

درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.

تالیفی علی ناری ابیانه

۱ معادله $\tan x + \cot x = \sqrt{3}$ جواب ندارد.

۲ تساوی $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 3$ هرگز برقرار نیست.

۳ تساوی $\sin x + \cos x = 2$ گاهی برقرار است.

۴ تساوی $\sin \alpha = \log_x^2 + \log_x^2$ با شرط $x > 1$ ، هرگز برقرار نیست.

۵ جواب معادله $(\sin \frac{\pi}{7})^x + (\sin \frac{5\pi}{14})^x = 1$ برابر با $x = 2$ است.

۶ اگر $\log_6^3 = a$ باشد، حاصل \log_{96}^{12} را به دست آورید.

تالیفی علی صدری

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۷ مقدار انرژی آزادشده در زلزله‌ای به شدت ۶/۶ ریشتر چقدر است؟

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۹

۸ برای هر دو عدد حقیقی a و b درستی نامساوی زیر را نشان دهید.

$$|a - b| \leq |a| + |b|$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم حسابان دی ۱۳۸۸

۹ معادله درجه دومی بنویسید که یکی از ریشه‌های آن دو برابر دیگری باشد. مسئله چند جواب دارد؟

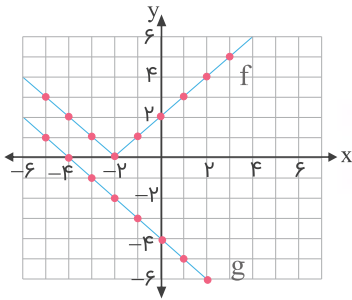
کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان تمرین

۱۰ درستی تساوی‌های زیر را اثبات کنید.

تالیفی علی ناری ابیانه

$$\sqrt{3} - \tan 20^\circ = 4 \sin 20^\circ$$

الف



امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۴۰۰

الف) باتوجه به نمودار مقادیر زیر را در صورت وجود به دست آورید.

۱) $(g \circ f)(-1)$

۲) $(g^{-1} \circ f^{-1})(2)$

امتحان نهایی علوم تجربی سوم ریاضی خرداد ۱۳۹۵

۱۲) اگر $x = 2$ یک جواب معادله $\frac{2x^2}{a+x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$ باشد:

الف) a را تعیین کنید.

ب) به ازای $a = 0$ ، ریشه این معادله را در صورت وجود به دست آورید.

۱۳) مجموع ۵۰ جمله اول دنباله حسابی $2, 6, 10, 14, \dots$ را به دست آورید.

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱

۱۴) نمودار تابع با ضابطه $y = 3^x$ را رسم کنید و باتوجه به نمودار مشخص کنید $3^{\sqrt{2}}$ بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۹

۱۵) در جدول زیر کدامیک از توابع داده شده باهم برابرند؟ دلیل بیاورید.

۱	$f = \{(1, 2), (5, 7)\}$	$g = \{(1, 7), (5, 2)\}$
۲	$f = \{(a, b), (c, d)\}$	$g = \{(c, d), (a, b)\}$
۳	$\begin{cases} f: \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3^x \end{cases}$	$\begin{cases} g: \mathbb{R}^+ \Rightarrow \mathbb{R} \\ g(x) = 3^x \end{cases}$
۴	$f(x) = x x $	$g(x) = x^2$
۵	$f(x) = 4x$	$g(x) = \frac{4x}{4}$

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان کار در کلاس

تالیفی علی ناری ایبانه

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} \frac{\sqrt{1 - \sin 2x}}{\tan x - 1}$$

۱۶

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x[x]}$$

۱۷

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

۱۸

دامنه تابع $f(x) = \sqrt{-\log_{\frac{1}{x}} \left(\frac{x-4}{x+4}\right)} + 1 + \frac{1}{\sqrt{\log[x]}}$ را تعیین کنید.

۱۹

تالیفی علی ناری ایبانه

می‌دانیم α و β دو ریشه مثبت معادله $x^2 + mx + 5 = 0$ هستند و $\alpha + \beta$ و $\alpha\beta$ به ترتیب تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. مقدار m را به دست آورید.

۲۰

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

به ازای چه مقدار از k ، معادله $\frac{k}{x} = \frac{x+1}{x+k}$ دارای جواب $x = 1$ است؟

۲۱

علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۹

معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

تالیفی عمید امیدی

$$\log_x^x \log_{\frac{x}{x}}^{\frac{x}{x}} = 15$$

۲۲

$$\log_{\frac{1}{2}}^{(2+x^2)} - \log_{\frac{1}{2}}^{(x^2 + \frac{1}{2}x + 4)} = 1$$

۲۳

$$\log_{\frac{1}{5}}^{2x} - 2 \log \sqrt{x} = 0$$

۲۴

ایران توفته

توشه ای برای موفقیت

$$|5x - 2| = |3x - 1| + |1 - 2x|$$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴-۱۴۰۰

درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

تالیفی علی ناری ایبانه

۲۶ اگر تابع f در نقطه $x = a$ تعریف نشده باشد، در a حد ندارد.

حدود زیر را محاسبه کنید.

تالیفی علی ناری ایبانه

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2 - \sqrt{4 - x^2}}}{\sin 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2 \sin x - \sqrt{3}}{3x - \pi}$$

تالیفی علی ناری ایبانه

$$|\log(x - 2)| = \frac{x + 1}{x}$$

$$\log|x| = |x^2 - 2|$$

تالیفی علی ناری ایبانه

$$25 \frac{\log(\log 2)}{\log 5}$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{9}\right)^{\log_{\sqrt{3}} - 1}$$

$$5^{(2 \log_{\sqrt{5}} + 3 \log_5 \sqrt{5})}$$

۲۷

۲۸

۲۹

به روش هندسی، تعداد جواب‌های معادلات زیر را حساب کنید.

الف

ب

۳۰

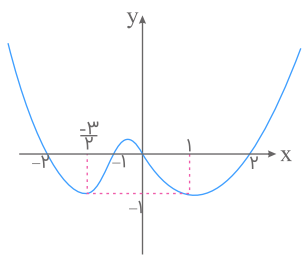
عبارات زیر را ساده کنید.

الف

ب

پ

اگر نمودار f به صورت شکل زیر باشد، دامنه توابع زیر را تعیین کنید.



تالیفی علی ناری ایبانه

$$y = \sqrt{xf(x)}$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{x-2}{f(x)}}$$

$$y = \sqrt{f(x-1)}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{f(x)+1}}$$

الف

ب

پ

ت

جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید.

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۳۹۷

تابع $h(x) = (2x^2 - 5x + 1)^3$ به صورت ترکیب دو تابع $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ و $g(x) = \dots$ است.

۳۲

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (✓ و ×)

همه‌نگ کشوری علوم تجربی یازدهم سه نما ۱۴۰۲

نمودار دو تابع f و f^{-1} نسبت به نیمساز ربع اول و سوم، قرینه هم هستند.

۳۳

دو تابع f و g، زمانی برابر هستند که دامنه و برد آن‌ها یکی باشد.

۳۴

تابع $f(x) = \left(-\frac{1}{p}\right)^x$ یک تابع نمایی است.

۳۵

انتهای کمان زاویه $\frac{6\pi}{5}$ رادیان در ربع سوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

۳۶

در دنباله حسابی زیر، مجموع بیست جمله اول دنباله را بیابید.

۳۷

-۵, ۰, ۵, ...

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم حسابان شهریور ۱۳۹۲

انتهای کمان نظیر هریک از زوایای زیر، در کدام ربع دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد؟

تالیفی عمید امید

رادیان $\frac{6\pi}{5}$

۳۸

رادیان $\frac{2\pi}{3}$

۳۹

رادیان $-\frac{\pi}{18}$

۴۰

رادیان ۷

۴۱

رادیان - ۸

۴۲

ریاضی

۴۳ ۵۰ نقطهٔ متمایز روی اضلاع یک مربع در نظر می‌گیریم. از هر نقطه به تمام نقاط دیگر وصل می‌کنیم. تعداد پاره‌خط‌های رسم‌شده را تعیین کنید.

۴۳

تالیفی علی ناری ابیانه

حسابان

۴۴ وارون توابع زیر را تعیین کنید.

۴۴

تالیفی علی ناری ابیانه

$$f(x) = 2^{\frac{x+1}{x-1}}$$

الف

$$y = \sqrt{2^{x-1} + 4}$$

ب

$$f(x) = \log_{\nu}^{(x-2)} - \log_{\nu}^{(2x+1)}$$

پ

۴۵ خط $y = 10$ نمودار تابع $y = (0/0)^x$ را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟ (راه‌حل نوشته شود)

۴۵

هماهنگ کشوری ریاضی و فیزیک یازدهم شهریور ۱۴۰۲

$$[x] = -5 \Rightarrow \dots \leq x < \dots$$

هماهنگ کشوری علوم انسانی یازدهم سه نما ۱۴۰۲

۴۷ اگر مجموعه جواب‌های معادله $||x| - p| = 3$ ، چهار عضو داشته باشد، محدوده p را به دست آورید.

تالیفی علی کلاتری

۴۸ چرخ‌وفلکی به قطر ۳۰ متر داریم. فرض کنید پایین‌ترین نقطه چرخ‌وفلک ۵ متر بالای زمین باشد و کابین خاصی از چرخ‌وفلک، با خط افقی که از مرکز چرخ‌وفلک می‌گذرد، زاویه α بسازد. در این صورت:

تالیفی علی ناری ایبانه

الف ارتفاع آن کابین از سطح زمین را به صورت تابعی از α بنویسید و معلوم کنید وقتی $\alpha = \frac{\pi}{3}$ باشد، ارتفاع آن از سطح زمین چقدر است؟

ب در این حالت طول سایه کابین تا خط قائم بر مرکز چرخ‌وفلک چقدر است؟

۴۹ توابع با ضابطه‌های $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ، $g(x) = \frac{x+5}{x-4}$ مفروض‌اند.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم حسابان شهریور ۱۳۸۸

الف دامنه تابع $g \circ f$ را بدون استفاده از ضابطه آن بیابید.

ب حاصل $(g \circ g)(3)$ را بیابید.

۵۰ فاصله نقطه $A(1, -4)$ از خط $8x + 6y = k$ برابر با ۴ است. مقدار k چقدر است؟

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان مثال

۵۱ توابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ داده شده است.

امتحان نهایی علوم تجربی سوم ریاضی خرداد ۱۳۸۹

الف ضابطه تابع $g \circ f$ را تعیین کنید.

ب دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف آن به دست آورید.

۵۲ مجموع صد جمله اول دنباله حسابی $3, 7, 11, 15, \dots$ را به دست آورید.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان مثال

۵۳ کدام جفت توابع باهم مساوی‌اند؟

تالیفی علی ناری ایبانه

$$\begin{cases} f(x) = \frac{|x|}{x} \\ g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-2} \\ g(x) = \sqrt{x^2-2x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{1 + \sqrt{1+x^2}} \\ g(x) = \sqrt{1+x^2} - 1 \end{cases}$$

۵۴ خط $6 = 3x - 2y$ از کدام نواحی دستگاه مختصات عبور می‌کند؟

تالیفی عمید امیدی

جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

تالیفی علی ناری ابیانه

۵۵ در عبارت \sin^2 واحد زاویه است.

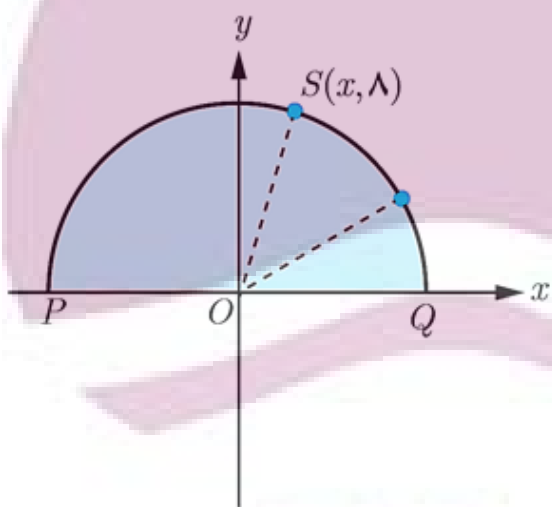
۵۶ تعداد صفرهای تابع $f(x) = \cos x$ در بازه $[\pi, 3\pi]$ ، برابر است با

۵۷ اگر $\frac{\pi}{3} < \frac{x}{2} < \frac{\pi}{2}$ باشد، آنگاه $\cos x$ در بازه قرار دارد.

۵۸ برد تابع $y = 1 - |\cos x|$ بازه است.

۵۹ نقطه $(\frac{11\pi}{6}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ روی نمودار تابع $y = \cos x$ قرار
 ۶۰ نمودار $y = \sin x$ و خط $y = -\frac{1}{4}$ در نقطه روی بازه $[-2\pi, 2\pi]$ یکدیگر را قطع می‌کنند.

۶۱ نقطه $S(x, \lambda)$ روی نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۰ در شکل زیر داده شده است.



کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان تمرین

الف مقدار x را به دست آورید.

ب شیب خطهای PS و SQ را به دست آورید. نشان دهید $PS \perp SQ$ قائمه است.

۶۲ اگر x' و x'' صفرهای تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشند، نشان دهید:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$$

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان مثال

$$(x^2 + x - 1)^2 - x^2 - x - 5 = 0$$

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

مقدار حدهای زیر را بیابید.

تالیفی عباس حسینی

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4 - x - 1}{x^3 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} [\omega - 2x]$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x + 5} - 3}{\sqrt{2x} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x + 9} + 2x}{x^2 + 3x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2 + \sqrt{x + 2}} - x}{2x^2 + x - 10}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 3} - \sqrt[3]{5x + 3}}{x^2 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - \cos x}{x^2}$$

اگر لگاریتم $\sqrt{2}$ در مبنای ۸، برابر A باشد، حاصل لگاریتم $(\frac{1}{A} + 1)$ در مبنای ۴۹ را بیابید.

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{-x^2 + 4x + 5}}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$ را به دست آورید.

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۷۳ دو تابع $f(x) = 3x^2 - 1$ و $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ داده شده‌اند.

امتحان نهایی علوم تجربی سوم ریاضی خرداد ۱۳۹۰

الف ضابطه تابع $g \circ f$ و دامنه $g \circ f$ را با استفاده از تعریف تعیین کنید.

ب مقدار $(f - 3g)(1)$ را محاسبه کنید.

۷۴ فرض کنید $\tan \alpha = -\frac{1}{p}$ و α زاویه‌ای منفرجه باشد، عبارت $\cos 2\alpha$ را محاسبه کنید.

امتحان نهایی علوم تجربی سوم ریاضی خرداد ۱۳۹۵

۷۵ اگر $f = \{(1, 1), (2, 2), (3, 1)\}$ و $g = \{(2, 1), (1, 4), (0, 3)\}$ باشد، تابع $f + \frac{1}{p}g^{-1}$ را بیابید.

تالیفی عباس حسینی

۷۶ در تابع خطی $f(x)$ ، اگر $f(2x - 2) + 2f(1 - x) = 9$ و $f(4) = 5$ باشند، $f(10)$ را به دست آورید.

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۷۷ اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ باشد، حاصل عبارت زیر را برحسب a و b پیدا کنید.

$$3 \log \sqrt[3]{3} + 3 \log 15 + 5 \log \sqrt[5]{4}$$

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۹

حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

تالیفی علی ناری ابیانه

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x^3 - 1}, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\cot \frac{\pi}{4x}}{\sin \frac{\pi}{x}}$$

۸۰ اگر a و b ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 6 = 0$ باشد، حاصل $\log a + \log b - \log(a + b)$ را به دست آورید.

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

حدهای زیر را محاسبه کنید.

امتحان نهایی علوم تجربی سوم ریاضی خرداد ۱۳۹۴

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \sin 2x \sin 3x}{x^3}$$

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۴۰۰

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$$

الف

فاصله دو خط $\frac{4}{9}x + \frac{y}{3} - 1 = 0$ و $3y = -4x - 3$ را به دست آورید و معادله خطی که با این دو خط موازی می‌باشد و از دو خط به یک فاصله است را بیابید.

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

ایران توتنته

توشه ای برای موفقیت

تالیفی علی ناری ایبانه

۱ درست؛ $\tan x$ و $\cot x$ دو عدد وارون هم هستند و مجموع آنها یا بالای ۲ است یا زیر ۲؛ پس مجموع برابر با $\sqrt{3}$ نخواهد شد. اگر بخواهیم معادله را حل کنیم:

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ ناممکن}$$

۲ درست؛ هر سه \sin باید همزمان برابر با ۱ باشند که امکان ندارد.

۳ نادرست؛ $\sin x$ و $\cos x$ همزمان برابر با ۱ نمی‌شوند و مجموع آنها حداکثر $\sqrt{2}$ است.

۴ درست؛ سمت راست تساوی مجموع دو عدد معکوس مثبت است که بزرگتر مساوی ۲ است و هرگز با $\sin \alpha$ برابر نمی‌شود.

۵ درست؛ $\frac{\pi}{7}$ و $\frac{5\pi}{14}$ متمم یکدیگرند؛ پس:

$$\sin^2 \frac{\pi}{7} + \cos^2 \frac{\pi}{7} = 1$$

$$\log_{96}^{12} = \frac{\log_{\epsilon}^{12}}{\log_{\epsilon}^{96}} = \frac{\log_{\epsilon}^6 + \log_{\epsilon}^6}{\log_{\epsilon}^6 + \log_{\epsilon}^{16}} = \frac{1 + \log_{\epsilon}^2}{1 + 4 \log_{\epsilon}^2}$$

از طرفی: $\log_{\epsilon}^3 + \log_{\epsilon}^2 = 1 \Rightarrow \log_{\epsilon}^2 = 1 - a$

$$\Rightarrow \log_{96}^{12} = \frac{1 + \log_{\epsilon}^2}{1 + 4 \log_{\epsilon}^2} = \frac{1 + 1 - a}{1 + 4(1 - a)} = \frac{2 - a}{5 - 4a}$$

تالیفی علی صدری

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

$$\log E = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow \log E = 11/8 + 1/5 (6/6) \Rightarrow \log E = 21/7$$

$$\Rightarrow E = 10^{21/7} \text{Erg}$$

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۹

کافی است در نامساوی مثلث یعنی: $|a + b| \leq |a| + |b|$ ، b به $(-b)$ تبدیل شود $(0/25)$ ، بنابراین:

$$|a + (-b)| \leq |a| + |(-b)| \Rightarrow |a - b| \leq |a| + |b| \quad (0/25)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم حسابان دی ۱۳۸۸

اگر α و β ریشه‌های معادله باشند:

$$\alpha = 2\beta \Rightarrow P = \alpha\beta = 2\beta^2$$

$$S = \alpha + \beta = 3\beta \Rightarrow x^2 - 3\beta x + 2\beta^2 = 0$$

مسئله بی‌نهایت جواب دارد (به ازای تمام مقادیری که می‌توان به جای β قرار داد).

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان تمرین

تالیفی علی ناری ایبانه

الف

$$\begin{aligned} \sqrt{3} &= \tan 60^\circ \Rightarrow \tan 60^\circ - \tan 20^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} - \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{\sin 60^\circ \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \sin 20^\circ}{\cos 60^\circ \cos 20^\circ} = \frac{\sin(60^\circ - 20^\circ)}{\cos 60^\circ \cos 20^\circ} = \frac{\sin 40^\circ}{\frac{1}{2} \cos 20^\circ} \\ &= \frac{2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ}{\frac{1}{2} \cos 20^\circ} = 4 \sin 20^\circ \end{aligned}$$

نکته:

$$\begin{cases} \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \end{cases}$$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۴۰۰

$$1) (g \circ f)(-1) = g(1) = -5$$

$$2) (g^{-1} \circ f^{-1})(2) = g^{-1}(0) = -4$$

امتحان نهایی علوم تجربی سوم ریاضی خرداد ۱۳۹۵

الف

الف

$$\frac{8}{a+2} + \frac{a-2}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{8}{a+2} = \frac{2}{2} \Rightarrow a = 6$$

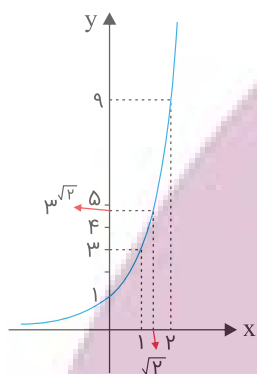
$$\frac{2x^2}{x} + \frac{-x}{x} = 0 \Rightarrow \frac{2x^2 - x}{x} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}, x = 0 \text{ غ.ق.ق.}$$

$$d = 6 - 2 = 4$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_{50} = \frac{50}{2}(2(2) + (50-1)(4)) = 25(4 + 49 \times 4) = 5000$$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱



$$\Rightarrow 4 < 3\sqrt{3} < 5$$

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۹

ایران تونته

توشه ای برای موفقیت

$$D_f = D_g$$

$$\xrightarrow{\text{اما}} f(1) = g(1) \Rightarrow f \text{ و } g \text{ برابر نیستند}$$

توابع سطر (۲):

$$D_f = D_g$$

$$R_f = R_g$$

$$f(x) = g(x)$$

f و g برابرند.
توابع سطر (۳):

$$D_f = D_g \Rightarrow f \text{ و } g \text{ برابر نیستند}$$

توابع سطر (۴):

$$D_f = D_g$$

$$\xrightarrow{\text{اما}} f(-1) = g(-1) \Rightarrow f \text{ و } g \text{ برابر نیستند}$$

توابع سطر (۵):

$$D_f = D_g$$

$$R_f = R_g$$

$$f(x) = g(x) = 4x$$

f و g برابرند.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان کار در کلاس

پاسخ سوالات ۱۶ تا ۱۸

تالیفی علی ناری ایبانه

ایران توتنته

توشه ای برای موفقیت

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 x}}{\tan x - 1} = \frac{0}{0}$$

$$1 - \sin^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = (\sin x - \cos x)^2$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 x}}{\tan x - 1} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sqrt{(\sin x - \cos x)^2}}{\tan x - 1} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{|\sin x - \cos x|}{\frac{\sin x}{\cos x} - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{(\sin x - \cos x)}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} (-\cos x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

دقت کنید وقتی x از سمت مقادیر کمتر به $\frac{\pi}{4}$ میل می‌کند، $\sin x$ از $\cos x$ کوچک‌تر است:

$$x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^- \Rightarrow \sin x < \cos x \Rightarrow \sin x - \cos x < 0$$

در ابتدا مقدار $[x]$ را در $x \rightarrow 0^-$ برابر ۱ می‌گذاریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{x[x]} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{-x} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} \sin^2 x}{-x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} |\sin x|}{-x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt{2} \sin x}{-x} = \sqrt{2}$$

نکته:

$$1) 1 - \cos^2 x = 2 \sin^2 x \quad , \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} &= \frac{0}{0} \text{ مبهم} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (1 - \cos x)}{x^3 \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \times \frac{1}{\cos x} \times \frac{1 - \cos x}{x^2} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 \times 1 \times \frac{1 - \cos x}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \times \underbrace{\frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}}_2 \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

نکته: دامنه تابع $y = \log_a^x$ عبارت است از: $a > 0, a \neq 1, x > 0$

$$1) \frac{2x-4}{x+2} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow$$

x	-2	2
P	+	-

ن.ت

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$$

$$2) -\log_{\frac{1}{2}} \frac{2x-4}{x+2} + 1 \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{2x-4}{x+2} \leq 1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{2x-4}{x+2} \leq \log_{\frac{1}{2}} 2 \Rightarrow \frac{2x-4}{x+2} \geq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-4}{x+2} - \frac{1}{2} \geq 0 \Rightarrow \frac{3x-10}{2x+4} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow$$

x	-2	$\frac{10}{3}$
P	+	-

ن.ت

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup [\frac{10}{3}, +\infty)$$

$$3) \log [x] > 0 \Rightarrow \log [x] > \log 1 \Rightarrow [x] > 1 \Rightarrow x \geq 2$$

$$4) [x] > 0 \Rightarrow x \geq 1$$

از اشتراک بازه‌های ۴ مورد بالا داریم: $D_f = [\frac{10}{3}, +\infty)$
نکته:

$$\log_a^x < \log_a^y \Rightarrow \begin{cases} a > 1 \Rightarrow x < y \\ 0 < a < 1 \Rightarrow x > y \end{cases}$$

تالیفی علی ناری ایبانه

اگر α, β و $\alpha + \beta$ تشکیل دنباله هندسی دهند، آنگاه:

$$(\alpha + \beta)^2 = (\alpha\beta) \quad (\omega)$$

از طرفی داریم: $S = -m$ و $P = \omega$

$$\Rightarrow (-m)^2 = \omega \times \omega \Rightarrow m = \pm \omega$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \omega \Rightarrow x^2 + \omega x + \omega = 0 & \Delta > 0, S < 0, P > 0 \\ m = -\omega \Rightarrow x^2 - \omega x + \omega = 0 & \Delta > 0, S > 0, P > 0 \end{cases}$$

باتوجه به شرط مسأله، مبنی بر دو ریشه مثبت، $m = -\omega$ قابل قبول است.

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

$$x = 1 \Rightarrow \frac{k}{1} = \frac{2}{1+k} \Rightarrow k^2 + k - 2 = 0 \Rightarrow (k-1)(k+2) = 0$$

$$\Rightarrow k = 1, k = -2$$

علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۹

پاسخ سؤالات ۲۲ تا ۲۴

تالیفی عمید امید

$$\log_x^x \log_{x^{\frac{x}{x}}} = 15$$

$$\log_x^x (\log_x^x - \log_x^{1/x}) = 15 \Rightarrow (\log_x^x)^2 - 2 \log_x^x - 15 = 0$$

$$\log_x^x = t \Rightarrow t^2 - 2t - 15 = 0 \Rightarrow (t-5)(t+3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 5 \Rightarrow \log_x^x = 5 \Rightarrow x = 5^5 = 1024 \\ t = -3 \Rightarrow \log_x^x = -3 \Rightarrow x = 5^{-3} = \frac{1}{125} = \frac{1}{5^3} \end{cases}$$

$$\log_{x^2+x^2} - \log_{x^2+\frac{5}{x}x+4} = 1$$

$$\log_{\frac{x^2+x^2}{x^2+\frac{5}{x}x+4}} = \log_{x^2} \Rightarrow \frac{x^2+x^2}{x^2+\frac{5}{x}x+4} = x^2 \Rightarrow x^2+x^2 = x^2(x^2+\frac{5}{x}x+4)$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x+2)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\log_{\Delta}^{2x} - 2 \log \sqrt{x} = 0 \Rightarrow \log_{\Delta}^{2x} = \log (\sqrt{x})^2 \Rightarrow \frac{\log 2x}{\log \Delta} = \log x$$

$$\log 2 + \log x = \log \Delta \times \log x \Rightarrow \log 2 = \log \Delta \times \log x - \log x$$

$$\Rightarrow \log 2 = \log x (\log \Delta - 1) \Rightarrow \log x = \frac{\log 2}{\log \Delta - 1}$$

$$\log x = \frac{\log 2}{\log 10 - \log 2 - 1} = \frac{\log 2}{- \log 2} = -1 \Rightarrow \log x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

۲۲

۲۳

۲۴

ایران تونش
توشه ای برای موفقیت

می‌دانیم اگر $|a + b| = |a| + |b|$ آنگاه $ab \geq 0$ و همچنین $|a| = |-a|$ پس:

$$|1 - 2x| = |2x - 1| \Rightarrow \underbrace{|5x - 2|}_{a+b} = \underbrace{|3x - 1|}_a + \underbrace{|2x - 1|}_b$$

$$\xrightarrow{ab \geq 0} (3x - 1)(2x - 1) \geq 0$$

x		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$	
p	+	o	-	o	+

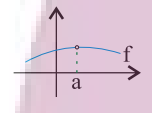
$$(-\infty, \frac{1}{3}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۰

پاسخ سؤال ۲۶

تالیفی علی ناری ایبانه

نادرست. برای این که تابع f در a حد داشته باشد، لزومی ندارد $f(a)$ موجود باشد. مثلاً در شکل زیر f در a حد دارد ولی در آن تعریف نمی‌شود.



پاسخ سؤالات ۲۷ تا ۲۸

تالیفی علی ناری ایبانه

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2 - \sqrt{4 - x^2}}}{\sin 2x} \times \frac{\sqrt{2 + \sqrt{4 - x^2}}}{\sqrt{2 + \sqrt{4 - x^2}}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{4 - (4 - x^2)}}{2 \sin 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{2 \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{2 \sin 2x} = \frac{1}{2} \times -\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

نکته:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$$x - \frac{\pi}{3} = t \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow \frac{\pi}{3} : t \rightarrow 0 \\ x = \frac{\pi}{3} + t \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 \sin\left(\frac{\pi}{3} + t\right) - \sqrt{3}}{3t} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2\left(\sin \frac{\pi}{3} \cos t + \cos \frac{\pi}{3} \sin t\right) - \sqrt{3}}{3t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3} \cos t - \sqrt{3} + \sin t}{3t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3}(\cos t - 1)}{3t} + \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{3t} = 0 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

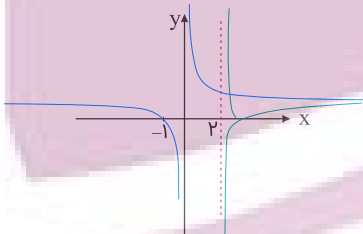
دقت کنید برای محاسبه حد قسمت اول خط بالا می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3}(\cos t - 1)}{3t} \times \underbrace{\frac{\cos t + 1}{\cos t + 1}}_2 &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3}(\cos^2 t - 1)}{6t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sqrt{3} \sin^2 t}{6t} = \lim_{t \rightarrow 0} \left(-\frac{\sqrt{3}}{6} \sin t \times \frac{\sin t}{t}\right) = 0 \times 1 = 0 \end{aligned}$$

تالیفی علی ناری ایبانه

$$\begin{cases} y_1 = |\log(x-2)| \\ y_2 = \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{1}{x} \end{cases}$$

برای رسم y_1 ، کافی است نمودار $y = \log x$ را دو واحد به سمت راست محور x انتقال دهیم و قسمت‌های زیر این محور را نسبت به محور به بالا قرینه کنیم.
برای رسم y_2 ، کافی است نمودار $y = \frac{1}{x}$ را یک واحد به سمت بالا منتقل کنیم. باتوجه به شکل زیر، معادله دارای دو ریشه است.

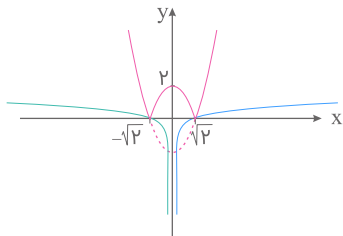


ایران تونته

توشه ای برای موفقیت

$$\begin{cases} y_1 = \log |x| \\ y_2 = |x^2 - 2| \end{cases}$$

برای رسم y_1 ، باید ابتدا نمودار $y = \log x$ را رسم کنیم، سپس از روش رسم $f(|x|)$ عمل کنیم؛ یعنی سمت چپ محور y ها را حذف کرده و سمت راست را با حفظ خودش، نسبت به محور y ها قرینه کنیم. برای رسم y_2 ، کافی است نمودار $y = x^2$ را دو واحد به پایین منتقل کرده و قسمت زیر محور x ها را به سمت بالا قرینه کنیم.



باتوجه به شکل، معادله ۴ ریشه دارد.

تالیفی علی ناری ایبانه

$$\frac{\log_c^a}{\log_b^c} = \log_b^a \Rightarrow \frac{\log(\log 2)}{\log 5} = \log_5^{(\log 2)} \Rightarrow 5^{\log_5^{(\log 2)}} = (5^{\log_5^{(\log 2)}})^2 = (\log 2)^2$$

نکته: $x^{\log_x a} = a$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{9} &= \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^2} = 3^{-\frac{3}{2}} \\ \log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} - 1 &= \log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} - \log_3^3 = 2 \log_3^{\sqrt{3}} - \log_3^3 = \log_3^{\frac{2\sqrt{3}}{3}} \\ (3^{\log_3^{\frac{2\sqrt{3}}{3}}})^{-\frac{2}{3}} &= \left(\frac{64}{3}\right)^{-\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{3^3}{64^3}} = \frac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{2^18}} = \frac{3\sqrt{3}}{512} \end{aligned}$$

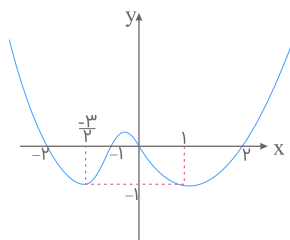
نکته: $x^{\log_x a} = a$

$$5^{(\log_5^{\frac{3}{2}} + 3 \log_5^{\frac{1}{2}})} = 5^{(4 \log_5^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} \log_5^{\frac{1}{2}})} = 5^{\log_5^{6F}} \times 5^{\log_5^{\frac{3}{2}F}} = 5^{\log_5^{6F \times \frac{3}{2}F}} = 3^4 \times 2^{\frac{3}{2}} = 3^4 \times 2^{\frac{3}{2}} = 81 \times 2\sqrt{2} = 162\sqrt{2}$$

تالیفی علی ناری ایبانه

ایران توتنه

توشه ای برای موفقیت



$$y = \sqrt{xf(x)} \Rightarrow xf(x) \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0, f(x) \geq 0 \Rightarrow x \in [2, +\infty) \\ x < 0, f(x) \leq 0 \Rightarrow x \in [-2, -1] \end{cases} \Rightarrow D = [-2, -1] \cup [2, +\infty)$$

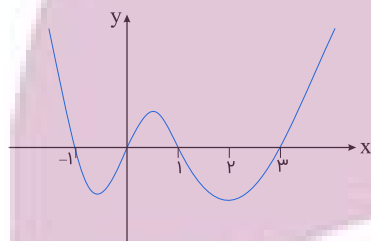
$$y = \sqrt{\frac{x-2}{f(x)}} \Rightarrow \frac{x-2}{f(x)} \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{-2, -1, 0, 2\}$$

نکته: دامنه تابع $f(x) = \sqrt[k+1]{g(x)}$, $k \in \mathbb{N}$ (توابع فرجه فرد) برابر با D_g است.

$$y = \sqrt{f(x-1)} \Rightarrow f(x-1) \geq 0$$

بهتر است نمودار تابع $y = f(x-1)$ را رسم کنیم.

یعنی نمودار اصلی را ۱ واحد به سمت راست انتقال دهیم:



حال قسمت‌هایی که $f(x-1)$ بالای محور x ‌ها می‌باشد مورد نظر ما است:

$$D = (-\infty, -1] \cup [0, 1] \cup [3, +\infty)$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{f(x)+1}} \Rightarrow f(x)+1 > 0 \Rightarrow f(x) > -1$$

نمودار f تماماً بالای خط $y = -1$ است به جز در دو نقطه $x = 1$ و $x = -\frac{3}{2}$ ؛ بنابراین:

$$D = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{3}{2}, 1 \right\}$$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۳۹۷

$g(x) = x^3$ ۳۲

پاسخ سؤالات ۳۳ تا ۳۶

هماهنگ کشوری علوم تجربی یازدهم سه نما ۱۴۰۲

۳۳ درست

۳۴ نادرست

۳۵ نادرست

۳۶ درست

۳۷

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{19} = \frac{19}{2} [2(-5) + 19 \times 5] = 850$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم حسابان شهریور ۱۳۹۲

پاسخ سؤالات ۳۸ تا ۴۲

تالیفی عمید امیدی

۳۸ ناحیه سوم

۳۹ ناحیه دوم

۴۰ در ناحیه چهارم

۴۱ از آنجاکه $1 \text{ rad} \simeq 57^\circ$ است، در نتیجه: $7 \text{ rad} = 399$ ، پس در ناحیه اول قرار دارد.

۴۲ از آنجاکه $1 \text{ rad} \simeq 57^\circ$ است، در نتیجه: $-8 \text{ rad} = -456$ ، پس در ناحیه سوم قرار دارد.

ایران توانسته
توشه ای برای موفقیت

روش اول:

از اولین نقطه ۴۹ پاره‌خط رسم می‌شود. از نقطهٔ دوم ۴۸ پاره‌خط رسم می‌شود. با ادامهٔ این عمل تعداد کل پاره‌خطها برابر است با:

$$۴۹ + ۴۸ + ۴۷ + \dots + ۳ + ۲ + ۱ = \frac{۴۹}{۲}(۴۹ + ۱) = ۴۹ \times ۲۵ = ۱۲۲۵$$

روش دوم: با استفاده از ترکیبیات باید از بین ۵۰ نقطه، ۲ نقطه انتخاب شود.

تعداد انتخابها برابر است با:

$$\binom{n}{۲} = \frac{n!}{۲!(n-۲)!} = \frac{۵۰!}{۲!۴۸!} = \frac{۵۰ \times ۴۹}{۲} = ۱۲۲۵$$

تالیفی علی ناری ایبانه

حسابان

تالیفی علی ناری ایبانه

الف

$$y = ۲^{\frac{x+1}{x-1}} \xrightarrow{\text{از طرفین } \log_۲ \text{ می‌گیریم}} \log_۲^y = \log_۲^{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow x(\log_۲^y) - \log_۲^y = x+1$$

$$\Rightarrow x(\log_۲^y - 1) = \log_۲^y + 1 \Rightarrow x = \frac{\log_۲^y + 1}{\log_۲^y - 1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{\log_۲^x + 1}{\log_۲^x - 1}$$

ب

$$y = \sqrt{۲^{x-1} + ۴}, \quad ۲^{x-1} > ۰ \Rightarrow ۲^{x-1} + ۴ > ۴ \Rightarrow \sqrt{۲^{x-1} + ۴} > ۲ \Rightarrow y > ۲$$

$$\xrightarrow{()^۲} y^۲ = ۲^{x-1} + ۴ \Rightarrow ۲^{x-1} = y^۲ - ۴ \xrightarrow{\text{از طرفین } \log_۲ \text{ می‌گیریم}} \log_۲^{۲^{x-1}} = \log_۲^{(y^۲-۴)} \Rightarrow x-1 = \log_۲^{(y^۲-۴)}$$

$$\Rightarrow x = 1 + \log_۲^{(y^۲-۴)} \Rightarrow y^{-1} = 1 + \log_۲^{(x^۲-۴)}, \quad x > ۲$$

دقت کنید در انتها باید برد تابع اصلی را به‌عنوان دامنهٔ تابع وارونه کرده و گرنه تابع وارون، یک‌به‌یک نخواهد بود.

پ

$$f(x) = \log_۲^{(x-۲)} - \log_۲^{(۲^{x+1})} \Rightarrow D_f = (۲, +\infty)$$

$$\Rightarrow y = f(x) = \log_۲^{\left(\frac{x-۲}{۲^{x+1}}\right)}, \quad x > ۲, y < -1 \Rightarrow ۲^y = \frac{x-۲}{۲^{x+1}} \Rightarrow ۲x(۲^y) + ۲^y = x-۲$$

$$\Rightarrow x(۲^{y+1} - 1) = -۲^y - ۲ \Rightarrow x = \frac{۲^y + ۲}{1 - ۲^{y+1}} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{۲^x + ۲}{1 - ۲^{x+1}}, \quad x < -1$$

$$۱۰ = (۰/۰۱)^x \Rightarrow ۱۰ = (۱۰^{-۲})^x \Rightarrow -۲x = 1 \Rightarrow x = \frac{-1}{۲}$$

هماهنگ کشوری ریاضی و فیزیک یازدهم شهریور ۱۴۰۲

$$[x] = -5 \Rightarrow -5 \leq x < -4$$

هماهنگ کشوری علوم انسانی یازدهم سه نما ۱۴۰۲

$$||x| - p| = 3 \Rightarrow \begin{cases} |x| - p = 3 \stackrel{(I)}{\Rightarrow} |x| = p + 3 \Rightarrow \begin{cases} x = p + 3 & (1) \\ x = -p - 3 & (2) \end{cases} \\ |x| - p = -3 \stackrel{(II)}{\Rightarrow} |x| = p - 3 \Rightarrow \begin{cases} x = p - 3 & (3) \\ x = 3 - p & (4) \end{cases} \end{cases}$$

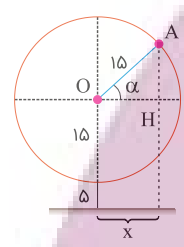
$$\left. \begin{array}{l} \stackrel{(I)}{\rightarrow} |x| = p + 3 \Rightarrow p + 3 > 0 \Rightarrow p > -3 \\ \stackrel{(II)}{\rightarrow} |x| = p - 3 \Rightarrow p - 3 > 0 \Rightarrow p > 3 \end{array} \right\} \Rightarrow p > 3$$

تالیفی علی کلاتری

تالیفی علی ناری ایبانه

الف

فرض کنیم کابین در نقطه A قرار دارد و y ارتفاع آن از سطح زمین باشد:



$$\sin \alpha = \frac{AH}{OA} \Rightarrow AH = 15 \sin \alpha$$

$$y = 20 + 15 \sin \alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} y = 20 + 15 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 20 + \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

ب

اگر طول سایه کابین تا مرکز چرخ و فلک را x بنامیم:

$$\cos \alpha = \frac{OH}{15} \Rightarrow OH = 15 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow x = 15 \cos \alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} x = 15 \times \frac{1}{2} = 7.5$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم حسابان شهریور ۱۳۸۸

الف

$$D_f = \mathbb{R} - \{2\} \quad D_g = \mathbb{R} - \{4\}$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{ x \in \mathbb{R} - \{2\} \mid \frac{x+1}{x-2} \neq 4 \right\}$$

$$D_{g \circ f} = \mathbb{R} - \{2, 3\}$$

$$(g \circ g)(3) = g(g(3)) = g(-1) = \frac{1}{4}$$

ابتدا معادله خط را به صورت $\lambda x + 6y - k = 0$ می‌نویسیم. مطابق فرمول فاصله نقطه از خط داریم:

$$AH = \frac{|\lambda(1) + 6(-4) - k|}{\sqrt{\lambda^2 + 6^2}} \Rightarrow 4 = \frac{|-16 - k|}{10} \Rightarrow |-16 - k| = 40$$

$$-16 - k = 40 \Rightarrow k = -56$$

$$-16 - k = -40 \Rightarrow k = 24$$

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان مثال

امتحان نهایی علوم تجربی سوم ریاضی خرداد ۱۳۸۹

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{1}{(\sqrt{x-4})^2 - 1}$$

$$D_f = [4, +\infty), D_g = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = [4, +\infty) - \{5\}$$

جمله اول ۳، تعداد جمله‌ها ۱۰۰ و قدر نسبت جملات ۴ است. با استفاده از فرمول مجموع جملات دنباله حسابی می‌توان نوشت:

$$S_{100} = \frac{100}{2} [(2 \times 3) + (99 \times 4)] = 50 \times 402 = 20100$$

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان مثال

تالیفی علی ناری ایبانه

دو تابع f و g باهم برابرند اگر:

(الف) $D_f = D_g$ (ب) برای هر x ، $f(x) = g(x)$ باشد.

$$D_f = D_g = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$f(x) = \frac{|x|}{x}, g(x) = \frac{x}{|x|} = \frac{|x|}{x} \Rightarrow f(x) = g(x)$$

پس f و g باهم برابرند.

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-2} \Rightarrow x \geq 0, x \geq 2 \Rightarrow D_f = [2, +\infty)$$

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 2x} \Rightarrow x(x-2) \geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} D_f = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty) \Rightarrow f \neq g$$

$$D_f = D_g = \mathbb{R}$$

ضابطه f و g باهم برابرند؛ چون:

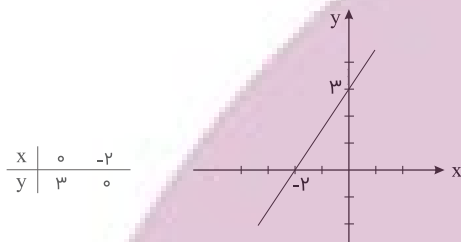
$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^2}{1 + \sqrt{1+x^2}} = \frac{x^2}{1 + \sqrt{1+x^2}} \times \frac{1 - \sqrt{1+x^2}}{1 - \sqrt{1+x^2}} \\ &= \frac{x^2(1 - \sqrt{1+x^2})}{1 - 1 - x^2} = -\frac{x^2(1 - \sqrt{1+x^2})}{-x^2} = \sqrt{1+x^2} - 1 = g(x) \end{aligned}$$

پس دو تابع f و g باهم برابرند.

ابتدا مختصات دو نقطه از این خط را مشخص و سپس آن را رسم می‌کنیم.

۵۴

$$2y - 3x = 6$$



x	0	-2
y	3	0

خط $2y - 3x = 6$ از ناحیه اول و دوم و سوم عبور می‌کند.

تالیفی عمید امید

پاسخ سؤالات ۵۵ تا ۶۰

تالیفی علی ناری ایبانه

رادیان

۵۵

دو. صفرهای تابع f در این بازه برابر است با: $\frac{3\pi}{2}$ و $\frac{5\pi}{2}$ ، پس تعداد صفرها دوتا است.

۵۶

$$\frac{\pi}{12} < \frac{x}{2} < \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{6} < x < \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{\text{دایره مثلثاتی}} -\frac{1}{2} < \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۵۷

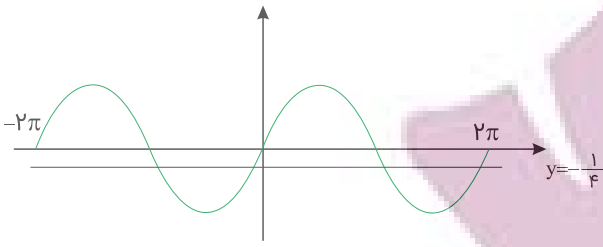
$$0 \leq |\cos x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -|\cos x| \leq 0 \xrightarrow{+1} 0 \leq y \leq 1 \Rightarrow R_f = [0, 1]$$

۵۸

قرار دارد، چون:

۵۹

$$\cos \frac{11\pi}{6} = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان تمرین

$$OS = \sqrt{x^2 + 8^2} = 10 \Rightarrow x = 6$$

نقاط $P(-10, 0)$ و $Q(10, 0)$ روی محور طولها قرار دارند.

$$m_{PS} = \frac{0 - 8}{-10 - 6} = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2}, \quad m_{SQ} = \frac{0 - 8}{10 - 6} = \frac{-8}{4} = -2$$

چون $m_{PS} \times m_{SQ} = -1$ است در نتیجه دو خط در نقطه S بر هم عمودند و مثلث PSQ قائم‌الزاویه است.

از آنجاکه x' و x'' صفرهای تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ هستند پس جوابهای معادله $ax^2 + bx + c = 0$ هستند و داریم:

$$\begin{aligned} a(x - x')(x - x'') &= a(x^2 - (x' + x'')x + x'x'') \\ &= a(x^2 - Sx + P) = a\left[x^2 - \left(\frac{-b}{a}\right)x + \frac{c}{a}\right] = ax^2 + bx + c \end{aligned}$$

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان مثال

ایران تونته

توشه ای برای موفقیت

$$(x^2 + x - 1)^2 - x^2 - x - 5 = 0 \Rightarrow ((x^2 + x) - 1)^2 - (x^2 + x) - 5 = 0$$

حال $x^2 + x = t$ در نظر می‌گیریم و معادله را بر حسب t می‌نویسیم:

$$(t - 1)^2 - t - 5 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 - t - 5 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 4 \end{cases}$$

معادله $x^2 + x = -1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$ ندارد.

معادله $x^2 + x = 4 \Rightarrow x^2 + x - 4 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$ جواب داریم.

حاصل جمع ریشه‌ها:

$$S = -\frac{b}{a} = -1$$

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

پاسخ سؤالات ۶۴ تا ۷۰

تالیفی عباس حسینی

با قرار دادن مقدار $x = 1$ در حد، مشخص می‌شود که ابهام $\frac{0}{0}$ وجود دارد. برای رفع ابهام، صورت کسر را به $x - 1$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} \cancel{2x^4} - x - 1 \quad | \quad \frac{x - 1}{2x^3 + 2x^2 + 2x + 1} \\ - \cancel{2x^4} + 2x^3 \quad | \\ \hline 2x^3 - x - 1 \\ - \cancel{2x^3} + 2x^2 \quad | \\ \hline 2x^2 - x - 1 \\ - \cancel{2x^2} + 2x \quad | \\ \hline x - 1 \\ - \cancel{x} + 1 \quad | \\ \hline 0 \end{array}$$

در نتیجه حد عبارت است از:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x^3 + 2x^2 + 2x + 1)}{(x-1)x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{x(x+1)} = \frac{2+2+2+1}{1 \times 2} = \frac{7}{2}$$

به جای x مقدار عددی حد چپ را قرار می‌دهیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^-} [5 - 2x] = \left[5 - 2\left(-\frac{3}{2}\right)^- \right] = [5 + 3^+] = [8^+] = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{\sqrt{2x} - x} = \frac{0}{0}$$

برای رفع ابهام از حالت $\frac{0}{0}$ در مزدوج صورت و مخرج ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{\sqrt{2x} - x} &\times \frac{\sqrt{2x} + x}{\sqrt{2x} + x} \times \frac{\sqrt{2x+5} + 3}{\sqrt{2x+5} + 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x+5-9)(\sqrt{2x}+x)}{(2x-x^2)(\sqrt{2x+5}+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)(\sqrt{2x}+x)}{-x(x-2)(\sqrt{2x+5}+3)} \end{aligned}$$

چون عامل صفرکننده حذف شده است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(\sqrt{2x}+x)}{-x(\sqrt{2x+5}+3)} = \frac{2 \times 4}{-2 \times 6} = \frac{-2}{3}$$

باتوجه به اینکه بعد از جایگذاری اولیه ابهام حد از نوع $\frac{0}{0}$ است از ضرب و تقسیم در اتحاد چاق و لاغر برای صورت و تجزیه برای مخرج استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+9} + 2x}{x^2 + 3x + 2} \times \frac{\sqrt[3]{(x+9)^2} - 2x\sqrt[3]{x+9} + 4x^2}{\sqrt[3]{(x+9)^2} - 2x\sqrt[3]{x+9} + 4x^2} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+9 + 8x^3}{(x^2 + 3x + 2)(\sqrt[3]{(x+9)^2} - 2x\sqrt[3]{x+9} + 4x^2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(8x^2 - 8x + 9)}{(x+1)(x+2)(\sqrt[3]{(x+9)^2} - 2x\sqrt[3]{x+9} + 4x^2)} = \frac{8 + 8 + 9}{1 \times (4 + 4 + 4)} = \frac{25}{12} \end{aligned}$$

ابتدا به جای همه x ها عدد ۲ می‌گذاریم. مشخص می‌شود حد ابهام $\frac{0}{0}$ دارد. پس در مزدوج صورت، ضرب و تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2+\sqrt{x+2}} - x}{2x^2 + x - 10} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{x+2}} + x}{\sqrt{2+\sqrt{x+2}} + x} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 + \sqrt{x+2} - x^2}{(2x^2 + x - 10)(\sqrt{2+\sqrt{x+2}} + x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2-x^2) + \sqrt{x+2}}{(2x^2 + x - 10)(\sqrt{2+\sqrt{x+2}} + x)} \end{aligned}$$

دوباره در مزدوج صورت ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2-x^2) + \sqrt{x+2}}{(2x^2 + x - 10)(\sqrt{2+\sqrt{x+2}} + x)} \times \frac{(2-x^2) - \sqrt{x+2}}{(2-x^2) - \sqrt{x+2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2-x^2)^2 - (x+2)}{(2x^2 + x - 10)(\sqrt{2+\sqrt{x+2}} + x)(2-x^2 - \sqrt{x+2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x^2 - x + 2}{(2x^2 + x - 10)(\sqrt{2+\sqrt{x+2}} + x)(2-x^2 - \sqrt{x+2})} \end{aligned}$$

حال عبارت‌های صورت و مخرج را تجزیه می‌کنیم تا عامل $x - 2$ ظاهر شود:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x^2 - 1)}{(x-2)(2x+5)(\sqrt{2+\sqrt{x+2}} + x)(2-x^2 - \sqrt{x+2})} = \frac{8 + 8 - 1}{9 \times 4 \times (-4)} = \frac{15}{-16 \times 9} = \frac{5}{48}$$

با جایگذاری $x = 1$ مشخص می‌شود حد ابهام $\frac{0}{0}$ دارد. برای حل آن را به صورت زیر مرتب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{5x+3} - 2 + 2}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - x} - \frac{\sqrt[3]{5x+3} - 2}{x^2 - x}$$

حال کسر اول را در مزدوج صورت و کسر دوم را در اتحاد چاق و لاغر صورت ضرب و تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - x} &\times \frac{\sqrt{x+3} + 2}{\sqrt{x+3} + 2} - \frac{\sqrt[3]{5x+3} - 2}{x^2 - x} \times \frac{\sqrt[3]{(5x+3)^2} + 2\sqrt[3]{5x+3} + 4}{\sqrt[3]{(5x+3)^2} + 2\sqrt[3]{5x+3} + 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{x-1}(\sqrt{x+3} + 2)}{x(\cancel{x-1})(\sqrt{x+3} + 2)} - \frac{\cancel{5(x-1)}(\sqrt[3]{(5x+3)^2} + 2\sqrt[3]{5x+3} + 4)}{x(\cancel{5(x-1)})(\sqrt[3]{(5x+3)^2} + 2\sqrt[3]{5x+3} + 4)} \\ &= \frac{1}{1 \times 4} - \frac{5}{1 \times 12} = \frac{1}{4} - \frac{5}{12} = \frac{3-5}{12} = \frac{-1}{6} \end{aligned}$$

حد در ابتدا دارای ابهام $\frac{0}{0}$ است. برای رفع ابهام و استفاده از روابط مثلثاتی در صورت، عدد یک را اضافه و کم می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - \cos x + 1 - 1}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) - (1 - \cos 6x)}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2} - 2 \sin^2 3x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{2} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{(\frac{x}{2})^2} \cdot (\frac{x}{2})^2 - \cancel{2} \frac{\sin^2 3x}{(3x)^2} \cdot (3x)^2}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^2}{2} - 18x^2}{x^2} = \frac{\frac{1}{2} - 18}{1} = \frac{1-36}{2} = \frac{-35}{2} \end{aligned}$$

$$\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n} \log_b a$$

نکته: می‌دانیم

$$\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = A \Rightarrow \log_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{2}} = A \Rightarrow \frac{1}{6} \log_2^2 = A \Rightarrow A = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{A} + 1 = \frac{1}{\frac{1}{6}} + 1 = 7$$

$$\log_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{2}} = \log_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \log_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

ایران توشه

توشه ای برای موفقیت

$$f(x) = \frac{\sqrt{-x^2 + 4x + 5}}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$$

$$-x^2 + 4x + 5 \geq 0 \Rightarrow -x^2 + 4x + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow [-1, 5] \quad (\text{I})$$

$$x^2 - 3x + 2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow (-\infty, 1) \cup (2, +\infty) \quad (\text{II})$$

$$(\text{I}) \cap (\text{II}) \Rightarrow [-1, 1) \cup (2, 5]$$

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

امتحان نهایی علوم تجربی سوم ریاضی خرداد ۱۳۹۰

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x^2 - 1) = \frac{3x^2 - 1}{(3x^2 - 1)^2 - 4}$$

$$D_f = \mathbb{R} \text{ و } D_g = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x^2 - 1 \neq \pm 2\} = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$$

$$(f - 3g)(1) = f(1) - 3g(1) = 2 - 3\left(-\frac{1}{3}\right) = 3$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \times \left(\frac{4}{5}\right) - 1 = \frac{3}{5}$$

(باتوجه به اینکه در سؤال در اثر اشکال تایی به جای $-\frac{1}{3}$ عدد $\frac{1}{3}$ تایی شده است، در زمان تصحیح چنانچه داوطلب با $\frac{1}{3}$ حل نموده است، نمره کامل منظور گردد.)

امتحان نهایی علوم تجربی سوم ریاضی خرداد ۱۳۹۵

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

ابتدا زوج‌های مرتب تابع g^{-1} را می‌نویسیم: $g^{-1} = \{(1, 2), (4, 1), (3, 0)\}$

حال برای تشکیل تابع $f + \frac{1}{\nu}g^{-1}$ با f در نظر گرفتن این مورد که مؤلفه اول در توابع f و g^{-1} باید یکی باشد، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} (1, 1) \in f \\ (1, 2) \in g^{-1} \end{cases} \Rightarrow f + \frac{1}{\nu}g^{-1} = (1, 1 + \frac{1}{\nu} \times 2) = (1, 2)$$

$$\begin{cases} (3, 1) \in f \\ (3, 0) \in g^{-1} \end{cases} \Rightarrow f + \frac{1}{\nu}g^{-1} = (3, 1 + \frac{1}{\nu} \times 0) = (3, 1)$$

پس تابع مفروض عبارت است از: $f + \frac{1}{\nu}g^{-1} = \{(1, 2), (3, 1)\}$

تالیفی عباس حسینی

$$f(x) = ax + b$$

$$f(2x - 2) = a(2x - 2) + b = 2ax - 2a + b$$

$$f(1 - x) = a(1 - x) + b = -ax + a + b$$

$$f(2x - 2) + 2f(1 - x) = \cancel{2ax} - 2a + b - \cancel{2ax} + \cancel{2a} + 2b = 9$$

$$\Rightarrow 3b = 9 \Rightarrow b = 3$$

$$f(4) = 5 \Rightarrow 4a + b = 5 \Rightarrow 4a + 3 = 5 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow f(10) = 8$$

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مقید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

$$3 \log \sqrt[3]{3} + 3 \log 15 + 5 \log \sqrt[5]{4} = 3 \log 3^{\frac{1}{3}} + 3 \log(3 \times 5) + 5 \log 2^{\frac{2}{5}}$$

$$= 3 \times \frac{1}{3} \log 3 + 3 \log 3 + 3 \log 5 + 5 \times \frac{2}{5} \log 2$$

$$= \log 3 + 3 \log 3 + 3 \log 5 + 2 \log 2 = 4 \log 3 + 3(1 - \log 2) + 2 \log 2$$

$$= 4 \log 3 - \log 2 + 3 = 4b - a + 3$$

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۹

پاسخ سؤالات ۷۸ تا ۷۹

تالیفی علی ناری ایبانه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + \overbrace{x^{n-1} - 1 - 1 - \dots - 1}^{n-1}}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) + (x^2-1) + \dots + (x^n-1)}{x^2-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) + (x-1)(x+1) + \dots + (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + 1)}{(x-1)(x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)} + (x+1) + \dots + (x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + 1)}{\cancel{(x-1)}(x+1)} \\ &= \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{2} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{2} = \frac{n(n+1)}{4} \end{aligned}$$

نکته:

$$\begin{aligned} x^n - 1 &= (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1) \\ 1 + 2 + 3 + \dots + n &= \frac{n(n+1)}{2} \end{aligned}$$

با استفاده از فرمول $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ به رفع ابهام می‌پردازیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cot \frac{\pi}{4x}}{2 \sin \frac{\pi}{2x} \cos \frac{\pi}{2x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\cos \frac{\pi}{4x}}{\sin \frac{\pi}{4x}}}{2 \sin \frac{\pi}{4x} \cos \frac{\pi}{4x}} = \frac{1}{4 \times 1 \times -1} = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 6 = 0 &\Rightarrow \begin{cases} S = \frac{-b}{a} = 5 \\ P = \frac{c}{a} = 6 \end{cases} \\ \Rightarrow \log a + \log b - \log(a+b) &= \log ab - \log(a+b) \\ = \log P - \log S &= \log 6 - \log 5 = \log \frac{6}{5} \end{aligned}$$

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

پاسخ سوالات ۸۱ تا ۸۲

امتحان نهایی علوم تجربی سوم ریاضی خرداد ۱۳۹۴

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - x - 3}{(x-1)(x+1)(2 + \sqrt{x+3})} = \frac{-1}{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \sin 2x \sin 3x}{x \times x \times x} = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{(x)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{(x)}{(2x+1)} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{9}x + \frac{y}{3} - 1 = 0 \xrightarrow{\times 9} 4x + 3y - 9 = 0 \\ 3y = -4x - 3 \Rightarrow 4x + 3y + 3 = 0 \end{cases}$$

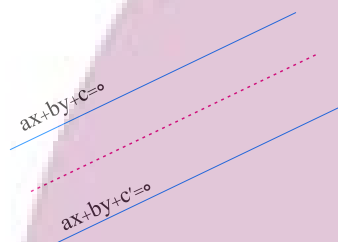
فاصله دو خط به معادلات $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d = \frac{|3 - (-9)|}{\sqrt{25}} = \frac{12}{5} = 2\frac{4}{5}$$

معادله خطی موازی و هم‌فاصله با دو خط $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ برابر است با:

$$ax + by + \frac{c + c'}{2} = 0$$



$$4x + 3y + \frac{3 + (-9)}{2} = 0 \Rightarrow 4x + 3y - 3 = 0$$

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

ایران توتنته

توشه ای برای موفقیت