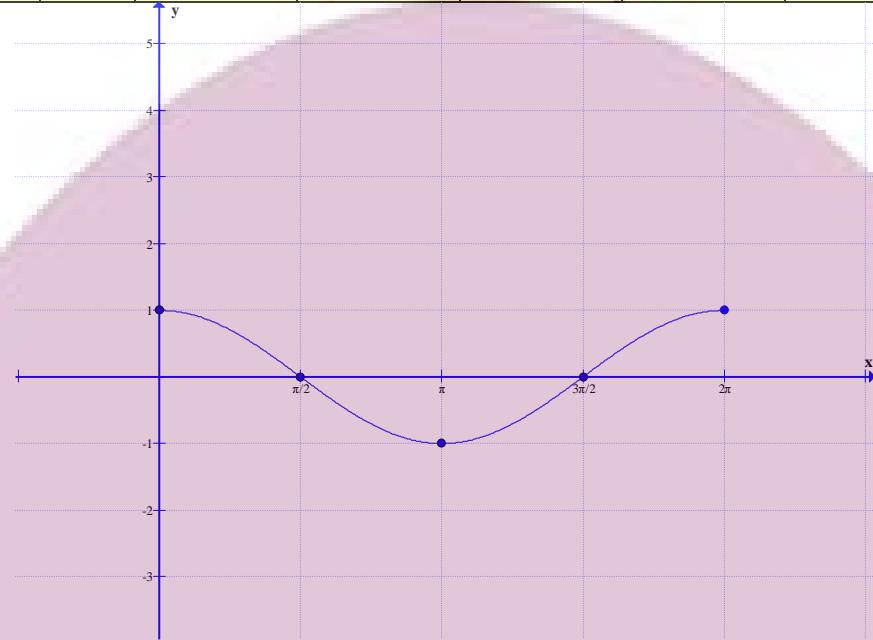


درست ۱۱

$[-1, 0]$  ۱۲

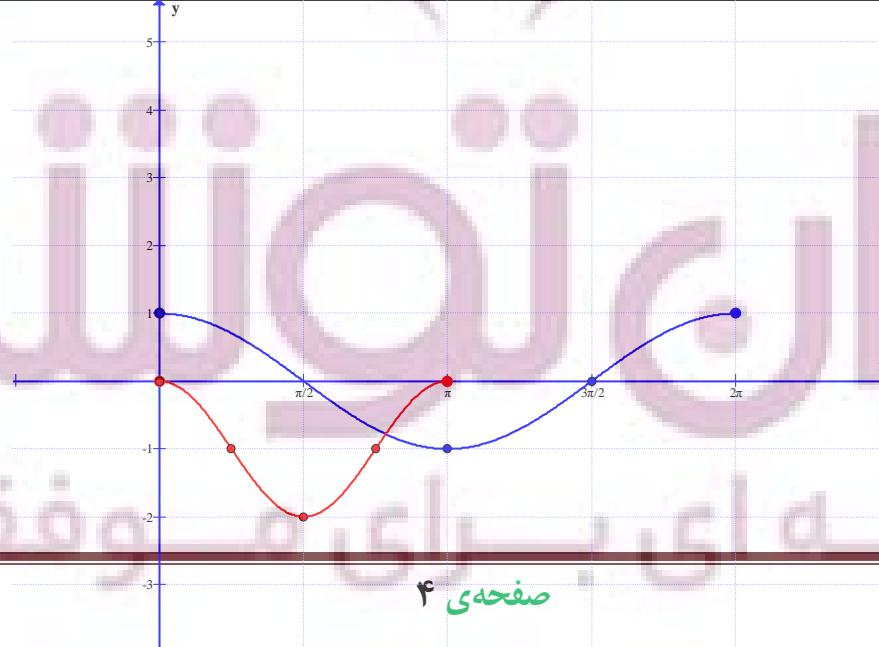
برای رسم نمودار تابع  $f(x) = \cos x$  ابتدا نقاط مهم فاصله‌ی داده شده را در نظر می‌گیریم.

$f$	$x$	.	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
	$y$	1	.	-1	.	1



حال برای رسم نمودار تابع  $g(x) = \cos 2x$  کافی است که طول نقاط تابع  $f(x) = \cos x$  را نصف و عرض نقاط را یک واحد کم کنیم.

$g$	$x$	.	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
	$y$	.	-1	-2	-1	1

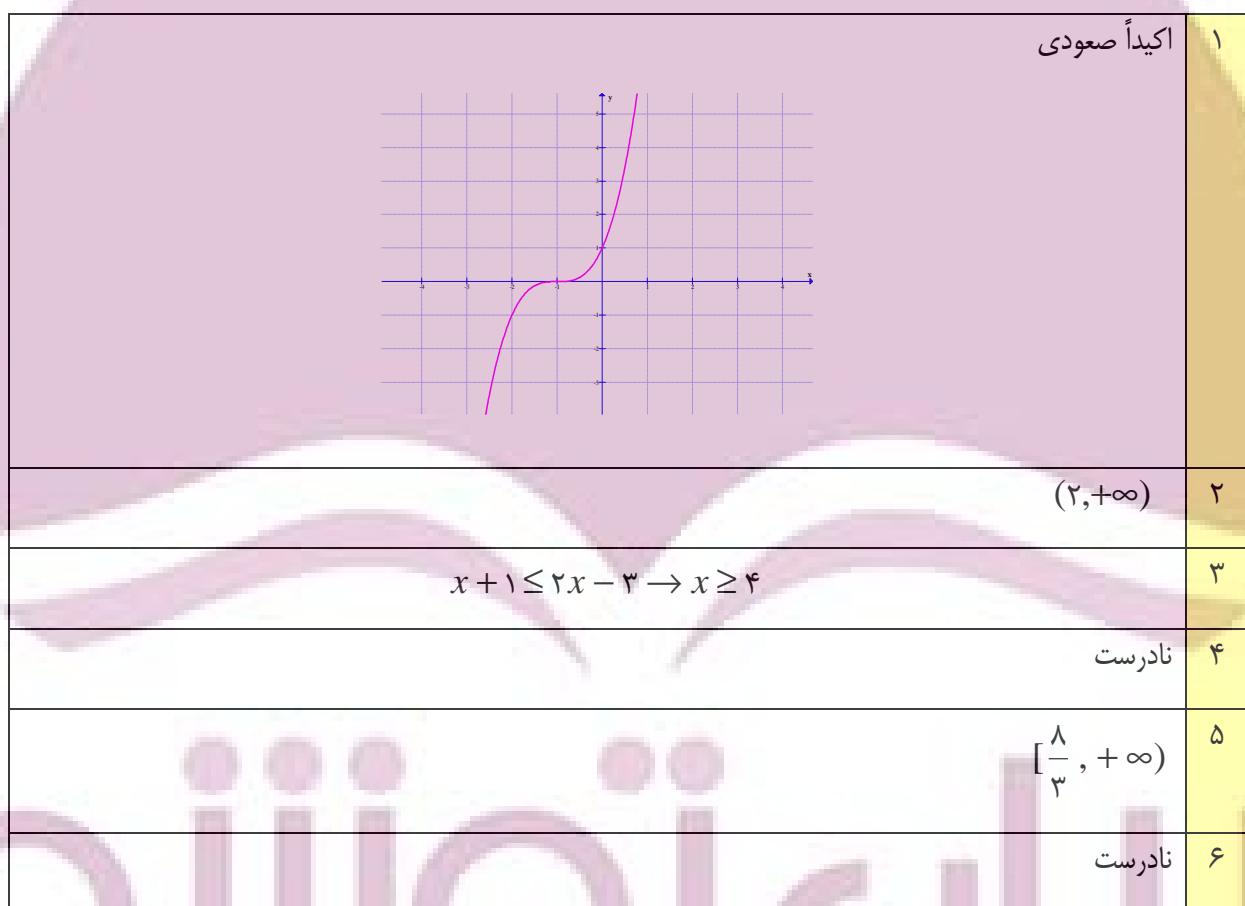




تابع درجه سوم و چند جمله‌ای

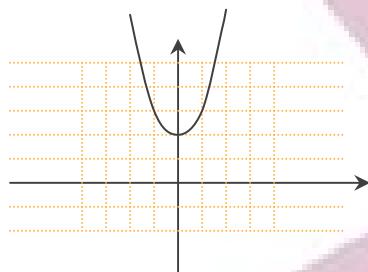
۱	۷
نادرست	۲
درست	۳

تابع یکنوا



## پاسخ سؤالات موضوعی حسابان ۲ ..... فصل ۱

نمودار این تابع با دو واحد انتقال نمودار تابع  $f(x) = x^3$  به سمت بالا بدست می آید که یک سهمی می باشد.  
رأس سهمی نقطه‌ی  $(0, 2)$  است.



لذا بزرگترین بازه‌ای که تابع در آن صعودی اکید است بازه‌ی  $(-\infty, 0)$  و بزرگترین بازه‌ای که تابع در آن نزولی اکید است بازه‌ی  $(0, +\infty)$  است.

توجه این بازه‌ها از طرف صفر هم می توان بسته نوشت.

۷

درست ۸

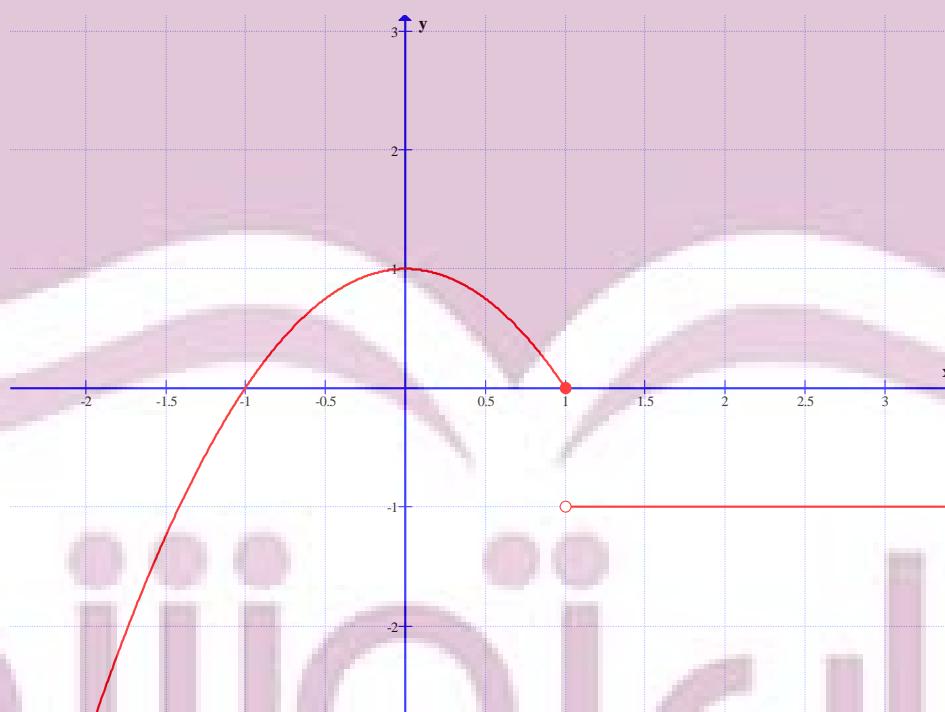
نادرست ۹

صفر ۱۰

درست ۱۱

نمودار تابع در فاصله‌های  $(1, +\infty)$  و  $(-\infty, 0)$  صعودی و در فاصله‌های  $[0, 1]$  و  $(1, +\infty)$  نزولی است.

۱۲



درست ۱۳

تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری

$f(-1) = \dots \rightarrow 1 - a - 3 = \dots \rightarrow a = -2$ $f(2) = 4 - 4 - 3 = -3$	-۲	۱
		۲
	-۱	۳
$P(2) = \dots \rightarrow 4a + 2b = -6 \quad , \quad P(-1) = \dots \rightarrow a - b = 6$ $\begin{cases} 2a + b = -6 \\ a - b = 6 \end{cases} \rightarrow a = 1, b = -5$		۴
$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ $x - 2 = \dots \rightarrow x = 2$ $\Rightarrow f(2) = \dots \rightarrow 8 + 4a + 2b + 1 = \dots \rightarrow 4a + 2b = -9$ $x + 1 = \dots \rightarrow x = -1$ $\Rightarrow f(-1) = -1 + a - b + 1 = \dots \rightarrow a - b = .$ $\Rightarrow a - b = -\frac{3}{2}$	۵	
$x - 1 = \dots \rightarrow x = 1 \Rightarrow p(1) = 1 + a + b$ $\underline{p(1)=4} \rightarrow 1 + a + b = 4 \rightarrow a + b = 3$ $x + 2 = \dots \rightarrow x = -2 \Rightarrow p(-2) = -8 + 4a + b$ $\underline{p(-2)=.-.} \rightarrow -8 + 4a + b = \dots \rightarrow 4a + b = 8$ $\begin{cases} a + b = 3 \\ 4a + b = 8 \end{cases} \rightarrow a = \frac{5}{3}, b = \frac{4}{3}$		۶

## پاسخ سؤالات موضوعی حسابان ۲ ..... فصل ۱

$p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ $x - 2 = \cdot \rightarrow x = 2$ $\Rightarrow p(x) _{x=2} = (2)^3 + a(2)^2 + b(2) + 1 = 8 + 4a + 2b + 1 = 9 + 4a + 2b$ $\xrightarrow{r=+} 9 + 4a + 2b = \cdot \rightarrow 4a + 2b = -9$  $x + 1 = \cdot \rightarrow x = -1$ $\Rightarrow p(x) _{x=-1} = (-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 1 = -1 + a - b + 1 = a - b$ $\xrightarrow{r=+} a - b = \cdot$ $\begin{cases} 4a + 2b = -9 \\ a - b = \cdot \end{cases} \rightarrow a = \frac{-3}{2}, \quad b = \frac{-3}{2}$	۷
نادرست	۸
$x - 1 = \cdot \rightarrow x = 1$ $y _{x=1} = \cdot \rightarrow (1)^3 + a(1)^2 + (1) + b = \cdot \rightarrow a + b = \cdot$  $x + 2 = \cdot \rightarrow x = -2$ $y _{x=-2} = \cdot \rightarrow (-2)^3 + a(-2)^2 + (-2) + b = \cdot \rightarrow -8 + 4a - 2 + b = \cdot \rightarrow 4a + b = \cdot$ $\begin{cases} a + b = \cdot \\ 4a + b = \cdot \end{cases} \rightarrow a = \frac{\lambda}{3}, \quad b = \frac{-\lambda}{3}$	۹
$x - 2 = \cdot \rightarrow x = 2 \xrightarrow{P(x)=x^3+ax^2+bx-2} P(2) = 8 + 4a + 2b - 2 = \cdot$  $\rightarrow 4a + 2b = \cdot \rightarrow 2a + b = \cdot$ $x + 1 = \cdot \rightarrow x = -1 \xrightarrow{P(x)=x^3+ax^2+bx-2} P(-1) = -1 + a - b - 2 = \cdot \rightarrow a - b = \cdot$ $\rightarrow \begin{cases} 2a + b = \cdot \\ a - b = \cdot \end{cases} \rightarrow a = \cdot, \quad b = \cdot$	۱۰

اتحاد های تکمیلی

$x^{\Delta} + 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$	۱
$x^{\Sigma} - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$	
$x^{\Sigma} - 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$	۲
$x^{\Delta} + 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$	۳
$x^{\Sigma} - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$	۴

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

ایران ای ب رای م وعیدت

## پاسخ سوالات موضوعی نهایی

### فصل دوّم حسابان ۲ پایه دوازدهم ریاضی فیزیک

#### دوره‌ی تناوب

نادرست	۱
$\frac{2\pi}{ b } = \pi \rightarrow  b  = 2$	۲
$\begin{cases}  a  + c = 3 \\ - a  + c = 0 \end{cases} \rightarrow  a  = 3, c = 0$	۳
هر یک از توابع $y = -3\sin(2x)$ یا $y = 3\sin(2x)$ می‌توانند جواب باشند.	۴
$T = \frac{2\pi}{\left  -\frac{\pi}{4} \right } = \frac{8\pi}{\pi} = 8$	۵
$\max(f) = 3$ و $\min(f) = -1$	۶
$\max(f) =  -3  + 1 = 4$	۷
$\min(f) = - -3  + 1 = -2$	
$\frac{2\pi}{ b } = \pi \rightarrow  b  = 2 \rightarrow b = \pm 2$	
$\begin{cases}  a  + c = 4 \\ - a  + c = 2 \end{cases} \rightarrow  a  = 2, c = 2$	
هر یک از توابع $y = 4\sin(-2x) + 2$ یا $y = -4\sin(2x) + 2$ یا $y = 4\sin(2x) + 2$ یا $y = -4\sin(-2x) + 2$ می‌توانند باشند.	

## پاسخ سوالات موضوعی حسابان ۲ ..... فصل ۲

	$6\pi$	۸
$\max(y) =  a  + c = 2 + 1 = 3$		۹
$\min(y) = - a  + c = -2 + 1 = -1$		
نمودار تابع از مبدأ مختصات می‌گردد، لذا بهتر است تابع به صورت سینوسی باشد.		۱۰
$y = a \sin(bx)$		
دوره‌ی تناوب نمودار تابع برابر $\pi$ است. لذا :		
$T = \frac{2\pi}{ b } = \pi \rightarrow b = \pm 2$		
$\rightarrow y = a \sin(\pm 2x) \rightarrow y = \pm a \sin(2x)$		
نمودار تابع از نقطه‌ی $(2, \frac{\pi}{4})$ می‌گردد، پس :		
$y = \pm a \sin(2x) \rightarrow 2 = \pm a \sin(2(\frac{\pi}{4})) \rightarrow 2 = \pm a \sin(\frac{\pi}{2}) \xrightarrow{\sin(\frac{\pi}{2})=1} a = \pm 2$		
که با توجه به نمودار مقدار $a = -2$ ، قابل قبول نیست. لذا معادله‌ی تابع در نهایت به شکل زیر خواهد شد.		
$\rightarrow y = 2 \sin(2x)$		
$\min(y) = - a  + c = -2 + (-1) = -3$	و	۱۱
	$T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{ \frac{\pi}{2} } = 4$	
$T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$		۱۲
$\max(y) =  \pi  + \sqrt{5} = \pi + \sqrt{5}$		
$\min(y) = - \pi  + \sqrt{5} = -\pi + \sqrt{5}$		
با توجه به نمودار، ضابطه‌ی تابع به صورت $y = a \sin bx + c$ می‌شود. از طرفی		۱۳
$\min(f) = -\frac{1}{2} \sin 3x$ می‌شود. لذا معادله‌ی تابع به شکل $y = -\frac{1}{2} \sin 3x$ خواهد شد.		

### تابع تانژانت

	$\pi$	۱
	نادرست	۲
	درست	۳
ب : نادرست	الف : درست	۴
$T = \frac{\pi}{ b } = \frac{\pi}{ 1 } = \pi$		۵
	درست	۶
$x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} ; k \in \mathbb{Z}$		۷

### معادلات مثلثاتی

$\cos^3 x = \cos x \rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \rightarrow x = k\pi \\ 3x = 2k\pi - x \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \end{cases}$	۱
$2\cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x + \cos x = 0 \rightarrow \cos x(2\cos x + 1) = 0$	۲
$\cos x = 0 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$	
$2\cos x + 1 = 0 \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$	
$\sin 2x - \cos x = 0 \rightarrow 2\sin x \cos x - \cos x = 0 \rightarrow \cos x(2\sin x - 1) = 0$	۳
$\cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$	
$2\sin x - 1 = 0 \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{6}} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$	

## پاسخ سوالات موضوعی حسابان ۲ ..... فصل ۲

$\sin 3x = \sin 2x \rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + 2x \rightarrow x = 2k\pi & k \in \mathbb{Z} \\ 3x = (2k+1)\pi - 2x \rightarrow x = \frac{(2k+1)}{5}\pi \end{cases}$	۴								
$\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{6}} 3x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{18}$	۵								
$\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}}$ $\begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{3\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	۶								
فرض کنیم که چنین مثلثی وجود داشته باشد. لذا	۷								
$S = \lambda\sqrt{2} \xrightarrow{<\theta<\pi} \frac{1}{2}(\lambda)(\lambda) \sin \theta = \lambda\sqrt{2} \rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}}$ $\begin{cases} \theta = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ \theta = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases}$	۸								
حال مقدار $\theta$ مجاز را تعیین می کنیم.									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td><math>k</math></td> <td>.</td> <td>۱</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td><math>\theta</math></td> <td><math>\frac{\pi}{4}</math> و <math>\frac{3\pi}{4}</math></td> <td>بیش از حد مجاز</td> <td>بیش از حد مجاز</td> </tr> </table>	$k$	.	۱	۲	$\theta$	$\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$	بیش از حد مجاز	بیش از حد مجاز	
$k$	.	۱	۲						
$\theta$	$\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$	بیش از حد مجاز	بیش از حد مجاز						
لذا دو مثلث با این شرایط وجود دارد.									
$2(1 - \cos^2 x) + 9 \cos x + 3 = 0 \rightarrow -2 \cos^2 x + 9 \cos x + 5 = 0$ $\Delta = 81 + 40 = 121 \xrightarrow{\alpha = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}}$ $\begin{cases} \cos x = \frac{-9+11}{-4} \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = \frac{-9-11}{-4} \rightarrow \cos x = -5 \end{cases}$ غیر ممکن	۹								
$\cos x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad k \in \mathbb{Z}$									

$\cos^3 x = \cos x \rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \\ 3x = 2k\pi - x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi \\ 4x = 2k\pi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	۹
$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4} \rightarrow \frac{1}{2}(2 \sin x \cos x) = \frac{\sqrt{2}}{4} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = k\pi + \frac{3\pi}{8} \end{cases}$	۱۰

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان



## پاسخ سوالات موضوعی نهایی

### فصل سوم حسابان ۲ پایه دوازدهم ریاضی فیزیک

حدهای نامتناهی و حد در بی نهایت

الف)	$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{4-x^2} = \frac{5}{-} = -\infty$	۱
ب)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5 + 3x^3 + 1}{-3x^5 + 3x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5}{-3x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$	۲
درست		۲
۳		۳
الف)	$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^3 + x}{x^3 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x(x+1)}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x}{x+1} = +\infty$	۴
ب)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 + 2x - 1}{-2x^3 + 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3}{-2x^3} = -\frac{5}{2}$	۴
الف) $+\infty$	ب) ۱	۵
الف)	$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3 - 1}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty$	۶
ب)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + x - 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(-2 + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3) = +\infty$	۶
ب)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 - 4x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{2x^3} = \frac{1}{2}$	۷
		$-\infty$

<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x} = \frac{[3^+] - 2}{3 - 3^+} = \frac{3 - 2}{0^-} = \frac{1}{0^-} = -\infty</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x+1}{x-5} - \frac{2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-5} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x}</math>  <math>= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 3 - 0 = 3</math></p>	۸
<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow .^+} \frac{x^3 + x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow .^+} \frac{x(x+1)}{x^3} = \lim_{x \rightarrow .^+} \frac{x+1}{x} = \frac{1}{.^+} = +\infty</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^3 - x + 1}{4x^3 + 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^3}{4x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2x} = \frac{1}{+\infty} = 0</math></p>	۹
<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{-2x}{f(x)} = \frac{-2a}{0^-} = +\infty</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{-2x}{f(x)} = \frac{-2a}{0^+} = -\infty</math></p>	۱۰
<p>تابع <math>y = \frac{-2x}{f(x)}</math> در اطراف نقطه‌ی <math>x = a</math> حد ندارد و رفتار بی کران دارد.</p>	

الف :

۱۲

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{x+1}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\frac{\pi}{2} + 1}{+\infty} = .$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{x+1}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\frac{\pi}{2} + 1}{-\infty} = .$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x} = .$$

ب :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 + 1}{x^3 + 2x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = .$$

الف)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{[x]+1}{x+1} = \frac{-2+1}{(-1)^-+1} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

۱۳

(ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - x^3}{3x^3 + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^3}{3x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{3} = +\infty$

### مجانب افقی و مجانب قائم

$$x^3 - 1 = 0 \rightarrow x^3 = 1 \rightarrow x = 1$$

۱

این عدد ریشه‌ی صورت تابع نیست، لذا خط  $x = 1$  مجانب قائم است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3}{x^2} = .$$

لذا خط  $y = 0$  مجانب افقی است.

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 4x + 3}{x^3 - 2x - 3} = \infty$$

۲

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x + 3}{x^3 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)} = \frac{1}{2}$$

لذا طبق تعریف خط  $x = -1$  مجانب قائم منحنی  $f$  است. ولی خط  $x = 3$  مجانب قائم تابع نمی باشد.

**روش دوم:** مقدار  $x = -1$  ریشه‌ی مخرج است ولی ریشه صورت نمی باشد، لذا خط  $x = -1$  مجانب قائم منحنی  $f$  است. ولی مقدار ریشه‌ی مخرج و صورت است. پس خط  $x = 3$  مجانب قائم تابع نمی باشد.

$$y = 1 \quad \text{و} \quad y = -2$$

۳

$$1 - x^2 = 0 \rightarrow x = 1, \quad x = -1 \quad \text{مجانب های قائم}$$

۴

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1+2x^2}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2 \rightarrow y = -2 \quad \text{مجانب افقی}$$

۵

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{2-x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{-x} = -1 \rightarrow y = -1 \quad \text{مجانب افقی}$$

$$2 - x = 0 \rightarrow x = 2 \quad \text{مجانب قائم}$$

۶

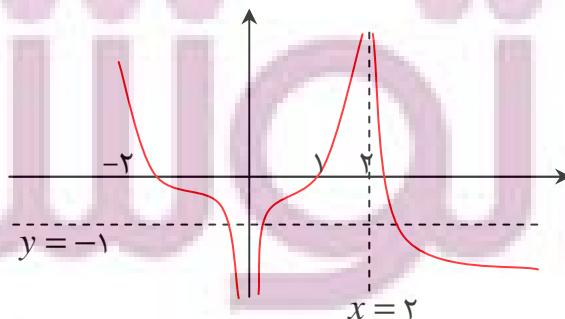
$$x^3 - x = 0 \rightarrow x(x-1) = 0 \rightarrow x = 1, \quad x = 0$$

خط  $x = 1$  مجانب قائم است ولی ریشه‌ی  $x = 0$ ، ریشه‌ی صورت است و لذا نمی تواند مجانب قائم باشد.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

۷

نمودار های متفاوتی با این شرایط می توان رسم کرد. برای مثال :



$$x^3 - 4 = \cdot \rightarrow x^3 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

۸

$$D_f = R - \{+2, -2\}$$

مجانب های قائم (ریشه های صورت نیستند).

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^3 - 4} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = \cdot \rightarrow y = \cdot$$

مجانب افقی

تکرار سوال ۷

۹

$$D_f = R - \{+1, -1\}$$

۱۰

|x| - 1 = \cdot \rightarrow |x| = 1 \rightarrow x = \pm 1

مجانب های قائم (ریشه های صورت نیستند).

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 5}{|x| - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 5}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2 \rightarrow y = 2$$

مجانب افقی

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 5}{|x| - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 5}{-x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-x} = -2 \rightarrow y = -2$$

مجانب افقی

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2 \rightarrow y = -2$$

مجانب افقی

۱۱

|x|^2 = \cdot \rightarrow -x^2 = -1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1

مجانب های قائم

$$x^3 + x = \cdot \rightarrow x = \cdot \rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow .^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow .^+} \frac{x+1}{x^3+x} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow .^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow .^-} \frac{x+1}{x^3+x} = -\infty \end{cases}$$

۱۲



۱۳

معادله‌ی  $x^3 + bx + c = 0$  دارای یک ریشه است. لذا :

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = -1 \rightarrow b = 2$$

از طرفی

$$x = -1 \xrightarrow{x^3 + bx + c = 0} (-1)^3 + b(-1) + c = 0 \xrightarrow{b=2} 1 - 2 + c = 0 \rightarrow c = 1$$

۱۴

$$2x^3 + x = 0 \rightarrow x = 0, x = -\frac{1}{2}$$

مجانب‌های قائم

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^3 + 1}{2x^3 + x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^3}{2x^3} = 2 \rightarrow y = 2$$

مجانب افقی

### تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

## پاسخ سوالات موضوعی نهایی

### فصل چهارم حسابان ۲ پایه دوازدهم ریاضی فیزیک

#### مفهوم مشتق

	۱
-۳	۲
	۳

#### محاسبهٔ مشتق تابع در یک نقطه

$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 - 3x + 2) - (1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = 1-2 = -1$	۱
$f(x) = \sqrt{x-2} \rightarrow f(3) = \sqrt{3-2} = 1$ $f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x - 3} \times \frac{\sqrt{x-2} + 1}{\sqrt{x-2} + 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x - 3} \times \frac{\sqrt{x-2} + 1}{\sqrt{x-2} + 1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)-1}{x-3} \times \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x-3} \times \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1} = \frac{1}{\sqrt{3-2} + 1} = \frac{1}{2}$ $m = \frac{1}{2}$ شیب خط مماس	۲

$$y = m(x - x_0) - y_0$$

$$y = \frac{1}{2}(x - 3) - 1 \rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$$
 معادله خط مماس

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 3x) - (-2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1$$

۳

### مشتق پذیری و پیوستگی

تابع در نقطه‌ی داده شده مشتق پذیر نیست. زیرا:

$$f(2) = \circ$$

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2| - \circ}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2| - \circ}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1$$

و  $f'_-(2) \neq f'_+(2)$  می باشد.

۱

تابع  $f$  در  $x = -1$  پیوسته است.

$$f(-1) = (-1)^2 + (-1) = 1 - 1 = 0$$

$$f'_+( -1 ) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{|x^2 + x| - 0}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-x(x+1)}{x+1} = 1$$

$$f'_-( -1 ) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{|x^2 + x| - 0}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x(x+1)}{x+1} = -1$$

مشتق های راست و چپ تابع هر دو متناهی و نابرابرند. پس  $x = -1$  نقطه‌ی گوشه‌ای تابع است.

۲



کافی است که نشان دهیم:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ :

۳

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) &= \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \left( \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \times \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0 \times f'(a) = 0 \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) &= 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \end{aligned}$$

$$f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt[3]{x} - \cdot}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = +\infty$$

۴

$$\begin{aligned} f'_+(2) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x^3 - 8| - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 8}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + 2x + 4) = 4 \\ f'_-(2) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^3 - 8| - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^3 - 8)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} -(x^2 + 2x + 4) = -4 \end{aligned}$$

۵

و چون  $f'_+(2) \neq f'_-(2)$  پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^3 + 3) - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + x + 1) = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(3x + 1) - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 3}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3(x - 1)}{x - 1} = 3$$

و چون  $f'_+(1) \neq f'_-(1)$  پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.

درست ۷

$$f'_+(1) \text{ مشتق راست} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^3 - 1| - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + x + 1) = 2$$

$$f'_-(1) \text{ مشتق چپ} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^3 - 1| - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^3 - 1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x - 1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x^2 + x + 1) = -2$$

و چون  $f'_+(1) \neq f'_-(1)$  تابع در نقطه  $x = 1$  مشتق پذیر نیست.

درست ۸

مماض قائم ۹

$$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^\gamma}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} x = \cdot$$

۱۱

$$f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} 1 = 1$$

و چون مشتقات چپ و راست تابع در نقطه‌ی نابرابرند، پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.

نادرست

۱۲

تابع در  $x = 1$  پیوسته است.

$$\text{حد راست } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax + b) = a + b$$

$$\text{حد چپ } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^3 - 2x) = 1 - 2 = -1$$

$$f(1) = (1)^3 - 2(1) = 1 - 2 = -1$$

$$\Rightarrow a + b = -1 \rightarrow b + 1 = -a$$

مشتق راست و چپ تابع در  $x = 1$  برابرند.

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(ax + b) - (-1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax + b + 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax - a}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a(x - 1)}{x - 1} = a$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^3 - 2x) - (-1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 2x + 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^3 + x - 1)(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^3 + x - 1) = 1 + 1 - 1 = 1$$

$$f'_+(1) = f'_-(1) \rightarrow a = 1$$

$$a + b = -1 \xrightarrow{a=1} b = -2$$

روش دوم

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^3 - 2x & x \leq 1 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} a & x > 1 \\ 3x^2 - 2 & x \leq 1 \end{cases}$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = a, \quad f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x^2 - 2) = 1$$

$$f'_+(1) = f'_-(1) \rightarrow a = 1$$

$$a + b = -1 \xrightarrow{a=1} b = -2$$

## پاسخ سوالات موضوعی حسابان ۲ ..... فصل ۴

۱۴

$$\lim_{x \rightarrow \cdot^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} f(x) = f(\cdot) = .$$

$$\left. \begin{array}{l} f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^\gamma - \cdot}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} x = \cdot \\ f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x^\gamma - \cdot}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} x = \cdot \end{array} \right\} \rightarrow f'_+(\cdot) = f'_-(\cdot)$$

لذا تابع داده شده در  $x = \cdot$  مشتق پذیر است.

نادرست ۱۵

نادرست ۱۶

۱۷ حد راست  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^\gamma + 1) = 2$

حد چپ  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x) = 2$

مقدار  $f(1) = 1^\gamma + 1 = 2$

لذا تابع در نقطه  $x = 1$  پیوسته است.

$$\begin{aligned} \text{مشتق راست } f'_+(1) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^\gamma + 1) - (2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^\gamma - 1}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+\gamma)}{x-1} = \gamma \end{aligned}$$

$$\text{مشتق چپ } f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(2x) - (2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$$

### تعابیر هندسی مشتق

$a : ۱$	$b : d$	$c : b$	$d : b$
نادرست ۲			
$A$ ۳			

## پاسخ سوالات موضوعی حسابان ۲ ..... فصل ۴

۴	نمودار (ب) : سهمی نمودار داده شده رو به پایین است. پس ضریب $x^3$ منفی است. لذا در مشتق تابع ضریب $x$ منفی خواهد بود. در نتیجه نمودار مشتق، خطی با شیب منفی است.										
۵	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="background-color: #ffffcc;">شیب</th> <th style="background-color: #ffffcc;">نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>+</td><td><math>D</math></td></tr> <tr> <td>۲</td><td><math>C</math></td></tr> <tr> <td><math>+/\sqrt{5}</math></td><td><math>B</math></td></tr> <tr> <td><math>-+/\sqrt{5}</math></td><td><math>A</math></td></tr> </tbody> </table>	شیب	نقطه	+	$D$	۲	$C$	$+/\sqrt{5}$	$B$	$-+/\sqrt{5}$	$A$
شیب	نقطه										
+	$D$										
۲	$C$										
$+/\sqrt{5}$	$B$										
$-+/\sqrt{5}$	$A$										
۶	$(E) \text{ ب } (i)$ $\text{الف (مثبت)} ii$ $\text{ب (کمتر)} iii$										
۷	$\text{الف} A \left  \begin{array}{l} ۲ \\ ۳ \end{array} \right. , \quad B \left  \begin{array}{l} + \\ ۱ \end{array} \right. \rightarrow m = f'(2) = \frac{3-1}{2-1} = 1$ <p>ب) <math>y - 3 = 1(x - 2) \rightarrow y = x + 1</math></p>										
۸	$f(2) = 16$ <p><math>f'(x) = -2x + 10 \rightarrow f'(2) = 6</math> شیب خط مماس</p> <p><math>y - 16 = 6(x - 2) \rightarrow y = 6x + 4</math> معادله خط مماس</p>										
۹	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="background-color: #ffffcc;"><math>x</math></th> <th style="background-color: #ffffcc;"><math>f(x)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d</math></td><td>۰</td></tr> <tr> <td><math>b</math></td><td><math>+/\sqrt{5}</math></td></tr> <tr> <td><math>c</math></td><td>۲</td></tr> <tr> <td><math>a</math></td><td><math>-+/\sqrt{5}</math></td></tr> </tbody> </table>	$x$	$f(x)$	$d$	۰	$b$	$+/\sqrt{5}$	$c$	۲	$a$	$-+/\sqrt{5}$
$x$	$f(x)$										
$d$	۰										
$b$	$+/\sqrt{5}$										
$c$	۲										
$a$	$-+/\sqrt{5}$										
۱۰	با توجه به شیب خط مماس در نقاط تعیین شده										
۸	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="background-color: #ffffcc;">شیب</th> <th style="background-color: #ffffcc;">-۲</th> <th style="background-color: #ffffcc;">-۱</th> <th style="background-color: #ffffcc;"><math>+/\sqrt{5}</math></th> <th style="background-color: #ffffcc;">۲</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="background-color: #ffffcc;">نقطه</td> <td style="background-color: #ffffcc;"><math>D</math></td> <td style="background-color: #ffffcc;"><math>B</math></td> <td style="background-color: #ffffcc;"><math>A</math></td> <td style="background-color: #ffffcc;"><math>C</math></td> </tr> </tbody> </table>	شیب	-۲	-۱	$+/\sqrt{5}$	۲	نقطه	$D$	$B$	$A$	$C$
شیب	-۲	-۱	$+/\sqrt{5}$	۲							
نقطه	$D$	$B$	$A$	$C$							

$$m_B > \cdot \text{ و } m_A < \cdot \text{ و } m_{AB} = \cdot$$

$$\Rightarrow m_A < m_{AB} < m_B$$

۱۱

### محاسبهٔ مشتق

$$(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x) = 1 + 2 = 3$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) = (1)(-3) + (3)(2) = -3 + 6 = 3$$

۷ ۲

$$A \left| \begin{array}{l} 2 \\ 4 \end{array} \right. , B \left| \begin{array}{l} \cdot \\ \cdot \end{array} \right. \longrightarrow m = f'(1) = \frac{4 - \cdot}{2 - \cdot} = 2 \quad , \quad f(1) = 2$$

۳

$$C \left| \begin{array}{l} \cdot \\ 4 \end{array} \right. , D \left| \begin{array}{l} 4 \\ \cdot \end{array} \right. \longrightarrow m = g'(1) = \frac{4 - \cdot}{\cdot - 4} = -1 \quad , \quad g(1) = 3$$

$$h'(1) = \frac{f'(1)g(1) - f(1)g'(1)}{g'(1)} = \frac{(2)(3) - (2)(-1)}{9} = \frac{8}{9}$$

۱۹ ۴

$$(3f + 2g)'(1) = 3f'(1) + 2g'(1) = 3(3) + 2(5) = 19$$

۵

### مشتق گیری از توابع

$$\text{الف) } y = \frac{2x(x^3 + 2x - 5) - (x^3 + 1)(3x^2 + 2)}{(x^3 + 2x - 5)^2}$$

۱

$$\text{ب) } y = -3 \times 2 \cos(-3x + 1)(-\sin(-3x + 1))$$

$$\text{الف) } y = \frac{2x(x^3 + 2x + 1) - (x^3 - 1)(3x^2 + 2)}{(x^3 + 2x + 1)^2}$$

۲

$$\text{ب) } y = -6 \times \sin(2x) \cos^2(2x)$$

<p>الف) <math>y = \frac{2x(5x^3 - 3x + 1) - x^5(15x^2 - 3)}{(5x^3 - 3x + 1)^2}</math></p> <p>ب) <math>y = 3 \times 2 \cos(2x + 1) \sin^3(2x + 1)</math></p>	۳
<p>الف) <math>f'(x) = 4(5x^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}})(2x^3 + \sqrt[3]{x} - 1)^3</math></p> <p>ب) <math>f'(x) = -\frac{(1)(x^2 + 1) - 2x(x)}{(x + 1)^2} \times \sin(\frac{x}{x^2 + 1})</math></p>	۴
<p>الف) <math>y' = \frac{2(x^3 - 2x^2) - (3x^2 - 4x)(2x + 3)}{(x^3 - 2x^2)^2}</math></p> <p>ب) <math>y' = 3 \times 2 \cos(2x + 1) \sin^3(2x + 1)</math></p>	۵
<p>الف) <math>f'(x) = \frac{(2x - 3)(-3x + 2) - (-3)(x^2 - 3x + 1)}{(-3x + 2)^2}</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x^2 + 5) + (5x)\sqrt{x}</math></p> <p>ب) <math>h'(x) = 3 \cos x \sin^2 x - 2 \sin x \cos x</math></p>	۶
<p>الف) <math>f'(x) = 3(2x)(x^2 + 1)^2(5x - 1) + 5(x^2 + 1)^3</math></p> <p>ب) <math>f'(x) = \frac{-5 \sin x(1 - \sin x) - (\cos x)(5 \cos x)}{(1 - \sin x)^2}</math></p>	۷

الف)  $f(x) = u \cdot v \rightarrow f'(x) = u' \cdot v + v' \cdot u$

$$u = 2\sqrt{x} \rightarrow u' = 2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$v = 5x^2 - 3x \rightarrow v' = 10x - 3$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(5x^2 - 3x) + 2\sqrt{x}(10x - 3)$$

ب)  $g(x) = \sin 3x + \cos^2(4x^3 - 2)$

$$g'(x) = 3\cos 3x - 2(12x^2)\sin(4x^3 - 2)\cos(4x^3 - 2)$$

الف)  $f'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)(x^2 + 1) + (3x^2)(\sqrt{3x+2})$

ب)  $g'(x) = 7(2x+3)(x^2 + 3x + 1)^6$

پ)  $h'(x) = \frac{(2x-5)(-2x+9) - (-2)(x^2 - 5x + 7)}{(-2x+9)^2}$

الف)  $f'(x) = 12x^2(2x-1)^4 + 4(2x-1)^3(2)(4x^3 - 7)$

ب)  $g'(x) = \frac{-\cos x(\cos x) - (-\sin x)(1-\sin x)}{\cos^2 x}$

۸

۹

۱۰

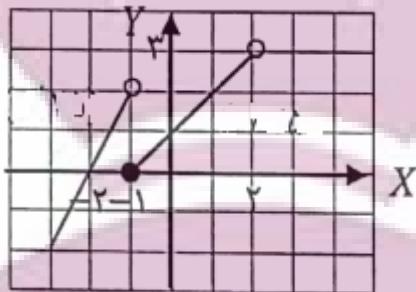
مشتق تابع مرکب و قاعده زنجیری

۱

مشتق پذیری روی یک بازه

## پاسخ سوالات موضوعی حسابان ۲ ..... فصل ۴

تابع  $f$  در  $x = -1$  پیوسته نیست، لذا در این نقطه مشتق پذیر هم نیست. در نتیجه در بازه  $[-2, 0]$  مشتق نیز پذیر نیست.



### مشتق مرتبه دوم

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x + 2 \sin 2x = \sin 2x + 2 \sin 2x = 3 \sin 2x$$

$$f''(x) = 2 \cos 2x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos 2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \times 0 = 0$$

### آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر

$$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t \rightarrow m'(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} + 2(9) = \frac{1}{6} + 18 = \frac{109}{6}$$

$$f(x) = x^3 - 2x \rightarrow \begin{cases} f(2) = (2)^3 - 2(2) = 8 - 4 = 4 \\ f(\cdot) = (\cdot)^3 - 2(\cdot) = \cdot \end{cases}$$

$$\text{آهنگ تغییر متوسط} \quad \frac{f(2) - f(\cdot)}{2 - \cdot} = \frac{4 - \cdot}{2} = 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2 \xrightarrow{x=1} f'(1) = 3(1)^2 - 2 = 1 \quad \text{آهنگ تغییر لحظه‌ای}$$

$$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t \rightarrow m'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} + 4(4) = \frac{1}{4} + 16 = \frac{65}{4}$$

$$f'(x) = 4x + 5 \Rightarrow \begin{cases} f'(-1) = 1 \\ f'(2) = 13 \end{cases} \quad 13 \text{ برابر}$$

درست ۵

$f(5) = (5)^3 - (5) + 10 = 125 - 5 + 10 = 130.$ $f(.) = (.)^3 - (.) + 10 = 10.$ $\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(.)}{5 - .} = \frac{130 - 10}{5} = 24$ سرعت لحظه‌ای $f'(t) = 2t - 1$ $f'(t) = 24 \rightarrow 2t - 1 = 24 \rightarrow t = \frac{25}{2}$	۶
-۴	۷
درست	۸
الف)	۹
$m(t) = \sqrt{t} + t^2 \rightarrow \begin{cases} m(3) = \sqrt{3} + (3)^2 = 9 + \sqrt{3} \\ m(4) = \sqrt{4} + (4)^2 = 2 + 16 = 18 \end{cases}$ $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m(4) - m(3)}{4 - 3} = 18 - (9 + \sqrt{3}) = 9 - \sqrt{3}$	
ب)	۱۰
$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t \rightarrow m'(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} + 2(9) = \frac{1}{6} + 18 = \frac{109}{6}$	$\frac{1}{6}$
$f'(t) = -4t + 10 \rightarrow f'(2) = -8 + 10 = 2$	۱۱

تهیه کننده:

جابر عامری عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

## پاسخ سوالات موضوعی نهایی

### فصل پنجم حسابان ۲ پایه دوازدهم ریاضی فیزیک

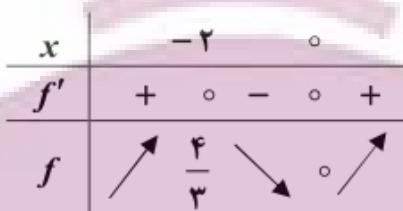
#### اکسترمم های یک تابع و توابع صعودی و نزولی

	۱												
$f'(x) = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 4}}$ $f'(x) = 0 \rightarrow 2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1$ $f(0) = f(2) = 2$ ماکزیمم مطلق $f(1) = \sqrt{3}$ مینیمم مطلق	۲												
$f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$ $f'(x) = 0 \rightarrow x = 0$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td><td style="padding: 5px;">- <math>\infty</math></td><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f'(x)</math></td><td style="padding: 5px;">-</td><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">+</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f(x)</math></td><td style="padding: 5px;">\downarrow</td><td style="padding: 5px;">\circ</td><td style="padding: 5px;">↗</td></tr> </table> تابع در فاصله‌ی $(-\infty, 0)$ نزولی و در فاصله‌ی $(0, +\infty)$ صعودی است.	$x$	- $\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	\downarrow	\circ	↗	۳
$x$	- $\infty$	0	$+\infty$										
$f'(x)$	-	0	+										
$f(x)$	\downarrow	\circ	↗										
۴													
۵	الف) نادرست      ب) درست												
$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x \rightarrow f'(x) = x^2 - 1$ $f'(x) = 0 \rightarrow x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$ $\rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow f(0) = 0 \\ x = 1 \rightarrow f(1) = -\frac{2}{3} \\ x = -1 \rightarrow f(-1) = \frac{2}{3} \\ x = 2 \rightarrow f(2) = \frac{2}{3} \end{cases}$	۶												
$f(-1) = -\frac{2}{3}$ ماکزیمم مطلق و $f(1) = -\frac{2}{3}$ مینیمم مطلق است. لذا $f(1) = f(2) = \frac{2}{3}$													

$$f'(x) = x^2 + 2x \xrightarrow{f'(x)=0} x=0, x=-2$$

$$f(0)=0, \quad f(-2)=\frac{4}{3}, \quad f(2)=18$$

لذا ماکزیمم مطلق تابع برابر ۱۸ و مینیمم مطلق آن صفر می باشد.



همچنین مینیمم نسبی تابع صفر می باشد.

$$f'(x) = 5x^2 + 5x - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

ریشه‌ی  $x = -2$  قابل قبول نمی باشد.

$$f(-1) = 13, \quad f(2) = 4, \quad f(1) = -7 \Rightarrow \min : (1, -7), \quad \max : (-1, 13)$$

نادرست

(-2, 2)

الف : نقاط اکسٹرمم های نسبی تابع عبارتند از  $(1, 0)$  و  $(-1, 0)$  و  $(0, 1)$

ب : نقاط اکسٹرمم های مطلق تابع عبارتند از  $(3, 8)$  و  $(0, 1)$  و  $(-1, 0)$

پ : خیر، زیر در نقطه‌ی  $(0, 1)$  از این فاصله مشتق پذیر نیست.

$$x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \quad \text{معادله ریشه ندارد.} \quad \Rightarrow \quad D_f = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 1) - 2x(x)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} \xrightarrow{f'(x)=0} -x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1$$

$$\rightarrow x = 1, \quad x = -1 \quad \text{نقاط بحرانی}$$

۷

۸

۹

۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

$x$	$-2 \leq x < -1$	$-1 \leq x \leq 2$
$f(x)$	$f(x) = x^3 - x - 1$	$f(x) = x^3 + x + 1$
$f'(x)$	$f'(x) = 3x^2 - 1$	$f'(x) = 3x^2 + 1$
$f'(x) = 0$	$x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ غير قابل قبول	$x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

و چون  $f'_+(-1) \neq f'_-(-1)$ ، لذا تابع در نقطه  $x = -1$  مشتق پذیر نیست.

اکنون عرض نقاط  $x = 2$  و  $x = -2$  و  $x = -1$  را تعیین و مقایسه می کنیم.

$$x = -2 \rightarrow f(-2) = (-2)^3 + |-2 + 1| = -8 + 1 = -7$$

$$x = 2 \rightarrow f(2) = (2)^3 + |2 + 1| = 8 + 3 = 11 \quad \text{ماکزیمم مطلق}$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 + \left|-\frac{1}{\sqrt{3}} + 1\right| = -\frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \quad \text{مینیمم مطلق}$$

$$x = -1 \rightarrow f(-1) = (-1)^3 + |-1 + 1| = -1$$

$$f'(x) = 3x^2 + 3x - 12 \xrightarrow{f'(x) = 0} 3x^2 + 3x - 12 = 0 \xrightarrow{\div 3} x^2 + x - 4 = 0$$

$$\rightarrow x = 1, \quad x = -4$$

$$\begin{cases} f(-4) = 16 \\ f(1) = -4 \\ f(3) = 45 \end{cases} \rightarrow \min : (-4, -4), \quad \max : (3, 45)$$

۱۴

$$f(x) = x^3 - 3x + 1 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 \xrightarrow{f'(x) = 0} 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow 3x^2 = 3$$

$$\rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

$$\begin{cases} f(1) = -1 \\ f(-1) = 3 \\ f(2) = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \min(f) = -1 \\ \max(f) = 3 \end{cases}$$

۱۵

بهینه سازی

	۱
--	---

### آزمون مشتق اول

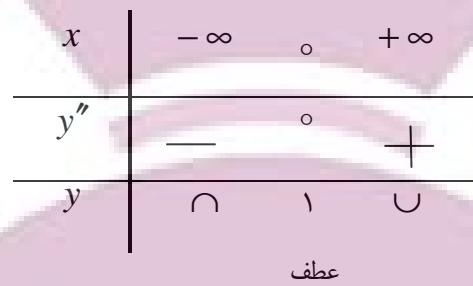
$f(x) = -x^4 + ax + b \rightarrow f'(x) = -4x^3 + a \xrightarrow{f'(1)=\cdot} -4 + a = \cdot \rightarrow a = 4$	۱
$f(1) = 2 \rightarrow -1 + 4 + b = 2 \rightarrow b = -1$	
$f(x) = x^3 + ax + b \rightarrow f'(x) = 3x^2 + a \xrightarrow{f'(1)=\cdot} 3 + a = \cdot \rightarrow a = -3$	۲
$f(x) = x^3 + ax + b \xrightarrow{f(1)=2} 1 + a + b = 2 \xrightarrow{a=-3} b = 4$	
$f(x) = x^3 + bx^2 + d \xrightarrow{f(1)=1} 1 = 1 + 4b + d \rightarrow 4b + d = -1$	۳
$f'(x) = 3x^2 + 2bx \xrightarrow{f'(2)=\cdot} \cdot = 12 + 4b \rightarrow b = -3$	
$4b + d = -1 \xrightarrow{b=-3} -12 + d = -1 \rightarrow d = 5$	
درست	۴

### جهت تقریر نمودار یک تابع و نقطه‌ی عطف

$f'(x) = -3x^2 + 2x \rightarrow f''(x) = -6x + 2 \xrightarrow{f''(1)=\cdot} x = 1$	۱
 عطف	
$y$	نقطه‌ی عطف (1, 3)
$f(x) = ax^3 + bx^2 - 1 \xrightarrow{f(1)=1} a + b - 1 = 1 \rightarrow a + b = 2$	۲
$f'(x) = 3ax^2 + 2bx \rightarrow f''(x) = 6ax + 2b \xrightarrow{f''(1)=\cdot} 6a + 2b = \cdot$	
$\rightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ 6a + 2b = \cdot \end{cases} \rightarrow a = -1, b = 3$	

$$f(x) = x^3 + 3x + 1 \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 3 \rightarrow f''(x) = 6x$$

$$\frac{f''(x)=0}{\rightarrow 6x=0} \rightarrow x=0$$

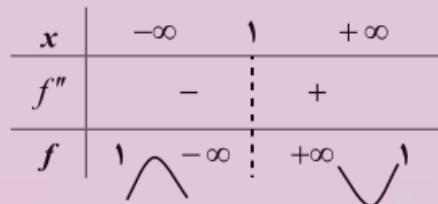


نقطه‌ی عطف (0, 1)

$$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}, \quad y'' = \frac{4}{(x-1)^3}$$

$$x-1=0 \rightarrow x=1$$

در بازه‌ی (1, +∞) تقریر رو به بالا و در بازه‌ی در بازه‌ی (-∞, 1) تقریر رو به پایین است.



تابع نقطه‌ی عطف ندارد.

ب : نقطه‌ی  $D$

الف : نقطه‌ی  $C$

۳

۴

۵

$$f'(x) = 3x^2 + 6x$$

$$f''(x) = 6x + 6 \xrightarrow{f''(x)=0} 6x + 6 = 0 \rightarrow x = -1$$

$$f(-1) = (-1)^3 + 3(-1)^2 + 1 = -1 + 3 + 1 = 3$$

لذا نقطه‌ی  $(-1, 3)$  نقطه‌ی عطف نمودار تابع است. جهت تقریر را نیز می‌توان به صورت زیر تعیین کرد.

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$y''$	-	○	+
$y$	$-\infty$	3	$+\infty$

عطف

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx \rightarrow f''(x) = 6ax + 2b$$

$$\xrightarrow{x=\frac{1}{2}} 6a\left(\frac{1}{2}\right) + 2b = 0 \rightarrow 3a + 2b = 0$$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + 1 \xrightarrow{f(1)=2} a(1)^3 + b(1)^2 + 1 = 2 \rightarrow a + b = 1$$

$$\begin{cases} 3a + 2b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases} \rightarrow a = -1, \quad b = 3$$

$$f'(x) = -3x^2 + 6x \rightarrow f''(x) = -6x + 6 \xrightarrow{f''(x)=0} -6x + 6 = 0 \rightarrow x = 1$$

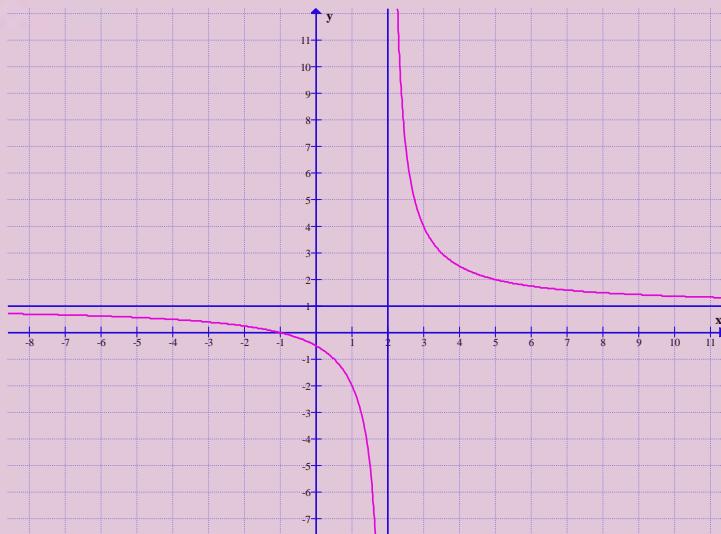
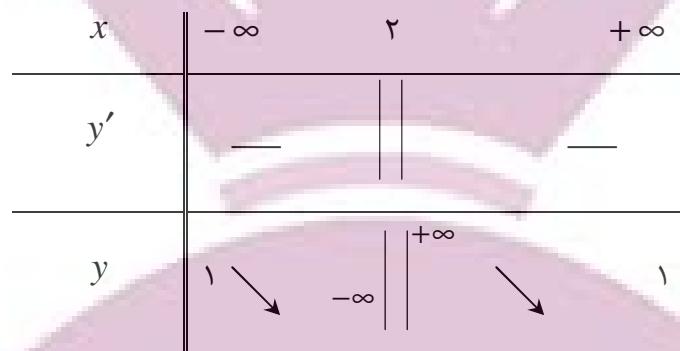
$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$y''$	+	○	-
$y$	$+\infty$	3	$-\infty$

عطف

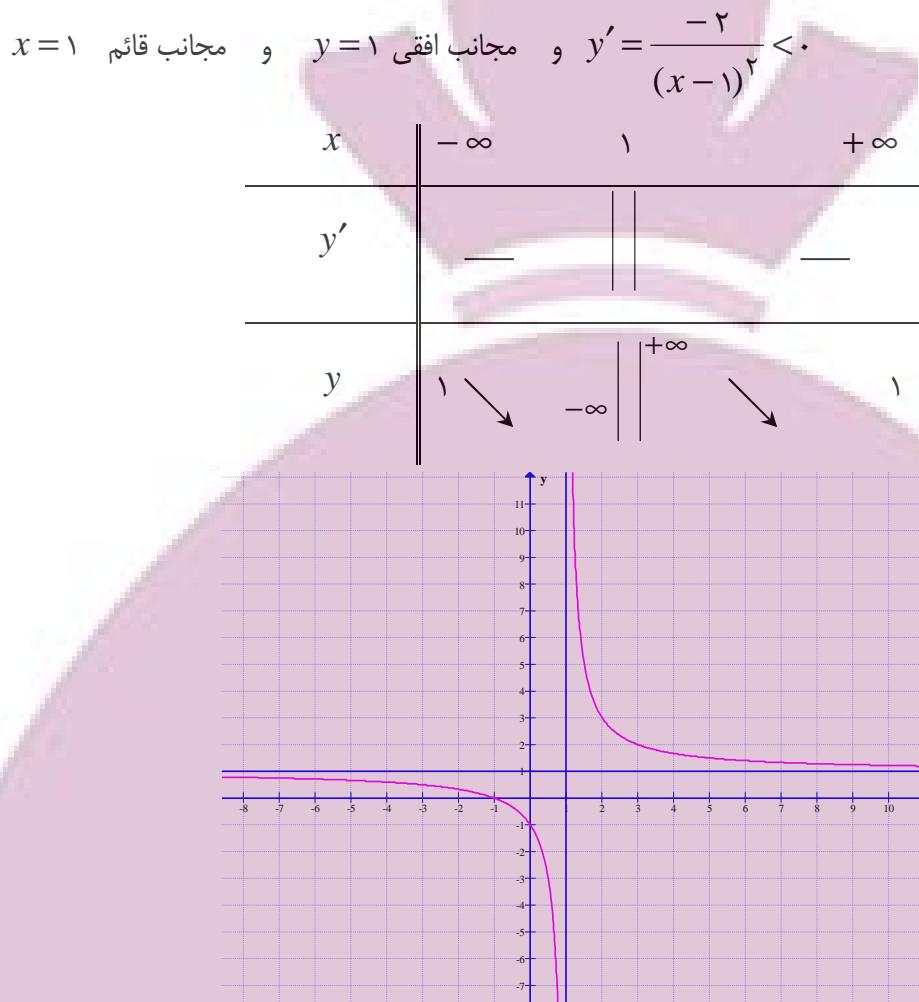
نادرست

رسم نمودار توابع

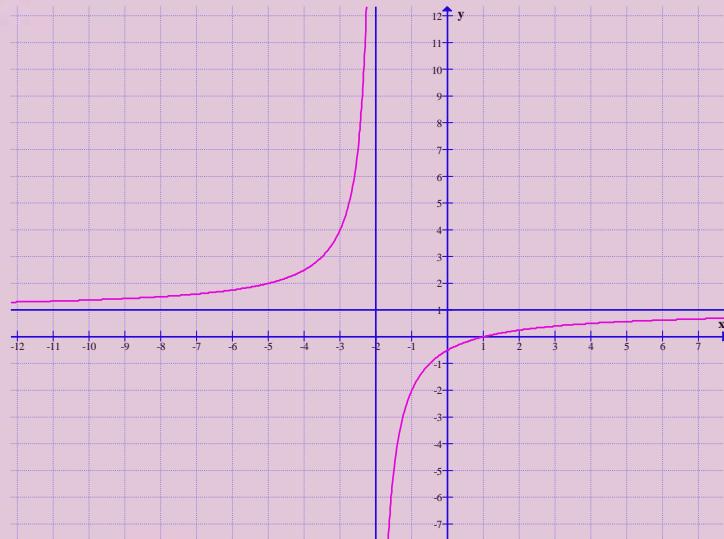
$$x = 2 \quad \text{و} \quad y = 1 \quad \text{و} \quad \text{مجانب افقی} \quad 1 \quad \text{و} \quad \text{مجانب قائم} \quad 2 \quad y' = \frac{-3}{(x-2)^2}$$



۱

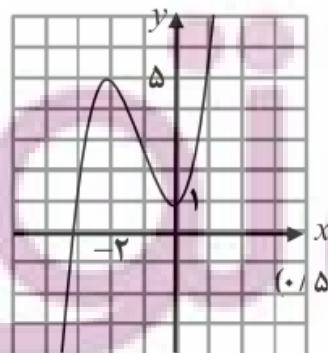


$$x = -2 \quad \text{و} \quad \text{مجانب افقي} \quad y = 1 \quad \text{و} \quad y' = \frac{3}{(x+2)^2}$$



$$y' = rx^r + sx \xrightarrow{y'=0} x=0, \quad x=-r$$

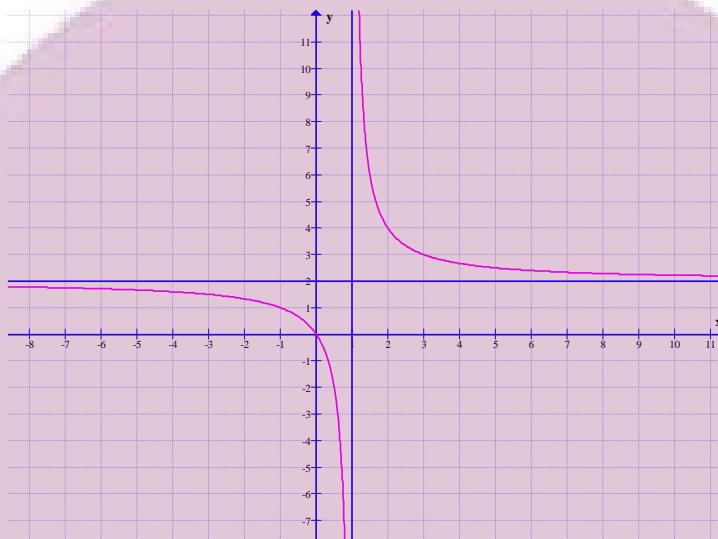
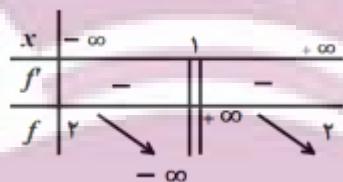
The graph shows the function  $f$  on the vertical axis and  $x$  on the horizontal axis. The curve starts from negative infinity as  $x \rightarrow -\infty$ , reaches a local maximum at  $x = -2$  (marked with a dot), then descends to a local minimum at  $x = 0$  (marked with a dot), and finally rises towards positive infinity as  $x \rightarrow +\infty$ .



$$f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0.$$

مجانب افقی  $y = 2$

مجانب قائم  $x = 1$



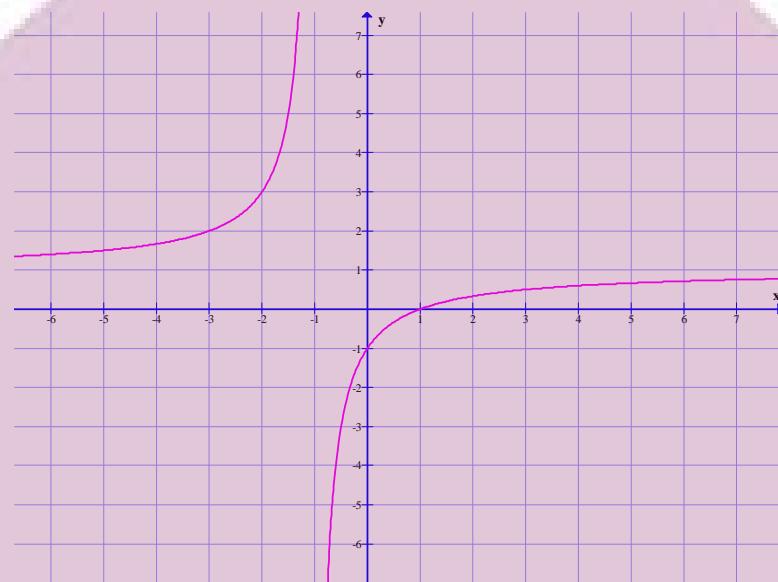
مجانب افقی  $x = 1$

مجانب قائم  $x = -1$

$$f'(x) = \frac{1(x+1) - 1(x-1)}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2} > 0.$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$y'$	+	+	+

$\nearrow +\infty \parallel_{-\infty} \nearrow$



۷

مجانب قائم  $x - ۱ = ۰ \rightarrow x = ۱$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x-1} = 1 \rightarrow y = 1$$

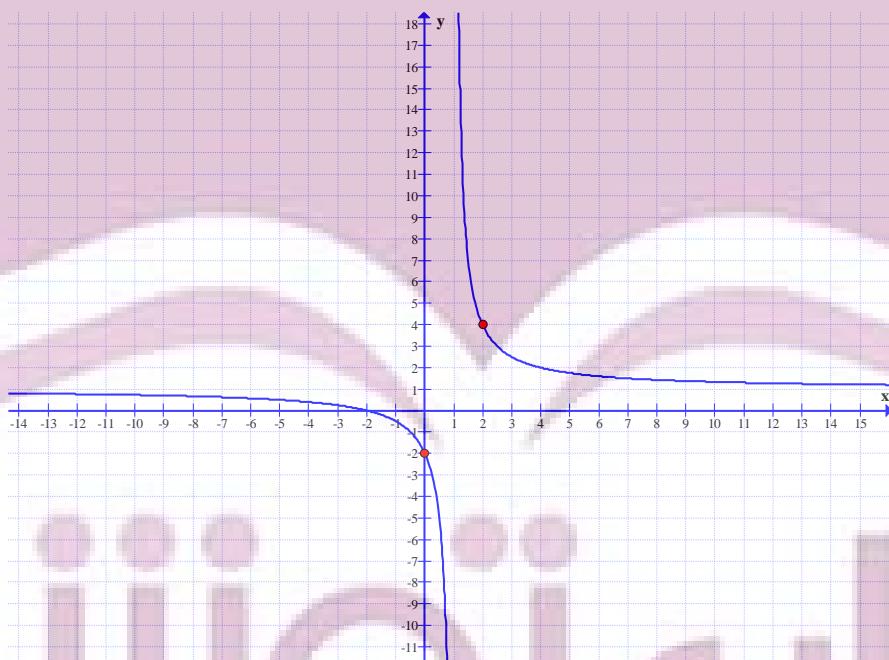
مجانب افقی

$$f'(x) = \frac{1(x-1) - 1(x+2)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0.$$

نقاط کمکی  $(-2, 0)$  و  $(2, 4)$

جدول تغییرات

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$y'$	—	—	—
$y$	$-1$	$+ \infty$	$1$



$$D_f = R$$

$$y = x^3 + 3x^2 + 1 \rightarrow y' = 3x^2 + 6x \xrightarrow{y' = 0} 3x^2 + 6x = 0 \rightarrow 3x(x + 2) = 0$$

$$\rightarrow x = 0, \quad x = -2$$

$$y'' = 6x + 6 \xrightarrow{y'' = 0} 6x + 6 = 0 \rightarrow x = -1$$

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$
$y'$	+	o	-	o	+
$y$	$-\infty$	۵	۳	۱	$+\infty$

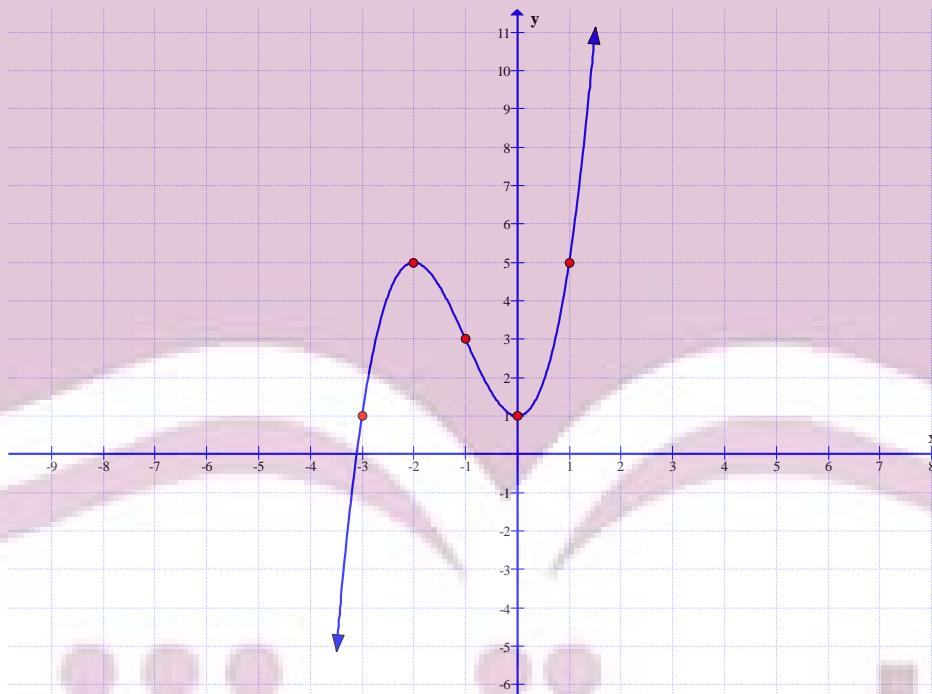
↗ max      ↘ min      ↗

$$x = -3 \rightarrow y = -27 + 27 + 1 = 1 \rightarrow A(-3, 1)$$

نقطهٔ کمکی

$$x = 1 \rightarrow y = 1 + 3 + 1 = 5 \rightarrow B(1, 5)$$

نقطهٔ کمکی

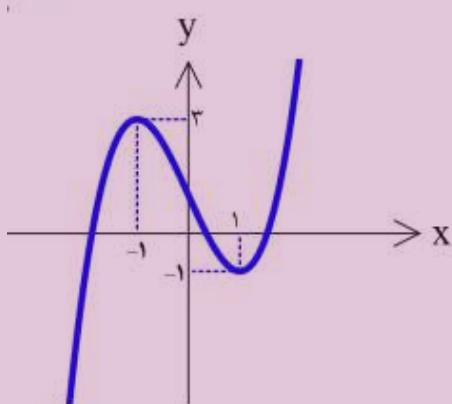


$$y' = 3x^2 - 3 \xrightarrow{y'=0} 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

نقط بحرانی

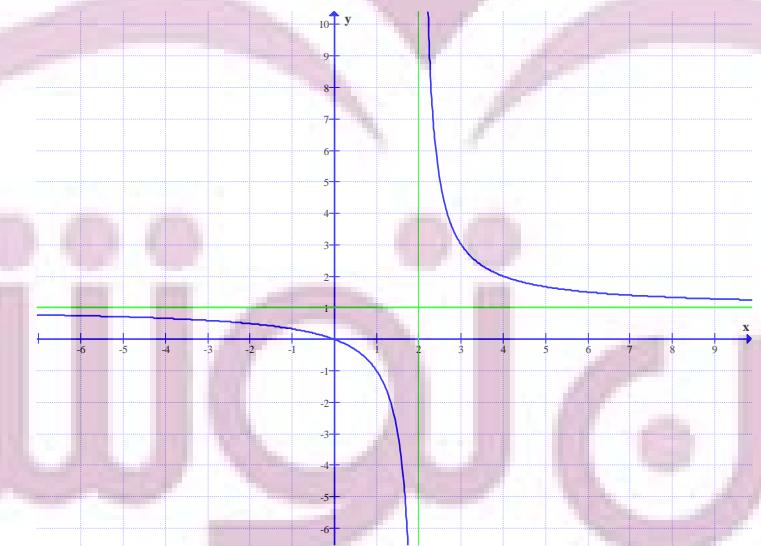
$$y'' = \epsilon x \xrightarrow{y''=0} \epsilon x = 0 \rightarrow x = 0 \quad \text{نقطه‌ی عطف}$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$	
$y'$	+	○	—	—	○	+
$y''$	—	—	—	○	+	+
$y$	$-\infty$	$r$	$1$	$-1$	$\min$	$+\infty$



$$y = \text{مجانب افقی} \quad x = \text{مجانب قائم}$$

$$y' = \frac{-r}{(x-r)^2} < 0$$



تهیه کنندگان:

جابر عامری عضو گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان خوزستان

