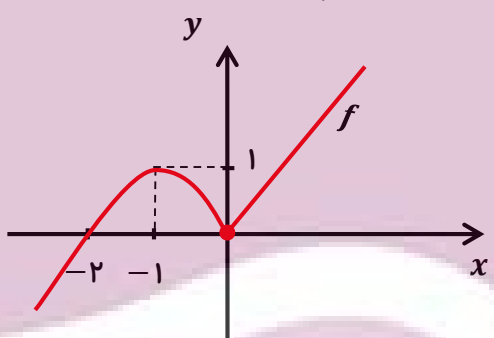
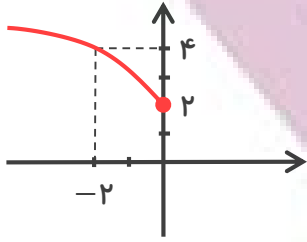


سوالات تکمیلی حسابان ۲ گردآورنده گروه ریاضی استان گلستان

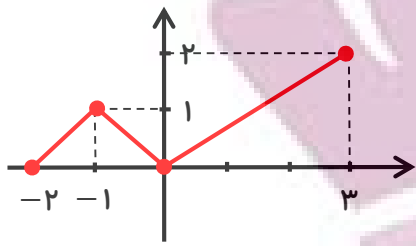
فصل اول: تابع

<p>۱ الف) با استفاده از انتقال نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$، نمودار توابع $g(x) = f(x - 2)$ و $h(x) = f(x) + 2$ را رسم کنید.</p> <p>ب) دامنه و برد توابع g و h را به دست آورید.</p>	<p>۱</p>
<p>۲ نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه هایی که در آن ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -1 & -1 \leq x < 0 \\ x^3 & x < -1 \end{cases}$	<p>۲</p>
<p>۳ الف) نمودار تابع $f(x) = x - 4 + x + 1$ را در نظر بگیرید.</p> <p>ب) مشخص کنید تابع در چه بازه هایی اکیدا یکنواست؟</p> <p>پ) آیا تابع f وارون پذیر است؟ در صورت وارون پذیری، وارون آن را بیابید.</p>	<p>۳</p>
<p>۴ مقدار a را چنان تعیین کنید که باقی مانده تقسیم $f(x) = x^3 - ax + 5$ بر $x - 2$ برابر ۱ شود.</p>	<p>۴</p>
<p>۵ اگر باقی مانده تقسیم $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ بر $x - 1$ و $x + 1$ به ترتیب برابر ۴ و ۶ باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x - 2$ را بیابید.</p>	<p>۵</p>

۶	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید و سپس به کمک آن نمودار تابع $g(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$ را رسم کنید.
۷	فرض کنید تابع f در یک فاصله اکیدا صعودی باشد و a و b متعلق به این فاصله باشند. اگر $f(a) \leq f(b)$ نشان دهید: $a \leq b$.
۸	اگر $\log(x+1) \leq \log(2x-3)$ ، حدود x را به دست آورید.
۹	مقادیر a و b را طوری بیابید که چندجمله ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x-2$ و $x+1$ بخش پذیر باشد.
۱۰	چندجمله ای $x^6 - 1$ را طوری تجزیه کنید که $x+1$ یک عامل آن باشد.
۱۱	با استفاده از نمودار داده شده برای $f(x)$ موارد خواسته شده را رسم کنید.  <p>(الف) $y = f\left(-\frac{1}{2}x + 1\right)$ (ب) $y = -3f(x) + 3$</p>
۱۲	اگر $\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-x-4} \geq \frac{1}{16}$ باشد، حدود x را به دست آورید.
۱۳	مقادیر a و b را طوری بیابید که چندجمله ای $x^3 + ax^2 + x + b$ بر $x-1$ و $x+2$ بخش پذیر باشد.
۱۴	هر یک از چندجمله ای های زیر را بر حسب عامل های خواسته شده تجزیه کنید. (الف) $x^6 - 1$ با عامل $x+1$

<p>(ب) $x^5 + 32$ با عامل $x + 2$</p>	
<p>۱۵ نمودار زیر مربوط به کدام تابع است؟</p>  <p>(الف) $y = \sqrt{-x + 2}$</p> <p>(ب) $y = \sqrt{-x - 2}$</p> <p>(پ) $y = \sqrt{-2x - 2}$</p> <p>(ت) $y = \sqrt{-2x + 2}$</p>	
<p>۱۶ نمودار تابع زیر را رسم کنید و یکنوایی آن را بررسی کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} & x < 0 \\ x^2 + 2x & x > 0 \end{cases}$	
<p>۱۷ چندجمله ای $x^2 + kx - 2$ بر $x - k$ بخش پذیر است. مقدار k کدام است؟</p> <p>(الف) ± 1 (ب) ± 2 (پ) ± 3 (ت) ± 4</p>	
<p>۱۸ در تجزیه $x^4 - 16$ کدام عامل وجود ندارد؟</p> <p>(الف) $x - 2$ (ب) $x + 2$ (پ) $(x - 2)^2$ (ت) $x^2 - 4$</p>	
<p>۱۹ اگر $\frac{1}{18} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{3x-2}$ باشد، حدود x را بیابید.</p>	
<p>۲۰ (الف) نمودار $f(x) = \sqrt{x - 1}$ را با دامنه $[0, 3]$ رسم کنید و دامنه و برد را مشخص کنید.</p> <p>(ب) نمودار $k(x) = f(x - 2)$ را به کمک انتقال رسم کنید.</p>	

۲۱ نمودار $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است. با توجه به نمودار به سوالات زیر پاسخ دهید.



الف) نمودار $k(x) = f(1+x)$ را رسم کنید.

ب) نمودار $h(x) = f(1-2x)$ را رسم کنید.

۲۲ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 0 \\ -2x - 3 & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه فاصله

هایی این تابع صعودی و در چه بازه هایی نمودار نزولی است؟

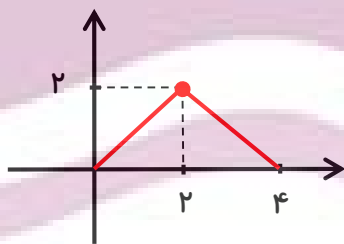
۲۳ چند جمله ای های زیر را تجزیه کنید.

الف) $x^3 - 27$

ب) $x^6 - 64$

۲۴ باقی مانده تقسیم چندجمله ای $x^4 + x - 3$ را بر $3x - 1$ به دست آورید.

۲۵ نمودار تابع f با ضابطه ی $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.

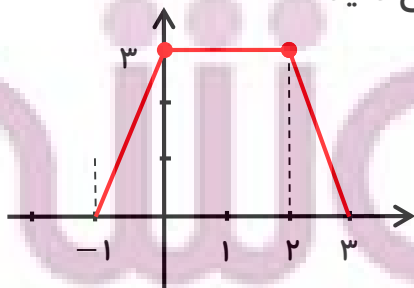


نمودار توابع $y = f(x+2)$ و $y = -2f(x) + 1$

را به کمک انتقال رسم نموده و

دامنه و برد هر یک را تعیین کنید.

۲۶ نمودار تابع f در زیر داده شده است. به سوالات زیر پاسخ دهید.



الف) دامنه و برد f را تعیین کنید.

ب) نمودار تابع $f(x-2) + 1$ را به کمک

انتقال رسم نموده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.

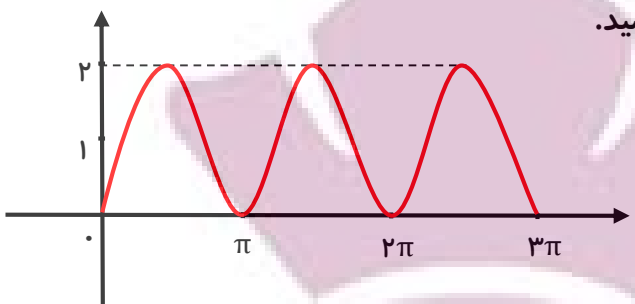
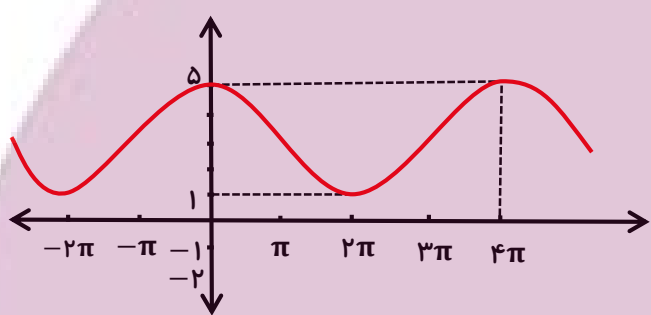
۲۷ گزینه ی مناسب را انتخاب کنید.

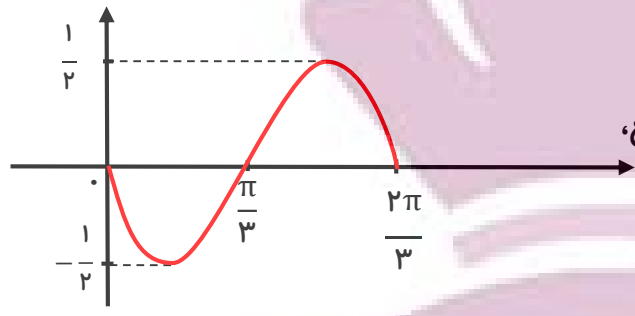
<p>در رسم نمودار $y = f(ax)$ از روی نمودار تابع $y = f(x)$، اگر $0 < a < 1$ نمودار $y = f(x)$ در امتداد محور x ها می شود. الف) منبسط ب) منقبض</p>	
<p>جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. باقی مانده تقسیم $P(x) = x^4 - 6x - 4$ بر $x + 1$ برابر با است.</p>	۲۸
<p>درست یا نادرست بودن عبارت زیر را مشخص کنید. اگر دامنه ی تابع f برابر با $[-1, 3]$ باشد، دامنه ی تابع $g(x) = -3f(2x)$، $g(x)$ $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ است.</p>	۲۹
<p>درست یا نادرست بودن عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y = 2x^2 + 4x - 1$ در بازه ی $[-2, 5]$ صعودی است.</p>	۳۰
<p>در چند جمله ای $x^3 + ax^2 + x + b$، مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی مانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر با ۴ بوده و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.</p>	۳۱
<p>گزینه ی مناسب را انتخاب کنید. تابع $y = x^2 - 1$ در بازه ی $(-\infty, 0)$ است. الف) صعودی ب) نزولی</p>	۳۲
<p>اگر باقی مانده تقسیم چند جمله ای $f(x) = 2x^4 + mx + 2$ بر $x + 1$ برابر ۲ باشد، باقی مانده تقسیم آن بر $x - 1$ را بیابید.</p>	۳۳
<p>مقادیر m و n را چنان دست آورید که چند جمله ای $x^2 + mx + n$، بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.</p>	۳۴

فصل دوم: مثلثات

<p>۱ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم توابع زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) $y = \pi \sin(-x) + 1$</p> <p>ب) $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2} x$</p>	<p>۱</p>
<p>۲ اگر در یک تابع مثلثاتی (سینوس یا کسینوس) داشته باشیم: $T = \pi$ و $\max = 7$ و $\min = 1$، ضابطه آن را بنویسید.</p>	<p>۲</p>
<p>۳ اختلاف کمترین و بیشترین مقدار تابع $y = 2 - \cos 3x$ را بیابید.</p>	<p>۳</p>
<p>۴ معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> <p>الف) $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$</p> <p>ب) $\cos x (2 \cos x - 9) = 5$</p> <p>پ) $\cos^3 x + \cos x = 0$</p> <p>ت) $\cos^2 x + \sqrt{2} \sin x = 1$</p>	<p>۴</p>

۵	<p>ضابطهٔ مربوط به نمودار زیر را بنویسید.</p> 
۶	<p>دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع زیر را معین کنید.</p> $y = 3 \sin(2x) - 2$
۷	<p>با توجه به محورهای سینوس و تانژانت در بازه زیر مقدار $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$ را باهم مقایسه کنید.</p> $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \text{ یا } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$
۸	<p>معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> <p>الف) $\cos 3x - \cos x + 1 = 0$</p> <p>ب) $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$</p>
۹	<p>مثلی با مساحت ۳ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ باشند، آن گاه چند مثلث با این خاصیت ها می توان ساخت؟</p>
۱۰	<p>نمودار تابع مقابل را به کمک مقادیر ماکزیمم و می نیمم و دوره تناوب رسم کنید.</p> $y = 5 \cos\left(\frac{2x}{3}\right) + 3$
۱۱	<p>دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم هر یک از توابع زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) $y = 3 \cos(5\pi x) + 11$</p> <p>ب) $y = -2\sqrt{7} \sin(3x) + 6\sqrt{7}$</p>

	<p>۱۲ ضابطه نمودار داده شده را بنویسید.</p>
	<p>۱۳ فرض کنید $\cos(2\alpha) = \frac{31}{33}$ و 2α زاویه ای حاده باشد. مقدار $\sin \alpha$ را بیابید.</p>
<p>۱۴ معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> $\cos(2x) + 7 \sin x - 4 = 0$	
	<p>۱۵ نمودار تابع f داده شده است. دوره تناوب و مقادیر Min و Max تابع f کدام است؟</p>
<p>۱۶ دوره تناوب و مقادیر Min و Max تابع زیر را به دست آورید.</p> $y = \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{-x}{3}\right) + 1$	
<p>۱۷ معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> $\cos x \cdot \sin x = \frac{1}{4}$	
	<p>۱۸ اگر $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ و α در ربع اول باشد، حاصل $\sin 2\alpha + \cos 2\alpha$ را بیابید.</p>
	<p>۱۹ ثابت کنید: $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}$</p>

<p>۲۰ نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$ یا $f(x) = a \sin bx + c$ است. با دقت در شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص کنید.</p> 	<p>۲۱ دامنه $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ را بیابید.</p>
<p>۲۲ معادلهی مثلثاتی $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید.</p>	<p>۲۳ نمودار $y = 1 - \cos 2x$ را رسم کنید.</p>
<p>۲۴ گزینه ی درست را انتخاب کنید. دوره ی تناوب تابع $y = \cos 3x$ برابر با است. (الف) $\frac{2}{3}\pi$ (ب) $\frac{3\pi}{2}$</p>	<p>۲۵ معادله ی $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.</p>
<p>۲۶ معادله ی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.</p>	<p>۲۷ جای خالی را با عبارت و یا عدد مناسب پر کنید. دوره ی تناوب تابع $y = \sin 3x$ برابر با است.</p>
<p>۲۸ معادله ی $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$ را حل کنید.</p>	<p>۲۹ معادله ی $\tan x \cdot \tan 2x = 1$ را حل کنید.</p>
<p>۳۰ دوره ی تناوب تابع با ضابطه $y = \tan^3 ax$ دو برابر دوره ی تناوب تابع با ضابطه</p>	

$y = \sin^2\left(\frac{3x}{2}\right)$ است. a کدام است؟

ت) $\frac{3}{4}$

پ) $\frac{4}{2}$

ب) $\frac{3}{4}$

الف) $\frac{2}{3}$

فصل سوم: حد

۱ حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 + x}{x^2 + 2x + 1}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[x] - 2}{x - 2}$

پ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \cos 2x}{x}$

ت) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x}$

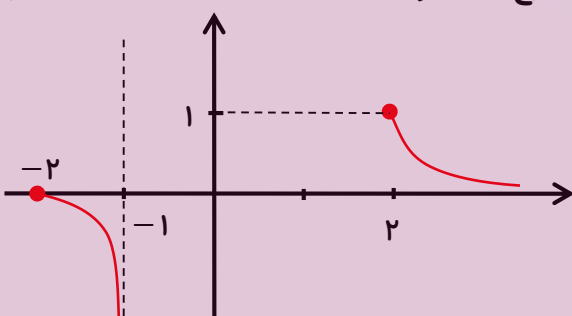

۲ با استفاده از قضایا، حاصل حدهای زیر را حساب کنید.

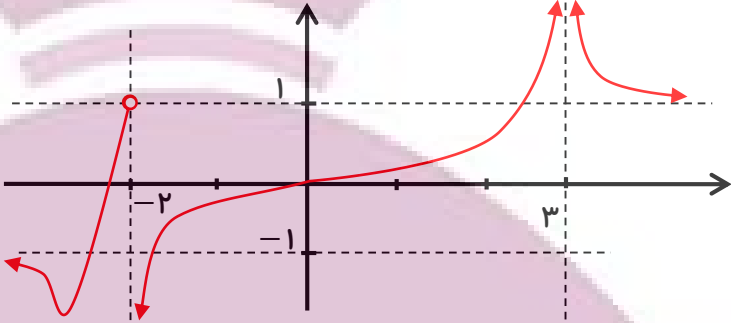
الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^4}$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 2x^2 + 1}$

<p>۳</p> <p>مجانب های قائم و افقی توابع زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $f(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 - x}$</p> <p>ب) $g(x) = \frac{2x}{1+x^2}$</p>	
	<p>۴</p> <p>a و b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + x^2 + 1}{6x^b - 1} = \frac{-2}{3}$ باشد.</p>
<p>۵</p> <p>الف) هر یک از رابطه های $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ به چه معنا هستند؟ توضیح دهید.</p> <p>ب) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که هر دو ویژگی (الف) را داشته باشد.</p>	
<p>۶</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{(x-1)^2}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{[x] - 3}{x - 3}$</p>	<p>حدهای زیر را به دست آورید.</p>
<p>۷</p> <p>مجانب های قائم و افقی تابع زیر را به دست آورید.</p> <p>$g(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x}$</p>	
<p>۸</p> <p>حد مقابل را به دست آورید.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x^3 + x - 1}{6x^3 - 2x + 1}$</p>	
<p>۹</p> <p>نمودار تابع f را به گونه ای رسم کنید که همه شرایط زیر را دارا باشد.</p> <p>الف) $f(1) = f(-2) = 0$</p>	

<p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$</p> <p>پ) خط $y = -1$ مجانب افقی آن باشد.</p>	
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+11}{x^2-25}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-[x]}{3-x}$</p>	<p>۱۰. حاصل حدهای زیر را به دست آورید.</p>
<p>نمودار تابعی را رسم کنید که دامنه آن $R - \{-2, 2\}$ باشد و دارای دو مجانب قائم نیز باشد.</p>	<p>۱۱</p>
<p>اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-2)x^3 + 1 \cdot x^2 + 3}{bx^2 + 1} = 5$ باشد، مقادیر a و b را بیابید.</p>	<p>۱۲</p>
<p>مجانب های قائم و افقی تابع $y = \frac{x^2+1}{x^2-4}$ را به دست آورید.</p>	<p>۱۳</p>
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2+2x}{4x+1}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x-1}{\cos x}$</p>	<p>۱۴. حدهای زیر را محاسبه کنید.</p>
<p>الف) \cdot ب) $\pm\infty$ پ) $-\infty$ ت) $+\infty$</p>	<p>۱۵. حاصل حد $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^2+x}{x^2+2x+1}$ کدام است؟</p>

<p>۱۶ جای خالی را پر کنید. اگر $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \square$ و $\lim_{x \rightarrow a^+} g(x) = L < 0$، آن گاه:</p> $\lim_{x \rightarrow a^+} (f(x) \cdot g(x)) = +\infty$	۱۶
<p>۱۷ مجانب های قائم و افقی تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.</p> $y = \frac{1+2x^2}{1-x}$	۱۷
<p>۱۸ مجانب های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{3x-6}{2x-1}$ را بیابید.</p>	۱۸
<p>۱۹ برای تابع که نمودار آن داده شده است، حدود زیر را به دست آورید.</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$</p> </div>  </div>	۱۹
<p>۲۰ حاصل حدود زیر را بیابید.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x^2+2}{x^2+4x+4}$</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2-\cos 2x}{x}$</p> </div> </div> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2-x+1}{4x^3+2x-1}$</p>	۲۰
<p>۲۱ کدام شکل زیر وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x^2-2x+1}$ را در همسایگی $x = 1$ نمایش می دهد؟ چرا؟</p> 	۲۱

(ت)	(پ)	(ب)	(الف)	
با توجه به نمودار زیر به سوالات پاسخ دهید.				۲۲
الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$	ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	پ) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$		
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{8x^3 - 4x^2 + 5}{-2x^4 + 3x - 1}$			حد مقابل را به دست آورید.	۲۳
حد $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5x - 1}}{2x + 1}$ را در صورت وجود محاسبه کنید.				۲۴
$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x}{x-5}$			حد مقابل را محاسبه کنید.	۲۵
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{2}{\cos x}$			حد مقابل را محاسبه کنید.	۲۶
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{ x-2 }$			حاصل حد مقابل را حساب کنید.	۲۷
مجانِب افقی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ را در صورت وجود، بیابید.				۲۸
a و b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + x^2 + 1}{6x^b - x} = -\frac{2}{3}$ باشد.				۲۹

۳۰	مجانِب های افقی تابع $y = \frac{x + \sqrt{1-x}}{2 x }$ را در صورت وجود، بیابید.
۳۱	مقدار عددی $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^3 + 4}{(x+1)(x^2-1)}$ برابر با است.
۳۲	معادلات خطوط مجانب های قائم و افقی تابع $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ را در صورت وجود تعیین کنید.

فصل چهارم: مشتق

۱	مشتق تابع $y = x^2 + 3$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.
۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-3x}$ ب) $f(x) = (2x-3)^4 (x^2+5x)$ پ) $f(x) = \left(\frac{3x+1}{x}\right)^4$ ت) $f(x) = \frac{1}{2x+1} + \sqrt{x}(x+5)$ ث) $f(x) = \tan^2 x - 2\cos x$

<p>۳ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که تابع زیر در $x = 0$ مشتق پذیر باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & x \leq 0 \\ ax + a + b & x > 0 \end{cases}$	۳
<p>۴ تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & -2 \leq x \leq 1 \\ x+1 & x > 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. با رسم نمودار تابع f، بررسی کنید که آیا f روی بازه $[1, 2]$ مشتق پذیر است؟</p>	۴
<p>۵ اگر $p(t) = 2000 + 500t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t باشد. (t بر حسب ساعت)</p> <p>الف) آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۴ ساعت اول پس از زمان $t = 1$ به دست آورید.</p> <p>ب) آهنگ لحظه ای افزایش جمعیت را در $t = 2$ حساب کنید.</p>	۵
<p>۶ معادله خط مماس بر منحنی $y = x^2 + 3$ را در نقطه ای به طول -2 بنویسید.</p>	۶
<p>۷ مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 1$ را در $x = 1$ بررسی کنید.</p>	۷
<p>۸ اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ باشد، تابع مشتق و دامنه آن را به دست آورید. سپس $f'(3)$ را با استفاده از تعریف مشتق بیابید.</p>	۸
<p>۹ مشتق های زیر را حساب کنید.</p> <p>الف) $f(x) = \sqrt{x}(3x^2 + 5)$</p> <p>ب) $h(x) = \sin^2(3x^2 + 5)$</p>	۹

<p>۱۰ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه ی زمانی $[0, 5]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند.</p>	۱۰
<p>۱۱ اگر $f(x) = 5x^2 - 3x + 2$ باشد، با استفاده از تعریف مشتق مقدار $f'(1)$ و هم چنین معادله خط مماس بر منحنی f را در $x = 1$ بیابید.</p>	۱۱
<p>۱۲ اگر $f'(2) = -4$ و $g'(2) = 3$ باشد، مطلوب است $(f + g)'(2)$ و $(5f + 8g)'(2)$.</p>	۱۲
<p>۱۳ مشتق توابع زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $y = \sqrt{5x^2 - 8} + \frac{4}{x^3 - 2x}$</p> <p>ب) $y = \sin^4(x) \cos(5x)$</p>	۱۳
<p>۱۴ معادله حرکت جسمی به صورت $f(t) = t^2 - 5t + 6$ است. مطلوب است:</p> <p>الف) سرعت متوسط این متحرک بین لحظات $t = 3$ تا $t = 5$.</p> <p>ب) سرعت لحظه ای متحرک در $t = 2$.</p>	۱۴
<p>۱۵ معادله خط مماس بر تابع $f(x) = x^2 + 2x + 3$ را در نقطه $x = 1$ به دست آورید. (با استفاده از تعریف مشتق)</p>	۱۵
<p>۱۶ مشتق پذیری تابع زیر را در بازه $[-2, 0]$ بررسی کنید. (با رسم نمودار)</p> $f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & x < -1 \\ x^2 - 1 & -1 \leq x < 2 \\ -x + 5 & 2 < x < 5 \end{cases}$	۱۶

<p>نشان دهید اگر $f(x) = \sqrt[3]{x}$ آن گاه: $f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$.</p>	۱۷
<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>الف) $y = \frac{\sqrt[3]{3x+2}}{x^2+1}$</p> <p>ب) $y = \tan^3 x \cdot \cos 2x$</p>	۱۸
<p>معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = -5t^2 + 40t$ می باشد. زمانی را بیابید که سرعت لحظه ای متحرک با سرعت متوسط آن در بازه $[0, 2]$ برابر باشد.</p>	۱۹
<p>معادله خط مماس بر تابع $y = x^2 + 3x$ را در نقطه $x = 1$ بیابید.</p>	۲۰
<p>با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2$ را در نقطه $x = 2$ بیابید.</p>	۲۱
<p>مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست).</p> <p>الف) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-6x+1}$</p> <p>ب) $h(x) = \sqrt{x}(3x^2+5)^3$</p> <p>پ) $y = \cos^3(2x-1)$</p>	۲۲
<p>$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ باشد، نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.</p>	۲۳

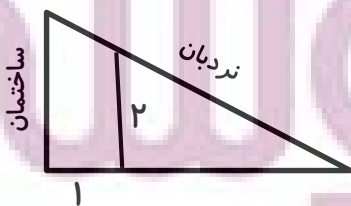
۲۴	اگر $f(x) = x^2 - 3x + 1$ باشد، آهنگ متوسط را وقتی $x_1 = 1$ تا $x_2 = 3$ تغییر می کند، بیابید.
۲۵	نقاطی از منحنی $y = \tan x$ را در بازه $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ چنان تعیین کنید که مماس بر منحنی با خط $y = 2x$ موازی باشد.
۲۶	به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = x x-1 $ را در $x = 1$ بررسی کنید.
۲۷	به ازای چه مقادیری از a و b و c تابع زیر در نقطه $x = 1$ مشتق مرتبه دوم دارد؟ $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 1 \\ ax^2 + bx + c & x \geq 1 \end{cases}$
۲۸	حجم آب یک منبع آب، t دقیقه پس از شروع تخلیه بر حسب لیتر برابر است با: $v(t) = 250(16-t)^2$. آهنگ لحظه ای تخلیه آب بعد از ۴ دقیقه چقدر است؟ آن را توصیف کنید.
۲۹	مشتق توابع زیر را به دست آورید. الف) $f(x) = \sqrt{x(x-1)} + (x^3 + 2x)$ ب) $g(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \tan x}$
۳۰	با فرض این که تابع $f: R \rightarrow R$ در R مشتق پذیر باشد و به ازای هر عدد حقیقی x ، $g(x) = f(2-x^2)$ و $f'(1) = 3$ ، مقدار $g'(1)$ را حساب کنید.
۳۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

<p>(الف) شیب خط قائم بر منحنی $y = \sqrt{x}$، در نقطه ای به طول ۱ واقع بر منحنی، برابر است با</p> <p>(ب) مکعبی به طول ضلع x مفروض است. آهنگ تغییر حجم مکعب نسبت به x، وقتی $x = ۳$ باشد برابر است با</p> <p>(پ) مشتق چپ تابع $f(x) = x - ۱ + ۲ x - ۲$ در $x = ۱$ برابر با است.</p>	
<p>آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \frac{x}{۲} + ۱$ را به ازای $x_1 = ۲$ و $h = ۰/۲$ به دست آورید.</p>	۳۲
<p>اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = ۸$ و $g'(۴) = ۷$ باشد، مقدار $f'(۴)$ را حساب کنید.</p>	۳۳
<p>با استفاده از تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} ۳x + ۱ & x \leq ۱ \\ x^۲ + ۳ & x > ۱ \end{cases}$ را در $x = ۱$ بررسی کنید.</p>	۳۴
<p>دامنه ی مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x - ۲}$ را به دست آورید.</p>	۳۵
<p>معادله خط قائم بر منحنی تابع $f(x) = \frac{x+۲}{x-۱}$ را در نقطه ای به طول $x = ۲$ بیابید.</p>	۳۶
<p>معادله خط مماس بر منحنی تابع $y = \frac{x^۲+۲}{x^۲+x+۱}$ را در نقطه $A(۰, ۲)$ بنویسید.</p>	۳۷

فصل پنجم: کاربرد مشتق

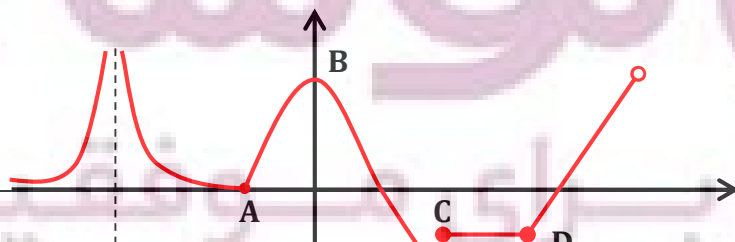
۱	نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x}$ را در دامنه اش مشخص کنید.
۲	نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ را روی بازه $[-1, 2]$ در صورت وجود تعیین کنید.
۳	جهت تقعر نمودار تابع زیر را مشخص کنید و نقاط عطف آن را به دست آورید. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 15$

۴	مقادیر a ، b و c را در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ طوری به دست آورید که در شرایط زیر صدق کند. $f(0) = 1$ و $f(1) = 2$ و $x = \frac{1}{4}$ طول نقطه عطف تابع f باشد.
۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{3x+4}{-2x+1}$ را رسم کنید.
۶	در تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، مقادیر a ، b و c طوری بیابید که نقطه $(-1, 1)$ مینیمم نسبی آن باشد و منحنی تابع از نقطه $(2, 2)$ بگذرد.
۷	ورق های حلبی با طول ۷۵ cm و عرض ۴۰ cm را داریم. می خواهیم با بریدن مربع های هم اندازه از چهار گوشه این ورق ها، جعبه های حلبی بسازیم. اگر بخواهیم حجم جعبه ها بیشترین مقدار ممکن باشد، طول ضلع مربع های بریده شده، چقدر باید باشد؟
۸	جهت تقعر و نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + 15x^2 + 19$ را در صورت وجود بیابید.
۹	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x - 1$ را رسم کنید.
۱۰	تابع $y = \frac{1}{3}x^3 - 1$ در چه بازه هایی صعودی و در چه بازه هایی نزولی است؟
۱۱	نقاط بحرانی و اکسترم های مطلق و نسبی تابع زیر را در صورت وجود بیابید. $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ $[-2, 1]$
۱۲	در شکل زیر دیواری به ارتفاع ۲ متر با فاصله یک متر از ساختمانی قرار دارد. طول کوتاه ترین نردبان که از روی دیوار گذشته و سر دیگر آن مماس بر ساختمان باشد را بیابید.
۱۳	جهت تقعر تابع زیر را مشخص کنید و نقطه عطف را بیابید.



$f(x) = x^3 - 6x^2$	
$f(x) = -x(x+2)^2$	۱۴ نمودار تابع زیر را رسم کنید.
	۱۵ اکستریم مطلق تابع $f(x) = x^2 - 3x$ را در بازه $[-1, 1]$ بیابید.
	۱۶ اکستریم نسبی $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 6$ را بیابید.
	۱۷ ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ طوری پیدا کنید که در نقطه $(1, 2)$ ، ماکزیمم نسبی داشته باشد.
	۱۸ جهت تقعر و نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 15$ را بیابید.
الف) $f(x) = x^3 - 5x + 5$	ب) $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$
	۲۰ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ را رسم کنید.
	۲۱ مقادیر ماکسیمم و مینیمم تابع $y = x + 1 + \frac{4}{x+1}$ را در بازه $[0, 2]$ در صورت وجود بیابید.
	۲۲ نقاط اکستریم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را در بازه $[-\frac{3}{2}, 3]$ به دست آورید.
	۲۳ جهت تقعر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = x^4 - 4x^3$ را در دامنه اش بررسی کرده و نقاط عطف آن را بیابید.
	۲۴ به ازای چه مقادیری برای a ، نقطه ای به طول ۱ نقطه ی عطف منحنی

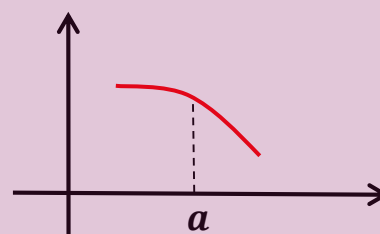
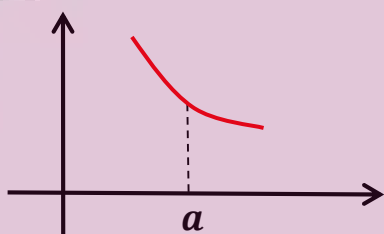
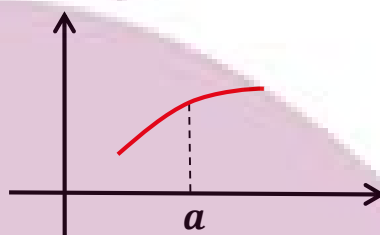
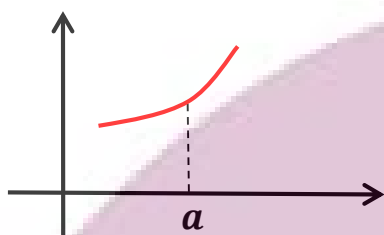
	$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3 + 3ax^2$ می باشد.
۲۵	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. اگر I یک بازه باشد و برای هر $x \in I$ داشته باشیم $f'(x) > 0$ ، آن گاه f روی I ، است.
۲۶	جنگلبانی می خواهد محوطه ی مستطیل شکلی جلوی محل سکونت خود بسازد. برای این منظور مقدار ۱۲۰ متر مربع سیم توری به ارتفاع یک متر برای حصار کشی سه طرف محوطه در اختیار دارد. طول و عرض محوطه ی مستطیل شکل را چگونه انتخاب کند تا مساحت محصور شده ماکزیمم شود؟
۲۷	مقادیر a و b را چنان بیابید که $A(1, 2)$ اکسترمم نسبی برای تابع $y = ax^2 + bx - 2$ شود.
۲۸	تابع $y = x - 2\sqrt{x}$ در کدام بازه صعودی اکید است؟
۲۹	تابع $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ مفروض است. مقادیر a و b و c را طوری بیابید که نقطه ی $(1, -1)$ اکسترمم منحنی و طول نقطه ی عطف آن ۲ باشد.
۳۰	محدوده ای برای b چنان بیابید که تابع $y = \frac{x+b}{x-1}$ برای $x \in (1, +\infty)$ همواره نزولی باشد.
۳۱	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$ را در نقطه عطف آن به دست آورید.
۳۲	با توجه به شکل، کدام یک از نقاط مشخص شده اکسترمم نسبی یا اکسترمم مطلق یا بحرانی می باشند؟



۳۳

مشتق دوم تابع f در نقطه a عددی منفی و مشتق اول آن عددی مثبت است. نمودار تابع در

نزدیکی نقطه a به کدام صورت است؟



ایران توتنه

توشه ای برای موفقیت