

ایران تووشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی

- دانلور گام به گام

- دانلور آزمون گام به گام و قلم چی و سبز

- دانلور فیلم و مقاله آنلاین

- دانلور و مثاواه



IranTooshe.Ir



@irantoooshe



IranTooshe



- راهنمای رسم شکل
- راهنمای الگوسازی
- راهنمای حذف حالت‌های نامطلوب
- راهنمای الگویابی
- راهنمای حدس و آزمایش
- راهنمای زیر مسئله
- راهنمای حل مسئله ساده تر
- راهنمای روش‌های نمادین

فصل ۱ راهبردهای حل مسئله

ایران توکل

توشه‌ای برای موقتیت



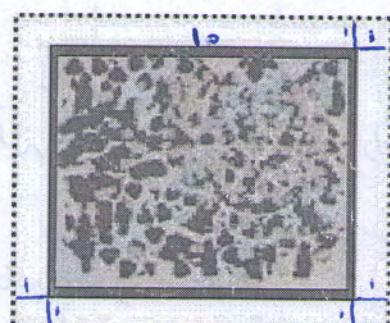
راهبرد رسم شکل - فلکر صنعتی را توییت در لند



کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. ممکن است این شکل در نهشتم شما باشد. منظور از رسم شکل نقاشی نیست؛ بنابراین از ترسیم‌های ساده برای درک بهتر و یا حل کردن مسئله استفاده کنید.

اسئال سوال: در رسم شکل تناسب بین طول عرض و عایقیت لسد است

۱- یک باعچه مستطیل شکل به طول 14 و عرض 5 متر است. اگر به فاصله یک متر از لبه باعچه دورتا دور



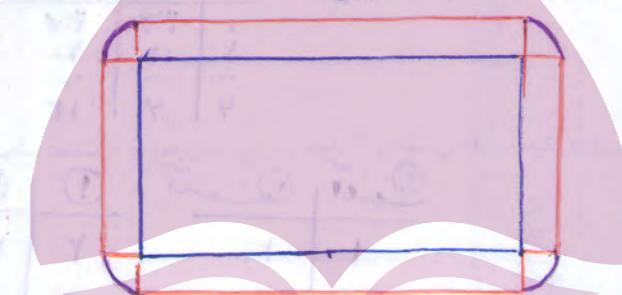
$$\text{آن را نرده بکشیم، چند متر ترده احتیاج داریم؟} \\ (7+12) \times 2 = 38$$

ابتدا یک مستطیل رسم کنید.

دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع خط بکشید.

یک مستطیل جدید به وجود می‌آید. طول و عرض این

$$\text{مستطیل چقدر است؟ طول} = 12 \text{ عرض} = 7$$



$$2\pi + 2(5+7) = 28 \text{ میلیمتر}$$

محیط مستقیل قبلی

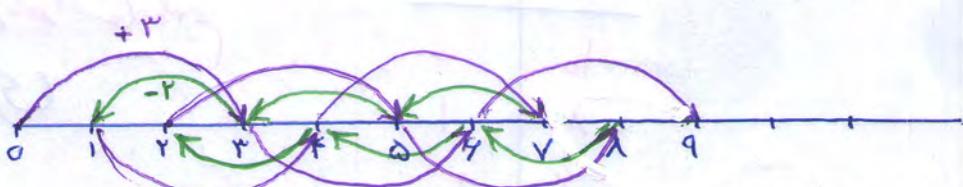
۲- تویی از ارتفاع 18 متری سطح زمین رها می‌شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه رهاشدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟



$$\text{توضیه ای برای موافق نمودن} \\ 18 + (9+9) + (4,5 + 4,5) = 45$$

۳- قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش 3 متر بالا می‌رود و هر بار 2 متر پُر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار 9 متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟

در پرسش آخر چون به بالای دیوار رسید پس سُر پنی خورد



$$(3-2)+(3-2)+(3-2)+(3-2)+(3-2)+3 = 9$$

راهنمایی راهنمایی راهنمایی راهنمایی راهنمایی

در بعضی مسئله‌ها لازم است همه حالت‌های ممکن را بنویسید. برای این که حالتی از قلم نیافتد، لازم است آنها را با نظم الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی کمک می‌کند که مطمئن شوید همه حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهنمایی استفاده کنید.

۱- دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها 24 و حاصل جمع آنها 10 باشد.

جدول را با یک نظم و ترتیب کامل بکشید.

	دو مین عدد	اولین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵	
۲	۱۲	۱۴	
۳	۸	۱۱	
۴	۶	۱۰	

اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عده‌ها را پیدا کنید.

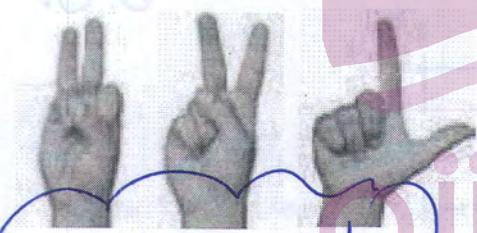
کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟

حاصل ضرب آن در چه عدد 24 می‌شود؟

نکته: اگر عدد مورد نظر جذر را شنید آن را عدد		
جذر هست آن عدد است حاصل ضرب		
عدد	۱	۲
۱	۳۶	۳۷
۲	۱۸	۲۰
۳	۱۲	۱۳
۴	۹	۱۰

حاصل ضرب 36

۲- با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد 1 را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد 2 را نشان داد؟



$$\frac{5 \times 1}{2} = 10 \rightarrow 1$$

فرمول

النسته		۱	۲	۳
۱	۱	۲	۳	
۲	۱	۲	۴	
۳	۱	۲	۵	
۴	۱	۲	۶	

تعداد: 3

تعداد: 4

۱	۲	۱	۲
۳	۴	۳	۵
۳	۵	۴	۶
۲	۴	۱	۲

تعداد: 1
النسته: $3+3+2+1$

۳- با سه رقم 7 و 2 و 5 تمام عده‌ای به قریب ممکن را بنویسید.

۴- با سه رقم 7 و 2 و 5 تمام عده‌ای به قریب ممکن را بنویسید.

سوال: آیا باید هر سه عدد در عدد مورد نظر بخاربر بود؟ جواب: خیر

۵- با سکه‌های 50 و 100 تومانی به چند حالت می‌توان 500 تومان درست کرد؟

سکه 100 تومانی سکه 50 تومانی

۱۰	۰
۸	۱
۶	۲
۴	۳
۲	۴

سوال: آیا از هر سه سکه باید استفاده ننمی‌شود؟

جواب: نه

زمانی کم راده‌های مسئله زیاد است آنچه نامطلوب است را نمی‌توانیم حذف کنیم

با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله می‌توانید حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید تا با حذف آنها پاسخ مسئله و یا همان حالت‌های مطلوب به دست آیند. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست آورید. سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

روش اول: حاصل صفر - ۷۰ را رُتْرِنِرِ لِیْرِم

روش دوم: حاصل جمع ۱۴ را رُتْرِنِرِ لِیْرِم

۱- مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟

ابتدا با راهبرد الگوسازی همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر ۷۰ می‌شود، پیوینسید.

به این جدول چه سنتونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب حذف و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

رجل این مسئله از اعداد
طبیعی استفاده نمود

		حاصل ضرب	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
۱	۱	۱۲	۱۲		
۱	۲	۱۱	۲۲		
۱	۳	۱۵	۳۵		
۱	۴	۹	۳۶		
۱	۵	۸	۴۰		
۱	۶	۷	۴۲		
۲	۲	۱۵	۴۰		
۲	۳	۹	۵۴		

				حاصل جمع
۱	۱	۱	۷۰	۷۲ ✗
۱	۲	۲	۳۵	۳۸ ✗
۱	۳	۱	۱۴	۲۰ ✗
۱	۴	۱	۱۰	۱۸ ✗
۲	۲	۵	۷	۱۴ ✓

حاصل صفر	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
۲	۴	۸	۴۴
۲	۵	۷	۷۰

۲- دوست شما یک عدد حسابی کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفت. شما باید با طرح چند سؤال عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر پرسید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟ در واقع از ۰ تا ۹۹ و ۱۰ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و باقی مانده نامطلوب‌اند.

دامنه‌ی برآنده‌ی بیستراست

با این توضیح کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟

• آیا عدد موردنظر شما ۲۷ است؟ **نامطلوب**

• آیا عدد موردنظر شما یک رقمی است؟ **نامطلوب**

• آیا عدد موردنظر شما یک زوج است؟ **مناسب**

با توجه به پاسخی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان

محرومیت کند

با پرسیدن آنها به عدد موردنظر رسید.

با راهبرد الگویابی ارتباط دارد

راهبرد الگویابی ←



هر دن حلبی ۷۰ نیست
تقلیل انتقامی را رسیده دهد (راست آموزان و اینین مختلف را ایجاد نمایند)

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی و یا هندسی مواجه می‌شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله‌های عددی و یا هندسی کمک می‌کند تا بتوانید خواسته مسئله را پاسخ دهید. این راهبرد در مسئله‌های کاربرد دارد که بین شکل‌ها و یا عددها الگو و رابطه‌ی خاصی وجود داشته باشد.

$$1 + (1 - \text{شماره جمل}) \times 3x$$

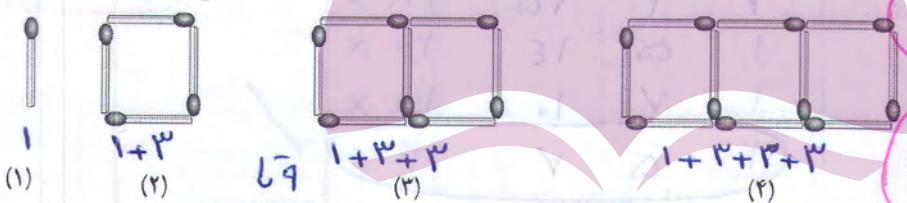
۱- سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید.

$$\begin{array}{c} 14, 19, 22 \\ +3 \quad +3 \quad +3 \\ 20, 34, 49 \\ +9 \quad +11 \quad +13 \\ 28, 42, 56 \\ +8 \quad +16 \quad +16 \\ 36, 52, 64 \\ +8 \quad +16 \quad +16 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & (3x - \text{شماره جمل}) \rightarrow 3k - 2 \\ & (\text{خوش} \times \text{شماره جمل}) \rightarrow k^2 \end{aligned}$$

$$\frac{48}{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2} \rightarrow \underbrace{\text{شماره جمل}}_{V-K}$$

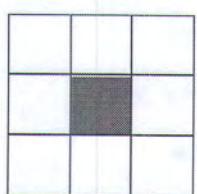
۲- شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟



$$1 + (3 + 3 + 3 + \dots + 3) = 1 + 27 = 28$$

۳- اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره ۶، رنگی است؟

$$\begin{aligned} & 1 - \text{شماره جمل} \rightarrow 1 \\ & (\text{شماره جمل} - 2) \end{aligned}$$



(۱)

(۲)

(۳)

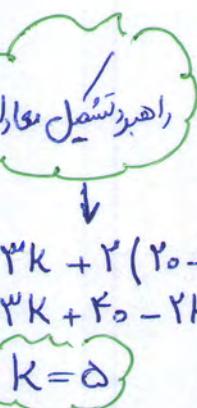
$$\frac{1}{9}, \frac{2}{15}, \frac{3}{21}, \frac{4}{27}, \frac{5}{33}, \frac{6}{39}, \dots, \frac{k}{4k+3}$$

جلدی سیسمونی

شماره جمل

$$\frac{9x}{9x + 3}$$

راهبرد حدس و آزمایش → راهبرد ابوریحان بیرونی در حل معادلات



ممکن است یک مسئله روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد و یا رسیدن به جواب طولانی و دشوار باشد. شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله حدس خود را بررسی و با توجه به نتیجه به دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شویید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

$$3k + 2(20-k) = 40$$

$$3k + 40 - 2k = 40$$

$$k = 0$$

۱- ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه‌چرخه در یک پارکینگ وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۴۵ عدد

باشد، چند دوچرخه و چند سه‌چرخه در پارکینگ وجود دارد؟

تلخه: حدس‌ها باید متعارف باشند

مجموع دوچرخه‌ها و سه‌چرخه‌ها باید ۲۰ عدد باشد

تعداد دوچرخه	تعداد سه‌چرخه	بررسی آزمایش
۱۰	۲۰	۱۰ → ۳۰
۱۲	۲۴	۱۲ → ۲۴
۱۵	۱۵	۱۵ → ۳۰



در حدس اول تعداد دوچرخه‌ها را ۱۰ و تعداد سه‌چرخه‌ها را هم ۱۰ عدد در نظر

بگیرید.

با کامل کردن ردیف اول جدول حدس خود را بررسی و آزمایش کنید.

با توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه‌چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها را؟

چرا؟ دوچرخه‌ها - چون تعداد چرخ‌ها زیاد است و قیمت یک دستگاه
دوچرخه اضافه نمی‌شود - از دستگاه سه‌چرخه کم می‌شود و در این میزان از چرخ‌های مملو نمی‌شود

۲- دو زاویه متمم‌اند. بکی از این زاویه‌ها از ۳ برابر زاویه دیگر ۱۰ درجه بیشتر است. اندازه هر زاویه را

پیدا کنید. پس باید مقدار A را بازابدم \rightarrow لیم اس بکے $50 = 50$ \rightarrow $3 \times A + 10 = 50$ \rightarrow $3 \times A = 40$ \rightarrow $A = \frac{40}{3}$

A	B	بررسی
۱۰	$3 \times 10 + 10 = 40$	$10 + 40 = 50$
۲۰	$3 \times 20 + 10 = 70$	$20 + 70 = 90$

$$3 \times \square + 10 = 31$$

A	B	بررسی
۱۰	80	$3 \times 10 + 10 = 40$
۱۵	75	$3 \times 15 + 10 = 55$
۲۰	60	$3 \times 20 + 10 = 70$

۳- به جای \square چه عددی می‌توان قرار داد؟

به جای \square عده‌های مختلفی را حدس بزنید، از عدد ۱ شروع کنید.

حدس	بررسی
۱۰	$3 \times 10 + 10 = 40$
۸	$3 \times 8 + 10 = 34$
۷	$3 \times 7 + 10 = 31$



دانش آموز یا نویسنده زیر مسئله های لو جل ترسو اول را بهتر در لند کند

مسئله پیچیده و چند مرحله‌ای را به مسئله ساده و مرحله به مرحله تبدیل کنید. فهرستی از این زیر مسئله‌ها را درست کنید؛ سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیر مسئله‌ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیر مسئله به حل مسئله بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسید.

۱- پس انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰ تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس انداز او، نصف قیمت کیفی است که

دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

الف) پس انداز ۵ هفته چقدر می‌شود؟

ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

$$5 \times 3000 = 15000$$

$$15000 \times 2 = 30000$$

نکته: می‌توانیم از دانش آموزان بخواهیم، کیا مرا توانید راه را برای دوست آوردن ساخت
مساحت جانبه دیواره‌ها را بسازید؟

ارتفاع × طول عدها = **ارتفاع × محاطه کده** = **کعبی**

۲- طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲، ۶ و ۳ متر است. می‌خواهند کف و دیوارهای این استخر را

رنگ کنند. اگر برای هر متر مربع $\frac{1}{3}$ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ نیاز است؟



$$\text{الف) ساحت کف استخر چقدر است؟} \quad \text{متر مربع} \quad 9 \times 12 = 72$$

$$\text{ب) ساحت دیواره‌های به ضلع } 6 \text{ و } 3 \text{ روی هم چقدر است؟} \quad \text{متر مربع} \quad 2 \times (3 \times 9) = 54$$

$$\text{ج) مساحت دیواره‌های کف استخر چقدر است؟} \quad \text{متر مربع} \quad 2 \times (3 \times 12) = 72$$

$$\text{پ) کل استخر چقدر راست؟} \quad \text{متر مربع} \quad 72 + 54 + 72 = 180$$

$$\text{ت) هر متر مربع چند کیلوگرم رنگ لازم است؟} \quad \text{کیلوگرم} \quad 180 \times \frac{1}{3} = 60$$

۳- میوه فروشی، امروز 40 کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم 2500 تومان و 80 کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم 1500 تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را 3000 تومان و هر کیلوگرم پرتقال را 2000 تومان فروخت. این میوه فروشی از این کار خود چقدر سود برد است؟



$$\text{الف) برای خرید سیب چقدر راست؟} \quad \text{تومان} \quad 40 \times 2500 = 100000$$

$$10 \times 1500 = 15000$$

$$\text{ب) برای خرید پرتقال چقدر راست؟}$$

$$\text{پ) کل بول پر را خشت سده چقدر راست؟} \quad \text{تومان} \quad 100,000 + 120,000 = 220,000$$

$$20 \times 3000 = 120000$$

$$\text{ت) برای فروش سیبها چقدر راست؟}$$

$$10 \times 2000 = 14000$$

$$\text{ث) برای فروش پرتقال ها چقدر راست؟}$$

$$120000 + 140000 = 280000$$

$$\text{ج) کل بول فروشن میوه ها چقدر راست؟}$$

$$280,000 - 220,000 = 60,000$$

$$\text{چ) هیزان سور این میوه فروشن چقدر راست؟} \quad \text{تومان} \quad \text{سور کیک} \times \text{کیلوگرم} \times \text{سیب}$$

در این راهبرد راسخ مسئله ساده حل می‌شود اما این راه حل مسئله ساده تر را بهتر نمایند.

راهبرد حل مسئله ساده تر را بهتر نمایند.

با تبدیل مسئله به زیر مسئله ارتباط دارد

برای حل بعضی از مسئله‌ها، ابتدا مسئله ساده تر و مرتبط با آن را حل می‌کیم سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده جواب مسئله اصلی را به دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله می‌توان از عده‌های تقریبی یا عده‌های کوچک‌تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می‌کنیم.

استفاده از اعداد ساده تر را بعده می‌نمود راسخ راه حل مسئله را بیندازند

۱- قطر خورشید 139253° کیلومتر و قطر کره زمین $12756/6$ کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند

$$100 = 1 \div 100 \quad (\text{سال ساده تر})$$

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عده‌های تقریبی استفاده کنید.

$$12756/6 = 10000$$

خلاصه مسئله ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید.

$$10000 = 1000000 \div 100000$$

$$1,392,530 \div 12756,4 = 109,14$$



۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

به جای حل کردن عبارت بالا اینجا ساده شده این مسئله را پاسخ دهید.

در پاسخ‌ها چه الگو و رابطه‌ای تشخیص می‌دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله اصلی را بدون محاسبه

$$\frac{1}{1+2^3} = \frac{1}{1+2^4} > \frac{1}{1+2^3} + \frac{1}{1+2^4} + \dots + \frac{1}{1+2^4}$$

$$\frac{1}{1+2^3} = \frac{1}{1+2^4} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{1+2^3} = \frac{1}{1+2^4} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{1+2^3} = \frac{1}{1+2^4} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{1+2^3} = \frac{1}{1+2^4} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{1+2^3} = \frac{1}{1+2^4} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{1+2^3} = \frac{1}{1+2^4} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

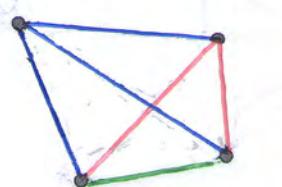
برویش تفلر انترانچی -۳- اگر 10 نقطه را که روی یک خط نیستند، دو به دو بهم وصل کنیم؛ چند پاره خط به وجود می‌آید؟

تعداد پاره خط‌ها در واقع مجموع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطر هاست.

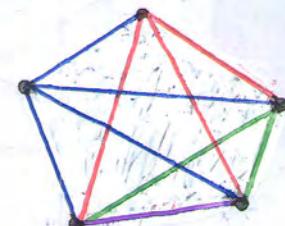
نکته: از زیرله کی اتفاقات استفاده شود یک الگو پیدا کنید و برای 10 نقطه نتیجه گیری کنید.



$$2+1+0 = 3$$



$$3+2+1+0 = 6$$



$$4+3+2+1+0 = 10$$

$$9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 45$$

$$(1 - \text{تعداد نقاط}) \times \text{تعداد نقاط}$$

$$(1 - 9) \times 9 = 45$$



سیاری از مسئله‌ها را می‌توان به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کرد. از فصل سوم به بعد می‌توانید از این راهبرد نیز استفاده کنید. در بعضی از مسئله‌ها نیز ممکن است از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به‌شمار می‌رود.

۱- احمد ۳۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی‌ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

$$4 \times \square + 2000 = 30000$$

متن این سؤال را می‌توانید با تساوی مقابله نشان دهید.

مربع نشان دهنده چه چیزی است؟ **قیمت هر دفتر**

اکنون می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد، حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم این مسئله را به روش دیگر حل خواهید کرد)

$$1000 \rightarrow 3 \times 1000 + 2000 = 4000$$

$$3000 \rightarrow 3 \times 3000 + 2000 = 11000$$

$$4000 \rightarrow 3 \times 4000 + 2000 = 14000$$

$$5000 \rightarrow 3 \times 5000 + 2000 = 17000$$

$$6000 \rightarrow 3 \times 6000 + 2000 = 20000$$

$$7000 \rightarrow 3 \times 7000 + 2000 = 23000$$

قیمت هر دفتر ۵۰۰۰ تومان

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی‌ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

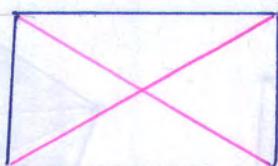
$$6 \times \square + 10 = 100$$

$$6 \rightarrow 6 \times 0 + 10 = 10$$

$$\text{در هر ساعت } 15 \text{ صفحه بخطابه زیر است} \rightarrow \text{رای موقت} = 15 - 10 = 5$$

۳- یک سالن مستطیل شکل است. می‌خواهند در مکانی از سقف این سالن دریچه کولر قرار دهند، به‌طوری که

از ۴ گوش آن به یک اندازه باشد. محل دریچه را تعیین کنید. **مکانیزمار**



نمادین سازی هندسی

$$a \rightarrow s^2 = a^2 \quad \text{مساحت}$$

$$\frac{9}{100} a \times \frac{9}{100} a = \frac{81}{100} a^2 = 81\% s \Rightarrow 100\% - 81\% = 19\%.$$

از مساحت کم مر سود

در حل این مسئله‌ها از راهبردهایی که آموخته‌اید، استفاده کنید. ممکن است در حل مسئله‌ای راه، جدیدی به ذهن شما برسد که با راهبردهای آموزش داده شده متفاوت باشد. برای حل مسئله‌ها می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید. در مورد راهبردهای مختلف با هم کلاسی‌های خود گفت و گو کنید. ممکن است یک مسئله با چند راهبرد حل شود یا چند نفر از یک راهبرد استفاده کنند ولی نحوه به کار بردن آنها متفاوت باشد. برای مثال چند نفر یک مسئله را با راهبرد رسم شکل حل می‌کنند اما نهاده شکل کشیدن آنها ممکن است متفاوت باشد. در یک کلاس ریاضی خوب و فعال، تنوع راهبرد و راه حل وجود دارد.

رسم شکل

بررسی

۱- $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال و $\frac{1}{5}$ دانش‌آموزان آن کلاس فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان

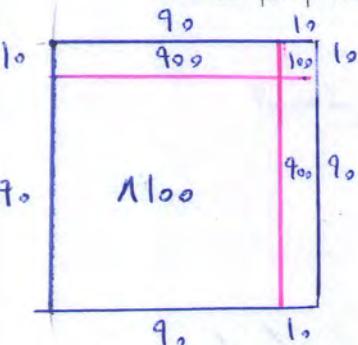
که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{7}{15} \quad \frac{14}{15} \quad \frac{1}{15} \rightarrow 30$$

۲- مساحت مربعی به ضلع ۱۰۰ سانتی‌متر، ۱۰۰ متر مربع است. اگر از ضلع مربع 10 درصد کم کنیم، مساحت



$$\frac{1900}{10000} = \frac{19}{100} = 19\%$$

مربع چند درصد کم می‌شود؟

رسم شکل و زیر مسلسل

۳- کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذرپاشی کرده است:
گندم: ۴۵٪ جو: ۳۷٪ ذرت: ۲۸٪

اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیرکشت هر بذر را حساب کنید.

راهبرد زیر مسئله
و محاسبه ساری

مساحت زیرکشت کنم؟

$$\frac{45}{100} \quad \frac{37}{100} \quad \frac{28}{100} \Rightarrow \frac{45 \times 15}{100} = 6,75$$

مساحت پرکشت جو؟

$$\frac{37}{100} \quad \frac{15}{100} \Rightarrow \frac{37/10 \times 15}{100} = 5,42$$

مساحت زیرکشت ذرت؟

$$15 - (6,75 + 5,42) = 2,83$$

۴- حاصل عبارت زیر را پیدا کنید.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{100}$$

اللوبایی

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{3} \Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{101}{100}$$

راهبرد حل مسئله‌ی ساده

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{2} \rightarrow \text{صادر اخیری}$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{101}{100} = \frac{101}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{محجوج اولی}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 8 \\ \hline 24 \end{array} \rightarrow 1840$$

$$\frac{3}{8} \times 4940 = 1840$$

۱- چه تعداد از لغش‌های این کارگاه پسازه است؟

$$2- \text{چه تعداد از لغش‌های دخترانه است؟} \\ 4940 - 1840 = 3100 \quad \frac{5}{8} \times 1840 = 3100$$

۵- در یک کارگاه تولید کفش ۴۹۶ جفت کفش تولید شده است. $\frac{3}{8}$ آنها پسازه و بقیه دخترانه است. اگر

قیمت هر جفت کفش پسازه ۲۷۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۳۴۰۰۰ تومان باشد، درآمد این کارگاه



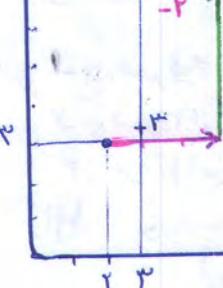
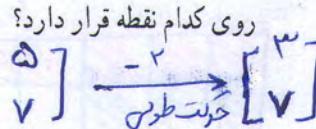
$$3- \text{قیمت مل لغش‌های دخترانه} = \frac{34000}{1000} \times 3100 = 105 \times 3100 = 325500$$

$$4- \text{قیمت مل لغش‌های پسازه} = 1840 \times 270000 = 50,220,000$$

$$5- \text{درآمد کارگاه} = 325500 + 50,220,000 = 50,545,000$$

۶- سارا یک بازی روی صفحه شطرنجی انجام می‌دهد. مهره‌ او روی نقطه $\frac{3}{3}$ است. او ابتدا مهره‌اش را

۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتهای ۲ خانه به سمت چپ آورد. در حال حاضر مهره سارا



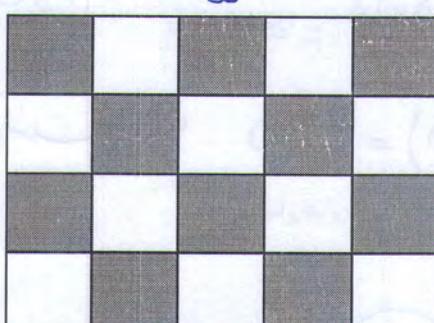
(مل ساری هندسی)

14	14
14	4
4	4

$$\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{14} \rightarrow \frac{1}{44}$$

$$\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{64}$$

۷- از $\frac{1}{4}$ چه سُل زیلو است و شه ای برای موفقیت



$$\frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

راهنمایی

نکته: البته حواب نه صورت تغیری $\frac{1}{4}$ است

اگر تعداد مربعاتی از اضلاع زوج باشد

حاصل دقیقاً برابر $\frac{1}{4}$ است و در غیر این صورت یعنی اگر هر دو ضلع

تعداد فرد کاسی را نشناشید حواب تقریباً برابر $\frac{1}{3}$ است

راهبرد زیر مسئله

راهبرد ساری

راهبرد رسم سلط

۸- اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر کاشی کاری شده باشد، چه کسری از دیوار کاشی سبز دارد؟ طول بعضی استخر از

۵

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{4}$$

راهنمایی

نکته: البته حواب نه صورت تغیری $\frac{1}{4}$ است

اگر تعداد مربعاتی از اضلاع زوج باشد

حاصل دقیقاً برابر $\frac{1}{4}$ است و در غیر این صورت یعنی اگر هر دو ضلع

تعداد فرد کاسی را نشناشید حواب تقریباً برابر $\frac{1}{3}$ است

۹- به چند حالت حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی ۳۶ می شود؟ در کدام حالت حاصل جمع، کمترین مقدار است؟

حالت	اعداد اول	اعداد دوم	حاصل ضرب
۱	۳۶	۳۷	۳۷
۲	۱۸	۲۰	
۳	۱۲	۱۵	
۴	۹	۱۳	
۵	۴	۱۲	

راهنمایی: الگو سازی ← حالات های ممکن را در نظر بگیر

تلخ: روی عددی توانند نهایت نباشند

اسلحه جامی

واحد

۱۰- عددی را ۵ برابر و ۳ ~~عملیاً~~ از آن کم کردیم، حاصل ۳۲ شد. عدد مورد نظر چند است؟

$\square \times 5 - 3 = 32$ ایده از راهبرد عارف ساری استفاده من کنیم می آوریم

و سپس بوسیله راهبرد حدس و بررسی حوا را ببریم

در این قسمت برای خود فهرستی از راهبردهای کاربرد هر کدام تهییه کنید

تا در هنگام حل فعالیت ها و مسئله های کتاب از آن استفاده کنید.

$$\rightarrow 5 \times 5 - 3 = 22$$

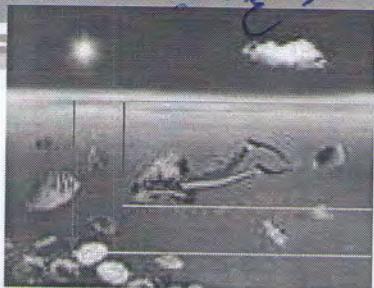
$$\rightarrow 5 \times 5 - 3 = 32$$

عدد مورد نظر را ۷ است \Rightarrow

ایران توشه

توشه ای برای موفقیت

تعزیره: ارتفاع عوامی و صرف
از سمع آن



فصل ۲ عددهای صحیح

- ۱- اعداد صحیح و همچو روحی محور و قرینه و مقابله‌ی اعداد صحیح که در سال ششم آسخنه‌اند را به یاد آوردند و نه تنها اعداد صحیح روحی محورها
- ۲- سبط اعداد صحیح را به آنکه آوردند
- ۳- با اعداد قرینه‌ی آسخنا شوند
- ۴- حاصلهای جمع یعنی عدد با قرینه اس و جمع با همسر را در کلمه
- ۵- با دو روش حاصل جمع و تفریق را بدانست آور
- ۶- جمع و تفریق، ضرب و تقسیم اعداد صحیح را با استفاده از قرائات و با مشارکت انجام دهد
- ۷- جمع و تفریق اعداد صحیح (دورکسر) را با استفاده از خوبی ارزش محاسبه و تسلیم نویسی انجام دهد

ایران بوستان

تقویتی برای بزرگی و موقوفگشت

• معرفی عددهای علامت‌دار

از عددهای صحیح (علامت‌دار) می‌توان برای بیان وضعیت سرما و گرمای هوا و همچنین

• جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

عمق و ارتفاع نسبت به سطح زمین یا سطح دریا استفاده کرد.

• جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

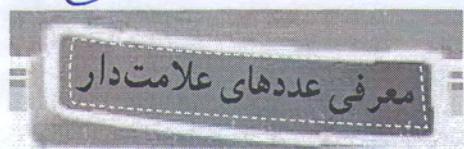
• ضرب و تقسیم عددهای صحیح

* درس‌ای هنری مدینه

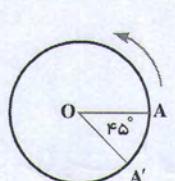
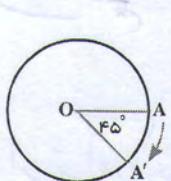
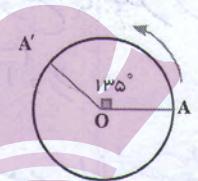
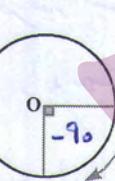
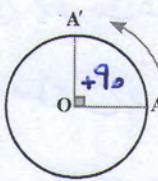
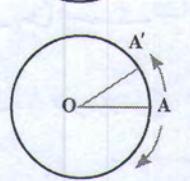
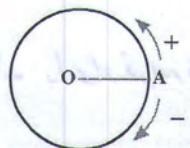
* کارهای حرث و عمارت جاجع

۱- در سال سیم اعداد صحیح معرفی شده اند و دانش اموزان سناحت کافی دارند

۲- در ریاضی سیم شمار قرینه معرفی شده ولی قرینه ای اعداد صحیح را نمی داشت



۱- نقطه A روی محیط دایره حرکت می کند. در وضعیت OA زاویه صفر درجه را نشان می دهد. وقتی A روی دایره حرکت می کند تا برای مثال به نقطه A' برسد، یک زاویه درست می کند. با توجه به جهات های + و - نشان داده شده، مشخص کنید هر یک از زاویه های زیر چند درجه اند؟ با یک عدد علامت دار نشان دهید.

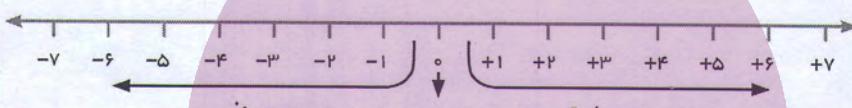


۲- در سال گذشته با تماش اعداد ای که صیغه را با محور آشنا شدید و آموختید که اعداد ای که صیغه منفی قرینه ای اند.

در ریاضی سیم شمار قرینه

معرفی نشده است

محور علامت دار



شمار قرینه

$$(+3) = -(+3) = -3 \quad \text{قرینه} (-3)$$

$$(+5) = -(+5) = (+5) = -5 \quad \text{قرینه} (-5)$$

$$(-4) = +4 \quad (-5) = -5 \quad (-8) = -8 \quad (-\lambda) = -(\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$+5$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$+5$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

$$(-4) = -(-4) = +4 \quad (-5) = -(-5) = +5 \quad (-8) = -(-8) = +8 \quad (-\lambda) = -(-\lambda) = +\lambda \quad \text{قرینه} (-4)$$

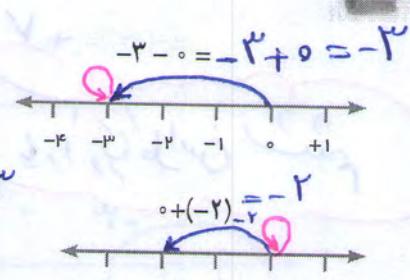
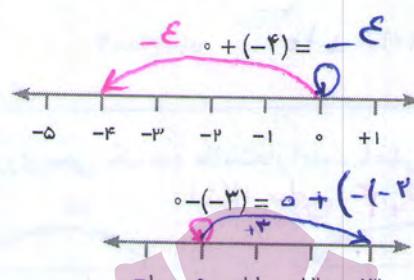
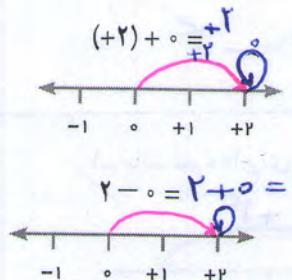
اعداد ای که صیغه مثبت را می توان به صورت مقابل نوشت:

$$+3 = 3 \quad +7 = 7$$

اعداد ای که صیغه مثبت را دسته اند: اعداد ای که صیغه مثبت، صفر و اعداد ای که صیغه منفی.

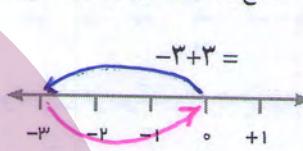
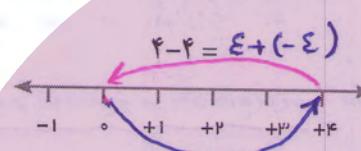
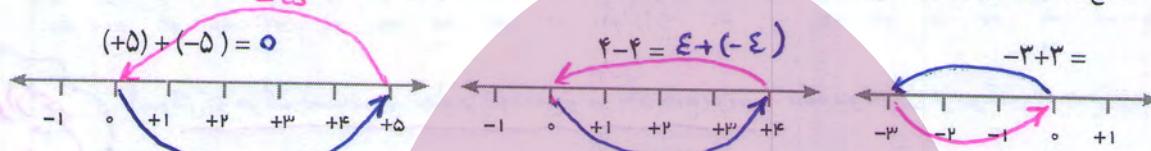
دومین درسی فرازهای اعماق

۱- جمع دلک عدد را با صفر
۲- تفریق دلک عدد را با قرینه اش



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ جمع هر عدد با صفر برابر چنان عدد است

۲- جمع و تفریق‌هارا روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفرق را به صورت جمع بنویسید.



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ حاصل جمع هر عدد با قرینه اش برابر چنان سود

۱- عده‌ها را با هم مقایسه کنید.

$$-4 < -8$$

$$-27 < 1$$

$$0 > -14$$

$$-100 < -1$$

$$+7 > 7$$

$$+(-8) < -(+8)$$

ارائه توجیه

۲- مانند نمونه گسترده عده‌ها را بنویسید.

$$-1081 = -1000 - 80 - 1 - 237 = -200 - 30 - 7$$

$$425 = 400 + 20 + 5$$

$$-2040 = -2000 - 40$$

۳- عدد قبل و بعد هر یک از عده‌ها را بنویسید.

$$435, 430, 425 \text{ و } 420$$

$$-4, -5 \text{ و } -6$$

$$-175, -171 \text{ و } -172$$

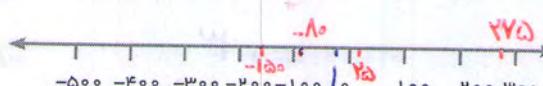
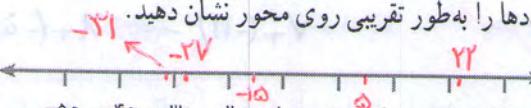
۴- اگر هر 0 نشان دهنده 1 + و هر 0 نشان دهنده 1 - باشد، چرا 0 ● برابر صفر می‌شود؟

$$\textcircled{-1} + \textcircled{+1} = 0$$

$$5 \text{ و } 0 \text{ و } -5 \text{ و } -15 \text{ و } -20 \text{ و } -25$$

$$-22 \text{ و } -20 \text{ و } -18 \text{ و } -15 \text{ و } -10 \text{ و } -5 \text{ و } 0$$

$$0 \textcircled{+} \rightarrow (+1) + (-1) = 0$$



تلخ: بهتر است

یکای رایجی توبه و

توحالی از +

و - استفاده ننمی

$$(+1) + (-1) = 0$$

دانش آموزان آستانایی مختصری با جمع و تفریق اعداد صحیح در روشی ابتدایی دارند



تساوی ها را کامل کنید.

$$+10 = 10$$

$$+2 =$$

$$-(+1) = -1$$

$$-(-4) = +4$$

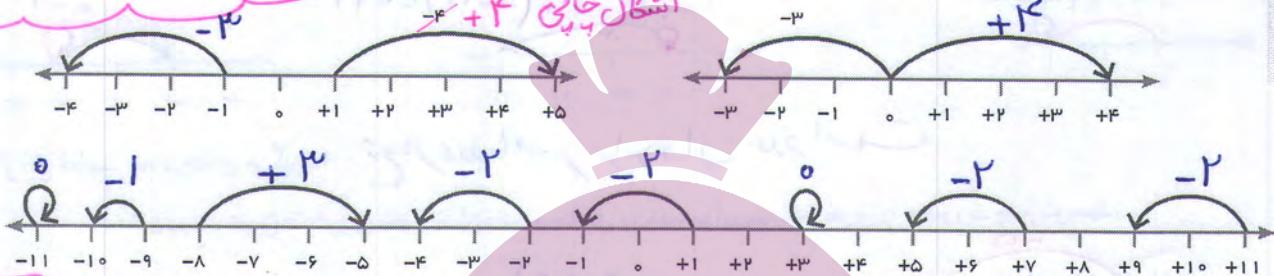
$$-(-(+)7) = +7$$

$$-(-1) = +1$$

$$+(-7) = -7$$

$$+(-4) = -4$$

یاددازی ملائمه سهیم

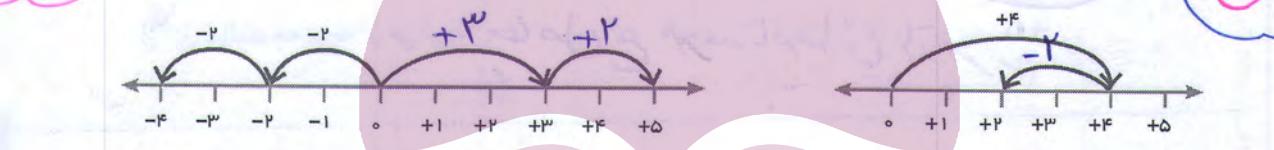


۱- مانند نمونه ها برای هر حرکت روی محور یک عدد علامت دار (مثبت یا منفی) بنویسید.



اشکال جانبی

جمع اعداد صحیح



$$(-2) + (-2) = -4$$

$$(+)3 + (+2) = +5$$

$$(+4) + (-2) = +2$$



اصلاح شود

$$(-3) + (+4) = +1$$

$$(+5) + (-7) = -2$$

۲- $(+4) + (-2) = 4 - 2$ را می توان به صورت تفریقی که در دوره ابتدایی می نوشتید، تبدیل کنید؛ یعنی :

$$3 - 2 = 3 + (-2)$$

تفریق را هم می توانیم به صورت جمع بنویسیم. مانند:

مانند نمونه تساوی ها را کامل کنید.

تبدیل تفریق؟

جمع

۱- $-7 - 4 = (-7) + (-4)$
۲- $-7 + (-4) = -7 - 4$

$$7 - 11 = 7 + (-11) \quad 8 - 5 = 8 + (-5) \quad -5 - (-3) = -5 + (+3) \quad -5 - 6 = -5 + (-6)$$

در دفتر خود برای هر جمع یا تفریق یک محور رسم کنید و به کمک آن حاصل را به دست آورید.

@GanjR

ریاضی

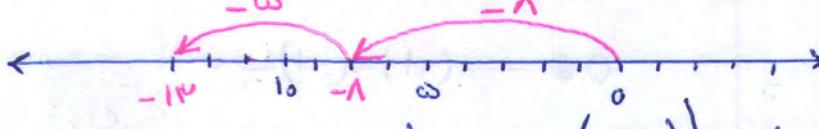
<https://>

$$8 + (-5) = 3$$

$$-4 + (+7) = +3$$

$$-8 - (+5) = -8 + (-5) \quad -3 - 1 = -3 + (-1) = -4$$

۱۰



$$8 + (-2) = -8 + (+2) = -6$$



جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

۱- اگر ○ نشان دهنده $+1$ و ● نشان دهنده -1 باشد. مانند نمونه حاصل جمع و تفریق ها را با رسم دایره های توپر و تو خالی به دست آورید. تفریق ها را ابتدا به جمع تبدیل کنید.

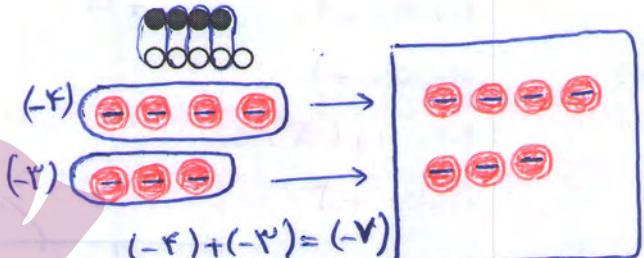
$$-4 - (-5) = -4 + \overbrace{(-(-5))}^{+0} = -4 + 5 = +1$$

$$-6 + 5 = -6 + (+5) = -1$$

$$-8 - 2 = -8 + (-2) = -10$$

$$-4 - (+3) = -4 + (-3) = -7$$

$$5 + (-6) = -1$$



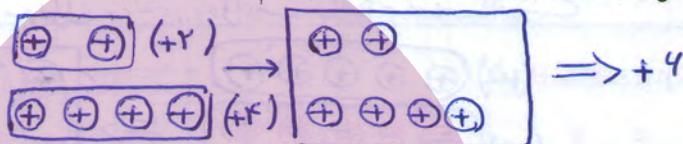
۲- علاوه بر روش فوق، پیدا کردن حاصل جمع و تفریق را با محور نیز آموخته اید. اکنون با یکی از این دو روش،

حاصل را به دست آورید. مانند نمونه برای هر کدام نتیجه را بنویسید.

$$(+2) + 4 = +6$$

$$0 + 1 = +1$$

$$(+3) + (+2) = +5$$

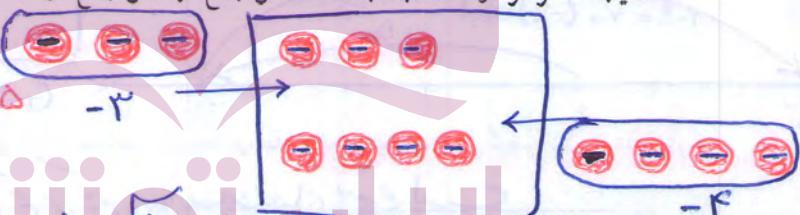


نتیجه: اگر هر دو عدد مثبت باشند حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است.

$$-3 - 4 = -3 + (-4) = -7$$

$$-4 - (+1) = (-4) + (-1) = -5$$

$$(-4) + (-2) = -6$$



نتیجه: اگر هر دو عدد منفی باشند... جواب جمع آنها را بسیار آوریم و علامه حاصل متفاوت است

حاصل جمع و تفریق ها را به دست آورید.

روشی برای موفقیت

$$(+4) + (+6) = +10$$

$$(+10) + (+20) = +30$$

$$(+100) + 200 = +300$$

$$-6 + (-7) = -13$$

$$(-4) - (+6) = (-4) + (-6) = -10$$

$$-8 - 3 = (-8) + (-3) = -11$$

$$(-40) + (-8) = -48$$

$$-200 + (-400) = -600$$

$$(-40) - (+30) = (-40) + (-30) = -70$$

$$-80 - 5 = (-80) + (-5) = -85$$

$$-70 - 10 = (-70) + (-10) = -80$$

$$-9 - 10 = (-9) + (-10) = -19$$

با دو روشی که برای جمع و تفریق می‌شناسید، در هر قسمت حاصل جمع و تفریق‌ها را به دست آورید و نتیجه را بنویسید.

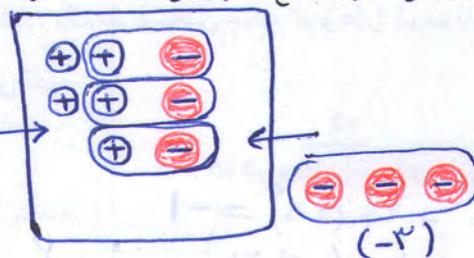
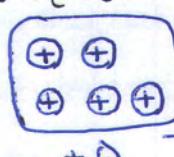
$$(+5) + (-3) = +2$$

$$4 + (-2) = +2$$

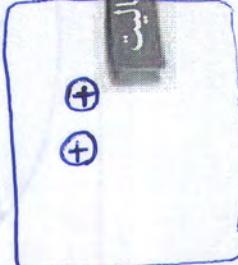
$$-4 + (+5) = +1$$

$$6 - 3 = 4 + (-3) = 1$$

$$-3 + 7 = +4$$



بنویسید.



نتیجه: اگر در جمع دو عدد صحیح یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها

مقدار مثبت بیشتر باشد، نتیجه مجموع علامت حاصل مثبت است

$$(+5) + (-8) = -3$$

$$4 + (-6) = -2$$

$$5 - 9 = 5 + (-9) = -4$$

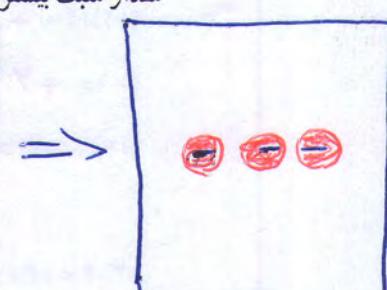
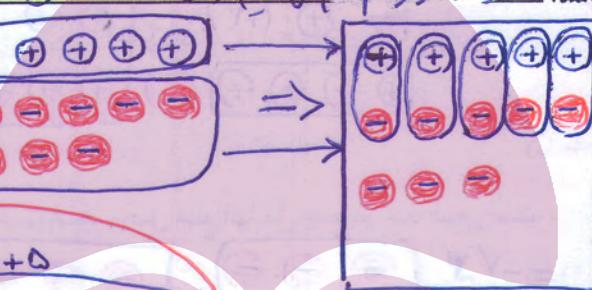
$$-10 - (-20) = -10 + (+20) = +10$$

$$10 - 30 = 10 + (-30) = -20$$

$$(+5) + (-7) = -2$$

$$(-8) - (-4) = -8 + (+4) = -4$$

$$-20 + 10 = -10$$



نتیجه: اگر در جمع دو عدد یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار عدد

منفی بیشتر باشد (نوع درازهم کسر نشان و علامت حاصل منفی است)

روشهای برای معرفت این قاعده‌ای مآموخته است

با توجه به نتایج بالا حاصل عبارت‌های مآموخته است

$$(+5) + (-2) = +3$$

$$(+) - (+7) = 9 + (-7) = 2$$

$$-10 - (-20) = -10 + (+20) = +10$$

$$-3 + 9 = +6$$

$$10 - 30 = 10 + (-30) = -20$$

$$-18 + 10 = -8$$

$$(+5) + (-7) = -2$$

$$(+) - (-20) = 10 + (+20) = 30$$

$$(-8) - (-4) = -8 + (+4) = -4$$

$$-20 + 10 = -10$$

$$-20 + 10 = -10$$

$$-4 + (+10) = -30$$

ستندج چند درجه از کرمان سردتر است

$$(+21) - (-4) = (+21) + (+4) = 27 \star$$

$$(-4) - (-10) = (-4) + (+10) = 6$$

ستندج چند درجه از کرمان گرم تر است

۱- عددها را از کمتر به بیشتر و از چپ به راست مرتب کنید.

$$23 - 22 - 20 - 18 - 15 - 10 - 5 - 4$$

$$-34 - 40 - 50 - 55 - 60 - 100 - 120$$

۲- اگر طبقه هم کف یک ساختمان را با صفر و طبقه های بالای هم کف را با + و زیر هم کف را با - نشان دهیم.

مسئله زیر را پاسخ دهید.

شخصی در طبقه ۵ سوار آسانسور شد. ابتدا ۳ طبقه بالا رفت و پس از خرید، ۶ طبقه به پایین آمد. پس از خرید چای ۲ طبقه پایین رفت و در صندوق خرید خود را حساب کرد. سپس دوباره ۲ طبقه پایین رفت و در پارکینگ سوار ماشین خود شد. ماشین این شخص در کدام طبقه بود؟

راهبرد رسم نمود

$$-2 - 8 = (-2) + (-8) = -10$$

$$-4 - 21 = (-4) + (-21) = -25$$

۴- دمای شهر کرمان سندج چند درجه از کرمان سردتر است؟ سندج چند درجه از پاسوچ گرم تر است؟

$$-10 - 27 = (-10) + (-27) = -37$$

۵- در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$\begin{array}{r} -8 + \boxed{-2} = -10 \\ 10 + \boxed{-10} = 0 \\ -4 - \boxed{4} = -8 \\ 4 - \boxed{-4} = 8 \end{array}$$

$$-10 + \boxed{10} = 0$$

$$10 + \boxed{5} = 15$$

$$-3 - \boxed{-8} = +5$$

$$4 - \boxed{12} = -8$$

$$-4 + \boxed{-4} = -8$$

$$10 + \boxed{-10} = 0$$

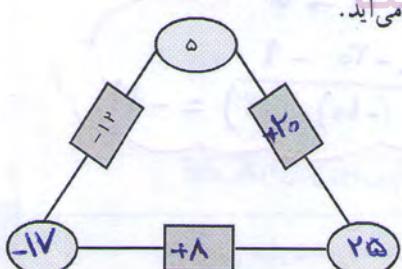
$$2 - \boxed{10} = -8$$

$$-6 + \boxed{21} = 15$$

اسلحه حاضر

۶- در مثلث مقابل، عدد روی هر ضلع از مجموع عددهای دو رأس به دست می آید.

جاهای خالی را کامل کنید.



۷- حاصل عبارت ها را بدست آورید.

$$10 - (-4) = 14$$

$$-8 - 4 = -12$$

$$-16 + 10 = -6$$

$$-14 + 20 = +6$$

$$-10 - (-5) = -5$$

$$-10 - (+5) = -15$$

$$10 - 6 = 4$$

$$10 - 20 = -10$$

$$-10 - (+20) = -30$$

$$10 - (+5) = 5$$

$$10 - (-5) = 15$$

$$-10 - (-20) = +10$$

جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

- ۱- مانند نمونه جمع و تفریق دو عدد دو رقمی را به جمع و تفریق عددهای یک رقمی تبدیل کنید.
سپس با توجه به جدول مقابل حاصل را به یک جمع تبدیل کنید.

دھگان	یکان
۳	۴
-۲	-۷
۱	-۳

$$\longrightarrow ۱۰ + (-۳) = ۱۰ - ۳ = ۷$$

د	ی
۲	۷
-۳	-۹
-۱	-۲
$(-۱۰) + (-۲) = -۱۲$	

د	ی
-۱	-۷
-۲	-۴
-۳	-۱۱
$(-۳۵) + (-۱۱) = -۴۶$	

د	ی
-۴	-۳
+۵	۱
-۳	۴
-۲	-۶
$-۲۰ + (-۶) = -۲۶$	

$$10 + (-2) = 8$$

به همین ترتیب می‌توانید جمع و تفریق چند عدد دو رقمی را انجام دهید.

د	ی
۶	۷
-۲	-۳
-۳	-۱
۱	۴
$10 + ۳ = ۱۳$	

د	ی
-۴	۳
+۵	۱
-۳	۴
-۲	-۶
$-۲۰ + (-۶) = -۲۶$	

۲- حاصل عبارت‌های زیر را با کمک قانونی که در درس قبل تابعه گرفتید، نیز پیدا کنید. روش کار را توضیح دهید.

$$27 - 39 = 27 + (-39) = -12 \quad \text{سؤال بدر}$$

$$-43 + 51 = +8$$

$$-17 - 24 = (-17) + (-24) = -41$$

$$27 \rightarrow 20 + 7$$

$$\begin{array}{r} -39 \rightarrow -30 - 9 \\ \hline (-10) + (-2) = -12 \end{array}$$

کدام یک از دو روش برای شما ساده‌تر بود؟ در این مورد در کلاس گفت و گو کنید.

حاصل عبارت‌ها را مانند نمونه بالا انجام دهید.

د	ی
-۲	-۴
-۴	-۹
-۶	-۱۳

د	ی
-۸	-۱
+۳	۵
-۵	۴

د	ی
۴	۳
-۷	-۵
-۳	-۲

$$(-90) + (-13) = -73$$

$$(-50) + ۴ = -46$$

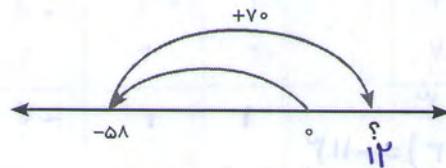
$$(-30) + (-2) = -32$$

۱- در این نمونه به کمک محور و به صورت تقریبی محل جواب و علامت آن تعیین می‌شود و از روی حرکت

فلش‌ها می‌توان روش محاسبه را حدس زد. با توجه شکل، حاصل مثبت و جواب $-58 + 70 = 12$ است.

اسکال چهارمی

$$-58 + 70 = +12$$



اکنون حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. برای هر کدام یک محور و حرکت تقریبی رسم کنید.

$$-43 - 45 = -88$$

$$-81 + (-57) = -138$$

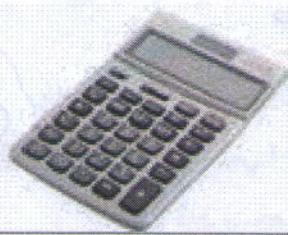
$$65 - 73 = -8$$

۲- حاصل هر عبارت را به کمک ماشین حساب به دست آورید و درستی پاسخ‌های خود را بررسی کنید.

برای منفی کردن عددها از کلید $+/-$ استفاده کنید. این کلید عدد روی صفحه را قرینه می‌کند. برای وارد کردن

عدد -43 - دکمه را به این ترتیب وارد کنید.

برای رسیدن به -43 - چه راه حل دیگری دارید؟



به کمک ماشین حساب حاصل عبارت را بدست آوردند

۱- بدون محاسبه کردن فقط تعیین کنید که حاصل عبارت مثبت است یا منفی است

$$-80 + 130 = +50 \quad -40 - 90 = -130 \quad 100 - 200 = -100 \quad 100 + (-50) = +50$$

تحمیل زدن

$$-137 + 211 \approx -100 + 200 = 100 \quad -471 + 182 \approx -400 + 100 = -300$$

$$502 - 794 \approx 500 - 800 = -300 \quad -471 - 211 \approx -400 - 200 = -600$$

۳- حاصل دقیق عبارت‌های بالا را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

۲۱

$$-137 + 211 = 74$$

$$-471 + 182 = -289$$

$$502 - 794 = -292$$

$$-471 - 211 = -682$$

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$100 + 10 + (-5) = 104$$

ص	د	ی
۱	۲	۴
-۲	-۳	-۷
-۱	-۱	-۳

ص	د	ی
-۱	-۲	-۵
+۲	۳	۱
۱	۱	-۴

ص	د	ی
۳	۳	۱
-۲	-۵	-۷
۱	-۲	-۹

$$100 + (-20) + (-9) = 74$$



۲- یک زیر دریایی 15° متر پایین‌تر از سطح دریا قرار دارد. زیر دریایی دیگری 5° متر از

آن بالاتر است. ارتفاع زیر دریایی دوم نسبت به سطح دریا چند متر است؟

$$(-15^{\circ}) + 5^{\circ} = -10^{\circ}$$

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. از هر روشی که می‌خواهید حاصل را به دست آورید.

$$(-7) + ((-4) + (-5)) = -14$$

$$(-13) + ((-9) + 17) = 5$$

$$136 - 26^{\circ} = -124$$

$$(-36) + (-17) = -53$$

$$(-37) - (-8) = -37 + 8 = -29$$

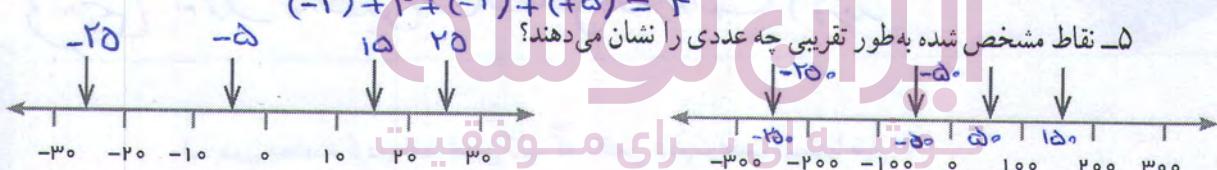
$$12 + 15 - 7 = 27 - 7 = 20$$

$$15 - 9 - 8 = 6 - 8 = -2$$

$$17 - 25 - 12 = -8 - 12 = -20$$

۴- ساختمانی از ۷ طبقه روی هم کف و ۳ طبقه زیر هم کف تشکیل شده است. احمد در طبقه -۲ است. او ابتدا

طبقه بالاتر راهبرد رسم سکل رود. سپس ۲ طبقه پایین آمد و از آنجا ۵ طبقه بالا رفت. احمد هم اکنون در کدام طبقه است؟



۶- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت تقریبی به دست آورید.

$$-71 + 59 \approx -70 + 50 = -20$$

$$-83 - 48 \approx -10 - 40 = -50$$

$$-41 + 37 - 82 \approx -40 + 30 - 80 = -90$$

$$37 - 71 \approx 30 - 70 = -40$$

حاصل هر عبارت را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

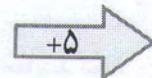
۷- جاهای خالی را کامل کنید.

-۸	۷	۴
۱۰	۰	-۳
-۲	۸	۵



-۱۲	۳	۰
۶	-۴	-۷
-۴	۴	۱

-۱۰
۰
-۱۳

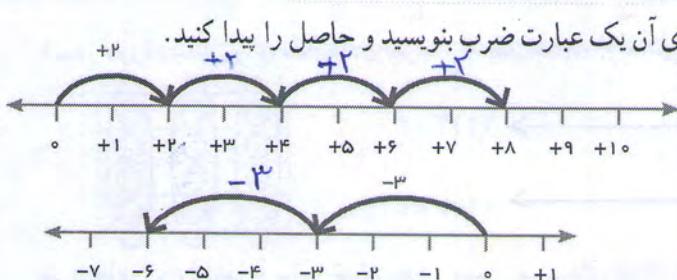


-۵
۰
-۸

ضرب و تقسیم عدد های صحیح

نمی از تعابیر و لغات این روش می تواند به ماده دریم ای سور وی پر ز

اگرچنانچه خاصیت جابجا بودن ضرب را بذیرم سه با توجه به شکل حون ۶ = -۳ × ۲ = -۶



$$... \times (+2) = ... + 10$$

$$... \times (-3) = ... (-9)$$

۱- به کمک محور و حرکت انجام شده روی آن یک عبارت ضرب بنویسید و حاصل را پیدا کنید.

۲- اگر فرض کنیم هر ۰ یعنی ۱ پس ۳ تا ۰ مساوی ۳ تا (۱) یعنی +۳، پس:

$$3 \times (-1) = -3$$

$$3 \times (-1) = -3$$

هر ● یعنی ۱- پس ۳ تا ● یعنی ۳ تا (۱-) یعنی -۳ پس:

حالا تساوی ها را کامل کنید. نتیجه: اگر (۱-) را عذری ضرب صنعتور (آن اقرانیم کند) تساوی برابر است

$$4 \times (-1) = -4$$

$$5 \times (+1) = 5$$

$$6 \times (-1) = -6$$

$$-7 = 7 \times (-1)$$

$$+6 = 6 \times (+1)$$

$$-10 = 10 \times (-1)$$

۳- مانند نمونه ها حاصل ضرب ها را به دست آورید.

$$(+4) \times (+2) = 4 \times 2 = 8$$

$$(+5) \times (+3) = 5 \times 3 = 15$$

$$(-1) \times (-3) = -(-3) = +3$$

منظور در (۱-) ضرب سه بیش حاصل قرینی (۱-) می شود
⇒

$$(+4) \times (-3) = 4 \times 3 \times (-1) = 12 \times (-1) = -12$$

$$(+3) \times (-7) = 3 \times 7 \times (-1) = 21 \times (-1) = -21 \quad (+2) \times (-8) = 2 \times 8 \times (-1) = 16 \times (-1) = -16$$

$$(-4) \times (+3) = -1 \times 4 \times 3 = -1 \times 12 = -12$$

$$(-2) \times (+5) = (-1) \times 2 \times 5 = -1 \times 10 = -10 \quad (-1) \times 3 \times 6 = (-1) \times 18 = -18$$

$$(-2) \times (-4) = -1 \times 2 \times 4 \times (-1) = -1 \times 8 \times (-1) = -(-8) = +8$$

\times	+	-
+	+	-
-	-	+

با توجه به فعالیت بالا جدول مقابل را کامل کنید.

به کمک آن حاصل ضرب ها را بنویسید.

$$-4 \times (-8) = +32$$

$$(+5) \times (-3) = -15$$

$$(-6) \times (-7) = +42$$

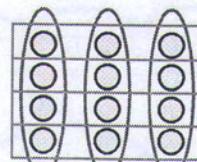
$$(+8) \times (+5) = +40$$

$$(-4) \times (+3) = -12$$

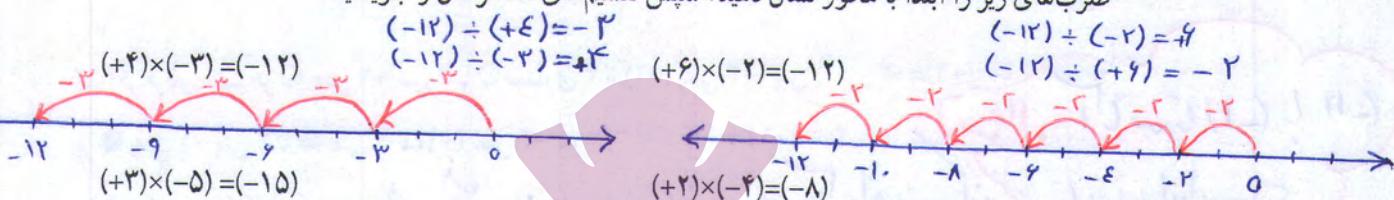
$$-7 \times 5 = -35$$

۱- در دوره دبستان برای نشان دادن ضرب و تقسیم عددها، از شکلی مانند نمونه زیر استفاده می کردید.

$$\begin{array}{ccc} 2 \times 4 = 12 & \longleftrightarrow & 12 \div 4 = 3 \\ 4 \times 3 = 12 & \longleftrightarrow & 12 \div 3 = 4 \end{array}$$



ضربهای زیر را ابتدا با محور نشان دهید. سپس تقسیم‌های متناظرشان را بنویسید.



بدون استفاده از محور برای هر یک از ضربهای فوق تقسیم دیگری بنویسید.

۲- با توجه به تقسیم‌های بالا جدول زیر را برای تقسیم دو عدد کامل کنید و حاصل تقسیم‌ها را به دست آورید.

\div	+	-
+	+	-
-	-	+

$$\begin{array}{ll} (-12) \div (+2) = -6 & (+21) \div (-3) = -7 \\ (-14) \div (-7) = +2 & (+21) \div (+7) = +3 \end{array}$$

۱- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

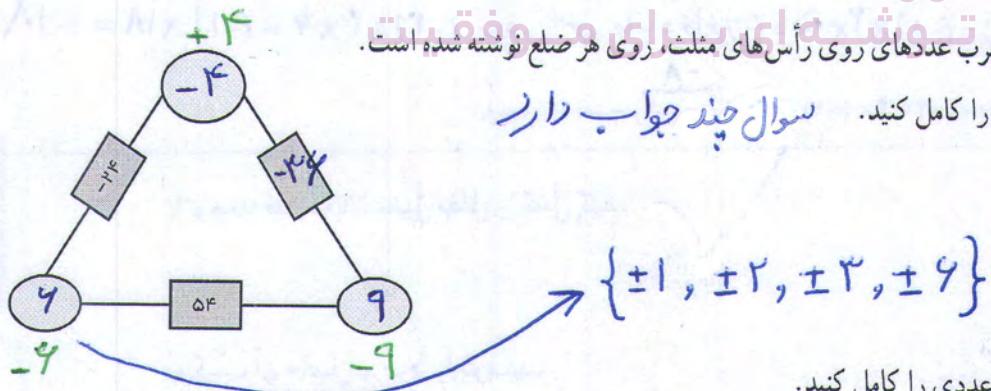
$$\begin{aligned} (-2) \times (-4) \div (+8) &= +1 \\ (-14 \div (+7)) \times (-3) &= +4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -4 \times (+3) \div (-2) &= +6 \\ (28 \div (-4)) \times (+3) &= -21 \end{aligned}$$

در ادامه تقسیم و ضرب
الویت ارسان است

۲- حاصل ضرب عدهای روی رأس‌های مثلث، روی هر ضلع نوشته شده است.

جاهای خالی را کامل کنید. سوال چند جواب دارد



۳- الگوهای عددی را کامل کنید.

۱۲ و ۱۵ و ۱۸ و ۹ و ۶ و ۳ و ۰ و -۳ و -۶ و -۹ و -۱۲

۱۵ و ۱۰ و ۵ و ۰ و ۵ و ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ و ۲۵ و ۳۰ و ۳۵

۱- جملات زیر را کامل کنید.

- اگر حاصل ضرب یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح، منفی شود، آن عدد صحیح ... است.

- اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح بر هم عددی منفی شود، یکی از آن عدهای صحیح ... و دیگری ... است.

$-27 \times (-24) \times (-25) \times \dots \times 20 = 0$ مسئله

→ - اگر ضرب دو عدد صحیح صفر شود یکی از آنها بصفه... است.

$$\left\{ \begin{array}{l} 24 \div 4 = 6 \\ (-15) \div (-3) = 5 \end{array} \right.$$

→ - اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح مثبت باشد، ضرب آن دو عدد صحیح ... است.

۲- بدون محاسبه مشخص کنید که حاصل عبارت مثبت یا منفی است؟

$$(-41 - 10) \times (-50 + 60) = -390$$

$$(-27 + 50) \times (-40 + 20) = -40$$

$$(-80 - 40) \times (-40 + 50) = +960$$

$$(-8 + 4) \times (-2 \times 3) = +12$$

$$(-120 - 8) = -128$$

$$(-4 - 2) = -6$$

$$(-200) \div (-10) = 20$$

$$(100) \div (-5) = -20$$

$$20 \div (-5) = -4$$

$$-100 \div (-5) = 20$$

$$7 \times 2 = 14$$

$$(-4) \div (+2) = -2$$

$$-8 \times (-10) = 80$$

$$(-10) \times (-10) = 100$$

$$((+2) + (-7)) \div (-5) = +1$$

$$(-1) \div (-5) = +1$$

$$(-5 \times 4) \div (-3) = +5$$

$$-5 \times (-4 \div -3) = +5$$

۶- قطاری از مشهد به سوی تهران در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. طول مسیر ۱۲۰۰ کیلومتر است و قطار در

هر ساعت ۶۰ کیلومتر حرکت می‌کند. شهر شاهروود را که در نیمه راه است، مبدأ مقایسه در نظر بگیرید. زمان رسیدن به شاهروود

را صفر و قبل از آن را منفی و بعد از آن را مثبت در نظر بگیرید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

قطارچه ساعتی از مشهد حرکت کرده است؟

چه ساعتی به تهران می‌رسد؟

قطار در ساعت -۳ در چه فاصله‌ای از شاهروود بوده است؟

در چه ساعتی ۲۲۰ کیلومتر بعد از شاهروود است؟ ساعت ۵ صبح که ساعت ۵

در چه ساعتی ۲۲۰ کیلومتر بعد از شاهروود است؟ ساعت ۵ صبح که ساعت ۵

جدول زیر را کامل کنید.

اصلاح شور

جدول زیر را کامل کنید.

زمین (بر حسب ساعت)	-۱۰	-۸	-۶	-۴	-۲	۰	۲	۴	۶	۸	۱۰
مکان قطارنسبت به شاهروود	-۶۰۰	-۴۸۰	-۴۸۰	-۴۸۰	-۴۸۰	۰	۱۲۰	۲۴۰	۳۶۰	۴۸۰	۶۰۰

شاهرود

$$\frac{1}{\square} \quad \frac{40}{220}$$

$$\square = \frac{3}{4}$$

$$\square = -\frac{3}{4}$$

$$\square = 40$$

۲ مرور فصل

مفهوم و مهارت ها

در این فصل واژه های زیر به کار رفته اند. مطمئن شوید که می توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام یک مثال بزنید.

- عدد علامت دار
- عدد صحیح
- گسترش عدد
- قرینه عدد

در این فصل روش های اصلی زیر مطرح شده اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس نهیه کنید.

- قراردادی برای جهت های مثبت و منفی
- محور عدد های صحیح و مرتب کردن عدد های صحیح (مثبت - صفر - منفی)
- صحیح مثبت همان عدد طبیعی است.
- قرینه قرینه یک عدد صحیح
- جمع و تفریق روی محور
- جمع و تفریق با دایره های توپر و خالی
- جمع و تفریق دو عدد صحیح
- ضرب و تقسیم دو عدد صحیح
- انجام عملیات عدد های صحیح به صورت تقریبی و با ماشین حساب
- حل مسائل مربوط به عدد های صحیح

کاربرد

کاربرد این درس را در فصل های سوم (عبارت های جبری) خواهید دید.
این درس در زندگی روزمره در بیان عدد های علامت دار مثل درجه هوا، ارتفاع نسبت به سطح دریا و ... کاربرد دارد. شما می توانید کاربردهای دیگری برای آن پیدا کنید.

تمرین های ترکیبی

در صورتی که تمرین های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می شوید این این فصل را به خوبی یاد گرفته اید.

$$\begin{aligned}
 & \text{1- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.} \\
 & (-18\frac{4}{7}) \times (-3\frac{1}{7}) + (-6) = +14 \\
 & -16 + (+4) = -14 - 4 = -20 \\
 & -20 + 5 = -15 \quad -100 + 20 - 4 = -100 - 4 = -104 = -14
 \end{aligned}$$

2- دمای هوا در تبریز ذو درجه زیر صفر و دمای اردبیل ۳ برابر آن است. میانگین دمای این دو شهر چند درجه است؟

$$\text{نمای هوا از اردبیل} \quad 3 \times (-2) = -6$$

-۲

۲۶

$$\begin{aligned}
 & \text{میانگین} = \frac{(-4) + (-2)}{2} = \frac{-6}{2} = -3
 \end{aligned}$$

تمرین های دوره ای

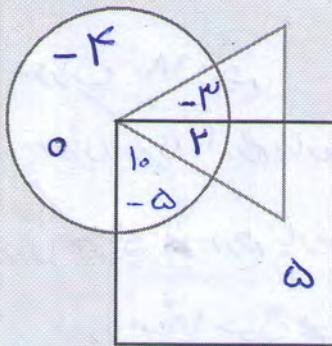
۱

۱- الگوهای عددی زیر را ادامه دهید. الگو را به فارسی توضیح دهید.
 در الگوی اول اعداد سواعد بزرگ مسوند و علامات کم
 در الگوی دوم اعداد زوج های متناسبند $k+1$
 میان در میان مثبت و منفی مسوند و علامات کم
 در الگوی سوم روابط متفق و مغایر مسوند و علامات کم

۲- عدهای متواالی و ۲۲ و ۱۷ و ۱۲ و ۷ و ۲ پنج تا پنج تا افزایش پیدا می کنند. در توالی دیگر و ۲۴ و ۱۷

و ۱۰ و ۳ هم عدها هفت تا هفت تا افزایش پیدا می کنند. عدد ۱۷ در هر دو توالی مشترک است. عدد مشترک بعدی کدام است؟

$$\text{عدد بعدی } 52 \text{ است} \quad [5, 7] = 35 \Rightarrow 17 + 35 = 52$$



۳- با توجه به شرایط زیر عدهای داخل شکل ها را مشخص کنید.

● عدد ۲ داخل هر سه شکل است.

● عدد ۳- داخل دایره ومثلث است ولی در مربع نیست.

● عدهای ۱۰ و ۵- در مربع و دایره اند ولی در مثلث نیستند.

● حاصل جمع عدهای داخل دایره صفر است و ۶ عدد در دایره قرار دارد.

● فقط داخل مربع است و ۴- فقط داخل دایره است.

● جمع عدهای داخل مثلث نیز صفر است و ۴ عدد داخل آن قرار دارد.

۴- در شهر همدان در یک شبانه روز پاییزی حداقل دما -۸ درجه و حداقل آن +۱۲ درجه است. میانگین دما چند درجه

$$\text{میانگین} = \frac{(-8) + (+12)}{2} = 2 \text{ است.}$$

۵- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$12 + 5 - 7 = 20$$

$$13 - 8 + 4 = 9$$

$$15 - 9 - 8 = -2$$

$$(-3 - 3) \times (-8) = +24$$

$$(5 - 9) \times (-2) = (+2)$$

$$(-1) \times (-2) \times (-3) = -6$$

البران توشه

توشه ای برای موفقیت

۶- دو عدد صحیح پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد.

$$\text{حاصل جمع آنها } -25 \text{ است.}$$

۷- در روز درخت کاری ۱۸۰ نهال درخت کاشته شد. ۴۰٪ این درختان کاج بودند. چند درخت کاج کاشته شده است؟

$$\text{تعداد درخت کاج} = \frac{40}{100} \times 180 = 72$$

۸- ۳۵ مهره را به دسته های ۲ تایی تقسیم کردیم. با هر دو دسته یک دسته چهار تایی درست کردیم. با هر دو دسته ۴

تایی یک دسته ۸ تایی درست کردیم و این کار را ادامه دادیم. در انتها بزرگ ترین دسته چند مهره داشت؟ آیا دسته ۴ تایی باقی ماند؟

$$35 = 11110000111 \quad \text{همایی ۲}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 27 & & 35 & 12 & 2 & \\
 & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \\
 & 18 & 16 & 8 & 4 & 2 & \\
 & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \\
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\
 \end{array}$$

بزرگ ترین دسته ۳۲ مهره طرد

پنجمین دسته ۲۷ مهره

پنجمین دسته ۳۲ مهره

راهنمای شکل

$$10 \quad 10 \times 1500 + 2000 = 17000 \quad 10 \times 1700 - 1000 = 14000$$

$$11 \quad 11 \times 1800 + 2000 = 18200 \quad 11 \times 1700 - 1000 = 18000$$

$$12 \quad 12 \times 1800 + 2000 = 20000 \quad 12 \times 1700 - 1000 = 20000$$

$$\text{نک مدار} = \frac{2000 - 1000}{1700 - 1500}$$

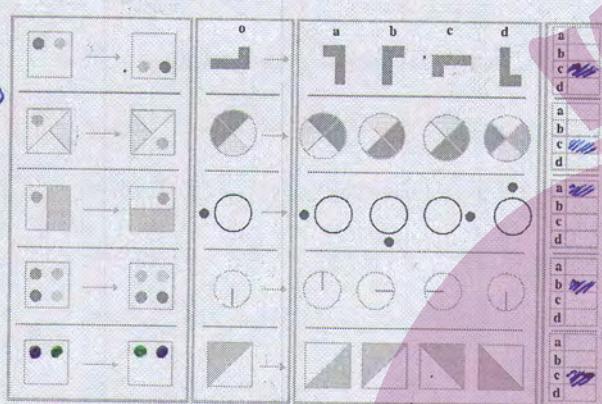
$$\text{نک مدار دوستان} = \frac{3000}{250} = 12$$

۲۸%

۹- در یک مدرسه دوره متوسطه اول ۴۰ دانش آموزان در کلاس اول ۳۲٪ در کلاس دوم و بقیه در کلاس سوم درس می خوانند. چند درصد در کلاس سوم درس می خوانند؟ اگر تعداد دانش آموزان کلاس دوم ۸۰ نفر باشد تعداد کل دانش آموزان و تعداد دانش آموزان کلاس اول را پیدا کنید.

$$\frac{32}{32} = \frac{\square}{80} \Rightarrow \square = \frac{4 \times 80}{32} = 100$$

۱۰- به رابطه بین دو شکل سمت چپ توجه کنید. با توجه به آن مشخص کنید کدام یک از شکل های (۱)، (۲)، (۳) یا

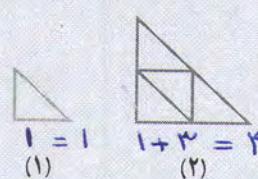


(۴) با شکل رسم شده همان رابطه را دارد؟

دوران ۱۸۰ درجه
دوران ۹۰ درجه ساعت وار
دوران ۹۰ درجه بارسایی کرد
دوران ۱۸۰ حول محور عرضها

۱۱- سارا می خواهد به دوستاشن هدیه بدهد. اگر او برای هر یک از آنها یک مداد ۱۵۰۰ تومانی بخرد ۲۰۰۰ تومان زیاد می آورد و اگر مدادهای ۱۷۵۰ تومانی بخرد، ۱۰۰۰ تومان کم می آورد. تعداد دوستان سارا را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

۱۲- اگر کشیدن شکل ها را به همین ترتیب ادامه دهیم، شکل شماره ۸ چند مثلث کوچک دارد؟



$$1+3+5+7+9+11+13+15 = 44$$

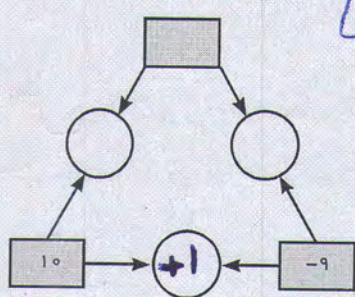
$$\square + \triangle = -4$$

$$\square \times \triangle = -12$$

$$\begin{aligned} & \text{دو عدد پیدا کنید که مجموع آنها } -4 \text{ و حاصل ضرب آنها } -12 \text{ باشد.} \\ & (-4) \times (+2) = -12 \\ & (-4) + (+2) = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - 12 &= 0 \\ (x+4)(x-2) &= 0 \\ x = -4, n &= 2 \end{aligned}$$

۱۴- عددهای داخل دایره حاصل جمع عددهای داخل مریع اند. عددهای داخل دایره را کامل کنید. در چه صورت هر



سه عدد داخل دایره منفی خواهد بود؟

مقدار دو	اعداد دو	مجموع
-1	12	11
1	-12	-11
-2	4	2
2	-9	-7
-3	4	1
3	-4	-1

جواب

که عبارت مطلق عددهای از عبارت مطلق اعدا صفتی کوچکتر است.

اھداف

- ۱- خط، نیم خط و پاره خط را نام نزاری کند
- ۲- روابط بین پاره خط ها را بنویس و در کند
- ۳- زاویه ها را نام نزاری کند
- ۴- روابط بین زاویه ها را بنویس و در کند
- ۵- راویه های متمم، ممل، مُتقابل به اس را به بارگردان
- ۶- بانوستن رابطه ها وارد استدلال منطقی مسود

فصل ۳

هندسه و استدلال

۷- چند صلعی مستقیم را در بایهی سشم ساخته اند

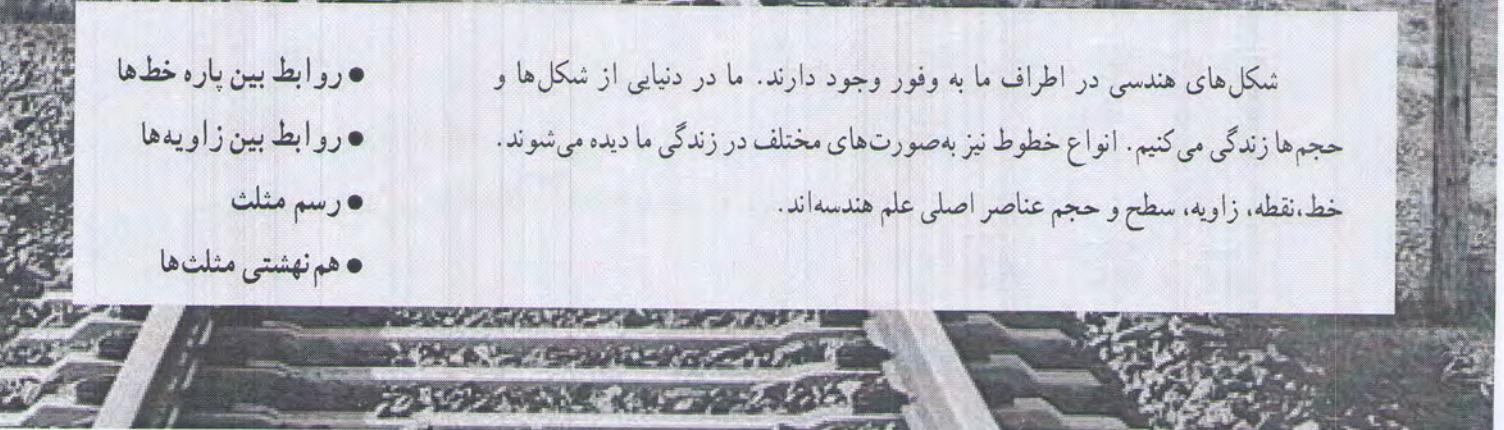
۸- استدلال ها در بایهی سشم به صورت سمعی و بدون اثبات بیان شده اند

ایران ترنیتی

توشمندی برای همه و فقیر

- روابط بین پاره خط ها
- روابط بین زاویه ها
- رسم مثلث
- هم نهشتی مثلث ها

شکل های هندسی در اطراف ما به وفور وجود دارند. ما در دنیا بی از شکل ها و حجم ها زندگی می کنیم. انواع خطوط نیز به صورت های مختلف در زندگی ما دیده می شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم عناصر اصلی علم هندسه اند.



اندازه‌ی جبری: اندازه‌ی جبری بردار \vec{AB} را با $|\vec{AB}|$ طول بردار \vec{AB} را به مرور می‌سیند.

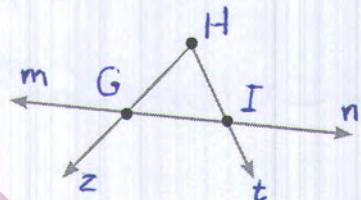
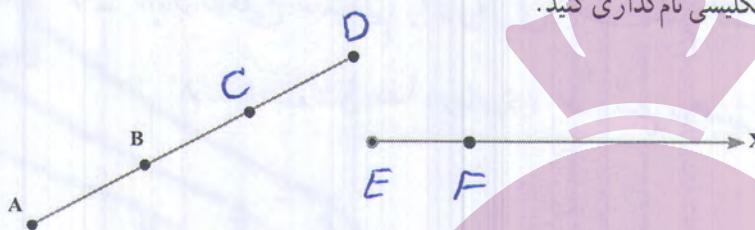
در ریاضیات برای نام‌گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. به‌طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی و دو سر

خط را با حروف کوچک نام‌گذاری می‌کنیم.

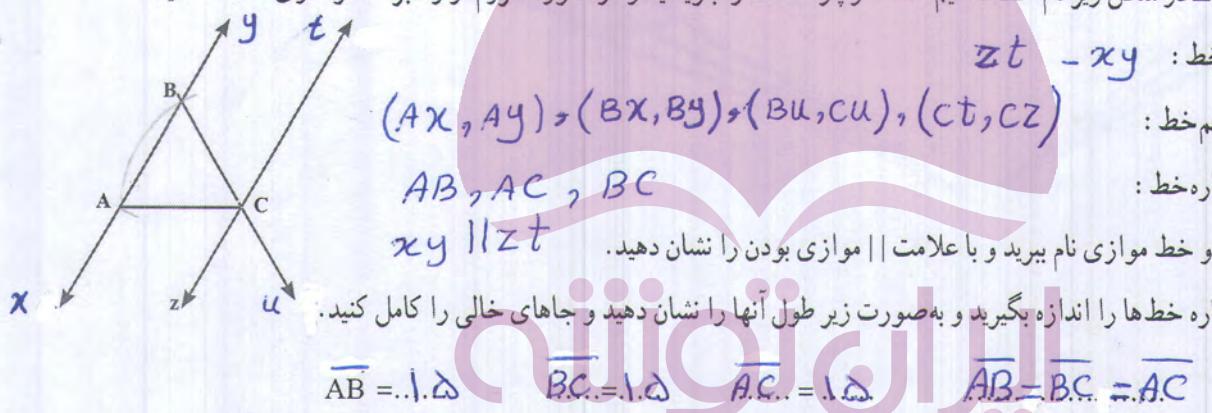
قراردادن: این تابع برای اندازه‌ی پاره خط \overline{AB} از \overline{AB} استفاده می‌کند.

۳

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام‌گذاری کنید.



۲- در شکل زیر نام خط‌ها، نیم خط‌ها و پاره خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.



۱- اسکال جادو

خط: $zt - xy$

نیم خط:

پاره خط:

$$\frac{3 \times 2}{2} = 3$$

دو خط موازی نام ببرید و با علامت || موازی بودن را نشان دهید.

هماسیمه کا پاره خط (ها)

اسکال مادرد

۲- اسکال ورگی

۳- در شکل مقابل پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و بنویسید.



$$AB = 12 \quad BC = 18 \quad AC = 30$$

آیا $\overline{AB} = \overline{BA}$ است؟ چرا؟ بله، چون اندازه تغییر نمی‌ندازد (ملامی)
آیا بدون اندازه‌گیری می‌توان رابطه زیر را نوشت؟ چرا؟ پاره خط AC از پاره خط AB و BC بوجود آمد.

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} \Rightarrow 12 + 18 = 30$$

- بله

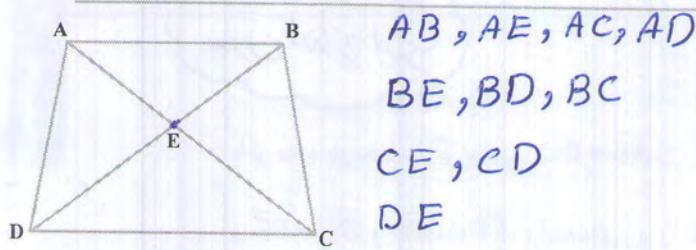
آیا می‌توان رابطه دیگری نوشت؟

با قرار دادن اندازه‌ها به جای پاره خط‌ها درستی آنها را بررسی کنید.

$$\overline{AC} - \overline{BC} = \overline{AB}$$

۳۰

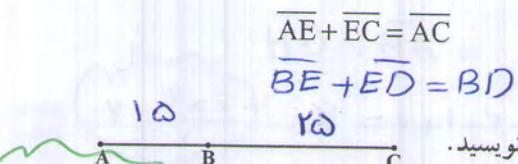
راسن اموز رئیحه محبت استدلال نزدیکی شود



۱- تمام پاره خط ها را با کمک راهبرد الگوسازی بنویسید.

$$4+3+2+1+0 = 10 \quad \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

مانند نمونه رابطه های دیگر را بنویسید.



$$\overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$

$$\overline{AC} - \overline{CE} = \overline{AE}$$

۲- با توجه به شکل مقابل طول پاره خط ها را اندازه بگیرید و نسبت های زیر را بنویسید.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} + \frac{25}{40} = \frac{40}{40} = 1$$

آیا مجموع دو نسبت همیشه برابر یک می شود؟ چرا؟

هدف: رابطه بین پاره خط ها



۱- در شکل مقابل نقطه M وسط پاره خط AB است.

پاره خط ها را اندازه بگیرید و درستی رابطه ها را بررسی کنید.

$$(24=24) \quad (زیرا) \quad \overline{AM} = \overline{MB}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

$$\overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

$$AB = 2\overline{AM}$$

$$24 = 2 \times 12 \quad \checkmark$$

$$24 = \frac{1}{2} \times 48$$

هدف: اثبات

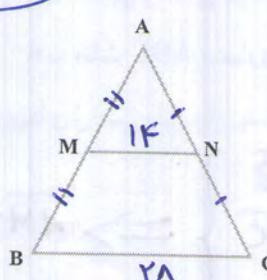
اس س

برای سادگی کار از مطلب متساوی الاصلاع استفاده شود

توشه ای برای موفقیت

$$\overline{AE} = \frac{2}{3} \overline{BE} \quad \overline{BC} = \frac{1}{3} \overline{AC}$$

مثلث ABC متساوی الاضلاع است. تساوی های زیر را کامل کنید. M و N وسط های اضلاع هستند.



$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} \quad \overline{AM} = \frac{1}{3} \overline{AB}$$

$$\overline{AM} = \overline{BM} \quad \overline{AC} = \frac{2}{3} \overline{AN}$$

درستی تساوی مقابل را با اندازه گیری بررسی کنید.

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

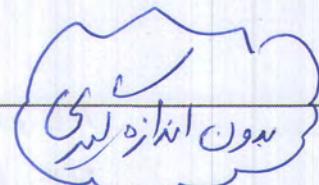
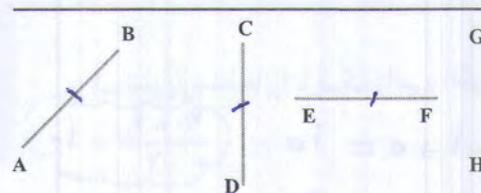
نکته: پاره خطی موسسه های دو ضلع بین میان را بهم وصل می کند رض ف ضلع سوم موازی با آن

$$AM = BM \Rightarrow MN \parallel BC$$

می باشد

آموزش نویسن اندکال

فایل



با توجه به پاره خط ها اگر بدانیم $\overline{AB} = \overline{DC}$

و $\overline{EF} < \overline{GH}$ و $\overline{DC} = \overline{EF}$. رابطه های زیر را کامل کنید (این علامت \Rightarrow یعنی نتیجه می گیریم).

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{EF} \quad \left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} < \overline{GH}$$

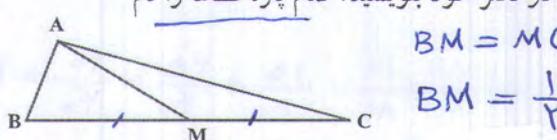
$(AB, AM, AC), (BM, BC), (CM)$

$$3+2+1+0 = 6$$

$$\frac{6 \times 3}{4} = 9$$

لیست

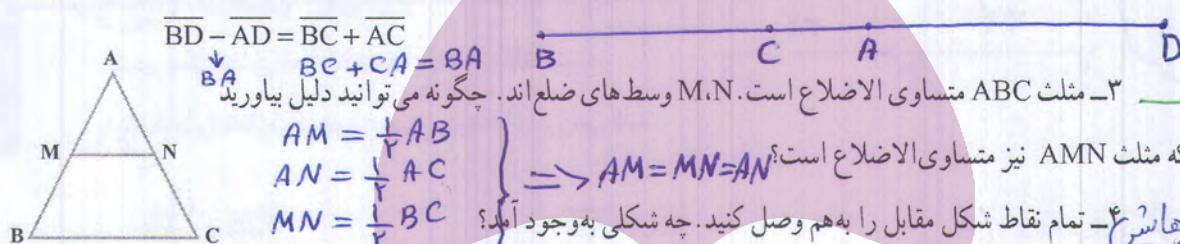
۱- هر تعداد رابطه درست بین پاره خط ها در شکل زیر می بینید، در دفتر خود بنویسید. تمام پاره خط ها را نام



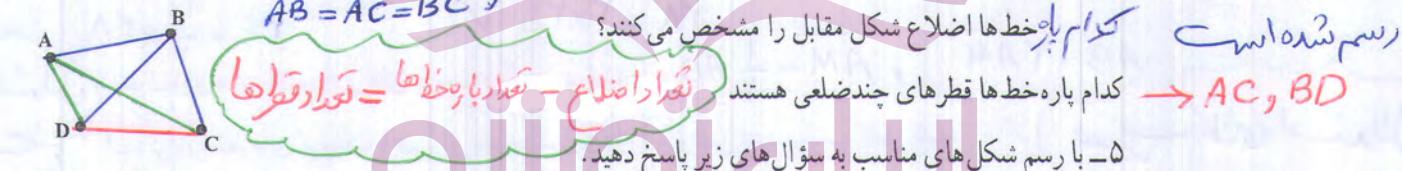
بیرید. (M وسط ضلع BC است).

$$BC = 2BM, BC = 2CM$$

۲- یک خط رسم کنید و نقاط A, B, C, D را طوری روی آن نام گذاری کنید که رابطه زیر درست باشد.



بالا



$$\rightarrow AC, BD$$

۳- با رسم شکل های مناسب به سؤال های زیر پاسخ دهد.

الف) از یک نقطه چند خط می گذرد؟ ب) از یک نقطه چند خط راست می گذرد؟

ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می گذرد؟ د) از دو نقطه چند خط راست می گذرد؟

۴- اگر روی یک خط راست 10° نقطه بگذاریم، چند نیم خط به وجود می آید؟ چرا؟

$$\text{عدد نیم خط} = 2 \times \text{تعداد نقاط}$$

۵- قدر علی (a) بلندتر از قدر حسن (b) و قد حسن اندک از حسن (c) است

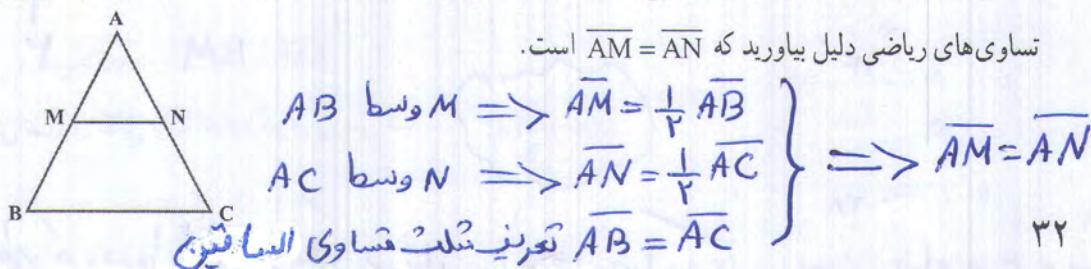
$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b = c \end{array} \right\} \Rightarrow a > c$$

علی بزرگتر از حسن است

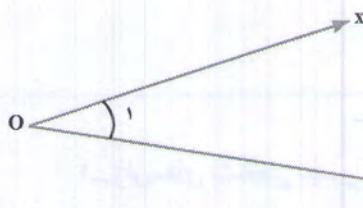
رابطه مقابل را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

۶- مثلث ABC متساوی الساقین است. M و N وسط ساق های AB و AC هستند. با نوشتن روایت و

تساوی های ریاضی دلیل بیاورید که $\overline{AM} = \overline{AN}$ است.



روابط بین زاویه ها

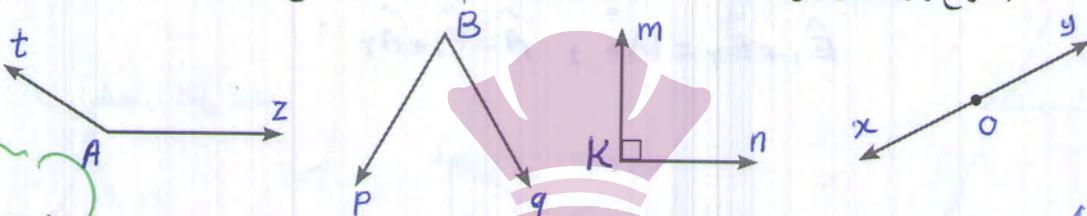


زاویه مقابله نامگذاری شده و به چند صورت خوانده میشود.

چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟

**زیرا این کار دار تقاط با حروف بزرگ و نیم خط از سمتی
نمی باشد با حروف کوچک**

۱- با انواع زاویه ها در سال گذشته آشنا شده اید. زاویه ها را نامگذاری کنید و نوع آن را مشخص کنید.

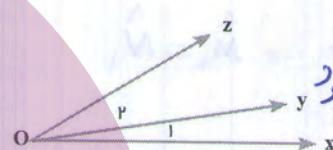


$$x\hat{O}y + y\hat{O}z = x\hat{O}z$$

$$x\hat{O}z - z\hat{O}y = z\hat{O}y$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_1 = x\hat{O}z$$

$$x\hat{O}z - \hat{O}_1 = z\hat{O}y$$

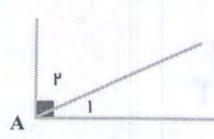
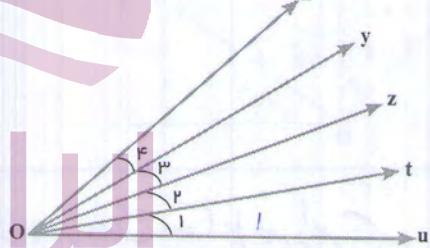


$$x\hat{O}u = -\hat{O}_1$$

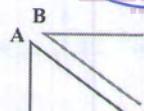
$$x\hat{O}t = -\hat{O}_1$$

$$y\hat{O}t = -\hat{O}_2$$

$$\hat{O}_3 = -\frac{1}{2} z\hat{O}u$$



$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$

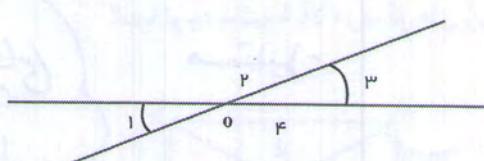


$$\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$$

۴- برای زاویه های متمم و مکمل تساوی بنویسید.

۵- زاویه های متقابل به رأس را در شکل مقابل می بینید.

تساوی ها را با عدد مناسب کامل کنید.

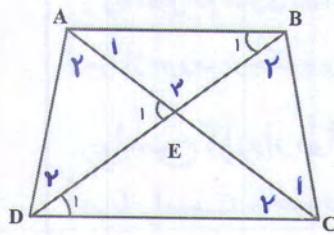


$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180^\circ$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_4 = 180^\circ$$

$$\hat{O}_3 + \hat{O}_4 = 180^\circ$$



$$\begin{aligned}\hat{\delta}_1 &= \hat{EDC} \underset{\text{زاویه}}{=} \hat{BDC} \\ \hat{\beta}_1 &= \hat{EBA} \underset{\text{زاویه}}{=} \hat{DBA} \\ \hat{\epsilon}_1 &= \hat{AED}\end{aligned}$$

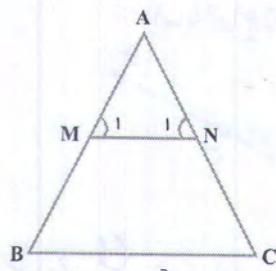
۱- زاویه‌های مشخص شده را با حروف نام ببرید.

۴ تا از رابطه‌های بین زاویه‌ها را بنویسید.

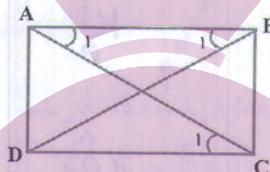
$$\hat{ADC} = \hat{D}_r + \hat{\delta}_1, \quad \hat{A}_r + \hat{D}_r + \hat{\epsilon}_1 = 180^\circ$$

$$\hat{\epsilon}_1 + \hat{E}_r = 180^\circ, \quad \hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_r$$

۲- رابطه‌های را کامل کنید.

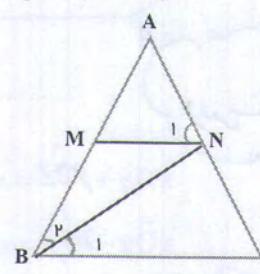


$$\left. \begin{aligned}\hat{B} &= \hat{C} \\ \hat{B} &= \hat{M}_1 \\ C &= \hat{N}_1\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1$$

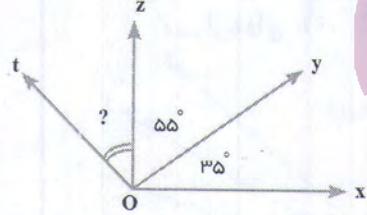


$$\left. \begin{aligned}\hat{A}_1 &= \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 &= \hat{A}_1\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$$

استدلال روابط بین زاویه‌ها



$$\left. \begin{aligned}\hat{B}_1 &= \hat{B}_2 \\ \hat{B}_1 &= \hat{N}_1\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{N}_1$$



۳- با توجه به شکل و تکمیل رابطه زیر، مقدار زاویه؟ را پیدا کنید.

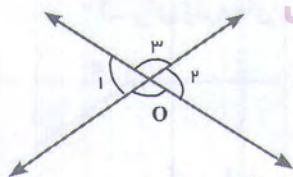
$$x\hat{O}t = t\hat{O}z + z\hat{O}y + \text{_____}$$

$$120^\circ = \boxed{\text{?}} + 55^\circ + 35^\circ \Rightarrow \boxed{\text{?}} = 30^\circ$$

$$\begin{aligned}55^\circ + 35^\circ &= 90^\circ \\ 120^\circ - 90^\circ &= 30^\circ\end{aligned}$$

۱- با توجه به شکل مقابله رابطه‌ها را کامل کنید. استدلال تساوی روزگاری متقابل براس

توشهای برای موفقیت



$$\left. \begin{aligned}\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 &= 180^\circ \\ \hat{\alpha}_2 + \hat{\alpha}_3 &= 180^\circ\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_3$$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟ زاویه‌ای متقابل براس باهم برابرند

۵ مرکز رایرهای

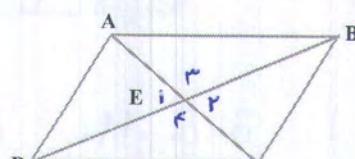
۲- با توجه به نتیجه بالا در شکل‌های زیر زاویه‌های مساوی را مشخص کنید.
متوازی الاتصالع

مسئلہ



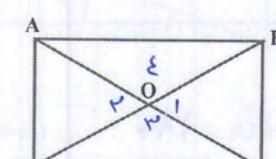
$$\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2 \text{ و } \hat{\alpha}_3 = \hat{\alpha}_4$$

$$OA = OB \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \quad \hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2$$



$$\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2$$

$$\hat{\alpha}_3 = \hat{\alpha}_4$$



$$\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2$$

$$\hat{\alpha}_3 = \hat{\alpha}_4$$

فقط زاویه‌ای
متعاپل براس
لخته سود

زاویه‌ی باز: ساعت ۲۰:۵۰

زاویه‌ی راست: ۹:۰۰

۴ ۳ ۲ ۱

۱- زمان‌هایی را بنویسید که عقره بین ساعت شمار و دقیقه شمار زاویه راست، باز، تند و نیم صفحه را نشان دهد.

۲- یک زاویه 120° رسم کنید. با نقاله نیم‌ساز آن را بکشید. زاویه را نام‌گذاری کنید و یک تساوی بین زاویه‌ها بنویسید.

۳- در شکل‌های زیر همه ضلع‌ها و زاویه‌های شکل‌ها با هم برابرند. آنها را اندازه بگیرید. به این شکل‌ها چند ضلعی‌های منتظم می‌گوییم.

جهتی ۵۹ پایه‌ی سوم
کسری (طلاس تسم)



با افزایش تعداد ضلع‌ها زاویه‌های هر رأس چند ضلعی چه تغییری می‌کند؟ **بزرگ تر من سود (الله‌ی‌ای)**

اگر به همین ترتیب تعداد ضلع‌ها افزایش پیدا کند به چه شکلی تزدیک و تزدیک‌تر می‌شود؟ **رازه**

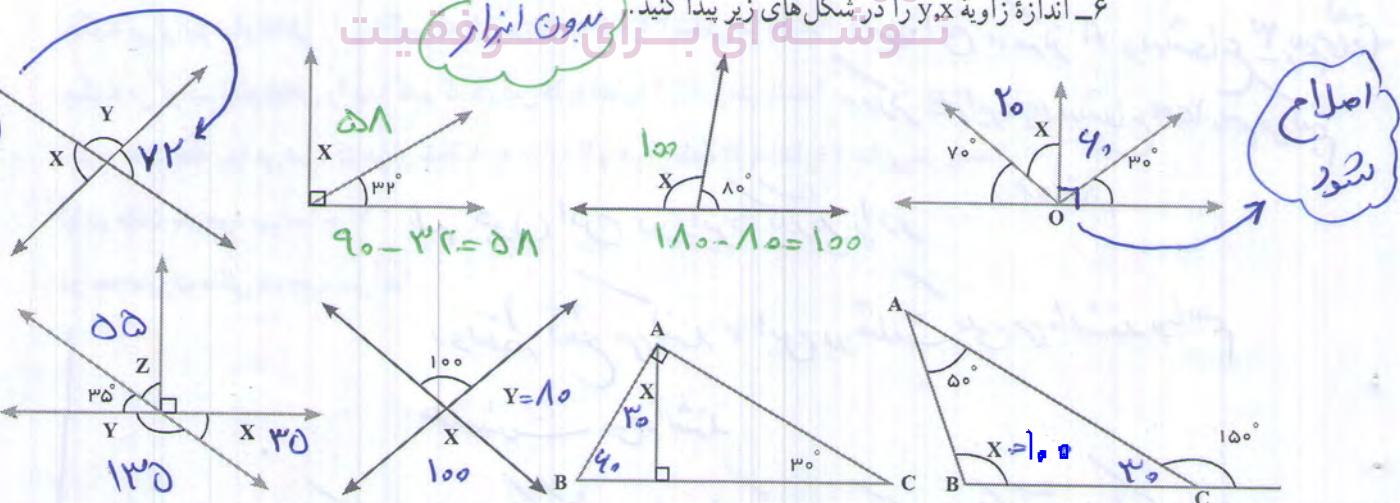
۴- در شکل مقابله می‌دانیم زاویه‌های $x\hat{O}z$ و $t\hat{O}y$ 90° هستند.

$$\begin{aligned} \text{چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه‌های } x\hat{O}y \text{ و } t\hat{O}z \text{ مساوی‌اند؟} \\ \left. \begin{aligned} \hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 &= 90^\circ \\ \hat{\theta}_3 + \hat{\theta}_4 &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_3 \end{aligned}$$

۵- می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های کنار هم مثل B و A یا D و C یا C_1 و D_1 با هم مکمل‌اند.

$$\begin{aligned} \text{چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه } C_1 \text{ و } B \text{ مساوی‌اند؟} \\ \left. \begin{aligned} A + B &= 180^\circ \\ C_1 + C_2 &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_1 = B \end{aligned}$$

۶- اندازه زاویه x, y, z را در شکل‌های زیر پیدا کنید. **بدون اندازه‌گیری**



رسم مثلث

۱- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3\text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟

رسم خود - چون اندازه ای رو ضلع را در اندازه م و بدرخواه می توانیم رسم کنیم

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 2\text{ cm}$, یک ضلع آن $AC = 3\text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟

رسم خود - چون می توانیم با هر زاویه دیگر این را ضلع را رسم کنیم

۳- مثلثی رسم کنید که ضلع های AB , AC , BC به ترتیب 2 , 3 و 2.5 باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟

رسم خود - در صورتی که راس A را در B از سوال نادارند آن ها بتوانند که همچو این مثلث هایی که می توانند همانند هدف خود را ایجاد کنند.

وقتی مثلث هارا رسم می کنید آنها را مطابق با صورت مسئله نام گذاری کنید و اندازه هارا روی آنها بنویسید.

کمان ها و خط هایی را که در رسم مثلث استفاده کردید، پاک نکنید.

ازباره توپی

۱- می خواهیم مثلثی به ضلع های $AC = 3$ و $AB = 4$ و $BC = 2$ سانتی متر رسم کنیم.

ابتدا یک پاره خط به اندازه 4 سانتی متر را بکشید.

چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس A به اندازه 3 سانتی متر باشند؟

چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس B به اندازه 2 سانتی متر باشند؟

اکنون چند نقطه پیدا می شود که هم از نقطه A به اندازه 3 و هم از نقطه B به اندازه 2 سانتی متر باشند؟

آنچه آیا دو مثلث به وجود می آید؟ چرا؟

در چه صورت مثلثی به وجود نمی آید؟

رونقه قطعه مرکزی است، این را سلکت می کنند و باهم

همه سه سمت هی باشند

در صورتی که رایره ها سه بیرون را قطع نکنند یا درین نقطه سه بیرون قطع نکنند سه مثلثی

لوحور نمی آید

۱- مثلثی رسم کنیم که یک ضلع آن $AB = 3\text{cm}$ و یک زاویه آن $\hat{A} = 5^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می‌آید؟ چرا؟ می‌سخار چون ضلع AC را نمایم

و هر داشت آموزش کوئند آن را به درخواه دنظر نماید

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3\text{cm}$ و زاویه آن $\hat{B} = 4^\circ$ و $\hat{A} = 5^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می‌آید؟ چرا؟ فقط یکی در صورتی که داشت آموزان

جواب‌های ۲ و ... دارند نهای توضیح دهد که این مُلْک‌ها
که می‌بینیم باشد م جزئیه‌اند

۳- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 2\text{cm}$ و ضلع دیگر آن $AC = 3\text{cm}$ باشد.

چند مثلث می‌توان رسم کرد؟ چرا؟ می‌سخار مُلْک‌های توان رسم کرد

چون زاویه‌ی بین دو ضلع مسُخَّن شده است

۴- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 2\text{cm}$ و ضلع دیگر آن $AC = 3\text{cm}$ باشد. زاویه بین آنها یعنی $\hat{A} = 5^\circ$ باشد.

چند مثلث می‌توان رسم کرد؟ چرا؟ ۱ مُلْک

چون فقط یک حالت وجود دارد و حالاتی دیگر نمی‌توانند جدیدی وجود نمایند اور
فقط یک مُلْک نموده می‌ایند و حالاتی دیگر نمایند اما م جزئیه
توشه‌ای برای موفقیت

تاکنون سه حالت برای رسم مثلث آموخته‌اید که به اختصار آنها را (ض ض ض) سه ضلع، (ز ض ز) دو زاویه و

یک ضلع بین، (ض ز ض) دو ضلع و زاویه بین می‌نامند. اگر مثلث دیگری از شما خواسته شد ابتدا باید آن را به یکی

از حالاتی سه گانه بالا تبدیل کنید؛ سپس آن مثلث را رسم کنید.

رس ورزی

۱- مثلث ABC را در حالت‌های زیر رسم کنید. (نام‌گذاری و اندازه‌گیری را فراموش نکنید).

الف) $\overline{BC} = 2\text{ cm}$, $\overline{AC} = 4\text{ cm}$, $\overline{AB} = 5\text{ cm}$

ب) $\hat{A} = 55^\circ$, $\overline{AC} = 4\text{ cm}$, $\overline{AB} = 5\text{ cm}$

ج) $\hat{A} = 55^\circ$, $\hat{B} = 100^\circ$, $\overline{AB} = 5\text{ cm}$

۲- مثلث ABC را رسم کنید که $\hat{C} = 55^\circ$, $\hat{B} = 75^\circ$, $\hat{A} = 50^\circ$ باشد.

چند مثلث با این شرایط می‌توانید رسم کنید؟
اگر در مثلث هر سه زاویه با هم برابر باشند، آیا قابل انطباق‌اند؟ خیر، من توانند غیرقابل انطباق باشند
دلیل خود را بیان کنید. چون می‌توانند اصلاح مقاومتی داشته باشند

۳- مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که دو ضلع زاویه قائمه آن ۳ و ۴ سانتی‌متر باشند. سپس ضلع دیگر آن را اندازه‌بگیرید.

می‌توان به قضیه (ارسطی) فیثاغورس اشاره‌ای کرد

۴- مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید که قاعده آن ۳ سانتی‌متر و زاویه رأس آن 45° درجه باشد.

۵- مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید که طول ساق آن $\frac{2}{5}$ سانتی‌متر و زاویه‌های کنار قاعده آن 50° درجه باشد.



۶- آیا می‌توان مثلثی با سه ضلع ۲ و ۳ و ۷ رسم کرد؟ چرا؟ خیر، من توان

مجموع رو ضلع باید بزرگ‌تر از ضلع دیگر باشد اگر غیر این صورت نباشد باید بر را قطع من لنند

۷- فاصله یک فانوس دریابی از کشتی A، ۵ کیلومتر است. فاصله فانوس

دریابی از کشتی B نیز ۶ کیلومتر است. فاصله دو کشتی از یکدیگر ۴ کیلومتر است.

هم اکنون نور فانوس دریابی روی کشتی B است. نورافکن چند درجه باید بچرخد تا

نور آن روی کشتی A بیفتد؟

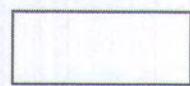
(هر کیلومتر را یک سانتی‌متر روی دفتر خود در نظر بگیرید. پس از رسم مثلث

زاویه موردنظر را اندازه‌بگیرید).

۸- نقاطی را از مستطیل پیدا کنید که فاصله آنها تا نقطه A برابر ۲ سانتی‌متر باشد. این مسئله در چه صورتی جواب ندارد؟

۱- دوچار

A



۲- یکچار

۳- سهچار

۴- چهارچار

۳۸

یک مرکز A و سعایع ۲ سانتی‌متر دایره‌ای را رسم کنید

حل‌حال = دوچار

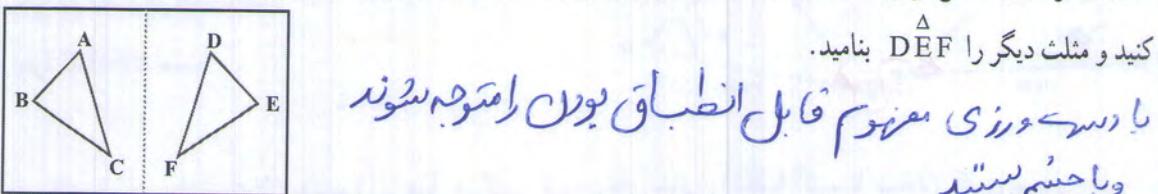
هم نهشتی مثلث ها

رسانه ورزی

۱- روی یک صفحه کاغذ مثلثی مانند مثلث ABC رسم کنید.

کاغذ را مانند شکل از وسط تا کنید و مثلث را پر رنگ تر کنید. تا شکل در طرف دیگر کاغذ مشخص شود. کاغذ را

باز کنید و مثلث دیگر را $\triangle DEF$ بنامید.



با رسانه ورزی مفهوم قابل انطباق بول را متوجه شوند

و با چشم بینید

این دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ که بر هم منطبق می‌شوند، با یکدیگر هم نهشت (قابل انطباق) هستند و می‌نویسیم:

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ بجهای علایق هم نهشت از علامت مساوی استفاده نمایم

چه راههای دیگری برای بررسی منطبق شدن دو مثلث می‌دانید؟ (برای مثال استفاده از کاغذ پوستی یا شفاف یا کاغذ

کاربن)

بررسی اجزاء آنها زاویه ها و ضلع ها

۲- در دو مثلث هم نهشت (قابل انطباق)، همه اجزای متناظر با یکدیگر مساوی اند تساوی های زیر را کامل کنید:

$$\overline{AB} = \overline{DE} \quad \overline{BC} = \overline{EF} \quad \overline{AC} = \overline{DF} \quad \hat{A} = \hat{D} \quad \hat{B} = \hat{E} \quad \hat{C} = \hat{F}$$

اصلاح سود

۳- مثلث های ABC و DEF را با مشخصات زیر رسم کنید.

$$DE = 3\text{ cm} \quad DF = 2\text{ cm} \quad \hat{A} = 40^\circ \text{ cm}$$

$$AB = 3\text{ cm} \quad AC = 2\text{ cm} \quad \hat{D} = 40^\circ \text{ cm}$$

ابران توپنه

آیا دو مثلث با یکدیگر هم نهشت اند؟ تساوی سایر اجزاء آنها را بنویسید. **ملحقیت**

$$\overline{CB} = \overline{FE}, \quad \hat{C} = \hat{F}, \quad \hat{B} = \hat{E}$$

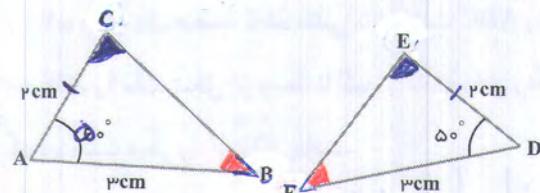
همان طور، که در درس رسم مثلث هم دیدیم، با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها فقط یک مثلث به دست می‌آید، پس

می‌توانیم نتیجه بگیریم: اگر دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلثی با دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلث دیگری برابر باشند،

آن دو مثلث قابل انطباق و یا هم نهشت اند.

از این نتیجه در انجام فعالیت بعدی کمک بگیرید.

ریوواری در اثبات‌ها از قضایای استفاده می‌شود که هنوز اثبات نشده
و بضریبنده باید مطالعی را محق استفاده از آن‌ها را از این راه عنوان نکند یا را کسی منکر



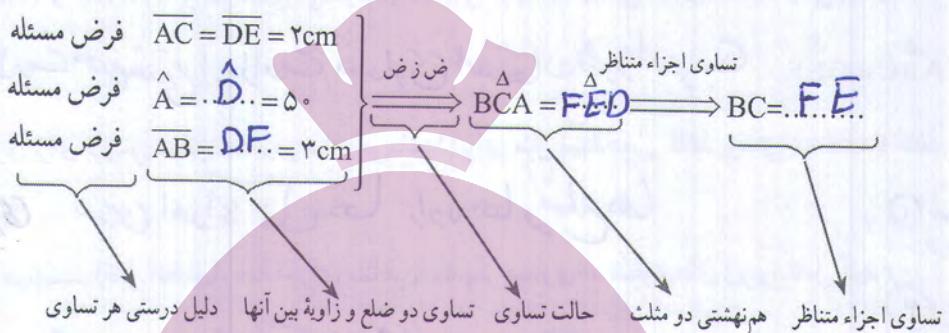
اندازه اضلاع دو مثلث در شکل داده شده است.

چرا دو مثلث هم نهشتند؟

چرا $EF = BC$ است؟

در هندسه برای بیان استدلال به شیوه زیر عمل می‌کنیم. قسمت‌های خالی را تکمیل کنید تا استدلال کامل شود.

خواهی استدلال کرد
راه صورت کدام بکام
اکموزس رهید

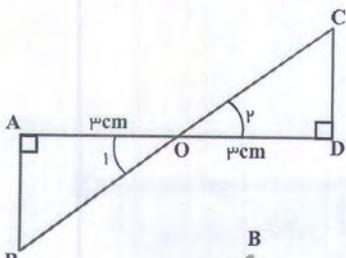


به همین ترتیب در مورد دو حالت دیگر رسم مثلث نیز می‌توان نتیجه‌گیری کرد و در استدلال کردن برای هم نهشتی استفاده کرد.

- اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث بر هم قابل انطباق‌اند.

- اگر دو زاویه و ضلع بین آن، از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین آن، از مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث با

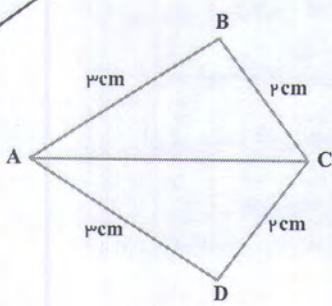
هم، هم نهشتند.



۱- با توجه به شکل استدلال کنید که چرا دو مثلث هم نهشتند؟

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \hat{D} \\ AO &= DO \\ \hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \end{aligned} \Rightarrow \triangle AOB = \triangle DOC \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = \hat{C} \\ AB = DC \\ OB = OC \end{cases}$$

قائمه هستند.
فرض مسئله
متقابل به رأس



$$\begin{aligned} AC &= AC \\ AB &= AD = 3 \text{ cm} \\ BC &= DC = 3 \text{ cm} \end{aligned} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle ADC$$

ضلع مترک

با توجه به اینلیم هندسه‌ی دو ری نوسنگی اول باعث سه دلیل است

$$\left. \begin{array}{l} EC = FC \\ AC = AC \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{فقر متعون ساز} \\ \text{میاند} \end{array}$$

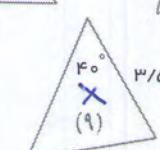
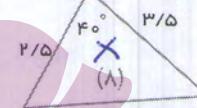
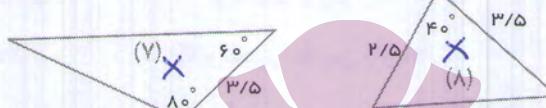
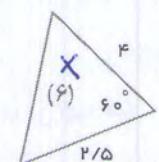
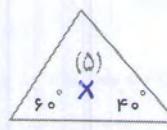
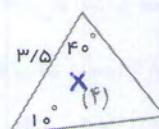
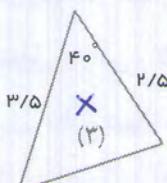
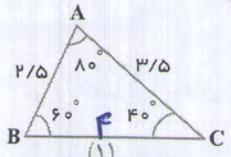
میاند

$$AEC = AFC$$

سمت روم

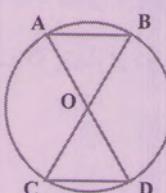
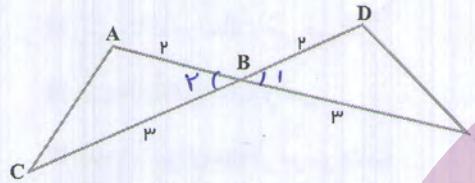
۱- مشخص کنید مثلث ABC با کدام مثلث و در چه حالتی برابر است.

اصلاح سور



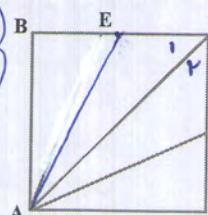
۳

۲- با توجه به شکل مقابل چرا $AC = DE$ ؟



۳- با توجه به شکل مقابل چرا $AB = CD$ ؟

۴- چهارضلعی ABCD، مربع است و نقاط E و F در وسط اضلاع BC و CD قرار دارند اگر E وسط ضلع BC از مربع و F وسط ضلع CD از مربع باشد، چرا دو مثلث ABE و ADF هم نهشتند؟

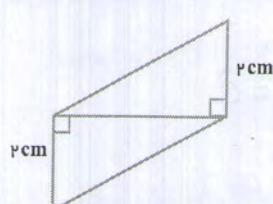


چون فرض $BE = DF$ و $AB = AD$ و $\angle B = \angle D = 90^\circ$

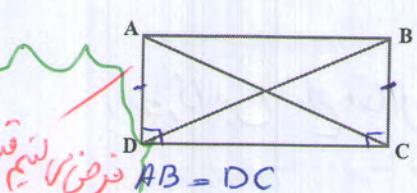
چرا دو مثلث AEC و ACF هم نهشتند؟

چون $AE = AF$ و $AC = AC$ و $EC = FC$

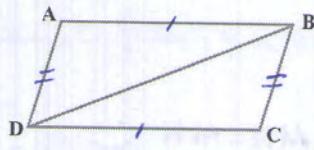
$\triangle ACF \cong \triangle AEC$



۵- دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید و تساوی اجزای متناظر دو مثلث را مشخص کنید.



۶- چهارضلعی ABCD مستطیل است. چرا قطرهای مستطیل با هم برابرند؟



۷- چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است.

چرا زاویه‌های مقابل (\hat{C} و \hat{A}) مساوی‌اند؟



۸- AH هم نیمساز زاویه A است و هم به ضلع BC عمود است.

چرا دو مثلث AHB و AHC با هم قابل انطباق‌اند؟

۹۱- تعریف نیم‌ساز

$A_1 = A_2$
 $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$
 $AH = AH$

میاند

$\triangle ABH \cong \triangle ACH$

مرور فصل

۳

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

■ اجزاءی متناظر ■ متقابل به رأس ■ مثلث‌های همنهشت یا قابل انطباق

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

■ نام‌گذاری زاویه ■ نام‌گذاری پاره خط، نیم خط و خط

■ نوشتن رابطه بین زاویه‌ها ■ نوشتن رابطه بین پاره خط‌ها

■ دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس ■ نتیجه‌گیری از چند تساوی درست

■ رسم مثلث در حالت ض ض ض ■ رسم مثلث در حالت ض ض ض

■ رسم مثلث با تبدیل به یکی از سه حالت ترسیم ■ رسم مثلث در حالت ز ض ز

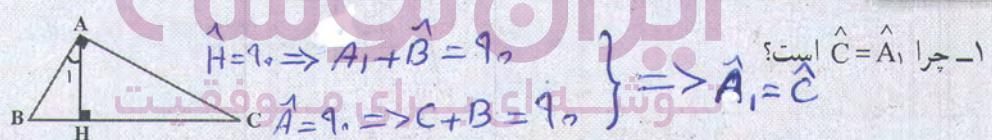
■ بیان استدلال تساوی دو مثلث به زبان ریاضی ■ تساوی اجزاءی متناظر در دو مثلث

کاربرد

کاربرد این درس را در فصل‌های ششم (بردار) و نهم (ترسیم‌های هندسی) خواهید دید. ضمن آنکه در کشیدن شکل‌های هندسی،

گرافیک کامپیوتر، طراحی و نیز کاربرد دارد.

تمرین‌های ترکیبی



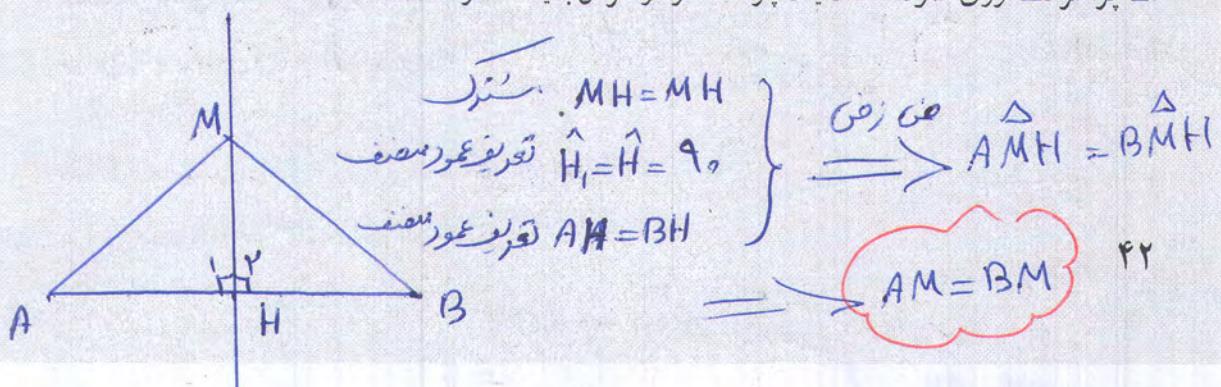
۱- چرا $\hat{C} = \hat{A}_1$ است؟

۲- الف) مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی‌متر و یک زاویه آن 30° درجه باشد.

ب) ضلع رو به رو به زاویه 30° را اندازه بگیرید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

راطیقی بین ضلع متقابل به زاویه 90° و ترکیبی قائم الکوم بوسیلی نماید

۳- چرا هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن به یک اندازه است؟



۴۲



جبر و معادله

۲ فصل

لردن توشه

و شنیدن برای موفقیت

- الگوهای عددی
- عبارت های جبری
- مقدار عددی یک عبارت جبری
- معادله

تبديل مسائل زندگی روزمره به عبارت ها و معادله های ریاضی را مدل سازی می گویند. برای مثال هزینه کرایه یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابت برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت. بنابراین $C = a + nb$ می توان هزینه اتوبوس را به صورت یک عبارت جبری به صورت

نمایش داد. حروف c , b , a و n به چه معنی هستند؟

- ۱- بیوانند از حروف در بیان روابط ملی و خواهد استفاده کنند.
- ۲- از حروف برای بیان روابط‌هندسی و ریاضی مثل مساحت و محیط استفاده کنند
- ۳- عبارت‌های جبری را بناشند و همکام ساخته کردن عبارت‌ها، جملات، متسابه را تشخیص دهند
- ۴- صنایع عدی در عبارت دارند
- ۵- مقدار عدی که عبارت جبری را محاسبه کند
- ۶- معادله را بناشدو روشن حل معادله را بداند
- ۷- باز هم در عبارت سازی مسئله را حل کنند



۱) بحث با الگوی عددی سرچشمه ای "متغیر رسمی" و دامنه ای "متغیر رله" دارد.

۲) رابطه ای مربوط به هر شکل را بدست آورید.

۳) در مفهوم به ازای

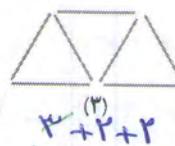
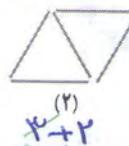
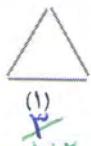
الگوهای عددی

۱- شکل ها به همین ترتیب ادامه پیدا می کنند. با توجه به آن جدول را کامل کنید. ابتدا شکل های چهارم و پنجم را رسم کنید.

$$= \text{تعداد چوب} \times 2$$

$$= \text{تعداد چوب} \times 3$$

$$= \text{تعداد} = 1 + 2n$$



(۴)

(۵)

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد چوب کبریت	۳	۵								

$$3+2+2+2$$

$$3+2+2+2+2$$

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می کنید، توضیح دهد چه رابطه ای بین شماره شکل و تعداد چوب کبریت ها وجود دارد.

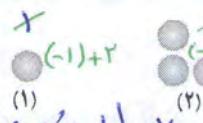
$$3+(2+2+2+\dots+2) = 3+18=21$$

دارد. تعداد چوب کبریت های شکل دهم را پیدا کنید.

$$= \text{تعداد} = 3+(n-1)\times 2$$

شکل n چند چوب کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب کبریت ها را بر حسب n بنویسید.

۲- اکنون با توجه به شکل های زیر و الگویی که مشاهده می کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



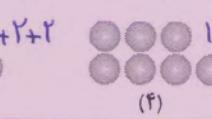
$$= \text{تعداد} = (-1)+2$$



$$= \text{تعداد} = (-1)+2$$



$$= \text{تعداد} = 1+2+2$$



$$= \text{تعداد} = 1+2+2+2$$



$$= \text{تعداد} = 1+2+2+2+2$$

$$= \text{تعداد} = (-1)+2+2+2+\dots+2$$

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	n
تعداد دایره								

$$= \text{تعداد} = (-1)+2n$$

۳- یک تشک کشته بی شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

۱	۴	۹	۱۶	۲۵	۳۶	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۹}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۲۵}$	a
محیط تشک	۱۶	۲۶	$21\frac{1}{3}$	۳۲	۴۰	$4a$				

$$= \text{تعداد} = 2n-1$$



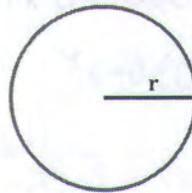
در فعالیت بالا، محیط یک مربع به اندازه a ، برابر با $4a$ است. حرف a یک متغیر نامیده می شود. در

جب، متغیرها، نمادهایی برای بیان عدههای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص هستند.

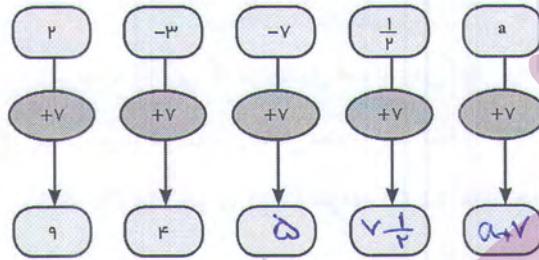
۱- در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

$$\text{مساحت } S = \pi r^2 = \frac{3}{4} \times \pi \times r \times r$$

$$\text{محیط } p = 2 \times r \times \pi = 2\pi r$$



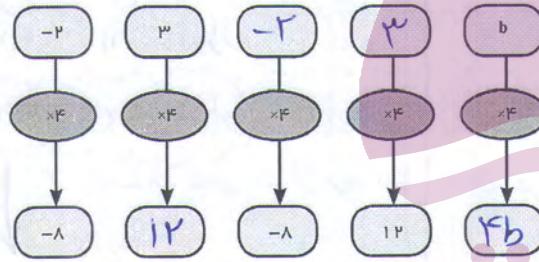
اول کلامی بیان شود



۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

به فارسی توضیح دهید: هروروری را بعلاوه ۷
می‌لند، اعداد داخل کادر اول را لا و اعدا فراخین
می‌دهد.

نمودارها را کامل کنید.

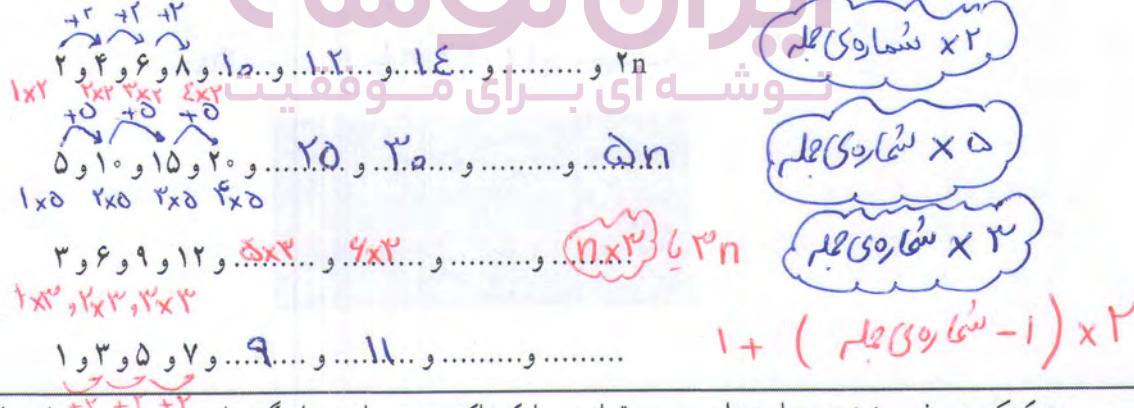


۳- این نمودار چه کاری انجام می‌دهد؟

توضیح دهید: اعداد داخل کادر اول را در عد
جمع رضرب می‌لند

نمودارها را کامل کنید.

۴- جمله n ام الگوهای عددی را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.



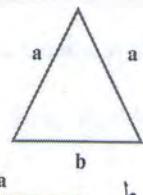
به کمک حروف و نوشتن عبارت‌های جبری قوانینی را که تاکنون در ریاضی یاد گرفته‌اید و به صورت عبارت کلامی بیان می‌کردید را می‌توانید به صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع خاصیت جابجایی دارد. یعنی $a + b = b + a$ است. حالا معنی هر تساوی را بیان کنید.

$$a + \circ = a$$

$$a \times b = b \times a$$

$$1 \times a = a$$

$$1 + 2 + 2 + 2 + \dots + 2 = 1 + \underbrace{2 + 2 + 2 + \dots + 2}_{n-1} \rightarrow 1 + (n-1) \times 2$$



۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با a و قاعده را با b نشان می دهیم.

الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می دهیم؟ جون باهم برابر هستند



$$P = a + a + b \rightarrow P = 2a + b \text{ محیط}$$

$$S = a \times b \rightarrow S = \text{مساحت}$$

ب) محیط مثلث را به دست آورید.

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.

↓ ↓
عرض × طول

۲- هزینه چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می شود: ۳۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر کارت. هزینه چاپ

$$\begin{aligned} & 8 \times 10 + 300 = 380 \rightarrow \text{تومان} \\ & 10n + 300 \end{aligned}$$

کارت چقدر می شود؟

هزینه چاپ تعداد n کارت چقدر می شود

۳- حمید هر روز چند صفحه قرآن می خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در یک روز می خواند، تعداد صفحاتی را که او در یک هفته می خواند با یک عبارت جبری نشان دهد.

۴- هزینه ورودی یک اردوگاه برای هر مدرسه ۲۰۰/۰۰۰ هزار تومان و برای هر نفر ۱۰۰۰ تومان است. هزینه این اردوگاه

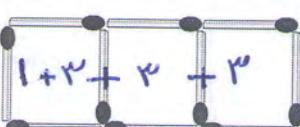
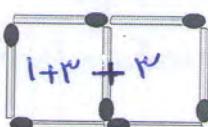
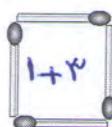


را برای مدرسه‌ای که تعداد دانش آموزان a است، با یک عبارت جبری بنویسید.

$$\begin{aligned} & 1000 \times a + 200,000 \\ & + \text{تعداد دانش آموزان} \times 1000 \end{aligned}$$

۵- جمله n ام الگوهای زیر را بنویسید.

$$\begin{aligned} & \text{نابت} \rightarrow \frac{1}{n} \rightarrow \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n} \\ & \text{شماره‌ی سُل} \rightarrow \frac{1}{n} \rightarrow \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{n} \\ & \text{شکل } n \text{ چند چوب} \rightarrow \text{کربیت خواهد داشت?} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & \text{چوب} / \text{کربیت} \text{ها سرمه} / \text{اصفهان} \text{ سرمه} \text{ لست} \\ & \text{شکل } n = \text{سُل } n \text{ ام} \end{aligned}$$

۷- اگر عدد x وارد نمودارهای زیر شود چه عددی خارج می شود؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.

$$\begin{array}{ccccccc} x & \xrightarrow{\times 3} & 3x & \xrightarrow{+2} & 3x+2 & \rightarrow & x \times 3 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & & x \times 3 & \text{در عدد } 3 \text{ ضرب شد} \\ & & & 3x+2 & \text{حاصل } 3x \text{ با عدد } 2 \text{ جمع شد} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} x \\ \downarrow \\ x+2 \end{array} \quad \begin{array}{c} (x+2) \text{ را بر عدد } x \text{ جمع کرد} \rightarrow \text{ این عدد را جمع کرد} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ (x+2) \times 3 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{حاصل } (x+2) \text{ را بر عدد } x \text{ ضرب کرد} \rightarrow \text{ این عدد را ضرب کرد} \end{array}$$

عبارت های جبری

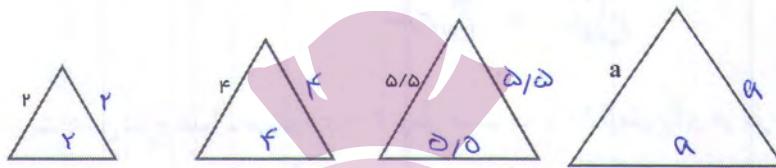
$$p = a + a + a + a$$

a

- ۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید.
در درس قبل محیط مربع به صورت $4a$ نوشته شده، درستی تساوی زیر را توضیح دهید.

$$a+a+a+a=4a$$

- ۲- محیط مثلث متساوی الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.

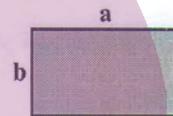
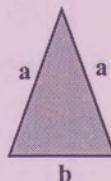


$$2+2+2=3 \times 2$$

- ۳- حالا محیط مثلث متساوی الساقین و مستطیل را به دست آورید.

$$p = a + a + b = 2a + b$$

$$p = a + a + b + b = 2a + 2b$$



چرا می توانیم a را با a جمع کنیم؟ چون هر دو از هم جنس هستند
آیا می توانیم a را با b جمع کنیم؟ خیر، چون از هم جنس نیستند

ایران تو شن

روشهای برای موفقیت

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه هایی



از عبارت های جبری آورده شده است :

$$3x - 7 + \frac{p}{q} \quad \text{و } 5z \quad \text{و } 5n \times m \quad \text{و } 4 + \frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت «» یا پرانتز برای حاصل ضرب بین آنها استفاده می شود و از نماد « \times » پرهیز می گردد، زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی « \times » بعنوان یک متغیر اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر x و y را به صورت های مختلف نمایش داده ایم که همگی آنها، یکسان اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند :

$$xy, x \cdot y, x(y), (x)y, (x)(y)$$

ضرب (و تغییر)

۱- در بعضی از کشورها میوه را به صورت دانه‌ای می‌فروشنند. اگر قیمت هر سیب را با a و قیمت هر گلابی را با b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

$$3a + 2b \quad \text{قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی:} \quad Vb \quad \text{قیمت ۷ گلابی:} \quad 5a \quad \text{قیمت ۵ سیب:}$$

اگر فردی از میوه‌فروشی در یک روز ۳ سیب خریده باشد و در روز بعد ۲ گلابی خریده باشد مجموع هزینه

$$3a + (2a + 4b) = (3a + 2a) + 4b \quad \text{این دو خرید چقدر می‌شود؟}$$

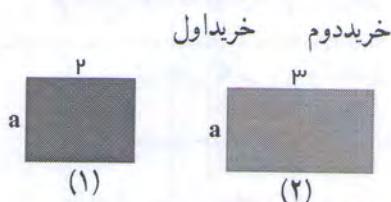
$$5a + 4b = \text{هزینه}$$

* چون سیب‌ها آزاد جیسین هم باشند پس عکل

جمع کردن می‌باشند

(رسک و زری)

۲- (الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.



$$S_1 = 2a \quad \text{مساحت مستطیل (1)} \quad S_2 = 3a \quad \text{مساحت مستطیل (2)}$$

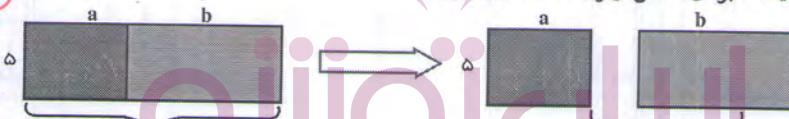
$$S = S_1 + S_2 = 2a + 3a = 5a$$

ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته‌ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه بدست آمده است؟

چون عرض‌ها باهم برابرند پس مستطیلی به عرض a و طول $2+3=5$ داریم

ج) پاسخ‌های الف و ب را باهم مقایسه کنید. هساوی است

۳- مانند فعالیت ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.



$5a + 4b = 5(a+b)$

آنرا کنار بینویسیم

توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می‌توان یک عدد پرانتز را در جمله‌های آن ضرب کرد.

توضیحاتی برای معرفت

هر کدام از عبارت $2a$, $3a$, a , ab , $8b$ و $5b$ یک جمله است. دو جمله $3a$, a و $3a$ متشابه‌اند اما ab و $8b$ متشابه نیستند. برای ساده کردن عبارت‌های

چیری، فقط جمله‌های متشابه را باهم در نظر می‌گیریم و آنها را باهم جمع یا تفریق می‌کنیم. لازم به ذکر است که در ساده کردن یک عبارت جبری،

استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس‌های گذشته خوانده‌اید مانند ضرب عدد های منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت رعایت

شود. خاصیت جابه‌جایی اعمال جمع و تفریق با یکدیگر، خاصیت شرکت پذیری ضرب و عدم اهمیت پرانتز، $a(bc) = a(b)c$ الزامی است.

حاصل عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$(3n+1)+(2n+1) = 3n+1+2n+1 = 5n+2 \quad (4n-7)+(7n+4) = 4n-7+7n+4 = 11n-3$$

$$3a-8b+6a+4b = 9a-4b \quad 7a+6a-2a+3b = a+10b$$

$$4x-6y+1-3x+2y+7 = x-4y+8 \quad 2x-4y+7-3x+2y+1 = -x-2y+8$$

(اصناف گردن علامت جمع)

۴۸

$$4x+(-4y)+1+(-3n)+2y+7$$

$$(-4y)+(2y)+(1+7)$$

$$(4x+(-3n))+((-4y)+(2y))+(1+7)$$

(سته‌ندهی)

$$(4x+(-3n))+((-4y)+(2y))+(1+7)$$

حلی اول

حلی دوم

$$3(2x+5y) = 3 \times (2x) + 3 \times (5y)$$

$$= (3 \times 2)x + (3 \times 5)y$$

$$= 6x + 15y$$

۱) رسمی
۲) فاکتوری

۳) ساده نویسی و انجام عملیات های جمع و تفریق

در زیر نحوه جمع کردن جملات مشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

$$6x+5y-4x+8y = (6x-4x)+(5y+8y) = (6-4)x+(5+8)y = 2x+13y$$

همچنین نحوه ضرب کردن یک عدد در پرانتز مشخص شده است.

$$3(2x+5y) = 3 \times 2x + 3 \times 5y = 6x + 15y$$

$$-(3x-5y) = -1 \times 3x - 1 \times (-5y) = -3x + 5y$$

$$(-1) \times (2x + (-5y)) = (-1) \times (2x) + (-1) \times (-5y)$$

توضیح دهد که چگونه از روی عددهای صحیح که در فصل اول آموختید، برای ساده کردن عبارت های جبری استفاده می کنید.

$$(-1 \times 3)x + (-1 \times (-5))y = -3x + (+5y) \quad (6)$$

$$= -3x + 5y$$

الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد

$$\frac{2}{3}P \quad (p) \quad \text{ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر } \frac{5}{2} \quad \text{د) دو سوم محیط (p)}$$



۲- فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک چادر ۵d + ۴s تواند تا میانه بندی ملی مد و لباس اسلامی - ایرانی معرفی شده است، خریداری کند قیمت این چادر ۴s + ۵d است. اگر او در حال حاضر ۴s تومان داشته باشد و هر هفته ۱۰ تومان به پوش اضافه شود چند هفته طول می کشد تا بتواند پول آن را فراهم کند؟ **۷ هفته طول می کشد**

۳- یک عبارت کلامی برای عبارت های جبری زیر بنویسید.

$$4x-7 \quad a+b \quad 7x$$

$$4) \text{ محیط و مساحت شکل ها را به صورت جبری بنویسید.} \quad p = 2(3a+2b)$$

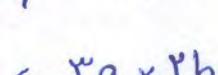
$$p = 2(w+l) \quad S = wl$$

$$p = 2a+b$$



$$p = 9a + 8b \quad S = 9ab$$

$$p = 9a + 8b \quad S = 3a \times 2b$$



۵- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$1) 3a-8+7a+9b = 10a + 9b - 8$$

$$2) 2p+4t-2p+7t = p + 11t$$

$$S = (3 \times 2)ab$$

$$3) (4n-7)+(5n+9) = 9n - 1$$

$$4) (2x-8)-(3x+7) = -x - 15$$

$$S = 4ab$$

$$5) 4(2x-1)+3x-7 = 11x - 11$$

$$6) 2x-7-(4x+8) = -2x - 15$$

$$7) 6-7e+9h-2h+5e = -2e + 7h + 4$$

$$8) 4(y+x+2)-8(x-6+1) = 4y - 4x + 48$$

$$9) 4x+7y-8x+2y+6x = 2x + 9y$$

۶- کدام عبارت جبری زیر را می توان به صورت ساده تری نوشت؟

$$1) t+5t = 6t$$



$$2) -u-3v+4$$

نمی توان

$$3) 3z+9y$$

نمی توان

$$4) 7m-9n$$

نمی توان

برابر بول علی

بیشتر بیشتر

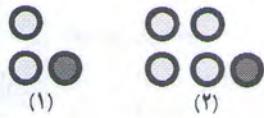
$8n - V$

مقدار عددی یک عبارت جبری

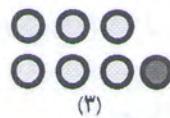
۱- به شیوه شمارش تعداد دایره ها توجه کنید. چه رابطه ای بین آن و شماره شکل ها وجود دارد؟



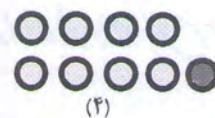
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

(n)

$2 \times 1 + 1$

$2 \times 2 + 1$

$2 \times 3 + 1$

$2 \times 4 + 1 \dots$

$2 \times n + 1 \dots$

$n = 4 \rightarrow 3 \times 4 - 5 = 7$

$n = 10 \rightarrow 3 \times 10 - 5 = 25$

الف) تعداد دایره های شکل ۴ و شکل n را بنویسید.

ب) تعداد دایره های شکل دهم را پیدا کنید.

۲- اگر جمله n یک الگو باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳- عبارت $2n - 7$ را به ازای عدد های داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

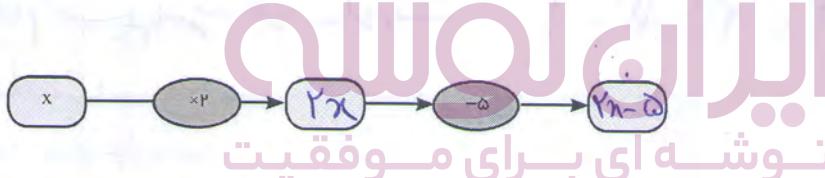
n	1	3	0	8	-5	-7	$\frac{3}{2}$
$2n - 7$	$2 \times 1 - 7 = -5$	-1	-7	9	-17	-21	-4

$$\begin{aligned} & 2 \times \frac{3}{2} - 7 \\ &= 3 - 7 \\ &= -4 \end{aligned}$$

۴- برای پیدا کردن محیط تشك کشتی رابطه $p = 4a$ را نوشته اید. محیط یک تشك کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

$p = 4 \times 5 = 20$

۵- در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت های جبری نمودار را کامل کنید.



$2x - 5$



$2 \times 3 - 5 = 6 - 5$

$= 1$

در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عدد های معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت

به دست می آید. در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته اید، رعایت

کنید. در مثال زیر به نحوه ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$$a - (a - 2b) \quad a = 5, \quad b = 3$$

الویه های را دری
سرور

$$5 - (5 - 2 \times 3) = 5 - (5 - 6) = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6$$

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $t=6$, $s=3$ محاسبه کرده‌اند. کدام یک پاسخ را درست

به دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید.

است^ف هزارما سین حسینی علمی

$$\begin{aligned} \text{الوقت‌ها} &= 3 : \text{حسین} \\ &= 3 \times (6+27 \div 3) \\ &= 3 \times (6+9) \\ &= 3 \times 15 = 45 \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{حسن ابتدا} &= 3 : \text{حسن} \\ &= 3 \times (6+27 \div 3) \\ &= 3 \times (33 \div 3) \\ &= 3 \times 11 = 33 X \end{aligned}$$

$$\frac{4a-1}{1+2a} = \frac{4x^2 - 1}{1+2x^2} = \frac{1-1}{1+4} = \frac{0}{5} \quad \text{به دست آورید.}$$

$$\begin{aligned} \text{مسطیل مقابله} &= 3 \\ \text{مساحت} &= n(n+3) \\ \text{اگر } n=4 &\text{ باشد، مساحت مسطیل را پیدا کنید.} \\ 4 \times (4 \times 4 + 3) &= 4 \times 11 = 44 \end{aligned}$$

۳- مستطیل مقابله را در نظر بگیرید.

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=3$ و $y=4$ به دست آورید.

$$\begin{aligned} x(y \times y - 8) \div 12 &= \\ 3x(4 \times 4 - 8) \div 12 &= \\ 3 \times 8 \div 12 &= 24 \div 12 = 2 \end{aligned}$$

جواب است

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=2$ و $y=3$ پیدا کنید.

$$3(2x-3y)-5(x-2y) = 3 \times (4-9) - 5(2-4) = -15 + 20 = 5$$

$$3(2 \times 2 - 3 \times 3) - 5(2 - 2 \times 3) =$$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای عده‌های داده شده، پیدا کنید.

$$3(2x-3y)-5(x-2y) = 9x-9y - 5x+10y = 4x+y = 2+3 = 5$$

از مقایسه جواب‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ برای سارس کارمند کوئی ابتدا عبارت‌های

جبری را ساده نویسی (محصر نویسی) نمی‌سین حاصل را بسته اوریجی

۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد k کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰ تومان و s کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام

$$V_{000} k + V_{000} s$$

۲۰۰۰ تومان خریداری می کند.

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید.

ب) اگر سارا ۳ تا کتاب نو و ۶ کتاب دسته دوم خریده باشد، مجموع خرید سارا را پیدا کنید.



۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب های خطی و چابی داشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی را (مخصوصاً کتاب های قرن های دوم تا هفتم هجری) نگهداری می کند. اگر m نسخه خطی و n نسخه چابی در این کتابخانه نگهداری شود و از هر نسخه خطی 2 میکروفیلم و از هر نسخه چابی یک میکروفیلم تهیه شده باشد، تعداد کل میکروفیلم ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

$$2m+n$$

اگر ۱۰۰ نسخه خطی و ۵۰۰ نسخه چابی وجود داشته باشد، تعداد کل

$$2 \times 1000 + 500 = V_{000}$$

میکروفیلم ها را پیدا کنید.

۳- مقدار عددی عبارت های جبری را به ازای عده های داده شده به دست آورید.

$$m+(n-1)(n-1)$$

$$m=3$$

$$n=-4$$

$$-6x+y(x-y)$$

$$x=8 \quad y=1$$

$$3 + (-\frac{4-1}{-5})(-\frac{4-1}{-5}) = 3 + 25 = 28$$

$$-48 + 1(4-1) = -48 + 1 = -47$$

$$\begin{array}{c|cc|c} a & 2 & -5 & \frac{3}{4} \\ \hline a+7 & 9 & 2 & \frac{3+7}{4} = \frac{10}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc|c} b & 3 & -3 & 0 \\ \hline -3b+4 & -5 & 13 & 4 \\ & \hline & 5 & \frac{1}{2} \end{array}$$

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانشآموزان پایه هفتم را جهت بازدید از شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینه بلیط قطار

توضیحات رای موفقیت

برای هر دانشآموز از تهران تا خرمشهر، سی هزار تومان است.

الف) هزینه خرید بلیط برای a دانشآموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر مدرسه دارای ۱۲۰ دانشآموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیط قطار دانشآموزان چقدر باید پردازند؟

$$30000 \times 120 = 3400000$$

۵- مقدار عددی عبارت های جبری را به ازای عده های داده شده به دست آورید.

$$\begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases}$$

$$4x-3y+7x-2(2x-y+3)$$

$$= 11x - 3y - 8x + 2y - 6$$

$$= vx - y - 6$$

$$= V_0 - 20 - 6$$

$$= 80 - 6$$

$$= 84$$

$$\begin{cases} x=1/7 \\ y=-1/6 \end{cases}$$

$$2(x-3y+1) - (2x-6y-3)$$

$$2x - 6y + 2 - 2x + 6y + 3$$

$$= 5$$

معادله

کلامی: حول P محل اس

۱- محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟

$$P = 4a$$

در تساوی مقابله عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟ $\text{به جای } P$

چه چیزی مجھول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟ صلع مربع

$$4a = 12$$

این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟

۲- حالا می خواهیم بینیم پاسخ رابطه $6n + 7 = 37$ یعنی چه عددی به جای n در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای

این کار به جای n عدهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵	۶
$6n + 7 = 37$	$6 \times 3 + 7 = 25 \neq 37$	$25 + 7 \neq 37$	$30 + 7 = 37$	$34 + 7 \neq 37$

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟ عدد ۵

$$n = 5$$

پاسخ معادله چیست؟

تعریف معادله

یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عدها به تساوی عددی تبدیل شود، یک معادله نامیده می شود.

برای مثال $12 = 4n + 7$ معادله هستند. جواب های معادله همان بعضی از عدها هستند که تساوی عددی را

برقرار می کنند.

توشه ای برای موفقیت

پاسخ معادله های زیر را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

$$8x - 7 = 17$$

$$5(x + 2) = 40$$

$$xxx = 4$$

$$x = 3$$

$$x = 4$$

$$n = 2$$

$$n = -4$$

دقت نمود

آیا حدس زدن و آزمایش کردن راه حل مناسبی است؟ خیر زیرا صولامر اس

و خنثی اوقات رسیدن به جواب غیر ممکن اس

۱/۱

۱- به دو طرف تساوی عددی زیر عدهای را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{c} 4=4 \\ +3 \downarrow \\ 4+2=?=4+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 4=4 \\ -7 \downarrow \\ -7+\varepsilon=-7+\varepsilon \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 4=4 \\ +1/0 \downarrow \\ \varepsilon+1/0=\varepsilon+1/0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 4=4 \\ -\frac{2}{3} \downarrow \\ 4+(-\frac{2}{3})=\varepsilon+(-\frac{2}{3}) \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ لیکن توانیم مقادیر لحاظ را به دو طرف معادله اضافه نماییم

$$a=b \Rightarrow a+c=b+c$$

۲- دو طرف تساوی زیر را در عدهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟ اصلاح سود

$$\begin{array}{c} 8=8 \\ \times 3 \downarrow \\ 3 \times 8=3 \times 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 8=8 \\ \times -2 \downarrow \\ 8 \times (-2)=8 \times (-2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 8=8 \\ \times 1/0 \downarrow \\ 1 \times (1/0)=1 \times 1/0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 8=8 \\ \times \frac{3}{4} \downarrow \\ 1 \times \frac{3}{4}=1 \times \frac{3}{4} \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ دو طرف دو تساوی را در عدهای مختلف ضرب کنیم

۳- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه فوق استفاده شده است تا معادله حل شود.

$$2x-1+1=7+1$$

$$2x=1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2x = 1 \times \frac{1}{2}$$

$$x=4$$

مراحل حل معادله بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x-1=7 \rightarrow 2x=7+1=8 \rightarrow x=\frac{8}{2}=4$$

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$-8=2x+4 \Rightarrow x=-4$$

$$2x-4=x \Rightarrow x=4$$

$$3x-4=x \Rightarrow x=1$$

$$9=4x-7 \Rightarrow x=4$$

$$3+4x=11 \Rightarrow x=2$$

$$x-6=10 \Rightarrow x=14$$

$$2x-4=x$$

$$\Rightarrow 2x-4-x=x-x$$

$$\Rightarrow x-4=0$$

$$\Rightarrow x-4+4=0+4$$

مقادیر را زیر طرف ببرید

دو طرف مقادیر و اضافه کنید

$$12x + 3/4 = 30 \Rightarrow 12x = 29.4 \Rightarrow x = 2.4$$

$$(n-2) + x + (n+2) = -42 \Rightarrow x = -14$$

عدد زوج مسخر

۳

همان طور که در مقدمه شروع کتاب بیان شد، راهبرد روش های نمادین کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از حروف را آموخته اید، مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

اصلاح نسخه

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفسه را در باغچه ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم عریق گل تا اضافه آورد او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفسه کاشته است؟

x : تعداد بنفسه ها در هر متر مربع

$$4x + 4 = 100$$

$$4x = 100 - 4 = 96$$

$$x = 96 \div 4 = 14$$

تبدیل عبارت کلامی مسئله به عبارت جبری (تشکیل معادله):

حل معادله:

۳

۱- معادله های زیر را حل کنید.

$$1) 2x - 3 = -9 \Rightarrow x = -3 \quad 2) 3x + 5 = 14 \Rightarrow x = 3 \quad 3) 3x - 2 = 10$$

$$4) 2x + 7 = 1 \quad x = -3$$

$$5) 7 + 2x = -8 \rightarrow x = -\frac{15}{2} \quad 6) 3x - 1 = 10 \rightarrow x = \frac{11}{3} \quad 7) 2x - 4 = x - 3$$

$$8) x - 1 + 3x = 6x - 7 \rightarrow x = 3$$

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به طور

$$4x + 10 = 100 \Rightarrow x = 15$$

متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- محسن برای خرید ۸ مداد ۴۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۴۰۰ تومان پس گرفت. قیمت از آن مداد چند تومان بوده است؟

۴- از یک توب پارچه ۳۰ متری ۱۲ دست کت و شلوار دوخته شده و $\frac{3}{6}$ متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند

$$\text{متر پارچه مصرف شده است؟}$$

$$x = \frac{1}{2} \times \frac{x-3}{3} \rightarrow x = 15$$

۵- آیا $x=2$ جواب معادله $\frac{1}{2}x = 1$ است؟ چرا؟

$$6- آیا x = 3 \text{ جواب معادله } x - 3x = 9 + 9 = 18 \neq 0 \text{ است؟ چرا؟}$$

۷- احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد

$$x + (n+4) = 36 \Rightarrow x = 15$$

کتاب صحافی کرده است؟

$$\frac{21}{15} = 1.4 \quad \text{بهمن} = 15$$

حل سه تمرین زیر برای همه دانش آموزان الزامی نیست.

۸- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن ۴۲- شود.

۹- دو عدد متوالی را بگونه ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر ۱۹ گردد.

۱۰- چهار عدد صحیح فرد متوالی را بگونه ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد ۸۰- گردد.

$$x + (n+1) + (n+3) + (n+5) = 10$$

۵۵

$$5x = -10 - 12 = -22$$

$$x = -23$$

$$(-23) + (-21) + (-19) + (-17) = 10$$

$$\frac{14x}{14x} = \frac{118}{118}$$

$$\frac{3800}{y} = \frac{48}{118}$$

کالری باید سوزاند

روش دوم

$$14x = 14000 \Rightarrow x = 1000$$

مفاهیم و مهارت ها

در این فصل واژه های زیر به کار رفته اند. مطمئن شوید که می توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

■ الگوی عددی ■ عبارت جبری ■ متغیر ■ جملات مشابه ■ معادله

در این فصل روش های اصلی زیر مطرح شده اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس بنویسید.

■ پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن

■ نوشتن جمله a م یک الگو

■ تبدیل عبارت های کلامی به عبارت های جبری

■ تشکیل معادله و تبدیل مسئله های یک معادله

■ پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری

■ نوشت محيط و مساحت شکل ها با عبارت جبری

■ ساده کردن عبارت های درس با جمع و تفریق جملات مشابه ■ مفهوم معادله و جواب معادله

■ ضرب عدد در پرانتز

■ ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری

روش حل معادله

عد زوح و سط

روش حل معادله

راه ستر

روش حل معادله

راه ستر

۱، ۱، -۲، ۲، -۳، -۵ و -۱

کاربرد

مهم ترین کاربرد این درس حل مسئله با کمک راهبرد روش های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت ها و

قوانین است. از این درس در فصل بعدی استفاده زیادی برای بیان رابطه های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

ابراهیم توسلی

تمرین های ترکیبی

در صورتی که تمرین های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید این فصل را به خوبی فراگرفته اید.

تمرين های براي موفقیت

۱

۲

۳

۴

$$3(2x-y+1) - 4x+y-3 - (2x-y-7) = 6x - 3y + 3 - 4x + y - 3 - 2x + y + 7$$

$$-y + 7 = -2 + (-1) = -3$$

۲- معادله زیر را حل کنید.

$$2x - 3x + 2(x+2) = 14 \Rightarrow -x + 2x + 4 = 14 \Rightarrow x = 10$$

بالا

راه ستر

$$x + (x+2) + (x+4) + (x+6) = -10 \Rightarrow 4x + 12 = -10 \Rightarrow x = -\frac{22}{4} = -5.5$$

۳- چهار عدد فرد متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آنها -۸ شود.

$$1, -3, 1, -5$$

۴- شخصی با سوزاندن 3500 کالری، $\frac{1}{4}$ کیلوگرم از وزنش خود را کم می کند. میزان کالری ای که فرد باید در هر روز سوزاند تا در 2 هفته $1/8$ کیلوگرم از وزنش کم شود، چقدر است؟

حل دربارا

با

۵- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد.

$$2x - 1 = 7$$

۶- عددی را پیدا کنید که از روی $(n+1)$ واحد نتیجه حاصل برابر n باشد.

۵۶

۲ تمرین‌های دوره‌ای

۱- چهار عبارت جبری و چهار عبارت کلامی در زیر نوشته شده است. مشخص کنید که هر کدام از عبارات جبری

فوق، مربوط به کدام عبارت کلامی است :

۳(y-۳)

iii) ب) چهار برابر تفاضل y و ۳

$\frac{xy}{3}$

iii) حاصل ضرب x و y تقسیم بر ۳

n+5 (iv) $\frac{xy}{3}$ (iii) ۴(y-۳) (ii) $\frac{19}{3}$ (i)

n+5

۷ الف) پنج مقدار بیشتر از

$\frac{19}{3}$

ج) یک سوم عدد ۱۹

$$\begin{array}{r} -13 \\ -5x + 9 = -4 \\ \hline -9 \\ -4x - 6 = -10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ y + 3 - 18 = -1 \\ \hline 11 \\ -3 + 14 - 11 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -12 + 12 + 3 = 3 \\ 4 \\ -12 + 12 - 4 = 0 \end{array}$$

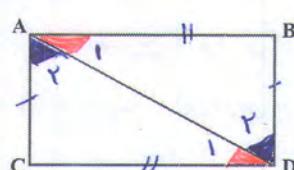
۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} 5f + 1f + 4 + 10f - 9 = 21f - 9 \\ -4(x+1) + 2(x+1) = -2x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3a + 7 + 3a - 10 = a - 3 \\ -6(y+x-1) + 3(1-x-y) = -9y - 4x - 10 \end{array}$$

۴- مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وترش ۵ سانتی‌متر و یک زاویه آن 30° باشد. در کدام حالت از رسم مثلث

استفاده کرده‌اید؟



۵- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید.

$$\left\{ \begin{array}{l} AC = DB \\ DC = AB \end{array} \right. \xrightarrow{\text{من زن}} \overset{\triangle}{ABD} = \overset{\triangle}{DCA} \quad ①$$

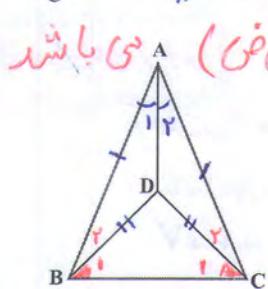
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{D}_2 = \hat{A}_2 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{(رضه) (رسانش)}} \overset{\triangle}{ABD} = \overset{\triangle}{DCA} \quad ②$$

$$\left\{ \begin{array}{l} DC = BD \\ AC = AC \\ AD = AD \end{array} \right. \xrightarrow{\text{روز (رسانش)}} \overset{\triangle}{ACD} = \overset{\triangle}{ADC} \quad ③$$

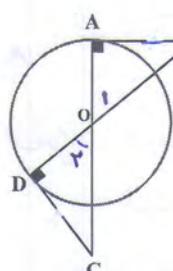
$$\left\{ \begin{array}{l} DC = BD \\ AC = AC \\ AB = AB \end{array} \right. \xrightarrow{\text{روز (رسانش)}} \overset{\triangle}{ABD} = \overset{\triangle}{ACD} \quad ④$$

$$\left\{ \begin{array}{l} DB = DC \\ AB = AC \\ AD = AD \end{array} \right. \xrightarrow{\text{روز (رسانش)}} \overset{\triangle}{ABD} = \overset{\triangle}{ACD} \quad ⑤$$

$$\left\{ \begin{array}{l} DB = DC \\ AB = AC \\ AD = AD \end{array} \right. \xrightarrow{\text{روز (رسانش)}} \overset{\triangle}{ABD} = \overset{\triangle}{ACD} \quad ⑥$$



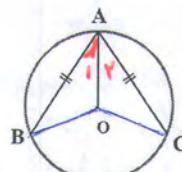
$$\left\{ \begin{array}{l} AB = AC \\ BD = CD \\ AD = AD \end{array} \right. \xrightarrow{\text{روز (رسانش)}} \overset{\triangle}{ABD} = \overset{\triangle}{ACD} \quad ⑦$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \\ OA = OD \end{array} \right. \xrightarrow{\text{روز (رسانش)}} \overset{\triangle}{OAB} = \overset{\triangle}{OBC} \quad (مرکز زایده است)$$

$$\xrightarrow{\text{افزایش متناظر}} AB = DC$$

$$\xrightarrow{\text{افزایش متناظر}} OB = OC$$

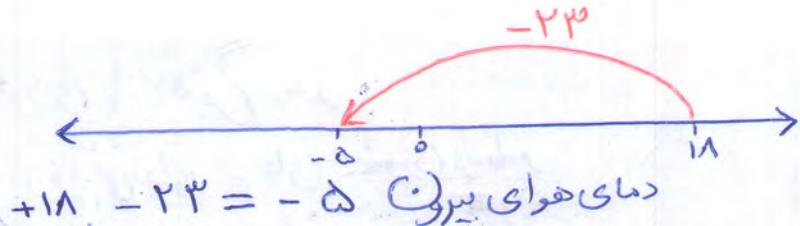


۸- می‌دانیم $AC = AB$ است؟ چرا OA نیمساز زاویه A است؟

مرکز زایده است (O)

$$\left\{ \begin{array}{l} AB = AC \\ OA = OA \\ OB = OC \end{array} \right. \xrightarrow{\text{(رضه) (رسانش)}} \overset{\triangle}{AOB} = \overset{\triangle}{AOC} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$

$$\xrightarrow{\text{ساعی}} \overset{\triangle}{AOB} = \overset{\triangle}{AOC}$$



۹- در ساعت ۷ صبح یک روز زمستانی دمای اتاق $+18$ درجه بود. فاطمه پس از این که مقدار دمای هوای بیرون را

از رادیو شنید، حساب کرد و گفت: هوای بیرون 23 درجه از اتاق سردر است. دمای هوای بیرون چند درجه بود؟

۱۰- جدول زیر را طوری کامل کنید که حاصل جمع هر ردیف و هر ستون و هر قطر -3° شود.

-12	-4	-4
-18	-10	-2
-14	-8	-8
-18		

-12	-14	-4	$= -3^{\circ}$
-2	-10	-18	$= -3^{\circ}$
-14	-9	-8	$= -3^{\circ}$
-2	-3°	-3°	$= -3^{\circ}$
-3°	-3°	-3°	

۱۱- یک ماشین عددساز با قانون زیر کار می کند.

$$3x + (-7)$$

«عدد ورودی را در $+3$ ضرب کن و حاصل را با -7 جمع کن»

با وارد کردن عدد $2 +$ به این دستگاه چه عددی خارج می شود؟

اصل اصول

$$3x - 7 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + \dots - 49 + 50 =$$

۱۲- حاصل عبارت رویه رو را به دست آورید.

$$(-1+2) + (-3+4) + \dots + (-49+50) = 20$$

علامت... یعنی عبارت به همین ترتیب ادامه پیدا می کند.

۱۳- با کارت های عدد به صورت $\begin{matrix} -7 & -5 & -3 & -1 & 0 & -2 & 4 & 6 \end{matrix}$ جاهای خالی را کامل

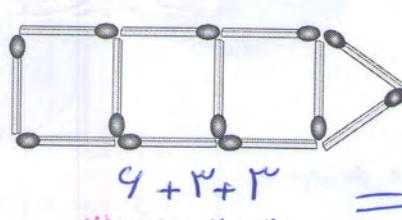
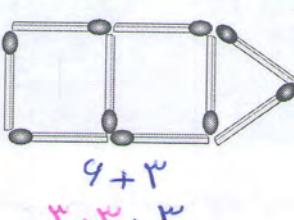
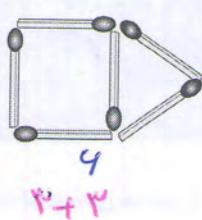
کنید.

$$\dots + (-1) = 5 \quad (-7) + \dots = 3 \quad (-5) + \dots = -1$$

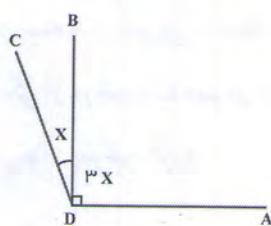
$$-7 + (-5) + (-3) + \dots = 5 \quad \text{بیشترین مقدار ممکن} = 9$$

$$(-7) + 9 = -1$$

۱۴- با توجه به الگویی که در ساختن شکل های زیر است، تعداد چوب کبریت های لازم برای شکل n ام را پیدا کنید.

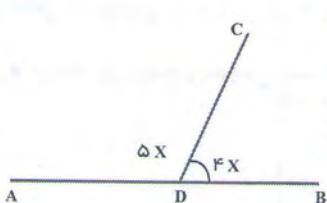


$$\Rightarrow 3n + 3$$



$$3x = 90$$

$$x = 30$$



$$9x = 180$$

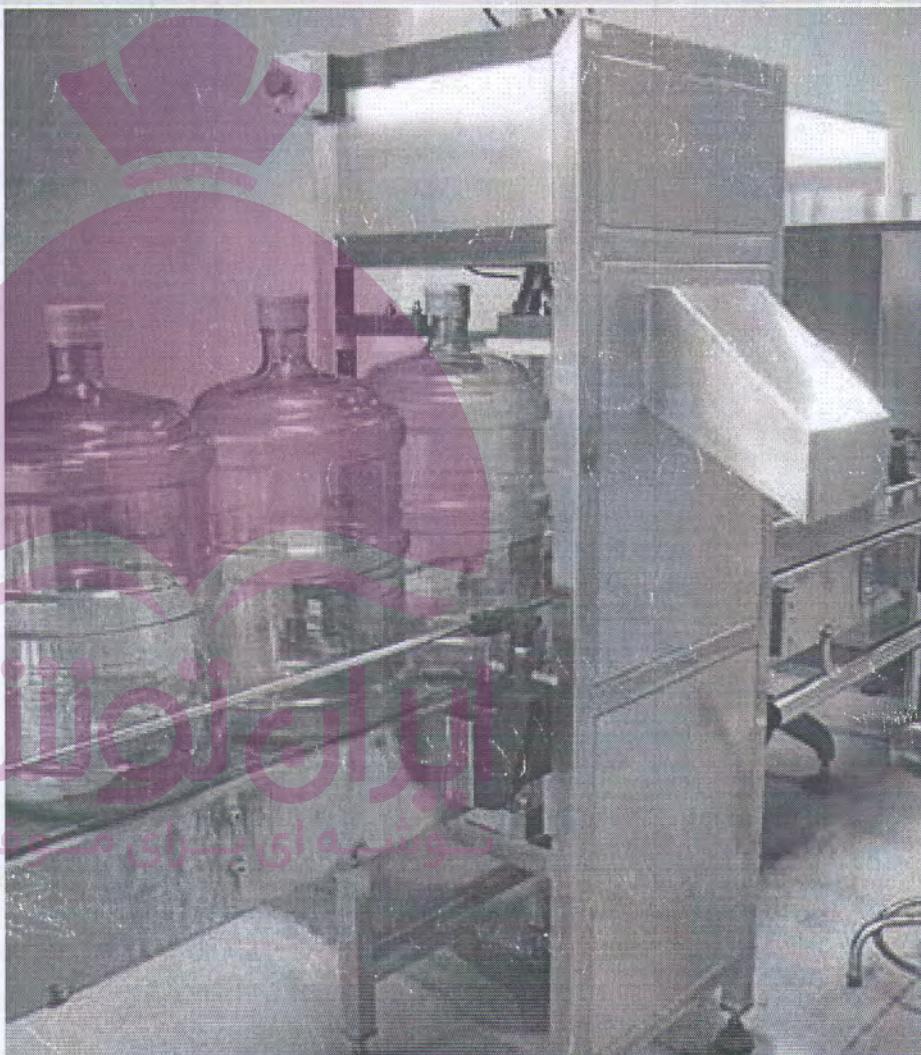
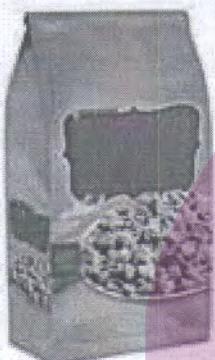
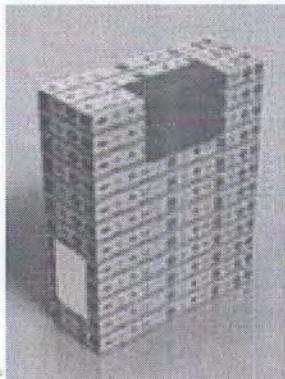
$$x = 20$$

۱۵- مقدار x را بسی (ورید) $3(n+1)$ اصل اصول
۵۸

- ۱- انواع حجم هندسی را تعریف (هد)
- ۲- مساحت و ویرگی های حجم های منشوری را بداند
- ۳- لسترهای حجم های منشوری را تعریف (هد)
- ۴- مساحت جانبی و کلی منشور را بتواند حساب کند
- ۵- در گروه استوانه کم منشور است

سطح و حجم

فصل ۵



- حجم های هندسی

- محاسبه حجم های منشوری

- مساحت جانبی و کل

- سطح و حجم

اهمیت بسته بندی محصولات غذایی کمتر از اهمیت تولید آن محصول نیست. برای مثال در بسته بندی شیرینی و شکلات کیفیت و ظاهر بسته بندی در فروش آن تأثیر زیادی دارد. یکی از موضوعات مهم در این بسته بندی ها رابطه بین سطح و حجمی است که با آن سطح می تواند به وجود آورد.

حجم‌های هندسی

هر حجم ماری سه بعدی اسب و حجم دارد



۱- به اطراف خود (کلاس - خانه - خیابان و ...) به دقت نگاه کنید.

آیا چیزی پیدا می‌کنید که حجم نداشته باشد؟

در تصویر مقابل چه نوع حجم‌هایی را می‌بینید؟

آیا همه آنها شکل هندسی دارند؟

آیا می‌توانید یک طبقه‌بندی از انواع حجم‌ها ارائه کنید؟

۱- کروی ۲- منشوری ۳- هرمی



حجم‌ها را می‌توان به دو دسته هندسی و غیرهندسی تقسیم کرد. حجم‌های هندسی شکل‌های مشخص و تعریف شده دارند. حجم‌های هندسی را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد: منشوری - کروی - هرمی. برخی از حجم‌های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع هستند.

۱- در تصویر فعالیت بالا حجم‌های هندسی را با ✓ و غیرهندسی را با ✗ مشخص کنید.

در حجم‌های هندسی نوع آن را تعیین کنید.

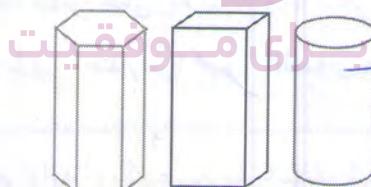
در حجم‌های ترکیبی نیز مشخص کنید که از چه نوع حجم‌هایی ساخته شده‌اند.

ابزارهای مکانیزم و مقاومت

۲- با توجه به شکل‌های زیر خصوصیت‌های سه نوع حجم هندسی زیر را بنویسید.



حجم‌های کروی



حجم‌های منشوری



حجم‌های هرمی

محروم طرحی هرم
اسرت

حجم‌های منشوری: دو قاعده‌ی همساری دارند - قاعده‌ها موافقی اند - سطوح جانبی مستطیل‌شی باشند

حجم‌های هرمی: یک قاعده دارند - وجه جانبی مثلث من باشند - این مثلث‌ها در اس ستر

حجم‌های کروی: قاعده ندارند - ضلع ندارند - گرد هستند

صلاح نسوز

نکته:

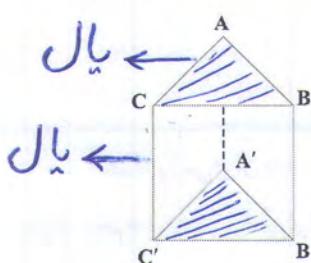
به وضوحهای بالا و پایین قاعده و به وجه اطراف وجه جانی کویم

حجم‌های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند.

به دو سطح بالا و پایین آن قاعده و به سطح‌های اطراف آن وجه جانی، و به محل برخورد هر دو سطح بالا و

به نقطه برخورد هر سه سطح رأس می‌گویند.

۱- در هر یک از منشورهای زیر مشخص کنید چند وجه دارد؛ بال‌ها، رأس‌ها و قاعده‌ها را نام ببرید.

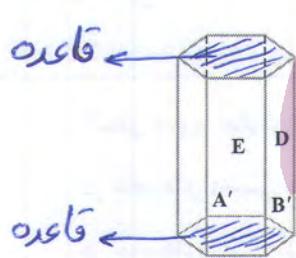


تعداد وجههای جانبی: ۳

رأس‌ها: ۶

بال‌ها: ۴

قاعده‌ها: ۲



تعداد وجههای جانبی: ۶

رأس‌ها: ۱۲

بال‌ها: ۱۸

قاعده‌ها: ۱۲



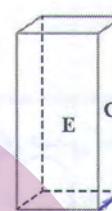
منشور سه پهلو

تعداد وجههای جانبی: ۱۲

رأس‌ها: ۱۸

بال‌ها: ۱۵

قاعده‌ها: ۱۲

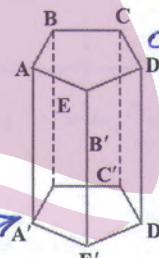


تعداد وجههای جانبی: ۴

رأس‌ها: ۱۲

بال‌ها: ۱۲

قاعده‌ها: ۲



تعداد وجههای جانبی: ۱۰

رأس‌ها: ۱۵

بال‌ها: ۱۵

قاعده‌ها: ۱۰

اسعمال جانبی

۲- برای اینکه در نام بردن بال و رأس چیزی جای نماید، از چه راهبردی استفاده می‌کنید؟ **الغواساری** (جدول تفاضل)

۳- اگر تعداد ضلعهای قاعده منشور خیلی زیاد شود، به چه شکلی تزدیک می‌شود؟ **استوانه**

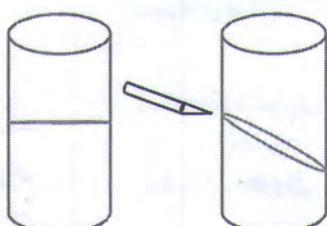
۴- استوانه چند بال دارد؟ **ندارد** چند رأس؟ **صفر** قاعده‌آن به چه شکلی است؟ **دایره**

درست ورزشی

با خمیر مجسمه‌سازی (یا می‌توانید از یک سیب‌زمینی استفاده کنید) یک استوانه بسازید. با یک قیچی یا چاقو مانند

شکل‌های زیر آن را برش بزنید. سطح برش خورده را رنگ کنید و روی یک کاغذ بزنید، اثر آن

به چه شکلی است؟ **بیضی**



همین فعالیت را می‌توانید با برش‌های دیگر تکرار کنید. همچنین به جای استوانه می‌توانید

منشورهای دیگری را هم امتحان کنید. به این کار مقطع زدن می‌گویند.

نم افزارهای زیادی هستند که می‌توانند این فعالیت را شبیه‌سازی کنند. در صورت

تمایل آنها را به کار ببرید.

۱- آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه هم شکل باشند؟ در چه صورت؟ بله

آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم شکل باشند؟ بله

۲- یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می شود؟ دایره

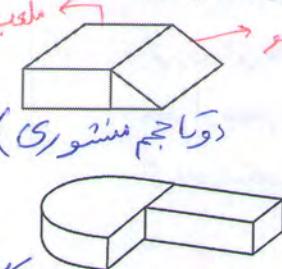
یک منشور ۶ پهلو به چه شکلی دیده می شود؟ سُسْ ضلّعی

رأس های منشوری با قاعده ۶ ضلعی منتظم روی دایرۀ قاعده استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می شود؟



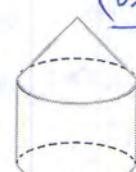
دایره‌ای هم دیسُسْ ضلّعی (روزنگاران) مجاہد

ملکب
دوایجم منشوری



ملکب (حجم منشوری)
کلمه (حجم)

منشور پهلو



استوانه (حجم منشوری)
حجم منشوری

۳- مشخص کنید هر کدام از حجم های زیر، ترکیبی از کدام حجم ها هستند؟

ملکب (حجم منشوری)
منشور پهلو

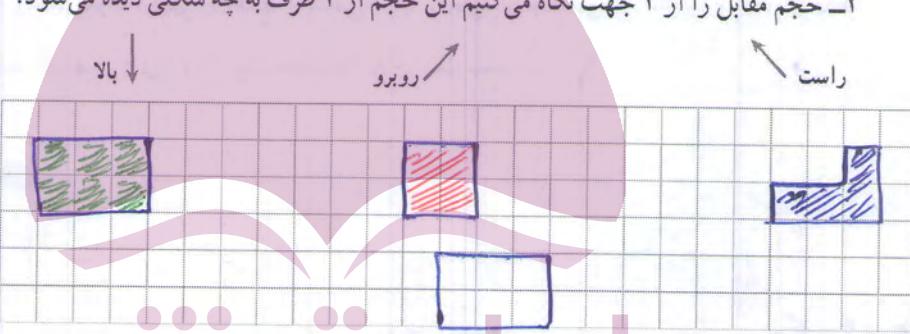
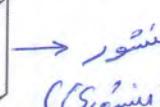


دوایجم منشوری



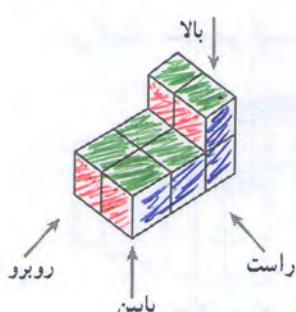
استوانه (حجم منشوری)
حجم منشوری

هرم (هرم)
منشور (منشوری)

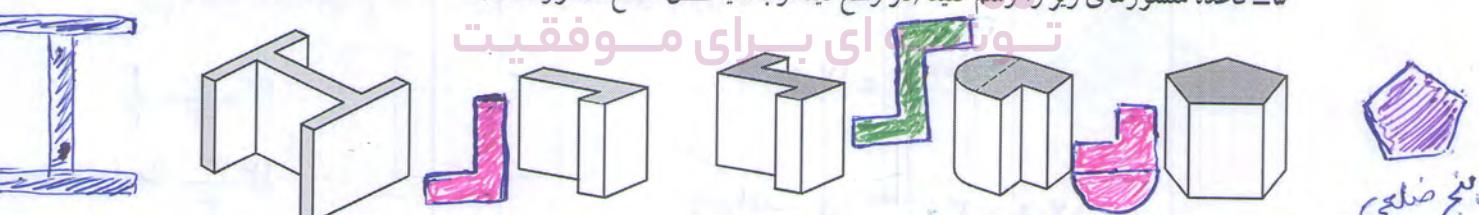


ابراهیق

۴- حجم مقابله را از ۴ جهت نگاه می کنید این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می شود؟



تمثیل برای موفقیت



۵- قاعده منشورهای زیر را رسم کنید (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است).



دوایجم ویده منشور



هرم
و منشور

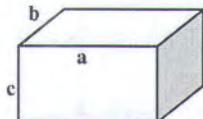


هرم

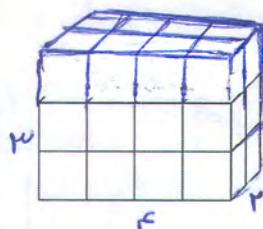
محاسبه حجم های منشوری

۱- در دوره دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول، عرض و ارتفاع. با توجه به

درس جبر که در فصل قبل یاد گرفتید، حجم مکعب مستطیل را با یک رابطه جبری نشان دهید.



$$V = abc \quad \text{حجم}$$



۲- قاعده مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی متر درست شده است. (2×4)

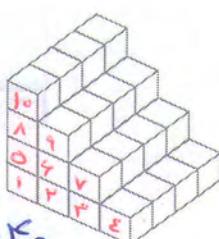
اگر روی این قاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم.

$$(2 \times 4) \times 3 = 24 \text{ cm}^3 \quad \text{حجم آن چقدر می شود؟}$$

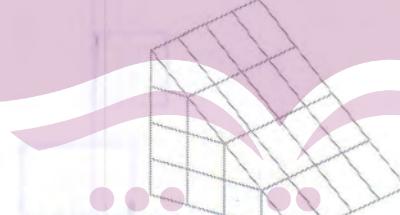
اگر قاعده مکعب مستطیل $4 \times 3 \times 3$ باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می شود؟

$$(3 \times 4) \times 3 = 36 \text{ cm}^3$$

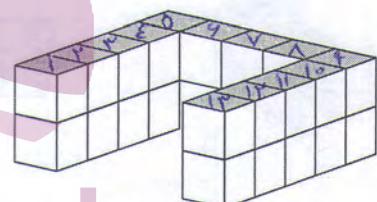
۳- همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع ۱ سانتی متر یا ۱ متر، یک سانتی متر مکعب یا یک متر مکعب می گویند. مشخص کنید که هر کدام از حجم های زیر از چند مکعب واحد درست شده اند.



$$10 \times 4 = 40$$



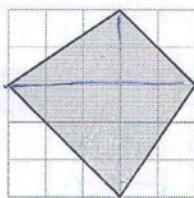
$$8 \times 4 = 32$$



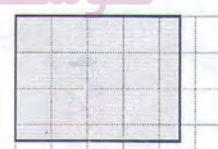
$$12 \times 2 = 24$$

۴- اکنون هر کدام از شکل های زیر را به مربع های به ضلع ۱ سانتی متر تقسیم کنید تا مشخص شود قاعده هر کدام چند

مربع به ضلع یک سانتی متر است. (می توانید از عدد های کسری هم استفاده کنید).



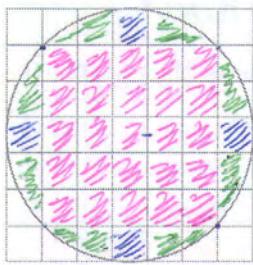
$$\frac{5 \times 5}{2} = 12.5$$



$$12 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$12 \frac{3}{4} \quad \text{مربع قاعده}$$

$$12.5 \times 3 = 37.5 \quad \text{واحد مکعب}$$



اگر روی این قاعده ها منشوری به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می شود؟

اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت قاعده هر منشور را با مربع های واحد سطح تقریب بزنیم، چگونه می توانیم حجم شکل های منشوری را به دست آوریم؟

برای مثال قاعده یک استوانه که به شکل دایره است را با مربع های واحد تقریب بزنید و حجم استوانه

به ارتفاع ۳ سانتی متر را به طور تقریبی به دست آورید.

$$V \approx 37 \times 3 = 111 \quad \text{واحد مکعب}$$

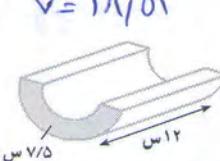
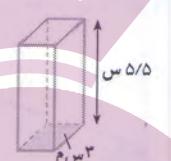
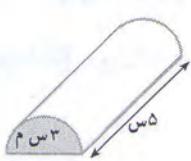
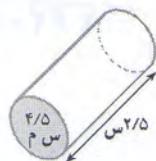
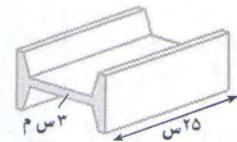
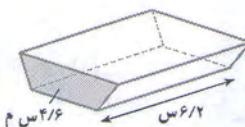
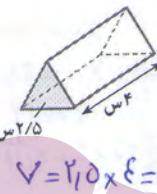
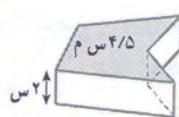
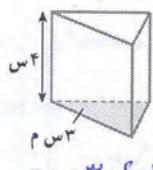
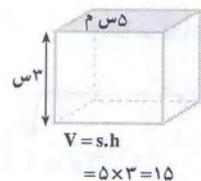
$$V = (3.5 \times 3.5 \times 3.14) \times 3 = 110.4$$

۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل، رابطه جبری به دست آوردن حجم های منشوری (V) را که در آن مساحت قاعده منشور

$$V = S \cdot h$$

(S) و ارتفاع منشور (h) موجود است، بنویسید.

۲- با توجه به رابطه بالا و مساحت قاعده داده شده، حجم هر شکل را محاسبه کنید.



$$V = 3 \times 20 = 60$$

$$V = 1.25\pi$$

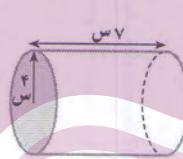
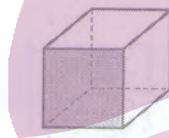
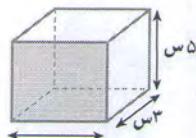
$$V = 18\pi$$

$$V = 4.8\pi$$

$$V = 6$$

$$V = 12.6\pi$$

۳- ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به دست آوردن مساحت و حجم هر



$$\text{شکل رابطه های جبری را بنویسید.}$$

$$V = (\pi \times 4 \times 3/14) \times V$$

$$V = 50.24 \times V = 314.16$$

$$V = (3 \times 2 - 1 \times 1) \times 10$$

$$V = 2 \times 10 = 20$$

$$V = \frac{(3+8) \times 3}{2} \times 9 = 99$$



۴- منبع آبی به شکل استوانه است که شعاع قاعده آن $8/8$ متر و ارتفاعش

۲ متر است. این منبع چند متر مکعب آب می گیرد؟

$$2/0094$$

$$V = (0.8 \times 0.8 \times 3/14) \times 2 = 4.0192 \text{ متر مکعب}$$

$$4.0192 \times 1000 = 4019.2 \text{ لیتر}$$

۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر

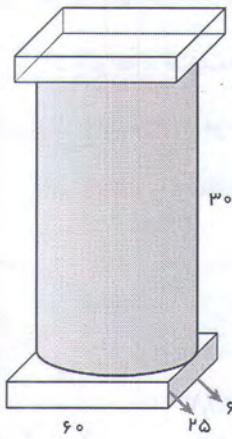
است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه ها در یک کارتون مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ و ۳۰ و ۲۴ سانتی متر جا می گیرد؟

$$\frac{50 \times 30 \times 24}{25 \times 12 \times 5} = 24$$

$$V = 50 \times 30 \times 24 = 36000 \text{ کارتون}$$

$$V = 25 \times 12 \times 5 = 1500 \text{ جعبه (سته) کاغذی}$$

$$36000 \div 1500 = 24 \text{ تعداد}$$



۱- حجم ستون شکل مقابل را به صورت تقریبی پیدا کنید.

$$V = (40 \times 90) \times 300 = 1,240,000 \text{ (کل شکل را مکعب مستطیل در نظر بگیرید)}$$

حالا کمی دقیق‌تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کرده و حجم سه تکه را جداگانه $300 \times 300 \times 25$

حساب کنید و مجموع را به دست آورید. (شعاع قاعده استوانه چند است؟)

$$V_{\text{کل}} = 90 \times 90 \times 25 = 90000$$

$\sqrt{2824}$

تفاوت دو جواب را به دست آورید.

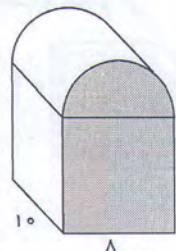
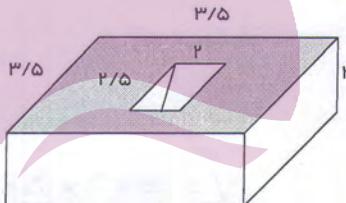
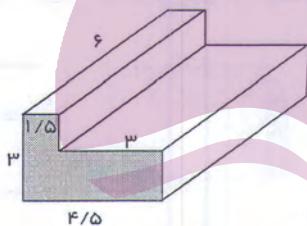
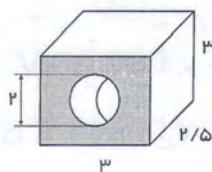
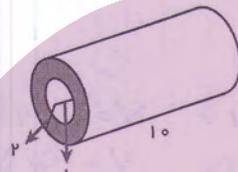
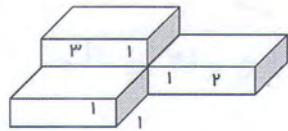
$$V_{\text{استوانه}} = (30 \times 30 \times \pi/4) \times 300 = 847800$$

1290000

$$V'_{\text{کل}} = 2 \times 90000 + 847800 = 1,027800$$

-1027800
 232000

۲- حجم اشکال زیر را به دست آورید.



۳- چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کردند. شعاع دهانه این چاه $4/3$ متر است. وقتی خاک کنده و بیرون ریخته می‌شود،

حجم آن $1/3$ برابر می‌شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به طور یکنواخت ریخته شود تا

یک مکعب مستطیل به وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟ $\frac{\pi}{4} \times 12^3 = 1/3 \times 4 \times 5$

۴- حوضی است به شکل مکعب مستطیل و ابعاد آن $4 \times 3 \times 1/5$ متر است. این حوض خالی را با شیر آبی که در هر دقیقه

$4 \times 3 \times 1/5 \times 1000$ لیتر آب وارد آن می‌کنیم. چند ساعت طول می‌کشد تا حوض پر شود؟ 90×90

۵- یک پارچ به شکل استوانه است که ارتفاع آن 30 سانتی متر و شعاع قاعده آن 4 سانتی متر است. آب داخل این پارچ

را در لیوان‌هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها 10 سانتی متر و شعاع قاعده آن 2 سانتی متر است، می‌ریزیم. این آب چند لیوان

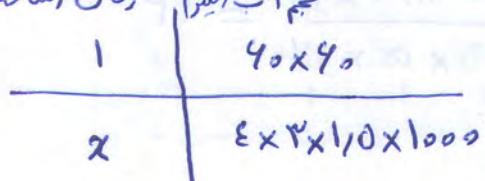
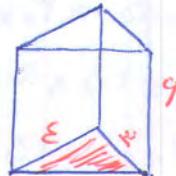
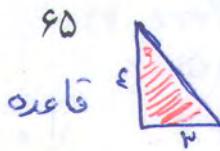
را پُر می‌کند؟ **توضیح: حجم های را محابه تئنه** $V = \frac{4 \times 4 \times \pi \times 30}{2 \times 2 \times \pi \times 10} = 12$

۶- قاعده یک منشور سه پهلو مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اندازه ضلع‌های قائم آن 3 و 4 است. ارتفاع این منشور 6

$$V = \frac{(3 \times 4)}{2} \times 9 = 54$$

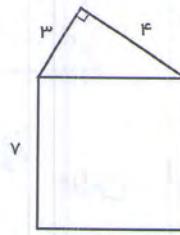
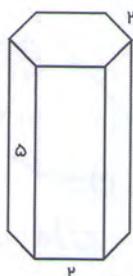
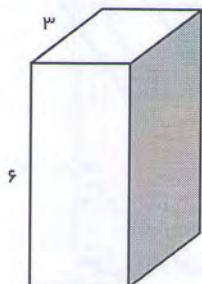
سانتی متر است. حجم این منشور را پیدا کنید.

حجم آب (لیتر) زمان (ساعت)



مساحت جانبی و کل

۱- مساحت همه وجههای جانبی منشورهای زیر را به دست آورید. هر وجه چه شکلی دارد؟



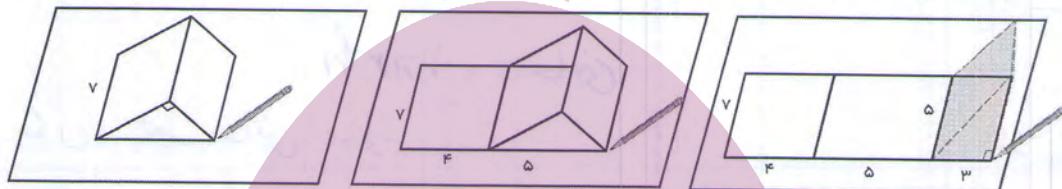
به مجموع این مساحت‌ها مساحت جانبی شکل می‌گویند.

$$\begin{aligned} \text{مکعب} &= 2 \times 3 \times 4 + 5 \times 7 + 3 \times 7 + 4 \times 7 \\ S &= 12 + 35 + 21 + 28 = 94 \end{aligned}$$

فعالیت درس درزی

۲- برای به دست آوردن مجموع مساحت جانبی منشور سه پهلوی بالا به صورت زیر، آن را روی کاغذ قرار می‌دهیم، و

به اندازه طول هر ضلع بک علامت می‌گذاریم.



ارتفاع \times محیط $=$ مساحت جانبی

با توجه به شکل‌های بالا چگونه می‌توانستیم ساده‌تر مساحت جانبی را به دست آوریم؟

۳- با توجه به ۲ سؤال بالا اگر مساحت را با S ، محیط را با p و ارتفاع را با h نشان دهیم. رابطه جبری مساحت جانبی

منشورهای بالا را بنویسید.

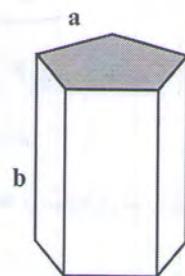
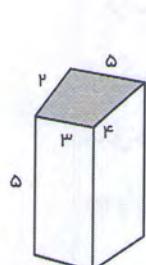
$$S_{\text{جانبی}} = p \cdot h$$

ایران توشه

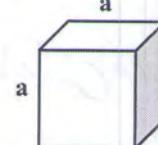
توشه‌ای برای موقتیت

$$S_{\text{جانبی}} = ph$$

۱- مساحت جانبی شکل‌های زیر را پیدا کنید.



$$S_{\text{جانبی}} = 4 \times a \cdot a$$



$$\begin{aligned} S_{\text{جانبی}} &= c(2a+2b) \\ S &= 2c(a+b) \\ S &= 2ac+2bc \end{aligned}$$

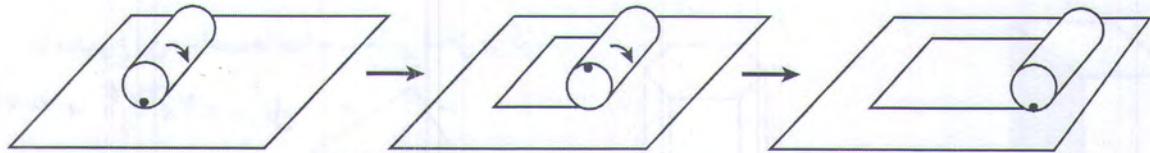
۲- ستونی به شکل منشور ۶ پهلوست که هر ضلع آن $5/2$ متر و ارتفاع آن ۵ متر است. می‌خواهند بدنه این ستون را

$$\text{مترمربع} \quad 1 \times 2.5 = 2.5 \text{ مترمربع جانبی}$$

$$\text{مترمربع} \quad 1 \times 4 = 4 \text{ مترمربع جانبی}$$

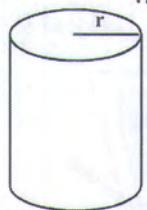
کاشی کاری کنند. چند متر مربع کاشی لازم است؟

۱- یک استوانه را به شکل زیر روی یک صفحه می‌غلتانیم و ابتدا و انتهای کار را مشخص می‌کنیم.



با این کار چه شکلی به دست می‌آید؟
طول و عرض آن چگونه به دست می‌آید؟ طول = محیط قاعده استوانه عرض = ارتفاع استوانه
مساحت این شکل چگونه به دست می‌آید؟ طول \times عرض = ک

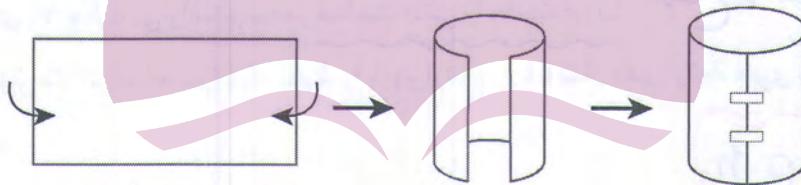
۲- با توجه به سؤال بالا مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع h و شعاع قاعده r را با عبارت جبری ت Shan دهید.



$$S_{\text{جانبی}} = 2\pi r h$$

هدف: بیان مساحت جانبی استوانه

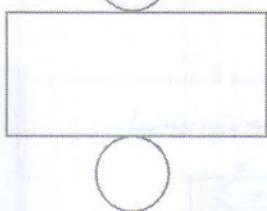
۱- با توجه به سؤال بالا با یک مستطیل می‌توان یک سطح استوانه‌ای درست کرد.



این سطح استوانه را روی کاغذ بگذارید و دور آن خط بکشید. این دایره قاعده استوانه است. چون استوانه ۲ قاعده دارد. ۲ دایره و یک مستطیل مساحت کل استوانه را تشکیل می‌دهند.

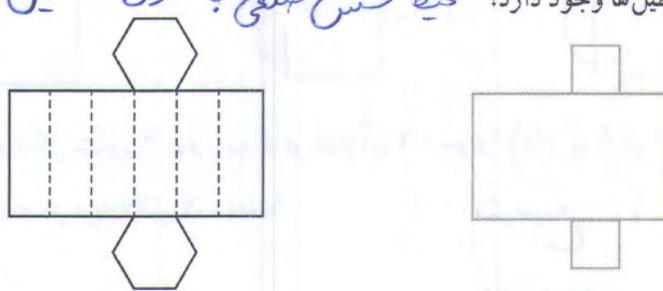
شکل مقابله‌ای را گسترش دهید.

چه رابطه‌ای بین دایره و مستطیل در این گسترش وجود دارد؟ طول مستطیل با محیط دایره برابر است

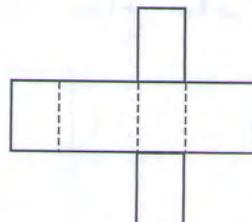
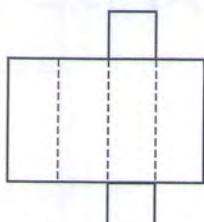
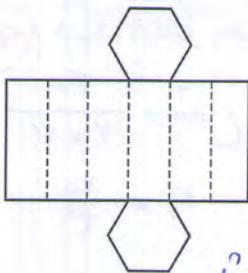


۲- گسترش یک منشور ۶ پهلو با قاعده ۶ ضلعی منتظم و گسترش یک مکعب مستطیل با قاعده مربع در شکل‌های زیر رسم شده‌اند.

چه رابطه‌ای بین قاعده‌ها و مستطیل‌ها وجود دارد؟ محیط ۶ ضلعی با طول مستطیل برابر است



۱- گستردۀ چند منشور داده شده است. آنها را روی کاغذ بکشید و منشورها را درست کنید و به کلاس بیاورید.



در چه صورت گستردۀ شکل وسط به یک مکعب تبدیل می‌شود؟ ارتفاع با طول کمتر برابر باشد

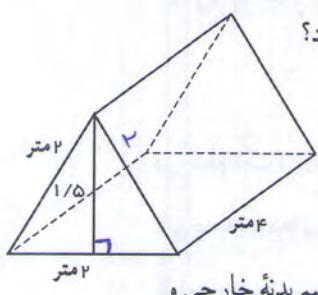


۲- یک غلتک بر روی زمین آسفالت شده باید ۴ بار غلت بزند تا سطح آن صاف شود. اگر ساعع غلتک ۵۰ سانتی‌متر و ارتفاع استوانه آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به

$$\text{طول} \times \text{عرض} \times \text{ارتفاع} = \frac{\text{مساحت کوچه}}{\text{مساحت جابجای غلتک}} \quad \frac{20 \times 4 \times 5}{(2 \times 0.5 \times 3.14) \times 4} = \frac{400}{25.12} = 16 \frac{\text{متر}}{\text{متر}}$$



۳- یک چرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، با ۱۰ دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می‌کند تا خشک شود. اگر چرخ به ضخامت ۲۰ سانتی‌متر و قطر ۷۰ سانتی‌متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟



۴- یک چادر مسافرتی به شکل مقابل است. چند متر پارچه برای ساخت آن به کار رفته است؟

$$S = (4 \times 4) + 2 \times \frac{10 \times 2}{2} = 27$$

حجم این چادر چقدر است؟

۵- یک مخزن نفت به شکل استوانه‌ای است که ساعع قاعده آن ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می‌خواهیم بدنه خارجی و سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

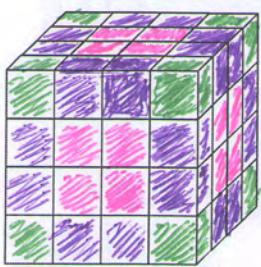
۶- می‌خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع ۱۰ cm بسازیم. چند سانتی‌متر مربع مقوا به کار می‌رود؟

۷- یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳۰ و ۵۰ و ۴۰ سانتی‌متر را با کاغذ کادو پوشانده‌ایم. برای پوشاندن این

جعبه حداقل چند سانتی‌متر کاغذ لازم داریم؟ چرا در این مسئله حداقل خواسته شده است؟

۸- با مکعب‌های به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته‌ایم. اگر تمام سطوح‌های این حجم را رنگ کیم، چند مکعب

رنگ نمی‌شوند؟ 1 مکعب



$$4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$12 \times 2 = 24$$

چند مکعب رنگ می‌شود؟ $64 - 8 = 56 \text{ مکعب}$

چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می‌شود؟ 24

چند مکعب ۳ وجهشان رنگ شده است؟ 8 مکعب

حجم و سطح

۱- یک مستطیل به طول ۴۰ و عرض داده شده را به دو صورت زیر لوله می کنیم تا استوانه به دست آید.

$$\text{حالت ۱} \quad \text{حالت ۲}$$

$$\frac{40}{\pi} = r_1 = 10 \quad \frac{20}{\pi} = r_2 = \frac{20}{3}$$

$$\text{ساع} = \frac{40}{2 \times 3} = \frac{40}{6} = 6.67 \text{ cm}^3$$

در هر حالت حجم استوانه را به دست آورید. مانند نمونه از رابطه های جبری کمک بگیرید. برای ساده تر شدن محاسبه ها

عدد پی (π) را ۳ در نظر بگیرید. در هر حالت ابتدا ساعع قاعده و ارتفاع استوانه را تشخیص دهید.

$$V_1 = h \times S = h \times r_1 \times r_1 \times \pi = 40 \times 10 \times 10 \times 3 = 12000$$

$$V_2 = h \times S = 40 \times \frac{20}{3} \times \frac{20}{3} \times 3 = 8000$$

نتیجه: وقتی حول ضلع بزرگ تر لوله
هر کنین حجم بیشتری بدمام کند

با مقایسه حجم ها و با توجه به اینکه هر دو حجم با یک مستطیل ساخته شده است، چه نتیجه ای می گیرید؟

۲- یک کارخانه تولید چای دو نوع بسته بندی به شکل های زیر ارائه می کند. هر دو نوع قوطی با ورق گالوانیزه درست

$$S_1 = 9 \times 10 \times 10 = 900 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$\frac{V_1}{S_1} = \frac{1000}{900} = \frac{10}{9}$$

$$\text{ارتفاع} \downarrow \quad \text{ارتفاع} \downarrow$$

$$V_2 = (\pi \times 5 \times 3) \times 10 = 700$$

$$\frac{V_2}{S_1} = \frac{700}{900} = \frac{7}{9}$$

$$\text{شده اند. در کدام یک چای بیشتری جامی گیرد؟} \quad 400 \times (5 \times 5 \times 3) + (10 \times 3) \times 10 = 4000 \text{ cm}^3$$

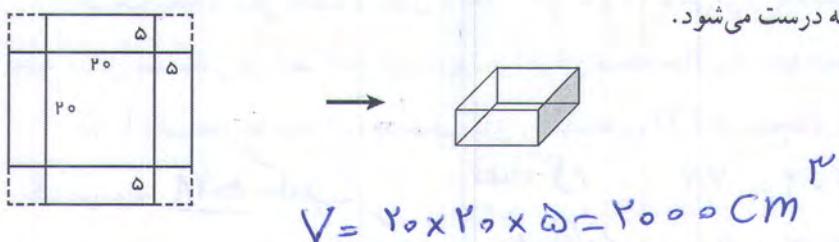
در کدام یک ورق گالوانیزه بیشتری برای ساخت قوطی به کار رفته است؟ در محاسبات خود عدد π را ۳ در نظر بگیرید. ملوب

با توجه به عده های بالا اگر شما مدیر کارخانه باشید، کدام نوع بسته بندی را انتخاب می کنید؟ چرا؟ بسته بندی هنرمندی دارد کدام نوع بسته بندی در حمل و نقل بهتر است و جای کمتری می گیرد؟ چرا؟ جعبه مکعب سه کل ببتراس سه چون

فضای خالی بین جعبه ها (جوری) آن را موقیت

برای بسته بندی شیرینی جعبه هایی را درست می کنند. شکل گسترده این جعبه ها به صورت زیر است و پس از تا کردن

مربع ها گوش ها روی هم قرار می گیرند و جعبه درست می شود.



با توجه به اندازه های داده شده، حجم (گنجایش) جعبه را پیدا کنید.

اگر به جای ۵ سانتی متر لبه ها را ۶ سانتی متر در نظر بگیریم با همین مقوا حجم جعبه بیشتر می شود یا کمتر؟

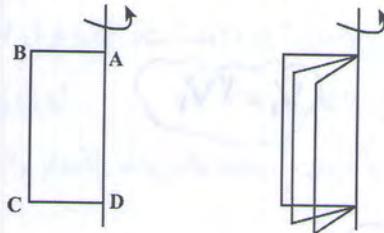
$$V = 18 \times 18 \times 4 = 1944 \text{ cm}^3$$

$$V = 18 \times 18 \times 4 = 1944 \text{ cm}^3$$

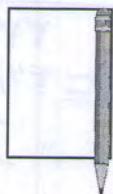
$$r_1 = \frac{a}{2\pi} \quad r_2 = \frac{b}{2\pi} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{\left(\frac{b}{2\pi} \times \frac{b}{2\pi} \times \pi\right) \times a}{\left(\frac{a}{2\pi} \times \frac{a}{2\pi} \times \pi\right) \times b} = \frac{b}{a}$$

مستطیل ABCD را حول محوری که از AD می‌گذرد، دوران می‌دهیم. شکل زیر نشان می‌دهد که مستطیل‌ها چگونه

حرکت می‌کنند.



شما هم مانند شکل زیر کاغذی را روی مدادی بچسبانید و آن را بچرخانید و حرکت مستطیل را تماشا کنید.



با چرخاندن این مستطیل چه حجمی به وجود می‌آید؟ **استوانه**
ارتفاع استوانه اسے AD
ساع ناعده‌ی اسے CD
مشخصات آن حجم را بنویسید.

همان طور که ملاحظه می‌کنید، با حرکت یک سطح در فضای حجم ساخته می‌شود. همین کار را برای شکل‌های دیگر نیز می‌توان انجام داد تا حجم‌های دیگری ساخته شوند. در سال‌های بعد در این مورد بیشتر

توضیح داده خواهد شد.

۱- سطحی مثل شکل مقابل را حول محورهای دوران می‌دهیم.

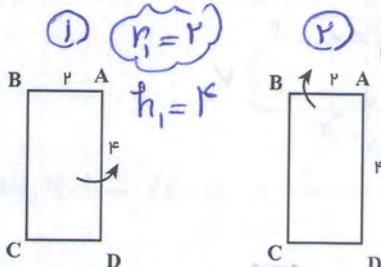
حجم چه شکلی ساخته می‌شود؟ می‌توانید با یک فرفه و چرخاندن آن حجم ایجاد شده را ببینید. **بر مطالعه**
 از این خاصیت در خراطی، تراشکاری و سفالگری برای ساختن حجم‌های مختلف استفاده می‌کنند.

ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت

الف.

۲- یک مستطیل را یک بار حول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را



$\pi = 3$

$$V_2 = (\pi \times 4 \times 3) \times 2 = 96$$

حساب کنید.

رویی اول

$$V_1 = (2 \times 2 \times 3) \times 4 = 48$$

$$\Rightarrow V_2 = 2V_1$$

۷۰

راه حل دوم بازای مخفی

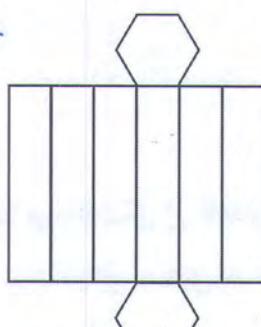
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(4 \times 4 \times \pi) \times 2}{(2 \times 2 \times 3) \times 4} = 2$$

راه دوم راه حل ثانی

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\left(\frac{c}{2\pi} \times \frac{c}{2\pi} \times \pi\right) \times d}{\left(\frac{a}{2\pi} \times \frac{a}{2\pi} \times \pi\right) \times b} = \frac{c^2 d}{a^2 b}$$

روش روم

۱- یک مقوای طول و عرض، 5×20 را به شکل استوانه به ارتفاع ۵ در آورده‌ایم. یک مقوای دیگر را نیز به ابعاد 10×10 را به شکل یک استوانه در آورده‌ایم. با توجه به اینکه مساحت مقوایها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$ دارد؟



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\left(\frac{a}{2\pi} \times \frac{a}{2\pi} \times \pi\right) \times 10}{\left(\frac{b}{2\pi} \times \frac{b}{2\pi} \times \pi\right) \times 5} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_1 = 2V_2$$

بیشتری دارد؟

۲- با شکل مقابله یک منشور درست کرده‌ایم. مساحت جانبی آن را پیدا کنید.

$$\text{مساحت جانبی} = 2\pi r h = 2\pi \times 5 \times 10 = 100\pi \approx 314 \text{ cm}^2$$

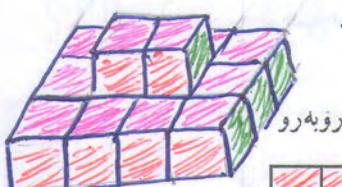
۳- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم 32 سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و به ابعاد $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ سانتی متر تبدیل شده است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟ $\frac{1}{8} = 12.5\% = 49.9\% - 50\% = 49.9\%$

۴- یک استوانه که با یک مقوای طول 20 سانتی متر و عرض 10 سانتی متر ساخته شده به طور تقریبی چه حجمی دارد؟

(ارتفاع استوانه 20 است).

۵- اگر یک حجم از بالا و سمت راست و رویه‌رو به صورت زیر دیده شود، آن حجم رارسم کنید.

$$V = (4 \times 3^3) + 2 = 146$$



راست



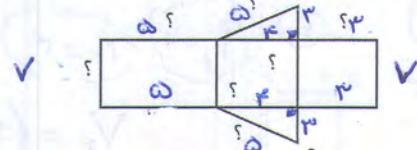
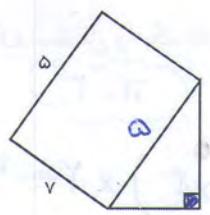
سبز

۶- شکل مقابله گسترده یک منشور را نشان می‌دهد.

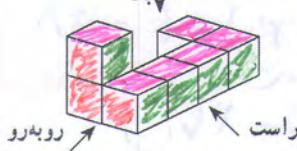
مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.

$$V = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times 10 = 500 \text{ cm}^3$$

۷- با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازه ضلع‌های گسترده آن را بنویسید.



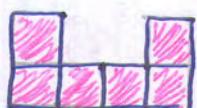
۸- حجم مقابله از راست، بالا و رویه‌رو چگونه دیده می‌شود؟



رویه‌رو



راست



مرور فصل ۵

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام

مثال بزنید.

- گستردہ مساحت کل
- مساحت جانبی
- حجم منشوری
- حجم هندسی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه نهیه

کنید.

- حجم مخروطی و حجم منشوری
- قاعده، وجه، یال و رأس حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت جانبی حجم‌های هندسی
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- ساختن یک حجم به کمک گستردۀ آن
- دوران سطح حول یک محور و ساختن حجم
- مقایسه حجم‌هایی که به یک سطح مشخص درست شده‌اند.

کاربرد

کاربرد این فصل در زندگی روزمره فراوان است. در دنیا بی از اجسام زندگی می‌کنیم و نیاز داریم حجم‌های مختلف را اندازه بگیریم و برای ساختن حجم‌ها نیز از سطوح‌ها (کاغذ، مقوا، ورق و ...) استفاده می‌کنیم.

تمرین‌های ترکیبی

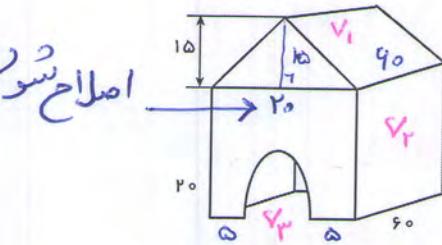
ایران نوشه

در صورتی که تمرین‌های زیر را توانستید انجام دهید. مطمئن شوید که این فصل را به خوبی یاد گرفته‌اید.

۱- حجم، مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های زیر را بدست آورید.

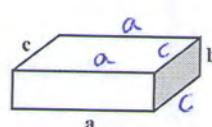
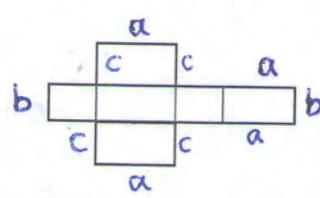
(الف) استوانه به شعاع قاعده ۲ و ارتفاع ۲ (ب) منشور چهار پهلو با قاعده مربع به ضلع ۲ و ارتفاع ۲۰

۲- (الف) با توجه به شکل مکعب مستطیل اندازه و ضلع‌های خواسته شده روی گستردۀ آن را مشخص کنید.



$$V = \frac{15 \times 20}{2} \times 40 + 20 \times 20 \times 40 - \frac{\pi \times 10^2 \times 35}{2} \times 40$$

$$V = 9000 + 16000 - 2200 = 34000 = 34 V \text{ دلیل}$$



ب) حجم شکل مقابل را بدست آورید.

$$\pi = 3$$

۷۲

$$V = V_1 + V_2 - V_3 \Rightarrow V = 15 \times 20 \times 40 + 20 \times 20 \times 40 - \frac{\pi \times 10^2 \times 35}{2} \times 40$$

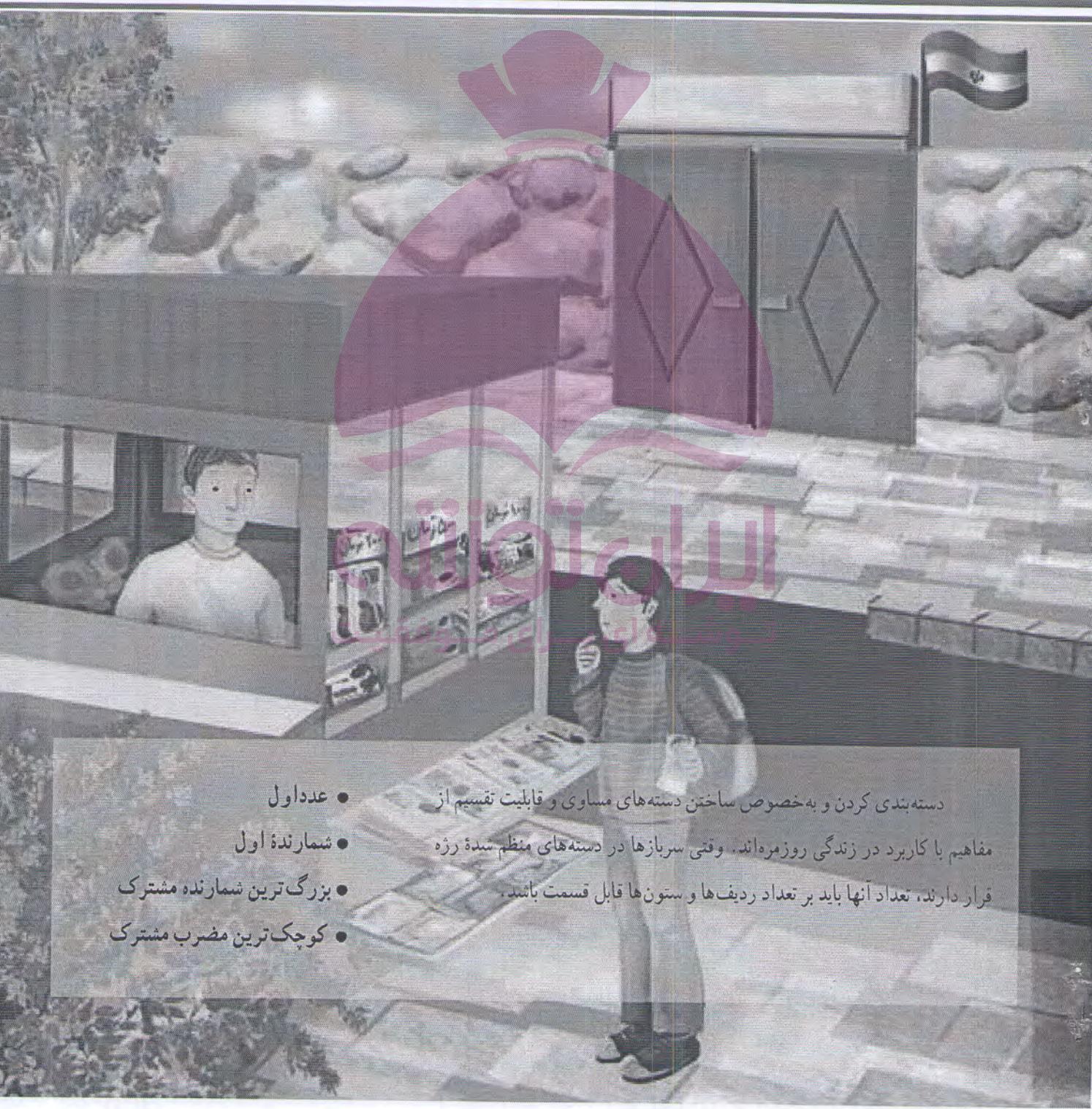
فصل ۶

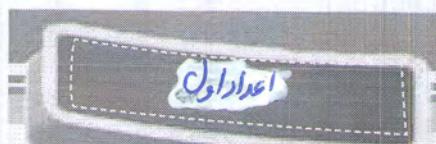
شمارنده‌ها و اعداد اول

ابدابن ترقی

- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ‌ترین شمارنده مشترک
- کوچک‌ترین مضرب مشترک

دسته‌بندی کردن و به خصوص ساختن دسته‌های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره‌اند. وقتی سربازها در دسته‌های منظم شده رژه فرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها قابل قسمت باشد.





شمارنده کی بد عدد

۳

۱- داش آموزان یک مدرسه در کلاس های ورزشی ثبت نام کرده اند. جدول تعداد ثبت نام شده ها و تعداد نفرات هر چهارم

در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده ها مناسب است؟ چرا؟
والیبال، چون به این

در کدام رشته تعداد ثبت نام شده ها مناسب نیست؟ چرا؟ ثبت نام در تیم های زیر جزو
والیبال مناسب نیست و موضع در تیم فوتسال خوب خراب است

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	پینگ پنگ	بدمینتون
تعداد ثبت نام شده ها	۲۱ ۲۴	۱۲	۱۳ ۱۵	۹ ۸	۷ ۸
تعداد نفرات هر چهارم	۱۲	۶	۵	۲	۲

با سایر اسباب

با کمترین جایه جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته ها مناسب شوند.

۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

$$6 = 2 \times 3$$

$$\text{ساده‌تری ۲ تایی}$$

$$6 = 1 \times 6$$

$$\text{۶ دسته‌کاری}$$

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنی کنید. (تقسیم ها باید باقی مانده بیاورند).

$$10 \div 2 = 5$$

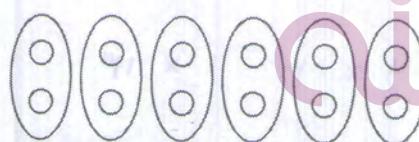
معنی ۱۰ را می‌توان ۲ تا ۲ تا شمرد

$$10 \div 5 = 2$$

$$10 \div 1 = 10$$

$$10 \div 10 = 1$$

۴- ۱۲ دایره را مانند نمونه به دسته های مساوی تقسیم کنید. یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می‌شود شمرد. به



روشهای برای ۱۲، ۹، ۶، ۴، ۳، ۲، ۱: شمارنده های ۱۲

فعالیت درست عزیزی

اصطلاح لغتی

۱- با یکی از روش های بالا شمارنده های هر عدد را مشخص کنید.

۱۴، ۷، ۱، ۲، ۱: شمارنده های ۱۲

۱۵، ۳، ۱، ۵، ۱: شمارنده های ۱۵

کلامی

۹، ۳، ۱: شمارنده های ۹

۸، ۴، ۲، ۱: شمارنده های ۸

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ هست. ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟ بله

شمارنده b هست و a شمارنده c است

۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم هست؟ چرا؟

کلامی

آری

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد بزرگ شمارنده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد بزرگ است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد خود آن عدد است.

همه شمارنده‌های یک عدد آن عدد هم شمارنده هستند.

اصلاح

بعضی از اعداد فقط دو شمارنده دارند.

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل دو شمارنده دارد.

عدد	شمارنده‌های عدد			
۹	۱	۳	۹	
۱۵	۱	۳	۵	۱۵
۴	۱	۲	۴	
۱۴	۱	۲	۷	۱۴
۵	۱	۵	.	
۱۳	۱	۱۳		

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.



اعداد اول

به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده عدد یک و خود آن عدد می‌باشد،

اعداد اول می‌گویند.

۱- مانند نمونه اعداد را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام اعداد را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد، بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵ که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از اعداد طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک

شناختی

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۷۵	۸۷	۹۱	۹۲	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۵

یادداشت بازرس

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ هست؟ چرا؟ **خیر، چون عذر طبیعی وجود ندارد که ۱۷ ضرب بیش از حاصل باشد**

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می‌توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟ **بله**

۳- عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد. **۵، ۱۵، ۲۵**

۴- کدام یک از عددهای رو به رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟ **۹۲۴**

۵- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید. **۱۵، ۲۵، ۴۵، ۶۰، ۱۰۵، ۱۵۰**

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

✓- عدد ۲۹ اول است. **✗**- هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد. **✓**- عذر بیش از ۲ شمارنده دارد

X- تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می‌شود. **✓**- عذر از زوج اسے ولی اول اسے

✓- اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشت، حتماً اول نیست. **✗**- از رو شمارنده دارد

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش‌آموزان این کلاس را در چند حالت می‌توان به گروه‌هایی با تعداد

$$\text{نفر} = 3 \times 4 + 12 = 24$$

مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

۸- وقتی می‌نویسیم $18 = 3 \times 6$ ، آیا می‌توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده‌های ۱۸ هستند؟ چرا؟ **بله - چون ۱۸ را می‌توان ۳ تا ۶ تا و ۶ تا و ۴ تا و ۴ تا تقسیم کرد**

آیا می‌توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده‌های یک عدد زوج است؟ **خیر** **مثال ۹**

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می‌تواند عددی اول باشد؟ چرا؟ **خیر و چون عذر حاصل نباشد**
دو عذر بزرگتر از یک نوست
۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

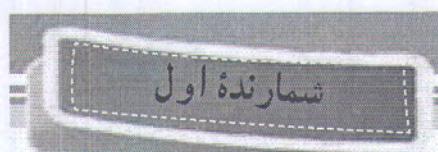
- مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی **الزوج** است.

- مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی **الزوج** است.

- مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی **فرز** است.

پس از تکمیل کردن جمله‌های فوق (می‌توانید با حدس و آزمایش جمله‌ها را کامل کنید). به سؤال زیر پاسخ دهید.

- آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول می‌باشد؟ **خیر** **خیر** **غیر اول اول اول**



۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

۳۵، ۲۵، ۱۵، ۹ : شمارنده‌های

۱۶، ۱۲، ۴، ۳، ۲، ۱ : شمارنده‌های

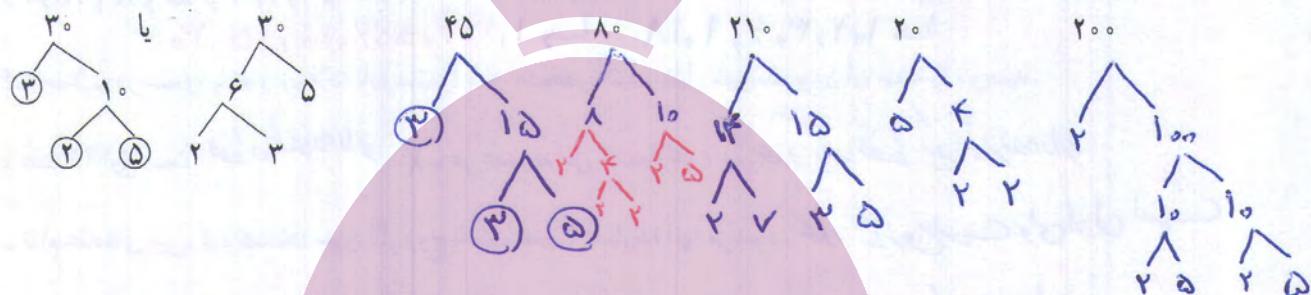
۱۴، ۷، ۳، ۱ : شمارنده‌های

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول عدد ۹ چه عددی است؟ ۵ و ✓

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد

بررسیم.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددهای را به صورت ضرب عددهای اول نوشت:

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را بدست

آورد.

ابران توشه ای برای موفقیت

$$12 = 3 \times 2 \times 2$$

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

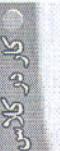
$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

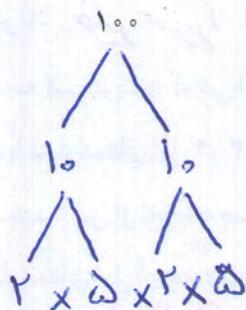
$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

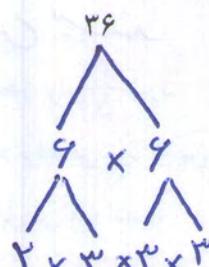
ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.



شمارنده‌های اول عددی زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.



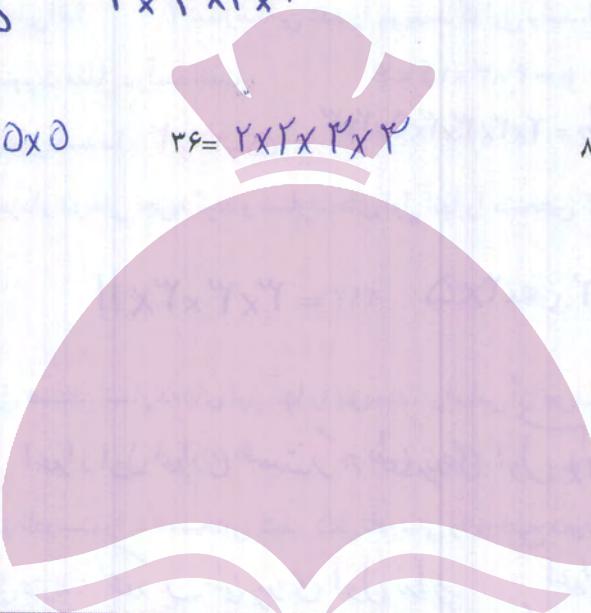
$$100 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$



$$8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$



۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{4 \times 2}{6 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{18 \times 1}{27 \times 3} = \frac{2}{3}$$

ابراهیم‌الله

با تجزیه کردن، عددی‌های صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} = \frac{2 \times 2 \times 5}{5 \times 5 \times 2} = \frac{2}{5} \quad \frac{28}{42} = \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3} \quad \frac{81}{324} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{11}{32}$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددی‌ای طبیعی‌اند ۱۸ شده است. تمام حالت‌های را که طول و عرض

$$1 \times 18 = 18$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$3 \times 6 = 18$$

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟ **شمارنده‌های عدد ۱۸**

بی‌باشد

مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

$a = 2 \times 3 \times 5$
 $b = 15 = \text{کمال گنج ریاضی}$
<https://t.me/ganjriazi>

شمارنده های غیر اول

راه حل اول ۳۵۰، ۱۵۰، ۱۰۰ و ۷۵ و ۲۵ و ۲۰ و ۱۵ و ۱۲ و ۱۰ و ۹ و ۶ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ جواب

۱- شمارنده های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده می شود؟ چرا؟ خیر - زیرا آزاد حبس نیستند

$$\frac{21}{35} = \frac{4}{10}, \frac{9}{15}$$

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{3}{5}$ شود.

۳- با شمارنده های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می شود که بین 30° و 50° باشد؟

$$a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابله درآمده است.

شمارنده های اول آن چه عددهایی اند؟

$$b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$$

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابله درآمده است.

$$b = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

شمارنده های اول آن چه عددهایی هستند؟

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کرده و شمارنده های اول آنها را مشخص کنید.

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \quad 297 = 3 \times 3 \times 3 \times 11 \quad 104 = 2 \times 2 \times 2 \times 13$$

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول هستند. شمارنده های اول آنها را بنویسید. براساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول

ارائه کنید.

۸- جملات درست را با ✓ و نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

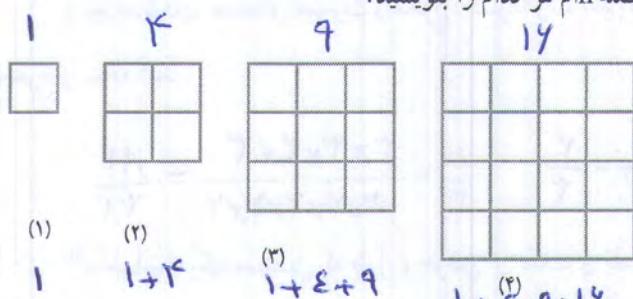
✗ الف) تمام عددها شمارنده اول دارند. عذر بر شمارنده ای اول ندارد اعدام تواند صحیح و تواند باشد

✓ ب) اگر عددی زوج باشد یکی از شمارنده های اولش ۲ است.

✗ ج) هیچ عددی پیدا نمی شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد.

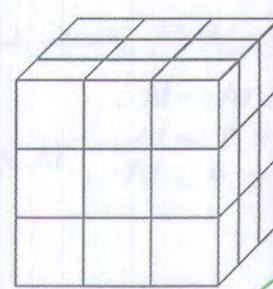
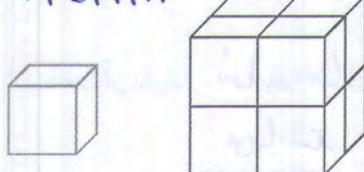
✓ د) تعداد عددهای اول بی پایان اند.

۹- الگوهای شکل ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله nام هر کدام را بنویسید.



$$\text{نمای} n \times n = \text{جمله} (n)$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \text{جمله} n \text{ (طابعی)} \quad \text{نمای} (n)$$



$$27 = \text{جمله} n \quad \text{نمای} (n)$$

$$79 = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \text{نمای} (n)$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \text{نمای} (n)$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \text{نمای} (n)$$

بزرگ ترین شمارنده مشترک



۱- قرار است دانشآموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشند. کلاس اول ۳۰ دانش آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می توان استفاده کرد؟ چرا؟

$۳۵, ۲۵, ۱۵, ۱۰, ۹, ۵, ۳, ۲, ۱$: شمارنده های ۳۰

چون این اعداد ۳۰ را مناسب و تلقینی نمایند تقسیم عدد ۳۰ بر آنها به صورت چادرها بروند

کلاس اول ب، ۳۶ دانش آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می توان

بر پا کرد؟ چرا؟

زیرا در تقسیم ۳۶ بر این اعداد باقیمانده صفر نشود و چادرها به صورت مساوی بروند

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

چون در تقسیم ۳۶ بر این اعداد باقیمانده صفر نشود و چادرها به صورت مساوی بروند

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر

کمتری تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟

۶ نفر

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می خواهیم بزرگ ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد:

$\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ = تمام شمارنده های 18

$\{1, 2, 3, 4, 6, 12, 24\}$ = تمام شمارنده های 24

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عده هارا به صورت ضرب شمارنده های اول نوشت.

$$\begin{array}{rcl} 18 & = & 2 \times 3 \times 3 \\ 24 & = & 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ & & \xrightarrow{\text{ب سُم}} 2 \times 3 = 6 \end{array}$$

سپس حاصل ضرب قسمت های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده های یک عدد را مقسوم علیه های آن نیز می گویند بنابراین بزرگ ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ ترین

مقسوم علیه مشترک است که به اختصار آن را ب.م.م. می نویسند. ب.م.م دو عدد را به صورت (و) نشان می دهد. مانند:

$$(18 \text{ و } 24) = 6$$

آیا می توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

از ضرب عامل های مشترک 18 و 24 استفاده کرده

۱۰، ۱۵، ۲۰، ۳۵ و ۴۰ : شمارنده‌های ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴ و ۳۰

۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۴ و ۳۰ : شمارنده‌های مستقر ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴ و ۳۰

۱۰ = (۲۰، ۳۰)

۲ = (۱۲، ۱۶)

لذت
لذت

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$12 = 2 \times 2 \times 3^2 \Rightarrow 2$$

$$14 = 2 \times 7 \quad (12 \text{ و } 14)$$

$$20 = 1 \times 2 \times 5^2 \Rightarrow 2$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5 \quad 2 \times 5 = 10$$

لذت
لذت

۲- با تجزیه عددها به شمارنده‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7 \times 2 \times 3^2 \Rightarrow 2$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3^2 \times 3^2 \Rightarrow 2$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3^2 \Rightarrow 2$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$42 = 2 \times 3^2 \times 7 \Rightarrow 2$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5 \quad 2 \times 5 = 10$$

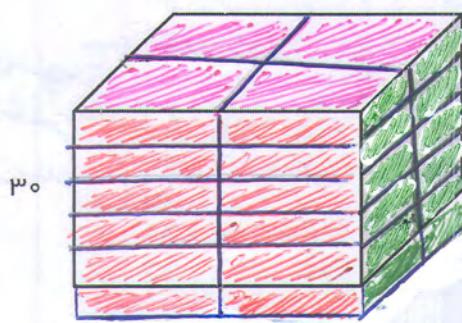
۱- می‌خواهیم مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های مربعی پر کنیم.
 ضلع این کاشی مربعی چه عددی می‌تواند باشد؟ چرا؟
این مستطیل را کاشی پسندیم، این اعداد شمارنده‌ی مستقر ۱۲، ۱۶ هستند
 اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی
 مناسب است؟ چرا؟ ۴ زیرا کاشی به ضلع ۴ بزرگ‌ترین شمارنده‌ی مستقر این رو عددی باشد

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی
 مناسب است؟ چرا؟ ۱ جون ضلع نوجوان‌ترین کاشی هم بدون خدمت این مستطیل را پسند
کاشی به ضلع ۱ می‌باشد
 ۲- در فصل قبل به این مسئله جواب دادید.

یک جعبه دستمال به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۲۴ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین کنید
 چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتون مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۵۰ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

در این مسئله ابعاد کارتون چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند. با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا

مشخص شود چند جعبه در این کارتون جا گرفته است؟



اهبیز سه‌بعدی

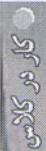
$$5 \times 2 \times 2 = 20$$

جعبه‌ی دستمال چاگزی

۲۵ عدد ۵۰ را من شمارم

۱۲ عدد ۲۴ را من شمارم

۵ عدد ۳۰ را من شمارم



عددهای زیر تجزیه شده‌اند، ب.م.های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28 \text{ و } 12) = 2 \times 2 = 4$$

$$(28 \text{ و } 36) = 2 \times 2 = 4$$

$$(12 \text{ و } 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$(12 \text{ و } 28) = 2 \times 2 = 4$$



- ۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر خالی می‌شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ‌ترین پیمانه کدام است؟

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

- ۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم.

بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$2 \times 2 = 4$$

می‌شود؟

- ۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

$$(a \text{ و } b) = 1$$

اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م آنها عدد ۱ می‌شود.

اعزار اول، عدد ۱ است

چون عدد a بخش‌پذیر عدد b است، b عدد a را بزرگ‌تر می‌کند

ایران نویس

$$\frac{96}{144} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{35}{245} = \frac{5 \times 7}{5 \times 5 \times 7} = \frac{1}{5}$$

- ۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید سپس کسرها را ساده کنید.

$$71 = 13 \times 5$$

$$117 = 13 \times 9$$

$$13 = 117 \text{ و } 91$$

$$108 = 116 \text{ و } 108$$

$$11 = 11 \text{ و } 55$$

$$11 = 11 \times 11$$

$$55 = 5 \times 11$$

- ۵- ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید.

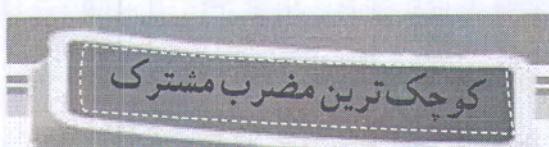
$$(9, 9) = 9, (2, 2) = 2 \quad (n \text{ و } n) = n$$

- ۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(5, 14) = 1$$

- ب.م.م دو عدد a و b شمارنده دو عدد a و b است.

- اگر عدد a اول باشد، ب.م.م a و عدد دیگر مثل b یا یک می‌شود یا خود a .



۱- مضرب‌های صحیح یک عدد از ضرب آن در عددهای صحیح به دست می‌آید. مضرب‌های صحیح ۳ را کامل

کنید.

... و ...

... و ...

۲- مضرب‌های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به دست می‌آید. مضرب‌های طبیعی را به اختصار

مضرب می‌گوییم. مضرب‌های عددهای زیر را بنویسید.

۱۴ و ۱۲ و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲ : مضرب‌های ۲

۷، ۱۴، ۲۱، ... : مضرب‌های ۷

۵، ۱۵، ۲۰، ... : مضرب‌های ۵

در این نحوه نوشتن علامت ... به چه معناست؟ یعنی مضربها از اینه دار

۱- به سؤال‌های زیر پاسخ دهید :

۴۰ دهمین مضرب ۹ : ۹ ۱۸ سومین مضرب ۶ : ۱۸ ✓ اولین مضرب ۷ :

۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟ چندمین ۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟ چندمین

۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟ چندمین ۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟ بیست و چهارمین

۲- آیا تعداد شمارنده‌های یک عدد محدود است؟ بله

تعداد مضرب‌های یک عدد چطور؟ خیر

توضیه‌ای برای موقوفیت

در یک بازی رایانه‌ای مهره A تا ۶ تا حرکت می‌کند و مهره B تا ۴ تا حرکت می‌کند. در شروع بازی هر دو مهره روی عدد صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می‌گیرند؟ دواره - (مسافت صفر تا ۲۴) در شروع بازی هر دو مهره روی عدد صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می‌گیرند؟ دواره - (مسافت صفر تا ۲۴)



۶، ۱۲، ۱۸، ۲۴، ... : مضارب مشترک ۱۲، ۲۴، ۳۶، ...

۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴، ... : کوچک‌ترین مضرب مشترک ۱۲

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد را به طور اختصار ک.م.م می‌گویند و به صورت $[6 \text{ و } 12]$ نمایش می‌دهند.

$$[6 \text{ و } 12] = 12$$

به عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

$$18, 36, 54, \dots : \text{مضارب}$$

$$12, 24, 36, \dots : \text{مضارب}$$

$$36, 72, 108, \dots : \text{مضارب مشترک ۱۲ و ۱۸}$$

۲- عدهای ۱۸ و ۱۲ به صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$12 = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$$

مشترک معرفت

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شمارنده‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید. حاصل ضرب مشترک را و غیر

$$A = 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$[A \text{ و } B] = 3 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$3 \times 2 \times 5 \times 3 \times 2$$

$$2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 2$$

۱- تساوی $6 \times 4 = 24$ را به صورت‌های مختلف می‌توان معنی کرد، جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شمارنده ۲۴ است. عدد ۶ عدد ۴ است.

۶ شمارنده ۲۴ است. چهارمین مضرب ۶ عدد ۲۴ است.

عدد ۶ و ۴ شمارنده ۲۴ است. عدد ۲۴ بر ۶ و ۴ قابل قسمت

است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا می‌کنیم که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها

به دست آورید.

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{15}{18} + \frac{8}{18} = \frac{23}{18} \quad [6 \text{ و } 18] = 18$$

$$\frac{7}{15} + \frac{9}{20} = \frac{28}{60} + \frac{27}{60} = \frac{55}{60} \quad [15 \text{ و } 20] = 60$$

$$\frac{15}{12} - \frac{7}{18} = \frac{45}{36} - \frac{14}{36} = \frac{31}{36} \quad [12 \text{ و } 18] = 36$$



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از ترمینال حرکت می‌کند.
اتوبوس‌های خط B هر ۳۰ دقیقه از ترمینال حرکت می‌کند. ساعت ۱۲ ظهر
دو اتوبوس در خط‌های A و B همزمان حرکت کرده‌اند. در چه ساعتی به طور
هم‌زمان اتوبوس‌ها از این دو خط حرکت می‌کنند؟ ۶ دقیقه بعد
 $[20, 30] = 60$
عنی ساعت ۱۳



۲- یک پیست دومیدانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد.
امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می‌کنند. اگر امید هر ۳۵ دقیقه یک دور کامل
پیست را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و
امید با هم به همان نقطه شروع می‌رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده‌اند؟
 $35, 21 = 105$

۳- آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟
بله، $210 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ و $30 = 2 \times 3 \times 5$ برابر صفر من سود
آیا ۴۲۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟
بله، $420 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ بزرگ‌تر از 210 است.

نمایش ملایم

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

- اگر عددی بر عدد دیگر بخش‌بزیر باشند، عدد بزرگ‌تر ک.م.م دو عدد است.
- اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است.
- ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

برای نوشته

$n=1$

$n=[n_1 n]$

$$[10, 10] = 10$$

- ۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.
- ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است.
 - حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶- به صورت ذهنی تساوی‌ها را کامل کنید.

$$(20 \text{ و } 30) = 10$$

$$(5 \text{ و } 7) = 1$$

$$(15 \text{ و } 3) = 3$$

$$(12 \text{ و } 4) = 12$$

$$(30 \text{ و } 50) = 150$$

$$(19 \text{ و } 19) = 19$$

$$(15 \text{ و } 20) = 30$$

$$(4 \text{ و } 9) = 1$$

$$(4 \text{ و } 9) = 36$$

$$(7 \text{ و } 2 \text{ و } 3) = 42$$

$$(7 \text{ و } 7) = 1$$

$$(4 \text{ و } 6) = 12$$

۶ مرور فصل

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عدد اول □ شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد □ شمارنده اول □ مضرب □ ب.م.م □ ک.م.م
در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

□ پیدا کردن عددهای اول

□ ساختن عددهای مختلف با شمارنده‌های اول

□ نوشتند پسرابه‌های یک عدد

□ رابطه بین مضرب و مقسوم علیه

□ نوشتند شمارنده‌های یک عدد

□ پیدا کردن شمارنده اول یک عدد

□ پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد

□ تجزیه عدد به شمارنده‌های اول

□ پیدا کردن ب.م.م دو عدد

□ پیدا کردن ک.م.م دو عدد

کاربرد

از مفاهیم ب.م.م و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن و مخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. در ک شمارنده‌های

اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

ایران توپنجه

توضیه ای برای موفقیت

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی $12 = 3 \times 4$ معانی مختلف آن را بیان کنید. 3^3 شمارنده‌های ۱۲ من باشد، 12 مضرب $3^3 \times 4$ هست

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م و ک.م.م آنها را به دست آورید.

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad (72, 60) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$(72, 60) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

۵۳, ۵۹, ۴۱, ۴۷, ۷۱, ۷۳, ۷۹

۳- عددهای اول بین 5° تا 8° را بنویسید.

با استفاده از تجزیه
راهنمای حرف راهنمایی
حالاتی مطلوب

۴- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ باشد.

$$(18, 12) = 4, [18, 12] = 36$$

$$(4, 34) = 4, [4, 34] = 36$$

۸۶

@GanjRiazi
 کانال گنج ریاضی
<https://t.me/ganjriazi>

تمرین دوره‌ای ۳
 چون هر قطر دوباره رسم شود
 $\Delta \times 2 = 10$
 $10 \div 2 = 5$

چون هر قطر دوباره رسم شود
 ۱- تعداد قطرهای یک n ضلعی را به دست آورید و با یک عبارت جبری نشان دهید، از چه راهبردهایی برای حل این مسئله استفاده کردید؟ از هر راس زد n ضلعی $(n-3)$ نقطه منowan رسم کرد و با توهمه
 $\frac{nx(n-3)}{2}$

۲- اگر $x=5$ باشد، مقدار عددی عبارت جبری $\frac{4x+7}{3x-7}$ را به دست آورید.

$\frac{4x\Delta + V}{3x\Delta - V} = \frac{2\Delta + V}{1\Delta - V} = \frac{2V}{\Delta}$

۳- عبارت‌های جبری را ساده کنید.

$2a - 5b + 3b - 7b = 2a - 9b$
 $5a - 2a - 9a + 4b = -4a + 4b$

$9x - 8a + 2x - 3x = 8x - 1a$
 $2(a-b) - 3(b-a) = 2a - 2b - 3b + 3a = 5a - 5b$

۴- معادله‌های زیر را حل کنید.

$9x + \Delta = -10$
 $\Rightarrow 9x = -10 - \Delta$
 $\Rightarrow 9x = -11$
 $\Rightarrow x = -\frac{11}{9} = -1$

$4x - 4 = \Delta \Rightarrow 4x = \Delta + 4$
 $\Rightarrow 4x = 12$
 $\Rightarrow x = \frac{12}{4} = 3$

$3x + 18 = -12 \Rightarrow 3x = -12 - 18$
 $\Rightarrow 3x = -30$
 $\Rightarrow x = -\frac{30}{3} = -10$

۵- آیا امکان دارد که یک معادله بیشتر از یک جواب داشته باشد؟ چرا؟

چون حاصل یک عبارت جبری مخلوط اسے به لذای مقادیر متفاوت برابر نمود

۶- در شکل زیر تمام پاره خطها و زاویه‌ها را نام بپرسید. توضیح دهد از چه راهبردی استفاده می‌کنید. **الوسازی**

پاره خط‌ها: $(AB, AC, AD), (BD, BC), CD$ فقیت

$(\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{BAC})$
 $(\hat{D}_1, \hat{D}_2, \hat{BDC})$
 (\hat{B}, \hat{C})

۷- کوچک‌ترین عددی را که ۳ شمارنده اول متفاوت داشته باشد، پیدا کنید.
 راه حل خود را توضیح دهید.

$4 \times 3 \times \Delta = 36$

۸۷

۱) همان روش بالا تعداد پاره خط‌ها را بحسب اگرید
 ۲) سیس برای برسی اگرین تعداد قطرهای (تعداد اضلاع - تعداد پاره خط‌ها)

(روش دوم)

۸- یک توالی عددی، از ۷ شروع می‌شود و چهارتا چهار تا به آن اضافه می‌شود. در توالی دیگری عدد از ۱ شروع و

$$\begin{array}{l} \text{۹ تا به آن اضافه می‌شود. اولین و دومین عدد مشترک این دو توالی را پیدا کنید.} \\ 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47, 51, 55, 59, 63, 67, 71, 75, 79, 83, 87, 91, 95, 99 \\ [9, 4] = 34 \end{array}$$

۹- دو عدد بنویسید که ۴ و ۹ شمارنده آنها باشند. یک عدد بنویسید که ۴ و ۹ دو شمارنده آن باشند و ۴ شمارنده دیگر

$$(34, 72)$$

نیز داشته باشد.

با هم

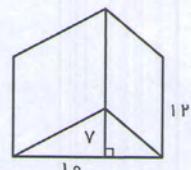
۱۰- عددی اول بین ۸۰ تا ۱۰۰ را بنویسید.

~~۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۸, ۲۹, ۳۰, ۳۱, ۳۲, ۳۳, ۳۴, ۳۵, ۳۶, ۳۷, ۳۸, ۳۹, ۴۰, ۴۱, ۴۲, ۴۳, ۴۴, ۴۵, ۴۶, ۴۷, ۴۸, ۴۹, ۵۰, ۵۱, ۵۲, ۵۳, ۵۴, ۵۵, ۵۶, ۵۷, ۵۸, ۵۹, ۶۰, ۶۱, ۶۲, ۶۳, ۶۴, ۶۵, ۶۶, ۶۷, ۶۸, ۶۹, ۷۰, ۷۱, ۷۲, ۷۳, ۷۴, ۷۵, ۷۶, ۷۷, ۷۸, ۷۹, ۸۰, ۸۱, ۸۲, ۸۳, ۸۴, ۸۵, ۸۶, ۸۷, ۸۸, ۸۹, ۹۰~~

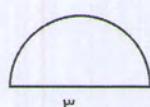
۱۱- کوچک‌ترین عددی را پیدا کنید که شمارنده‌هایش ۳ و ۶ و ۵ باشد.

جواب: ۳۰

۱۲- حجم هر یک از اجسام زیر را به دست آورید.

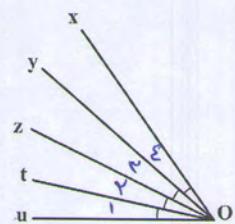
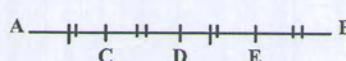


۱۳- مساحت جانبی و مساحت کل یک جسم منشوری را پیدا کنید که قاعده آن شکل زیر و ارتفاعش ۱۰ سانتی‌متر



$$\text{مساحت جانبی} = 2 \times \frac{1}{2} \pi r^2 + 2 \times \text{مساحت قاعده} = \pi r^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 3 = 30\pi + 30$$

۱۴- با توجه به شکل‌های زیر روابط بین پاره خط‌ها و زاویه‌های را کامل کنید.



$$AD = \underline{\underline{DE}}$$

$$u \hat{o} t + t \hat{o} z = u \hat{o} z$$

$$AB - DE = \underline{\underline{AD}} + \underline{\underline{EB}}$$

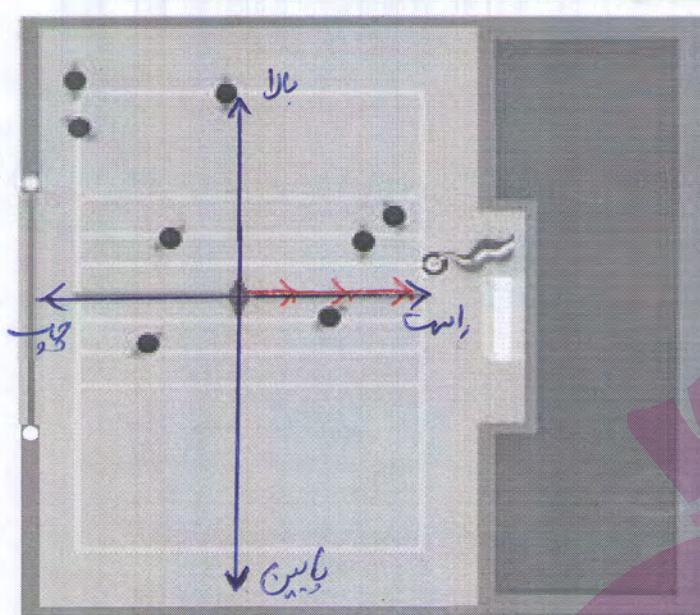
$$x \hat{o} u = \dots \hat{o} y \hat{o} z$$

$$AE = \underline{\underline{\underline{AB}}} - \underline{\underline{CE}}$$

$$y \hat{o} u = \dots \hat{o} x \hat{o} u$$

$$AC - CE + \underline{\underline{EB}} = AB$$

$$y \hat{o} u - z \hat{o} t = y \hat{o} z + t \hat{o} u$$

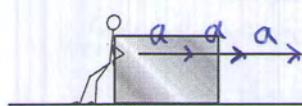


۱- یک دانشآموز در حیاط مدرسه ایستاده است.
در صفحه زیر این دانشآموز را با یک نقطه نشان داده ایم. این فرد در حیاط مدرسه در چند مسیر مختلف می‌تواند حرکت کند؛ آنها را نشان دهید.

از بین مسیرها یک مسیر افقی را انتخاب کنید. حالا این فرد در چند جهت می‌تواند حرکت کند؛ روی آن مسیر (راستا) جهت‌ها را با فلاش نشان دهید. برای حرکت این دانشآموز یک جهت انتخاب کنید.

اگر هر قدم حرکت آن دانشآموز را با پاره خطی به طول نمایش دهیم روی شکل ۳ قدم حرکت را در جهتی که انتخاب کردید، نشان دهید.

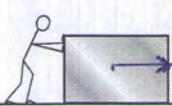
اندازه اصلاح سر



۲- شخصی در حال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است.

راستا یا مسیری که شخص به جسم نیرو وارد می‌کند روی شکل مشخص شده است، اگر اندازه نیرویی که شخص

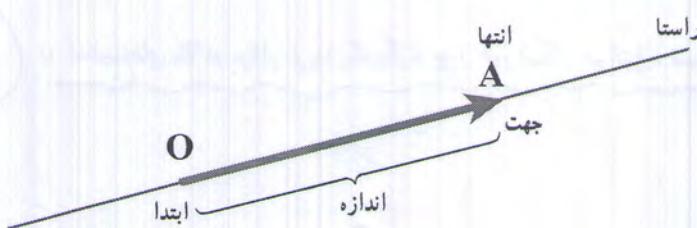
وارد کرده است را با \overrightarrow{a} نشان دهیم روی راستای بالا مقدار نیرو و جهت آن را نشان دهید. سه برابر واحد در راستای فوق به سمت سر (راست)



راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل مانند بالا نشان دهید. در همان راستا و در همان جهت و در پرلر آن

در مثال‌های بالا حرکت و نیرو را با پاره خط‌های جهت دار نشان دادیم. در ریاضی به پاره خط جهت دار بودار می‌گوییم.

بردار \overline{OA} را به صورت \overline{OA} نشان می‌دهیم.



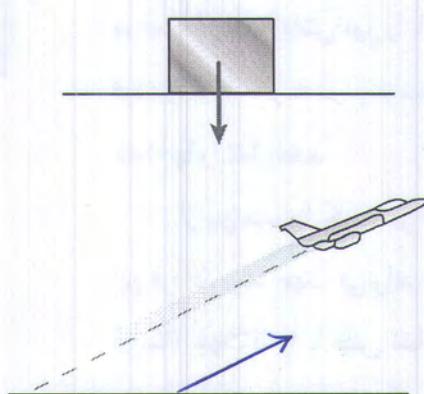
حروف: جهت نسبت



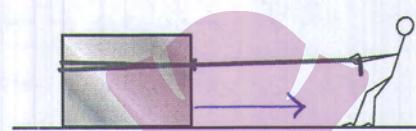
در شکل زیر نیروی وزن یک جعبه با یک بردار مشخص شده است. مانند نمونه برای حرکت‌ها با نیروهای مشخص شده

در شکل‌های زیر بردار رسم کنید.

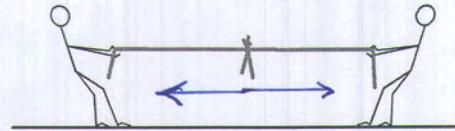
در این تمرین نقطه جهت حرکت مهم است، اندازه مدنظر نیست



مسیر حرکت هواپیما



نیرویی که فرد با طناب به جعبه وارد می‌کند.



نیروهایی که دو نفر در مسابقه طناب کشی وارد می‌کنند.

حروف: بعترفی بردارهای قرینه



۱- در شکل زیر دو نفر جعبه را از دو طرف می‌کشند. با توجه به نیروهای رسم شده به سؤالات زیر پاسخ دهید.

● آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟ **بله**

● جهت دو نیرو چه تفاوتی دارند. **مخالف هم هستند**

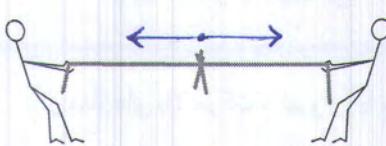
● اندازه نیروها را با هم مقایسه کنید. اندازه‌ی نیروها با توجه به محل



بردارها باهم مساوی‌اند

۲- دو داشن‌آموز در حال طناب کشیدن هستند.

راستا، جهت و اندازه نیروهای این دو نفر را نسبت به محل مشخص شده روی طناب یا دو بردار نشان بدهید.

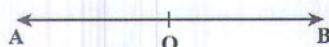


اندازه‌ی نیروها مساوی‌اند و در خلاف جهت

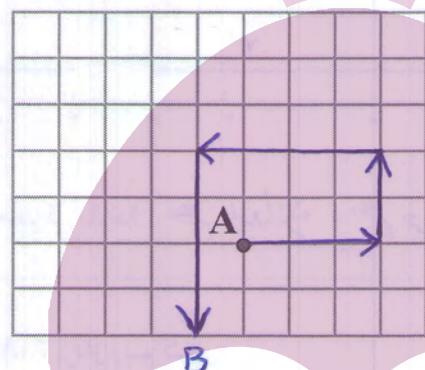
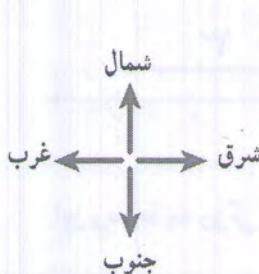
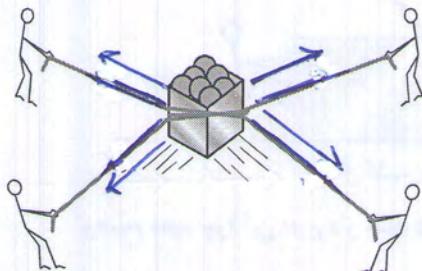
هم‌می‌باشند زیرا در حالت اولیه قرار دارند



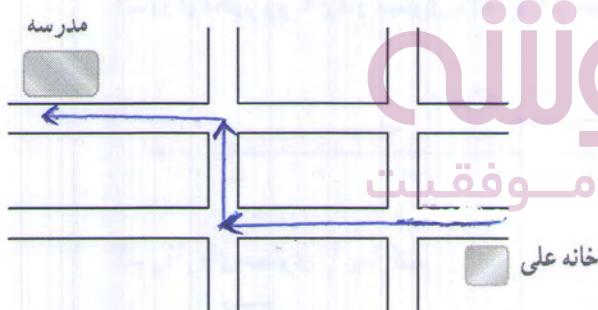
در فعالیت‌های بالا دو بردار قرینه یکدیگرند چون هم راستا و هم اندازه هستند ولی جهت‌هایشان عکس یکدیگر است.



۱- شکل زیر تصویر یک جعبه است که چند نفر آن را با طناب می‌کشند. نیروهایی که به این جعبه وارد می‌شود را بردار در تصویر از بالا نشان دهید.

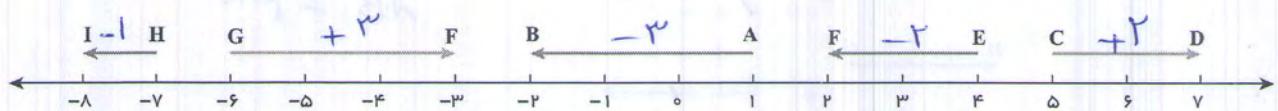


۲- با توجه به ۴ جهت نشان داده شده حرکت نقطه A را نشان دهید.
از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق، ۲ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت غرب و ۴ واحد به سمت جنوب حرکت کنید. محل نهایی نقطه را با B نشان دهید.



۳- علی از خانه به مدرسه رفته است. با انتخاب مسیر رفتن علی به مدرسه، حرکت‌های او را با بردار نشان دهید.
پاسخ بازسازی: راههای متفاوت وجود ندارد

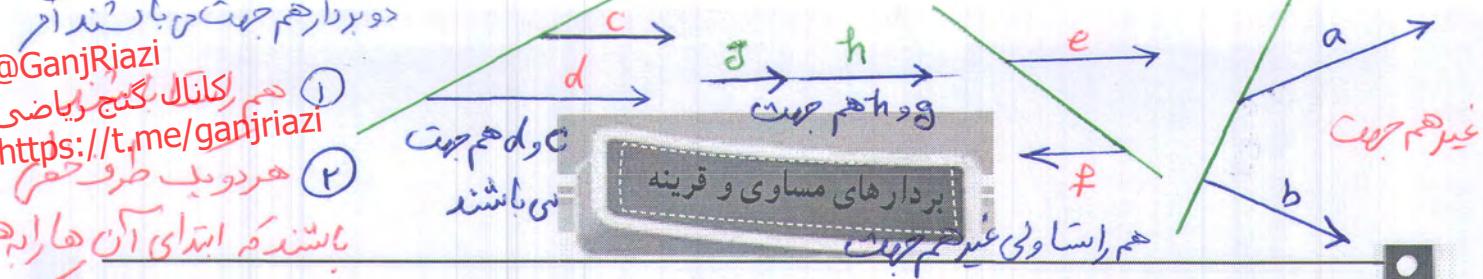
۴- بردار AB، ۳- است، یعنی ۳ واحد در جهت منفی محور از نقطه A به نقطه B حرکت کرده‌ایم. ابتدای این بردار نقطه A+محور و انتهای آن نقطه ۲- است.



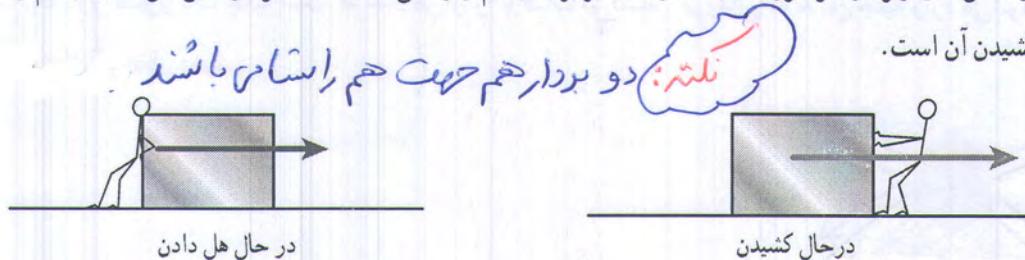
با توجه به نمونه فوق ابتدا، انتهای و اندازه بردارهای مشخص شده روی محور را بنویسید.

اندازه کمترین بردار از کجا
بردید عدد منفی باشد

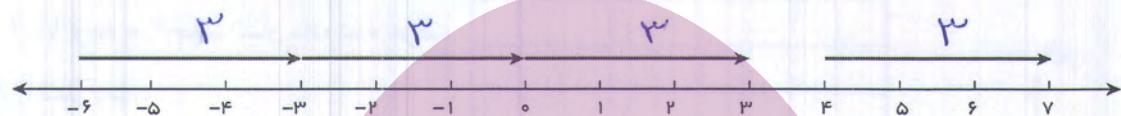
نام بردار	ا. ابتدا	ب. انتهای	اندازه	عدد متاضر
\vec{AB}	+1	-2	3	-3
\vec{CD}	5	✓	2	+2
\vec{EF}	4	2	2	-2



- ۱- در شکل های زیر دو نفر نیروهای با اندازه های برابر به جسم وارد می کنند. یک نفر در حال هُل دادن جسم و یک نفر در حال کشیدن آن است.



- توضیح دهید چرا این دو بردار مساوی هستند. چون در راستا و در گیر جهت و هم اندازه است
۲- با توجه به محور اندازه بردارهای زیر را مشخص کنید.



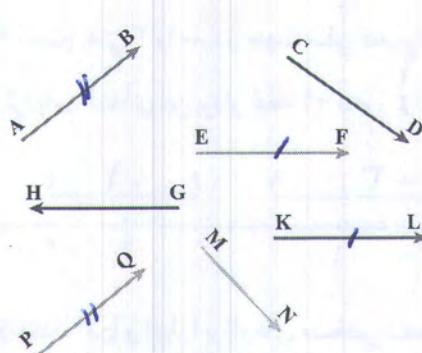
این بردارها چه ویژگی مشترکی دارند؟ هم اندازه، هم جهت و هم راستار باشند

- ۱- مساوی با بردار AB، ۳ بردار رسم کنید.



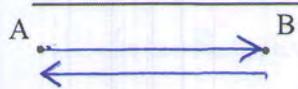
- ۲- روی محور زیر ۴ بردار مساوی با اندازه ۲ واحد در جهت منفی رسم کنید.

- ۳- بردارهای مساوی را پیدا کنید.



$$\vec{EF} = k\vec{L}$$

$$\vec{AB} = \vec{PQ}$$



۱- شخصی از نقطه A به نقطه B رفته است. حرکت او را با یک بردار نشان دهید.

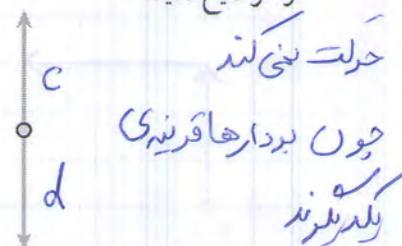
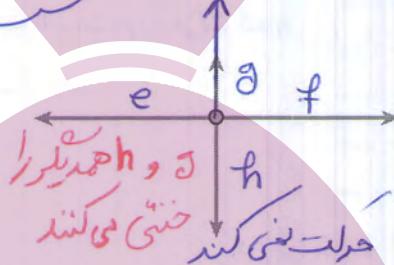
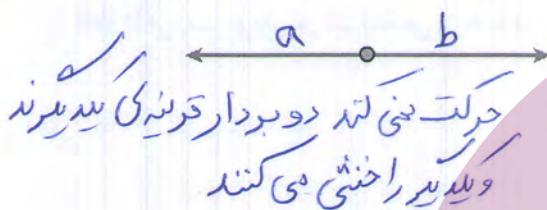
اگر این شخص از نقطه B به نقطه A برگرد حرکت دوم را نیز با یک بردار نشان دهید.

این دو بردار را از نظر راستا، اندازه و جهت مقایسه کنید. هم راستا، هم اندازه و خلاف جهت هم
آیا این دو بردار قرینه یکدیگرند؟ چرا؟ بله، چون برخلاف جهت جمیت هم و هم اندازه باشند
مجموع حرفت این فرد چقدر است؟ صفر

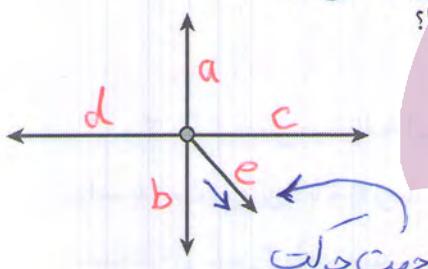
۲- با توجه به نیروهای وارد بر جسم زیر و بردارهای قرینه، مشخص کنید جسم به کدام سمت حرکت می کند. دلیل خود

بر عکس از قرینه ای است

را توضیح دهید.



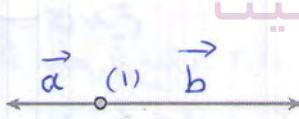
۳- با توجه به نیروهای وارد شده در شکل مقابل، جسم به کدام طرف حرکت می کند؟ چرا؟



در جهت بردار \vec{c} حرکت می کند
زیرا a, b بلندی را و بردارهای c, d نیز بلند
را چشمی می کنند

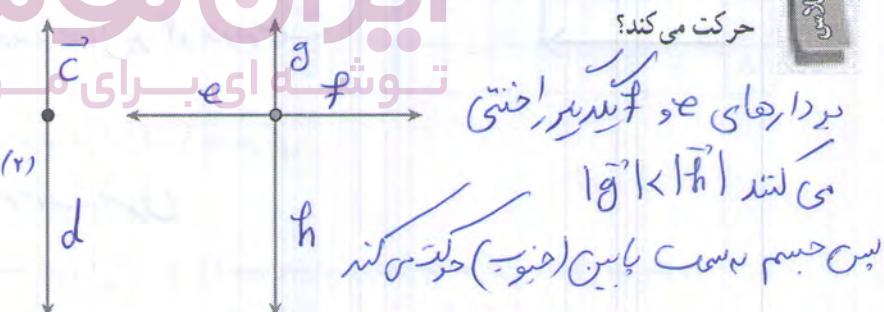
۱- با توجه به اندازه بردارهای نیرو که با طول های مختلف نشان داده است، توضیح دهید که جسم به کدام سمت حرکت می کند؟

(۱) بسم سرخ (اسمه) حرکت می کند

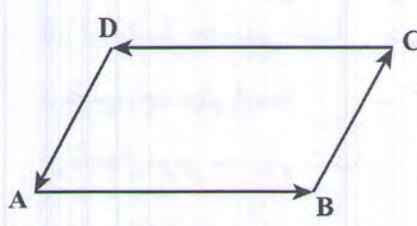


بردارهای a و b چشمی می کنند

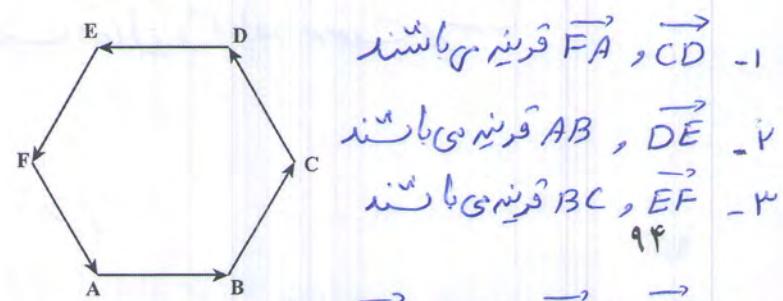
(۲) بسم چوب (پاسین) حرکت می کند



۲- با توجه به شکل های زیر بردارهای قرینه را نام ببرید.



بردارهای AB و CD و همچنین
بردارهای BC و DA قرینه می باشند



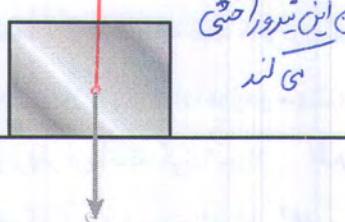
$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EF} + \vec{FA} = 0$$

-۱ قرینه می باشند

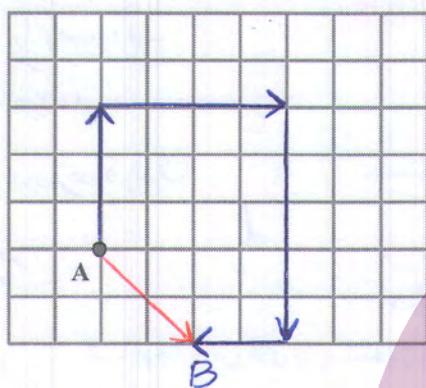
-۲ قرینه می باشند

-۳ قرینه می باشند

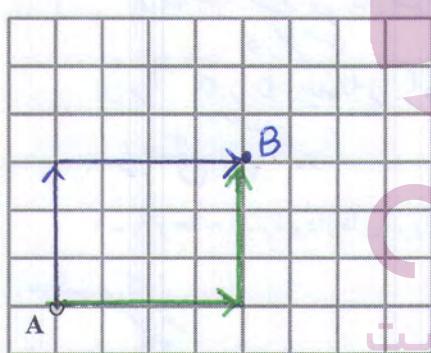
۱- در شکل زیر نیرو و وزن جسم با یک بردار مشخص شده است، نیرویی که زمین به جسم وارد می کند را با یک بردار نمایش دهید. چرا جسم روی زمین می ماند و حرکت نمی کند؟



از زیر نیروی زمین این تصور را خواهی
نمود که این دو نیرو قرینه‌ی یکدیگری باشند چون جسم حرکتی
نمی کند



۲- شخصی در نقطه A ایستاده است، اگر ۳ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت شرق و ۵ واحد به سمت جنوب و در انتهای ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند به نقطه B می رسد. بردار حرکت شخص از A به B را نشان دهید.



۳- اگر شخصی در نقطه A ایستاده باشد. ۳ واحد به سمت شمال و سپس ۴ واحد به سمت شرق برود تا به B برسد. اگر شخص دیگر از همان نقطه A، ۴ واحد به سمت شرق و سپس ۳ واحد به سمت شمال برود به کدام نقطه می رسد؟ چرا؟
نه همان نقطه که از مبدأ اول رفته بروی لبرد (نقطه B)
زیرا در هر دو حرکت ها سه واحد به سمت شمال و ۴ واحد به سمت غرب می روم

۴- اگر شخص از نقطه A، ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند با چه حرکتی به نقطه A می رسد؟ با حرکت ۲ واحد به سمت سرچ

حالا اگر شخص از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق و ۲ واحد به سمت جنوب برود با چه حرکتی به محل اول خود برمی گردد؟

۱- با حرکت ۳ واحد به سمت غرب و ۲ واحد به سمت شمال

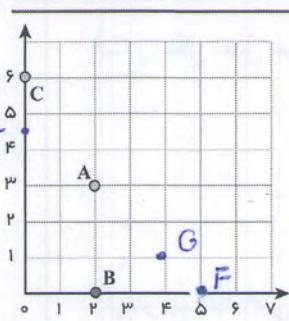
۲- با حرکت ۲ واحد به سمت شمال و ۳ واحد به سمت غرب

۵- قرینه شمال چه جهتی است؟ جنوب

قرینه شرق چه جهتی است؟ غرب

قرینه شمال شرقی چه جهتی است؟ جنوب غرب

مختصات



۱- در دوره دبستان با محورهای مختصات آشنا شدید.

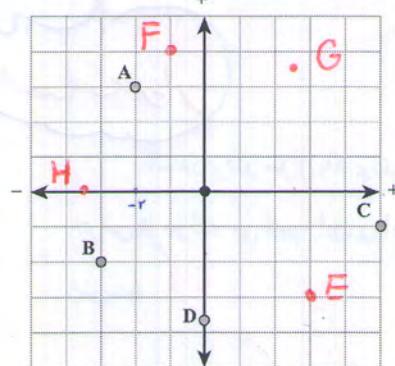
مختصات نقاط A و B و C را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

نقاط G = $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ و F = $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ و E = $\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید.

معرفی درسگاه مختصات

۲- با توجه به محور عدددهای صحیح که در فصل اول آموختید محورهای زیر را در جهت‌های منفی ادامه دادیم تا



محورهای مختصات کامل شوند. حالا مختصات نقاط مشخص شده را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 3/4 \end{bmatrix}$$

نقاط زیر را روی محور مختصات پیدا کنید.

$$E = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 2/5 \\ 3/5 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} -3/5 \\ 0 \end{bmatrix}$$



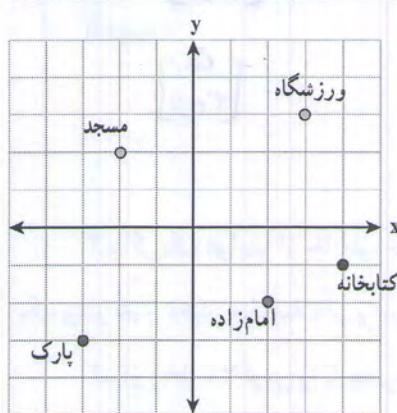
محورهای مختصات صفحه را به ۴ قسمت تقسیم می‌کنند.

در شکل مقابل این ۴ ناحیه با عدددهای ۱ تا ۴ مشخص شده‌اند.

مرز ناحیه ۱ و ۲ را مشخص کنید. مرز ناحیه ۳ و ۴ را نیز مشخص کنید.

مرز ناحیه ۱ و ۴ و همچنین ۲ و ۳ را نیز مشخص کنید.

توشه‌ای برای موفقیت



با توجه به تصویر رو به رو به سوال‌های زیر پاسخ دهید :

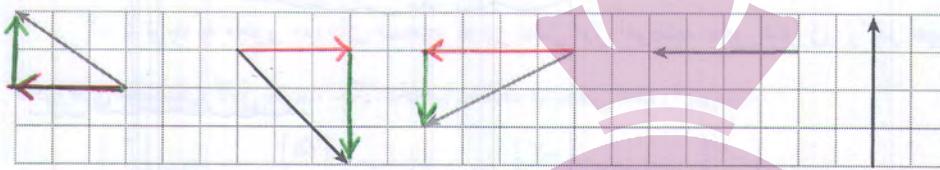
- ۱- مختصات ورزشگاه چیست؟ $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$
- ۲- مختصات چه بنایی است؟ امامزاده $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- ۳- مختصات مسجد چیست؟ $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- ۴- کتابخانه در کدام نقطه واقع است؟ $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

۱- در شکل مقابل حرکت از نقطه A به B با بردار AB نشان داده شده است.



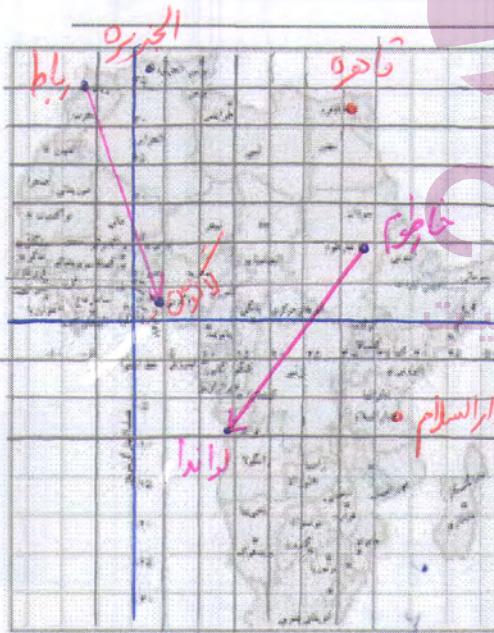
۳۷۰

اگر بتوانیم فقط افقی یا عمودی حرکت کنیم (قرار می‌گذاریم که همیشه ابتدا افقی و سپس عمودی حرکت می‌کنیم).
مسیر حرکت از A تا B را نشان دهید. در بردارهای زیر نیز مسیر را مشخص کنید.



مختصات بردار

۲- در بردار سؤال بالا برای حرکت از A به B، ۴ واحد به سمت مثبت محور طول و سپس ۲ واحد به سمت مثبت محور عرض‌ها حرکت می‌کنیم. این بردار را در صفحهٔ مختصات می‌توانیم به صورت $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ نمایش دهیم. مختصات سایر بردارها را بنویسید.



طول جغرافیایی هر نقطه با نصف النهاری که از آن می‌گذرد و عرض جغرافیایی

هر نقطه با مدار مربوطه آن مشخص می‌شود. در نقشهٔ مقابل با توجه به مدارها (خط‌های افقی) و مدار مبدأ (خط استوا) و نصف النهارها (خط‌های عمودی) و نصف النهار مبدأ (گرینویچ) به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

۱- مختصات شهرهای ریز را به طور تقریبی بنویسید.

$$\text{دارالسلام: } \begin{bmatrix} ۳۷^{\circ} \\ -۷۰^{\circ} \end{bmatrix}$$

$$\text{الجزیره: } \begin{bmatrix} ۵^{\circ} \\ ۳۷^{\circ} \end{bmatrix}$$

۲- اگر یک هواپیما از خارطوم به لوآندا در مسیر تقریباً مستقیم حرکت کند، حرکت این هواپیما را به صورت تقریبی با یک بردار نشان دهید. مختصات آن بردار را بنویسید.

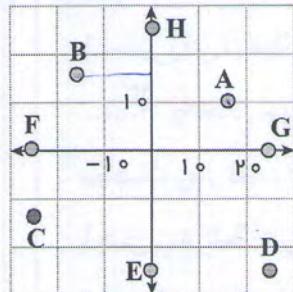
$$\begin{bmatrix} ۱۸^{\circ} \\ -۴۷^{\circ} \end{bmatrix}$$

۳- از ریاضیات لاغوس را با چه برداری می‌توان پیمود؟

$$\begin{bmatrix} ۱۱^{\circ} \\ -۵۲^{\circ} \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} 4 \\ -y \end{bmatrix} \quad \text{طولها} \rightarrow D = \begin{bmatrix} -y \\ y \end{bmatrix}$$

@GanjRiazi
کanal گنج ریاضی
<https://t.me/ganjriazi>

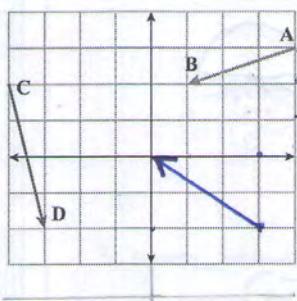


۱- با توجه به شکل مختصات هر نقطه را به صورت تقریبی بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \quad C = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \quad D = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} = \quad F = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \quad G = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۲- بردار $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ را در محور مختصات زیر طوری رسم کنید که ابتدای بردار نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ باشد.



با توجه به شکل، مختصات نقطه M و بردارهای Zیر را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \overline{AB} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \overline{CD} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۳- ابتدا مختصات بردار AB را تعیین کنید. قرینه بردار AB را نسبت به محور طول ها رسم کنید و مختصات قرینه \overline{AB} را بنویسید. قرینه بردار AB را نسبت به مبدأ مختصات پیدا کنید و مختصاتش را بنویسید.

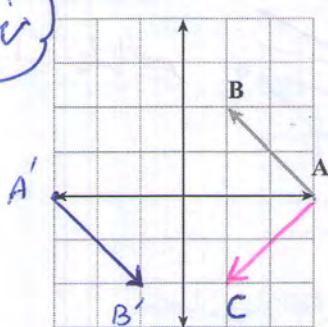
$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{A'B'} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

تلثه: قرینه نسبت به محور طول ها است طول ثابت هم ماند عرض قرینه مسود

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه مسود}} \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

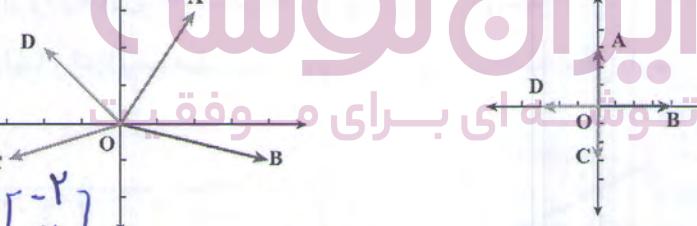
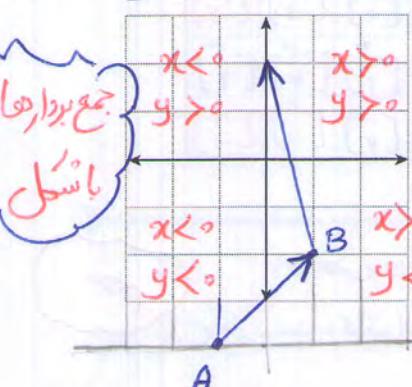
۴- مختصات بردارها را در شکل های زیر بنویسید.



$$\overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OB} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OC} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \overrightarrow{OD} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$



$$\overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \overrightarrow{OB} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OC} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \overrightarrow{OD} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۵- از نقطه A = $\begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$ با بردار $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ و سپس با بردار $\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ حرکت کردیم تا

$$\overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -25 \\ -18 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 47 \\ -81 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -141 \\ 252 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -200 \\ 5 \end{bmatrix}$$

۶- مشخص کنید که نقاط مقابل در کدام ناحیه قرار دارد.

۳ ناحیه $\leftarrow A$

۴ ناحیه $\leftarrow B$

۲ ناحیه $\leftarrow C$

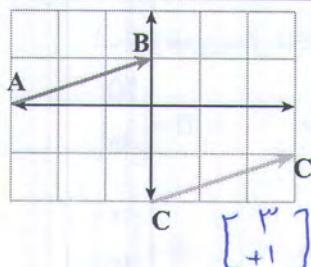
۱ ناحیه $\leftarrow D$

۳
۴

اصلاح شود

طول زی از نقاط D, C, B نسبت سود

۹۸



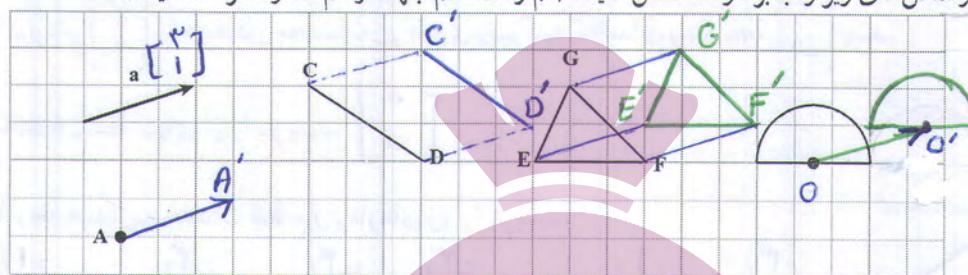
۱- مسیر رفتن از نقطه A به B را به صورت زیر بیان کنید :

۳..... واحد در جهت **مثبت** محورxها و **منفی** واحد در جهت **مثبت** محورyها

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} +3 \\ +1 \end{bmatrix}$$

با همین بردار نقطه C را به نقطه C' منتقل کردیم. مختصات بردار CC' را مشخص کنید.

۲- هر یک از شکل‌های زیر را با بردار \bar{a} منتقل کنید. (هم راستا، هم جهت و هم اندازه حرکت کنید).



۳- در محور مختصات زیر مثلث ABC را با بردار \bar{a} منتقال دهید و مثلث جدید را A'B'C' بنامید. مختصات رأس‌ها

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

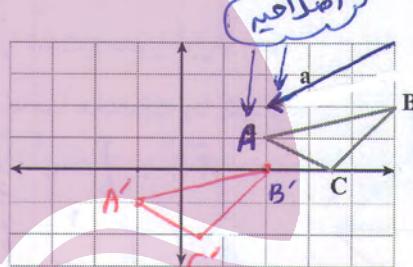
$$B = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C' = \begin{bmatrix} 4/2 \\ -2 \end{bmatrix}$$



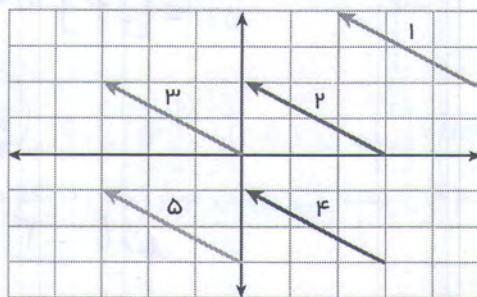
را بنویسید.

مختصات بردار انتقال \bar{a} را هم بنویسید : $= \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$

۴- برای هر یک از بردارهای زیر مختصات ابتدا و انتهای بردار را بنویسید.

چه رابطه‌ای بین ابتدا و انتهای مختصات بردار وجود دارد؟ این بردارها چه ویژگی دارند.

توشه‌ای برای موفقیت



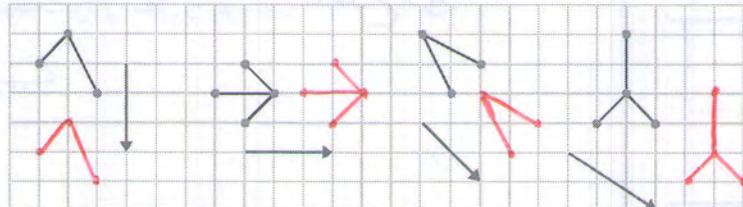
بردار	۱	۲	۳	۴	۵
مختصات ابتدا	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$
مختصات بردار	$\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$
مختصات انتهای	$\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

با مشخص بودن مختصات ابتدا، مختصات بردار و مختصات انتهای یک بردار می‌توان یک جمع متناظر برای

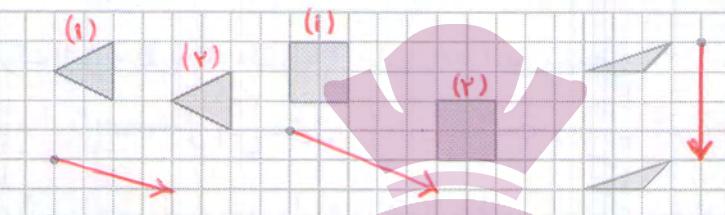
بردار نوشته به کمک این جمع و با معلوم بودن ۲ مختصات می‌توان مختصات قسمت سوم (نامعلوم) را پیدا کرد.

۶۷

۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوطه انتقال دهید. مختصات بردارهای انتقال را بنویسید.



قرینه‌ی این بردارها
نیز سه تواند رسم
باشد



پاسخ باز
دو بردار

۲- بردار انتقال مربوط به هر شکل را از نقطه قرمز کنار آن رسم کنید. متناظر با هر کدام یک جمع بنویسید.

انتهای بردار مختصات بردار ابتدای بردار

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$-2 + x = 3 \Rightarrow x = 5$$

$$1 + y = -4 \Rightarrow y = -5$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$x + (-1) = 2$$

$$y + 2 = -1$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow y = -3$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

و انتهای آن پیدا کنید.

$$\vec{AB} = B - A \Rightarrow \vec{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

۳- مختصات موردنظر را به دست آورید.

۴- مختصات برداری را که ابتدای آن و انتهای آن پیدا کنید.

مختصات بردار

۳



$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad B' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C' = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را D، E و F نشان دهید.

$$D = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

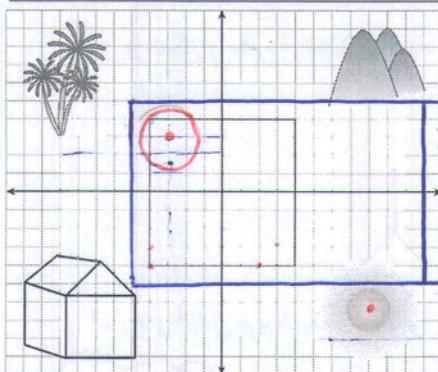
$$F = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

با چه برداری نقاط A، B، C و D، E، F منتقل می‌شوند؟

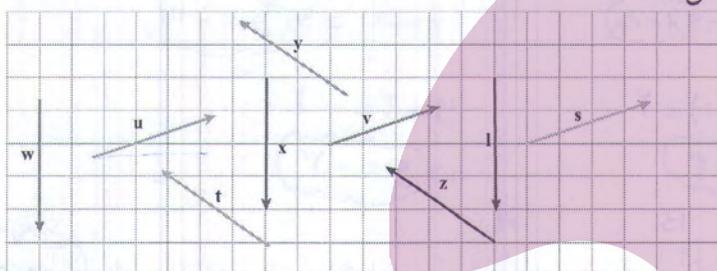
$$\vec{a} + \vec{b} = c, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

- ۱- هر یک از اجزای نقاشی را با بردار انتقال دلخواه به محل مناسب در کادر انتقال دهید و مختصات بردار انتقال را بنویسید. **اصلاح سُور**

با سن بازی



- ۲- مسیر حرکت از A به B، به C، به E را با بردارهای انتقال مشخص کنید و مختصات هر بردار را بنویسید.
- $$\vec{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{BC} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \vec{CD} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$
- $$\vec{DE} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$
- می‌توانید این بازی را به صورت دو نفره انجام دهید. یک نفر نقطه‌ی می‌گذارد و نفر دوم باید بگوید با چه بردار انتقالی نقطه شروع را به نقطه مشخص شده انتقال می‌دهد.



$$\vec{w} = \vec{x} = \vec{l} \quad \vec{t} = \vec{y} = \vec{z}$$

$$\vec{u} = \vec{v} = \vec{s}$$

- ۳- بردارهای مساوی را مشخص کنید.

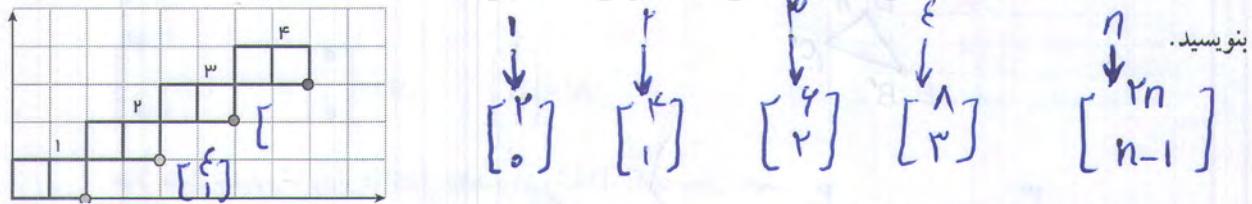
$$\vec{d} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} = -\vec{d}' = -\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

چگونه مختصات قرینه یک بردار نوشته می‌شود؟

با توجه به شکل بالا حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\vec{d} + \vec{d}' = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- ۴- در محور مختصات مقابل در کاشی شماره n مختصات گوشی‌ای که با علامت n مشخص شده است را به صورت جبری



- ۶- در یک بازی روی صفحه شطرنجی، سعید مهره خود را از خانه‌ای به مختصات

- $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ابتدا ۳ خانه به سمت راست و سپس ۴ خانه به سمت پایین آورد. در حرکت دوم او مهره‌اش را ۲ خانه به سمت چپ آورد. هم

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

اکنون مهره سعید روی کدام نقطه صفحه قرار دارد؟

- ۷- اگر نقطه A به مختصات $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ منتقل کنیم تا به نقطه B بررسی مختصات نقطه B را به صورت جبری بنویسید.

$$B = \begin{bmatrix} x+a \\ y+b \end{bmatrix}$$

مرور فصل ۷

مفاهیم و مهارت ها

در این فصل واژه های زیر به کار رفته اند. مطمئن شوید که می توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

پاره خط جهت دار بردار انتقال راستا بردار

در این فصل روش های اصلی زیر مطرح شده اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

بردار قرینه و بردار صفر ویژگی ها، نام گذاری و نمایش بردار

ناحیه محور مختصات مختصات نقطه در صفحه

بردارهای مساوی بردار انتقال

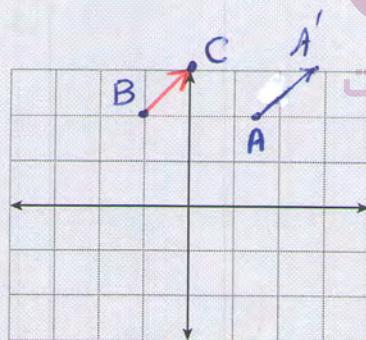
جمع متناظر با بردار

پیدا کردن مختصات بردار

کاربرد

کاربرد اصلی این موضوع را در درس های علوم خود خواهید دید. در دوره دوم متوسطه و در درس فیزیک نیز با کاربردهای بیشتری از این موضوع آشنا می شوید.

در صورتی که تمرین های زیر را بتوانید انجام دهید مطمئن می شوید که این فصل را به خوبی آموخته اید.



$$1- \text{ نقاط به مختصات } A = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

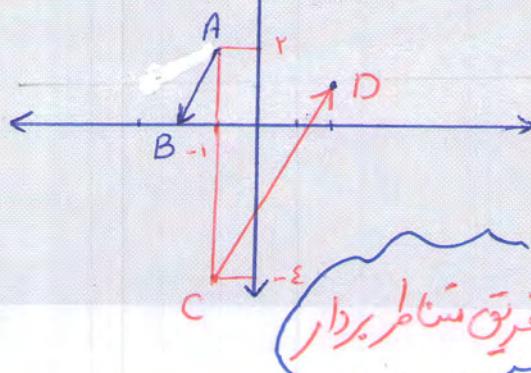
نقطه A را با بردار \overrightarrow{BC} منتقل کنید و مختصات نقطه منتقل شده را بنویسید.

بدون رسم شکل ابدا مختصات بردار \overrightarrow{BC} را پیدا کنید.

$$\overrightarrow{BC} = C - B = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

بدون رسم شکل انتقال را انجام دهید.

$$\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad A + \overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 3 \end{bmatrix}$$



$$2- \text{ بردار خواسته را رسم کنید: } \overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \text{ ابدا در } \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$B = A + \overrightarrow{AB} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4/5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 102$$

$$C = D - \overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix}$$



توان و جذر

فصل ۸

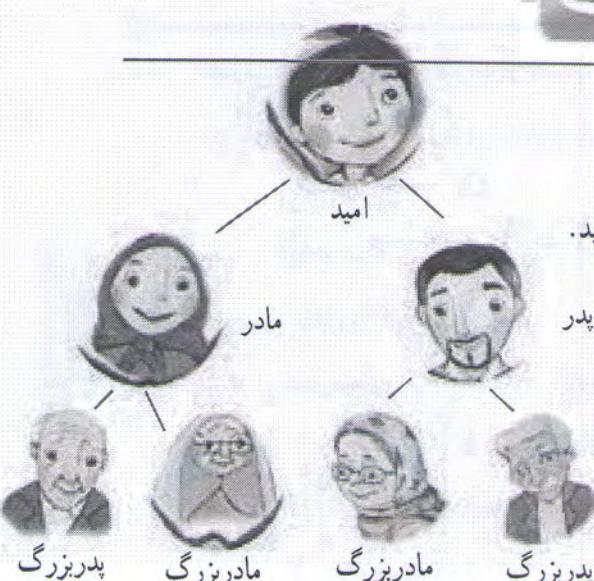
ایران توشه

توشه ای برای موفقیت

- تعریف توان
- محاسبه عبارت های توان دار
- ساده کردن عبارت های توان دار
- جذر و ریشه

وقتی یک سلول به سلول های دیگر تبدیل می شود و این عمل تکرار می گردد، در مدت کوتاهی تعداد سلول ها به سرعت افزایش پیدا می کنند. رشد تعداد سلول ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحت بوسیت در مدت کوتاهی ترمیم می شود و سلول های جدید جایگزین سلول های مرده می شوند.

تعريف توان



۱- امید می داند که نوه چهار نفر است. این چهار نفر پدربرزگ ها و مادربرزگ های امیدند. او می خواهد بداند که نتیجه چند نفر است؟

(به فرزند نو، نتیجه می گویند). امید برای پاسخ سوال خود شکل زیر را کشید.

پدر و مادرها نسبت خوش‌باوندی ندارند

الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجه چند نفر است؟

ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نبیره آنها است، چند نفرند؟ (به فرزند نتیجه، نبیره می گویند).

ج) جدول زیر را کامل کنید. برای محاسبه تعداد از ماشین حساب نیز می توانید کمک بگیرید.

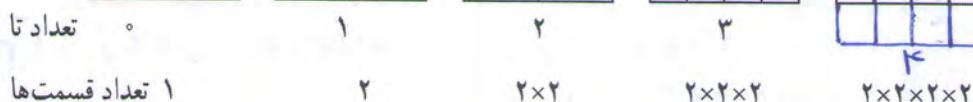
$$\begin{aligned} \text{نوع ارورسل ۲ام چند} \\ \text{نفر از سه ۲بار} \\ (2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2^n) = 2^n \end{aligned}$$

	بستگان امید	روش محاسبه	تعداد
امید			
فرزند	پدر و مادر	۲	۲
نوه	پدربرزگ و مادربرزگ	2×2	۴
نتیجه	نسل سوم	$2 \times 2 \times 2$	۸
نبیره	نسل چهارم	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	۱۶
	نسل پنجم	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	۳۲
		$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	۶۴
		$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	۱۲۸

۲- یک کاغذ را چند بار تا می زنیم و هر بار تعداد قسمت هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می شماریم. چه الگویی در

تعداد قسمت ها می بینید؟

اصل اصم ←
رد روی اصل افترسون



اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم تا قسمت خواهیم داشت؟

$$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2^{n\text{بار}} = 1024$$

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای n ام چند قسمت خواهیم داشت؟

$$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2^n = 2^n$$

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت های بالا پیشنهاد می کنید؟

عبارتی مانند $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت 2^5 می نویسیم و آن را چنین می خوانیم : ۲ به توان ۵.

در عبارت 2^5 را پایه و ۵ را توان می نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می دادیم.

$$(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$$

$$\text{توان} \rightarrow ۵ \quad \text{پایه} \rightarrow ۲ \quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 \quad (\text{جزئیم روی توان بخ})$$

عبارت	شکل ساده شده	خوانده می شود	حاصل
7×7	7^2	هفت به توان ۲	49
$7+7$	2×7	دو هشت بر ۷	14
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$	$2/5^3$	دو هشتم بیکاران ۳	$15/125$
$1 \times 1 \times 1$	1^3	یک توان ۳	1
$1+1$	2×1	دو هشت بر ۱	2
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$	پنج سوم به توان ۲	$\frac{25}{9}$

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

پس از آن عبارت های زیر را به صورت ساده شده بنویسید.

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^5$$

$$2 \times 2 = 2^8$$

$$axaxa = a^3 \quad b \times b = b^2$$

۲- عددهای داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$

$$144 = 2^4 \times 3^2$$

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

$$135 = 3^3 \times 5$$

۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت لمکان چهارم وارد نادرست را اصلاح کنید.

$$4^2 = 64 \quad \cancel{8^2 = 16} \quad \cancel{5^2 = 5 \times 2} \quad \cancel{(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}}$$

$$2^3 = 3^2 \quad \cancel{1 \neq 9} \quad \cancel{9^2 = 18} \quad \cancel{(\frac{3}{1})^2 = \frac{9}{1}} \quad \cancel{3^2 = 81}$$

$$\cancel{\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25}} \quad \cancel{(\frac{3}{5})^2 = \frac{9}{25}} \quad \cancel{(\frac{3}{5})^2 = \frac{9}{14}}$$

۴- تساوی ها را کامل کنید.

$$a \times a \times a \times a = a^4$$

$$b^3 = b \times b \times b$$

$$(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\frac{a \times a \times a}{b} = \frac{a^3}{b}$$

$$x \times x = x^2$$

$$(y+x)(y+x) = (y+x)^2$$

$$(ab)^2 = ab \times ab$$

$$\frac{x \times x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} = \frac{x^4}{y^5}$$

۵- در تکثیر سلول ها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن سلول ها خودشان به ۲ سلول تقسیم

می شوند و این کار ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	۵	n
تعداد سلول	۲	2×2	$2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	2^n
به صورت توان دار	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^n

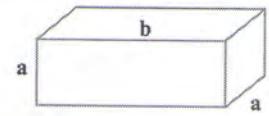
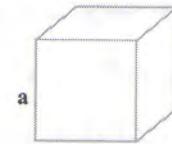
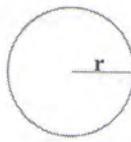
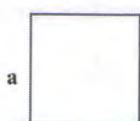
$$\begin{array}{l} 1+1=2 \\ 2+1=3 \\ 3+1=4 \end{array} \rightarrow 11^3 = 1234 \rightarrow 4$$

$$11^3 = 1331 \rightarrow 4$$

$$11^3 \rightarrow 1331 \rightarrow 4$$

$$\begin{array}{l} 1+1=2 \\ 2+1=3 \\ 3+1=4 \end{array} \rightarrow 11^3 \rightarrow 1331 \rightarrow 4$$

النوابیم
سین عدد ۱۱ $\rightarrow 11^3 = 1331$ رقمه دار



$$S = a \times a = a^2$$

$$S = \pi / 4 \times r \times r = \pi / 4 \times r^2$$

$$V = a \times a \times a = a^3$$

$$V = a^2 b$$

۱- با توجه به شکل‌های زیر مساحت و حجم‌های خواسته شده را با عبارت‌های توان دار جبری نمایش دهید.

$$(a \neq 0)$$

$$1^a = 1$$

$$a^1 = a$$

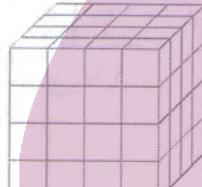
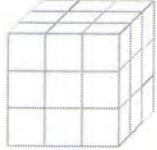
$$\square \text{ هر عدد به توان یک برابر خودش می‌شود :}$$

$$\square \text{ مبدور هر عدد یعنی آن عدد به توان ۲ : } a^2 = \text{مبدور}$$

$$\square \text{ مکعب یک عدد یعنی آن عدد به توان ۳ : } a^3 = \text{مکعب}$$

$$\square \text{ صفر به توان هر عدد به جز صفر برابر است با... صفر! (رسی)}$$

$$\begin{matrix} a & = & 0 \\ & & = n^3 \end{matrix}$$



$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

۴- حاصل هر عبارت توان دار را به دست آورید.

$$3^2 = 9$$

$$4^2 = 16$$

$$5^2 = 25$$

$$6^2 = 36$$

$$7^2 = 49$$

$$8^2 = 64$$

$$9^2 = 81$$

$$10^2 = 100$$

$$11^2 = 121$$

$$12^2 = 144$$

$$4^3 = 64$$

$$1 = \text{مکعب یک}$$

$$2^3 = 8 = \text{مکعب دو}$$

$$1 = \text{مکعب یک}$$

$$0^3 = 0 = \text{مکعب صفر}$$

$$\frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$\frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$$

$$\frac{1}{8^2} = \frac{1}{64}$$

$$0^3 = 0 = \text{مکعب صفر}$$

$$0^2 \cdot 0^2 = 0 = \text{صفر!}$$

$$1^2 = 1 = \text{ واحد!}$$

$$2^2 = 4 = \text{چهار!}$$

$$3^2 = 9 = \text{نیماد!$$

$$4^2 = 16 = \text{چهارده!$$

۵- مقدار عبارت 3^n را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
3^n	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$

۶- حاصل عددهای $21, 22, 23, 24, 25$ را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد مناسبی برای محور عددی رسم کنید).

مناسبی برای محور عددی رسم کنید). در مورد نحوه رسم هر ستون توضیح دهد، آیا می‌توانید 26 یا 27 را در دفتر خود رسم کنید؟ چرا؟

تقریباً غیر ممکن است یا نسبتی می‌توان این کار را انجام داد

که عدد 11^{12} به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

(راهبرد النوبیم بازای چنین) $11^{12} \approx 1000000000000$

سین ۱۳ رقمه دار

امرزش الوجها (لارا کی)

محاسبه عبارت توان دار

پنجم

ترتیب انجام عملیات را در دوره دستان آموخته اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به

صورت ۱) پرانتز ۲) توان ۳) ضرب و تقسیم ۴) جمع و تفریق انجام می شود.

با کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{2^3 \times 4 + 1^{\circ}}{9^2 - 5^2} = \frac{A \times 4 + 1^{\circ}}{A1 - 25} = \frac{32 + 1^{\circ}}{56} = \frac{33}{56}$$

محاسبه جمع و تفریق ضرب ساده کردن محاسبه توان ها

محاسبه های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times 9 - (\cancel{4} + 2) = 9 - 4 = 5$$

$$\frac{1^{\circ} \div (A - 9) + 9 \times 4}{2^5 + 3^5} = \frac{1^{\circ} \div 2 + 9 \times 4}{32 + 243} = \frac{A + 36}{275} = \frac{41}{275}$$

۱- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$2^5 + 3^2 = 32 + 9 = 41 \quad 2^5 \times 3^2 = 32 \times 9 = 288 \quad 2^5 - 3^2 = 32 - 9 = 23$$

$$2^5 \div 8 = 32 \div 8 = 4 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \quad 5^2 - 5 \times 2 = 25 - 10 = 15$$

$$\frac{420 - 14}{100} = \frac{406}{100} \quad \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{4}{25} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$2^4 - 3^2 + 1^{\circ} = 16 - 9 + 1 = 8 \quad 5^1 + 1^5 + 0^0 = 25 + 1 + 0 = 26$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3+2)^2 = 2^2 + 3^2 \times 25 \neq 13 \quad (4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2 \checkmark \quad 144 = 9 \times 16 \Rightarrow 144 = 144$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{22}{32} \times \frac{4}{9} \neq \frac{22}{32} \quad 5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2 \times 5 \times 36 \neq 30^2 \Rightarrow 180 \neq 900$$

$$2^2 \times 5^2 = 10^2 \times 10000 \quad 2^2 \times 2^4 = 2^8 \checkmark \quad 1 \times 14 = 128$$

۳- نحوه محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 + 8^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 8 \times 8 = 256 + 64 = 320$$

۱۰۷

① چون الوجت اول توان اس سین ابتدا حاصل 2^8 را هاب مر لئيم

② و سین 8^2 را هاب مر لئيم

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان دار را محاسبه کنید.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 =$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

اصدراخ سوو
 $- (2 \times 2 \times 2) = -8$

$$-2^3 = 2 \times 2 \times 2 = -8$$

$$-2^4 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.

$$\begin{array}{ccccccccccccc} 2^6 & \longrightarrow & 2^5 & \longrightarrow & 2^4 & \longrightarrow & 2^3 & \longrightarrow & 2^2 & \longrightarrow & 2^1 & \longrightarrow & 2^0 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 64 & & 32 & & 16 & & 8 & & 4 & & 2 & & 1 \end{array} \Rightarrow 2^9 = 1$$

سبدهم

ارتباط بین عده‌های توان دار و حاصل آنها را توضیح دهد. اعداد توان دار درین اول با عدد سانتریان در رزرو رم

هر سهی باشد همانا $2^5 = 32$ به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

$\Rightarrow 2^9 = 1$ هر عددی توان صفر (بغیر از ۰) برای برد است.

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-3^2 = -9$$

$$(-5)^2 = +25$$

$$-1^5 = -1$$

$$(-1)^6 = -1$$

$$(-1)^4 = 1$$

$$-1^4 = -1$$

$$7^0 = 1$$

$$(\frac{1}{2})^0 = 1$$

$$(-9)^0 = 1$$

$$0^0 + 1/1^0 = 0 + 1 = 1$$

$$4 + 2^0 = 4 + 1 = 5$$

$$-1^0 = -1$$

$$2^2 = 4$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$5^0 = 1$$

۲- در جای خالی علامت $<$ یا $=$ یا $>$ بگذارید.

$$2^0 \textcircled{Q} 2^1$$

$$7^0 \textcircled{Q} 7^1$$

$$(\frac{3}{5})^2 \textcircled{Q} 2^0$$

$$(-2) \textcircled{O} (-2)^1$$



- کدام درست و کدام نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$(3+2)^{\circ} = 2^{\circ} + 3^{\circ}$	\times	$(\frac{1}{2})^{\circ} > (-\frac{1}{2})^{\circ}$	\checkmark	$(-\frac{2}{3})^{\circ} + (\frac{1}{3})^{\circ} > 1$	\checkmark
$1 \neq 2$		$1 > -\frac{1}{2}$		$1 + 1 > 1$	
$2+2^{\circ}=6$	\times	$2^{\circ} + 3^{\circ} + 5^{\circ} = 1$	\times	$4^{\circ} < (-2)^{\circ}$	
$2+1 \neq 6$		$1+1+1 \neq 1$		$1 < 4$	\checkmark

- الف) حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

$$2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0 = 1000 + 400 + 70 + 2 = 1472$$

$$5 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0 = 5000 + 0 + 10 + 9 = 5019$$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به صورت گستردگی و سپس توانی نمایش دهید.

$$4225 = 4000 + 200 + 30 + 5 = 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

$$9207 = 9000 + 200 + 0 + 7 = 9 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

- به جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و در عبارت 4^n و 5^n را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب

استفاده کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
4^n	$4^1 = 4$	$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$	$4^5 = 1024$
5^n	$5^1 = 5$	$5^2 = 25$	$5^3 = 125$	$5^4 = 625$	$5^5 = 3125$

برای $n=10$ کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

ایران توپش
توشه‌ای برای موفقیت

- در بعضی از ماشین حساب‌ها کلید توان به صورت زیر استفاده می‌شود. عددهای تواندار را محاسبه می‌کنند. برای

مثال 2^3 به صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه

راه دیگری برای پیدا کردن جواب 2^3 وجود دارد؟

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

- حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده شده بدست آورید.

$$a^r - b^r + ab \quad a=-2 \quad b=2 \quad \Rightarrow (-2)^2 - 2^2 + (-2) \times (2) = 4 - 4 + (-4) = -4$$

$$109 \quad a^r - 2b^r + a^r b \quad a=1 \quad b=-2 \quad \Rightarrow 1^2 - 2 \times (-2)^2 + 1 \times (-2) = 1 - 8 - 2 = -9$$

ساده کردن عبارت های توان دار

۱- زهره می خواست مسئله هایی را که معلم داده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش آموزان مساحت مستطیل به طول 2^2 و عرض 2^3 را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^2 \times 2^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

مرتبه ۴ مرتبه ۳

سیما با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا 2 ضرب شده است. پس عبارت تو با 2^7 برابر است. نتیجه گیری سیما

$$\begin{array}{r} 2^3 \\ \times 2^2 \\ \hline 2^7 \end{array}$$

را با یک تساوی نشان دهد.

۲- مانند نمونه عمل کنید.

$$\begin{aligned} 5^2 \times 5^3 &= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5 \\ &\quad \text{مرتبه ۲} \quad \text{مرتبه ۳} \\ 4^2 \times 4^3 &= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^6 \\ &\quad \text{مرتبه ۲} \quad \text{مرتبه ۳} \quad \text{مرتبه ۴} \\ x^2 \times x^3 &= x \times x \times x \times x \times x = x^5 \\ &\quad \text{مرتبه ۲} \quad \text{مرتبه ۳} \quad \text{مرتبه ۴} \\ a^2 \times a^3 &= a \times a \times a \times a \times a = a^5 \\ &\quad \text{مرتبه ۲} \quad \text{مرتبه ۳} \quad \text{مرتبه ۴} \end{aligned}$$

با توجه به تساوی های بالا یک رابطه برای ساده کردن عبارت های توان دار با پایه های مساوی بنویسید.

۳- با توجه به رابطه بالا، مانند نمونه عبارت تواندار را به صورت ضرب 2 یا چند عبارت توان دار بنویسید.

$$\begin{aligned} ab &= a \times b \\ ac &= a \times c \\ ab + ac &= a(b+c) \end{aligned}$$

$$2^7 = 2^5 \times 2^2$$

$$5^4 = 5^3 \times 5$$

$$2^6 = 2^4 \times 2^2$$

$$5^5 = 5^3 \times 5^2$$

$$2^7 = 2^2 \times 2^2$$

$$5^6 = 5^3 \times 5^3$$

$$2^8$$

$$\text{با سخن بازرسی}$$

۱- حاصل عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.
توان دار از این جمع مجموعه ای از عبارت های توان دار جواب را باید بزیرد.

$$5^2 \times 5^3 = 5^5$$

$$7^3 \times 7 = 7^4$$

$$(-2)^3 \times (-2)^2 = (-2)^5 = -2^5$$

$$(\frac{1}{2})^5 \times 0/5^2 = 0/5^5$$

$$(-4)^1 \times (-4)^0 = (-4)^1$$

$$1/5^4 \times (\frac{3}{2})^4 = 1/5^4$$

۲- با باز کردن عبارت توان دار جواب را ساده تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^3 = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 81$$

$$2^6 = 2^3 \times 2^3 = 1 \times 1 = 1$$

$$4^2 = 4 \times 4 = 16 \times 16 = 256$$

$$5^2 = 5 \times 5 = 25 \times 25$$

$$= 25$$

۳- اگر $2^{10} = 1024$ باشد حاصل 2^{11} را به دست آورید.

$$2^{11} = 2^{10} \times 2^1 = 1024 \times 2 = 2048$$

۱- مانند نمونه عبارت‌ها را بازکرده و دوباره به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$2^3 \times 5^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 10 \times 10 \times 10 =$$

$$\begin{aligned} 3^2 \times 4^3 &= (3 \times 3) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4) = (\frac{3}{4})^2 \times 5^3 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times 5 \times 5 \times 5 = \frac{1}{16} \times \frac{1}{16} \times \frac{1}{16} = (\frac{1}{16})^3 \\ a^r \times b^s &= a \times a \times b \times b = (a \times b) \times (a \times b) \times a^r \times b^s = a \times a \times a \times a \times b \times b \times b = (ab)^r \times (ab)^s = (ab)^{r+s} \end{aligned}$$

با مقایسه تساوی‌ها یک قانون کلامی برای ساده کردن عبارت‌های توان دار با توان‌های مساوی به دست آورید. پایه‌ها را در هم ضرب کنید.

ولين از توان‌ها را من نویسیم

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$2^4 \times 3^4 = 4^4$$

$$(\frac{2}{3})^6 \times (\frac{3}{4})^6 = (\frac{1}{12})^6$$

$$(\frac{1}{2})^5 \times 3^5 = (\frac{3}{2})^5$$

$$(-2)^7 \times (-1)^7 = (+2)^7 = 2^7$$

$$(-2)^5 \times 3^5 = (-4)^5$$

$$x^r \times y^s = (xy)^{r+s}$$

$$(ab)^r = a^r \times b^r$$

$$6^5 = (2 \times 3)^5 = 2^5 \times 3^5$$

۳- به تساوی‌های رو به رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان دار زیر را باز کنید.

$$15^7 = (3 \times 5)^7 = 3^7 \times 5^7$$

$$10^4 = 2 \times 5^4$$

$$12^8 = 2^8 \times 3^8 = 4^8 \times 3^8$$

$$(xy)^{10} = x^{10} \times y^{10}$$

$$(xyz)^4 = x^4 \times y^4 \times z^4$$

$$30^5 = 2^5 \times 3^5 \times 5^5$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$5^5 \times 5^3 \times 7^4 = \underline{\underline{5}}^5 \times \underline{\underline{7}}^4 = 5^5 \times 7^4$$

ضرب با توان‌های مساوی ضرب با پایه‌های مساوی

$$2^3 \times 6^2 \times 3^7 \times 4^7 = \underline{\underline{12}}^3 \times \underline{\underline{12}}^7 = 12^{10}$$

$$(2^5 \times 3^1 \times 5) \times (2^2 \times 3^5 \times 5^6) = (2^5 \times 2^2) \times (3^1 \times 3^5) \times (5 \times 5^6)$$

$$= 2^7 \times 3^6 \times 5^7 = 30^7$$

$$2^a \times 3^b = 2^{a+b}$$

۲- عبارت توان دار مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

به جای a و b عدهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

۱۱۱

$$2^3 \times 2^5 = 2^8$$

$$\underline{\underline{2}} + 2 = 11$$

$$\underline{\underline{5}} + 3 = 8$$

$$2^4 \times 2^5 = 2^{11}$$

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
کمال گنج ریاضی https://t.me/ganjriazi	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵

@GanjRiazi
کمال گنج ریاضی
<https://t.me/ganjriazi>

مختار بیانیه بارگردانی اس سی
توان = $\left[\frac{m}{n} \right] + 1$

۱- در تساوی های زیر به جای a و b و c عده های مختلف قرار دهید و تساوی های عددی بسازید.

$$a^b \times a^c = a^{b+c}$$

$$5^3 \times 5^2 = 5^{3+2}$$

$$a^c \times b^c = (a \times b)^c$$

$$5^3 \times 3^2 = (5 \times 3)^5$$

$$\begin{matrix} a=5 \\ b=3 \\ c=2 \end{matrix}$$

۲- با استفاده از تجزیه به عده های اول، هر عدد را به صورت توان دار بنویسید.

$$121 = 11 \times 11 = 11^2$$

$$256 = 2^8$$

$$441 = 3^2 \times 7^2$$

$$10000 = 2^4 \times 5^4$$

۳- هسابت مربعی به صفحه ۲ خبر است.

آورید

ج) ۵^۳ باشد.

ب) ۲ × ۳

الف) ۲^۳

۴- هسابت مستطیلی بطور معنی ۲ و ۳ را بسیار بزرگ

۹ و ۸۱ و ۶۰ و ۴۱ و ۳۵

$$4^0, 8^1, 9^2, 3^5, 10^4$$

۵- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$$4^3 \times 4^4 = 4^{12} \quad \text{X} \quad \checkmark$$

$$3^2 \times 2^2 = 6^5 \quad \text{X} \quad \checkmark$$

$$4^3 + 2^3 = 6^2 \quad \text{X} \quad 4^2 + 1^2 \neq 214$$

$$4^3 \times 4^4 = 4^7 \quad \checkmark$$

$$3^2 \times 2^2 = 6^2 \quad \checkmark$$

$$4^1 + 3^1 = 7^1 \quad \checkmark \quad 4 + 3 = 7$$

$$\checkmark (-2^3) \times 7^3 = (-1^2)^3$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \quad \checkmark$$

۶- کدام یک از عبارت های زیر $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ را نشان می دهد؟

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$\frac{2+2+2}{3}$$

$$\frac{3 \times 2}{3}$$

$$\frac{2}{3} \times 3$$

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} + 3$$

ابراهیم

۷- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن سؤال ها را جواب دهید.

۴۰	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱	۵۲	۵۳	۵۴
۱	۴	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴	۴۰۹۶	۱۶۳۸۴	۶۵۵۳۶	۲۶۲۱۴۴	۱۰۴۸۵۷۶				

حاصل عبارت $4^0 \times 6^0 \times 8^0 \times 10^0 \times 12^0 \times 14^0 \times 16^0 \times 18^0 \times 20^0 \times 22^0 \times 24^0 \times 26^0 \times 28^0 \times 30^0 \times 32^0$ را به صورت توان دار بنویسید.

$$4^9 \times 8^8 = 12^{12}$$

تعداد رقم های ۴۰ را پیش بینی کنید.

۸- جاهای خالی را کامل کنید. چه الگوی مشاهده می کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

۹- در جای خالی یکی از عمل های + - × ÷ را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$$20 \div 8 = 4$$

$$3^2 + 7^2 = 58$$

$$(-7)^0 + 8^1 = 3^2$$

$$2^6 \div 16 = 2^0 + 3^1$$

$$\left[\left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 - \left(\frac{(n-1)n}{2} \right)^2 \right] = n^3$$

فرمول منابعی

اصلاحیه

۱۱۲

$$(1+2+3+\dots+(n-1))^2 - (0+1+2+3+\dots+(n-1))^2 = n^3$$

- ۱- یک شرکت برای محوطه سازی، سنگ های مرمر در اندازه های 25×50 سانتی متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ به این شرکت فروخته است. ضلع بزرگ ترین مربعی که می توان با این سنگ ها ساخت چند متر است؟

۹ همتاسی

$$\begin{aligned} 15 \times 15 &= 225 \\ 14 \times 14 &= 196 \\ 13 \times 13 &= 169 \\ 12 \times 12 &= 144 \\ 11 \times 11 &= 121 \end{aligned}$$

۱۰ همتاسی

- ۳- جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳	۴	$1/5$	$\frac{1}{5}$	۹	$7/4$	$\frac{11}{4}$	۲۰	$0/9$
مساحت مربع	۹	۱۶	$2/25$	$\frac{4}{25}$	۸۱	$54/75$	$\frac{121}{36}$	۴۰۰	$0/81$

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می گیرد؟ چرا؟ خیر، مجدور همچو عذری ۱۵ نمی سود

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$$

$$x^2 = 15$$

با کمک ماشین حساب، حدس و آزمایش عددی پیدا کنید که بتوان به جای x قرار داد. **وحودنداز**

در تساوی $9 = 3^2$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجدور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز ریشه دوم یا جذر ۹ می نامند. آیا ۳- نیز

$$(-3) \times (-3) = 9$$

پس ۳- تهم و خدر لی ریشه کی همچو عذری ۹ می باشد!

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	$\frac{1}{4}$	۴۹
(جذر)	-۳ و ۳	+۵، -۵	$\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$	-۷ و ۷
رابطه ریاضی	$(-3)^2 = 9$ $3^2 = 9$	$(-5)^2 = 25$ $5^2 = 25$	$(-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$	$(-7)^2 = 49$ $7^2 = 49$

توان دوم یا مجنور عدد 3 را با $\sqrt[3]{}$ و توان دوم یا مجنور عدد -3 - را با $\sqrt[3]{-}$ نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشه

دوم از نماد $\sqrt{}$ (بخوانید رادیکال) استفاده می‌کنیم.

مثبت ریشه‌های دوم عدد 9 را با $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ - نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{9} = 3$ و $-\sqrt{9} = -3$.

(اصلاح سوژ)

۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\sqrt{16} = \text{_____}$$

$$-\sqrt{16} = \text{_____}$$

$$\sqrt{36} = \text{_____}$$

$$-\sqrt{81} = \text{_____}$$

$$\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{\text{_____}}$$

$$-\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{\text{_____}}$$

$$\sqrt{49} = \text{_____}$$

$$\sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{\text{_____}}$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{25} > 5 \quad \times$$

$$\sqrt{25} = 5 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{25} = 5 \times 2 \quad \times$$

$$\sqrt{25} = 25 \quad \times$$

$$\sqrt{25} = 5^2 \quad \times$$

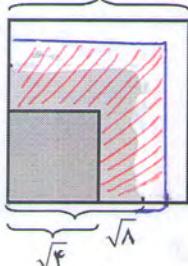
$$\sqrt{25} = -5 \quad \times$$

$$-\sqrt{25} = -5 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{25} < 5 \quad \times$$

در این درس منتظر از جذرها جذر مثبت بودند است

۱- مربع به مساحت‌های 4 ، 8 ، 9 سانتی‌متر مریع در شکل زیر نمایش داده شده است. طول ضلع‌های مریع‌ها نیز



سلسله اصلاح سوژ

مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.

$$\sqrt{9} < \sqrt{8} < \sqrt{4}$$

به نظر شما به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟

ایران نوتن

۲- به کمک روش فوق و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده شده را به دست آورید و جدول را

کامل کنید.

مریع کامل قبلی	عدد	مریع کامل بعدی	جذر تقریبی
۴	۵	۹	$\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است
۱۶	۱۷	۲۵	$\sqrt{17}$ بین عدد ۱۶ و ۲۵ است
۴۹	۶۱	۶۴	$\sqrt{61}$ بین عددهای ۷ و ۸ است
۲۵	۳۰	۳۶	$\sqrt{30}$ بین عددهای ۵ و ۶ است

$\sqrt{28}$ به ۳۵ نزدیکتر است یا ۲۵

۱- می خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{28}$ را به دست آوریم.

الف) $\sqrt{28}$ بین کدام دو عدد قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام یک نزدیکتر است؟ چرا؟ عذر! چون 28 به 25 نزدیکتر است

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید: $\sqrt{28} \approx \underline{\underline{5}}/\underline{\underline{2}}$ حرامی در نظر نرفته سود مبارکی حساب مطابقت

دارد	عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴
مجدور	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۰۶	

با مارکین حساب
اجماع سود

۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید. راهبرد حدس و اکتساب

$$\sqrt{20} \approx$$

$$\sqrt{14} \approx$$

$$\sqrt{8} \approx$$

۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی معناست؟

چون حاصل ضرب دو عدد مثبت و یا رو عدد منفی، عددی مثبت است

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$$\sqrt{5} > 4 \quad \text{X}$$

$$\sqrt{6} \text{ بین } 5 \text{ و } 7 \text{ است} \quad \text{X}$$

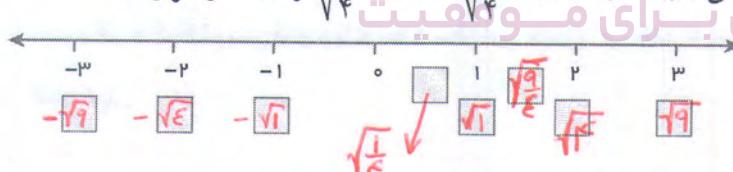
$$\sqrt{15} < \sqrt{21} \quad \checkmark$$

$$\sqrt{12} < 4 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{740} \text{ بین } 5 \text{ و } 7 \text{ است} \quad \checkmark$$

$$\sqrt{3} > 2 \quad \text{X}$$

۳- به جای \square در محور اعداد زیر یکی از عددهای $\sqrt{9}$, $-\sqrt{4}$, $\sqrt{1}$, $-\sqrt{1}$, $\frac{1}{4}$, $-\sqrt{9}$ و $\sqrt{6}$ را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و ۷- ریشه‌های هستند. ب) مجدور عدد صفر همان صفر است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه مثبت است.

د) هر عدد مثبت دارای ریشه دوم است که یکی از آنها قرینه دیگری است.

۵- جذر تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{1000}$$

$$\sqrt{500}$$

$$\sqrt{30}$$

$$\sqrt{40}$$

اصلاح سود

جذر $\sqrt{81}$ سرا برایست یا

۳) ۲)

۹)

مرور فصل

۸

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- جذر تقریبی
- جذر
- مکعب
- مجذور
- پایه
- توان

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- محاسبه عدد توان دار
- تأثیر پرانتر در محاسبه عبارت توان دار
- توان صفر
- محاسبه عبارت توان دار با پایه‌های متفاوت
- قانون ضرب با پایه‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه
- قانون ضرب با توان‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه عددها
- ساده کردن یک عبارت توان دار
- مفهوم مجذور و مکعب
- مفهوم جذر و ریشه
- پیدا کردن جذر یا ریشه عددی مرتع کامل و جذر تقریبی

کاربرد

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبه سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

توضیه‌ای برای موفقیت

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی فراگرفته‌اید.

۱- عبارت توان دار زیر را محاسبه کنید.

$$(2^3 + 0^4)^{1+2^2 \times 3^3 - 1^2} = (1+0)^{1+4 \times 9 - 1} = 1+34-1 = 34$$

اصلاً من

$$\begin{aligned} (0/25)^{2 \times (\frac{1}{4})^3 \times \frac{1}{45}} &= \sqrt[4]{\frac{1}{25}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\sqrt{32} \approx 5.6$$

۳- جذر تقریبی عدد ۳۲ را بنویسید.

۴- ریشه‌های عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{49} = \boxed{7}$$

$$-\sqrt{25} = \boxed{-5}$$

۱۱۶

$\sqrt{722} < 25$

مقدار	۵	۵,۱	۵,۲	۵,۳	۵,۴	۵,۵	۵,۶
نمودار	۲۵	۲۵,۱	۲۵,۲	۲۵,۳	۲۵,۴	۲۵,۵	۲۵,۶

تمام سوالات راهبردی

@GanjRiazi کانال گنج ریاضی
https://t.me/ganjfiazi

روشن دوست: راهبردی

$$\frac{a}{100} \times \frac{10}{100} a = \frac{9 \times a}{100} \Rightarrow 100 - 9 \times 10 = 100 - 90 = 10$$

$$x | \begin{array}{r} 324 \\ 100 \quad 900 \end{array} \Rightarrow x = 34$$

$$a = 10 \rightarrow \frac{2}{100} \times 10 = 2$$

$$= 100 \quad S_r = 90$$

$$10 - 90 = 10$$

تمرین های دوره ای ۲

۲

$$1. \text{ حاصل عبارت ها را پیدا کنید.}$$

$$\frac{(-24) \times (-35)}{(-21) \times (-20)} = + \frac{\cancel{24} \times \cancel{35}}{\cancel{21} \times \cancel{20}} = + \frac{\cancel{X} \times \cancel{V}}{\cancel{V} \times \cancel{E}} = +$$

$$(-4-3) \div (-7) =$$

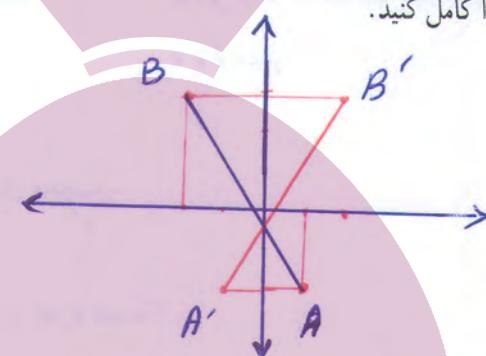
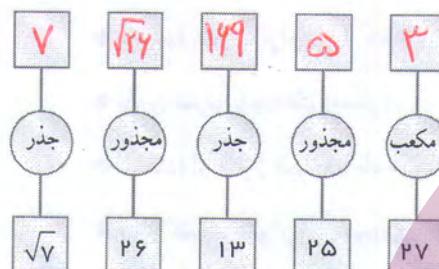
$$(7-18) \times (-2) =$$

۲- مساحت مربعی به ضلع a برابر است با a^2 . اگر از ضلع مربع 20% کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می شود؟

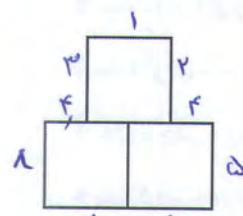
۳- الگوی زیر را توصیف کنید و چهار عدد بعدی آن را بنویسید.

۱۰۴۲۵ و ۷۸۱۲۰ و ۳۱۲۵ و ۹۲۵ و ۲۵ و ۱۲۵ و ۱۰۰

۴- نمودارهای زیر را کامل کنید.



۵- مساحت شکل مقابل ۷۵ است. محیط شکل را پیدا کنید. (سه مربع مساوی هستند).



$$75 \div 3 = 25$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$8 \times 5 = 40$$

$$\text{اصلاع مانده} = 12$$

۶- نقاط به مختصات $A = [1]$ و $B = [-2]$ را پیدا کنید و پاره خط AB را رسم کنید. فرینه این پاره خط را نسبت

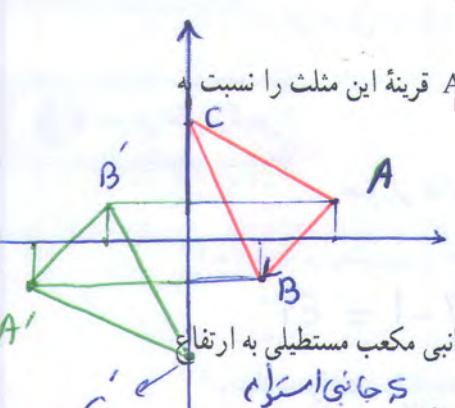
به محور عرض ها پیدا کنید و مختصات رأس های A' و B' را بنویسید.

۷- مختصات سه رأس مثلث ABC عبارت اند از $A = [4]$, $B = [2]$, و $C = [-1]$. فرینه این مثلث را نسبت

مبداً مختصات پیدا کنید.

مختصات بردار AB را بنویسید.

جمع متناظر با بردار AC را بنویسید.



$$AB = [-2]$$

$$A + AC = C$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

۸- مساحت جانبی استوانه ای به ارتفاع 10 و شعاع قاعده 3 بیشتر است یا مساحت جانبی مکعب مستطیلی به ارتفاع

$$\frac{2 \times 3 \times 3 / 4 \times 10}{4 \times 3 \times 10} = \frac{3 / 4}{2} > 1$$

$$\text{جانبی استوانه} = \frac{2 \times 3 \times 3 / 4 \times 10}{4 \times 3 \times 10} = \frac{3 / 4}{2} > 1$$

۹- آیا اگر هر عدد را به توان 2 برسانیم، از خودش بزرگ تر می شود؟ چرا؟

خیر

۱۰- حاصل ضرب های زیر را بنویسید.

$$2x \times 3x = 4x^2$$

$$-4n \times 7n = -42n^2$$

$$-8n \times n^2 \times 1n^3 = -32n^6$$

۱۱۷

$$0.05 \rightarrow 0.05 = 0.0025$$

خیر ۹

$$\begin{array}{l} 1 - 3 = -2 \\ 4 - 2 = -2 \\ 4 - 12 = 8 \\ 20 - 10 = 10 \end{array}$$

$$2x \times 3x = 4x^3$$

$$\begin{array}{l} 34 - 18 = 16 \\ 1 + 5 = 6 \\ 4 + 4 = 8 \\ 9 + 9 = 18 \end{array}$$

$$-6x^3 \times 7x = -42x^3 \quad -4x \times x^2 \times 8x^3 = -32x^6$$

۱۱- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$2(x+1) - 2(1-x) = 4x$$

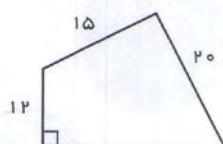
$$2(x-1) + 3x - 1 - x = 4x - 3$$

$$3(x^3y - xy^3) - 2(y^3x - yx^3) = 5xy^3 - 5x^3y \quad x^3 - x - 3(x-1) - 1 = x^2 - 4x + 1$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-3 \end{cases}$$

۱۲- با راهبرد حدس و آزمایش پاسخ معادله $x^2 - 3x = 18$ را به دست آورید.

۱۳- قاعده یک منشور به صورت زیر است. اگر ارتفاع این منشور 10 سانتی‌متر باشد، حجم و مساحت جانبی و مساحت کل آن را پیدا کنید.



$$(-\frac{1}{2})^4 \times (\frac{6}{5})^7 \times (1\frac{1}{5})^2 = (-\frac{1}{2})^4 \times (\frac{6}{5})^7$$

$$144 = 2 \times 3^2$$

۱۴- عبارت تواندار زیر را تا حد امکان ساده کنید.

۱۵- عدد ۱۴۴ را تجزیه کنید و به صورت تواندار بنویسید.

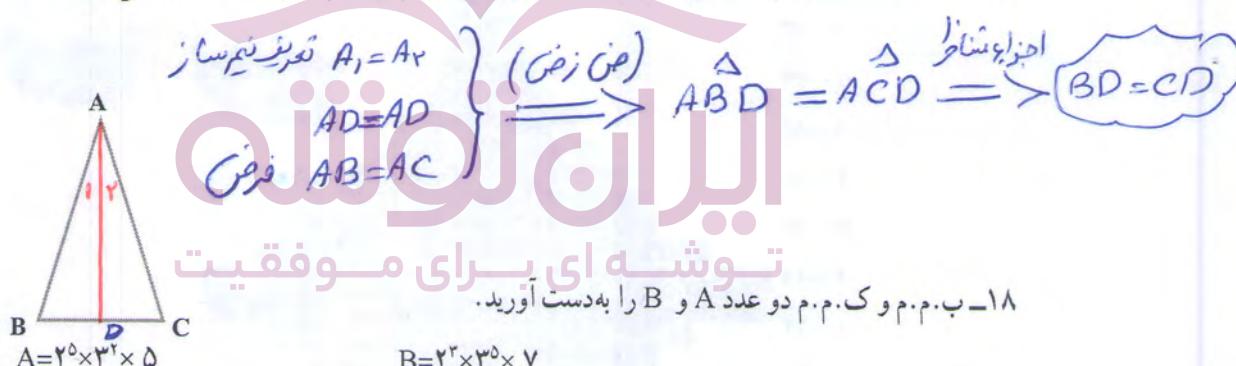
$$[24, 36] = 72$$

$$(24 \text{ و } 36) = 12$$

$$[12, 61] = 48$$

$$(12 \text{ و } 48) = 12 \quad (50 \text{ و } 35) = 5 \quad [50, 30] = 300$$

۱۷- مثلث ABC متساوی الساقین است. نیمساز زاویه A را رسم می‌کنیم. چرا این نیمساز ضلع BC را نصف می‌کند؟



۱۸- ب.م.م و ک.م.م دو عدد A و B را به دست آورید.

$$B = 2^2 \times 3^5 \times 7$$

$$(A, B) = 2^3 \times 3^2 \quad , [A_1, B] = 2^2 \times 3^5 \times 5 \times 7$$

دسته‌بندی داده‌ها

بررسی

علم آمار

در دوره دبستان با علم آمار که علم جمع‌آوری، سازماندهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. داده‌ها را با چوب خط سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در

زیر ۴ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:



اگر تعداد داده‌های جمع‌آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیرمفید می‌شود. به همین دلیل داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنند و سازماندهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می‌کنند.

در زیر داده‌های جمع‌آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک تریستا پر حسب سانتی متر مشخص شده است. (۴۰=n)

۱۶۴	۱۶۸	۱۷۳	۱۸۵	۱۵۳	۱۷۴	۱۷۸	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۴	۱۴۷	۱۸۱
۱۵۱	۱۶۲	۱۶۷	۱۷۳	۱۴۲	۱۶۳	۱۲۸	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۹۳	۱۶۸	۱۷۰	۱۳۰
۱۶۵	۱۸۳	۱۵۷	۱۷۹	۱۷۶	۱۶۹	۱۷۰	۲۰۵	۱۶۸	۱۷۳	۱۹۰	۱۴۳	۱۴۷	۱۳۵

کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید. به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می‌گویند.

برای دسته‌بندی داده‌ها با فاصله مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته‌ها تقسیم می‌کنیم تا طول دسته‌ها به دست آید.

در این فعالیت، چون می‌خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می‌کنیم.

$$\text{دامتی تغییرات} = \frac{\text{دامتی کل تغییرات}}{\text{تعداد دسته‌ها}} = \frac{۲۰۵ - ۱۲۵}{۵} = ۱۶$$

معنای $145 \leq x < 130$ را توضیح دهد. چه تفاوتی بین x و k وجود دارد؟

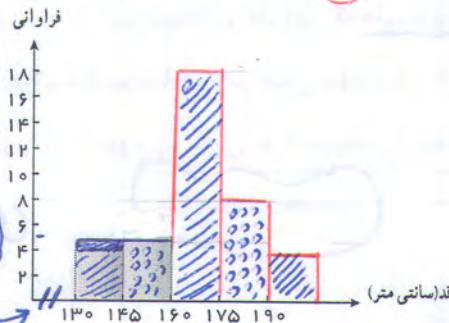
۱۲۰ \rightarrow داده‌هایی که بزرگ‌تر یا مساوی عد ۱۳۰ است

و کوچک‌تر از ۱۴۵ است

$$= \frac{۷۵}{۵} = ۱۵$$

فراوانی

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.



زمانی مدارها بیشترها شند در نزد ارسان ها را همچوین
نمایم نزد ارسان سلطنتی (هیئت‌سرپرمان) است

حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$130 \leq x < 140$		5
$140 \leq x < 150$		5
$150 \leq x < 160$		18
$160 \leq x < 170$		8
$170 \leq x < 180$		3
$180 \leq x < 190$		3
$190 \leq x < 200$		3
مجموع		45

با توجه به فعالیت بالا به سوال‌های زیر پاسخ دهید.

۱- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.

۲- با توجه به فراوانی مدارها در دسته‌اندیشان بین ۱۴۰ تا ۱۶۵ می‌باشد - ۱۸ نفر قدردان بین ۱۷۰ تا ۱۹۰ است - ۸ نفر قدردان بین ۱۹۵ تا ۲۰۵ است و

۳- قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

۱۷۵ تا ۱۹۰

۴- با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می‌شوید؟ بیشترین فراوانی در دسته‌ی سوم (۱۷۰-۱۷۵) وجود دارد

کمترین تعداد مدارها در دسته‌ی پنجم نزد ارسان (۱۹۰-۲۰۵)

۵- فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

در دسته‌ی سوم بینی (۱۷۰-۱۷۵)

۶- دانستن این آمار، اطلاعات و نمودار چه کاربردی دارد؟ برای این افراد می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد
تیم ساختیال - برای درسته‌ای صحن خواهد ساخت فروشن سراهن به این روستا بروز

برای مطالعه بیشتر

اگر فراوانی داده‌ها به صورتی باشد که نمودار بلوکی متقارن شود، میانگین

داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های خلقت و آفرینش این است که

اگر پدیده‌های طبیعی مثل قد انسان‌ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله،

طوفان و ... اندازه‌گیری کنند، پس از دسته‌بندی و پیدا کردن فراوانی دسته‌ها نمودار آن

را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.

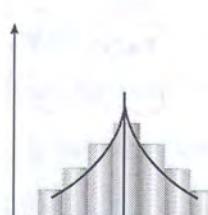
در اصطلاح می‌گویند داده‌ها به صورت طبیعی توزیع شده‌اند. برای مثال در

مسئله بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به طور تقریبی به

همان تعداد افرادی که قدردان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قد آنها

بیشتر از میانگین است.

غورنر ملودر : هر بیکار سان دهنده‌ی مجموعه است



۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است :

+2	+2	+4	+5	+6	0	-1	-2	0	-3	-7	-2	-1	0	0	
-1	-3	-6	-7	-8	Min	+8	+7	+8	+7	+6	+3	+1	+2	+3	+4
+2	+2	-4	-2	-1	0	-5	-3	0	0	+1	+1	+4	+6	+7	

جدول فراوانی داده‌ها را براساس سوالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

$$1 - (-1) = 14 \quad \text{دامنه تغییرات}$$

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟

۲- نمرات درس ریاضی دانشآموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به نمودار وضعیت آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را توصیف کنید.

۱۶	۱۸	۱۵	۹/۰	۱۲/۰	۱۳	۱۲	۱۳/۰	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۸
۱۵	۱۴	۱۹	۱۸/۰	۱۷	۱۵/۰	۱۶/۰	۱۱	۸/۰	۷	۵	۱۲	۱۵
۱۴	۱۰/۰	۱۱/۰	۱۵	۱۸	۱۷	۱۴	۶	۱۲/۰	۲۰	Min	Man	

۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه گیری شده است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

۴- از دانشآموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سوال شده و پس از دسته‌بندی

داده‌ها نمودار ستونی مقابله رسم شده است. چند دانشآموز بیشتر از ۱۰ دقیقه طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند؟ این کلاس چند دانشآموز دارد؟

۴ نفر



۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت زیر است.

- این کلاس چند دانشآموز دارد؟ ۳۰ نفر

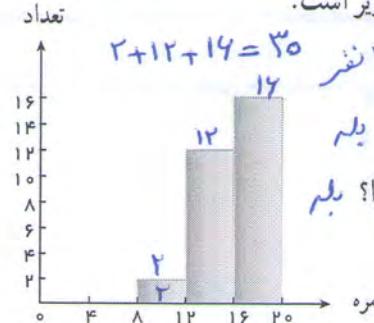
- آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟ نه

- آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟ نه

چون بیشترین فراوانی

۱۲۲

در درسته ۱۹-۲۰ قرار دارد



میانگین داده‌ها

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی شد و نمودارهای مختلف به درک بهتر آن اطلاعات کمک کردند، می‌توان از رابطه‌های مختلف مثل محاسبه میانگین داده‌های نیز برای کامل تر شدن نتایج حاصل از داده‌های برای تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شدید. میانگین تعدادی داده عددی از مجموع آنها تقسیم بر تعداد به دست می‌آید.

۱- نمرات ریاضی یک دانشآموز ۱۷، ۱۵، ۱۸، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \bar{X} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{S}{n}$$

۲- میانگین نمرات ۷ درس یک دانشآموز ۱۶/۵ است. اگر نمرات دو درس دیگر او که ۱۷ و ۱۵ شده است، به آنها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

$$\text{مجموع} = ۱۴۷/۵ + ۱۵/۵ + ۱۷ = ۱۴۹/۵$$

$$\bar{X} = \frac{۱۴۹/۵}{۷} = ۲۱/۵$$

 آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرده (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

$$\bar{X} = \frac{۱۴ + ۱۶/۵}{۲} = ۱۴/۲۵$$

$$21/5 \neq 14/25$$

۳- نمرات یک دانشآموز به صورت زیر است:

$$15/5 \quad 16/5 \quad 14 \quad 19 \quad 17/5 \quad 18/5$$

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد مساوی است؟ بله **لوسکمی برای موقوفیت** و ۴ نمره پایین‌تر

اختلاف نمرات بالای میانگین را با آن حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به همین ترتیب مجموع اختلاف نمرات پایین‌تر از میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید.

$$\begin{aligned} & 15/5 + 16/5 + 17/5 + 18/5 + 19/5 = 85/5 \\ & 14 + 15 + 16 + 17 + 18 = 80 \end{aligned}$$

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار

خوب بدست آورد.

$$\frac{4499}{40} = 147,475 \text{ میانگین}$$

۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد 4° نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.

۲- برای به دست آوردن میانگین هر دسته، مانند دسته $x \leq 130$ ، ابتدا مجموع عددهای 130° و 145° را به دست آورده، سپس حاصل را بر 2 تقسیم می کنیم.

۳- اکنون تمام داده هارا در این قسمت بنویسید. هر داده را با میانگین دسته ای که داده در آن قرار دارد، جایگزین کنید.

برای مثال چون عدد 192 در دسته $190^{\circ} - 200^{\circ}$ قرار دارد به جای آن عدد $197/5$ را که میانگین این دسته است، قرار دهید.

$147,5, 147,5, 147,5, 182,5, 152,5, 197,5, 182,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5, 147,5$

۴- چرا در عددهای بالا 4° تا $197/5$ وجود دارد؟

۵- با توجه به عددهای بالا میانگین 4° عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای این کار از ضرب استفاده می کنید و این ضرب ها چه رابطه ای با فراوانی جدول دارد؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش

$$147,175 - 147,475 = 0,2$$

چقدر است؟

ایران تو شی

با توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده ها را دوباره محاسبه کنید.

میانگین دسته \times فراوانی	میانگین دسته ها	فرآوانی	وفقه
$4 \times 137,5$	$130 < x \leq 145$	۴	$487,0$
$5 \times 152,5$	$145 < x \leq 160$	۵	$742,5$
$18 \times 147,5$	$160 < x \leq 175$	۱۸	$301,0$
$1 \times 112,5$	$175 < x \leq 190$	۱	$144,0$
$2 \times 197,5$	$190 < x \leq 205$	۲	$190,0$
4710	مجموع		4710

$$= \frac{4710}{40} = 147,175 = \text{میانگین}$$



- ۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعت عمر لامپ مربوط به تمرین های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.
- ۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته ها	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته	متوسط × فراوانی
$0 \leq x < 4$	/	4	2	12
$4 \leq x < 8$		4	4	24
$8 \leq x < 12$		8	10	80
$12 \leq x < 16$	/	17	14	238
$16 \leq x < 20$		9	18	142
جمع		44		512

- ۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶ ۱۷ ۱۸ ۱۹ ۲۰

$$\bar{x} = \frac{117}{9} = 13$$

$$\frac{11+15}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

با توجه به رابطه ای که پیدا کردہ اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

۱۷ ۱۶ ۱۵ ۱۴ ۱۳ ۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹ ۸ ۷ ۶

$$\bar{x} = \frac{130}{9} = 15$$

$$\frac{12+18}{2} = 15$$

- ۴- میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش آموز دارد، ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش آموزان نمره اش



خیلی کم است و در این امتحان نمره ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش آموزان نمره بالاتر

۱۵ گرفته اند. اگر این دانش آموز را از کلاس کنار بگذاریم، متوسط کلاس چند می شود؟ از این

$$\text{سؤال چه نتیجه ای می گیرید؟} \\ \frac{17/25 \times 30 - 3/5}{29} = \frac{5175 - 3/5}{29} = \frac{5144}{29} = 177.2$$

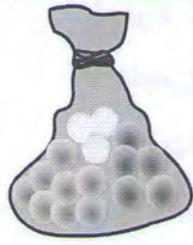
حالا فرض کنید همه دانش آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته اند و متوسط کلاس

نفره ۱۰/۲۵ شده است. به جز یک دانش آموز که نمره ۲۰ گرفته است. اگر این دانش آموز را

$$\text{کنار بگذاریم متوسط کلاس چند می شود؟} \\ \frac{30 \times 10/25 - 20}{29} = \frac{40/5 - 20}{29} = \frac{28/5}{29} \approx 9.19$$

نتیجه هی تیرم نمرات بالا و باین تاچید زیادی روی میانگین دارند

مفهوم احتمال و پیشامد



۱- در یک کيسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۸ مهره آبي وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کيسه یک مهره را در بیاوریم، چه رنگي خواهد داشت؟ چرا؟ **زیرا از هر سه زند رنگ سه را ریم و با نگاه نبینی لذت می‌بریم**

اولین مهره‌ای که از کيسه در آورده‌یم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کيسه می‌گذاریم و دوباره یک مهره را بیرون می‌آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی باید بیشتر است یا اینکه قرمز باید؟ چرا؟ **آبی؛ چون تعداد مهره‌ای**

آبی بیشتر است

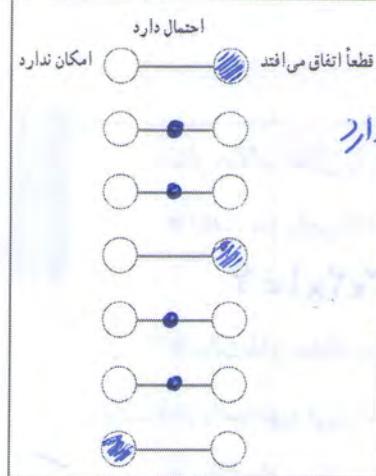
۲- یک سکه را یک بار می‌اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ **دو حالت؛ پیش است یا رسو**
«اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می‌آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟ **خیر**

زیرا در دو رسم هم سانس روی پیش است آمدل یعنی است

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران بیارد.» «شانس آوردم همه سوال‌های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم.» از این جملات روزانه زیاد استفاده می‌کنیم. کلماتی مثل احتمال، شанс، بخت و اقبال به صورت‌های مختلف در زندگی روزمره ما به کار می‌روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کيسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجه آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می‌اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و بالاخره یکی از آن دو اتفاق می‌افتد. **شانس از پرتاب می‌لذت؛ احتمال اینکه سُنْس بیارم.**

۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.

توشه‌ای برای موفقیت



- یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی‌کند. **قطعی است**
- هوا سرد است و از ابرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می‌آید. **احتمال دارد**
- یک سکه را انداختیم، رو می‌آید. **احتمال دارد**
- ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است. **قطعی است (نفر طرح نثار)**
- من درس‌هایم را خوانده‌ام و برای امتحان کاملاً آمده‌ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می‌شوم.
- فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیارد.
- در یک کيسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز در بیاید.

امکان ندارد



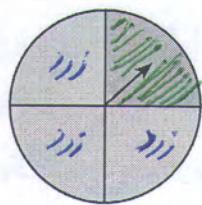
۱- در هر یک از مثال‌های زیر تمام حالت‌های ممکن را بنویسید.

- انداختن یک سکه: رو-پشت

۲- انداختن یک تاس: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

- حالت‌هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می‌افتد: روشن - خاموش

- در داخل یک کيسه مهره‌های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت‌های ممکن برای یک مهره که از کيسه بیرون می‌آید: سه حالت (سینه زیره آبی)



- رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می‌ایستد. سینه - زرد

- ۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیايد. این حالت را به صورت $(3, 5)$ و $(5, 3)$ و $(1, 2)$ و $(2, 1)$ و $(1, 1)$ و $(2, 2)$ و $(3, 3)$ و $(4, 4)$ و $(5, 5)$ نشان می‌دهیم. تمام پیشامدهای ممکن پس از انداختن دو تاس را بنویسید.

- از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می‌کنید؟ **الگوسازی** $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5)$

- چرا از این راهبرد استفاده کردید؟ **کلاری نویسیم و حانبدازیم**

- ۳- وقتی حمید می‌خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام کوچه‌ها و خیابان‌ها را با حروف بیان می‌کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می‌تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از خیابان a برود، از c کوچه c و d می‌تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه‌های f و g برود تا به خانه برسد. تمام حالت‌های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ ۵ حالت



ایران نویس

توشه‌ای برای موفقیت

تمام حالت‌های ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

- اعداد سه رقمی که در آنها رقم‌های ۷ و ۵ و ۳ به کاررفته است (بدون رقم تکراری).

$$\begin{array}{ccccccc} ۳ & \rightarrow & ۲ & \rightarrow & ۱ & \rightarrow & ۰ \\ \text{النوبات} & & & & & & \\ ۳ & \rightarrow & ۲ & \rightarrow & ۱ & \rightarrow & ۰ \\ ۵ & \rightarrow & ۲ & \rightarrow & ۱ & \rightarrow & ۰ \\ ۷ & \rightarrow & ۲ & \rightarrow & ۱ & \rightarrow & ۰ \end{array}$$

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

- حالت‌های مختلف برای اینکه از داخل کيسه‌ای که حاوی ۳ مهره به رنگ‌های آبی و قرمز و سبز، مهره‌ای خارج کنیم.

- یک یا دو یا سه مهره می‌توانیم خارج کنیم).

حالات ۳ → ۱ مهره (آبی، قرمز یا سبز) (آبی، قرمز یا سبز)

حالات ۳ → ۲ مهره (آبی، قرمز یا سبز)

حالات ۳ → ۳ مهره (آبی، قرمز یا سبز)

حالات ۱ → ۳ مهره (آبی، قرمز یا سبز)

حالات ۰ → ۳ مهره (آبی، قرمز یا سبز)

تاس	سکه	تاس	سکه	تاس	سکه
۱	ر	۱	ر	۱	ر
۲	ر	۲	ر	۲	ر
۳	ر	۳	ر	۳	ر
۴	ر	۴	ر	۴	ر

$$\begin{array}{c}
 2 \rightarrow 4 \\
 5 \rightarrow 4 \\
 5 \rightarrow 4 \\
 5 \rightarrow 4 \\
 7 \rightarrow 4 \\
 \end{array}
 \Rightarrow \text{کل} = 14$$

$$\begin{array}{c}
 2 \rightarrow 4 \\
 4 \rightarrow 4 \\
 4 \rightarrow 4 \\
 4 \rightarrow 4 \\
 5 \rightarrow 4 \\
 5 \rightarrow 4 \\
 5 \rightarrow 4 \\
 7 \rightarrow 4 \\
 7 \rightarrow 4 \\
 \end{array}
 \Rightarrow 4 \times 4 = 16$$

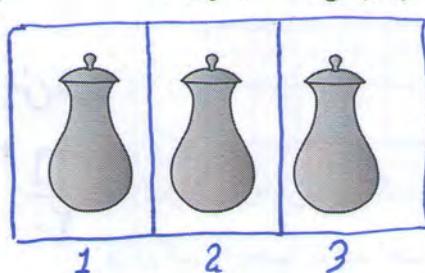
$$\begin{array}{c}
 2 \rightarrow 4 \\
 4 \rightarrow 4 \\
 4 \rightarrow 4 \\
 4 \rightarrow 4 \\
 5 \rightarrow 4 \\
 5 \rightarrow 4 \\
 5 \rightarrow 4 \\
 7 \rightarrow 4 \\
 7 \rightarrow 4 \\
 \end{array}
 \Rightarrow 4 \times 4 \times 4 = 64$$

۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقمهای ۵، ۷، ۴ و ۲ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a، b و c می‌توان ساخت، پیدا کنید. **نکته از**

۳- یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زاپاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخ‌ها پنچر باشند؟ **۵ حالت**

۴- در سه ظرف زیر شکر، نمک و چای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟ **۶ حالت**



۱	۲	۳
ش	ج	س
ش	ج	و
ش	ج	ش
ش	ج	ج
ش	ج	ش
ش	ج	ج

۵- به چند حالت می‌توان کرده، مریا، پنیر و گرد و را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



$$(4-1)! = 3! = 6$$

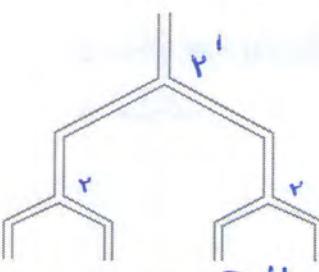
$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} = 6$$

۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت یا رو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر می‌کنید اگر یک بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟ **پاره یا پشت**

(الف) این بار حتماً پشت می‌آید. **نارس** (ب) این بار هم رو می‌آید. **نارس** (ج) احتمال رو یا پشت آمدن مساوی است. **درست**

زیرا برای یاری پنجم نیز برای هر روح حالت سانس مساری داریم

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند. پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید.



توضیح خوبی ۳۲ موفقیت

$$\begin{array}{l}
 1 \times 12 = 12 \\
 2 \times 6 = 12 \\
 3 \times 4 = 12 \\
 4 \times 3 = 12 \\
 6 \times 2 = 12 \\
 12 \times 1 = 12
 \end{array}$$

۸- ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟
به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟ **۶ حالت** $(4,4), (5,7), (6,6), (1,1,1,1)$

۹- مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

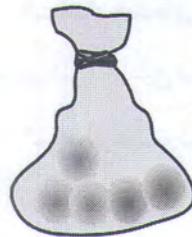
(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا

۱	۲	۳
۱	۲	۵
۱	۳	۴
۲	۲	۴
۲	۳	۳

$\Rightarrow ۵$ حالت

مهره داشته باشد).

احتمال ریاضی



- ۱- در داخل یک کيسه ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می توانید از نخود و لوبيا استفاده کنید).
بدون نگاه کردن به داخل کيسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

رنگ	آزمایش ۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰

آزمایش شود

۲۰

چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است?
هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

هر ۵ داش آموز نتایج آزمایش‌های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار آبی و چند بار قرمز است؟

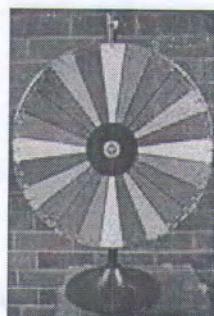
اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمده است؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟

حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم تزدیک شده‌اند؟ بله $\frac{3}{5}$ نزدیک شود
اگر آزمایش ۱۰ داش آموز (عنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم تزدیک‌تر می‌شوند؟
وقتی بخواهیم از داخل کيسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می‌توانیم یکی را انتخاب کنیم؟ ۵ مهره

چند تا از آن مهره‌ها آبی است؟ چه کسری از مهره‌ها آبی است؟ $\frac{3}{5}$

هر چند رعدار آزمایش‌ها بیشتر شود حواب به $\frac{3}{5}$ نزدیک شود

۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقریه را می‌چرخانیم و پس از ایستادن عقریه روی یکی از رنگ‌ها قرار می‌گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید.

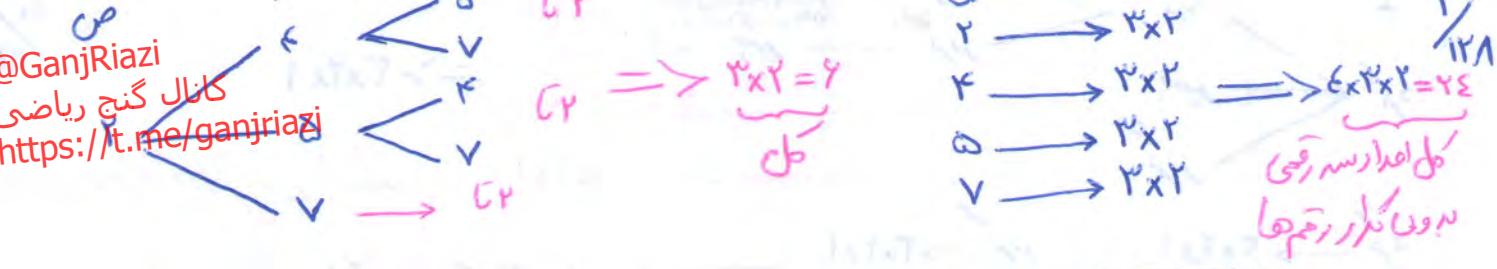


رنگ	آزمایش ۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰

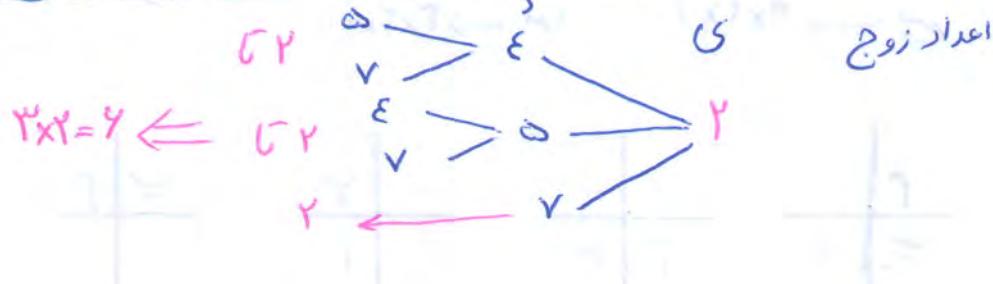
نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد نتیجه آزمایش به رنگ سبز: — آبی: — قرمز: —

چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟ $\frac{1}{4}$ چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ سبز درآمد؟

آیا این دو کسر به هم تزدیک شده‌اند؟ بله $\frac{1}{4}$ نزدیک شود

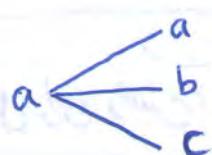


$$\begin{aligned} G & \\ 2 & \rightarrow 2 \times 2 = 4 \\ 2 & \rightarrow 2 \times 2 = 4 \\ \Rightarrow & 2 \times 2 \times 2 = 12 \end{aligned}$$



$$\frac{12}{12} = \frac{1}{1}$$

اعداد زوج متساوی



$$\begin{aligned} a & \rightarrow 2 \\ b & \rightarrow 2 \\ c & \rightarrow 2 \\ \Rightarrow & 2 \times 2 \times 2 = 8 \end{aligned}$$



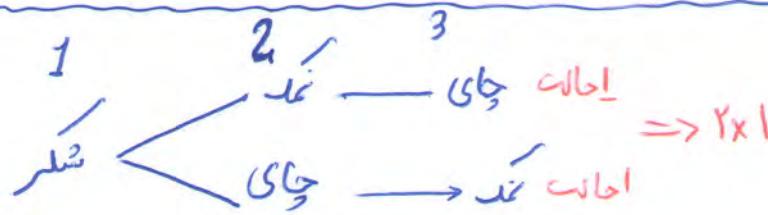
$$\begin{aligned} a & \rightarrow 2 \\ b & \rightarrow 2 \\ c & \rightarrow 2 \\ \Rightarrow & 2 \times 2 = 4 \end{aligned}$$

در صورتی که این حروف روی کارت باشند تعداد نداریم



$$\begin{array}{cccccc} \text{حالت اول} & \text{حالت دوم} & \text{حالت سوم} & \text{حالت چهارم} & \text{حالت پنجم} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & \times & 2 & \times & 2 & \times & 2 = 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2 \times 16 &= 32 \\ \text{کل حالت های ممکن} & \end{aligned}$$



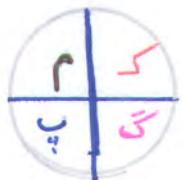
$$\begin{array}{c} \text{حالت اول} \rightarrow 2 \times 1 \\ \text{حالت دوم} \rightarrow 2 \times 1 \Rightarrow 2 \times 2 \times 1 = 4 \\ \text{حالت سوم} \rightarrow 2 \times 1 \end{array}$$

۱۲۸

@GanjRiazi
 کانال گنج ریاضی
<https://t.me/ganjriazi>

مردا → 2×1
 پسر → 2×1
 مردو → $3 \times 2 \times 1$
 بسیر → 2×1
 احاب → 2×1
 مردا → $3 \times 2 \times 1$
 مردا → $3 \times 2 \times 1$

$2 \times 1 \rightarrow 3 \times 2 \times 1$
 $2 \times 1 \rightarrow 3 \times 2 \times 1$
 $\Rightarrow 3 \times 2 \times 1 = 24$ حالت

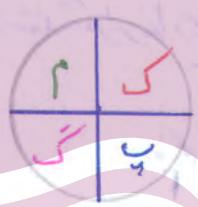


این ۴ حالت صحیح نیستند
سین هر حالت ۴ بار نگاره شود
 $24 \div 4 = 6$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 24$$

در صورت زیر مادر جبارزاده آزارهای سیم و تیوانم مادری نیز اتفاق نه لایم

راه حل برای راستی (آموزان) (راهبرد رسم سکل)



ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت

در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تعداد تمام حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد a را با P_a تعداد حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن پیشامد را با $n(a)$ و تعداد پیشامدهای ممکن را با $n(s)$ نمایش می‌دهیم. پس:

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$$

۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، احتمال رو آمدن آن $\frac{1}{2}$ و احتمال پشت آمدن آن $\frac{1}{2}$ است.
وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید $\frac{1}{6}$ ، عدد ۲ بیاید $\frac{1}{6}$ و عدد ۶ بیاید $\frac{1}{6}$ است.

۲- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟
چون $2, 4, 6$ اعداد زوج هستند.

n = (زوج آمدن) $= 3$
چون تاس می‌تواند $1, 2, 3, 4, 5$ یا 6 بیاید.

$$P = \frac{\text{زوج آمدن}}{\text{تمام حالت‌ها}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین 0 و 1 است؟ زیرا اگر اتفاق نیافر برای هر صورتی
و اگر صد درصد اتفاق نیافر احتمال آن برابر 1 است
پس احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین 0 و 1 برابر 1 است

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال‌های را با هم جمع کنید.

$$\text{ا) احتمال رو آمدن} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

→
احتمال پشت آمدن

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

: اندختن تاس

ب) احتمال رنگ سبز

ج) احتمال رنگ قرمز

د) احتمال رنگ آبی

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

ایستادن عقریه روی یک رنگ



چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟

مجموع احتمال‌های وقوع هم‌پیشامدها برابر 1 می‌شود

۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت

آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟

در هدف سمت راست احتمال تیر در قسمت آبی بخورد
بیشتر است زیرا $\frac{1}{6} > \frac{1}{3}$

۲- در هر کدام از کیسه‌های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در کدام یک بیشتر است؟ چرا؟ در کیسه‌ای اول هم ۱ مهره دارد احتمال

بیشتری دارد حون $\frac{1}{1000} > \frac{1}{100} > \frac{1}{10}$

۳- یک صفحه چرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می‌گیرد؟ چرا؟ ۲۵۰ بار زیرا $\frac{1}{4}$ کل

(اصلاح سوژ)

۴- نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته‌ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون

۲۶, ۴, ۹, ۸

$\frac{1}{9}$

می‌آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟

۳, ۶, ۹

$\frac{3}{9}$

۵- در یک کیسه تعدادی مهره است. $\frac{1}{12}$ آنها سبز، $\frac{1}{4}$ آنها زرد، $\frac{1}{2}$ آنها سفید و $\frac{1}{4}$ آنها آبی هستند. اگر فردی بدون

نگاه کردن به داخل کیسه مهره‌ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟ سفید

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجو دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی

انتخاب می‌شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر

$$\frac{45}{1200} = x \Rightarrow x = 375$$

است؟

۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می‌کنیم. اگر ۵ لامپ از

$$\frac{100}{300} = x \Rightarrow x = 15$$

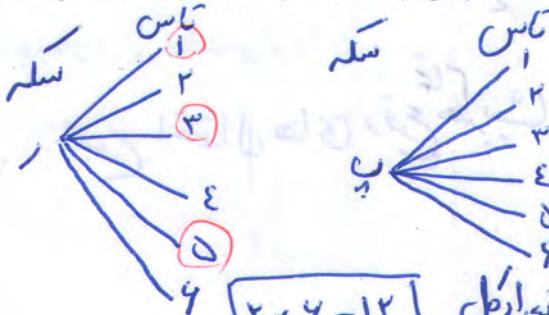
x

این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟

۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته‌ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کیسه ۱۰ لوبيای قرمز، ۵ لوبيای سفید و ۵ لوبيای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم،

احتمال این که لوبيا چیتی باشد، چقدر است؟



۱۳۱

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

← $\frac{5}{12} \rightarrow \text{تعداد لوبيا چیتی}$

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$$

مل

۹

۹ مرور فصل

مفهوم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک

مثال بزنید:

- آمار ● داده ● فراوانی ● دامنه تغییرات ● حدود دسته ● متوسط دسته

در این فصل روش اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها

- درک مفهوم توزیع نرمال با طبیعی داده‌ها در یک پدیده طبیعی

- پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها

- نوشتتن تمام پیشامدهای ممکن

- درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد

- پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتتن رابطه آن

- احتمال ریاضی یک پیشامد

- احتمال یک پیشامد عددی بین 0 و 1 است.

- مجموع احتمال‌ها برابر 1 می‌شود.

کاربرد

درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع

$$\text{پیشامدها را پیش‌بینی کنیم} \Rightarrow \frac{1955}{95} = 21\bar{4}$$

$$\frac{15 \times 5 + 25 \times 25 + 35 \times 15 + 45 \times 5}{95} = \text{میانگین}$$

تمرین‌های ترکیبی

توضیحی برای مفهوم احتمال

در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به خوبی فراگرفته‌اید.

۱- با توجه به نمودار ~~بلوک~~ سنتوی مقابل میانگین داده‌ها را بدست آورید.

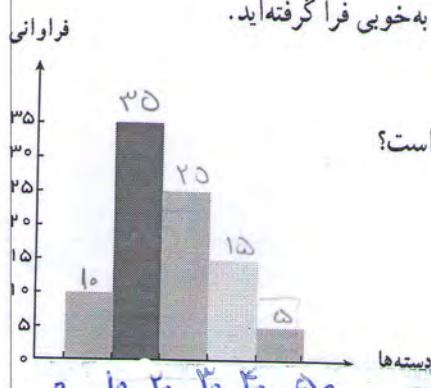
۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج باید، چقدر است؟

$$\text{کل حالت‌ها} = 9 \times 9 = 81$$

$$\text{زوج زوج} = 3 \times 3 = 9 \Rightarrow 9 + 9 = 18 \Rightarrow \frac{18}{81} = \frac{2}{9}$$

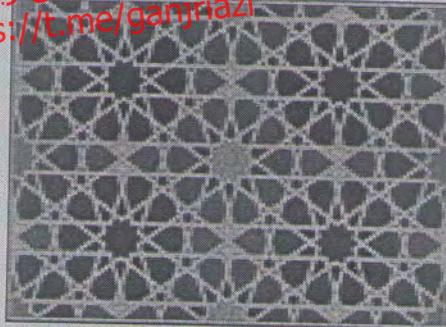
$$\text{دو زوج} = 3 \times 3 = 9 \Rightarrow \frac{9}{81} = \frac{1}{9}$$

اصلاحی

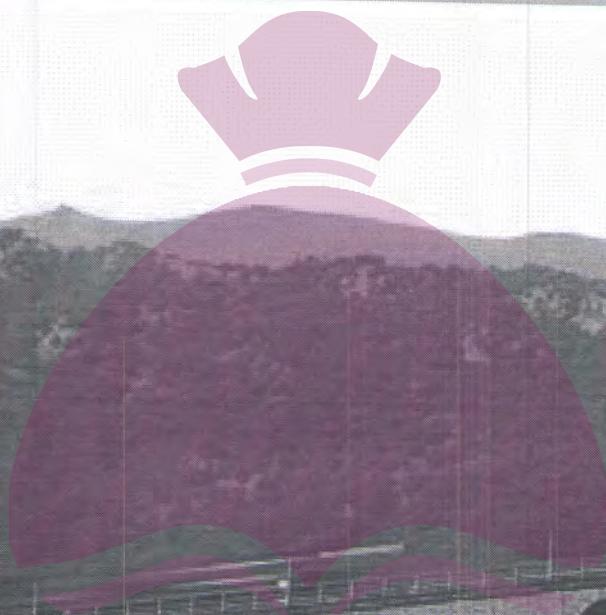


۱۳۲

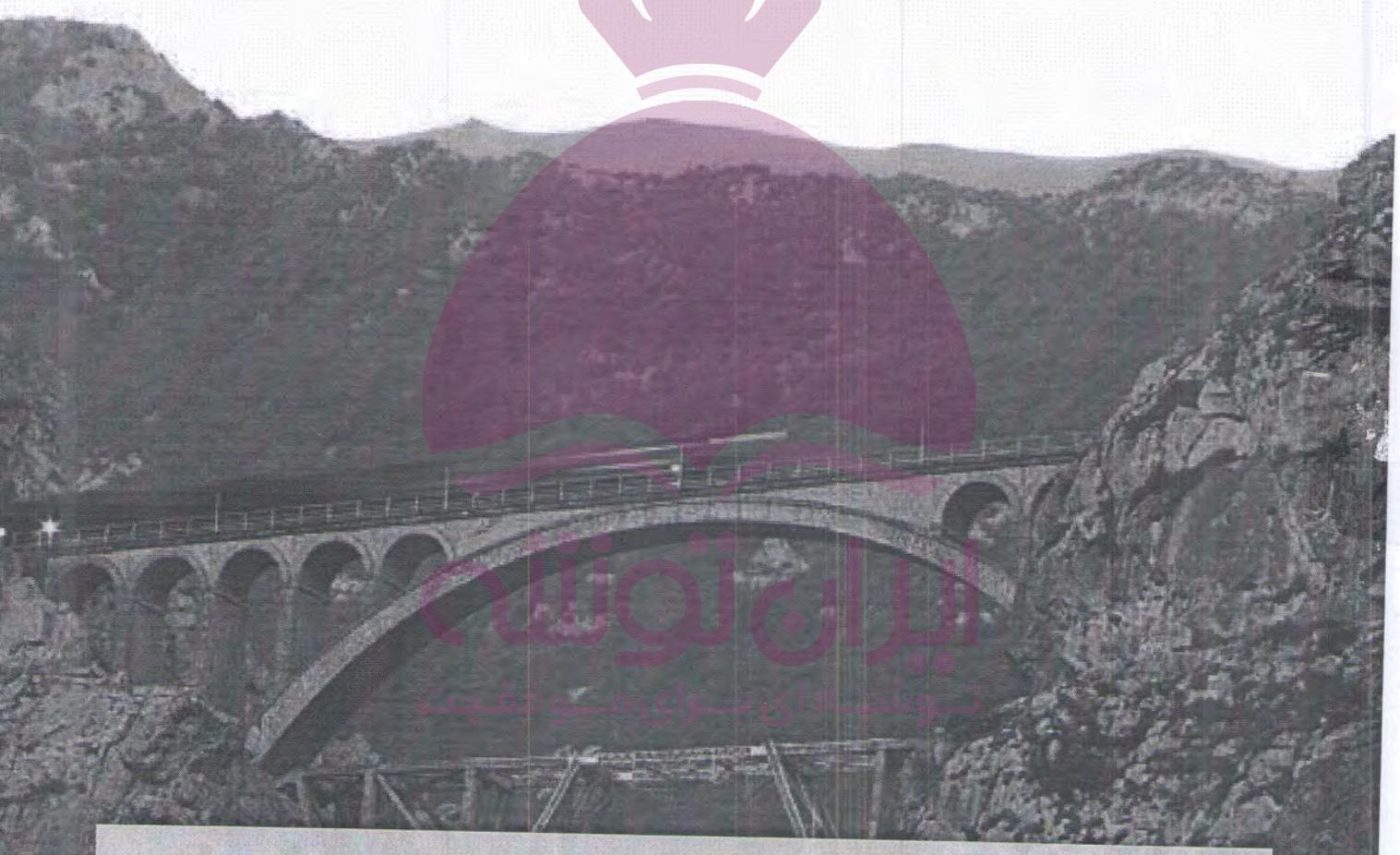
و زوجی زوج باشد و حالت بعدی اولی زوج و دومی فرد باشد



۱۰ فصل • ترسیم‌های هندسی و توازی



ایران آزاد
تولیدات ای ایران مسروق نبود



مهندسان در طراحی یک سازه پل یا ساختمان از قضیه‌ها و مسائل هندسی استفاده می‌کنند. بهمین دلیل مهندس کسی است که هندسه می‌داند. آنها پس از طراحی یک سازه با کمک مفاهیم و قضایای هندسی، طرح خود را به صورت یک نقشه ارائه می‌کنند.

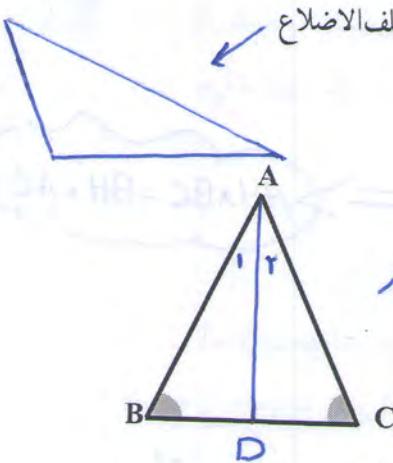
- مثلث و اجزاء آن
- ترسیم‌های هندسی
- اصول توازی
- خط‌های موازی و مورب

آیا شما می‌خواهید مهندس شوید؟

مثلث و اجزاء آن

فیلم

۱- انواع مثلث در زیر نوشته شده است. شکل هر کدام را رسم کنید.

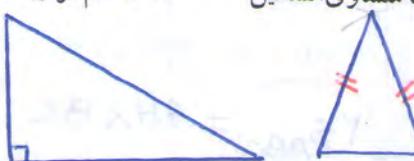


مثلث مختلف الاضلاع

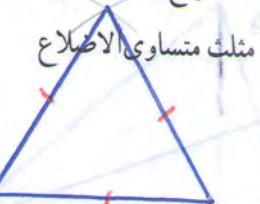
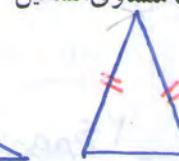
مثلث قائم الزاویه

مثلث متساوی الساقین

مثلث متساوی الاضلاع



مثلث متساوی الساقین



۲- شکل مقابل مثلث متساوی الساقین است.
چرا دو زاویه C و B با هم مساوی‌اند؟
 $\triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$
اجزاء تساوی
(ابتدا نیمساز زاویه A را رسم کنید.)

استدلال

۳- خط d عمود منصف پاره خط AB است. یعنی هم بر AB عمود است و هم آن را نصف می‌کند. نقطه دلخواه M را روی عمود منصف در نظر بگیرید و به دو سر پاره خط وصل کنید. MA و MB را اندازه بگیرید. با سه نکته دیگر این کار را تکرار کنید.

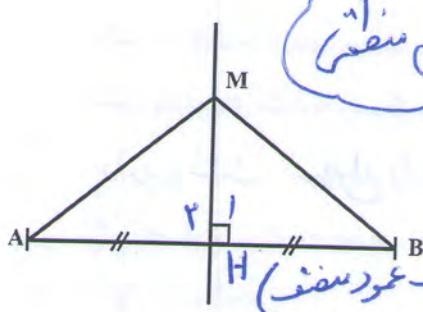


ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت

استدلال منصر

۴- نقطه M روی عمود منصف AB است. چرا $MA = MB$ را روی عمود منصف AB داشتند

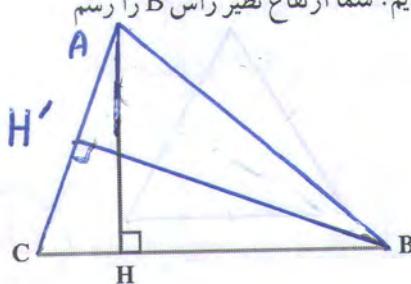


اجزاء تساوی
 $MH = MH$
 $H_1 = H_2 = 90^\circ$
 $AH = BH$

$\Rightarrow AMH \triangle \triangle BMH \Rightarrow$
 $\Rightarrow AM = BM$



۱- در مثلث ABC ارتفاع نظیر رأس A یا ارتفاع وارد بر قاعده BC را رسم کرده‌ایم. شما ارتفاع نظیر رأس B را رسم کنید. پای عمود را H' بنامید.



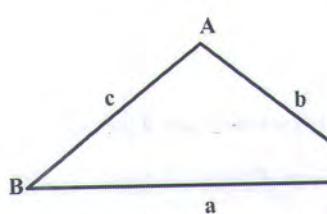
$$AH \times BC = BH' \times AC$$

چرا تساوی مقابله درست است؟

$$\left. \begin{array}{l} 2S_{ABC} = AH \times BC \\ 2S_{ABC} = BH' \times AC \end{array} \right\} \Rightarrow AH \times BC = BH' \times AC$$

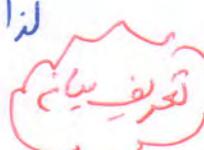
۲- برای سهولت نام‌گذاری ضلع‌های مقابله هر رأس را به صورت مقابله نام‌گذاری می‌کنیم. می‌توان ارتفاع وارد بر قاعده‌ها را به صورت h_a نیز نام‌گذاری کرد. چرا تساوی مقابله درست است؟

$$a \cdot h_a = b \cdot h_b = c \cdot h_c$$

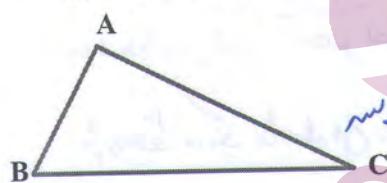


با توجه به این‌له مساحت مقدار ثابتی است و حاصل ضرب

هر ضلع در ارتفاع نظیرش رو برای مساحت مُلت بی شو
لذا نتیجه من لبیم حاصل صفر ارتفاع در قاعده نظیر مقدار ثابتی است



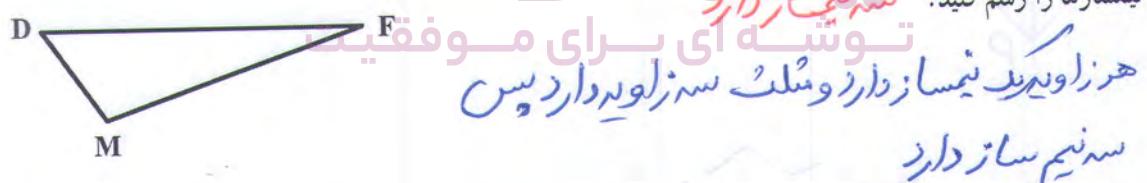
۳- میانه یعنی پاره خطی که از هر رأس به وسط ضلع مقابله آن وصل می‌شود. یک مثلث چند میانه دارد؟ چرا؟
میانه‌های مثلث مقابله را رسم کنید. سه میانه دارد



زیرا از هر رأس به وسط ضلع مقابله وصل من لبیم و سلت سه
راس و صفر ضلع داریم سه میانه دارد

۴- یک مثلث چند نیمساز دارد؟ چرا؟

نیمسازها را رسم کنید. سه نیمساز دارد



هر زاویه بی دیساز دارد و سلت سه زاویه دارد و سه
سه نیم ساتر دارد

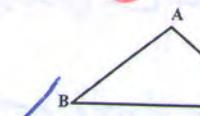
۵- یک مثلث چند عمود منصف دارد؟ چرا؟ سه عورضنی دارد
عمودمنصف‌های مثلث را رسم کنید. هر ضلع یک عورضنی دارد
دارد و سلت سه ضلع دارد

۶- اجزای مثلث (میانه، نیمساز، ارتفاع و عمود منصف) یک ویژگی مشترک دارند. با توجه به سوال‌های بالا ویژگی مشترک آنها را بیان کنید.

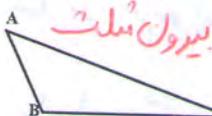
هر سه دریک نقطه بی‌در را قطع می‌کند - از هر کدام سه تا وجود دارد

- سه ارتفاع می نقصه کی بخورد دارد
- در مثلث قائم الزاویه سه ارتفاع روی اس اس فاعله بلندی را قطع می کشد
 - یعنی از زاویه ها باز باشد سه ارتفاع بیرون مثلث بیرون مثلث بلندی را قطع می کشد
 - سه زاویه تند نباشد سه ارتفاع داخل مثلث بلندگیر را قطع می کشد

داخل مثلث



۱- در مثلث های داده شده هر سه ارتفاع را رسم کنید. از مقایسه آنها چه نتیجه ای می گیرید؟



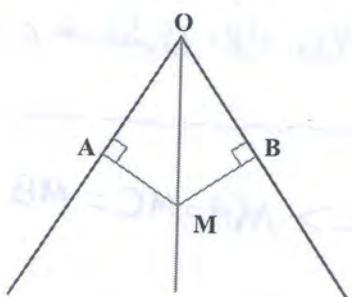
بیرون مثلث



روی اس فاعله

۲- آیا محل بخورد سه نیمساز یک مثلث همیشه داخل مثلث است؟ چرا؟ پلر: بارسم سُطل هه کوان برسی در برای مثلث های مختلف امتحان کنید. چون نیم ساز های بین دو ضلع زاویه می باشند پس درون مثلث بلندی را قطع می کشد

۳- روی نیمساز زاویه O نقطه ای مثل M انتخاب شده است. فاصله نقطه M را از دو ضلع زاویه به دست آورید. ۳ نقطه



دیگر روی نیمساز در نظر بگیرید. فاصله آنها را از دو ضلع به دست آورید، چه نتیجه ای می گیرید؟
هر یک روی نیم ساز زاویه از دو ضلع آن زاویه به مکافاصله است

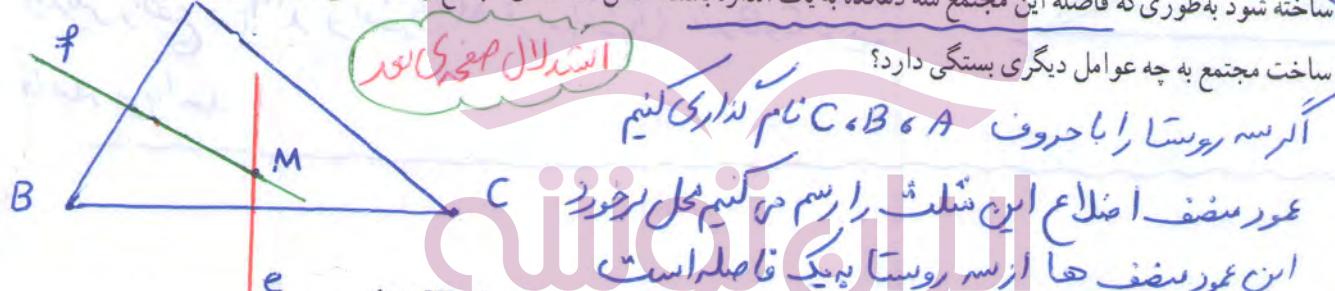
استدلال درجهی بعد

براساس نتیجه ای که گرفتید تعریفی برای نیمساز زاویه ارائه کنید.

(نیمساز مجموعه نقاطی است که ... از دو ضلع آن زاویه به مکافاصله باشند)

تعریف نیمساز
جدید

۴- قرار است یک مجتمع خدماتی شامل مدرسه، درمانگاه و ورزشگاه برای استفاده سه دهکده مشخص شده در نقشه ساخته شود به طوری که فاصله این مجتمع سه دهکده به یک اندازه باشد. محل ساختمان مجتمع را مشخص کنید. تعیین محل



عور منصف اضلاع این مثلث را رسم کنیم محل بخورد
این عور منصف ها از سه روستا پیدا مکافاصله است

۵- در شکل متوازی الاضلاع روی و چرا تساوی درست است؟

$$\left. \begin{array}{l} S = h_1 \times CD \\ S = h_2 \times BC \end{array} \right\} \Rightarrow h_1 \times CD = h_2 \times BC$$

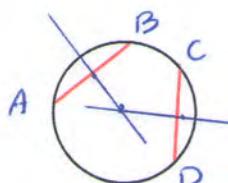
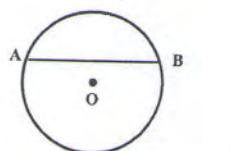
۶- چرا قطرهای لوزی عمودمنصف یکدیگرند؟

$$\left. \begin{array}{l} AD = AB \Rightarrow \text{سی} BD \\ CD = CB \Rightarrow \text{سی} BD \end{array} \right\} \Rightarrow \text{سی} AC$$

یعنی ترتیب ثابت می ننمی BD عور منصف AC می باشد

۷- چرا عمودمنصف پاره خط AB از مرکز دایره می گذرد؟

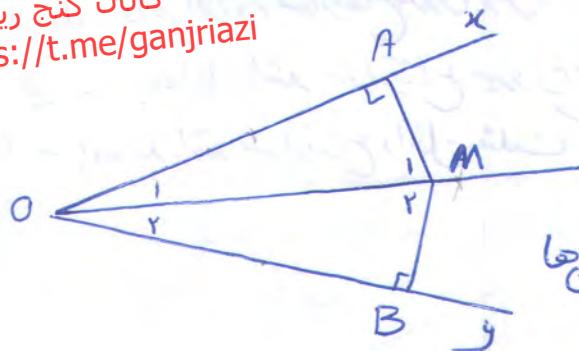
با توجه به سؤال بالا مرکز دایره مقابل را پیدا کنید.



پس O روی عور منصف AB است

عور منصف دو وتر غیر موازی دایره را رسم کنیم محل بخورد آن ها مرکز دایره می باشد

نقطه‌ی دلخواه روی نیم ساز زاویه O می‌باشد. از M بر اضلاع زاویه عمودی نشست
 @GanjRiazi
 کanal گنج ریاضی
<https://t.me/ganjriazi>

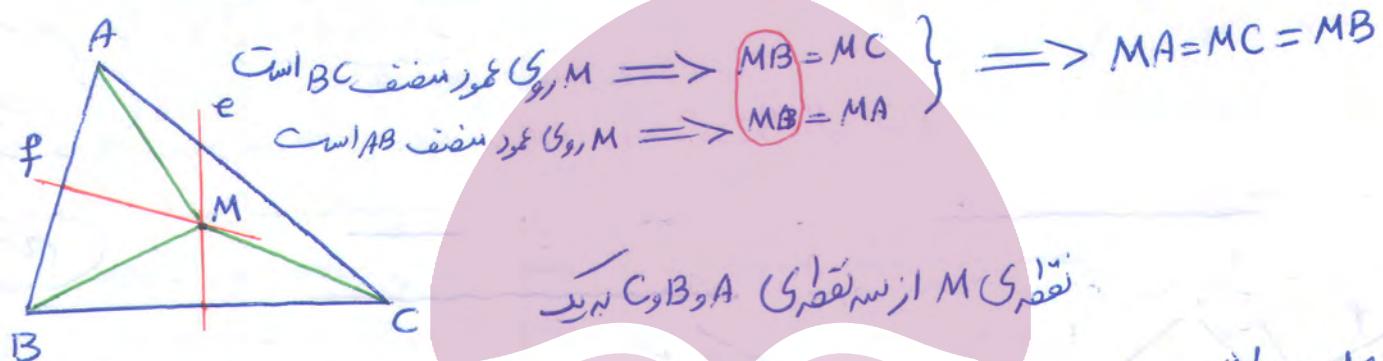


$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \quad ①$$

مجموع زاویه‌های یک مثلث 180° می‌باشد لذا اگر دو زاویه‌ی آنها
 برابر باشند زاویه‌ی سوم آنها نیز برابر است

$$\left. \begin{array}{l} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ OM = OM \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اصغر}} \hat{OAM} = \hat{OBM} \xrightarrow{\text{اجزاء متساوی}} MA = MB$$

پس هر نقطه‌ی دلخواه روی نیم ساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه بینید فاصله‌ی می‌باشد



فاصله‌ی می‌باشد

ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت

روش رسم نیمساز یک زاویه را در دوره دبستان آموخته اید. مراحل زیر را دنبال کنید و به سؤال ها پاسخ دهید تا متوجه شوید چرا با این روش نیمساز زاویه به دست می آید.

۱- دهانه پرگار را به دلخواه باز کنید. به مرکز O یک کمان (قسمتی از دایره) را رسم کنید تا نیم خط های ox و oy را در

A و B قطع کند. چرا $OA = OB$ است؟



۲- به مرکزهای A و B، به شعاع دلخواه دو کمان مساوی رسم کنید تا یکدیگر را در C قطع کند. چرا $BC = AC$ است؟

چون دهانه پرگار را تغییر نمی رهیم

۳- O_1 را به C و O_2 به A وصل کنید. چرا OC نیمساز زاویه A است؟ فرض

۴- O_1 را به C و O_2 به A وصل کنید. چرا $\angle O_1AC = \angle O_2AB$ است؟ فرض

$OC = OC$

$O_1\hat{A}C = O_2\hat{B}C \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow$

پس OC نیمساز است

مانند فعالیت بالا مراحل رسیم شکل ها را بنویسید و دلیل بیاورید که چرا با انجام این مراحل شکل موردنظر رسم

می شود.

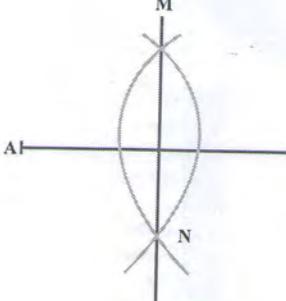
۱- رسم عمود منصف پاره خط AB

۱- به مرکز A و سعایع بین از منصف AB که عالی می نمی

۲- به مرکز B و همان سعایع نیز کمان دیگری رسم می کنیم قیمت

۳- خط MN عمود منصف AB است

۲- رسم خط عمود از یک نقطه خارج یک خط



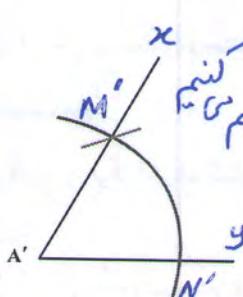
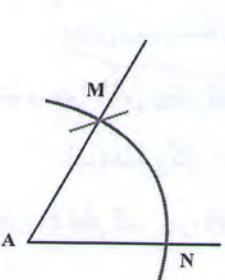
۱- از M عالی دلخواه رسم می کنیم تا پاره خط AB می ستد اید

۲- یا همان سعایع از A و B دو عالی می نمی کنیم تا نقطه M طرف

بسیار می ستد

۳- عمود منصف AB اسے بین برخه d می دراست

$$\left. \begin{array}{l} AN = AN' \\ AM = A'M' \\ MN = M'N' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اصفهان}} \hat{A}\hat{M}\hat{N} = \hat{A}'\hat{M}'\hat{N}' \Rightarrow A = A'$$



۳- رسم زاویه مساوی با یک زاویه دیگر

۱) هر دو زاویه A و A' دو کمان با شعاع های مساوی رسم شوند.

۲) هر دو زاویه MN و $M'N'$ دو کمان متساوی رسم شوند.

۳) کامن قبلی از نقطه M' قطع نمود.

$A = A'$ از A' به M' وصل و کمینه زاویه C رسم شود.

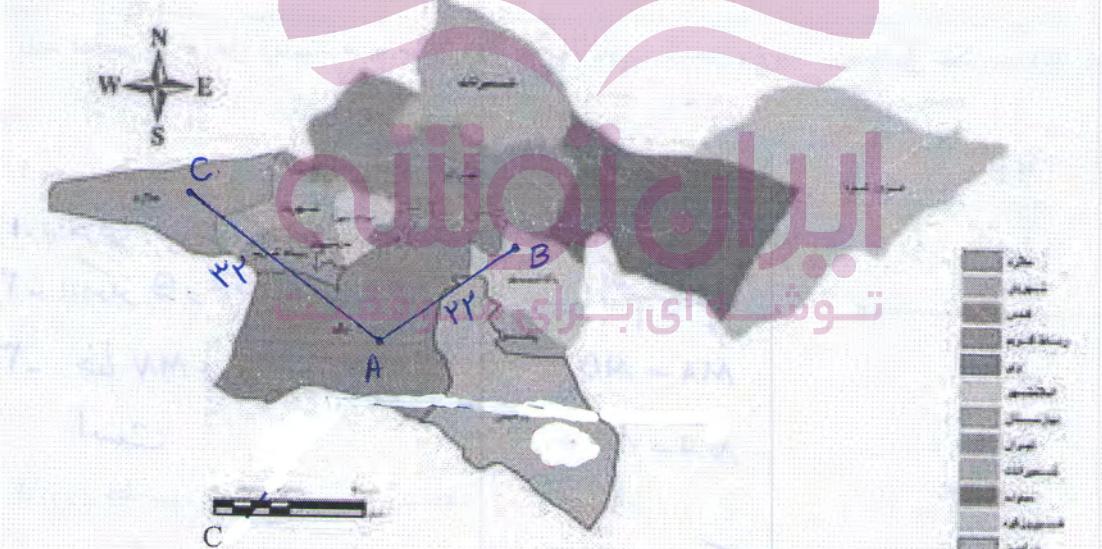
در کتاب مطالعات اجتماعی و در درس جغرافی با نقشه و مقیاس آن آشنا شده اید. وقتی می گوییم مقایسه نقشه ۱ به ۱۰۰

یا $\frac{1}{100}$ است، می توانیم این عدد را به صورت های مختلف تفسیر کنیم. برای مثال ۱۰۰ متر واقعی یک متر روی نقشه است، یا ۱۰۰ سانتی متر در واقعیت برای یک سانتی متر روی نقشه است.

$\frac{1}{100000}$

مقیاس نقشه زیر ۱ به $\frac{1}{100000}$ است. تفسیر مقیاس را بنویسید.

فاصله نقاط A و B را از یکدیگر روی نقشه پیدا کنید و بنویسید در اندازه واقعی این فاصله ها چند متر هستند؟

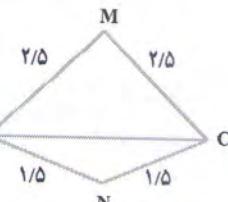
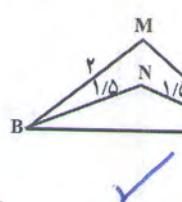
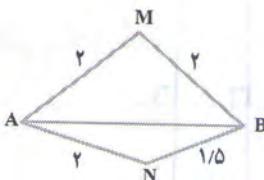
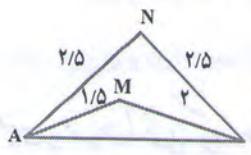


$$\frac{1}{100000} = \frac{22}{x} \Rightarrow x = 2200000 = 220 \text{ km}$$

$$\frac{1}{100000} = \frac{32}{x} \Rightarrow x = 3200000 = 320 \text{ km}$$

$$\left. \begin{array}{l} M_1 = M_2 = 90 \\ BM = CM \end{array} \right\} \Rightarrow \text{عمود منصف } BC \text{ است.}$$

۱- در کدام شکل خط MN عمود منصف پاره خط AB است؟ چرا؟



۲- با پرگار، خط کش و نقاله شکل های زیر را رسم کنید.

الف) پاره خطی به طول ۵ سانتی متر و عمود منصف آن

ب) یک زاویه 120° درجه و نیمساز آن با پرگار

پ) یک زاویه دلخواه و زاویه دیگری که با آن مساوی باشد.

۳- یک زاویه رسم کنید و با کمک پرگار آن را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید.

۴- زاویه مقابل راسه برابر کنید. ۱) هم‌نژد A با ساعع دلخواه رسم کنید.

۲) پرگار را به ساعع BC باز نهاده و دوباره تا کان ۵ زنیم

$$\hat{BAE} = 3 \hat{BAC}$$

۵- یک پاره خط رسم کنید و با پرگار آن را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید.

۶- مثلث ABC متساوی الساقین است. چرا اگر عمود منصف BC را رسم کنیم، از رأس A می‌گذرد؟

$$\left. \begin{array}{l} AM = AM \\ BM = CM \\ AB = AC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{فرض}} \triangle ABM = \triangle ACM \xrightarrow{\text{هم‌طبق}} M_1 = M_2 \quad \left. \begin{array}{l} M_1 + M_2 = 180^\circ \\ M_1 = M_2 \end{array} \right\} \Rightarrow [M_1 = M_2 = 90^\circ]$$

۷- مثلث ABC متساوی الساقین است. میانه AM را رسم کرد. چرا $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ نیز محاسبه شود؟

$$\left. \begin{array}{l} AM = AM \\ BM = CM \\ AB = AC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{فرض}} \triangle ABM = \triangle ACM \xrightarrow{\text{هم‌طبق}} \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$

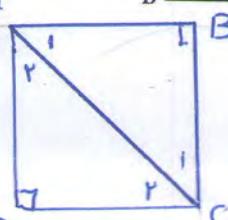
۸- اگر قطر مربع را رسم کنیم آیا نیمساز زاویه ها هم محاسبه شود؟ چرا؟ بله

آیا در مستطیل هم همین طور است؟ چرا؟ خیر

آخر $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ و $\hat{A}_1 = \hat{B}_2$ هم نشود و

مستطیل که طول دعنه برابر باشد مربع نیست

$$\left. \begin{array}{l} AB = AD \\ BC = DC \\ D = B = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{فرض}} \triangle BAC = \triangle DAC \xrightarrow{\text{هم‌طبق}} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad \left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{array} \right\}$$

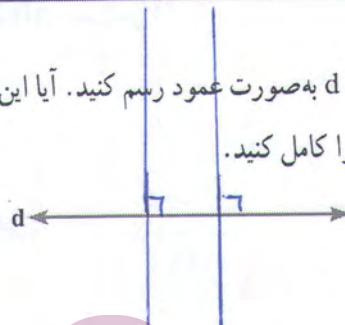


اصول توازی

بله

- ۱- دو خط d_1 و d_2 را به خط d به صورت عمود رسم کنید. آیا این دو خط با هم موازی‌اند؟ (لطفاً عکس بودن و این عکس بودن) نتیجه‌گیری مقابله را کامل کنید.

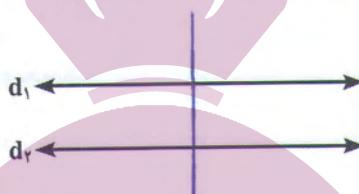
$$\left. \begin{array}{l} d \perp d_1 \\ d \perp d_2 \end{array} \right\} \implies d_1 \parallel d_2$$



نتیجه: دو خط از هم مغایر هستند
با هم موازی‌اند

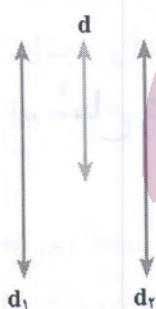
- ۲- خط‌های d_1 و d_2 با هم موازی‌اند. خط d را بخط d_1 عمود کنید و امتداد دهید. آیا خط d بر خط d_1 هم عمود می‌شود؟

$$\left. \begin{array}{l} d_1 \parallel d_2 \\ d \perp d_1 \end{array} \right\} \implies d \perp d_2$$



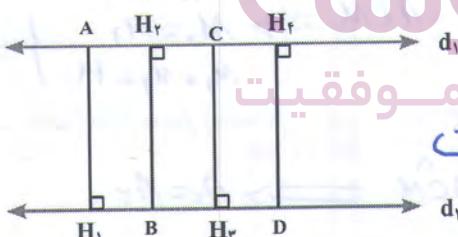
نتیجه: خطا مربوطی از خطوط موازی
عمود باشد مردیگری نیز عمود است

- ۳- دو خط d_1 و d_2 با هم موازی‌اند. دو خط d و d_2 نیز با یکدیگر موازی‌اند. آیا دو خط d_1 و d_2 خودشان با هم موازی می‌شوند؟ بله



$$\left. \begin{array}{l} d \parallel d_1 \\ d \parallel d_2 \end{array} \right\} \implies d_1 \parallel d_2$$

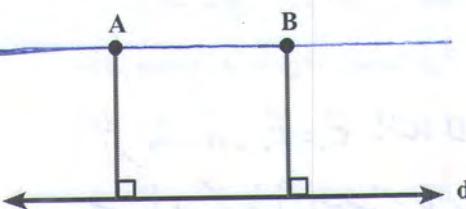
- ۴- اگر d_1 موازی d_2 باشد، فاصله نقاط مقابل را تا خط مقابله آن پیدا کنید. چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟



نتیجه: فاصله‌ها همی‌باشند
بسیار موفقیت

- ۵- فاصله نقاط A و B از خط d با هم برابر است. آیا خطی که از A و B می‌گذرد موازی d است؟

بله



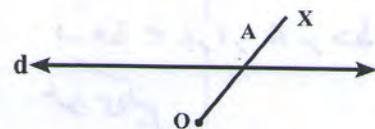
- ۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل از نقطه A خطی به موازات خط d رسم کنید.
- ۱- خط e را از A برخط d عمودی کنیم ① $f \perp e$ را برخط f کنیم ② $f \perp e \Rightarrow f \parallel d$
- ۲- خطی موازی d رسم کنید که فاصله اش از آن ۴ سانتی متر باشد.
- ۱- خط e را برخط d عمودی کنیم ③ $BC = AB = 1\text{cm}$
- ۲- خط e را برخط d عمودی کنیم ④ d_1, d_2, d_3, d_4 را از A، e، C، B را برابر ۱cm کنیم
- ۳- تمام نقاطی را پیدا کنید که از خط d به فاصله ۲ سانتی متر باشند.
- توضیح دهد که چگونه می‌توان دلیل آورد که ① $f \perp e$ را برخط d عمودی کنیم ۱ cm جداساز نماییم
 این نقاط به فاصله ۲ سانتی متر از خط d هستند. ② ردو طرف خط d جداساز نماییم
 ۳) از تقاطعات پیسے آمده خطوطی را برخط d عمودی کنیم
 ۴) این خطوط را با خط d موازی و به فاصله ۲ cm از آن سر باشند
- ۴- دو خط موازی با خط عمود آنها زاویه‌های برابر می‌سازد. یک خط مورب طوری رسم کنید که دو خط موازی را قطع کند. آیا این خط نیز با دو خط موازی، زاویه‌های مساوی می‌سازد؟
- دستوری** (منزین ۳۵۵، کتاب سیم)
- ۳) زاویه‌ی کند مساوی و ۴) زاویه‌ی باز مساوی (وجود من اکبر)
- ۵- تمام نقاطی را پیدا کنید که از خط d به فاصله کمتر از ۱ سانتی متر هستند.
- ۱) خط e را برخط d عمودی کنیم ⑤ $AB = AC = 1\text{cm}$ ۲) خط e را برخط d عمودی کنیم ۳) فضای بین این خطوط جواب مسئله است ۴) تمام نقاطی را پیدا کنید که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی متر هستند.
- نایابی به مرکز A و سعای ۲ cm رسم کنیم
 تمام نقاط روی این دایره حواب مسئله می‌باشد
- ۷- تمام نقاطی را پیدا کنید که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی مترند و از خط d هم به فاصله ۱ سانتی متر قرار دارند.
- ۱) خط e را برخط d عمودی کنیم ۲) $BC = 1\text{cm}$ جداساز نماییم ۳) خط f را از C برخط e عمودی کنیم ۴) به مرکز A و سعای ۲ cm دایره‌ای رسم کنیم ۵) نقاط M و N چوب مسئله می‌باشد

حوال دیدار ۱۰۰ متری رسم کن و عوایر رسمی دیوار اصلی

$$\frac{100}{100} = \frac{10000}{5}$$

پس ۱ سانتی متر با ۵ سانتی متر برابر نمایش داره سه داشت

۱- در شکل زیر خطهای d و d' با هم موازی و به فاصله ۲ سانتی متر از یکدیگر قرار دارند. فاصله نقطه A از خط d'



چقدر است؟ ۲ cm

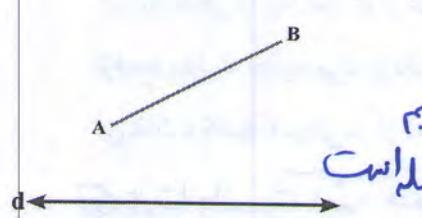
آیا روی نیم خط Ox نقطه دیگری می‌توان یافت که فاصله آن از خط d ، d' ، ۲ سانتی متر

باشد؟ چرا؟ خیر، تمام تماضی که داشتندی ۲ cm و بالای

آن می‌باشد روی خط d است پس روی خط d' قطعه

یک نقطه وجود دارد

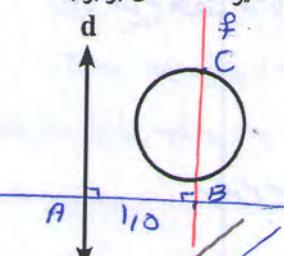
۲- نقاطی از پاره خط AB پیدا کنید که فاصله آنها از خط d برابر ۲ سانتی متر باشد.



① خطوطی به فاصله ۲ سانتی متر در دو طرف خط d رسم من کنیم

② خط AB در دو نقطه این خطوط را قطع کنند این روی خط جواب مسئله است

۳- نقاطی از دایره را پیدا کنید که فاصله آنها تا خط d کمتر از $1/5$ سانتی متر باشد. کدام نقاط دایره فاصله‌ای برابر با

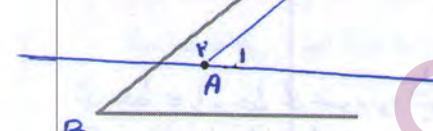


$1/5$ سانتی متر تا خط d دارند؟ ① $AB = 1,0 \text{ cm}$

② خط f را از B برخط \angle عمودی کنیم ③ ۶ م نقاصل از لزایده که بین

دو خط f و d می‌باشد جواب سوال می‌باشد

۴- از نقطه A به موازات ضلعهای زاویه خطی رسم کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید.

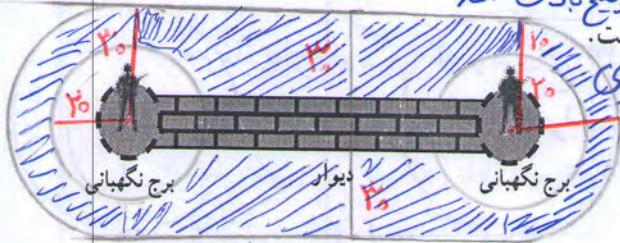


$$A_1 = B \rightarrow A_2 + B = 180^\circ$$

اگر اضلاع دوزاویه موازی باشند آن دوزاویه یا مساوی اند یا مکمل

۵- روی نقشه زیر دیوار یک پادگان به طول 100 متر و دو برج نگهبانی در دو طرف دیوار دیده می‌شود. دو نگهبان تا

فاصله 20 متری را به خوبی می‌بینند اگر قرار باشد از دو طرف دیوار به فاصله 30 متر را تحت نظر داشته باشند، کدام قسمت از



زمین اطراف دیوار کمترین دید را خواهد داشت؟ مقیاس نقشه 5 به 10000 است.

① دو دایره به ساعع را رسمن کنیم ② دو خط موازی

به فاصله 5 را رسمن کنیم ③ فضای هاسوس حورده

جواب مسئله است

۶- نقاطی را پیدا کنید که از خط d به فاصله 1 سانتی متر و از خط d' به فاصله $1/5$ سانتی متر باشند. این مسئله چند

جواب دارد؟ جواب‌ها را مشخص کنید.

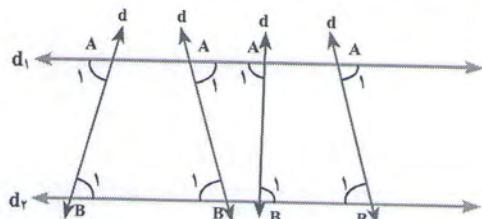
① خطوط e_1 و e_2 را به فاصله 1 cm موازی خط d رسمن کنیم

② خطوط f_1 و f_2 را به فاصله $1/5$ اس سوازی با

خط d' رسمن کنیم ③ نقاط A، B، C، D، E و F حواب‌های سوال می‌باشند

خطهای موازی و مورب

۱- در شکل زیر خطهای d_1 و d_2 باهم موازی‌اند. خط مورب d در چهار حالت این دو خط را قطع کرده است در هر

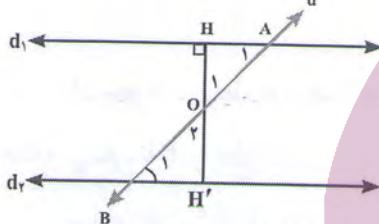


$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1$$

با اندازه سیری

۲- در شکل زیر دو خط d_1 و d_2 باهم موازی‌اند و خط آنها در A و B قطع کرده است. با پاسخ دادن به سؤال‌های

زیر دلیل بیاورید که $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ از نقطه O بر خط d_1 عمود کردیم و امتداد دادیم تا خط d_2 را قطع کند چرا $\hat{\text{OH}}'$ نیز بر



$$\left. \begin{array}{l} d_1 \parallel d_2 \\ H'H \perp d_1 \end{array} \right\} \Rightarrow H'H \perp d_2 \Rightarrow \hat{H}' = 90^\circ$$

عمود است؟

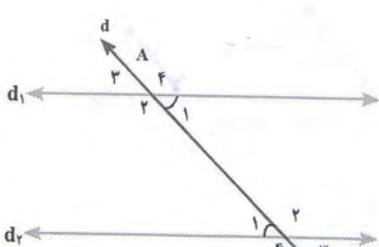
می‌دانیم در هر مثلث مجموع زاویه‌ها 180° است. نتیجه گیری مقابله را کامل کنید.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{O}_1 + \hat{H} = 180^\circ \\ \hat{B}_1 + \hat{O}_2 + \hat{H}' = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1$$

زیرا مجموع زاویه‌های بیضی مغلوب برای 180° را با $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ مقابله می‌بریم

استفاده از این قضیه اثبات می‌لیم سه این اثبات نادرست می‌باشد

۳- در شکل زیر $d_1 \parallel d_2$ و d آنها را قطع کرده است.



$$\hat{B}_1 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1 = \hat{A}_3$$

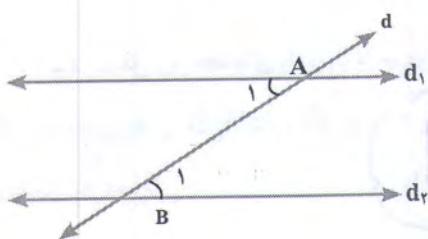
$$\hat{A}_2 = \hat{A}_4 = \hat{B}_2 = \hat{B}_4$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_3 \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_3 \\ d_1 \parallel d_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1 = \hat{A}_3$$

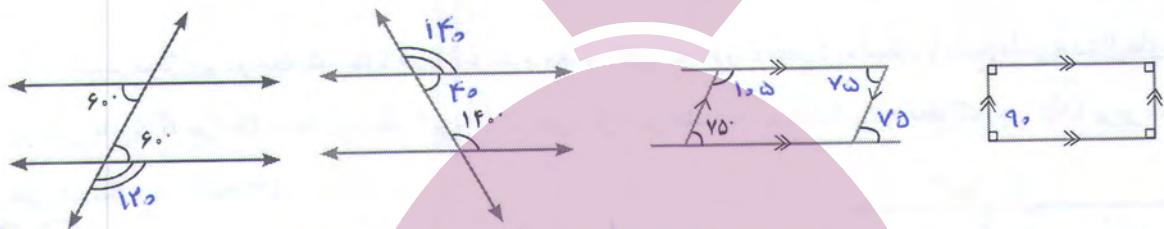
$$\hat{A}_1 = \hat{A}_3 = \hat{B}_2 = \hat{B}_4$$

در شکل زیر خطوط موازی و مورب دیده می‌شوند. هنگام حل مسائل به صورت زیر استدلال خود را می‌نویسیم.

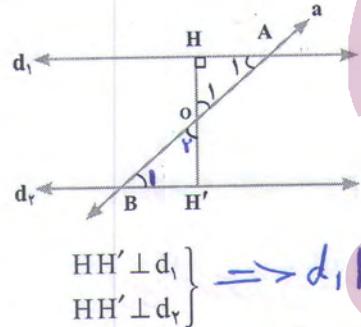
$$(d_1 \parallel d_2 \text{ over } d) \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}$$



۱- با توجه به خطوط موازی و مورب رسم شده اندازه زاویه‌های مشخص شده را در شکل‌های زیر بنویسید.



۲- خط a دو خط d₁ و d₂ را طوری قطع کرده است که $\hat{B} = \hat{A}$ است. از نقطه O وسط AB بر d₁ عمود می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا d₂ را قطع کند.

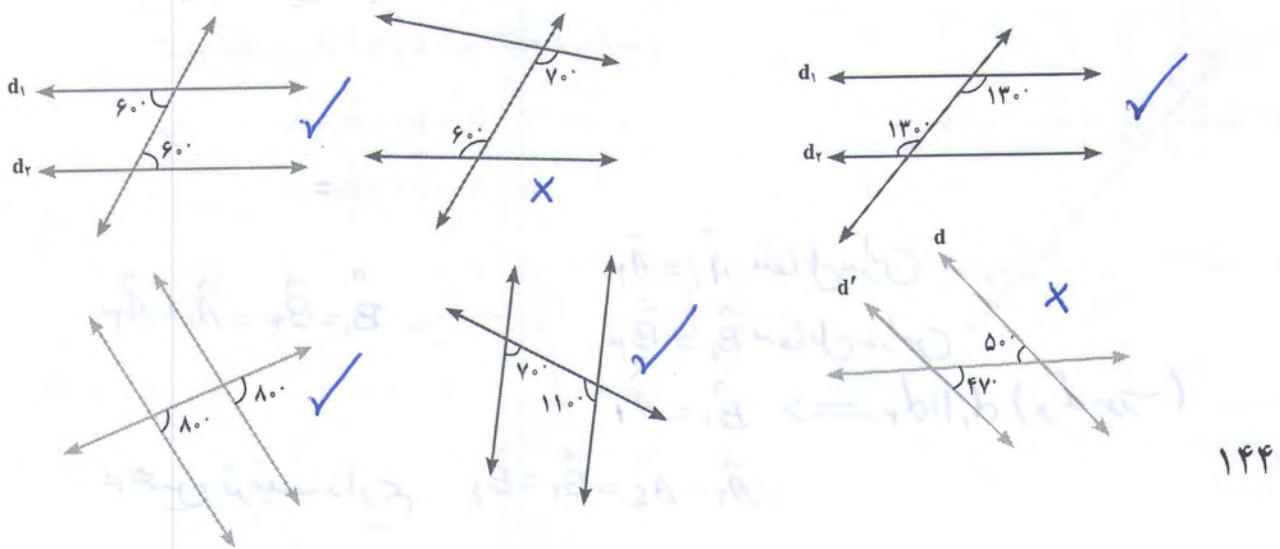


چرا دو مثلث OHA و OH'B باهم برابرند؟ چرا

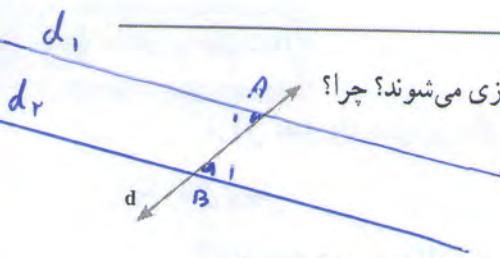
اگر H'H بر دو خط d₁ و d₂ عمود باشند، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$\begin{aligned} &\text{اگر } H' \perp d_1 \text{ و } H' \perp d_2 \text{ باشند، } \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ &\text{فرض: } A = B, OA = OB \\ &\text{بر اساس مقابله اضلاع متناظر: } \triangle OAH \cong \triangle OBH' \\ &\Rightarrow \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{aligned}$$

۳- در کدام یک از شکل‌های زیر خط‌ها موازی‌اند؟

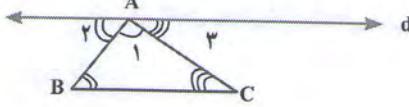


$$\left. \begin{array}{l} (d \parallel BC, AB \text{ مورب}) \Rightarrow \hat{A}_r = \hat{B} \\ (d \parallel BC, AC \text{ مورب}) \Rightarrow \hat{A}_r = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$



۱- دو خط با زاویه‌های برابر خط d را قطع می‌کنند. آیا همیشه این دو خط با هم موازی می‌شوند؟ چرا؟

$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow d_1 \parallel d_2$$



$$A_1 + A_2 + A_3 = 180^\circ$$

۲- با توجه به شکل زیر استدلال کنید که مجموع زاویه‌های یک مثلث 180° است. (خط d موازی BC است).

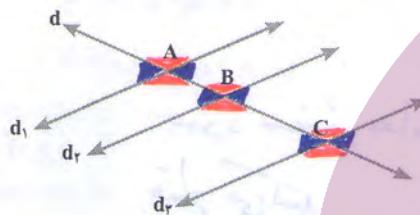


$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C}_1 = 180^\circ \\ \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B} = \hat{C}_1$$

زاویی خارجی

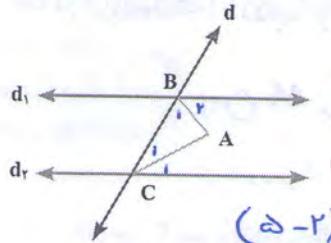
نتیجه: هر زاویی خارجی برابر مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور قرن است.

۴- با توجه به شکل زیر خطوط d_1, d_2, d_3 موازی اند و خط d آنها را قطع کرده است. زاویه‌های مساوی را در شکل



نشان دهید و نام ببرید.

۵- در شکل زیر دو خط d_1, d_2 با هم موازی اند خطوط AB و AC نیمساز دو زاویه‌اند. زاویه A چند درجه است؟



$$d_1 \parallel d_2 \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 90^\circ \\ \hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \hat{A} = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

۶- مجموع زاویه‌های یک پلیگون چند درجه است؟

(۵-۲) $\times 180^\circ = ۳۶۰^\circ$

(۷-۲) $\times 180^\circ = ۹۰۰^\circ$

۷- مجموع زاویه‌های یک چهارضلعی چند درجه است؟

۸- چهارضلعی مقابل متوازی الاضلاع است.

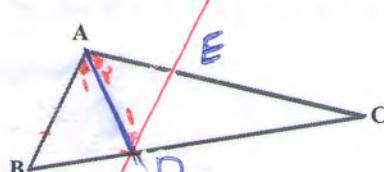
$$(AD \text{ متساوی } AB \parallel DC) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 + \hat{A}_4 = 360^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_3 + \hat{A}_4 = 180^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$$

چرا \hat{C} و \hat{D} مکمل هستند؟ بقیه حالت

۹- نیمساز زاویه A را رسم کنید (AD). از نقطه D به موازات ضلع AB رسم کنید تا AC را در E قطع کند.



$$(AB \parallel d, AD \text{ مورب}) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \quad \left(\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \right) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1$$

فرض

$$\hat{A}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow AE = DE$$

یعنی زاویه دو زاویه می‌باشد. می‌توانیم متساوی الاضلاع باشند.

مرور فصل ۱۰

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آن را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

عمودمنصف ارتفاع نیمساز مقیاس اصل میانه

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

خاصیت مثلث متساوی الساقین

توجیه و استدلال کردن برای روش‌های ترسیم‌های هندسی

اصل‌های موازی

رسم دو خط موازی از نقطه داده شده

عکس قضیه موازی و موزب

خاصیت مثلث متساوی الساقین

ویژگی اجزای یک مثلث

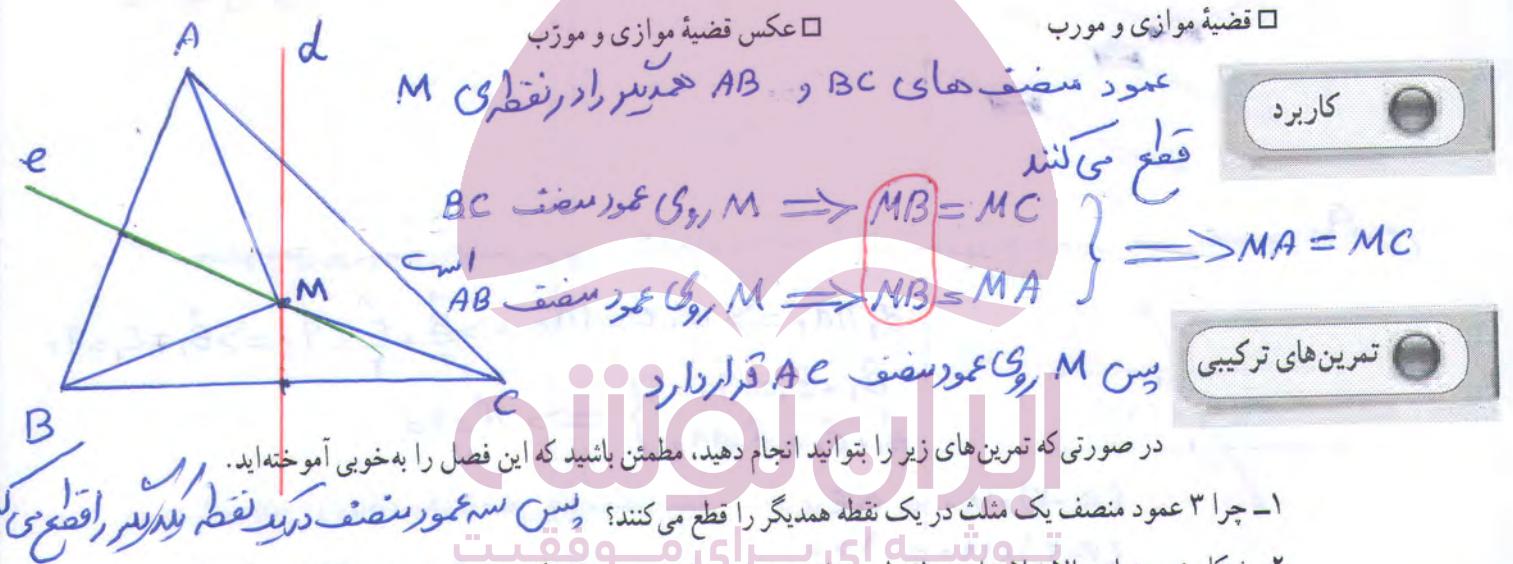
مقیاس نقشه

رسم دو خط موازی

قضیه موازی و مورب

کاربرد

تمرین‌های ترکیبی



در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

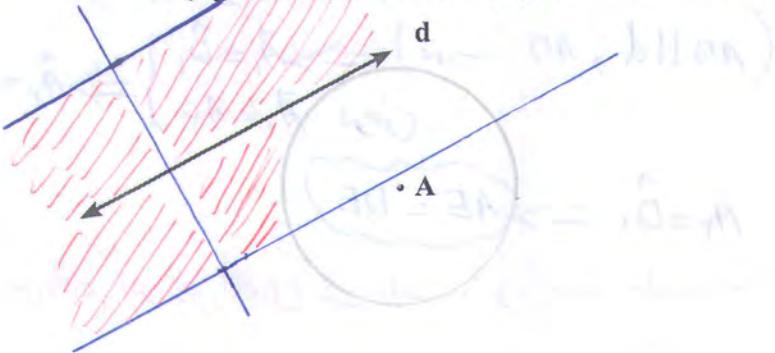
۱- چرا ۳ عمود منصف یک مثلث در یک نقطه همیگر را قطع می‌کنند؟ (سین سه عمود منصف در یک نقطه همیگر اقصیع می‌کنند)

۲- شکل زیر متوازی الاضلاع است (فقط می‌دانیم چه ضلع‌های موازی یکدیگرند) چرا دو مثلث ABD و BCD با

$$\begin{aligned} (AB \parallel DC, BD > \text{میانه}) &\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ (AD \parallel BC, BD > \text{میانه}) &\Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \\ BD = BD \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \hat{A} = \hat{C} \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \end{cases} \Rightarrow ABD \cong CDB$$

۳- مجموعه‌ای از نقاط را پیدا کنید که از خط d به فاصله کمتر از ۲ سانتی‌متر و از نقطه A به فاصله بیشتر از ۱/۵

سانتی‌متر باشد.



تمرین های دوره ای

۵

۱- نمودارها را کامل کنید.

۱۰	+۱۰	۸
۹	۱۱	-
۱۴	۷	۱۳

 $\times (-2)$

-۲۰	-۳۰	-۱۶
-۱۸	-۲۲	-
-۲۸	-۱۴	-۲۶

اصلاح

۲۲
(-۸)
۵

اصلاح

-۵
-۱۳
.

۲- از عددی ۲ بار جذر گرفتیم. حاصل آن عدد آن عدد ۴ شد. عدد موردنظر را پیدا کنید.
مجدور $\sqrt{16} \rightarrow 256$

۳- علی یک جعبه مکعب شکل را با کاغذ رنگی به طور کامل پوشاند (کاغذها روی هم قرار نگرفتند) اگر 660 سانتی متر مربع کاغذ مصرف شده باشد. اندازه ضلع مکعب چقدر است؟

$$S = 6a^2 = 640$$

$$\Rightarrow a^2 = 110 \Rightarrow a = \sqrt{110}$$

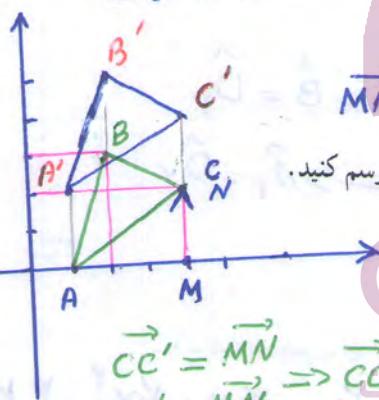
$$a = -\sqrt{110}$$

۴- نقطه M به مختصات $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ و نقطه N به مختصات $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید.

$$\vec{MN} = \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$$

۱) بردار MN را مشخص کنید و مختصات آن را بنویسید.

۲) مثلث ABC را به مختصات $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ در صفحه رسم کنید.

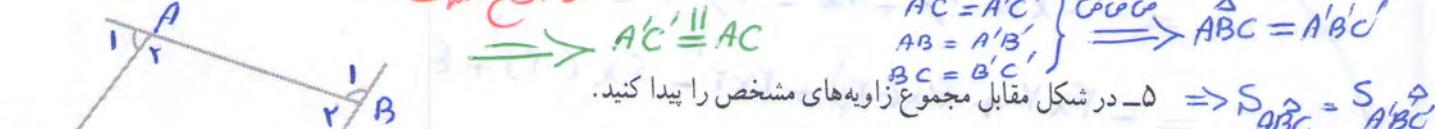


۳) مثلث ABC را بردار MN انتقال دهد تا مثلث A'B'C' به دست آید.

۴) آیا اضلاع این دو مثلث با هم برابرند؟ چرا؟

۵) آیا اضلاع این دو مثلث با هم موازی‌اند؟ چرا؟

۶) آیا مساحت این دو مثلث با هم برابرند؟ چرا؟



$$(A_1 + A_2) + (B_1 + B_2) + (C_1 + C_2) + (D_1 + D_2) = \pi \times 180 = 360$$

$$\Rightarrow (A_1 + B_1 + C_1 + D_1) + (\underbrace{A_2 + B_2 + C_2 + D_2}_{360}) = 360$$

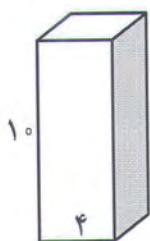
$$\Rightarrow A_1 + B_1 + C_1 + D_1 = 144^\circ$$

اعداد اصلی				
مجموع زلوره	۱۸۰	۳۴۰	۵۶۰	
رابطه	1×180	2×180	3×180	$(n-2) \times 180$

۶- مجموع زاویه‌های یک n ضلعی را به دست آورید و با یک عبارت جبری نشان دهید. در حل این مسئله از

چه راهبردی استفاده کردید؟ **الگوسازی را الگریابی**

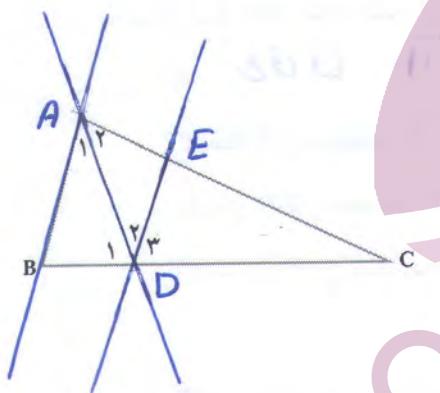
۷- قاعده شکل مقابل به صورت مربع است. ارتفاع آن 10 سانتی‌متر است. حجم و مساحت جانبی این شکل



$$V = (2 \times 2) \times 10 = 40 \text{ سانتی متر مکعب}$$

$$S_{\text{ جانبی}} = (2 \times 2) \times 10 = 40 \text{ سانتی متر مربع}$$

۸- در شکل مقابل DE موازی AB است. کدام زاویه‌ها با هم برابرند؟



$$(AB \parallel DE, BD \rightarrow \rightarrow) \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}_2$$

$$(AB \parallel DE, AD \rightarrow \rightarrow) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_2$$

ابراهیمی

۹- عبارت جبری زیر را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای $x=2$ و $y=-2$ پیدا کنید.

$$-2(x-y-1) + 2(1-x+2y) + 2x^2 - 4y^2 = -2x + 2y + 2 + 2 - 2x + 4y + 2x^2 - 4y^2$$

$$= -4x + 4y + 2x^2 - 4y^2 + 2$$

$$= -4x^2 + 4x(-2) + 2x^2 - 4x(-2) + 2$$

$$= -12 + (-12) + 12 - 14 + 4 = -14$$

$$-2x(x-y-1) + 2y(1-x+2y) + 2x^2 - 4y^2 = -2x^2 + 2xy + 2x + 2y - 2xy$$

$$+ 4y^2 + 2x^2 - 4y^2 = 2x + 2y = 2 - 2 = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}^3 \\ & 2^3 \times 5^3 \times 10^5 \times 5^3 = 10^8 \times 5^6 \\ & (1/5)^3 \times (-\frac{3}{2})^3 \times (1 \frac{1}{2})^6 = 1/5^3 \end{aligned}$$

۱۰- عبارت‌های توان دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$\begin{aligned} & (-2)^4 \times 2^5 = 2^{4+5} = 2^9 \\ & -8^3 \times 8^4 \times 8 = -(8^3 \times 8^4 \times 8) = -8^8 \end{aligned}$$

(پ، ر)، (ر، پ)
(پ، پ)، (ر، پ)

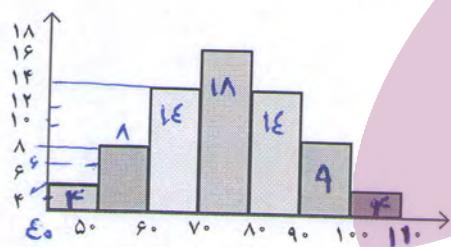
۱۱- احتمال اینکه اگردو سکه را بندازیم و هر دو رو بباید، چقدر است؟

$$\frac{1}{4}$$

۱۲- احتمال اینکه یک تاس ۱۲ وجهی را که عددهای ۱ تا ۱۲ روی آن نوشته شده، بیندازیم و مضرب ۵ بباید، چقدر است؟

$$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

۱۳- با توجه به نمودار زیر جدول فراوانی را رسم کرده و میانگین داده‌ها را پیدا کنید.



دسته‌ها	فراباری	متوسط رسم	متوسط × فراباری
۴۰ ≤ x < ۵۰	۴	۴۸	۴ × ۴۸
۵۰ ≤ x < ۶۰	۸	۵۵	۸ × ۵۵
۶۰ ≤ x < ۷۰	۱۴	۶۰	۱۴ × ۶۰

۱۴- مجموعه نقاطی را پیدا کنید که فاصله آن از خط d ۲ سانتی‌متر و از نقطه A به اندازه $\frac{1}{5}$ سانتی‌متر باشد.

این مسئله در حالت‌های مختلف چند جواب دارد؟

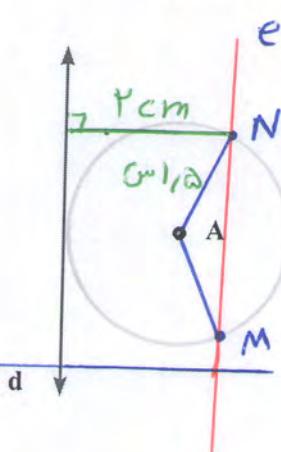
در چه صورت جواب ندارد؟

بیشترین تعداد نقطه با این شرایط چند تاست؟

۱) خط e دایره را در نقطه قطع کند (دوجوب)

۲) خط e دایره را در نقطه قطع نکند (اینجواب)

۳) خط e دایره را قطع نکند (جواب ندارد)



$$\bar{x} = \frac{(4 \times 45) + (1 \times 55) + (14 \times 60) + (11 \times 70) + (14 \times 80) + (9 \times 90) + (4 \times 100)}{(4 + 1 + 14 + 11 + 14 + 9 + 4)}$$

$$\bar{x} = \frac{5345}{71} \approx 75,28$$

ایران تووشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود **۱۰۶** مجموعه
- دانلود آزمون **۶** جم و قلم جس و نجش
- دانلود فیلم و مقاله آنلاین
- دانلود و مشاوره



IranTooshe.Ir



@irantoooshe



IranTooshe

