



دفترچه پاسخ

آزمون ۲۶ خرداد ماه ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلالی-سیدرضا اسلامی-سعید تن آرا-علی سلامت-علی شهبازی-پویان پهرانیان-کامیار علییون-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحجوب-خانهه اتفاقی-امیررضا امینی-علی ایمانی-رضا توکلی-سعید ذبیح‌زاده روشن-سوگند روشنی عطا صادقی-فرشاد صدیقی‌فر-احمدرضا فلاح-بهنام کلاهی-علی منصف‌شکری	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	
خسرو ارغوانی‌فرد-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-مجتبی خلیل‌ارجمندی-محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی معصومه شریعت‌ناصری-سعید طاهری‌بروجنی-پوریا علاقه‌مند-مسعود قره‌خانی-مصطفی کیانی-محسن محمدی-امیراحمد میرسعید سیدعلی میرنوری	فیزیک	
امیرعلی برخورداریون-امیر حاتمیان-ایمان حسین‌نژاد-سینا رحمانی‌تبار-میلاد شیخ‌الاسلامی-محمد عظیمیان‌زواره امیرحسین مسلمی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی سیدرضا اسلامی	امیرحسین ابومحجوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم محبوبه بیک محمدی جواد سوری لکی
		ویراستار استاد: مهرداد ملونندی	ویراستار استاد: مهرداد ملونندی	ویراستار استاد: مصطفی کیانی	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحجوب	امیرحسین ابومحجوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

ریاضیات

۱- گزینه «۲»

(سعیر تن آرا)

$$\sin 34^\circ = \sin(36^\circ - 2^\circ) = -\sin 2^\circ$$

$$\cos 51^\circ = \cos(54^\circ - 3^\circ) = \cos(18^\circ - 3^\circ) = -\cos 3^\circ$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 43^\circ = \cos(36^\circ + 7^\circ) = \cos 7^\circ = \sin 2^\circ$$

$$\tan 84^\circ = \tan(90^\circ - 6^\circ) = \tan(18^\circ - 6^\circ)$$

$$= -\tan 6^\circ = -\sqrt{3}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{-\sin 2^\circ - 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\sin 2^\circ + (-\sqrt{3})} = \frac{-\sin 2^\circ + \sqrt{3}}{\sin 2^\circ - \sqrt{3}} = -1$$

(حسابان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۲- گزینه «۲»

(سعیر تن آرا)

از رابطه $y = 2 + \sqrt{x-1}$ به دست می‌آوریم: $x = (y-2)^2 + 1$

و در نتیجه $f^{-1}(x) = (x-2)^2 + 1$ ، که دامنه f^{-1} با برد f برابر

است: $D_{f^{-1}} = R_f = [2, +\infty)$

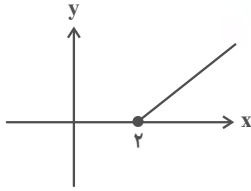
پس ضابطه تابع g به صورت زیر است:

$$g(x) = \sqrt{f^{-1}(x)-1} = \sqrt{(x-2)^2 + 1 - 1} = |x-2|$$

$$\Rightarrow g(x) = x-2 ; x \geq 2$$

بنابراین نمودار g به صورت زیر خواهد بود. بنابراین نمودار گزینه «۲»

درست است.



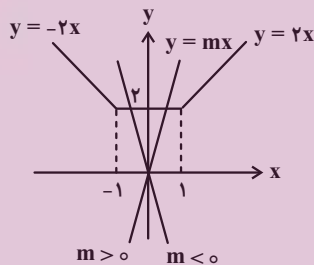
(حسابان ۱ - تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۳- گزینه «۴»

(جوانبش نیکنام)

نمودار تابع $y = |x+1| + |x-1|$ و خط $y = mx$ را در یک دستگاه

مختصات رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل برای این که خط و نمودار تابع یک نقطه برخورد داشته

باشند، باید $|m| > 2$ باشد.

(حسابان ۱ - جبر و معادله: صفحه‌های ۱۴ و ۲۴)

۴- گزینه «۱»

(سیدرضا اسلامی)

نقطه روی خط $y + 2x = 0$ را $M(\alpha, -2\alpha)$ در نظر می‌گیریم. داریم:

$$AM = 2MH \Rightarrow \sqrt{(\alpha-2)^2 + 4\alpha^2} = 2|\alpha+1|$$

$$\Rightarrow 5\alpha^2 - 4\alpha + 4 = 4\alpha^2 + 8\alpha + 4$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 12\alpha = \alpha(\alpha-12) = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \text{ یا } 12$$

پس مختصات نقطه M می‌تواند $M(0, 0)$ یا $M(12, -24)$ باشد که

فاصله آن از خط $y+1=0$ به ترتیب برابر ۱ یا ۲۳ است.

(حسابان ۱ - جبر و معادله: صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

$$\Rightarrow S_{2,10} = -55k + 50$$

حال داریم:

$$S_{10} = S_{1,10} + S_{2,10} = 2046 + 50 - 55k = 6$$

$$\Rightarrow 55k = 2090 \Rightarrow k = 38$$

(حسابان ۱ - جبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

(علی سلامت)

گزینه «۱»

برای آن تابع f در $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته باشد کافی است:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

راه‌حل اول:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sqrt{2} \sin x - 1}{1 - \sqrt{\tan x}} \times \frac{\sqrt{2} \sin x + 1}{\sqrt{2} \sin x + 1} \times \frac{1 + \sqrt{\tan x}}{1 + \sqrt{\tan x}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sqrt{2} \sin^2 x - 1)(2)}{(1 - \tan x)(2)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-\cos 2x}{1 - \tan x}$$

$$\frac{\times \cos x}{\times \cos x} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)(\cos x)}{\cos x - \sin x} = -1$$

پس مقدار تابع باید برابر ۱- باشد تا در $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته شود.

راه‌حل دوم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \sin x - 1}{1 - \sqrt{\tan x}} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \cos x}{\frac{1 + \tan^2 x}{2\sqrt{\tan x}}} = \frac{1}{-1} = -1$$

(حسابان ۱ - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۵۱)

گزینه «۲»

(کامیار علیون)

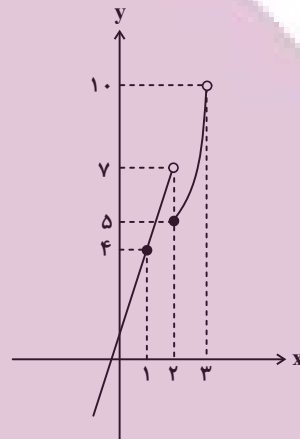
ابتدا محدوده تغییرات یا همان برد f را به دست می‌آوریم:

$$0 \leq 2x - |2x| < 1 \xrightarrow{-x^2} 0 \leq 4x - 2|2x| < 2 \xrightarrow{+1} 1 \leq 4x - 2|2x| + 1 < 3$$

$$1 \leq 4x - 2|2x| + 1 < 3$$

حال برای به دست آوردن برد تابع gof کافی است، محدوده تغییرات

$g(x)$ در بازه $[1, 3]$ را تعیین نمود، بنابراین با رسم نمودار آن داریم:



پس برد gof بازه $[4, 10]$ و شامل ۶ عدد صحیح است.

(حسابان ۱ - تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

گزینه «۳»

(سیرضا اسلامی)

دنباله داده شده از مجموع دو دنباله هندسی $b_n = 2^n$ و حسابی

$c_n = -kn + 5$ به دست آمده است، بنابراین مجموع ۱۰ جمله ابتدایی

این دو دنباله را محاسبه کرده و با هم جمع می‌کنیم.

$$b_n = 2^n \Rightarrow S_{1,n} = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} = 2(2^n - 1)$$

$$\Rightarrow S_{1,10} = 2(2^{10} - 1) = 2046$$

$$c_n = -kn + 5 \Rightarrow S_{2,n} = -\frac{k}{2}n^2 + \left(-\frac{k}{2} + 5\right)n$$



۸- گزینه «۳»

(علی شعرابی)

ریشه‌های دوم عدد a برابر با $\pm\sqrt{a}$ و ریشه‌های چهارمش برابر با $\pm\sqrt[4]{a}$

است که باید بیشترین اختلاف $\frac{15}{4}$ شود.

$$\sqrt{a} - (-\sqrt[4]{a}) = \frac{15}{4} \Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt[4]{a} - \frac{15}{4} = 0$$

با فرض $\sqrt[4]{a} = t$ داریم:

$$t^2 + t - \frac{15}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta=16} t = \frac{-1 \pm 4}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{3}{2} & \text{ق ق} \\ t_2 = -\frac{5}{2} & \text{غ ق} \end{cases}$$

چون $\sqrt[4]{a}$ عددی نامنفی است، پس فقط $\sqrt[4]{a} = \frac{3}{2}$ قبول است و داریم:

$$a = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

معادله $\frac{x^2}{x-a} = 4a$ را حل می‌کنیم:

$$x^2 = 4ax - 4a^2 \Rightarrow x^2 - 4ax + 4a^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2a)^2 = 0 \Rightarrow x = 2a \Rightarrow x = 2\left(\frac{81}{16}\right) = \frac{81}{8} = 10\frac{1}{8}$$

نزدیک‌ترین عدد صحیح به $10\frac{1}{8}$ ، عدد ۱۰ است.

(ریاضی ۱ - توان‌های گویا و عبارت‌های بی‌پایه: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)

(مسایبان ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۹- گزینه «۲»

(جوانبش نیلنام)

α و β جواب‌های معادله $x^2 - 5x + 3 = 0$ هستند. در این معادله

$$S = \alpha + \beta = 5, \quad P = \alpha\beta = 3$$

داریم:

حال معادله جدید را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\beta+1}, \quad \beta' = \frac{\beta}{\alpha+1}$$

$$S' = \alpha' + \beta' = \frac{\alpha}{\beta+1} + \frac{\beta}{\alpha+1} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha + \beta}{\alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1}$$

$$= \frac{S^2 - 2P + S}{P + S + 1} \Rightarrow S' = \frac{25 - 6 + 5}{9} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

$$P' = \alpha'\beta' = \frac{\alpha}{\beta+1} \cdot \frac{\beta}{\alpha+1} = \frac{\alpha\beta}{\alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1} = \frac{P}{P + S + 1}$$

$$\Rightarrow P' = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

پس معادله جدید به صورت زیر است:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 8x + 1 = 0$$

(مسایبان ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

(کامظم ابلالی)

۱۰- گزینه «۱»

اگر طول نقاط نمودار تابع f را نصف کنیم و آن را یک واحد به بالا ببریم،

نمودار تابع $g(x) = f(2x) + 1$ به دست می‌آید، پس باید جواب‌های

معادله $f(2x) + 1 = f(x)$ را معین کنیم:

$$\log_2 2x + \log_2 x + 1 = \log_2 x + \log_2 x$$

$$\log_2 2 + \log_2 x + \frac{1}{\log_2 2 + \log_2 x} + 1 = \log_2 x + \frac{1}{\log_2 x}$$

$$2 + \frac{1}{1 + \log_2 x} = \frac{1}{\log_2 x}$$

اگر فرض کنیم $t = \log_2 x$ معادله به صورت زیر درمی‌آید.

$$2 + \frac{1}{1+t} = \frac{1}{t} \Rightarrow 2t(1+t) + t = 1+t$$



گزینه «۲» - ۱۲

(کلام اجلائی)

توجه کنید که $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = \frac{3\pi}{2}$ جواب‌های معادله هستند، زیرا:

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow \tan\frac{\pi}{4} = 1 + \tan\pi \Rightarrow 1 = 1 + 0$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \tan\left(2 \times \frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow \tan\frac{5\pi}{4} = 1 + \tan 3\pi \Rightarrow 1 = 1 + 0$$

اکنون با شرط $x \neq \frac{\pi}{2}$ و $x \neq \frac{3\pi}{2}$ می‌توان نوشت:

$$\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x - \tan\frac{\pi}{4}}{1 + \tan x \tan\frac{\pi}{4}} = \frac{\tan x - 1}{1 + \tan x}$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

بنابراین معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = 1 + \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

اگر فرض کنیم $t = \tan x$ معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{t-1}{t+1} = 1 + \frac{2t}{1-t^2} \Rightarrow \frac{t-1}{t+1} = \frac{1-t^2+2t}{1-t^2}$$

$$\Rightarrow \frac{t-1}{t+1} = \frac{-t^2+2t+1}{(1-t)(1+t)} \Rightarrow -(t-1)^2 = -t^2+2t+1$$

$$\Rightarrow -t^2+2t-1 = -t^2+2t+1 \Rightarrow -1=1$$
 غ ق

پس معادله جواب دیگری ندارد و فقط $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ جواب‌های آن در بازه

$(0, 2\pi)$ هستند.

(مسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

$$2t^2 + 2t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{cases} \log_2 x = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2^{\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}} \\ \log_2 x = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2^{\frac{-1 - \sqrt{3}}{2}} \end{cases}$$

بنابراین حاصل ضرب جواب‌های معادله برابر است با:

$$\frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \times \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} = 2^{\left(\frac{-1 + \sqrt{3}}{2} - 1 - \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}\right)} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

(مسابان ۱ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۶ تا ۹۰)

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۴» - ۱۱

(کلام اجلائی)

ماکزیمم تابع f برابر $a+1$ ، می‌نیم آن برابر $-a+1$ و دوره تناوب آن

برابر $\frac{2\pi}{a} = 2a$ است. بنابراین $2a$ واسطه حسابی بین $a+1$ و $-a+1$

$$2a = a+1 - a+1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

است. بنابراین:

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \sin(2\pi x) + 1$$

از طرف دیگر داریم:

$$d = 2a - (1+a) = a - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{d}{6}\right) = f\left(-\frac{1}{12}\right) = \frac{1}{2} \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 1 = -\frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4}$$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(مسابان ۲ - مثلثات: صفحه ۲۷)

واضح است که $3b + c = 0$ است. پس $9 + 3a$ نیز برابر صفر است. پس داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ 3b + c = 0 \Rightarrow c = -3b \end{cases}$$

از طرف دیگر باید مشتق چپ و مشتق راست تابع f در $x = 3$ با هم برابر باشند. پس داریم:

$$x \rightarrow 3^+ : f(x) = x^2 + ax = x^2 - 3x$$

$$\Rightarrow f'_+(x) = 2x - 3 \Rightarrow f'_+(3) = 3$$

$$x \rightarrow 3^- : f(x) = 2(bx + c) = 2bx + 2c$$

$$\Rightarrow 2b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \Rightarrow c = -\frac{9}{2}$$

$$\text{در نهایت } a + b + c = -3 + \frac{3}{2} - \frac{9}{2} = -6$$

(مسئله ۲ - مشتق: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

(پویان طهرانیان)

۱۵ - گزینه «ا»

ریشه ساده داخل قدرمطلق، طول نقطه گوشه‌ای تابع است:

$$\tan x = 0 \xrightarrow{-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}} x = 0 \Rightarrow f(0) = 1$$

پس $(0, 1)$ نقطه گوشه‌ای تابع در بازه $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6})$ است.

$$f(x) = \begin{cases} \cos 2x + 2 \tan x & ; \tan x < 0 \\ \cos 2x - 2 \tan x & ; \tan x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -2 \sin 2x + 2(1 + \tan^2 x) & ; \tan x < 0 \\ -2 \sin 2x - 2(1 + \tan^2 x) & ; \tan x > 0 \end{cases}$$

پس $f'_-(0) = 2$ و $f'_+(0) = -2$. با توجه به نقطه $(0, 1)$ معادله‌های

نیم‌مماس‌های چپ و راست به ترتیب $y = 2x + 1$ و $y = -2x + 1$ به

دست می‌آید. هر کدام را با خط $y = x$ تقاطع می‌دهیم:

$$2x + 1 = x \Rightarrow x = -1 \Rightarrow A(-1, -1)$$

(علی سلامت)

۱۳ - گزینه «ب»

ابتدا تابع f را به صورت یک تابع دو ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 2}{x^2 - 11} & ; x \geq 0 \\ \frac{2}{3x^2 - 11} & ; x < 0 \end{cases}$$

حال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

پس خطوط $y = 2$ و $y = 0$ مجانب‌های افقی نمودار تابع هستند.

$$\text{هیچ کدام از معادلات } \frac{2}{3x^2 - 11} = 0 \text{ و } \frac{2x^2 + 2}{x^2 - 11} = 0 \text{ جواب ندارد.}$$

بنابراین تابع $f(x)$ خط $y = 0$ را قطع نمی‌کند.

$$\text{همچنین معادله } \frac{2x^2 + 2}{x^2 - 11} = 2 \text{ جواب ندارد، اما خط } y = 2 \text{ تابع } f \text{ را}$$

روی بازه $(-\infty, 0)$ قطع می‌کند.

$$\frac{2}{3x^2 - 11} = 2 \Rightarrow 3x^2 - 11 = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 & \text{ق ق} \\ x = 2 & \text{غ ق} \end{cases}$$

پس نقطه تلاقی $A(-2, 2)$ است که فاصله این نقطه از مبدأ مختصات

برابر است با:

$$|OA| = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$$

(مسئله ۲ - هرهای نامتناهی - هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(کاتم اهلایی)

۱۴ - گزینه «ب»

چون f در $x = 3$ مشتق‌پذیر است، پس در این نقطه پیوسته است. پس:

$$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

$$3(3b + c) = 2(3b + c) = 9 + 3a$$

مساحت در ریشه $S'(y) = 0$ بیشترین مقدار خود را دارد.

$$S'(y) = 9 - 6y \xrightarrow{S'(y)=0} y = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\max} = S\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} \left(9 - \frac{9}{2}\right) = \frac{27}{4} = 6.75$$

(مسایان ۲ - کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

گزینه «۴» - ۱۷ (سیدرضا اسلامی)

دو مماس رسم شده در نقاط عطف نمودار تابع هستند، زیرا خط مماس در نمودار عبور کرده است، که طول یکی از آن‌ها برابر ۲ است:

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2ax + b$$

$$f''(x) = 12x^2 - 12x + 2a \xrightarrow{f''(2)=0} 48 - 24 + 2a = 0$$

$$\Rightarrow 2a = -24 \Rightarrow a = -12$$

طول دیگر نقطه عطف را از معادله $f''(x) = 0$ به دست می‌آوریم:

$$f''(x) = 12x^2 - 12x - 24 = 12(x^2 - x - 2)$$

$$= 12(x+1)(x-2) = 0 \Rightarrow x = -1, 2$$

این یعنی خط d در $x = -1$ بر نمودار تابع f مماس است که شیب این

خط مماس برابر ۳۴ است.

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 - 24x + b$$

$$\xrightarrow{f'(-1)=34} -4 - 6 + 24 + b = 34 \Rightarrow b = 20 \Rightarrow a + b = 8$$

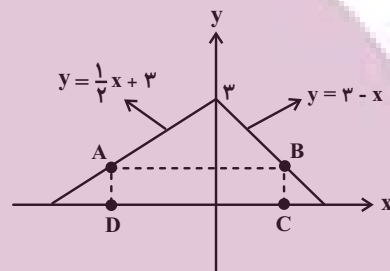
(مسایان ۲ - کاربردهای مشتق: صفحه ۱۳۱)

$$-2x + 1 = x \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow B\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

فاصله دو نقطه AB برابر است با: $\frac{4}{3}\sqrt{2}$.

(مسایان ۲ - مشتق: صفحه‌های ۱۸۴ تا ۱۸۹ و ۹۵)

گزینه «۴» - ۱۶ (پویان طهرانیان)



A روی بخش $y = \frac{1}{2}x + 3$ در ناحیه دوم و B روی بخش

$y = 3 - x$ در ناحیه اول قرار دارد، پس مختصات این دو نقطه را به

صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$A(x_D, \frac{1}{2}x_D + 3) \quad B(x_C, 3 - x_C)$$

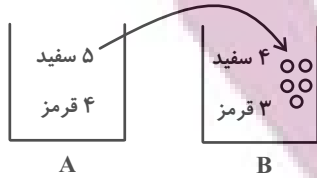
عرض مستطیل برابر $AD = BC = y$ در نظر می‌گیریم و طول مستطیل را

که برابر $x_C - x_D$ است، بر حسب y به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}x_D + 3 = y &\Rightarrow x_D = 2y - 6 \\ 3 - x_C = y &\Rightarrow x_C = 3 - y \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_C - x_D = 9 - 3y$$

پس مساحت مستطیل برابر است با:

$$\Rightarrow S(y) = y(9 - 3y) = 9y - 3y^2$$



$$\frac{5}{12} \times \frac{4}{7} + \frac{5}{12} \times \frac{5}{9} = \frac{1}{3} + \frac{25}{108} = \frac{61}{108}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

(علی منصف شکری)

گزینه «۳» - ۲۱

داده‌ها را بدون در نظر گرفتن a مرتب می‌کنیم:

۱, ۱, ۲, ۳, ۳, ۴, ۴, ۵, ۶, ۷, ۷, ۸, ۹

اگر مد بخواهد از میانه بزرگ‌تر باشد، باید $a = 7$ باشد تا فراوانی ۷ در

نیمه دوم داده‌ها بیشتر شود، بنابراین داده‌ها به صورت زیر می‌شوند که میانه

۴/۵ است.

۱, ۱, ۲, ۳, ۳, ۴, $\frac{4+5}{2}$, ۶, ۷, ۷, ۸, ۹

$$Q_7 = \frac{4+5}{2} = 4.5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

(سولنگر روشنی)

گزینه «۲» - ۲۲

ابتدا میانگین جامعه را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8} = 4.5$$

۱۸- گزینه «۲»

(علی منصف شکری)

ارزش نقیض گزاره نادرست باشد، یعنی ارزش خود گزاره درست است. حال

طرف اول را ساده می‌کنیم:

$$(p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge q) \equiv (p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$$

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$$

$$\equiv \sim p \wedge (\sim q \vee q) \equiv \sim p \wedge T \equiv \sim p$$

حال گزاره به صورت $\sim p \Rightarrow x$ است که معادل با $p \vee x$ است و اگر

$x \equiv \sim p$ باشد ارزش گزاره همواره درست خواهد شد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

(علی منصف شکری)

۱۹- گزینه «۱»

ارزش گزاره $A \Rightarrow B$ زمانی نادرست است که A درست و B

نادرست باشد. حال گزاره‌های A و B را می‌توان دو پیشامد مستقل به

حساب آورد. بنابراین احتمال نادرست بودن $A \Rightarrow B$ برابر است با:

$$P(A \cap B') = P(A) \times P(B') = \frac{2}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$$

در نتیجه احتمال آن که ارزش این گزاره درست باشد $\frac{2}{3}$ است.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۱)

(سولنگر روشنی)

۲۰- گزینه «۱»

مهره‌ای که از ظرف B برداشته می‌شود یا از مهره‌هایی است که از ظرف

A در این ظرف انداخته شده است و یا از مهره‌هایی است که از قبل داخل

ظرف بوده است:

$$\Rightarrow a^2 + a \equiv 13 \equiv 2 \Rightarrow a^2 + a - 2 \equiv 0$$

$$\Rightarrow (a-1)(a+2) \equiv 0$$

پس $a-1$ یا $a+2$ بر ۱۱ بخش پذیر است. بنابراین:

$$a-1 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 1 \Rightarrow a = 11q + 1 \xrightarrow{q=0} a = 1$$

$$a+2 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv -2 \Rightarrow a = 11q' - 2 \xrightarrow{q'=1} a = 9$$

a یک رقم است، پس به ازای دو مقدار ۱ و ۹ رابطه برقرار است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

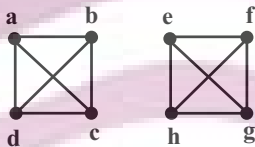
۲۵- گزینه «۲» (رضا توکلی)

می‌دانیم $V(G) = N_G[a] \cup N_{\bar{G}}[a]$ برقرار است. پس گراف از مرتبه

$p = 8$ و ۳- منتظم است. چون به رئوس a, b, c و d وصل می‌باشد و

بین دو رأس a و f هیچ مسیری یافت نمی‌شود پس گراف G ناهمبند

است و تنها نمودار گرافی که می‌توان رسم کرد به فرم زیر است.



به $\binom{8}{2} = 28$ حالت می‌توان دو رأس را انتخاب کرد و اگر بخواهیم دو

رأس احاطه‌گر مینیمال باشد باید از هر گراف K_2 یک رأس را انتخاب

کنیم که به $\binom{4}{1} \binom{4}{1} = 16$ روش این کار امکان پذیر است. بنابراین:

$$P = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی، صفحه ۴۶)

حال باید ببینیم به چند حالت می‌توانیم ۶ عضو a_1 تا a_6 را انتخاب کنیم

که جمع آن‌ها $27 = 6 \times 4 / 5$ شود و یا با توجه به این که جمع هشت داده

۳۶ است. ببینیم به چند حالت می‌توانیم ۲ عضو انتخاب کنیم که جمع آن‌ها

$$9 = 27 - 36 \text{ است.}$$

$$\{1, 8\} \quad \{2, 7\} \quad \{3, 6\} \quad \{4, 5\}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

۲۳- گزینه «۳» (امیررضا امینی)

با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a = 24q + \frac{3}{5}q^2 \\ \frac{3}{5}q^2 < 24 \Rightarrow q^2 < 40 \Rightarrow q_{\max} = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 24 \times 5 + \frac{3}{5} \times 25 = 24 \times 5 + 15 \equiv 10$$

با توجه به این که یکان عدد a برابر ۵ است به هر توانی برسد همین یکان

را دارد.

توجه: چون $\frac{3}{5}q^2$ عددی طبیعی است. پس q حتماً مضرب ۵ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه ۱۴)

۲۴- گزینه «۳» (عطا صابقی)

باقی‌مانده دو عدد در تقسیم به ۱۱ یکسان است، بنابراین:

$$a^2 \equiv 6a7 \Rightarrow a^2 \equiv 7 - a + 6$$

$$3^4 - 3 \times 2^4 + 3 = 81 - 48 + 3 = 36$$

بنابراین کل تعداد راه‌های انجام این کار برابر است با: $15 \times 36 = 540$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(امیررضا امینی)

گزینه «۲» - ۲۸

اگر از درایه سوم ستون اول آن برای پر کردن مربع لاتین شروع کنیم، مطابق

شکل زیر تنها دو مربع لاتین وجود دارد.

۳	۴	۲	۱
۱	۳	۴	۲
۲	۱	۳	۴
۴	۲	۱	۳

۳	۴	۲	۱
۱	۳	۴	۲
۴	۲	۱	۳
۲	۱	۳	۴

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(سوگند روشنی)

گزینه «۴» - ۲۹

عددهایی که مجموع ۵۴ دارند به صورت

$\{7, 47\}, \{11, 43\}, \{15, 39\}, \{19, 35\}, \{23, 31\}$ هستند

و دو عدد $\{27\}$ و $\{3\}$ نیز در مجموعه وجود دارند. بنابراین اگر ۸ عدد

انتخاب کنیم مطمئن خواهیم بود حداقل ۲ عدد از اعداد انتخابی ما مجموع

۵۴ دارند.

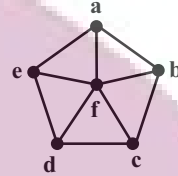
(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۳» - ۲۶

نمودار گرافی با درجه رأس‌های ۳، ۳، ۳، ۳، ۳، ۳ را به صورت زیر

می‌توان رسم کرد.



دوره‌های به طول ۶ در این گراف عبارتند از:

afbcdea, abfcdea, abcfdea, abcdfea, abcdefa

در واقع با حذف هر یک از یال‌های بیرونی، یک دور به طول ۶ وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۸)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۳» - ۲۷

ابتدا ۲ جایزه از ۶ جایزه را انتخاب کرده و به آن نفر خاص می‌دهیم که این

کار به $\binom{6}{2} = 15$ طریق امکان‌پذیر است. سپس ۴ جایزه باقی مانده را بین

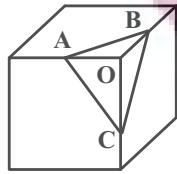
۳ نفر دیگر تقسیم می‌کنیم. به گونه‌ای که به هر نفر حداقل یک جایزه برسد.

تعداد روش‌های انجام این کار، برابر تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴

عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی است، تعداد این توابع برابر است با:

(بهنام کلاهی)

گزینه «۴» - ۳۲



با توجه به این که نقاط A، B و C دقیقاً وسط بال‌های مکعب قرار دارند،

سطح مقطع حاصل یعنی مثلث ABC، یک مثلث متساوی‌الاضلاع است. اگر

طول هر یال مکعب برابر a باشد، آن‌گاه داریم:

$$\Delta OAB : AB^2 = OA^2 + OB^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{a^2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8} a^2$$

مساحت کل مکعبی به طول یال a، برابر $6a^2$ است. پس داریم:

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\text{مکعب}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{8} a^2}{6a^2} = \frac{\sqrt{3}}{48}$$

(هنرسه ۱ - تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

(شانه اتفاقی)

گزینه «۲» - ۳۳

اگر طول قاعده و ساق مثلث را به ترتیب با a و b نمایش دهیم، آن‌گاه

نصف محیط این مثلث برابر است با:

$$P = \frac{a+2b}{2} = \frac{a}{2} + b$$

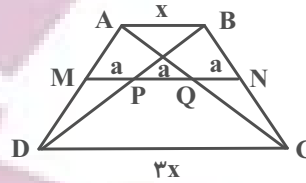
$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{S}{P} = \frac{30}{\frac{a}{2} + b} \\ r_b &= \frac{S}{P-b} = 10 \end{aligned} \right\} \text{(شعاع دایره محاطی داخلی) (شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ساق)}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{r_b} = \frac{\frac{30}{\frac{a}{2} + b}}{\frac{30}{P-b}} = \frac{P-b}{\frac{a}{2} + b} = \frac{2}{5}$$

(غرشاد صدیقی فر)

گزینه «۱» - ۳۰

مطابق شکل و طبق تعمیم قضیه تالس داریم:



$$\Delta ADC : MQ \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{MQ}{DC} = \frac{2a}{3x} \quad (1)$$

$$\Delta ABD : MP \parallel AB \Rightarrow \frac{DM}{AD} = \frac{MP}{AB} = \frac{a}{x} \quad (2)$$

با تقسیم طرفین رابطه (۱) بر رابطه (۲) داریم:

$$\frac{\frac{AM}{AD}}{\frac{DM}{AD}} = \frac{\frac{2a}{3x}}{\frac{a}{x}} \Rightarrow \frac{AM}{DM} = \frac{2}{3}$$

(هنرسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۳۴ تا ۳۳۷)

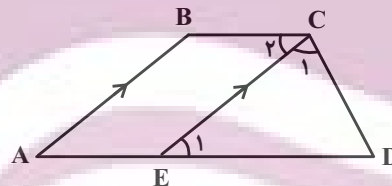
(سعید زنجیرزاده روشن)

گزینه «۲» - ۳۱

از رأس C، خطی موازی با ساق AB رسم می‌کنیم تا قاعده AD را در

نقطه E قطع کند. چهارضلعی ABCE متوازی‌الاضلاع است، پس

AE = BC و در نتیجه داریم:



$$AD = BC + CD \Rightarrow AE + ED = BC + CD \Rightarrow ED = CD$$

بنابراین مثلث DCE متساوی‌الساقین است و $\hat{C}_1 = \hat{E}_1$. از طرفی طبق

قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$BC \parallel AD \text{ و مورب } CE \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{E}_1 \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2$$

بنابراین $\hat{C}_2 = \hat{C}_1 = 55^\circ$ است. از طرفی در متوازی‌الاضلاع ABCE،

هر دو زاویه مجاور، مکمل یکدیگرند. پس داریم:

$$\hat{B} = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

(هنرسه ۱ - چهارضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

ابتدا با استفاده از قضیه هرون، مساحت مثلث ABC را به دست می آوریم:

$$P = \frac{7+8+9}{2} = 12$$

$$S_{\Delta ABC} = \sqrt{12(12-9)(12-8)(12-7)} = \sqrt{12 \times 3 \times 4 \times 5} = 12\sqrt{5}$$

می دانیم اگر از نقطه همرسی میانه ها به سه رأس مثلث وصل کنیم، سه مثلث

هم مساحت پدید می آید، بنابراین داریم:

$$S_{\Delta GAC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \Rightarrow \frac{1}{2} GH \times AC = \frac{1}{3} \times 12\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times GH \times 8 = 4\sqrt{5} \Rightarrow GH = \sqrt{5}$$

(هنر سه ۲ - روابط طولی در مثلث؛ صفحه های ۷۳ و ۷۴)

(اعدد رضا فلاح)

گزینه «۱» - ۳۶

فرض کنیم $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} \tan \theta & 1 \\ -1 & \tan \theta \end{bmatrix}$

و $C = \begin{bmatrix} \tan \theta & -1 \\ 1 & \tan \theta \end{bmatrix}$ باشد. در این صورت داریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \begin{bmatrix} \tan \theta & -1 \\ 1 & \tan \theta \end{bmatrix}$$

$$AB = C \Rightarrow A^{-1}(AB) = A^{-1}C$$

$$\Rightarrow B = A^{-1}C = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \begin{bmatrix} \tan \theta & -1 \\ 1 & \tan \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tan \theta & -1 \\ 1 & \tan \theta \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \begin{bmatrix} \tan^2 \theta - 1 & -2 \tan \theta \\ 2 \tan \theta & \tan^2 \theta - 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a + b + c - d$$

$$= \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} (\underbrace{\tan^2 \theta - 1 - 2 \tan \theta + 2 \tan \theta - \tan^2 \theta + 1}_{\text{صفر}}) = 0$$

(هنر سه ۳ - ماتریس و کاربرد؛ صفحه های ۲۲ تا ۲۵)

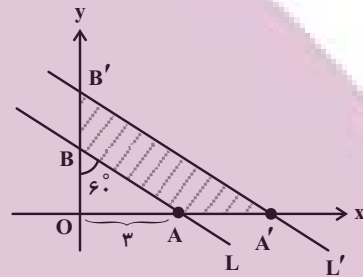
$$\Rightarrow \frac{P-b}{P} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{a}{\frac{a}{2} + b} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{7a}{2} = \frac{3a}{2} + 3b$$

$$\Rightarrow 2a = 3b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{2}{3}$$

(هنر سه ۲ - رایره؛ صفحه های ۲۵ و ۲۶)

(فرشار صدیقی فر)

گزینه «۱» - ۳۴



$$\tan 6^\circ = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{3}{OB} \Rightarrow OB = \sqrt{3}$$

می دانیم در یک تجانس با نسبت k، طول پاره خطها |k| برابر و مساحت

k^۲ برابر می شود، بنابراین داریم:

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \times OB = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

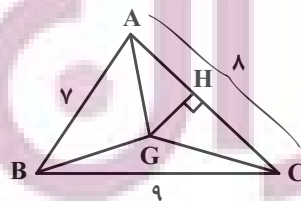
$$\frac{S_{\Delta OA'B'}}{S_{\Delta OAB}} = 2^2 \Rightarrow S_{\Delta OA'B'} = 4 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت ناحیه محصور} = S_{\Delta OA'B'} - S_{\Delta OAB} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

(هنر سه ۲ - تبدیل های هندسی و کاربرد؛ صفحه های ۳۵ تا ۵۱)

(علی ایمانی)

گزینه «۲» - ۳۵





۳۷- گزینه «۴»

(اعمرضا فلاح)

$$A = 2I - 4A^{-1} \xrightarrow{\times A} A^2 = 2A - 4I$$

$$\xrightarrow{\times A} A^3 = 2A^2 - 4A = 2(2A - 4I) - 4A$$

$$\Rightarrow A^3 = -8I \Rightarrow |A^3| = |-8I|$$

$$\Rightarrow |A|^3 = (-8)^3 |I| = (-8)^3 \Rightarrow |A| = -8$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۱)

۳۸- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

ابتدا مرکز و شعاع دو دایره و سپس طول خط‌المركزین دو دایره را پیدا

می‌کنیم.

$$C: x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$$

$$O(2, -1), R = \frac{1}{\sqrt{4+1}} \sqrt{(-4)^2 + 2^2 - 4(-3)} = 2\sqrt{2}$$

$$C': x^2 + y^2 - 2y - m = 0$$

$$O'(0, 1), R' = \frac{1}{\sqrt{4+1}} \sqrt{(-2)^2 - 4(-m)} = \sqrt{1+m}$$

$$OO' = \sqrt{(0-2)^2 + (1+1)^2} = 2\sqrt{2}$$

حال شرط مماس بودن دو دایره را می‌نویسیم:

$$OO' = |R - R'| \Rightarrow 2\sqrt{2} = |2\sqrt{2} - \sqrt{1+m}|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{1+m} \Rightarrow \sqrt{1+m} = 0 \\ 2\sqrt{2} = \sqrt{1+m} - 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{1+m} = 4\sqrt{2} \Rightarrow m = 31 \end{cases}$$

(هنرسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۳۹- گزینه «۳»

(اعمرضا فلاح)

در یک سهمی با فاصله کانونی a ، طول وتر کانونی (پاره‌خطی که دو سر آن

روی سهمی قرار دارد و در کانون سهمی بر محور تقارن سهمی عمود است)

برابر $4a$ است. بنابراین $AF = 2a$ و در نتیجه داریم:

$$\Delta AFS: AS^2 = AF^2 + SF^2 \Rightarrow (2\sqrt{a})^2 = (2a)^2 + a^2$$

$$\Rightarrow 20 = 5a^2 \Rightarrow a^2 = 4 \xrightarrow{a>0} a = 2$$

بنابراین عرض رأس سهمی برابر $k = -2$ است. با توجه به این‌که دهانه

سهمی رو به بالا باز شده است، داریم:

$$\text{معادله خط هادی: } y = k - a \Rightarrow y = -2 - 2 = -4$$

(هنرسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

۴۰- گزینه «۴»

(اعمرضا فلاح)

مطابق شکل $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ است. بنابراین داریم:

$$\vec{u} = \vec{a} \times \vec{b} + 3\vec{b} \times (\vec{a} - \vec{b}) - 2(\vec{a} - \vec{b}) \times \vec{a}$$

$$= \vec{a} \times \vec{b} + 3\vec{b} \times \vec{a} - 3\vec{b} \times \vec{b} - 2\vec{a} \times \vec{a} + 2\vec{b} \times \vec{a}$$

$$= \vec{a} \times \vec{b} - 4\vec{a} \times \vec{b} = -3\vec{a} \times \vec{b}$$

مساحت مثلث برابر $S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$ است. در نتیجه داریم:

$$|\vec{u}| = |-3\vec{a} \times \vec{b}| = 3 |\vec{a} \times \vec{b}| = 3 \times \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = 3S$$

(هنرسه ۳ - بردارها: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

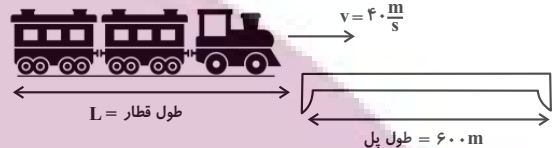


فیزیک

گزینه ۱» ۴۱-

(پوریا علاقه‌مند)

قطار باید مسافتی به اندازه طول قطار و طول پل را در مدت $\Delta t = 25s$ طی کند تا از روی پل به طور کامل بگذرد. چون سرعت قطار ثابت است، با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت به صورت زیر، طول قطار را پیدا می‌کنیم:



$$\Delta x = v \Delta t \rightarrow \frac{\Delta x = (L + 600)m}{\Delta t = 25s, v = 40 \frac{m}{s}} \rightarrow L + 600 = 40 \times 25$$

$$\Rightarrow L = 400m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه ۳» ۴۲-

(فسرو ارغوانی‌فر)

برای پاسخ دادن به این سؤال بهتر است معادله سرعت-زمان متحرک را به دست آورده و نمودار آن را رسم کنیم و سپس با استفاده از مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور t که معرف جابه‌جایی متحرک است، جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک را بیابیم. به همین منظور از روی معادله حرکت، a و v_0 را می‌یابیم و در رابطه $v = at + v_0$ جایگذاری می‌کنیم تا معادله سرعت به دست آید:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 4t + 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4 \xrightarrow{v=0} 0 = 2t - 4 \Rightarrow t = 2s$$

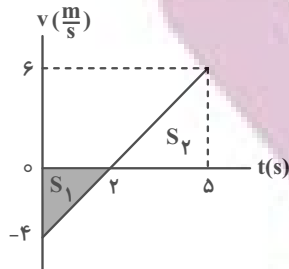
$$v = 2t - 4 \xrightarrow{t=5s} v = 2 \times 5 - 4 = 6 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{-4 \times 2}{2} + \frac{3 \times 6}{2} = 5m$$

$$\ell = |S_1| + S_2 = \left| \frac{-4 \times 2}{2} \right| + \frac{3 \times 6}{2} = 13m$$

در آخر نسبت $\frac{v_{av}}{s_{av}}$ را می‌یابیم:

$$\frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 5 - 0 = 5s} \frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{5}{13} = \frac{5}{13}$$



(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه ۲» ۴۳-

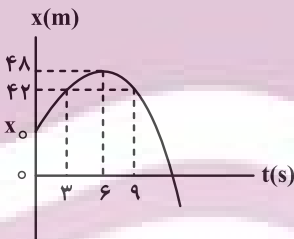
(عبدالرضا امینی‌نسب)

چون نمودار به صورت سهمی است و تقارن دارد، در بازه‌های زمانی یکسان در طرفین محور تقارن، جابه‌جایی‌ها قرینه یکدیگرند. بنابراین با توجه به شکل زیر، در بازه‌های زمانی $3s$ تا $6s$ و $6s$ تا $9s$ ، اندازه جابه‌جایی $6m$ و مکان متحرک در لحظه‌های $3s$ و $9s$ برابر $42m$ می‌شود. در این صورت، با استفاده از جابه‌جایی در بازه زمانی $3s$ تا $6s$ ، سرعت در لحظه $t = 3s$ و شتاب متحرک را می‌یابیم. دقت کنید، سرعت متحرک در لحظه $t = 6s$ صفر می‌شود (به علت اینکه شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه صفر است).

$$\Delta x = \frac{v_{3s} + v_{6s}}{2} \Delta t \xrightarrow{\Delta x = 6m, v_{6s} = 0, \Delta t = 3s}$$

$$6 = \frac{v_{3s} + 0}{2} \times 3 \Rightarrow v_{3s} = 4 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{v_{6s} - v_{3s}}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{3} = -\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$$



اکنون با استفاده از معادله سرعت-زمان، سرعت اولیه متحرک و سرعت در لحظه $t = 9s$ را می‌یابیم:

$$v_{6s} = at + v_0 \xrightarrow{v_{6s}=0, t=6s} 0 = -\frac{4}{3} \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 8 \frac{m}{s}$$

$$v_{9s} = at + v_0 \xrightarrow{t=9s} v_{9s} = -\frac{4}{3} \times 9 + 8 = -4 \frac{m}{s}$$

در آخر نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم و با استفاده از مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور t ، مسافت طی شده را حساب می‌کنیم و به دنبال آن تندی متوسط را می‌یابیم:

$$\ell = S_1 + |S_2| = \frac{8 \times 6}{2} + \left| \frac{-4 \times 3}{2} \right| = 30m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 9s} s_{av} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3} \frac{m}{s}$$

در آخر، نسبت مسافت طی شده در $1/5$ ثانیه آخر حرکت به مسافت طی شده در ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = \frac{195}{4} = \frac{195}{5 \times 4} \Rightarrow \frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = \frac{39}{4}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۵- گزینه «۳» (عبارت‌ها امین نسبت)

بر گوی‌های در حال سقوط نیروهای وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. بنابراین، با فرض این‌که جهت حرکت گوی‌ها مثبت باشد، با توجه به شکل زیر، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{mg - f_D}{m}$$

$$\Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

رابطه $a = g - \frac{f_D}{m}$ نشان می‌دهد، هرچه جرم جسم بیشتر باشد، نسبت

کمتر است، لذا، مقدار a بیشتر خواهد شد. بنابراین، چون $m_A > m_B$ است، باید $a_A > a_B$ باشد. در این حالت داریم:

$$y = \frac{1}{2} at^2 \xrightarrow{y_A = y_B = h} \frac{1}{2} a_A t_A^2 = \frac{1}{2} a_B t_B^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{t_A}{t_B}\right)^2 = \frac{a_B}{a_A} \xrightarrow{a_A > a_B} \left(\frac{t_A}{t_B}\right)^2 < 1 \Rightarrow t_A < t_B$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y \xrightarrow{v_0=0} v^2 = 2a\Delta y$$

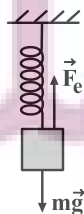
$$\Rightarrow \frac{v_A^2}{v_B^2} = \frac{2a_A \Delta y_A}{2a_B \Delta y_B} \xrightarrow{\Delta y_A = \Delta y_B} \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{a_A}{a_B}$$

$$\xrightarrow{a_A > a_B} \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 > 1 \Rightarrow v_A > v_B$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷)

۴۶- گزینه «۴» (معمری راست پیمان)

ابتدا با استفاده از حالت اول، جرم جسم را پیدا می‌کنیم. در حالت اول، بر جسم نیروی وزن آن و نیروی کشسانی فنر وارد می‌شود. چون جسم در حال تعادل است، داریم:

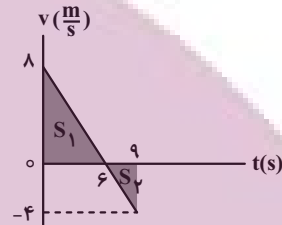


روش دوم، با محاسبه x_0 ، مسافت طی شده را به دست می‌آوریم و به دنبال آن تندی متوسط را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_{rs}}{2} \times \Delta t \Rightarrow 42 - x_0 = \frac{8 + 4}{2} \times 3 \Rightarrow x_0 = 24 \text{ m}$$

$$l = (48 - 24) + (48 - 42) = 30 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 9 \text{ s}} s_{av} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3} \text{ m/s}$$

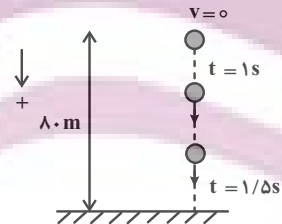


(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۴- گزینه «۴» (زهرا آقاممدی)

با انتخاب جهت مثبت به طرف پایین، ابتدا مسافت طی شده در ثانیه اول را پیدا می‌کنیم. دقت کنید چون گلوله تغییر جهت نمی‌دهد، مسافت طی شده برابر جابه‌جایی است.

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2} gt_1^2 \xrightarrow{t=1 \text{ s}} \Delta y_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1 = 5 \text{ m}$$



کل زمان سقوط گلوله برابر است با:

$$\Delta y = \frac{1}{2} gt_{\text{کل}}^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} \times 10 \times t_{\text{کل}}^2 \Rightarrow t_{\text{کل}} = 2 \text{ s}$$

مسافت طی شده توسط گلوله در $2/5$ s ابتدایی سقوط برابر است با:

$$\Delta y' = \frac{1}{2} gt_{\text{کل}}^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (2/5)^2 = \frac{125}{4} \text{ m}$$

بنابراین مسافت طی شده توسط گلوله در $1/5$ s انتهای حرکت برابر است با:

$$\Delta y_2 = 10 - \frac{125}{4} = \frac{195}{4} \text{ m}$$



در آخر، با توجه به قانون گرانش عمومی داریم:

$$F = \frac{GmM_e}{r^2} \xrightarrow{\substack{\text{ثابت } m \\ \text{ثابت } M_e}} \frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{\substack{r_1=R_e+R_e=2R_e \\ r_2=R_e+h}} \rightarrow$$

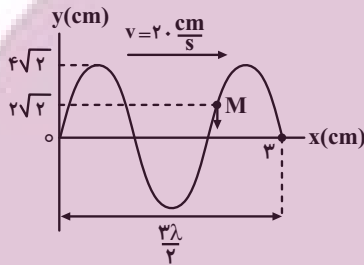
$$\frac{81}{100} = \left(\frac{2R_e}{R_e+h}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{9}{10} = \frac{2R_e}{R_e+h}$$

$$\Rightarrow 9R_e + 9h = 20R_e \Rightarrow 9h = 11R_e \Rightarrow h = \frac{11}{9}R_e$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶)

۴۹- گزینه «۴» (زهره آقاممدری)

ابتدا طول موج و به دنبال آن دوره تناوب را می‌یابیم. با توجه به شکل زیر داریم:



$$\frac{3\lambda}{2} = 3 \Rightarrow \lambda = 2 \text{ cm}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} \xrightarrow{v=20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \rightarrow T = \frac{2}{20} = 0.1 \text{ s}$$

حال $t = \frac{11}{240} \text{ s}$ را بر حسب دوره تناوب می‌یابیم:

$$\frac{t}{T} = \frac{11}{240} = \frac{11}{24} \Rightarrow t = \frac{11}{24} T$$

ذره M در لحظه $t = 0$ در مکان $x = 2\sqrt{2} \text{ cm} = \frac{A}{2}$ قرار دارد. با توجه

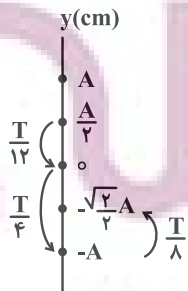
به جهت حرکت موج و با توجه به این که هر ذره تمایل دارد حرکت ذره

مقابل خود را تکرار کند، ذره M بعد از لحظه $t = 0$ به طرف پایین حرکت

می‌کند و در لحظه $t = \frac{11}{240} \text{ s}$ که برابر $t = \frac{11}{24} T$ است، مطابق شکل

زیر، در مکان $-\frac{\sqrt{2}}{2} A$ قرار می‌گیرد. زیرا $\frac{11}{24} T = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8}$

است که مکان‌های هر کدام معلوم است.



$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow mg - F_e = 0 \Rightarrow mg = F_e \xrightarrow{F_e=kx} mg = kx$$

$$\frac{x = \text{fcm} = 0.04 \text{ m}}{k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \rightarrow m \times 10 = 400 \times 0.04 \Rightarrow m = 1/6 \text{ kg}$$

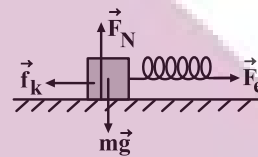
در حالت دوم، نیروی کشسانی فنر باعث شتاب جسم می‌شود. در این حالت با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F'_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N = mg = 1/6 \times 10 \Rightarrow F_N = 16 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k = 0.4} f_k = 0.4 \times 16 = 6.4 \text{ N}$$

در آخر شتاب حرکت برابر است با:

$$F'_{\text{net},x} = ma \Rightarrow F_e - f_k = ma \xrightarrow{F_e=kx} kx' - f_k = ma$$



$$\frac{k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}, x' = 0.04 \text{ m}}{m = 1/6 \text{ kg}} \rightarrow 400 \times 0.04 - 6.4 = 1/6 a$$

$$\Rightarrow 9.6 = 1/6 a \Rightarrow a = 57.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

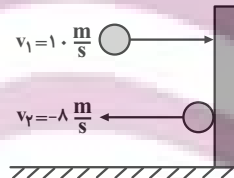
(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۴۷- گزینه «۳» (مسمن ممدری)

اگر جهت برخورد توپ به دیوار را مثبت فرض کنیم، با استفاده از رابطه زیر، اندازه نیروی خالص متوسط را می‌یابیم:

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{\substack{v_1 = 10 \text{ m/s}, \Delta t = 0.1 \text{ s} \\ v_2 = -10 \text{ m/s}, m = 0.4 \text{ kg}}} \rightarrow$$

$$F_{\text{av}} = \frac{0.4 \times (-10 - 10)}{0.1} = -72 \text{ N} \Rightarrow |F_{\text{av}}| = 72 \text{ N}$$



(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۴۸- گزینه «۳» (عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا شتاب جدید ماهواره را می‌یابیم:

$$a_2 = a_1 - \frac{19}{100} a_1 \Rightarrow a_2 = \frac{81}{100} a_1$$

از طرف دیگر، طبق قانون دوم نیوتون در مکان جدید، نیروی وارد بر ماهواره بر حسب نیروی وارد بر آن در مکان اول برابر است با:

$$F = ma \xrightarrow{\text{ثابت } m} \frac{F_2}{F_1} = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{81}{100} \frac{a_1}{a_1}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{81}{100}$$

$$\Rightarrow \Delta\beta = 10 \cdot (\log 10^2 - \log 2^6) \Rightarrow \Delta\beta = 10 \cdot (2 \log 10 - 6 \log 2)$$

$$\frac{\log 10 = 1}{\log 2 = 0.3} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \cdot (2 \times 1 - 6 \times 0.3) = 10 \cdot (2 - 1.8)$$

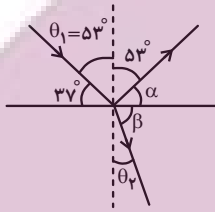
$$\Rightarrow \beta = 10 \times 0.2 = 2 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۵۲- گزینه «۲» (عبدالرضا امینی نسب)

مطابق شکل زیر، ابتدا زاویه شکست را پیدا می‌کنیم و سپس با استفاده از

قانون شکست عمومی نسبت $\frac{v_2}{v_1}$ را می‌یابیم:



$$\alpha + 53^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow 37^\circ + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 53^\circ$$

$$\beta + \theta_2 = 90^\circ \Rightarrow 53^\circ + \theta_2 = 90^\circ \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{0.6}{0.8} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4}$$

اکنون با استفاده از رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ و با توجه به این که f در هر دو محیط

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{f_1}{f_2} \quad f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3}{4}$$

ثابت است، داریم:

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۹)

۵۳- گزینه «۴» (مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$ ، تندی انتشار موج عرضی در تار را

می‌یابیم:

$$f_5 - f_7 = 600 \Rightarrow \frac{5v}{2L} - \frac{7v}{2L} = 600 \Rightarrow \frac{L=0.5m}{2} \rightarrow$$

$$\frac{5v}{2 \times 0.5} - \frac{7v}{2 \times 0.5} = 600 \Rightarrow 5v - 7v = 600 \Rightarrow 2v = 600$$

$$\Rightarrow v = 300 \frac{m}{s}$$

اکنون به صورت زیر، جرم تار را پیدا می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \quad F = 1800 \text{ N}, v = 300 \frac{m}{s} \rightarrow 300 = \sqrt{\frac{1800 \times 0.5}{m}}$$

$$\Rightarrow 9 \times 10^4 = \frac{900}{m} \Rightarrow m = 10^{-2} \text{ kg} \rightarrow m = 10 \text{ g}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

اکنون با داشتن مکان ذره M ($y = -\frac{\sqrt{2}}{2} A$) به صورت زیر شتاب آن را می‌یابیم:

$$y = -\frac{\sqrt{2}}{2} A \xrightarrow{A=4\sqrt{2} \text{ cm}} y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times 4\sqrt{2} = -4 \text{ cm}$$

$$= -0.04 \text{ m}$$

$$a = -\omega^2 y \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} a = -\frac{4\pi^2}{T^2} y \xrightarrow{\pi^2 = 10, T = 0.1 \text{ s}}$$

$$a = -\frac{4 \times 10}{(0.1)^2} \times (-0.04) = 160 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۷۴)

۵۴- گزینه «۴» (عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا انرژی مکانیکی نوسانگر را می‌یابیم. دقت کنید، چون جسم را 10 cm از مکان تعادل خود کشیده و رها کرده‌ایم، دامنه نوسان آن $A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$ است.

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \xrightarrow{k=400 \frac{N}{m}, A=0.1 \text{ m}} E = \frac{1}{2} \times 400 \times 0.01 = 2 \text{ J}$$

اکنون انرژی جنبشی نوسانگر را در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل آن $U = 800 \text{ mJ}$ است، پیدا می‌کنیم:

$$E = U + K \xrightarrow{U=800 \text{ mJ}, E=2 \text{ J}} 2 = 0.8 + K \Rightarrow K = 1.2 \text{ J}$$

در آخر، با داشت K و m به صورت زیر تندی جسم را می‌یابیم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{m=6 \times 10^{-3} \text{ kg}, K=1.2 \text{ J}} 1.2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-3} \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۵۱- گزینه «۳» (مسعود قره‌فانی)

ابتدا باید مشخص کنیم با افزایش بسامد چشمه صوت، شدت صوت برای شخص چند برابر می‌شود. چون دامنه نوسان و فاصله شخص از چشمه ثابت است، داریم:

$$f_2 = f_1 + \frac{25}{100} f_1 = \frac{125}{100} f_1 \Rightarrow f_2 = \frac{5}{4} f_1 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \xrightarrow{r_1=r_2, A_2=A_1} \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{5}{4} \times 1 \times 1 \right)^2$$

$$= \frac{25}{16} \times \frac{4}{4} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{100}{64} = \frac{10^2}{2^6}$$

اکنون تغییر تراز شدت صوت را می‌یابیم:

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{10^2}{2^6}$$



۵۴- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به نمودار داده شده به ازای $f = 0.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$ بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر $2 \times 10^{-19} \text{ J}$ است. بنابراین، ابتدا تابع کار فلز را می‌یابیم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \rightarrow \frac{h=6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}, K_{\max}=2 \times 10^{-19} \text{ J}}{f=0.5 \times 10^{15} \text{ Hz}}$$

$$2 \times 10^{-19} = 6.6 \times 10^{-34} \times 0.5 \times 10^{15} - W_0$$

$$\Rightarrow W_0 = 3 \times 10^{-19} - 2 \times 10^{-19} = 1 \times 10^{-19} \text{ J}$$

اکنون طول‌موج نور تابشی را که به‌ازای آن $11 \times 10^{-19} \text{ J}$ می‌باشد پیدا می‌کنیم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\frac{c=3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{K_{\max}=11 \times 10^{-19} \text{ J}} \rightarrow 11 \times 10^{-19} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{\lambda} - 1 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow 12 \times 10^{-19} = \frac{1.98 \times 10^{-26}}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 1.65 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\xrightarrow{1 \text{ m} = 10^9 \text{ nm}} \lambda = 1.65 \times 10^{-7} \times 10^9 = 165 \text{ nm}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۵۵- گزینه «۴»

(سیدعلی میرنوری)

می‌دانیم در هر رشته معین (ثابت n')، با افزایش شماره تراز (n)، انرژی فوتون‌های گسیلی افزایش، در نتیجه طول‌موج آن‌ها کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست‌اند.

از طرف دیگر، برای یک n' مشخص، با افزایش شماره تراز (n)، اختلاف طول‌موج‌های گسیلی کاهش می‌یابد. یعنی فاصله طول‌موج‌های گسیلی به‌ازای n های بزرگ‌تر، کمتر خواهد شد.

$$\lambda_{6 \rightarrow 2} - \lambda_{5 \rightarrow 2} < \lambda_{5 \rightarrow 2} - \lambda_{4 \rightarrow 2} < \lambda_{4 \rightarrow 2} - \lambda_{3 \rightarrow 2}$$

بنابراین گزینه «۴» درست است.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

۵۶- گزینه «۲»

(امیرامیر میرسعید)

با توجه به نمودار N برحسب Z ، عنصر M تعداد ۱۴۵ نوترون ($N=145$) و تعداد ۹۴ پروتون ($Z=94$) دارد، لذا عدد جرمی عنصر A برابر $A = N + Z = 145 + 94 = 239$ است. بنابراین ابتدا معادله واکنش را می‌نویسیم و سپس تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های عنصر B را به‌دست می‌آوریم و سپس مکان آن را مشخص می‌کنیم.

$${}_{94}^{239}M \rightarrow {}_Z^A B + 2\left({}_2^4\alpha\right) + 2\left({}_{-1}^0\beta\right) + n$$

$$\left\{ \begin{aligned} 239 &= A + (2 \times 4) + (2 \times 0) + 1 \Rightarrow A = 226 \\ 94 &= Z + (2 \times 2) + (2 \times 1) + 0 \Rightarrow Z = 86 \end{aligned} \right.$$

می‌بینیم عنصر B تعداد $Z = 86$ پروتون و $N = 226 - 86 = 140$ نوترون دارد. بنابراین با توجه به نمودار، این عنصر در مکان (۲) قرار دارد.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۵)

۵۷- گزینه «۴»

(امیرامیر میرسعید)

چون پس از مدت ۱۰ روز، ۲۰ درصد از هسته‌های ماده پرتوزا واپاشیده می‌شود، بنابراین، ۸۰ درصد آن فعال باقی می‌ماند. از طرف دیگر، پس از ۱۰ روز دیگر، مجدداً ۲۰ درصد از هسته‌های فعال باقیمانده واپاشیده خواهند شد. در نتیجه، تعداد هسته‌های فعال باقیمانده برابر $\frac{80}{100} \times \left(\frac{80}{100} N_0\right)$ خواهد بود. یعنی، تعداد هسته‌های فعال باقیمانده پس از دو تا ۱۰ روز برابر است با:

$$N = \frac{80}{100} \times \left(\frac{80}{100} N_0\right) \Rightarrow N = \frac{64}{100} N_0 \Rightarrow N = 64\% N_0$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۳۷)

۵۸- گزینه «۴»

(مبتنی فلیل اریمندی)

اگر چند کمیت با یکدیگر جمع و یا تفریق شوند، الزاماً یکای یکسانی دارند. بنابراین، در رابطه $A = BC + DE$ ، باید یکای کمیت‌های A ، BC و DE یکسان باشد. در این صورت، چون کمیت A بیانگر شتاب می‌باشد، یکای کمیت‌های BC و DE با یکای کمیت شتاب یکسان است. بنابراین، گزینه «۲» الزاماً نادرست است و گزینه‌های «۱» و «۳» در شرایط خاصی ممکن است درست باشد. اما، الزاماً نمی‌توانند درست باشند.

گزینه «۴» درست است، زیرا کمیت‌های BC و DE یکسان است، لذا

$$[BC] = [DE] \Rightarrow \frac{[B]}{[D]} = \frac{[E]}{[C]} \quad \text{داریم:}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه ۱۱)

۵۹- گزینه «۲»

(معمومه شریعت ناصری)

ابتدا فشار مایع بر سطح بالایی و سطح پایینی را به‌دست می‌آوریم:

$$P_1 = P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_1 \quad \left. \begin{aligned} \rho_{\text{آب}} &= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ h_1 &= 4 \text{ m}, P_0 = 10^5 \text{ Pa} \end{aligned} \right\}$$

$$P_1 = 10^5 + 1000 \times 10 \times 4 = 140000 \text{ Pa}$$

$$P_2 = P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_2 \quad \left. \begin{aligned} h_2 &= 4 + 14 = 18 \text{ m} \end{aligned} \right\}$$

$$P_2 = 10^5 + 1000 \times 10 \times 18 = 280000 \text{ Pa}$$

اکنون با استفاده از رابطه $P = \frac{F}{A}$ و با توجه به اینکه اندازه نیروهای وارد بر سطح بالایی و پایینی یکسان است، می‌توان نوشت:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow P_1 A_1 = P_2 A_2 \Rightarrow 140000 \times A_1 = 280000 \times A_2 \Rightarrow A_1 = 2A_2$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۶۰- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

می‌دانیم فشارسنج، فشار پیمانه‌ای ($P_0 - P_{\text{آب}}$) را نشان می‌دهد. بنابراین، ابتدا فشار پیمانه‌ای را از cmHg به پاسکال تبدیل می‌کنیم:

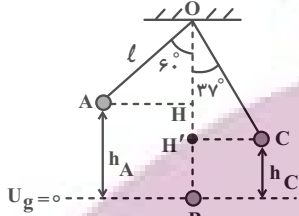
$$P_{\text{آب}} - P_0 = 1/25 \text{ cmHg} \Rightarrow h = 1/25 \text{ cm} = 1/25 \times 10^{-2} \text{ m}$$



۶۲- گزینه «۳»

(مسعود قره‌فانی)

مطابق شکل زیر، پایین‌ترین نقطه مسیر حرکت گلوله آونگ را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی، تندی گلوله آونگ را در هر یک از نقطه‌های B و C می‌یابیم. اگر طول آونگ را l در نظر بگیریم، h_A و h_C برابر است با:



$$\cos 60^\circ = \frac{OH}{l} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{OH}{l} \Rightarrow OH = \frac{l}{2}$$

$$h_A = OB - OH \xrightarrow{OB=l} h_A = l - \frac{l}{2} = \frac{l}{2}$$

$$\cos 37^\circ = \frac{OH'}{l} \xrightarrow{\cos 37^\circ = 0.8} \frac{0.8}{1} = \frac{OH'}{l} \Rightarrow OH' = 0.8l$$

$$h_C = OB - OH' = l - 0.8l = 0.2l$$

اکنون اصل پایستگی انرژی مکانیکی را یک بار بین دو نقطه A و B و بار دیگر بین دو نقطه C و B می‌نویسیم:

$$E_B = E_A \Rightarrow U_B + K_B = U_A + K_A \xrightarrow{U_B=0, K_A=0}$$

$$0 + \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_A \xrightarrow{h_A=\frac{l}{2}} v_B^2 = 2g \times \frac{l}{2} = gl$$

$$E_C = E_B \Rightarrow U_C + K_C = U_B + K_B \xrightarrow{U_B=0, K_B=0}$$

$$mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 \xrightarrow{\frac{v_B^2=gl}{h_C=0.2l}}$$

$$mg \times 0.2l + \frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2}mgl \xrightarrow{\text{حذف } m}$$

$$\frac{v_C^2}{2} = 0.5gl - 0.2gl \Rightarrow v_C^2 = 0.6gl$$

در آخر داریم:

$$\frac{v_B}{v_C} = \frac{gl}{0.6gl} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \sqrt{\frac{5}{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۶۳- گزینه «۴»

(مسعود قره‌فانی)

ابتدا مقدار گرمایی را که ظرف و آب می‌گیرند تا دمای آنها از 0°C به 100°C برسد، می‌یابیم. دقت کنید در فشار 1atm نقطه جوش آب 100°C است.

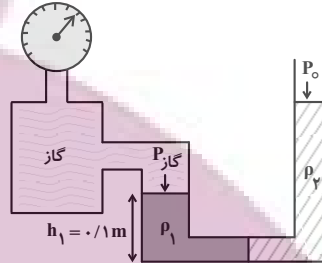
$$Q_{\text{کل}} = Q_{\text{ظرف}} + Q_{\text{آب}} \xrightarrow{Q_{\text{ظرف}} = C\Delta\theta, Q_{\text{آب}} = mc\Delta\theta}$$

$$Q_{\text{کل}} = C\Delta\theta + mc\Delta\theta$$

$$P_{\text{کاز}} - P_0 = \rho_{\text{جیوه}} gh \xrightarrow{\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} = 13.6 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, h = 1/25 \times 10^{-2} \text{m}}$$

$$P_{\text{کاز}} - P_0 = 13.6 \times 10^3 \times 1 \times 10 \times 1 / 25 \times 10^{-2} = 1700 \text{Pa}$$

از طرف دیگر، چون دو مایع در لوله U شکل در حال تعادل‌اند، فشار در سمت چپ و راست لوله یکسان خواهد بود، بنابراین، داریم:



$$P_{\text{کاز}} + P_{\text{مایع (۱)}} = P_0 + P_{\text{مایع (۲)}} \xrightarrow{P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}}$$

$$P_{\text{کاز}} + \frac{m_1 g}{A_1} = P_0 + \frac{m_2 g}{A_2} \xrightarrow{m_1 = m_2 = m, A_2 = A, A_1 = 2A}$$

$$P_{\text{کاز}} - P_0 = \frac{mg}{A} - \frac{mg}{2A} \Rightarrow 1700 = \frac{mg}{2A} = \frac{10m}{2A} \quad (۱)$$

در آخر داریم:

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} \xrightarrow{V_1 = A_1 h_1 = 2A h_1} \rho_1 = \frac{m}{2A h_1} \xrightarrow{h_1 = 0.1 \text{m}}$$

$$\rho_1 = \frac{m}{2A \times 0.1} = \frac{10m}{2A} \xrightarrow{(۱)} \rho_1 = 1700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\xrightarrow{+1000} \rho_1 = 1/7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۴- گزینه «۴»

(مهمرعلی راست‌پیمان)

بر گلوله نیروهای وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. بنابراین، کار برایند نیروهای وارد بر گلوله برابر مجموع کار این دو نیرو خواهد بود. با توجه به اینکه کار نیروی وزن در هنگام بالا رفتن منفی و در هنگام پایین آمدن مثبت و کار نیروی مقاومت هوا همواره منفی می‌باشد، به صورت زیر، ارتفاع h را می‌یابیم.

$$\begin{cases} W_{\text{بالا رفتن}} = -W_{\text{mg}} - W_{\text{fD}} \\ W_{\text{پایین آمدن}} = W_{\text{mg}} + W_{\text{fD}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -W_{\text{بالا رفتن}} = W_{\text{mg}} + W_{\text{fD}} \\ W_{\text{پایین آمدن}} = W_{\text{mg}} - W_{\text{fD}} \end{cases}$$

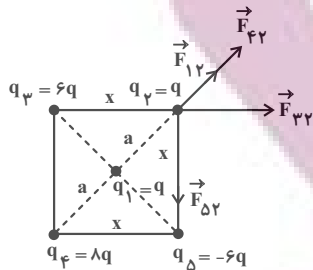
$$-W_{\text{بالا رفتن}} + W_{\text{پایین آمدن}} = 2W_{\text{mg}}$$

$$\xrightarrow{W_{\text{mg}} = mgh}$$

$$\frac{W_{\text{پایین آمدن}} = 800 \text{J}, W_{\text{بالا رفتن}} = -1000 \text{J}}{-(-1000) + 800 = 2mgh} \xrightarrow{m=4 \text{kg}, g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$1800 = 2 \times 4 \times 10 \times h \Rightarrow h = 22.5 \text{m}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۴)



$$r_{12} = a + a = 2a$$

$$x^2 + x^2 = (2a)^2 \Rightarrow 2x^2 = 4a^2 \Rightarrow x^2 = 2a^2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}a \Rightarrow r_{13} = r_{14} = x = \sqrt{2}a$$

$$F_{12} = \frac{k |q_1| |q_2|}{r_{12}^2} \Rightarrow F_{12} = F, r_{12} = 2a$$

$$F = \frac{k \times q \times q}{a^2} \Rightarrow F = \frac{kq^2}{a^2}$$

$$F_{13} = \frac{k |q_1| |q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow F_{13} = \frac{k \times 6q \times q}{(\sqrt{2}a)^2} = 3 \left(\frac{kq^2}{a^2} \right) \Rightarrow F_{13} = 3F$$

$$F_{14} = F_{13} = \frac{k |q_1| |q_4|}{r_{14}^2} \Rightarrow F_{14} = 3F$$

$$F_{14} = F_{13} = \frac{k \times 8q \times q}{2a^2} = 4 \left(\frac{kq^2}{a^2} \right) \Rightarrow F_{14} = F_{13} = 4F$$

اکنون اندازه نیروهای \vec{F}_{12} و \vec{F}_{13} را می‌یابیم. چون این دو نیرو هم‌جهت‌اند، داریم:

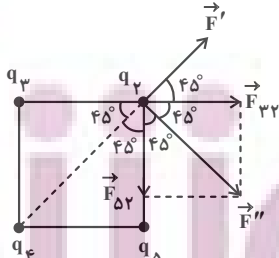
$$F' = F_{12} + F_{13} = 2F + 3F \Rightarrow F' = 5F$$

در این قسمت اندازه نیروهای \vec{F}_{14} و \vec{F}_{23} را پیدا می‌کنیم. چون این دو نیرو بر یکدیگر عمودند، داریم:

$$F'' = \sqrt{F_{14}^2 + F_{23}^2} \Rightarrow F'' = \sqrt{4F^2 + 9F^2} \Rightarrow F'' = \sqrt{13}F$$

$$\xrightarrow{F_{23}=2F} F'' = 3\sqrt{2}F$$

در آخر، برابری نیروهای وارد بر بار q_1 را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، با توجه به شکل زیر، نیروهای \vec{F}' و \vec{F}'' بر یکدیگر عمودند.



$$F_{کل} = \sqrt{F'^2 + F''^2} = \sqrt{25F^2 + 18F^2} = \sqrt{43}F$$

$$F_{کل} = \sqrt{9F^2(1+2)} = 3\sqrt{3}F$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

$$C_{ظرف} = 2000 \frac{J}{K} \text{ یا } \frac{J}{K \cdot ^\circ C}, \Delta\theta = 100 - 10 = 90^\circ C$$

$$m = 10 \text{ kg}, c_p = 4200 \frac{J}{\text{kg} \cdot K} \text{ یا } \frac{J}{\text{kg} \cdot ^\circ C}$$

$$Q_{کل} = 3000 \times 100 + 10 \times 4200 \times 100 = 45 \times 10^5 J$$

اکنون با استفاده از رابطه $P = \frac{Q}{t}$ ، مدت زمان به جوش آمدن آب را پیدا می‌کنیم:

$$t = \frac{Q}{P} \Rightarrow P = 1500 W \rightarrow t = \frac{45 \times 10^5}{1500} = 3 \times 10^3 s$$

$$\xrightarrow{1 \text{ min} = 60 s} t = \frac{3 \times 10^3}{60} = 50 \text{ min}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما، صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۶۴- گزینه «۳» (ممدعلی راست‌پیمان)

می‌دانیم در چرخه $\Delta U = 0$ است. از طرف دیگر، چون چرخه ساعتگرد است، کار بر روی گاز در طی چرخه منفی است. بنابراین با استفاده از قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = 0} 0 = Q + W \Rightarrow Q = -W$$

$$\xrightarrow{W < 0} Q > 0$$

می‌بینیم $\Delta U = 0$ ، $W < 0$ و $Q > 0$ است.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰)

۶۵- گزینه «۳» (مصطفی کیانی)

ابتدا به صورت زیر کار انجام شده در هر چرخه را با استفاده از رابطه بازده ماشین گرمایی می‌یابیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow{Q_H = |W| + |Q_L|} \eta = \frac{|W|}{|W| + |Q_L|}$$

$$\eta = 0.75 = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{|W|}{|W| + 900} \Rightarrow 4|W| = |W| + 900$$

$$\Rightarrow 3|W| = 900 \Rightarrow |W| = 300 J$$

می‌بینیم ماشین گرمایی در هر چرخه $300 J$ کار انجام می‌دهد، بنابراین،

$$1800 J \text{ کار را پس از طی } n = \frac{1800}{300} = 6 \text{ چرخه انجام خواهد داد.}$$

چرخه	کار انجام شده (J)
۱	۳۰۰
n	۱۸۰۰

$$\Rightarrow n = \frac{1800 \times 1}{300} = 6$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۷)

۶۶- گزینه «۴» (سعید طاهری بروینی)

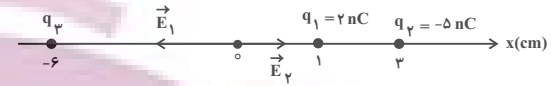
مطابق شکل زیر، اندازه و جهت نیروهایی را که از طرف هر یک از بارهای الکتریکی بر بار q_1 وارد می‌شود بر حسب F (نیروی بین دو بار q_1 و q_2) می‌یابیم و سپس اندازه آن‌ها را پیدا می‌کنیم:



۶۷- گزینه «۱»

(زهره آقاممدری)

با توجه به مکان‌های بارهای q_1 و q_2 بر روی محور x ، اندازه و جهت میدان‌های الکتریکی حاصل از این بارها را در مبدأ مختصات می‌یابیم و آن‌ها را بر حسب بردار یکه \vec{i} می‌نویسیم:



$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \quad r_1 = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} \quad |q_1| = 2 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9}}{10^{-4}} = 18 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \Rightarrow \vec{E}_1 = (-18 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}) \vec{i}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \quad r_2 = 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m} \quad |q_2| = 5 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-9}}{9 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \Rightarrow \vec{E}_2 = (5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}) \vec{i}$$

اکنون با داشتن میدان الکتریکی \vec{E}_1 ، \vec{E}_2 و \vec{E}_3 ، میدان \vec{E}_T را می‌یابیم:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \quad \vec{E}_3 = (-12 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}) \vec{i}$$

$$(-12 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}) \vec{i} = (-18 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}) \vec{i} + (5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}) \vec{i} + \vec{E}_3$$

$$\Rightarrow \vec{E}_3 = (1 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}) \vec{i}$$

می‌بینیم جهت میدان الکتریکی \vec{E}_3 در جهت محور x و اندازه آن

$$E = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \text{ است. بنابراین، بار } q_3 \text{ مثبت و اندازه آن برابر است با:}$$

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r_3^2} \quad r_3 = 6 \text{ cm} = 6 \times 10^{-2} \text{ m} \quad E = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \Rightarrow |q_3| = 36 \times 10^{-4} \text{ C}$$

$$\Rightarrow |q_3| = 4 \times 10^{-4} \text{ C} = 4 \text{ nC} \quad q_3 > 0 \Rightarrow q_3 = 4 \text{ nC}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۶۸- گزینه «۱»

(بهنام رستمی)

چون خازن را از باتری جدا نموده‌ایم بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند. از طرف دیگر، چون فاصله بین دو صفحه خازن را نصف و دی‌الکتریک با ثابت ۴ بین صفحه‌های آن قرار داده‌ایم، بنابه رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، ظرفیت خازن ۸ برابر می‌شود. زیرا:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \quad \kappa_2 = 4, \kappa_1 = 1 \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 4 \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \quad d_2 = \frac{1}{2} d_1, A_2 = A_1$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{4}{1} \times 1 \times \frac{d_1}{\frac{1}{2} d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 8$$

همچنین با ثابت ماندن Q و ۸ برابر شدن C ، بنابه رابطه $C = \frac{Q}{V}$ ،

اختلاف پتانسیل دو سر خازن $\frac{1}{8}$ برابر می‌شود. زیرا:

$$C = \frac{Q}{V} \quad Q = \text{ثابت} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow 8 = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{8}$$

برای انرژی خازن، طبق رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، انرژی خازن $\frac{1}{8}$ برابر خواهد شد. زیرا:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \quad Q = \text{ثابت} \rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1} = 8 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{8}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

۶۹- گزینه «۱»

(مهمعلی راست‌پیمان)

ابتدا با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، نسبت مقاومت دو رسانا را پیدا می‌کنیم.

$$A_A = \pi r_A^2 \quad r_A = 2 \text{ mm} \rightarrow A_A = \pi \times 4 = 4\pi \text{ mm}^2$$

$$A_B = \pi r_B^2 \quad r_B = 1 \text{ mm} \rightarrow A_B = \pi \text{ mm}^2$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \quad \rho_A = \rho_B, L_A = L_B \rightarrow \frac{R_A}{R_B} = 1 \times 1 \times \frac{4\pi}{\pi} = 4$$

$$\Rightarrow R_A = 4 R_B$$

اکنون با استفاده از رابطه $V = RI$ ، مقاومت معادل مدار $(R_{AB} = R_A + R_B)$ را می‌یابیم:

$$R_{AB} = \frac{V}{I} \quad \frac{V=4/\rho\Omega}{I=2A} \rightarrow R_{AB} = \frac{4/\rho}{2} = 2/\rho\Omega$$

در آخر داریم:

$$R_{AB} = R_A + R_B = 4 R_B + R_B = 5 R_B = 2/\rho\Omega \rightarrow R_B = 4/\rho\Omega$$

$$4 R_B + R_B = 2/\rho\Omega \Rightarrow 5 R_B = 2/\rho\Omega \Rightarrow R_B = 4/\rho\Omega$$

$$R_A = 4 R_B = 4 \times 4/\rho\Omega = 16/\rho\Omega$$

و اختلاف دو مقاومت برابر است با:

$$\Delta R = R_B - R_A = 4/\rho\Omega - 16/\rho\Omega = -12/\rho\Omega$$

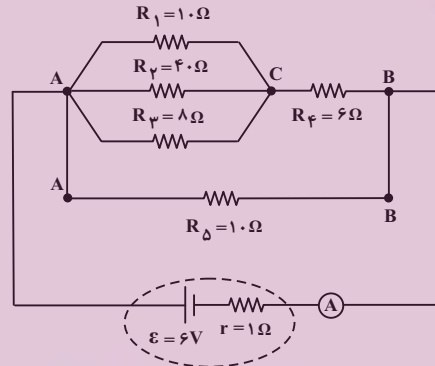
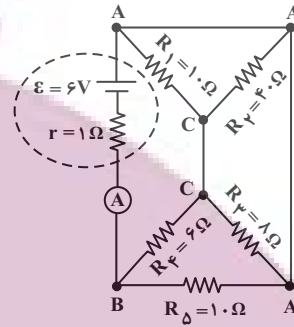
(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۳۹ تا ۶۶)



۷۰- گزینه «۱»

(معمومه شریعت ناصری)

ابتدا نقطه‌های هم‌پتانسیل را مشخص و سپس شکل ساده‌تری از مدار رسم می‌کنیم:



اکنون مقاومت معادل مدار را پیدا می‌کنیم. مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 با هم موازی و مقاومت معادل آن‌ها با R_ϕ متوالی و مقاومت معادل این چهار مقاومت با R_Δ موازی است. بنابراین داریم:

$$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{8} = \frac{4+1+5}{40} \Rightarrow R_{AC} = 4\Omega$$

$$R_{ABC} = R_{AC} + R_\phi = 4 + 6 = 10\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_{ABC} \times R_\Delta}{R_{ABC} + R_\Delta} = \frac{10 \times 10}{10 + 10} = 5\Omega$$

در آخر، جریان شاخه اصلی مدار که از آمپرسنج عبور می‌کند، برابر است با:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{6}{5 + 1} = 1A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۷۱- گزینه «۲»

(مهمعلی راست‌پیمان)

چون باتری \mathcal{E}_1 توان خروجی دارد، این باتری انرژی مدار را تولید می‌کند و باتری \mathcal{E}_2 مصرف‌کننده انرژی مدار خواهد بود. بنابراین، ابتدا با استفاده از توان مصرفی در مقاومت R ، جریان الکتریکی مدار را می‌یابیم:

$$P = RI^2 \xrightarrow{\frac{P=2W}{R=8\Omega}} 2 = 8I^2 \Rightarrow I^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow I = \frac{1}{2}A$$

اکنون با استفاده از توان خروجی باتری \mathcal{E}_1 ، نیروی محرکه \mathcal{E}_1 را پیدا می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \mathcal{E}_1 I - r_1 I^2 \xrightarrow{\substack{P_{\text{خروجی}}=8/5W \\ r_1=2\Omega, I=\frac{1}{2}A}} 8/5 = \mathcal{E}_1 \times \frac{1}{2} - 2 \times \frac{1}{4}$$

$$9 = \frac{1}{2} \mathcal{E}_1 \Rightarrow \mathcal{E}_1 = 18V$$

در آخر، با توجه به اینکه \mathcal{E}_1 تولیدکننده انرژی و \mathcal{E}_2 مصرف‌کننده انرژی است، $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ می‌باشد، لذا به صورت زیر \mathcal{E}_2 را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} \xrightarrow{\substack{I=\frac{1}{2}A, r_1=r_2=2\Omega \\ R=8\Omega, \mathcal{E}_1=18V}} \frac{1}{2} = \frac{18 - \mathcal{E}_2}{8 + 2 + 2}$$

$$6 = 18 - \mathcal{E}_2 \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 12V$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

۷۲- گزینه «۳»

(امیرامیر میرسعید)

ابتدا جریان الکتریکی عبوری از سیم‌لوله را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، چون مقاومت هر متر سیم برابر 2Ω است، مقاومت $6m$ آن برابر $R = 6 \times 2 = 12\Omega$ خواهد بود.

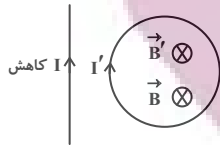
$$I = \frac{V}{R} \xrightarrow{\substack{V=6V \\ R=12\Omega}} I = \frac{6}{12} = 0.5A$$

اکنون تعداد دورهای سیم‌لوله را می‌یابیم. چون سیم را به صورت سیم‌لوله در آورده‌ایم، داریم:

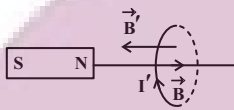
$$N = \frac{L}{2\pi r} \xrightarrow{\substack{r=\frac{D}{2}=\frac{2cm}{2}=1cm \\ L=6m, \pi \approx 3}} N = \frac{6}{2 \times 3 \times 2 \times 10^{-2}} = 50$$

در آخر، میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله را به دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \xrightarrow{\substack{\mu_0=4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \\ N=50, I=0.5A, \ell=1cm=0.01m}} B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 50 \times 0.5}{0.01} = 10\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$$



ب) درست است. با نزدیک شدن قطب N آهنربا به حلقه، میدان مغناطیسی القایی در خلاف جهت، یعنی به طرف چپ، در حلقه ایجاد می‌شود تا مانع افزایش شار مغناطیسی در حلقه شود، بنابراین، با توجه به جهت میدان مغناطیسی القایی، جهت جریان در حلقه رو به بالا است یا، می‌توان گفت، چون قطب N آهنربا به حلقه نزدیک می‌شود، در سمت چپ حلقه، قطب N ایجاد می‌شود تا از حرکت آهنربا به سمت حلقه جلوگیری نماید.



پ) درست است. میدان مغناطیسی سیم راست در حلقه درون‌سو است، اما، چون حلقه از سیم دور می‌شود، میدان مغناطیسی درون آن کاهش می‌یابد، در نتیجه، میدان مغناطیسی القایی هم‌جهت با میدان مغناطیسی سیم راست به صورت درون‌سو در حلقه ایجاد می‌شود تا از کاهش شار مغناطیسی جلوگیری نماید. بنابراین، جریان القایی در حلقه ساعتگرد است.

ت) درست است. با توجه به جهت حرکت حلقه، میدان مغناطیسی سیم راست در حلقه ثابت است، لذا، شار مغناطیسی تغییر نمی‌کند، بنابراین، جریان القایی در حلقه صفر است.

بنابراین، تعداد ۴ عبارت درست است.

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

۷۵ - گزینه «۴» (ممرعلی راست‌پیمان)

ابتدا با استفاده از رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ ، نسبت $\frac{L_A}{L_B}$ را می‌یابیم. در این رابطه L ضریب القاوری است.

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{I_A}{I_B}\right)^2 \xrightarrow{U_A = \frac{1}{4} U_B, I_A = I_B} \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{4}$$

اکنون با استفاده از رابطه ضریب القاوری نسبت $\frac{N_A}{N_B}$ را پیدا می‌کنیم:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \xrightarrow{\frac{A_A = A_B}{\ell_A = \ell_B}} \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب، صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

$$B = \frac{12 \times 10^{-7} \times 50 \times 0 / 5}{0/1} = 300 \times 10^{-6} T = 3 \times 10^{-4} T$$

$$\frac{10^{-4} T = G}{1} \Rightarrow B = 3G$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۷۳ - گزینه «۲» (ممرعلی راست‌پیمان)

بر ذره باردار نیروهای وزن و مغناطیسی وارد می‌شود. بنابراین، برای تعیین اندازه نیروی مغناطیسی ابتدا، اندازه نیروی وزن را می‌یابیم.

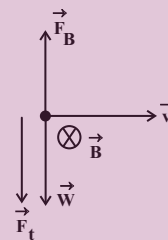
$$W = mg \xrightarrow{m = 0.4g = 0.4 \times 10^{-3} kg}$$

$$W = 0.4 \times 10^{-3} \times 10 = 4 \times 10^{-3} N$$

چون اندازه نیروی وزن $W = 4 \times 10^{-3} N$ رو به پایین و اندازه نیروی

خالص $W > F_t$ و آن هم رو به پایین است و $F_t = 3 \times 10^{-3} N$

می‌باشد، لذا باید جهت نیروی مغناطیسی به طرف بالا باشد. بنابراین، داریم:



$$F_t = W - F_B \Rightarrow 3 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} - F_B \Rightarrow F_B = 10^{-3} N$$

در آخر، با داشتن q ، v ، F_B و θ به صورت زیر B را می‌یابیم:

$$F_B = |q| v B \sin \theta \xrightarrow{|q| = 1 \mu C = 1 \times 10^{-6} C, v = 10^5 \frac{m}{s}, F_B = 10^{-3} N, \theta = 90^\circ}$$

$$10^{-3} = 1 \times 10^{-6} \times 10^5 \times B \times \sin 90^\circ$$

$$10^{-3} = 10^{-1} B \times 1 \Rightarrow B = 10^{-2} T \xrightarrow{1 T = 10^4 G}$$

$$B = 10^{-2} \times 10^4 = 100 G$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس، صفحه‌های ۱۸۹ تا ۹۱)

۷۴ - گزینه «۴» (امیرامدر میرسعید)

الف) درست است. میدان مغناطیسی سیم راست درون حلقه درون‌سو و در حال کاهش است. بنابراین، باید میدان مغناطیسی القایی (\vec{B}') درون حلقه هم‌سو با میدان مغناطیسی سیم راست و درون‌سو باشد تا از کاهش شار مغناطیسی جلوگیری کند. بنابراین، جریان القایی (I') در حلقه ساعتگرد است یا، می‌توان گفت، چون جریان سیم راست در حال کاهش است، باید جریان در حلقه هم‌سو با آن باشد.



شیمی

۷۶- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

چون فراوانی دو ایزوتوپ به صورت درصد داده شده و درصد فراوانی ایزوتوپ ^{12}X برابر ۳۰ است، پس درصد فراوانی ایزوتوپ دیگر برابر $100 - 30 = 70$ است.

$$\bar{M} = \frac{m_1 f_1 + m_2 f_2}{f_1 + f_2} = \frac{(12 \times 30) + (13 \times 70)}{100} = 12.7$$

$$^{13}\text{X} \text{ اتم} = \frac{^{13}\text{X}}{1 \text{ mol } ^{13}\text{X}} \times \frac{1 \text{ mol } ^{13}\text{X}}{13 \text{ g } ^{13}\text{X}} \times \frac{6.02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol } ^{13}\text{X}} = 1/95 \text{ g } ^{13}\text{X} \times \frac{1 \text{ mol } ^{13}\text{X}}{13 \text{ g } ^{13}\text{X}} \times \frac{6.02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol } ^{13}\text{X}}$$

$$= 9.03 \times 10^{22} \text{ اتم } ^{13}\text{X}$$

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۷۷- گزینه «۴»

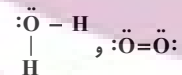
(مهمر عظیمیان زواره)

از عنصر ^{64}Cu تا ^{78}Kr (دوره چهارم) هر عنصر دارای ۱۰ الکترون با $Z = 20$ می‌باشد. علاوه بر آن دو عنصر با عدد اتمی ۳۷ و ۳۸ نیز هر کدام دارای ۱۰ الکترون با $Z = 20$ هستند و این دو عنصر در دوره پنجم جدول دوره‌ای قرار دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به فرمول شیمیایی آن‌ها (Mg_3N_2 و Al_2O_3) در هر واحد فرمولی از این ترکیب‌ها، ۵ یون وجود دارد.

گزینه «۲»: ساختار لوویس این مواد به صورت زیر است:



گزینه «۳»: اتم X همان اتم He است که تنها دارای الکترون‌هایی با $l = 0$ (s) است.

(شیمی ۱، کیهان زاگره الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۱)

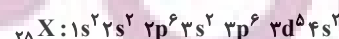
۷۸- گزینه «۳»

(امیر حسین مسلمی)

ابتدا عدد اتمی عنصر X را تعیین می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} n - e = 8 \xrightarrow{e = p - 3} \\ n + p = 55 \end{array} \right\} \begin{array}{l} n - p = 5 \\ n + p = 55 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} p = 25 \\ n = 30 \end{array}$$

آرایش الکترونی عنصر:



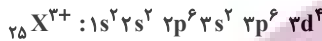
دوره = ۴، گروه = ۷

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ تعداد الکترون‌های با $l = 0$ برابر ۸ و تعداد الکترون‌های با $l = 2$ برابر ۵ است که داریم:

$$\frac{\text{تعداد الکترون‌های با } l = 0}{\text{تعداد الکترون‌های با } l = 2} = \frac{8}{5} = 1.6$$

ب) نادرست؛ آخرین زیرلایه $3d^4$ می‌باشد که دارای $\begin{cases} n = 3 \\ l = 2 \end{cases}$ است.



پ) نادرست؛ عنصر X در دوره ۴ جدول تناوبی قرار دارد که با عنصر K هم‌دوره است. چون K نیز در دوره چهارم جدول تناوبی است ولی عنصر X در گروه ۷ جدول تناوبی و عنصر Mo در گروه ۶ جدول تناوبی قرار دارد؛ لذا عنصر X با Mo هم‌گروه نیست.

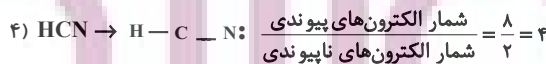
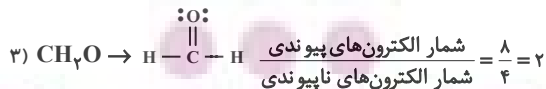
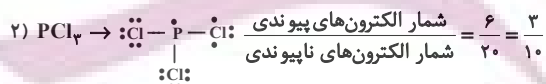
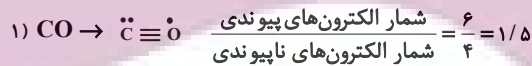
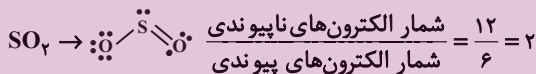
ت) نادرست؛ بیرونی‌ترین زیرلایه: $\begin{cases} n = 4 \\ l = 0 \end{cases} \rightarrow 4s^2$

$$\begin{array}{l} \text{تعداد } n+1 \\ \text{e}^- \\ 2 \times (4+0) = 8 \end{array}$$

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۵)

۷۹- گزینه «۴»

(امیر حسین مسلمی)



همان‌طور که می‌بینیم نسبت به دست آمده در HCN ۲ برابر نسبت به دست آمده در SO_2 است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)



۸۰- گزینه «۴»

(امیرعلی برفر دراریون)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: در شرایط یکسان، نسبت چگالی به جرم مولی گازها یکسان است. بدین ترتیب CO_2 از CO چگالی بیش‌تری دارد.

گزینه «۲»: در هنگام سوختن گرد آهن، نور سفید آزاد نمی‌شود بلکه نور نارنجی رنگ پدید می‌آید.

گزینه «۳»: فرآورده آلی این واکنش محلول در آب است نه مایع!

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۰ و ۸۱ تا ۸۴)

۸۱- گزینه «۴»

(امیر فاطمیان)

دما و حجم چهار ظرف با هم برابر است. در نتیجه هر چه تعداد ذره یا مول گاز درون ظرف بیشتر باشد، تعداد برخوردهای ذره‌ها با دیواره ظرف بیشتر شده و فشار افزایش می‌یابد. پس ابتدا تعداد مول‌های گازی موجود در هر ظرف را محاسبه می‌کنیم.

$$A \text{ ظرف: } 8 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} = 0.25 \text{ mol O}_2$$

$$B \text{ ظرف: } 16 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} = 1 \text{ mol CH}_4$$

$$C \text{ ظرف: } 22 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = 0.5 \text{ mol CO}_2$$

$$D \text{ ظرف: } 3 \text{ g He} \times \frac{1 \text{ mol He}}{4 \text{ g He}} = 0.75 \text{ mol He}$$

گزینه «۱»: فشار درون ۴ ظرف: $B > D > C > A$

گزینه «۲»: ۲۴ گرم گاز O_2 برابر ۰/۷۵ مول است.

$$24 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} = 0.75 \text{ mol}$$

$$0.25 \text{ mol O}_2 + 0.75 \text{ mol O}_2 = 1 \text{ mol O}_2$$

برابر با مول ظرف B اضافه شده موجود در ظرف

گزینه «۳»:

$$\frac{P_C}{n_C} = \frac{P_D}{n_D} \rightarrow \frac{P_D}{P_C} = \frac{n_D}{n_C} = \frac{0.75}{0.5} = 1.5$$

$$\frac{1/5 P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = 50\%$$

گزینه «۴»:

$$A \text{ اتم: } 0.25 \text{ mol O}_2 \times \frac{2 \text{ اتم}}{1 \text{ mol O}_2} = 0.5 \text{ mol اتم}$$

$$C \text{ اتم: } 0.5 \text{ mol CO}_2 \times \frac{2 \text{ اتم}}{1 \text{ mol CO}_2} = 1 \text{ mol اتم}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی، صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

۸۲- گزینه «۲»

(سینا رحمانی تبار)

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ هیدروژن و نیتروژن به صورت گاز به محفظه واکنش بازگردانده می‌شود.

ب) درست؛ از آن جایی که در فرایند هابر پس از سرد کردن مخلوط آمونیاک خارج می‌شود، یعنی زودتر مایع می‌گردد، نقطه جوش آن از دیگر اجزا بالاتر است.

پ) درست؛

$$\left. \begin{aligned} 21\% = \text{درصد اکسیژن در هوا} \\ 5\% = \text{درصد اکسیژن در } N_2 \text{ ناخالص} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 21 - 5 = 16\%$$

ت) نادرست؛ از فلز آهن به عنوان کاتالیزگر در فرایند هابر استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی، صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۸۳- گزینه «۴»

(امیر فاطمیان)

ابتدا حجم ۱۰۰ گرم آب دریاچه را محاسبه می‌کنیم. هر مقداری به دست آید، همان مقدار آب رودخانه به آن اضافه شده است.

$$\text{آب دریاچه } 50 \text{ mL} = \frac{\text{آب دریاچه } 1 \text{ mL} \times 100 \text{ g آب دریاچه}}{2 \text{ g آب دریاچه}}$$

حال جرم ۵۰ mL آب رودخانه را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{آب رودخانه } 55 \text{ g} = \frac{\text{آب رودخانه } 1/1 \text{ g} \times 50 \text{ mL آب رودخانه}}{1 \text{ mL آب رودخانه}}$$

$$100 \times \frac{\text{جرم NaCl}}{\text{جرم محلول جدید}} = \text{درصد جرمی جدید}$$

$$= \frac{0.008}{100 + 55} \times 100 \approx 5/1 \times 10^{-3}$$

$$\text{ppm} = 5/1 \times 10^{-3} \times 10^4 = 51 \text{ ppm}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۵ تا ۹۸)

۸۴- گزینه «۴»

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: پس از برقراری تعادل در فرایند اسمز، همچنان تبادل آب بین دو طرف غشا برقرار است اما چون تعداد مولکول‌های آب منتقل شده از هر

طرف به طرف دیگر یکسان است، در ظاهر فرایند متوقف می‌شود.



گزینه «۲»: غشای نیمه تراوا علاوه بر آب، اجازه عبور برخی مولکول‌های کوچک دیگر و یون‌ها را نیز می‌دهد.

گزینه «۳»: از کاربردهای اسمز معکوس، تهیه آب شیرین از آب شور است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۸۵- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ت) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) چون شیب معادله انحلال پذیری بر حسب دما منفی است، با افزایش دما انحلال پذیری کاهش می‌یابد.

(ب) طبق معادله انحلال پذیری داریم:

$$\theta = 10^\circ\text{C} \rightarrow S = 38 - 0/2 \times 10 = 36$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{36}{100 + 36} \times 100 = 26/5\%$$

(ب) طبق معادله انحلال پذیری داریم:

$$\theta = 20 \rightarrow S = 38 - 0/2 \times 20 = 34$$

یعنی در ۱۰۰ گرم حلال حداکثر می‌توانیم ۳۴ گرم حل‌شونده از این نمک اضافه کنیم، در حالی که در عبارت گفته شده ۳۲ گرم از این نمک را حل کرده‌ایم که محلول سیرنشده می‌باشد.

(ت) با سرد کردن محلول (کاهش دما) انحلال پذیری (S) افزایش می‌یابد و نمک ته‌نشین نمی‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۸۶- گزینه «۳»

(امیرمسین مسلمی)

موارد (ب)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت:

(الف) درست؛ در دمای اتاق گاز فلوئور (F_۲) به سرعت و گاز کلر (Cl_۲) به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.

(ب) نادرست؛ در یک گروه از بالا به پایین با افزایش تعداد لایه‌های الکترونی شعاع اتمی افزایش می‌یابد. از طرفی افزایش شعاع در گروه‌های فلزی بیشتر از گروه‌های نافلزی است. پس اختلاف شعاع اتمی دو عنصر ۹F و ۱۷Cl کمتر از این اختلاف در عنصرهای ۳Li و ۱۱Na است.

(پ) نادرست؛ ۳۴Se (سلنیم) نخستین عنصر نارسنای این تناوب است.

(ت) نادرست؛ ۲۴Cr در زیرلایه ۴s خود یک الکترون داشته ولی دارای ۶ الکترون ظرفیتی است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۸، ۷ و ۱۳ تا ۱۶)

۸۷- گزینه «۱»

(ایمان مسین نژاد)

طبق قانون آووگادرو در شرایط یکسان از نظر دما و فشار یک مول از گازهای مختلف حجم برابری دارند، پس می‌توانیم به جای نسبت حجمی گازهای تولیدی در دو واکنش نسبت مولی آن‌ها را به کار ببریم. جرم اولیه منیزیم کربنات و کلسیم کربنات را m در نظر می‌گیریم.

$$? \text{ mol CO}_2 \text{ (I)} = m \text{ g CaCO}_3 \times \frac{50}{100} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{R_I}{100}$$

$$? \text{ mol CO}_2 \text{ (II)} = m \text{ g MgCO}_3 \times \frac{24}{100} \times \frac{1 \text{ mol MgCO}_3}{84 \text{ g MgCO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol MgCO}_3} \times \frac{R_{II}}{100}$$

$$\text{mol CO}_2 \text{ (I)} = \text{mol CO}_2 \text{ (II)}$$

$$\Rightarrow m \times \frac{50}{100} \times \frac{1}{100} \times \frac{R_I}{100} = m \times \frac{24}{100} \times \frac{1}{84} \times \frac{R_{II}}{100}$$

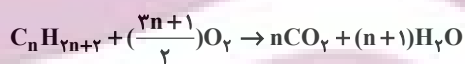
$$\frac{R_I}{R_{II}} = \frac{100 \times 24}{50 \times 84} = 0/6$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۸۸- گزینه «۳»

(سینا رحمانی تبار)

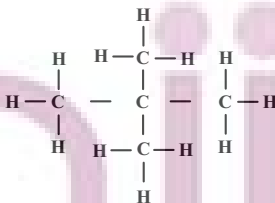
ابتدا واکنش سوختن کامل آلکان‌ها را می‌نویسیم.



$$\Rightarrow \frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم اولیه هیدروکربن}} = \frac{18(n+1)}{14n+2} = \frac{3}{2} \Rightarrow n = 5$$

آلکان مورد نظر دارای ۵ کربن در ساختار خود می‌باشد. با توجه به گزینه‌ها،

پاسخ ۲ و ۲- دی متیل پروپان خواهد بود.



$$\frac{\text{تعداد پیوندهای (C-H)}}{\text{تعداد پیوندهای (C-C)}} = \frac{12}{4} = 3$$

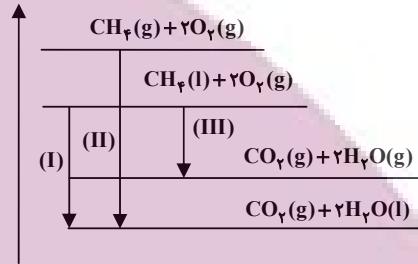
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)



۸۹- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

در واکنش‌های گرماده هر چه اختلاف انرژی فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها بیشتر باشد، مقدار گرمای آزاد شده بیشتر خواهد بود. همان‌طور که در معادله واکنش‌های داده شده مشاهده می‌شود تفاوت واکنش‌ها در حالت فیزیکی CH_4 و H_2O است. با رسم نمودار انرژی اختلاف انرژی فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها را مقایسه می‌کنیم:



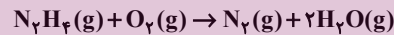
(II) > (I) > (III) : مقایسه مقدار گرمای آزاد شده Q

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه ۶۲)

۹۰- گزینه «۱»

(امیرمسین مسلمی)

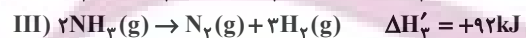
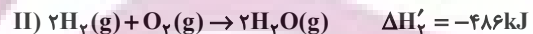
ابتدا آنتالپی واکنش خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:



(۱) واکنش I را معکوس می‌کنیم.

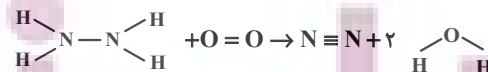
(۲) معادله واکنش (II) بدون تغییر.

(۳) معادله واکنش (III) را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم.



$$\Delta H_{\text{کل}} = \Delta H'_1 + \Delta H'_2 + \Delta H'_3 = -182 - 486 + 92 = -576 \text{ kJ}$$

فرمول ساختاری مولکول‌های موجود در معادله واکنش:



$$\Delta H_{\text{کل}} = [4\Delta H_{\text{N-H}} + \Delta H_{\text{N-N}} + \Delta H_{\text{O=O}}]$$

$$-[\Delta H_{\text{N}\equiv\text{N}} + 4\Delta H_{\text{O-H}}]$$

$$-576 = [4\Delta H_{\text{N-H}} + 162 + 495] - [944 + 4 \times 463]$$

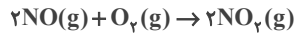
$$\Delta H_{\text{N-H}} = 390 / 5 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۵، ۶۶ و ۷۲ و ۷۳)

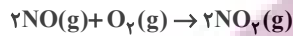
۹۱- گزینه «۱»

(سینا رحمانی تبار)

معادله واکنش گاز نیتروژن مونوکسید (NO) و گاز اکسیژن (O_2) به صورت زیر است:



گزینه «۱»: ضریب استوکیومتری NO دو برابر ضریب استوکیومتری O_2 است. نمودار گاز قهوه‌ای رنگ NO_2 برابر a، نمودار O_2 برابر c و نمودار NO برابر b می‌باشد.



قهوه‌ای رنگ بی‌رنگ

گزینه «۲»: از آنجا که ضریب استوکیومتری O_2 نصف NO_2 است، بنابراین سرعت مصرف O_2 نصف سرعت تولید NO_2 است.

$$\frac{\bar{R}_{\text{O}_2}}{\bar{R}_{\text{NO}_2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{1}{2} \bar{R}_{\text{NO}_2}$$

گزینه «۳»: در بازه زمانی ۳ تا ۷ ساعت سرعت مصرف گاز NO با سرعت تولید گاز NO_2 برابر است. چون میزان تغییرات آن‌ها یکسان بوده و ضریب هر ۲ ماده با هم برابر است.

گزینه «۴»: با توجه به نمودار، طی ۱۴ ساعت ۰/۰۴ مول NO_2 تولید شده است که از این مقدار ۰/۰۲ آن طی ۳ ساعت اول تولید شده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در ۳ ساعت اول نیمی از NO_2 تشکیل شده است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۹۲- گزینه «۱»

(ایمان مسین‌نژاد)

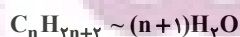
فقط مورد (پ) درست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست؛ جرم مولی و شمار اتم‌های سازنده درشت مولکول‌ها بسیار زیاد است.

(ب) نادرست؛ پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیر نشده در واکنش‌های شیمیایی شرکت نمی‌کنند و تمایلی به انجام واکنش شیمیایی ندارند. از این رو پوشاک و پوشش‌های تهیه شده از این مواد در طبیعت تجزیه نمی‌شوند.

(پ) درست؛ فرمول مولکولی آلکان‌ها و الکل‌های یک عاملی سیر شده به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ و $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}$ است. پس شمار مول‌های H_2O تولید شده از سوختن یک مول از هر دو یکسان و برابر $n+1$ است.

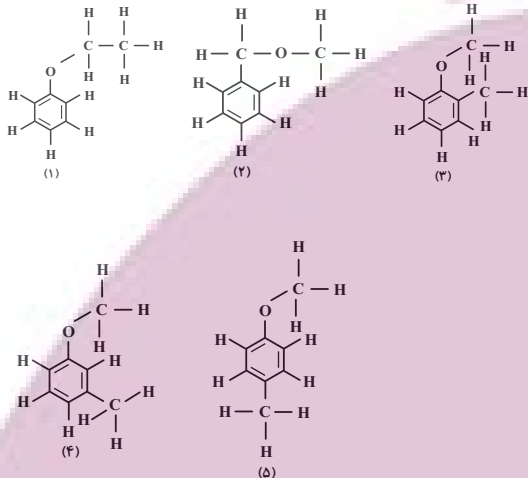




(امیر هاتمیان)

۹۵- گزینه «۳»

در ترکیب مورد نظر اکسیژن نباید به هیدروژن متصل باشد تا پیوند هیدروژنی تشکیل ندهد. همچنین ۶ کربن در حلقه بنزنی قرار می‌گیرند و ۲ کربن باقی‌مانده است.



(شیمی ۲- ترکیبی: صفحه‌های ۴۲ و ۶۸ تا ۷۰)

(ایمان حسین‌نژاد)

۹۶- گزینه «۲»

صابون جامد از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون گیاهی (مانند: روغن زیتون، نارگیل و ...) یا جانوری (مانند: دنبه) با سدیم هیدروکسید تهیه می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

(امیر حسین مسلمی)

۹۷- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

الف) ثابت یونش یک اسید فقط به دما وابسته است و با تغییر α در دمای ثابت نمی‌توان مقدار آن را تغییر داد.

ب) با افزایش شعاع اتمی هالوژن‌ها، قدرت اسیدی ترکیب هیدروژن‌دار آن بیشتر می‌شود.

پ) گل ادریسی در محیط‌های اسیدی به رنگ آبی و در محیط‌های بازی به رنگ سرخ یا صورتی رشد می‌کند.

$$[H^+] = 2 \times 10^{-4} \rightarrow pH = -\log 2 \times 10^{-4}$$

$$= -(\log 2 + \log 10^{-4}) = -(0.3 - 4) = 3.7$$

محیط اسیدی بوده و رنگ گل ادریسی آبی است.

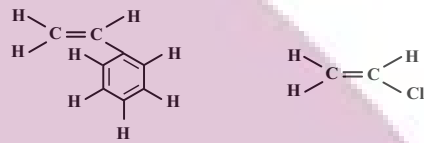
ت) نادرست؛ زیرا نیروهای بین مولکولی در آب مایع از پروپان گازی قوی‌تر است. میان مولکول‌های آب برخلاف مولکول‌های پروپان، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۱۰ و ۱۱۱)

(امیر حسین مسلمی)

۹۳- گزینه «۲»

بررسی گزینه «۱»: درست



تعداد پیوند دوگانه = ۴

تعداد H = ۳

بررسی گزینه «۲»: نادرست

فرمول مولکولی اتانول: C_2H_5OH یا C_2H_6O

فرمول اتیل متیل اتر: C_3H_8O

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۹ و ۱۱۹)

(امیر هاتمیان)

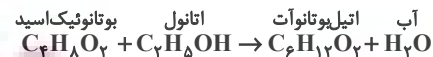
۹۴- گزینه «۴»

فرمول مولکولی عمومی کربوکسیلیک اسیدها با گروه آلکیل سیر شده به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است و ابتدا باید فرمول این کربوکسیلیک اسید را بیابیم.

$$(2 \times \text{تعداد O} + 1 \times \text{تعداد H} + 4 \times \text{تعداد C}) = \text{تعداد پیوند اشتراکی}$$

$$14 = \frac{4n + 2n + 2 \times 2}{2} \Rightarrow 28 = 6n + 4 \Rightarrow n = \frac{24}{6} = 4$$

کربوکسیلیک اسید مورد نظر بوتانوئیک اسید ($C_4H_8O_2$) است. مطابق واکنش استری شدن:



$$? \text{ g } C_2H_4O = 22 \text{ g } C_4H_7O_2 \times \frac{80}{100}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_2H_4O}{88 \text{ g } C_2H_4O} \times \frac{1 \text{ mol } C_4H_7O_2}{116 \text{ g } C_4H_7O_2} \times \frac{116 \text{ g } C_2H_4O}{1 \text{ mol } C_2H_4O}$$

$$= 23 / 2 \text{ g}$$

اتیل بوتانوآت در ساختار آناناس وجود دارد.

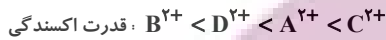
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)



(الف) درست؛ هر چه تغییر دمای محلول بیشتر باشد واکنش پذیری فلز قرار داده شده در محلول بیشتر است و اگر دمای محلول تغییر نکند یعنی واکنش انجام نگرفته است و قدرت کاهندگی آن فلز کمتر از فلز مس است.

(ب) نادرست؛ طبق مقایسه قدرت کاهندگی چون کاهندگی فلز B بیشتر از کاهندگی فلز D است، لذا فلز B با یون‌های D^{2+} واکنش می‌دهد و ظرف فلزی B برای نگهداری یون‌های D^{2+} مناسب نیست.

(پ) درست؛ طبق مقایسه انجام گرفته داریم:

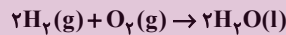


(ت) درست؛ از آن جایی که واکنش‌پذیری A از C بیشتر است، لذا فلز A می‌تواند فلز C را از محلول $C(NO_3)_2$ آزاد کند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۴۳)

۱۰۰- گزینه «۳» (امیر فاطمیان)

معادله کلی واکنش انجام شده در سلول سوختی که در آن به ازای مصرف هر مول O_2 ، ۴ مول e^- مبادله می‌شود، به صورت زیر است:



$$e^- \text{ تعداد} = 224L O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22/4L O_2} \times \frac{4 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } O_2} = 40 \text{ mol } e^-$$

$$? g H_2O = 224L O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22/4L O_2} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } O_2}$$

$$\times \frac{18g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 360g H_2O$$

در سلول مورد نظر ۳۶۰ گرم آب تولید شده است. برای تهیه یک نمونه ۱۰۰ گرمی از محلول ۲۰٪ جرمی پتاسیم کلرید باید ۸۰ گرم آب خالص را با ۲۰ گرم از این نمک مخلوط کنیم. بر این اساس داریم:

$$? g \text{ محلول} = 360g H_2O \times \frac{100g \text{ محلول}}{80g H_2O} = 450g$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

۱۰۱- گزینه «۴» (امیر فاطمیان)

لایه‌ای بودن ساختار گرافیت (۲ بعدی بودن ساختار) عامل نرم بودن این ماده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست؛ در ساختار الماس هر اتم کربن با ۴ پیوند کووالانسی یگانه به ۴ کربن دیگر متصل است و در ساختار گرافیت هر اتم کربن با ۳ پیوند کووالانسی (یک پیوند دوگانه و دو پیوند یگانه) به ۳ کربن دیگر متصل است.

(ت) شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضد اسیدها بوده و شامل منیزیم هیدروکسید است.

(ث) PH محلول پتاسیم هیدروکسید برابر ۱۳ و PH محلول HCl برابر ۲/۷ است. محلول HF نیز خاصیت اسیدی دارد و فاصله PH آن با HCl کمتر از KOH است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۴ و ۳۱)

۹۸- گزینه «۴» (امیر فاطمیان)



ابتدا مقدار مول KOH وارد شده به محلول را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ mol KOH} = 224 \text{ mg KOH} \times \frac{1g \text{ KOH}}{1000 \text{ mg KOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol KOH}}{56g \text{ KOH}} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol KOH}$$

$$pH = 10 \rightarrow [H_3O^+] = 10^{-10} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\rightarrow [OH^-] = 10^{-4} \frac{\text{mol}}{L} = [KOH]_{\text{باقی‌مانده}}$$

$$[KOH]_{\text{مصرفی}} - [KOH]_{\text{اولیه}} = [KOH]_{\text{باقی‌مانده}}$$

$$\Rightarrow 10^{-4} = \frac{4 \times 10^{-3}}{4L} - x \Rightarrow x = 10^{-3} - 10^{-4}$$

$$= 10^{-3} \times \left(\frac{1-0/1}{0/1}\right) = 9 \times 10^{-4}$$

مقدار KOH مصرفی برابر 9×10^{-4} مولار بوده و توسط نیتریک اسید حاصل از انحلال N_2O_5 خنثی شده است. بنابراین داریم:

$$\text{mol HNO}_3 \sim \text{mol KOH}_{\text{مصرفی}} = 9 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{L} \times 4L$$

$$= 36 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

هر مول N_2O_5 ، ۲ مول HNO_3 تولید می‌کند. پس مول N_2O_5 برابر است با $18 \times 10^{-4} \text{ mol}$.

$$? g N_2O_5 = 18 \times 10^{-4} \text{ mol } N_2O_5 \times \frac{108g N_2O_5}{1 \text{ mol } N_2O_5}$$

$$= 0/1944g N_2O_5$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۸، ۲۹، ۳۵ و ۳۶)

۹۹- گزینه «۳» (ایمان مسین‌نژاد)

موارد (الف)، (ب) و (ت) درست است.

بررسی عبارت‌ها:

$$B > D > A > C \quad \text{قدرت کاهندگی}$$

$$B^{2+} < D^{2+} < A^{2+} < C^{2+} \quad \text{قدرت اکسندگی}$$



۲) درست؛ مطابق شکل صفحه ۶۹

۳) درست؛ الماس یک جامد کووالانسی سه بعدی است و گرافیت ساختار ۲ بعدی دارد.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

۱-۲ گزینۀ «۳»

(سینا رحمانی تبار)

موارد (الف)، (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست؛ در برخی از ترکیب‌های یونی دوتایی مانند CaBr_2 و AlF_3 و ... بار یک آنیون موجود در شبکه بلوری با بار یک کاتیون شبکه برابر نیست.

(ب) درست؛ آنتالپی فروپاشی شبکه بلور با بار یون‌ها رابطه مستقیم و با شعاع یون‌ها رابطه عکس دارد.

$\text{LiCl} > \text{KF} > \text{NaCl}$

(ب) نادرست؛ جامدهای یونی شکننده‌اند در حالی که جامدهای فلزی شکننده نیستند.

(ت) نادرست؛ پروپان و دی‌اتیل اتر جرم مولی برابر
 C_3H_8 و $\text{C}_2\text{H}_5\text{O}$
 جرم مولی = $\frac{44 \text{ g}}{\text{mol}}$ و $\frac{74 \text{ g}}{\text{mol}}$

ندارند.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰ و ۸۳)

۱-۳ گزینۀ «۱»

(امیر هاتمیان)

همۀ عبارت‌ها نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست؛ انرژی پیوند $\text{A}-\text{C}$ بیشتر از مقدار a و b خواهد بود.

(ب) نادرست؛ استفاده از کاتالیزگر مناسب E_a و E'_a را به یک میزان (نه به یک نسبت) کاهش می‌دهد.

(ب) نادرست؛ E_a به اندازه a کیلوژول از E'_a بیشتر است.

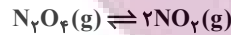
$E_a - E'_a = \text{a}$ برگشت $E'_a = \text{b}$ رفت $E_a = \text{a} + \text{b}$

(ت) نادرست؛ ترکیب BC ناپایدارتر بوده (به دلیل سطح انرژی بالاتر) پس واکنش‌پذیری بیشتری دارد و واکنش‌پذیری B از A بیشتر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۱-۴ گزینۀ «۳»

(امیر هاتمیان)



مول اولیه	۱۰	۰
تغییرات مولی	-x	+2x
مول تعادلی	۱۰-x	2x

مجموع مول‌های گازی: $10 - x + 2x = 15 \rightarrow 10 + x = 15 \rightarrow x = 5$

$$K = \frac{(\frac{2 \times 5}{2/5})^2}{(\frac{10-5}{2/5})^1} = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{در لحظه تعادل} \frac{[\text{N}_2\text{O}_4]}{[\text{NO}_2]} = \frac{\text{mol N}_2\text{O}_4}{\text{mol NO}_2} = \frac{5}{10} = 0.5$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۳)

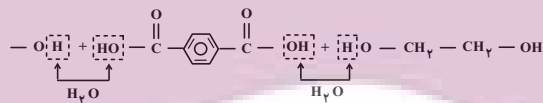
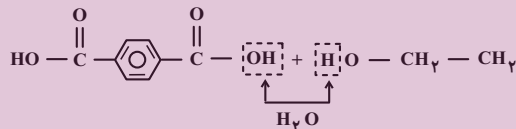
۱-۵ گزینۀ «۱»

(امیر هاتمیان)

موارد (الف)، (ب) و (پ) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) شکل درست؛

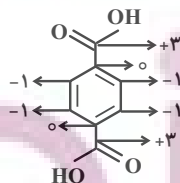


از اسیدها OH برمی‌داریم و از الکل‌ها H برمی‌داریم. مطابق شکل بالا ۳

مولکول H_2O آزاد می‌شود.

(ب) شکل درست؛ پتاسیم پرمنگنات نقش اکسنده را دارد.

(پ) شکل درست؛



$+2 =$ مجموع عددهای اکسایش کربن‌ها

(ت) درست

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)