



آزمون ۱۴۰۳ فروردین

اختصاصی دوازدهم ریاضی

و قدر حجه پاسخ

نام درس	نام طراحان	ردیابی
ریاضی پایه	کاظم اجلالی- سیدرضا اسلامی- مسعود برملا- عادل حسینی- افشن خاصه خان- محمد رضا راسخ- کیان کریمی خراسانی- حامد معنوی جهانبخش نیکنام	
هندسه و آمار و احتمال	امیر حسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- فرزاد جوادی- سید محمد رضا حسینی فرد- افشن خاصه خان- مهدی یار راشدی سوگند روشنی- هومن عقیلی- احمد رضا فلاحت- مهرداد ملوندی- شیلوف مهدوی	
فیزیک	کامران ابراهیمی- مهران اسماعیلی- عباس اصغری- زهره آقامحمدی- علی برزگر- علیرضا جباری- فراز رسولی مصطفویه شربعت ناصری- شیلا شیرزادی- غلام رضا محبی- محمد کاظم منشادی- محمود منصوری- امیر احمد میرسعید سیده ملیحه میر صالحی- حسام نادری- مجتبی تکوئیان- محمد نهاوندی مقدم	
شیمی	احسان پنجه شاهی- محمد رضا پور جاوید- سعید تیزرو- پیمان خواجه‌ی مجد- حمید ذبھی- روزبه رضوانی- میلاد شیخ‌الاسلامی خیاوی امیر حسین طبیبی- محمد عظیمیان زواره- پارسا عیوض پور- امیر محمد کنگرانی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه	هندسه و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی- سیدرضا اسلامی	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	امیر حسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	محمد حسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی میلاد میر حیدری
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سهیل تقی‌زاده	امیر محمد کریمی	حسین بصیر ترکمنور	علی رضایی احسان پنجه شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مسئلندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازیان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئل دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئل دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	ویراستاران: امیر حسین توحیدی- محسن دستجردی- علیرضا زارعی- حسین شاهسواری
ناظر چاپ	فرزانه فتح‌الهزاده سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۷۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

$$\begin{cases} a - \sqrt{1+b} = 0 \\ a - \sqrt{6+b} = -1 \end{cases}$$

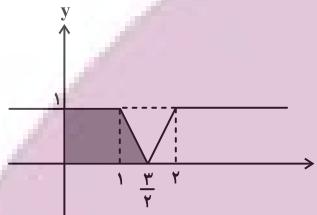
$$\Rightarrow \sqrt{6+b} = 1 + \sqrt{1+b} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 6+b = 2+2\sqrt{1+b}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+b} = 2 \Rightarrow b = 3$$

با جایگذاری b ، مقدار a نیز برابر ۲ به دست می‌آید.
(حسابان ۱- هیر و معادله و تابع؛ صفحه‌های ۲۰، ۲۱، ۵۴ و ۶۳ تا ۶۶)

۶- گزینه «۳» (ممدرضا، اسخ)

با قرینه کردن قسمت‌های منفی نمودار تابع $y = |x-1| - |x-2|$ نمودار تابع صورت سؤال به صورت زیر به دست می‌آید:



$$S = \frac{(1+\frac{3}{2})(1)}{2} = \frac{5}{4}$$

مساحت ذوزنقه سایه خورده برابر است با:

(حسابان ۱- هیر و معادله؛ صفحه ۶۳)

۷- گزینه «۴» (کیان کریمی، فرانسان)

جواب‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند:

$$\alpha^2 - 6\alpha + 7 = \beta^2 - 6\beta + 7 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 6\alpha + 9 = \beta^2 - 6\beta + 9 = 2$$

پس برای محاسبه عبارت داده شده داریم:

$$(\alpha^2 - 6\alpha + 9)^{\beta} (\beta^2 - 3)^{\alpha} = (\alpha^2 - 6\alpha + 9)^{\beta} (\beta^2 - 6\beta + 9)^{\alpha}$$

$$= 2^{\beta} \times 2^{\alpha} = 2^{\alpha + \beta}$$

در معادله داده شده $\alpha + \beta = S = 6$ است و در نتیجه مطلوب مسئله برابر $= 4096^{12}$ است.

(حسابان ۱- هیر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۸- گزینه «۲» (کیان کریمی، فرانسان)

جواب‌های معادله دوم را α و β در نظر می‌گیریم. در این صورت

جواب‌های معادله اول $\sqrt{\alpha}$ و $\sqrt{\beta}$ خواهند بود. داریم:

$$\begin{cases} \alpha\beta = b+2 \\ \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha\beta} = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow b^2 = b+2 \Rightarrow b^2 - b - 2 = (b+1)(b-2) = 0$$

$$\xrightarrow{b > 0} b = 2$$

همچنین داریم:

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = a \xrightarrow{\text{توان ۲}} \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = a^2$$

(سیدرضا اسلامی)

گزینه «۱» (ریاضی پایه)

-۱

$$[2\sin 60^\circ] - 2[\sin 60^\circ] = [\sqrt{3}] - 2[\frac{\sqrt{3}}{2}] = 1 - 0 = 1$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه ۳۲)

(عادل سینی)

گزینه «۳» (عادل سینی)

-۲

یعنی عرض رأس سهمی $f(x) = x^2 - ax + 5$ برابر ۱ است.

$$\Rightarrow y_S = -\frac{a^2 - 20}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = \pm 4$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad \text{یا} \quad x^2 + 4x + 5$$

پس $f(2)$ برابر ۱ یا ۱۷ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه ۱۰)

(ممدرضا، اسخ)

گزینه «۱» (ممدرضا، اسخ)

$$A = \frac{\sqrt{2} + 3}{\sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2} + 3}{\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} = \frac{\sqrt{2} + 3}{\sqrt{2} + 1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{2} + 3}{\sqrt{2} + 1} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} \Rightarrow A = 2\sqrt{2} - 1$$

$$\Rightarrow (A+1)^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های گبری؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

(مسعود برملا)

گزینه «۲» (مسعود برملا)

-۴

اگر x و y سه جمله متولی از یک دنباله هندسی باشند، رابطه

$y^2 = xz$ بین آنها برقرار است. در این سؤال داریم:

$$(2^{2a})(4\sqrt{2})^{b+2} = (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2^{2a+\frac{2}{2}b+5} = 2^3$$

$$\Rightarrow 2a + \frac{2}{2}b + 5 = 3 \Rightarrow 2a + \frac{2}{2}b = -2 \quad (*)$$

حال مجموع پنج جمله اول دنباله حسابی داده شده را حساب می‌کنیم:

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 5t_3 = 5(\frac{t_2+t_4}{2}) = \frac{5}{2}(t_2+t_4)$$

در این دنباله حسابی داریم:

$$t_2 + t_4 = 2a + 1 + \frac{2}{2}b + 3 = 2a + \frac{2}{2}b + 4 \stackrel{(*)}{=} -2 + 4 = 2$$

$$S = \frac{5}{2}(2) = 5$$

و در نتیجه مجموع پنج جمله اول آن برابر است با:

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(حامد معنوی)

گزینه «۲» (حامد معنوی)

-۵

با توجه به اعضای تابع $f^{-1} + g^{-1}$ به سادگی پیدا می‌کنیم که $f(1) = 0$ و $f(6) = -1$ است. پس داریم:



(هسابان ا- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸)

(به انگلیسی: Yeknam)

گزینه «۳»

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log_5 x + \frac{\log_5 x}{\log_5 6} = 1 \Rightarrow (1 + \log_5 6) \log_5 x = 1$$

$$\Rightarrow (\log_6 30) \log_5 x = 1 \Rightarrow \log_5 x = \frac{1}{\log_6 30} = \log_{30} 6$$

پس جواب معادله $x = \log_{30} 6$ است و این یعنی $n = \log_{30} 6$ است.

$$\frac{1}{6^n} = 6^{\log_{30} 6} = 6^{\log_6 30} = 30$$

(هسابان ا- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(به انگلیسی: Yeknam)

گزینه «۱»ضابطه تابع f را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$f(x) = x\sqrt{x} + 3x + 3\sqrt{x} + 9 = (\sqrt{x} + 1)^3 + 8$$

و سپس با توجه به ضابطه تابع fog می‌توانیم ضابطه تابع g را پیدا کنیم:

$$(fog)(x) = (\sqrt{g(x)} + 1)^3 + 8 = x + 8 \Rightarrow g(x) = (\sqrt[3]{x} - 1)^2$$

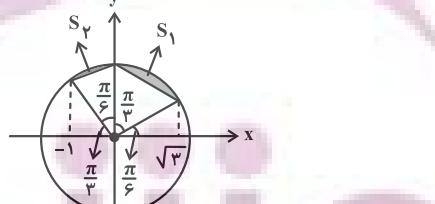
$$(gog)((\frac{9}{16})^3) = g(\frac{1}{16}) = \frac{9}{16}$$

(هسابان ا- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

(سید رضا اسلامی)

گزینه «۳»

با توجه به این که شعاع دایره برابر ۲ است، زوایای موجود در شکل را می‌توان به صورت زیر مشخص کرد:



مساحت هر کدام از سطوح‌های مشخص شده، از تفاضل مساحت یک مثلث متساوی‌الساقین از یک قطاع دایره به دست می‌آید و داریم:

$$S_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{3} \right) (2)^2 - \frac{1}{2} (2)^2 \sin \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{6} \right) (2)^2 - \frac{1}{2} (2)^2 \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} - 1$$

$$\Rightarrow 2S_2 - S_1 = \sqrt{3} - 2$$

(هسابان ا- مثلثات؛ مکمل تمرین ۳ صفحه ۹۶)

$$\Rightarrow a + \lambda + 4 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 12 = (a - 4)(a + 3) = 0$$

$$a > 0 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow ab = \lambda$$

(هسابان ا- هیر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

گزینه «۲»طول ضلع مرربع برابر $AB = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$ است و همچنین فاصله

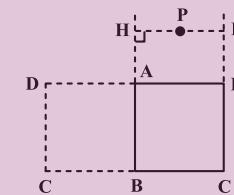
نقطه P از خط شامل ضلع AB به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P(2, 9) \\ AB : 3x - y - 2 = 0 \Rightarrow PH = \frac{|21 - 9 - 2|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

پس فاصله نقطه از خط شامل ضلع CD برابر $| \sqrt{10} \pm 2\sqrt{10} |$ است و

$$PH = \sqrt{10} \text{ یا } 3\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow S_{PCD} = \frac{1}{2} CD \cdot PH = \frac{1}{2} (2\sqrt{10})(\sqrt{10}) = 10 \text{ یا } 30$$



(هسابان ا- هیر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

گزینه «۱»با جایگذاری $2x - 2$ به جای x در رابطه دوم، روابط به صورت تغییر می‌کند:

$$\begin{cases} f(2x-1) + g(x+1) = 8x-2 \\ f(2x-1) - g(4x-5) = -2x \end{cases}$$

رابطه دوم را از رابطه اول کم می‌کنیم:

$$g(x+1) + g(4x-5) = 10x-2$$

ضابطه تابع g را $g(x) = ax + b$ می‌گیریم و داریم:

$$a(x+1) + b + a(4x-5) + b = 5ax + 2b - 4a = 10x-2$$

$$\Rightarrow a = 2, \quad b = 3$$

پس $g(x) = 2x + 3$ و در نتیجه $g(1) = 5$ است.

(ریاضی ا- تابع؛ صفحه ۱۰۳)

گزینه «۴»

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{2(2^x) - \frac{1}{2^x} + 1}{2^x + 1} = \frac{2(2^x)^2 + 2^x - 1}{2^x(2^x + 1)}$$

$$= \frac{(2^x + 1)(2(2^x) - 1)}{2^x(2^x + 1)} = 2 - \frac{1}{2^x} \Rightarrow f(x) = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



-۱۵ گزینه «۴»
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^2 + 3x) = 2$
 اما تابع g با مقادیر کمتر از ۲ به آن نزدیک می‌شود:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} (fog)(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(x + \frac{m |(x-1)(x-2)|}{(x-1)(x-2)} \right) = 2 - m \\ \text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (-2x^2 + 3x) = 1 \\ \text{و تابع } g \text{ از مقادیر کمتر از ۱ به آن نزدیک می‌شود:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} (fog)(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 + m \\ \text{تعريف حد: } 2 - m &= 1 + m \Rightarrow m = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(حسابان - مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۳۲ تا ۱۳۶)

گزینه «۳»^(کاظم اجلالی) -۱۹

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} - 1}{\sin x \sin 2x} &= \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} - 1}{\sin x \sin 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\cos x \cos 2x - 1}{\sin x (\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} + 1) \sin x \sin 2x} \\ &= \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\cos x (2\cos^2 x - 1) - 1}{\sin^2 x \cos x} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{2\cos^2 x - \cos x - 1}{\sin^2 x} \\ &= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(\cos x - 1)(2\cos^2 x + 2\cos x + 1)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \\ &= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{-(2\cos^2 x + 2\cos x + 1)}{1 + \cos x} = -\frac{5}{8} \end{aligned}$$

(حسابان - مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

گزینه «۳»^(کاظم اجلالی) -۲۰

برای این که تابع روی \mathbb{R} پیوسته باشد، لازم است که در ابتدا $x = 3$ ، $x = 0$ و $x = 1$ ریشه مخرج ضابطه کسری باشد:
 $\Rightarrow 4(3) + b = 0 \Rightarrow b = -12$
 همچنین تابع در $x = 3$ باید حد داشته باشد، بنابراین $x = 3$ باید صفر عبارت صورت کسر نیز باشد، یعنی باید ریشه مضاعف عبارت $2x^2 + ax + 18$ باشد.

$$\Rightarrow 2x^2 + ax + 18 = 2(x-3)^2 = 2x^2 - 12x + 18 \Rightarrow a = -12$$

پس داریم:

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3| \sqrt{2}}{4|x-3|} & ; \quad x \neq 3 \\ c & ; \quad x = 3 \end{cases}$$

برای پیوستگی، باید c برابر حد تابع در $x = 3$ باشد:

$$\begin{aligned} c &= \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3| \sqrt{2}}{4|x-3|} = \frac{\sqrt{2}}{4} \\ \Rightarrow abc &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

(حسابان - مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۴۸)

-۱۶ گزینه «۴»
 (اخشین خاصه‌خان)
 دامنه هر دو تابع f و g و در نتیجه دامنه تابع gof برابر \mathbb{R} است. برد تابع f بازه $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ است و اگر دامنه تابع g را همین بازه درنظر بگیریم، برد آن، برابر برد تابع gof خواهد بود. پس داریم:

$$\begin{aligned} -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4} &\Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq x + \frac{5\pi}{12} \leq \frac{2\pi}{3} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \leq g(x) = \sin(x + \frac{5\pi}{12}) &\leq 1 \end{aligned}$$

پس $b - a = \frac{1}{2}$ و در نتیجه $R_{gof} = [\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ است.

(حسابان - تابع و مثلثات: صفحه‌های ۶۶ و ۱۰۵ تا ۱۰۹)

گزینه «۴»^(کاظم اجلالی) -۱۶

ابتدا از اتحاد $\cos(2\alpha + \frac{\pi}{4}) = 1 - 2\sin^2 x$ مقدار $\cos(2\alpha + \frac{\pi}{4})$ را حساب می‌کنیم:

$$\cos(2\alpha + \frac{\pi}{4}) = 1 - 2\sin^2(\alpha + \frac{\pi}{8}) = \frac{1}{9}$$

و سپس با استفاده از اتحاد $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ داریم:

$$\cos(4\alpha + \frac{\pi}{2}) = 2\cos^2(2\alpha + \frac{\pi}{4}) - 1 = -\frac{79}{81}$$

$$\Rightarrow -\sin 4\alpha = -\frac{79}{81} \Rightarrow \sin 4\alpha = \frac{79}{81}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ و ۱۰۰ تا ۱۰۳)

گزینه «۲»^(سیدرضا اسلامی) -۱۷

$$\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) = 3 \sin(4\pi - \frac{\pi}{3} - \alpha) = -3 \sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)$$

$$\Rightarrow \sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = 3 \sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)$$

را بحسب $\sin(\frac{\pi}{6} - \alpha)$ می‌نویسیم:

$$\sin(\frac{\pi}{6} - (\frac{\pi}{3} + \alpha)) = 3 \sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)$$

$$\Rightarrow \cos(\frac{\pi}{3} + \alpha) = 3 \sin(\frac{\pi}{3} + \alpha) \Rightarrow \cot(\frac{\pi}{3} + \alpha) = 3$$

حال از اتحاد $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\sin^2(\frac{7\pi}{3} + \alpha) = \sin^2(\frac{\pi}{3} + \alpha) = \frac{1}{1 + \cot^2(\frac{\pi}{3} + \alpha)} = \frac{1}{10}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

گزینه «۱»^(عادل مسینی) -۱۸

بايد حد های چپ و راست تابع fog را در $x = 1$ بيدا کنیم و آنها را برابر قرار دهیم:

$$S_{PNQ} = \frac{1}{4} S_{APQD} = \frac{1}{8} S_{ABCD} = \frac{1}{8} \times 30 = 3 / 75$$

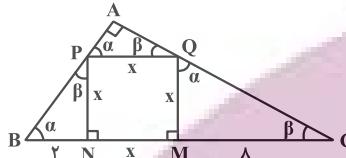
در نتیجه مساحت چهارضلعی سایه‌زده، $\frac{3}{75}$ واحد مربع است.

(هنرمه - پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۹۵ و ۶۶)

(مهریار، اشدری)

گزینه «۳» - ۲۴

مثلث‌های MQC و BPN به حالت برابری دو زاویه مشابهند، پس:



$$\Delta BPN \sim \Delta MQC \Rightarrow \frac{BN}{QM} = \frac{PN}{MC} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{x}{8}$$

$$\Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

مثلث‌های BPN و AQP به حالت برابری دو زاویه مشابهند، پس:

$$\frac{S_{\Delta BPN}}{S_{\Delta AQP}} = \left(\frac{PB}{PQ} \right)^2 = \frac{x^2 + 4}{x^2}$$

$$\frac{x^2 + 4}{16} = \frac{2}{S_{\Delta AQP}} \Rightarrow \frac{16 + 4}{16} = \frac{2}{S_{\Delta AQP}} \Rightarrow S_{\Delta AQP} = \frac{16}{5}$$

با فرض این که ارتفاع وارد بر وتر PQ در مثلث AQP برابر با h باشد، داریم:

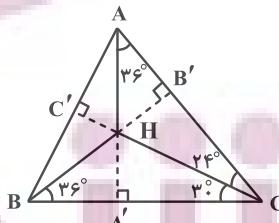
$$S_{\Delta AQP} = \frac{h \times PQ}{2} \Rightarrow \frac{16}{5} = \frac{h \times 4}{2} \Rightarrow h = \frac{8}{5} = 1.6$$

(هنرمه - قضیه تالس، تشابه و کلاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۷)

(سیرمحمد، رضا هسینی فرد)

گزینه «۱» - ۲۵

RA' را امتداد می‌دهیم تا اضلاع مثلث را در A' و B' قطع کند.



$$\hat{A'A'C} = 180^\circ - 36^\circ - (30^\circ + 24^\circ) = 90^\circ$$

$$\hat{B'B'C} = 180^\circ - 36^\circ - (30^\circ + 24^\circ) = 90^\circ$$

پس A' و B' ارتفاع‌های مثلث ABC و H محل همرسی ارتفاع‌هاست، بنابراین امتداد CH نیز بر AB عمود است:

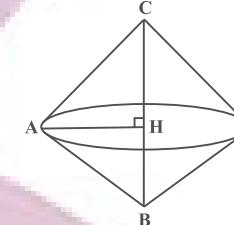
$$\hat{BCC'} : \hat{A'BH} = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 24^\circ$$

(هنرمه - ترسیم‌های هندسی و استرالال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۹)

هندسه ۱

گزینه «۳» - ۲۱

ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه برابر است با:



$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

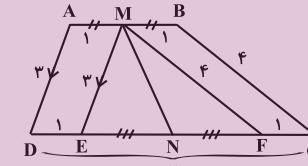
شعاع دایره قاعده، برابر ارتفاع مثلث قائم‌الزاویه است، پس:

$$r = AH = \frac{12}{5} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{12}{5}\right)^2 (5) = \frac{48}{5} \pi$$

(هنرمه - تپسم خضابی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۶۶)

گزینه «۳» - ۲۲

از M (وسط قاعده کوچکتر) خطوط ME و MF را به موازات ساق‌های BC و AD رسم می‌کنیم.



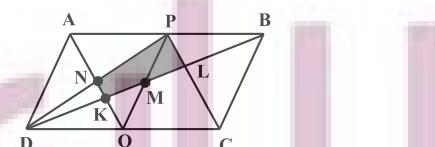
مطابق شکل، $MF = BC = 4$ و $AD = ME = 3$ در نتیجه $MEF = 90^\circ$ میانه وارد بر مثلث EF است و $MN = \frac{EF}{2} = \frac{2}{5}$

$$MN = \frac{EF}{2} = \frac{2}{5}$$

(هنرمه - پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴)

گزینه «۴» - ۲۳

پاره خط PQ را رسم می‌کنیم، این پاره خط، قطر BD را در نقطه M نصف می‌کند. با توجه به شکل و تقارن موجود در آن، M وسط پاره خط KL نیز هست.



از آنجا که $PC \parallel AQ$ است، به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که

$\triangle KMQ \cong \triangle PLM$ و در نتیجه مساحت مثلث PNQ معادل مساحت چهارضلعی سایه‌زده شده است. می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع $APQD$ ، قطرها، سطح این متوازی‌الاضلاع را به چهار قسمت هم مساحت تقسیم می‌کند. پس:

از طرف دیگر:

$$\begin{aligned} S_{\Delta AMN} &= \frac{1}{3} AN \cdot MH \\ S_{\Delta AMC} &= \frac{1}{3} AC \cdot MH \Rightarrow S_{\Delta AMN} = \frac{1}{3} S_{\Delta AMC} \quad (2) \\ \frac{(1), (2)}{} &S_{\Delta AMN} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} S_{\Delta ABC} \right) = \frac{1}{6} S_{\Delta ABC} \end{aligned}$$

(هنرسه - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

گزینه «۲» - ۲۶

(امدرضا خلاج)

می‌دانیم مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای از فرمول $S = \frac{b+i-1}{2}$ دست می‌آید که در آن b نقاط مرزی و i نقاط درونی است. در رابطه با توجه به آن که $b \geq 3$ و $i \geq 0$ ، حداقل مقدار i و حداقل مقدار b به ترتیب برابر ۹ و ۳ است در حالت $b = 3$ ، حداقل مقدار مساحت را داریم:

$$S_{\max} = \frac{b+i-1}{2} = \frac{3+9-1}{2} = 9/5$$

همچنین حداقل مقدار مساحت به ازای حداقل مقدار i و حداقل مقدار b حاصل می‌شود. یعنی به ترتیب $i = 0$ و $b = 12$

$$S_{\min} = \frac{b+i-1}{2} = \frac{12+0-1}{2} = 5$$

$$\Rightarrow S_{\max} - S_{\min} = 9/5 - 5 = 4/5$$

(هنرسه - پند ضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

گزینه «۱» - ۲۷

(امدرضا خلاج)

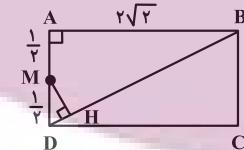
از هر رأس ۳ قطر می‌گذرد. با توجه به قطرهای مشترک، در مجموع $3(n-3) - 3 = 18 \Rightarrow 3(n-3) = 21 \Rightarrow n = 10$

با رسم قطرهای گذرنده از یک رأس n ضلعی، سطح آن به $n-2$ مثلث تقسیم می‌شود. پس جواب $10-2 = 8$ می‌باشد.

(هنرسه - پند ضلعی‌ها: صفحه ۵۵)

گزینه «۲» - ۲۸

(امدرضا خلاج)

مثلثهای MDH و ABD با هم متشابه هستند:

$$\begin{cases} \hat{H} = \hat{A} \\ \hat{D} = \hat{D} \end{cases} \Rightarrow MDH \sim ABD$$

$$\Rightarrow \frac{MH}{AB} = \frac{DM}{BD} \Rightarrow \frac{MH}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow MH = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

توجه: طول قطر مستطیل برابر $\sqrt{1+(2\sqrt{2})^2} = 3$ می‌باشد.

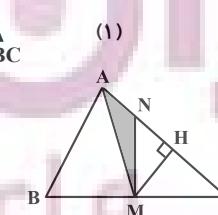
(هنرسه - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

گزینه «۳» - ۲۹

(اخشنی فاضه‌فان)

چون AM میانه مثلث ABC است، لذا:

$$S_{\Delta AMC} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC} \quad (1)$$



(همون عقیلی)

هندسه ۲

گزینه «۳» - ۳۱

ابتدا D را به B وصل می‌کنیم و در $\triangle BCD$ قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم.

$$BD^2 = 9 + 25 - 2 \times 3 \times 5 \times \cos 120^\circ = 49 \Rightarrow BD = 7$$

$$P_{ABD} = \frac{7+5+8}{2} = 10$$

$$S_{ABCD} = S_{\Delta ABD} - S_{\Delta BCD}$$

مکعب
دستور هرون

$$= \sqrt{10 \times 5 \times 2 \times 3} - \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin 120^\circ$$

$$= 10\sqrt{3} - \frac{15\sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

(هنرسه - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸)

با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

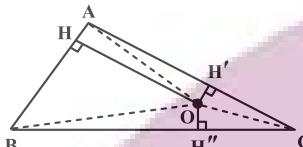
$$\begin{cases} P-a = 1 \\ P-b = 3 \\ P-c = 12 \end{cases}$$

محیط مثلث به راحتی قابل محاسبه است.

$$2P = 2(P-a) + 2(P-b) + 2(P-c)$$

$$\Rightarrow 2P = 2(1) + 2(3) + 2(12) \Rightarrow 2P = 32 \Rightarrow P = 16$$

به کمک رابطه هرون مساحت مثلث ABC به دست می آید.



$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{16(1)(3)(12)} = \sqrt{16 \times 36} = 4 \times 6 = 24$$

فرض کنید فاصله نقطه O از اضلاع BC و AC برابر ۱ باشد، داریم:

$$S_{\triangle AOC} = \frac{OH' \times AC}{2} = \frac{1 \times 13}{2} = 6.5$$

$$S_{\triangle BOC} = \frac{OH' \times BC}{2} = \frac{1 \times 15}{2} = 7.5$$

بنابراین مساحت مثلث AOB برابر است با:

$$S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABC} - (S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC})$$

$$S_{\triangle AOB} = 24 - (6.5 + 7.5) = 10$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{OH \times AB}{2} \Rightarrow 10 = \frac{OH \times 4}{2} \Rightarrow OH = 5$$

فاصله نقطه O از ضلع AB برابر با ۵ است.

(هنرسه ۲ - دایره: صفحه های ۳۰ و ۳۱)

(روابط طولی در مثلث: صفحه های ۲۱ و ۲۲)

(سید محمد رضا حسینی فرد)

گزینه ۲ «۳»

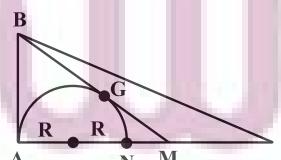
مطابق شکل دو مماس BG و BA بر نیم دایره رسم شده است، پس

$$GM = \frac{1}{2} BG = \sqrt{5}, \quad BG = BA = 2\sqrt{5}$$

داریم:

$$\Delta ABM : AM^2 = BM^2 - AB^2 = (3\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{5})^2 = 25$$

$$\Rightarrow AM = 5$$



طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$MG^2 = MN \times MA \Rightarrow (\sqrt{5})^2 = (5 - 2R) \times 5 \Rightarrow R = 2$$

(هنرسه ۲ - دایره: صفحه های ۱۸ و ۱۹)

(امیرضا خلاج)

گزینه ۳ «۳» - ۳۲

در مثلث NM، NEF میانه وارد بر ضلع EF و اندازه آن $\frac{3}{4}$ طول AM می باشد. از طرفی مثلث های NEF و ABC با هم متشابه هستندو نسبت تشابه همان نسبت میانه ها یعنی $\frac{3}{4}$ می باشد، پس:

$$\frac{S_{\triangle NEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle NEF}}$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle NEF}} = \frac{16-9}{16} = \frac{7}{16} \quad (1)$$

از طرفی انتقال تبدیلی طولی است و مساحت اشکال تحت آن، تغییر نمی کند. یعنی:

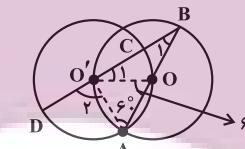
$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle NPQ} \xrightarrow{(1)} \frac{S_{\text{ساچه زده}}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{7}{16} \Rightarrow \frac{S_{\text{ساچه زده}}}{S_{\triangle NPQ}} = \frac{7}{16}$$

(هنرسه ۲ - تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۱۶ و ۱۷)

(مهرداد ملوندی)

گزینه ۲ «۲» - ۳۳

چون دو دایره از مراکز های یکدیگر گذشته اند پس شعاع آنها با هم برابر است. اولاً مثلث OAO' متساوی الاضلاع بوده و مثلث OBO' نیز در رأس O متساوی الساقین است و داریم:



$$\hat{B}_1 = \hat{O}'_1 = \frac{A\hat{O}O'}{2} = 30^\circ \Rightarrow \text{زاویه مرکزی } \hat{O}'_1 = \widehat{OC} = 30^\circ$$

$$\Delta AO'B : \hat{A}O'B = \hat{A} + \hat{B}_1 = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}'_2 = \widehat{AD} = 90^\circ$$

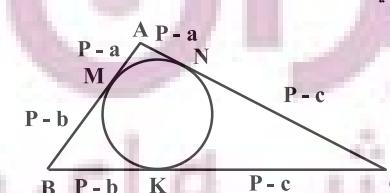
$$\frac{\widehat{AD}}{\widehat{OC}} = \frac{90^\circ}{30^\circ} = 3 \quad \text{پس}$$

(هنرسه ۲ - دایره: صفحه های ۱۱ و ۱۲)

(مهریار اشدری)

گزینه ۳ «۳» - ۳۴

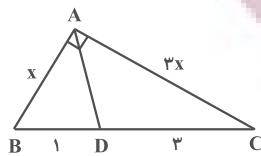
به شکل دقت کنید.



(اگهیان خاصه‌فار)

گزینه «۲» - ۳۹

طبق قضیه نیمسازها $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}$. حال با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:



$$x^2 + 9x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{10} \Rightarrow x = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

حال طبق قضیه طول نیمساز داخلی داریم:

$$d^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{10}}\right)\left(\frac{12}{\sqrt{10}}\right) - (1)(3) \Rightarrow d^2 = \frac{48}{10} - 3 = \frac{18}{10}$$

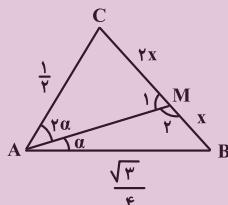
$$\Rightarrow d = \sqrt{1.8}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ و ۷۲)

(احمد، رضا خلاج)

گزینه «۴» - ۴۰

در دو مثلث ABM و ACM قضیه سینوس‌ها را می‌نویسیم:



$$\left. \begin{aligned} \Delta ACM : \frac{\frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}\alpha} &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sin \hat{M}_1} \\ \Delta ABM : \frac{x}{\sin \alpha} &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\sin \hat{M}_2 = \sin \hat{M}_1} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{1}{2}x \sin \alpha}{x \sin \frac{1}{2}\alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{4}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}x \sin \alpha}{x \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

پس مثلث ABC در رأس A قائم است.

$$\Delta ABC : BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow (BC)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{7}{16} \Rightarrow BC = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

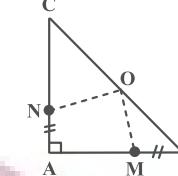
$$\Rightarrow BC = \sqrt{7}BM \Rightarrow BM = \frac{\sqrt{7}}{12}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

(سید محمد رضا هسینی خرد)

گزینه «۱» - ۴۶

اگر نقطه O وسط BC را مرکز دوران با زاویه 90° در نظر بگیریم آن‌گاه نقطه N را می‌توان روی M تصویر کرد یعنی عمودمنصف MN همواره از O می‌گذرد پس فقط گزاره (ب) صحیح است.



(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کلبردها: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

(سونگر، روشنی)

گزینه «۱» - ۴۷

$$\text{در مثلث } ABC : \frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

$$a \sin \hat{C} = c \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow c \sin \hat{A} = (2c^2 - 1) \sin \hat{A} \Rightarrow 2c^2 - 1 = c$$

$$\Rightarrow 2c^2 - c - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ c = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

از طرفی:

$$c \sin \hat{C} = b \sin \hat{B} \xrightarrow[b=\gamma R \sin \hat{B}]{c=\gamma R \sin \hat{C}} 2R \sin^2 \hat{C} = 2R \sin^2 \hat{B}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \hat{B} = \sin \hat{C} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow b = c = 1 \\ \sin \hat{B} = -\sin \hat{C} \end{cases}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ و ۶۵)

(احمد، رضا خلاج)

گزینه «۳» - ۴۸

طبق قضیه استوارت ابتدا x را می‌یابیم:

$$AD^2 = \frac{CD \times AB^2 + BD \times AC^2 - BD \times DC}{BC}$$

$$\Rightarrow 2^2 = \frac{x \times 4^2 + 3 \times (x+1)^2}{x+3} - 3x$$

$$\Rightarrow 4 + 3x = \frac{16x + 3x^2 + 6x + 3}{x+3}$$

$$\Rightarrow 13x + 12 + 3x^2 = 22x + 3x^2 + 3 \Rightarrow 9x = 9 \Rightarrow x = 1$$

حال طبق قضیه هرون مساحت مثلث ABC را می‌یابیم:

$$P = \frac{4+4+2}{2} = 5$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{5(5-4)(5-2)(5-4)} = \sqrt{15}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

از طرفی مجموع انحراف از میانگین برابر صفر است. پس:

	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۲۰
فراوانی	۶	x	۵	۳	y
$x_i - \bar{x}$	-۴	-۳	-۲	-۱	۴

$$\Rightarrow -۲۴ - ۳x - ۱۰ - ۳ + ۴y = 0 \Rightarrow -۳x - ۳۷ + ۴y = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=11 \\ -3x+4y=37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=10 \end{cases}$$

حال می‌توانیم واریانس داده‌ها را حساب کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{6 \times (-4)^2 + 1 \times (-3)^2 + 5 \times (-2)^2 + 3 \times (-1)^2 + 10 \times (4)^2}{25}$$

$$= \frac{288}{25} = 11.52$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۱۳، ۱۵ و ۹۴)

(مهربانی راشدی)

«گزینه ۴» - ۴۴

$$P(B' - A) = P(B' \cap A')$$

پس طبق فرض $P(B' \cap A') = P(B')P(A')$ است و این یعنی A' و B' دو پیشامد مستقل‌اند پس (۱) A و B و A' و B' مستقل‌اند. وقتی دو پیشامد A و B' نیز مستقل‌اند، باشد.

$$P(A | B) = P(A) \quad \text{است، بنابراین } P(A | B) = \frac{3}{8} \quad \text{است.}$$

A و B' مستقل‌اند، پس:

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A)P(B')$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \times P(B') \Rightarrow P(B') = \frac{2}{3}$$

با توجه به این که A و B' نیز مستقل‌اند، پس:

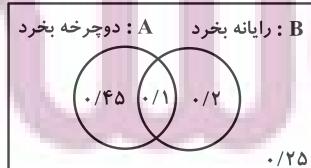
$$P(B' | A) = P(B') = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

(فرزند بواری)

«گزینه ۱» - ۴۵

روش اول:



$$P(B' | A') = ?$$

$$P(B' | A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{P[(A \cup B)']}{1 - P(A)}$$

آمار و احتمال

«۳» - ۴۱

(نیلوفر مهدوی)

باذه اطمینان ۹۵ درصد برای جامعه‌ای با اندازه نمونه n ، میانگین \bar{x} و

انحراف معیار σ به صورت $[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$ است.

$$\bar{x} = \frac{4/8 + 5/4}{2} = 5/1$$

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 5/4 - 4/8 = 0/6 \Rightarrow \frac{4 \times 1/60}{\sqrt{n}} = 0/6$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = 11 \Rightarrow n = 121$$

مجموع اعضای نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow 5/1 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{121}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_n = 5/1 \times 121 = 612/1$$

(آمار و احتمال - آمار استباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

«۱» - ۴۲

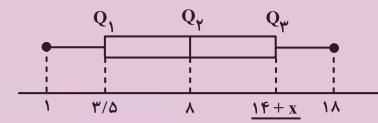
(نیلوفر مهدوی)

داده‌ها عبارتند از:

$$1, 2, 2, 5, 6, 7, 8, 8, 12, 14, x, 17, 18$$

$$Q_1 = \frac{2+5}{2} = 3.5 \quad Q_2 \quad Q_3 = \frac{14+x}{2}$$

نمودار جعبه‌ای داده‌ها به صورت زیر است:



نسبت طول دو بخشی از جعبه که توسط میانه از هم جدا شده‌اند را به دو

صورت می‌توان نوشت:

$$(I) \quad \frac{(\frac{14+x}{2}) - 8}{8 - 3.5} = \frac{3}{4} \Rightarrow (\frac{14+x}{2}) - 8 = \frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{14+x}{2} = \frac{91}{8} \Rightarrow x = 8/75$$

$$(II) \quad \frac{8 - 3.5}{(\frac{14+x}{2}) - 8} = \frac{3}{4} \Rightarrow (\frac{14+x}{2}) - 8 = 6$$

$$\Rightarrow \frac{14+x}{2} = 14 \Rightarrow x = 14$$

$x = 8/75$ غیرقابل قبول است زیرا داده‌ها مرتب شده‌اند و مقدار x باید

عددی بین ۱۴ و ۱۸ باشد. بنابراین مقدار x برابر ۱۴ است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

«۴» - ۴۳

(سید محمد رضا حسینی فرد)

مجموع فراوانی‌ها برابر ۲۵ است. پس:

$$3 + x + 5 + 6 + y = 25 \Rightarrow x + y = 11$$

(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۳» - ۴۹

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$(\sim p \vee q) \Rightarrow [\sim q \wedge (p \Rightarrow q)]$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow [\sim q \wedge (\sim p \vee q)]$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow [(\sim q \wedge \sim p) \vee (\underbrace{\sim q \wedge q}_{F})]$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv \sim (\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv (\underbrace{p \vee \sim p}_{T} \wedge \sim q) \equiv \sim q$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

(امیرحسین افلاج)

گزینه «۴» - ۵۰

مطابق فرض:

$$P(1) = \frac{x}{1}, P(2) = \frac{x}{2}, P(3) = \frac{x}{2}, P(4) = \frac{x}{3}$$

$$P(5) = \frac{x}{2}, P(6) = \frac{x}{4}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\Rightarrow P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{12x + 6x + 6x + 4x + 6x + 3x}{12} = 1 \Rightarrow 37x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{37}$$

پیشامد ظاهر شدن عدد زوج :

B : ۳

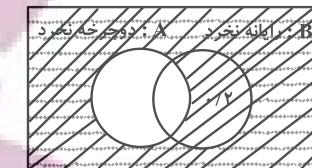
$$P(A \cup B) = P(\{2, 3, 4, 6\})$$

$$= \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{19x}{12} = \frac{19}{37}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

$$\begin{aligned} &= \frac{1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{1 - P(A)} = \frac{1 - [0/55 + 0/3 - 0/1]}{1 - 0/55} \\ &= \frac{1 - 0/55}{0/45} = \frac{0/25}{0/45} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9} \end{aligned}$$

روش دوم: استفاده از نمودار ون:



(می‌دانیم دوچرخه نخریده | می‌خواهیم رایانه نخرد)

$$\text{هاشور افقی} = \frac{0/25}{0/2+0/25} = \frac{0/25}{0/45} = \frac{5}{9}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

گزینه «۲» - ۴۶

می‌دانیم $P(A' \cap B') = P[(A \cup B)']$ بنا برای:

$$P(A' \cap B') = 0/35 \Rightarrow P(A \cup B) = 1 - 0/35 = 0/65$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/65$$

$$\Rightarrow (P(B) - P(A \cap B)) + P(A) = 0/65 \Rightarrow P(A) = 0/35$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

(سوندروشنی)

گزینه «۱» - ۴۷

$$B_3 = \left\{ \frac{m}{3} \mid m \in \mathbb{Z}, m > -6, 2^m \leq 6 \right\}$$

$$= \{-2/5, -2, -1/5, -1, -0/5, 0, 0/5, 1\}$$

$$A_3 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -3, 3^m \leq 9\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$A_2 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -2, 3^m \leq 6\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$|(B_3 - A_2) \times A_2| = |B_3 - A_2| \parallel A_2| = 4 \times 3 = 12$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۳» - ۴۸

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B']$$

$$= (A' \cap B) \cup [(B \cap A) \cap B] = (B \cap A') \cup (B \cap A)$$

$$(B \cap A) \subseteq B$$

$$= B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B$$

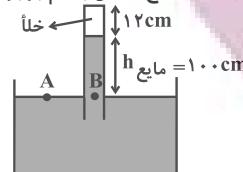
بنابراین با توجه به فرض، تساوی $B = A - B$ برقرار است. از طرفی B و $A - B$ دو مجموعه جدا از هم هستند. پس تنها شرط برقراری این تساویتهی بودن این دو مجموعه است. در این صورت مجموعه‌های A و $B - A$ نیز قطعاً تهی هستند، ولی برای مجموعه $A' \cap B'$ داریم:

$$A' \cap B' = (A \cup B)' = \emptyset' = U$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۰)

گزینه «۱» (مبتنی کلکلیان)

فشار در نقاط همتراز درون یک مایع ساکن با هم برابر است. بنابراین:



گزینه «۱»

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 gh_1 = P_0 + \rho_2 gh_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

پس ارتفاع ستون مایع را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} h_1 = \frac{100}{1.05} = 95.2 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow (10/2)h_2 = (10/2)(95.2) = 476 \text{ cm}$$

با پایین آوردن لوله در راستای قائم، مایع بخش خلاً لوله را پر کرده و به ته

لوله نیرو وارد می‌کند. بنابراین داریم: $P_{\text{ته}} = P_{\text{لوله}}$

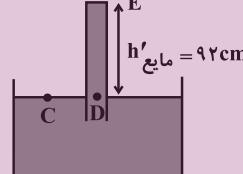
$$\Rightarrow P_{\text{له}} = \frac{4/0.8}{5 \times 10^{-4}} = 8160 \text{ Pa}$$

طبق رابطه $P = \rho gh$ ، فشار وارد بر ته لوله را بر حسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

$$P = \rho gh \Rightarrow 8160 \text{ Pa} = \frac{13600 \text{ kg}}{\text{cm}^3} \cdot g \cdot h \Rightarrow 8160 = (13600)(10)h$$

$$\Rightarrow h = 0.6 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

بنابراین فشار وارد بر ته لوله در این حالت، برابر با 6 cmHg می‌گردد.



فشار در نقاط همتراز C و D با هم برابر است. پس:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_0 + \rho_1 h_1' = P_0 + \rho_2 h_2'$$

$$\Rightarrow 75 = P_0 + 6 \Rightarrow P_0 = 69 \text{ cmHg}$$

ارتفاع ستون مایع را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\rho_1 h_1' = \rho_2 h_2' \Rightarrow h_2' = \frac{\rho_1}{\rho_2} h_1' = \frac{100}{1.05} = 95.2 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow (10/2)h_2' = (10/2)(95.2) = 476 \text{ cm}$$

بنابراین میزان جایه‌جایی لوله در راستای قائم (x) به صورت زیر به دست می‌آید:

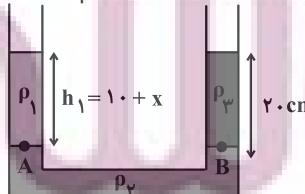
$$x = (100 + 12) - 92 = 20 \text{ cm}$$

(فیزیک - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۱۳۷ و ۱۳۸)

گزینه «۱» (سیده‌ملیمه میرصالحی)

با اضافه کردن مایع به شاخه سمت چپ، وضعیت به شکل زیر درمی‌آید.

چون فشار در نقاط A و B برابر است، خواهیم داشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 gh_1 = P_0 + \rho_2 gh_2$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow 10 \times h_1 = 10 \times 20$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{20}{10} = 2 \text{ cm} \Rightarrow h_1 = 10 + x$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

گزینه «۱»

با اضافه کردن دقت اندازه‌گیری و سیله‌های دیجیتالی رقم آخر سمت راست

را برابر یک فرض کرده و بقیه ارقام را صفر جاگذاری می‌کنیم:

$$A = 14/690 \text{ kg} \Rightarrow 0.001 \times 10^3 \text{ g} = 1 \text{ g}$$

$$B = 194/6 \times 10^{-4} \text{ Mg} \Rightarrow 0.1 \times 10^{-4} \times 10^6 = 10 \text{ g}$$

$$C = 14690 \text{ g} \Rightarrow 1 \text{ g}$$

$$D = 1/194600 \times 10^9 \mu\text{g} \Rightarrow 0.0001 \times 10^9 \mu\text{g}$$

$$= 10^{-5} \times 10^9 \times 10^{-6} = 0.01 \text{ g}$$

$$\Rightarrow 10 \text{ g} - 0.01 \text{ g} = 9.99 \text{ g}$$

(فیزیک - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

فیزیک ۱ و فیزیک ۲

گزینه «۲»

برای پاسخ کافی است یکای همه را یکسان کنیم تا گزینه‌ای که با سایر موارد یکی نیست، مشخص گردد:
بررسی گزینه‌ها:

$$2 \times 10^8 \mu\text{m}^2 = 2 \times 10^8 \mu\text{m}^2 \times \frac{10^{-12} \text{ m}^2}{1 \mu\text{m}^2} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

گزینه «۲»

$$2 \times 10^{-2} \text{ dam}^2 = 2 \times 10^{-2} \text{ dam}^2 \times \frac{10^4 \text{ m}^2}{1 \text{ dam}^2} = 2 \times 10^2 \text{ m}^2$$

گزینه «۳»

$$2 \times 10^5 \text{ mm}^2 = 2 \times 10^5 \text{ mm}^2 \times \frac{10^{-6} \text{ m}^2}{1 \text{ mm}^2} = 2 \times 10^{-1} \text{ m}^2$$

$$2 \times 10^{-10} \text{ km}^2 = 2 \times 10^{-10} \text{ km}^2 \times \frac{10^6 \text{ m}^2}{1 \text{ km}^2} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

(فیزیک - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

شیلا شیرزادی

گزینه «۳»

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 10^3 = 4000 \text{ cm}^3$$

$$= V_{\text{فلز}} + V_{\text{حفره}}$$

کره از حفره و فلز تشکیل شده است.

$$m_{\text{فلز}} + m_{\text{حفره}} = 4 \text{ kg} = 4000 \text{ g} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 4000 \text{ g} - m_{\text{حفره}}$$

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{4000}{8} = 500 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{حفره}} = 4000 - 500 = 3500 \text{ cm}^3$$



وقتی حفره با مایع پر شود، حجم مایع با حجم حفره برابر است. پس:

$$m_{\text{حفره}} = V_{\text{حفره}} \times \rho_{\text{مایع}} = 3500 \times 2 = 7000 \text{ g}$$

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{فلز}} + m_{\text{حفره}} = 7000 + 4000 = 11000 \text{ g} = 11 \text{ kg}$$

(فیزیک - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(علی برزکر)

گزینه «۱»

برای پیدا کردن دقت اندازه‌گیری و سیله‌های دیجیتالی رقم آخر سمت راست را برابر یک فرض کرده و بقیه ارقام را صفر جاگذاری می‌کنیم:

$$A = 14/690 \text{ kg} \Rightarrow 0.001 \times 10^3 \text{ g} = 1 \text{ g}$$

$$B = 194/6 \times 10^{-4} \text{ Mg} \Rightarrow 0.1 \times 10^{-4} \times 10^6 = 10 \text{ g}$$

$$C = 14690 \text{ g} \Rightarrow 1 \text{ g}$$

$$D = 1/194600 \times 10^9 \mu\text{g} \Rightarrow 0.0001 \times 10^9 \mu\text{g}$$

$$= 10^{-5} \times 10^9 \times 10^{-6} = 0.01 \text{ g}$$

$$\Rightarrow 10 \text{ g} - 0.01 \text{ g} = 9.99 \text{ g}$$

(فیزیک - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

$$W_f = mgh - \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

$$W_f = E_3 - E_2 = K_3 + U_3 - K_2 - U_2$$

$$W_f = \frac{1}{2}m(v-20)^2 - mgh \quad (2)$$

$$\frac{(1), (2)}{mgh - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v-20)^2 - mgh}$$

$$2gh = \frac{1}{2}(v-20)^2 + \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow 4gh = v^2 + 400 - 40v + v^2$$

$$2000 = 2v^2 - 40v + 400 \Rightarrow v^2 - 20v - 1000 = 0$$

$$(v-40)(v+20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v-40=0 \Rightarrow v=40 \\ v+20=0 \Rightarrow v=-20 \end{cases}$$

غرق

چون جهت حرکت اولیه به سمت بالاست، پس عدد منفی غیرقابل قبول است.
(فیزیک ا-کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۵۹- گزینه «۴» (مبتنی کلودیان)

با توجه به رابطه بین توان و بازده داریم:

$$\frac{P_{خروجی}}{P_{ورودی}} \times 100 = \frac{P_{خروجی}}{P_{بازده}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{P_{خروجی}}{600} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{خروجی} = 480W$$

از طرفی با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{motor} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow (mgh \cos 18^\circ) + W_{motor} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_{motor} = mgh + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_{خروجی} = \frac{W_{motor}}{t} = \frac{mgh + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{t}$$

بنابراین:

$$m = \rho V = (10)(2/2) = 2400 \text{ kg}, t = 15 \text{ min} = 900 \text{ s}$$

$$g = \frac{m}{s^2}, h = 16 \text{ m}, v_1 = 0, P_{خروجی} = 480W$$

$$480 = \frac{(2400)(10)(16) + 1200v_2^2}{900} \Rightarrow v_2^2 = 40 \rightarrow v_2 = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$$

(فیزیک ا-کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۶- گزینه «۳» (مجموع منظری)

اگر زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض کنیم، تغییر انرژی مکانیکی آن برابر اختلاف انرژی پتانسیل در نقطه رها شدن و انرژی جنبشی در لحظه برخورد به زمین است. یعنی:

$$E_2 - E_1 = W_f, \quad E_1 - E_2 = Q$$

$$mgh_1 - \frac{1}{2}mv_2^2 = mc\Delta\theta \xrightarrow{+m} gh_1 - \frac{1}{2}v^2 = c\Delta\theta$$

$$\Rightarrow 10 \times 100 - \frac{1}{2}(20)^2 = 400\Delta\theta \Rightarrow 800 = 400\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 2^\circ C$$

(فیزیک ا-کار، انرژی و توان- رما و گرما؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳ و ۷۸)

$$\Rightarrow 25 = 10 + x \Rightarrow x = 15 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta V_1 = A_1 \times x_1 = 15 \times 200 = 3000 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \Delta V_1 = 3L$$

(فیزیک ا- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه ۳۵)

۵۶- گزینه «۳» (مسام تاری)

موارد (الف)، (ب) و (ت) درست هستند.
علت نادرستی (ب): سطح آب در یک لوله موبین شیشه‌ای تمیز، به صورت فرورفته است.

علت نادرستی (ث): طبق اصل برنولی، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.
بررسی مورد (الف): می‌دانیم فشار یک جسم جامد بر سطح زیرین برابر $P = \frac{mg}{A}$ است که با ساده‌سازی رابطه برای یک مکعب مستطیل خواهیم داشت:

$$P = \frac{mg}{A} \quad \frac{m = \rho V}{V = Ah} \quad \rho gh \Rightarrow \frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{h_{max}}{h_{min}} = \frac{30}{10} = 3$$

(فیزیک ا- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۱، ۳۲، ۳۳ و ۴۴)

۵۷- گزینه «۲» (علیرضا بهاری)

با توجه به معادله پیوستگی می‌توان نوشت:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{\pi d_1^2}{4} \times v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} \times v_2$$

$$\frac{d_1 = 1/5 d_2}{v_1 = \frac{m}{s}} \rightarrow (1/5 d_2)^2 \times 4 = d_2^2 \times v_2$$

$$\Rightarrow 2/25 d_2^2 \times 4 = d_2^2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 9 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطه چگالی، جرم آب عبور کرده را به دست می‌آوریم:

$$m = \rho V \quad \frac{\rho = \frac{g}{cm^3}}{V = 2L = 2000 \text{ cm}^3} \rightarrow m = 1 \times 2000 = 2000 \text{ g} = 2 \text{ kg}$$

کار کل انجام شده، با استفاده از قضیه کار- انرژی جنبشی به دست می‌آید:

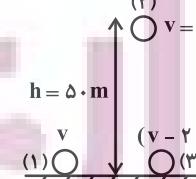
$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{m = 2 \text{ kg}}{v_2 = 9 \frac{m}{s}, v_1 = 4 \frac{m}{s}} \rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 2(9^2 - 4^2) = 81 - 16 = 65 \text{ J}$$

(فیزیک ا- ویژگی‌های فیزیکی مواد- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۴۵ و ۶۱)

۵۸- گزینه «۴» (شیلا شیرزادی)

چون اتفاق انرژی داریم و کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت یکسان است، پس:



(کار مقاومت هوا را در بالا رفتن و پایین آمدن W_f می‌گیریم، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را زمین فرض می‌کنیم.)

$$W_f = E_2 - E_1 = K_2 + U_2 - K_1 - U_1$$

و چون فرایند همدم است پس حاصل ضرب PV در نقاط A و C باید برابر باشد. پس داریم:

$$\begin{aligned} P_A V_A &= P_C V_C \\ P_B = P_C &= \frac{P_A}{4} \end{aligned} \Rightarrow P_A V_A = \frac{P_A}{4} V_C$$

$$\Rightarrow \frac{V_C}{V_B} = 4 \Rightarrow V_A > V_B \Rightarrow V_A > \frac{V_B}{4}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۳۵)

(زهره آقامحمدی) ۶۴

چون بازده ماشین A، ۲۳ درصد بیشتر از ماشین B است. داریم:

$$\eta_A = (1 + 0 / 23) \eta_B = 1 / 23 \eta_B \quad (1)$$

از طرفی با توجه به رابطه بازده می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_{خروجی}}{P_{ورودی}} \times 100 = \frac{\frac{W}{\Delta t}}{W} \times 100 \Rightarrow \eta = \frac{W}{P_{ورودی} \Delta t} \times 100 \\ \xrightarrow{(1)} \frac{W_A}{P_A \Delta t_A} \times 100 &= 1 / 23 \times \frac{W_B}{P_B \Delta t_B} \times 100 \\ W_A = W, \quad W_B = \frac{4}{3} W & \Rightarrow \frac{W}{\Delta t_A} = \frac{W}{\Delta t_B} = \frac{1 / 23 \times \frac{4}{3} W}{\Delta t_B} \\ \Delta t_A = 5 \text{ min}, \quad P_A = P_B & \Rightarrow \Delta t_B = 5 \times 1 / 23 \times \frac{4}{3} = 8 / 2 \text{ min} \Rightarrow \Delta t_B = 8 / 2 \times 60 = 492 \text{ s} \end{aligned}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه ۱۳۵)

(ممدر نهادنی مقدم) ۶۵

قانون دوم به بیان یخچالی یعنی بدون انجام کار گرما از منبع سرد به گرم نمی‌رسد.

$$\{W \neq 0$$

$$\{|Q_H| \neq |Q_L|$$

که مورد (ب) این قانون را نقض می‌کند.

قانون دوم به بیان ماشین گرمایی یعنی کل گرمایی دریافت شده به کار تبدیل نمی‌شود که مورد (ت) این قانون را نقض می‌کند.

$$\{Q_H \neq W$$

$$\{|Q_L| \neq 0$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۳۷)

(فرار رسول) ۶۶

می‌دانیم در اثر تماس دو گره مشابه بار نهایی هر یک برابر با نصف جمع جبری بارهای اولیه‌شان خواهد بود. ابتدا تماس B و C را بررسی می‌کنیم:

$$C \text{ و } B \text{ تماس: } q'_B = q'_C = \frac{q_B + q_C}{2} = \frac{3}{4} q_C$$

$$\Rightarrow \frac{q_B}{2} + \frac{q_C}{2} = \frac{3}{4} q_C \Rightarrow \frac{q_B}{2} = \frac{1}{4} q_C$$

$$\Rightarrow q_C = 2q_B \text{ یا } q_B = \frac{q_C}{2}$$

حالا تماس C و A را بررسی می‌کنیم.

$$C \text{ و } A \text{ تماس: } q''_C = q''_A = \frac{q_A + q'_C}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} q_C$$

(مبتنی نکونیان)

ابتدا تغییر حجم مایع و ظرف را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = 3\alpha V \Delta \theta = (3\alpha)(2 \times 10^{-3})(60) = 36 \times 10^{-4} \alpha \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = \beta V \Delta \theta = (6 \times 10^{-3})(\frac{1}{10} \times 2 \times 10^{-3})(60) = 576 \text{ cm}^3$$

با توجه به این که 32 cm^3 مایع سریز شده است، می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \Delta V_{\text{مایع}} + \Delta V_{\text{ظرف}}$$

$$\Rightarrow 576 = (36 \times 10^{-4} \alpha) + (\frac{2}{10} \times 2 \times 10^{-3}) + 32$$

$$\Rightarrow 576 = 36 \times 10^{-4} \alpha + 432 \Rightarrow 144 = 36 \times 10^{-4} \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 4 \times 10^{-4} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

(فیزیک ۱- دما و گرمایی: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

(مهران اسماعیلی) ۶۲

ابتدا برای تعیین نسبت جرم آب و یخ، گرمایی که آب از دست می‌دهد را برابر گرمایی قرار می‌دهیم که یخ برای ذوب کامل نیاز دارد.

$$Q_{آب} = Q_{یخ} \Rightarrow m_1 c \Delta \theta = m_2 L_F$$

$$\Rightarrow m_1 \times 4200 \times 40 = m_2 \times 336000 \Rightarrow m_1 = 2m_2$$

در این حالت، دمای آب 40°C کاهش یافته به 15°C رسیده و یخ تبدیل

به آب صفر درجه شده است. حال می‌توان دمای تعادل آب 15°C و 0°C را محاسبه کرد.

$$\theta_T = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2} \xrightarrow{m_2 = \frac{m_1}{2}} \theta_T = \frac{m_1 \times 15 + m_2 \times 0}{m_1 + \frac{m_1}{2}} = \frac{15m_1}{\frac{3}{2}m_1} \Rightarrow \theta_T = 10^{\circ}\text{C}$$

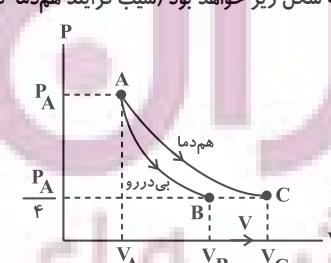
(فیزیک ۱- دما و گرمایی: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

(فرار رسول) ۶۳

در فرایند انبساط بی‌دررور دمای گاز همواره کاهش و در فرایند تراکم بی‌دررور دمای گاز همواره افزایش می‌یابد. بنابراین در فرایند A → B دمای کاهش

خواهد یافت. اگر گاز در یک فرایند همدم از نقطه A به فشار $\frac{P_A}{4}$ برسد

(نقطه C) نمودار به شکل زیر خواهد بود (شبی فرایند همدم کمتر است).



«۶۹- گزینه ۲»

(ممکن‌گاظم منشاء‌ای) از آنجایی که جسم پایین می‌آید، نیروی وزن هم به آن وارد می‌شود.

$$\Delta U = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$= 20 \times 10^{-3} \times 10 \times 5 \times 10^{-2} + \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times 1^2$$

$$= 0.1 + 0.1 = 0.2 \text{ J}$$

$$\Delta U = |q| Ed \cos \theta \Rightarrow 40 \times 10^{-6} \times E \times 5 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow E = 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \Delta V = E \times d = 10^4 \times 9 \times 10^{-2} = 900 \text{ V}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{2/2 \times 10^{-9}}{900} = \frac{2200 \times 10^{-12}}{900} = 3 \times 10^{-12} \text{ F}$$

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{\kappa=1} \text{هوا} = 9 \times 10^{-12} \times \frac{A}{9 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow A = 3 \times 10^{-2} \text{ m}^2 = \pi r^2 \xrightarrow{\pi=3} r^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow r = 10^{-1} \text{ m}$$

$$D = 2 \times 10^{-1} \text{ m} = 0.2 \text{ m}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳۶، ۲۲ و ۲۶)

«۷۰- گزینه ۳»

(ممکن منهوری) نسبت به ظرفیت قل از تغییرات برابر است با:

$$\frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \times \frac{A'}{A} \times \frac{d}{d'} = 4 \times 1 \times \frac{d}{2d} = 2$$

چون خازن از باتری جدا است، بار خازن ثابت است.

$$\frac{U'}{U} = \frac{\frac{q^2}{2C'}}{\frac{q^2}{2C}} = \frac{C}{C'} = \frac{1}{2}$$

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{V'}{V} \times \frac{d}{d'} = \frac{\frac{q}{C'}}{\frac{q}{C}} \times \frac{d}{d'} = \frac{C}{C'} \times \frac{d}{d'} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۰)

«۷۱- گزینه ۴»

(مهران اسماعیلی) با توجه به نمودار و با استفاده از قانون اهم داریم:

$$I_1 = I_2 \xrightarrow{I = \frac{V}{R}} \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow \frac{4}{R_1} = \frac{64}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{64}{4} = 16$$

چون حجم سیم تغییر نکرده، می‌توان نوشت:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{\frac{L_2}{L_1} = \frac{A_1}{A_2}} \frac{R_2}{R_1} = \frac{A_1}{A_2} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_A}{2} + \frac{3}{4} q_C = \frac{1}{2} q_C \Rightarrow \frac{q_A}{2} + \frac{3}{8} q_C = \frac{1}{2} q_C$$

$$\Rightarrow \frac{q_A}{2} = \frac{1}{8} q_C \Rightarrow q_C = 4q_A \quad \text{یا} \quad q_A = \frac{q_C}{4}$$

$$\frac{q_B}{q_A} = \frac{\frac{1}{2} q_C}{\frac{1}{4} q_C} = 2$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۰)

«۶۷- گزینه ۴»

برای آن که هر سه بار در حال تعادل باشند (برایند نیروهای وارد بر یک از بارها برابر صفر باشد) باید q_1 و q_3 همنام و q_2 مختلف العلامه با آنها باشد. بنابراین بار q_3 باید منفی باشد.

قدم اول: با فرض این که برایند نیروهای وارد بر q_3 برابر صفر است می‌توان نسبت فاصله‌ها را تعیین کرد.

$$\begin{array}{ccccccc} q_1 & & q_2 & & & F_{23} & q_3 \\ \ominus & & + & & & \leftarrow & \ominus \\ a & & b & & & & \rightarrow \end{array} \quad F_{13} \quad F_{12} \quad q_1 \quad q_3 \quad F_{13}$$

$$F_{23} = F_{13} \Rightarrow k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = k \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow \frac{1}{b^2} = \frac{16}{(a+b)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{4}{a+b} \Rightarrow a+b = 4b \Rightarrow a = 3b$$

قدم دوم: حال با داشتن نسبت فاصله‌ها، با فرض این که برایند نیروهای وارد بر بار q_2 برابر صفر است، می‌توان بار q_3 را تعیین کرد.

$$\begin{array}{ccccccc} q_1 & & q_2 & & & F_{12} & q_3 \\ \ominus & & + & & & \leftarrow & \ominus \\ a & & b & & & & \rightarrow \end{array}$$

$$F_{12} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{|q_1||q_3|}{r_{23}^2}$$

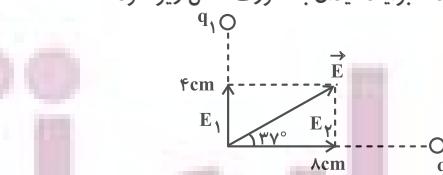
$$\Rightarrow \frac{16}{a^2} = \frac{|q_3|}{b^2} \Rightarrow \frac{16}{(3b)^2} = \frac{|q_3|}{b^2}$$

$$|q_3| = \frac{16}{9} \mu C \Rightarrow q_3 = -\frac{16}{9} \mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

«۶۸- گزینه ۲»

(امیر احمد میرسعید) باید بار q_2 منفی باشد تا برایند میدان به صورت شکل زیر شود.



$$\cos^2 37^\circ + \sin^2 37^\circ = 1 \Rightarrow \cos 37^\circ = 0.8$$

$$\tan 37^\circ = \frac{E_1}{E_2} \Rightarrow \frac{0.6}{0.8} = \frac{k \frac{|q_1|}{4 \times 4}}{k \frac{|q_2|}{8 \times 8}}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{64 \times 1/4}{16 |q_2|} \Rightarrow |q_2| = 8 \mu C \Rightarrow q_2 = -8 \mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

با توجه به نمودار داده شده داریم:

$$\frac{\varepsilon}{2r} = 2, \quad \frac{\varepsilon}{4r} = 24$$

$$\frac{\varepsilon - 4r}{\varepsilon} = 24 \Rightarrow \varepsilon = 24V \Rightarrow r = 6\Omega$$

اگر مقاومت $R = 10\Omega$ باشد داریم:

$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I = \frac{24}{10+6} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}A$$

$$P = -rI^2 + \varepsilon I = (-6 \times \frac{9}{4}) + (24 \times \frac{3}{2})$$

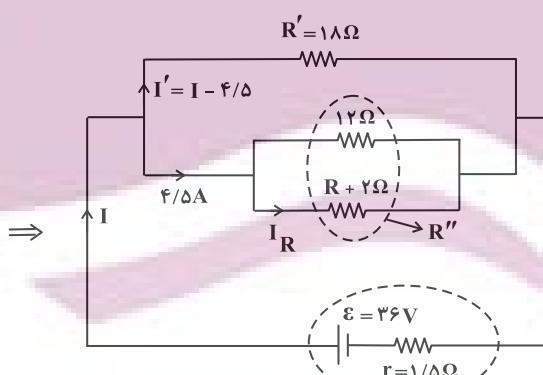
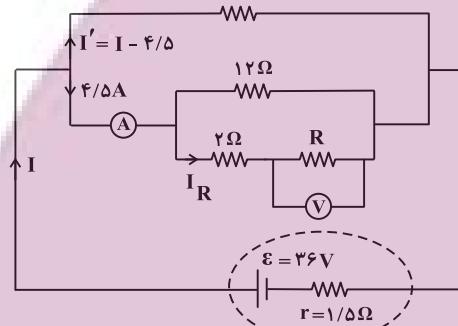
$$= -\frac{54}{2} + \frac{72}{2} = \frac{45}{2} \Rightarrow P = 22.5W$$

(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۹)

(مبینی کلوپیان)

-۷۴ گزینه «۳»

ابتدا شکل ساده شده‌ای از مدار الکتریکی را رسم می‌کنیم:



اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۸ اهمی، برابر با اختلاف پتانسیل دو سر مولد است، بنابراین:

$$\left\{ \begin{array}{l} V = \varepsilon - rI \quad \text{دو سر مولد} \\ V' = R'I' \quad \text{دو سر مولد} \end{array} \right. \Rightarrow \varepsilon - rI = R'I'$$

$$\Rightarrow 36 - 1/5I = 18(I - 4/5) \Rightarrow I = 6A; \quad I' = 1/5A$$

وقتی دو مقاومت به طور موازی به هم وصل شوند، نسبت شدت جریان آنها برابر نسبت وارون مقاومت آنها است. پس:

$$R'' = \frac{1/5}{4/5} R' = \frac{1}{3} R' = 6\Omega \Rightarrow 6 = \frac{12(R+2)}{14+R} \Rightarrow R = 10\Omega$$

بنابراین جریان شاخه شامل مقاومت $(R)(I_R)$ برابر با $2/25A$ است. پس:

$$V_R = RI_R = (10)(2/25) = 22/5V$$

(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۷)

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{(A_1)^2}{(A_2)^2} \xrightarrow{A = \frac{\pi D^2}{4}} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\frac{R_2}{R_1} = 16} 16 = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{D_1}{D_2} = 2 \Rightarrow D_2 = \frac{1}{2}D_1$$

(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۷)

-۷۲ گزینه «۳»

در ابتدا باید دقت داشت که چون مولد آرمانی است پس $V = \varepsilon$ و ولتاژ دو سر مولد در هر دو حالت مقداری ثابت است. از طرفی ولتاژ دو سر مجموعه لامپ‌ها با ولتاژ دو سر مولد برابر است. پس طبق رابطه $P_t = \frac{V_t^2}{R_{eq}}$ می‌توان گفت $\frac{1}{P_t} \propto \frac{1}{R_{eq}}$. حال فرض می‌کنیم اندازه مقاومت هر لامپ باشد. پس:

در حالت کلید باز: در حالت کلید بسته:

$$\left\{ \begin{array}{l} R' = 2R \quad \text{شاخصه بالا} \\ R'' = 3R \quad \text{شاخصه پایین} \end{array} \right. \Rightarrow R_{eq} = \frac{2R \times 3R}{2R + 3R} = \frac{6}{5}R = 1.2R \quad (1)$$

در حالت بسته بودن کلید، لامپ پایین سمت راست، اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. پس: در حالت کلید بسته:

$$\left\{ \begin{array}{l} R' = 2R \quad \text{شاخصه بالا} \\ R'' = 2R \quad \text{شاخصه پایین} \end{array} \right. \Rightarrow R_{eq} = \frac{2R \times 2R}{2R + 2R} = R \quad (2)$$

با مقایسه روابط (۱) و (۲) مشاهده می‌شود که مقاومت معادل با بسته شدن کلید کاهش می‌باید، پس طبق رابطه $(*)$ ، توان کل افزایش می‌باید. پس: $P_{2t} + 50$ باز بودن P_{1t} بسته بودن

$$(*) \Rightarrow \frac{P_{2t}}{P_{1t}} = \frac{R_{eq1}}{R_{eq2}} \Rightarrow \frac{P_{2t}}{P_{1t}} = \frac{1/2R}{R} = 1/2 = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow P_{1t} = \frac{5}{6}P_{2t} \Rightarrow P_{2t} = \frac{6}{5}P_{1t} + 50$$

$$\Rightarrow (1 - \frac{5}{6})P_{2t} = 50 \Rightarrow P_{2t} = 200W$$

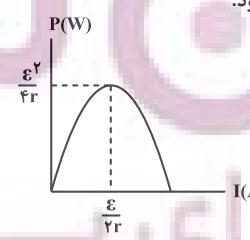
(فیزیک ۲- هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۷)

-۷۳ گزینه «۲»

رابطه توان خروجی مولد بر حسب جریان گذرنده از آن به شکل زیر است:

$$P = -rI^2 + \varepsilon I$$

بنابراین نمودار آن به شکل سه‌می زیر خواهد بود.



(مبینی کلوبیان)

گزینه «۴» - ۷۸

با توجه به رابطه تغییر شار مغناطیسی داریم:

$$\Delta\Phi = BA(\Delta \cos \theta) = BA(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

$$\begin{aligned} B &= ۳ \times ۱۰^{-۲} T ; A = ۶ \times ۱۰^{-۳} m^2 \\ \theta_1 &= ۳۷^\circ ; \cos \theta_1 = ۰/۸ \\ \theta_2 &= ۵۳^\circ ; \cos \theta_2 = ۰/۶ \end{aligned}$$

$$\Delta\Phi = (۳ \times ۱۰^{-۲})(6 \times ۱۰^{-۳})(0/6 - 0/8) = -۳۶ \times ۱۰^{-۵} Wb$$

از طرفی با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده می‌توان نوشت:

$$|\bar{I}| = \frac{|\bar{\epsilon}|}{R} = \frac{N}{R} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned} N &= ۱ ; \Delta\Phi = -۳۶ \times ۱۰^{-۵} Wb \\ R &= ۱ \Omega ; \Delta t = ۲ ms = ۲ \times ۱۰^{-۴} s \end{aligned}$$

$$|\bar{I}| = \frac{۳۶ \times ۱۰^{-۵}}{۲ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۸ \times ۱۰^{-۳} A = ۱۸ mA$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و بیران متناسب؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

(کامران ابراهیمی)

گزینه «۱» - ۷۹

با توجه به رابطه $\frac{1}{2}LI^2$ برای انرژی ذخیره شده در القاگر داریم:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times ۰/۰۲ I^2 \Rightarrow U = ۰/۰۱ I^2$$

$$\Rightarrow U_{min} = ۰/۰۱ I_{min}^2 \quad (۱)$$

$$I = t^2 - ۸t + ۲۰ = (t - ۴)^2 + ۴ \xrightarrow[I=I_{min}]{} I_{min} = ۴ A \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} U_{min} = ۰/۰۱ \times (4)^2 = ۰/۱۶ J \Rightarrow U_{min} = ۱۶ (mJ)$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و بیران متناسب؛ صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

(مفهومه شریعت‌نامه‌ی)

گزینه «۱» - ۸۰

با توجه به نمودار ابتدا دوره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta T}{4} = \frac{۱}{۳۲۰} \Rightarrow T = \frac{۱}{۴۰۰} s$$

در گام بعدی معادله جریان متناسب را نوشته و جریان را در لحظه خواسته شده به دست می‌آوریم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = ۲\sqrt{2} \sin \left(\frac{2\pi}{1} \times \frac{۱}{۳۲۰} \right)$$

$$\Rightarrow I = ۲\sqrt{2} \sin \left(2\pi \times \frac{۱}{۳۲۰} \right) = ۲\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = ۲\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = ۲A$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و بیران متناسب؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)

(غلامرضا مصی)

گزینه «۴» - ۷۵

در صورتی که پتانسیومتر از پایه‌های B و A به مدار وصل شود، مقاومت متغیر را خواهیم داشت. ولی در مدار داده شده مقاومت متغیر نیست و حرکت لغزنه تاثیری روی مقاومت ندارد.

(فیزیک ۲ - بیران الکتریکی و مدارهای بیران مستقیم؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

(فراز رسولی)

گزینه «۱» - ۷۶

در ابتدا بار ذره گذرنده از درون سیم‌لوله را محاسبه می‌کنیم:

$$q = +ne \Rightarrow q = ۲ \times ۱ / ۶ \times ۱۰^{-۱۹} C = ۳ / ۲ \times ۱۰^{-۱۹} C$$

حالا میدان حاصل از سیم‌لوله درون آن را محاسبه می‌کنیم:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} \xrightarrow[1]{1000 \times \frac{1}{\pi}} B = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} \frac{1000 \times ۱}{\pi} = ۴ \times ۱۰^{-۲} T$$

در نهایت با استفاده از رابطه $F = |q| v B \sin \alpha$ ، نیروی وارد بر ذره را محاسبه می‌کنیم:

$$F = |q| v B \sin \alpha \Rightarrow F = ۳ / ۲ \times ۱۰^{-۱۹} \times ۵ \times ۱۰^{۱۰} \times ۴ \times ۱۰^{-۳} \times ۱$$

$$= ۶ / ۴ \times ۱۰^{-۱۰} N$$

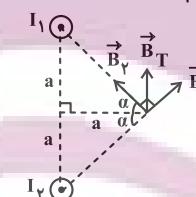
(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۰، ۹۱ و ۱۰۰)

(مبینی کلوبیان)

گزینه «۳» - ۷۷

میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست حامل جریان، در هر نقطه عمود بر خط واصل بین آن نقطه و سیم است. بنابراین با استفاده از قاعده دست راست، جهت

میدان مغناطیسی برایند دو سیم را مطابق شکل زیر به دست می‌آوریم:

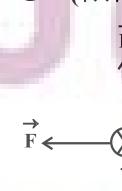


$$\tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = 4G = 4 \times 10^{-4} T$$

طبق قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر سیم متفق به طرف چپ است و اندازه نیروی وارد بر آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F = |q| v B_T \sin \theta \xrightarrow[B_T = 4 \times 10^{-4} T ; \theta = 90^\circ]{|q| = 2 \times 10^{-9} C ; v = 10^4 \frac{m}{s}} F = (2 \times 10^{-9})(10^4)(4 \times 10^{-4})(1) = 8 \times 10^{-9} N$$



(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۰، ۹۱ و ۹۵)

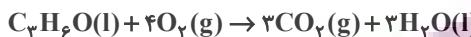


در نتیجه اختلاف حجم این دو گاز در مخلوط اولیه برابر خواهد بود با:
 $56L - 11L = 44L$

(شیمی ا- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۶، ۵۷ و ۶۲ تا ۶۴)

گزینه «۸۵» (سعید تیزرو)

مطابق واکنش‌های زیر مجموع ضرایب H_2O در واکنش سوختن کامل اتانول و استون برابر ۶ می‌باشد:



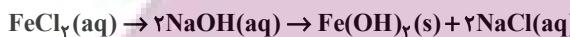
با توجه به واکنش‌های موازن شده زیر، مجموع ضرایب گونه‌های حاضر در هیچ کدام از واکنش‌ها بزرگ‌تر از ۶ نمی‌باشد:



= ۶ مجموع ضرایب :



= ۶ مجموع ضرایب :



= ۶ مجموع ضرایب :



= ۵ مجموع ضرایب :

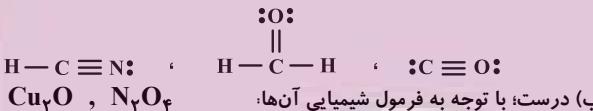
(شیمی ا- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(ممدر عظیمیان زواره)

گزینه «۸۶»

بررسی موارد:

آ درست



:O:

||

:

بررسی موارد:

آ درست

ب) درست؛ با توجه به فرمول شیمیایی آنها:
 Cu_2O ، N_2O_4

پ) درست



ت) نادرست؛ این مجموع برابر ۱۶ می‌باشد.



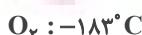
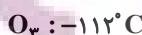
ث) نادرست؛ بوکسیت Al_2O_3 ناخالص است.

(شیمی ا- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

(امیرحسین طیب)

گزینه «۸۷»

جرم یک لیتر از آن مناسب چگالی است و می‌دانیم که اوزون به دلیل تعداد اتم بیشتر، جرم مولی بیشتر و چگالی بیشتری دارد.
 دمای جوش اوزون از اکسیژن بیشتر است.



فقط مورد اول برای اوزون کمتر از اکسیژن است. چون $64g$ اوزون حاوی مول‌های کمتری از اوزون است. آسیب‌رسانی اوزون به ریه انسان به خاطر واکنش پذیری بیشتر آن است.

شیمی ۱ و شیمی ۲

گزینه «۸۱»

زیرلایه‌های با $n+1=5$ و $n+1=4$ در به ترتیب زیرلایه‌های $5s$ ، $3d$ ، $4s$ و $3p$ هستند.

اگر در یون X^{2+} تعداد الکترون‌ها در $n+1=5$ دو برابر تعداد الکترون‌ها در $n+1=4$ باشد، آرایش الکترونی آن به صورت زیر است:



پس X ، عنصر Sr است و عبارت صورت سوال درست است. حصلت فلزی Sr از Rb کمتر است.
 (شیمی ا- کیوان زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۴)

گزینه «۸۲»

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست

عبارت دوم: درست

عبارت سوم: درست؛ در ایزوتوپ‌های یک عنصر، جرم اتمی میانگین به جرم اتمی ایزوتوپ فراوان‌تر نزدیک‌تر است.

عبارت چهارم: نادرست؛ با استفاده از مقیاس amu جرم اتم‌های پرتوزا (ناپایدار) را نیز می‌توان اندازه‌گیری کرد.

(شیمی ا- کیوان زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

گزینه «۸۳»

عدد اتمی X برابر ۴۳ و عدد اتمی Y برابر ۲۵ است. بر این اساس داریم:

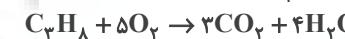
• اختلاف عدد اتمی آنها برابر ۱۸ است. (عدد اتمی آرگون ۱۸ می‌باشد.)

• عنصر X پایدار نیست و در زمرة عناصر ساختگی قرار دارد.
 • دو عنصر متفاوت طیف نشری خطی متفاوت دارند.

• در Y هفت الکtron ظرفیت داریم، پس ۲۸ درصد کل الکترون‌های آن جزو الکترون‌های ظرفیت هستند.
 (شیمی ا- کیوان زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

گزینه «۸۴»

سوختن کامل پروپان طبق معادله زیر انجام می‌شود:



مطابق با این معادله، یک مول پروپان (به جرم ۴۴ گرم) با ۵ مول اکسیژن (با جرم ۱۶۰ گرم) به طور کامل با یکدیگر واکنش می‌دهند. جرم مخلوط اولیه برابر است با:

به این ترتیب حجم هر یک از این گازها در مخلوط اولیه عبارت است از:

$$\frac{44g\ C_3H_8}{102g} \times \frac{1mol\ C_3H_8}{44g\ C_3H_8} \times \frac{1mol\ O_2}{204g\ C_3H_8} = 11/2L\ C_3H_8$$

$$\times \frac{22/4L\ C_3H_8}{1mol\ C_3H_8} = 11/2L\ C_3H_8$$

$$\times \frac{160g\ O_2}{102g\ C_3H_8} \times \frac{1mol\ O_2}{32g\ O_2} = 56L\ O_2$$

$$\times \frac{22/4L\ O_2}{1mol\ O_2} = 56L\ O_2$$



Y متعلق به گروه ۱۶ و دوره سوم است در نتیجه عنصر Y همان S است.

$$[\ddot{X} = \ddot{X}]^- \Rightarrow X^- = \ddot{X}^- \Rightarrow 3X + 1 = 16 \Rightarrow X = 5$$

عنصر X متعلق به گروه ۱۵ و دوره دوم است در نتیجه عنصر X همان N است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) گاز NO_۲ درون هوا و در حضور نور خورشید اوزون تروپوسفری را ایجاد می‌کند.

(۳) سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز داشته باشد.

(۴) گاز SO_۳ می‌تواند باعث ایجاد باران اسیدی شود اما باید دقت داشته باشید که گاز حاصل از فعالیت‌های صنعتی SO_۲ است نه SO_۳.

(شیمی ا- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۶، ۵۵، ۷۰، ۶۲ و ۷۵ تا ۷۶)

(سعید تیزرو)

۹۱- گزینه «۴»

مولکول‌های H_۲O و HF به ترتیب تا نقطه جوش ۱۰۰ و ۱۹ درجه سانتی گراد، تنها ترکیب‌های دارای نقطه جوش ثابت در بین ترکیب‌های هیدروژن دار گروه‌های ۱۴ تا ۱۷ جدول دوره‌های هستند.

تمامی عبارت‌ها درست می‌باشند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: مولکول‌های H_۲S و H_۲O مدل فضایپرکن و ساختار لوئیس یکسانی داشته و هر دو به دلیل قطبی بودن در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند. در حالی که H_۲S در دمای اتاق به حالت گاز و H_۲O به حالت مایع است.

عبارت‌های دوم و سوم: مطابق متن صفحات ۱۰۵ و ۱۰۷ کتاب درسی درست می‌باشند.

عبارت چهارم: مطابق اعداد گزارش شده در کتاب درسی نقطه جوش ترکیب‌های آب، آتانول و استون به ترتیب برابر ۱۰۰، ۷۸ و ۵۶ درجه سانتی گراد می‌باشد، پس اختلاف نقطه جوش این ترکیب‌ها یکسان و برابر ۲۲ درجه سانتی گراد است.

عبارت پنجم: انحراف ترکیب X به سمت میله شیشه‌ای باردار نشان‌دهنده قطبی بودن آن است. تمامی ترکیب‌های هیدروژن دار گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ جدول دوره‌های نیز قطبی بوده و همانند مولکول X در میدان جهت‌گیری می‌کنند.

(شیمی ا- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

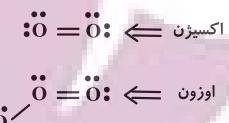
۹۲- گزینه «۳»

ابتدا از روی مولاریته و حجم محلول، کل مول یون‌های نیترات را به دست می‌آوریم:

$$C_M = \frac{n(\text{mol})}{V(L)} \Rightarrow ۰/۲ = \frac{x \text{ mol } NO_3^-}{۳L}$$

$$\Rightarrow x = ۰/۶$$

در ادامه فرض می‌کنیم X مول از یون نیترات توسط منیزیم نیترات و ۶/۰ مول نیز توسط آمونیم نیترات تأمین شده است. سپس از روی مول یون نیترات به جرم منیزیم نیترات و آمونیم نیترات رسیده و مجموع جرم این دو ماده را برابر با ۴۵/۶ گرم قرار می‌دهیم تا X به دست آید:



اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در اوزون برابر ۳ و در اکسیژن برابر ۲ است.

اوزون واکنش پذیری بیشتری از اکسیژن دارد و برخلاف اکسیژن به ریه انسان آسیب می‌رساند.

میزان نیروی وارد شده به دیواره ظرف معادل فشار گاز است. اگر دو نمونه با جرم برابر از این دو گاز داشته باشیم نمونه اکسیژن مول‌های بیشتری داشته و در نتیجه فشار بیشتری به دیواره ظرف وارد می‌کند.

(شیمی ا- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۹)

۸۸- گزینه «۳»

H_۲ حتی در حضور جرقه هم واکنش نشان نمی‌دهد، برای انجام این واکنش دمای ۴۵۰°C و فشار ۲۰۰ atm و کاتالیزگر آهن نیاز است.

گزینه «۱»: O_۲ و H_۲ در حضور جرقه یا کاتالیزگر بلاتین، آب تولید می‌کنند.

گزینه «۲»: O_۲ و N_۲ در موتور خودروها یا رعد و برق که دما خیلی بالاست واکنش می‌دهد.

گزینه «۴»: NO_۲ و O_۳ در حضور نور خورشید واکنش داده و O_۳ تروپوسفری تولید می‌کنند.

(شیمی ا- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۵، ۷۶، ۸۱ و ۸۲)

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

۸۹- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

به کمک فرمول مقایسه‌ای زیر می‌توان سؤال را حل کرد.

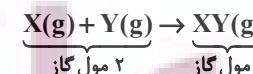
$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1 \times n_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2 \times n_2}$$

با توجه به این که محفظه دربسته است می‌توان نتیجه گرفت V_۱ = V_۲.

همچنین طبق اطلاعات سؤال فشار نیز ثابت است پس P_۲ = P_۱. در نتیجه با جای‌گذاری سایر اطلاعات در فرمول بالا داریم:

$$T_1 \times n_1 = T_2 \times n_2 \Rightarrow T \times n_2 = ۲T \times n_1 \Rightarrow n_2 = \frac{1}{2} n_1$$

به عبارتی با توجه به محاسبات انجام شده، پس از انجام واکنش مول مواد گازی باید نصف مقدار اولیه شود. یعنی باید واکنش را انتخاب کنیم که مجموع ضرایب مواد گازی در سمت راست معادله، نصف مجموع ضرایب مواد در سمت چپ معادله باشد یعنی گزینه «۲».

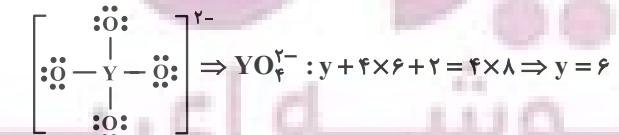


(شیمی ا- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

(امیرحسین طیبی)

۹۰- گزینه «۲»

اگر تعداد الکترون‌های ظرفیت Y و X را به ترتیب y و x فرض کنیم:



رسوب 40 g

درصد این مقدار رسوب با توجه به مقدار نمک اولیه حل شده برابر است با:

$$\frac{\text{جرم رسوب}}{\text{جرم نمک حل شده}} = \frac{40}{90} \times 100 = \frac{4}{9} \times 100 = 44\%$$

درصد جرمی نمک باقیمانده در محلول پایانی نیز به صورت زیر قابل محاسبه است:

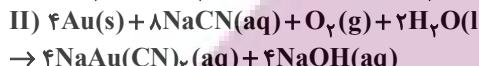
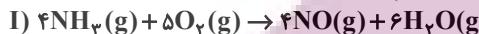
$$\frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} = \frac{50}{150} \times 100 = 33\%$$

(شیمی - آب، آهنج زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

(ادسان پنجه‌شاهن)

گزینه «۳»

واکنش‌ها را موازنی کنید:



بررسی سایر گزینه‌ها.

۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی در واکنش (I) برابر ۱۹ و

مجموع ضرایب استوکیومتری مواد محلول در واکنش (II) برابر ۱۶ است.

۲) فلز Fe به عنوان کاتالیزگر در تولید NH_3 در فرایند هابر به کار می‌رود.۳) مخلوطی از O_2 و N_2 (نه NH_3) می‌تواند به جای هوا برای پر کردن تایر خودرو به کار رود.

(شیمی - آب، آهنج زندگی؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

(روزبه رضوانی)

گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ این جمله در مورد فلزات درست است، نه همه عنصرها

۲) نادرست؛ این مورد برای هالوژن‌ها درست است، هالیدها آنیون‌های حاصل از دریافت یک الکترون توسط هالوژن‌ها هستند.

۳) نادرست؛ دقیقاً بر عکس است.

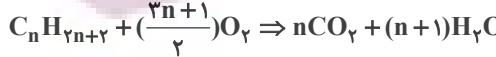
(شیمی - ۲ - قدر هدایای زمینی را برآورده؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

(محمد زین)

گزینه «۲»

بررسی موارد:

موردن اول: نادرست؛



با توجه به معادله موازن شده واکنش سوختن آلkan‌ها، به ازای سوخت یک

مول آلkan، مول آب تولید شده ($n+1$) یک واحد بیشتر از مول کربن

دی‌اکسید تولید شده (n) است، برای مثال اگر دو مول آلkan بسوزد، مول

آب تولید شده ($2n+2$) و مول کربن دی‌اکسید تولید شده ($2n$) خواهد

بود و تفاوت مول آن‌ها دو واحد می‌شود.

نکته: به ازای سوختن کامل X مول آلkan، مول آب تولید شده، X واحد

بیشتر از مول کربن دی‌اکسید تولید شده خواهد بود.

موردن دوم: درست؛ در آلkan‌ها با افزایش جرم مولی، درصد جرمی C افزایش و درصد جرمی H کاهش می‌یابد.

موردن سوم: درست؛ در آلkan‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، تفاوت نقطه جوش دو آلkan متواتی کاهش می‌یابد.

موردن چهارم: نادرست؛ آلkan‌ها، هیدروکربن سیرشده هستند نه کربوهیدرات.

(شیمی - ۲ - قدر هدایای زمینی را برآورده؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)



$$? \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2 = x \text{ mol NO}_3^- \times \frac{1 \text{ mol Mg}(\text{NO}_3)_2}{2 \text{ mol NO}_3^-}$$

$$\times \frac{148 \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2}{1 \text{ mol Mg}(\text{NO}_3)_2} = 74 \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2$$



$$? \text{ g NH}_4\text{NO}_3 = (0.6 - x) \text{ mol NO}_3^- \times \frac{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3}{1 \text{ mol NO}_3^-}$$

$$\times \frac{80 \text{ g NH}_4\text{NO}_3}{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3} = (48 - 80x) \text{ g NH}_4\text{NO}_3$$

$$(74x) \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2 + (48 - 80x) \text{ g NH}_4\text{NO}_3 = 45 / 6$$

$$\Rightarrow x = 0.4 \text{ mol}$$

حال با جای گذاری X در مقادیر به دست آمده در محاسبات قبلی، گرم آمونیم نیترات و منیزیم نیترات را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{g Mg}(\text{NO}_3)_2 = 74x = 74 \times 0.4 = 29.6 \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2$$

$$\text{g NH}_4\text{NO}_3 = 48 - 80x = 48 - (80 \times 0.4) = 16 \text{ g NH}_4\text{NO}_3$$

در نهایت نسبت جرم منیزیم نیترات به آمونیم نیترات را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{g Mg}(\text{NO}_3)_2}{\text{g NH}_4\text{NO}_3} = \frac{74 \times 0.4}{16} = \frac{74}{40} = \frac{37}{20} = \frac{18/5}{10} = 1.85$$

(شیمی - آب، آهنج زندگی؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

گزینه «۳»

-

$$\text{Mg}^{2+} : \text{درصد جرمی} \frac{9/5 \text{ g}}{10^6 \text{ g}} \Rightarrow \frac{9/5}{95} = 0.1 \text{ mol MgCl}_2$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Mg}}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{24 \text{ g Mg}}{1 \text{ mol Mg}} = 2/4 \text{ g}$$

$$\text{Mg}^{2+} : \text{درصد جرمی} \frac{2/4 \text{ g}}{10^6 \text{ g}} \times 100 = 2/4 \times 10^{-4} \%$$

$$\text{Cl}^- : \text{درصد جرمی} \frac{9/5}{95} = 0.1 \text{ mol MgCl}_2$$

$$\times \frac{2 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{35/5 \text{ g}}{1 \text{ mol Cl}^-} = 7/1 \text{ g Cl}^-$$

$$\text{Cl}^- : \text{درصد جرمی} \frac{7/1 \text{ g Cl}^-}{10^6 \text{ g}} \times 100 = 7/1 \times 10^{-4} \%$$

(شیمی - آب، آهنج زندگی؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۷)

گزینه «۳»

-

(ممدرضا پریاورد)

اگر فرض کنیم ۱۰۰ گرم آب خالص داریم، جرم محلول‌های سیرشده نمک

AB درد مای ذکر شده برابر است با:

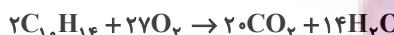
$$\text{ محلول سیرشده AB} = 190 \text{ g} + 90 \text{ g} = 280 \text{ g} : \text{در دمای} 80^\circ\text{C}$$

$$\text{ محلول سیرشده AB} = 150 \text{ g} + 50 \text{ g} = 200 \text{ g} : \text{در دمای} 30^\circ\text{C}$$

بنابراین رسوب حاصل بر اثر سرد کردن چنین محلولی از دمای C تا

۳۰°C برابر خواهد بود با:

مورد سوم: واکنش سوختن کامل این ترکیب به صورت زیر است:



$$\therefore 1\text{ mol } C_{10}H_{14} \times \frac{75}{100} \times \frac{22 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } C_{10}H_{14}} \times \frac{22/4 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 22/68 \text{ L } O_2$$

مورد چهارم: ساختار حاوی ۶ پیوند $C-H$ بوده و شمار گروه ^{24}Cr به عنوان نخستین عنصری که از اصل آفبا پیرروی نمی‌کند نیز برابر ۶ است. مورد پنجم: برای شکستن پیوندهای دوگانه و سیر شدن ساختار به ۳ مولکول آب نیاز است و فرمول مولکولی فراورده نهایی پس از افزودن ۳ مولکول آب به صورت $C_{10}H_{20}O_3$ می‌باشد:



: فرمول مولکولی $C_{10}H_{20}O_3$

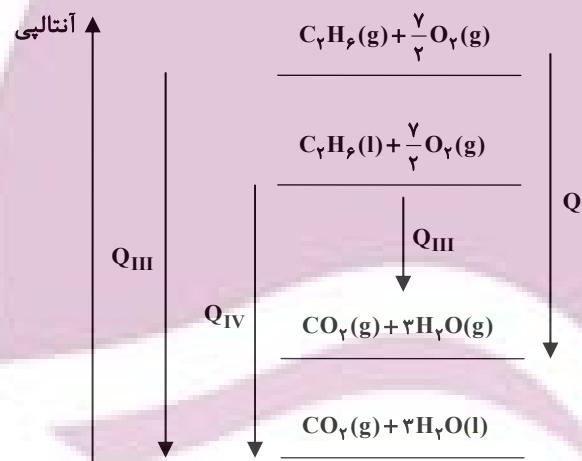
$$(10 \times 12) + (20 \times 1) + (3 \times 16) = 188 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برآینیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۹)

(همید زین)

۱۰۱- گزینه «۲»

با توجه به نمودار، اختلاف سطح انرژی $C_2H_6(l)$ و $C_2H_6(g)$ کمتر از اختلاف سطح انرژی $H_2O(l)$ و $H_2O(g)$ است. چون نیروهای جاذبه بین مولکولی آب (پیوند هیدروژنی) قوی‌تر از نیروهای جاذبه واندروالسی میان مولکولهای C_2H_6 است. پس $Q_{IV} > Q_I$ خواهد بود.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه ۵۹)

(میلاد شیخ‌الاسلامی‌فیاضی)

۱۰۲- گزینه «۴»

نکته آموزشی: در آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها، به ترتیب با افزایش تعداد کربن، درصد جرمی کربن افزایشی، ثابت و کاهشی می‌باشد. با توجه به نکته بالا، ترکیب مورد نظر جزء خانواده آلکین‌هاست و واکنش این مواد با برم به صورت زیر است:



با توجه به این که درصد جرمی کربن در ترکیب حاصل ۱۰ درصد است، می‌توان فرمول آلکین را به دست آورد:

$$10 = \frac{12 \times n}{12 \times n + 1 \times (2n - 2) + 80 \times 4} \Rightarrow n = 3$$

(امیرحسین طیبی)

۹۸- گزینه «۲»

ابتدا معادله واکنش را به صورت پارامتری بر حسب n موازنی می‌کنیم:
 $3M(s) + 4nHNO_3(aq) \rightarrow 3M(NO_3)_n + nNO + 2nH_2O$
 با توجه به معادله بالا، بازده درصدی واکنش برابر با $24n$ درصد می‌باشد.

$$? \text{ g NO} = 1/806 \times 10^{23} \text{ atom M} \times \frac{1 \text{ mol M}}{6/02 \times 10^{23} \text{ atom M}}$$

$$\times \frac{n \text{ mol NO}}{3 \text{ mol M}} \times \frac{24n}{100} \times \frac{30 \text{ g NO}}{1 \text{ mol NO}} = 2/88 \text{ g NO}$$

$$\Rightarrow 0/72n^2 = 2/88 \Rightarrow n^2 = 4 \Rightarrow n = 2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برآینیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۶)

(امیرحسین طیبی)

۹۹- گزینه «۱»

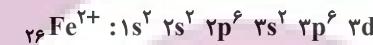
بررسی همه موارد:

(الف) درست: سه فلز قلیایی سبک‌تر، K ، Na و Li می‌باشند. می‌دانیم که هر چه شعاع اتمی کوچک‌تر باشد جاذبه هسته بر الکترون‌های لایه آخر بیشتر می‌شود درنتیجه در بین این ۳ فلز، Li بیشترین جاذبه هسته به الکترون لایه آخر را دارد. همچنین می‌دانیم که در بین فلزهای اصلی هر چه شعاع اتمی بیشتر باشد خصلت فلزی بیشتر است و در واکنش با گاز کلر پرتوی با انرژی بیشتر و طول موج کمتر آزاد می‌کند. از بین این ۳ فلز، Li کمترین خصلت فلزی و بیشترین طول موج پرتوی آزاد شده را دارد.

(ب) درست: از آنجایی که زیرلایه S تنها گنجایش ۲ الکترون دارد، بنابراین $n+x=5$ می‌باشد. از نظر مقدار x برابر با ۱ یا ۲ می‌باشد. از آنجایی گه گفته شده $n+x=5$ می‌باشد. دو فلز بیشتر مطرح نخواهند بود که یکی از آن‌ها K با زیرلایه آخر $4S$ و دیگری Mg با زیرلایه آخر $3S$ می‌باشد. همان‌طور که می‌دانیم شعاع اتمی K از Mg بیشتر است.

(پ) نادرست: هالوژن‌ها در واکنش با گاز هیدروژن ترکیبات مولکولی تشکیل می‌دهند در نتیجه یون هالید نمی‌سازند.

(ت) نادرست: کاتیون و آنیون در FeO با یکدیگر برابر است.



$$\Rightarrow \frac{d}{\text{کل الکترون‌ها}} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

زیروند کاتیون و آنیون در FeO با یکدیگر برابر است.



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برآینیم؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(سعید تیزرو)

۱۰۰- گزینه «۴»

تمامی موارد درست می‌باشند.

بررسی موارد:

مورد اول: فرمول مولکولی این ترکیب $C_{10}H_{14}$ بوده و تعداد اتم‌های هیدروژن آن با اتم‌های هیدروژن ششمین آلکان ($Hep-7$: C_7H_{14}) یکسان است.

مورد دوم: برای از بین بردن پیوندهای دوگانه و سیر شدن ساختار به ۳ مولکول برم (Br_2) با جرم $480 \text{ g} = 3 \times 16 = 480 \text{ g}$ نیاز است. در نتیجه نیم مول از این ترکیب برای سیر شدن به نصف این مقدار یعنی 240 g کرم Br_2 نیاز دارد.

بازه زمانی صفر تا ۱۵ ثانیه:

$$\frac{|\Delta n A|}{\Delta n C} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{0/75}{1/5} = \frac{x}{z} \Rightarrow z = 2x$$

با توجه به نسبت‌های محاسبه شده، واکنش مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:
 $A(g) + 3B(g) \rightarrow 2C(g)$

برای محاسبه a و b به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{|1/25 - 2|}{|a - 2|} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 2/25$$

بازه زمانی صفر تا ۱۵ ثانیه:

$$\frac{|0/75 - 1/25|}{|b - 1/5|} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 2/5$$

بازه زمانی ۱۵ تا ۳۰ ثانیه:

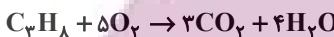
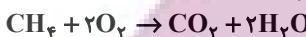
نسبت a به b برابر $1/10$ خواهد بود.

(شیمی ۳ - در پی غذای سالم: صفحه ۹۵)

(پیمان خواجه‌ی مهر)

گزینه «۱۰۵»

ابتدا معادله واکنش‌ها را موازن می‌کنیم:

مول تولید شده CO_2 را با توجه به سرعت متوسط آن تعیین می‌کنیم.

$$\frac{mol\ CO_2}{4/5} = \frac{mol\ CO_2}{0/5} \Rightarrow mol\ CO_2 = 2/25$$

اگر مول CH_4 را n_1 و مول C_2H_8 را n_2 فرض کنیم داریم:

$$\begin{cases} 16n_1 + 44n_2 = 35 \\ n_1 + 3n_2 = 2/25 \end{cases} \Rightarrow n_2 = 0/25, n_1 = 1/5$$

جرم پروپان و متان در مخلوط اولیه برابر است با:

$$1/5 mol\ CH_4 \times \frac{16\ g\ CH_4}{1\ mol\ CH_4} = 24\ g$$

$$0/25 mol\ C_2H_8 \times \frac{44\ g\ C_2H_8}{1\ mol\ C_2H_8} = 11\ g$$

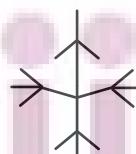
پس اختلاف جرم آنها $13\ g$ خواهد بود.

(شیمی ۳ - در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

(پارسا عیوض پور)

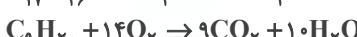
گزینه «۱۰۶»

سنگین‌ترین آلکانی که طویل‌ترین زنجیره کربنی آن ۵ کربن داشته باشد به شکل زیر است:

فرمول این ترکیب $C_{17}H_{36}$ است.

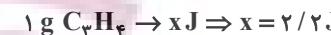
بررسی موارد:

مورد اول: درست



$$\frac{18 - 17}{(10 + 9) - (14 + 7)} = \frac{1}{4}$$

پس ترکیب مورد نظر C_3H_4 می‌باشد. جرم مولی این ترکیب $40\ g/mol$ می‌باشد. طبق گفته سوال برای افزایش دمای $1^\circ C$ گرمای لازم است پس گرمای لازم برای افزایش دمای $1^\circ C$ از این ترکیب به اندازه $88\ g$ ژول گرمای لازم است پس گرمای لازم برای افزایش دمای $1^\circ C$ گرمای لازم برای افزایش نمونه $20\ g$ می‌باشد. حال ویژه به دست آید.



پس ظرفیت گرمایی ویژه این ترکیب برابر با $\frac{J}{g \times ^\circ C} = 2/2\ J$ می‌باشد. حال

گرمای لازم برای افزایش نمونه $20\ g$ گرمایی به اندازه $10^\circ C$ را محاسبه می‌کنیم:
 $Q = 20 \times 2 / 2 \times 10 \Rightarrow Q = 440\ J$

(شیمی ۳ - در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

گزینه «۱۰۳»

در این واکنش به ازای شکستن هر پیوند دوگانه $C=C$ ، یک پیوند $H-H$ نیز شکسته شده، یک پیوند $C-C$ و ۲ پیوند $C-H$ تولید می‌شود، در نتیجه ΔH این واکنش را می‌توان به این صورت بر حسب x محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} \Delta H &= \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندهای تشکیل شده} \right] - \left[\text{شکسته شده} \right] \\ &= x \times (\Delta H_{(C=C)} + \Delta H_{(H-H)} - \Delta H_{(C-C)} - 2\Delta H_{(C-H)}) \\ &= x \times (614 + 436 - 348 - 2(415)) = -128x \frac{kJ}{mol} \end{aligned}$$

حال به محاسبه مقدار x می‌پردازیم:

$$? kJ = 17\ g\ C_5H_{12-2x} \times \frac{1\ mol\ C_5H_{12-2x}}{(72 - 2x)\ g\ C_5H_{12-2x}}$$

$$\times \frac{128\ kJ}{1\ mol\ C_5H_{12-2x}} = 64\ kJ$$

$$\Rightarrow 34x = 72 - 2x \Rightarrow 36x = 72 \Rightarrow x = 2$$

(شیمی ۳ - در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

گزینه «۱۰۴»

از آنجایی که مول A و B در ابتدای واکنش غیرصرف و مول C برابر با صفر می‌باشد پس A و B واکنش دهنده و C فراورده است. پس معادله واکنش به صورت زیر خواهد بود: $xA(g) + yB(g) \rightarrow zC(g)$

می‌دانیم در بازه زمانی یکسان، تغییرات غلظت مواد متناسب با ضریب استوکیومتری شان است پس:
 بازه زمانی صفر تا ۳۰ ثانیه:

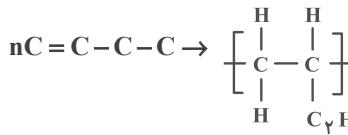
$$\frac{|\Delta n A|}{|\Delta n B|} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{1/25}{3/75} = \frac{x}{y} \Rightarrow y = 3x$$

(ممدر عظیمیان زواره)

گزینه «۳»

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ واحد تکرارشونده حاصل از پلیمر کردن ۱-بوتول به صورت زیر می‌باشد:



(ب) درست؛ زیرا شمار کربن استیک اسید کمتر می‌باشد. با افزایش شمار کربن در اسیدهای آلی و بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه کرده و از انحلال پذیری آن‌ها در آب کاسته می‌شود.

(پ) درست؛ زیرا هر دو دارای پیوندهای O-H یا N-H می‌باشند.

(ت) درست؛ ۴-آلکان اول برخلاف ۱، ۲-دی‌برمواتان در دمای اتاق به حالت گاز موجودند.

(ث) نادرست؛ جرم مولی میانگین پلی اتن تولید شده به نسبت مولی کاتالیزگرهای بستگی دارد.

(شیمی ۲- پوشک، نیازی پایان تا پذیر؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ و

قرر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

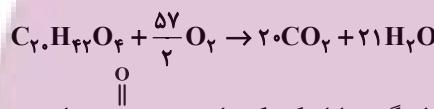
(ممدر عظیمیان زواره)

گزینه «۴»

بررسی موارد:

مورود اول: درست؛ فرمول مولکولی این ترکیب $C_{20}H_{42}O_4$ بوده و دارای ۵۵ جفت الکترون پیوندی است.

مورود دوم: نادرست



مورود سوم: درست؛ دارای گروه عاملی کربوکسیل (—COOH) است و می‌تواند در واکنش با یک الکل تک عاملی، استر تولید کند.

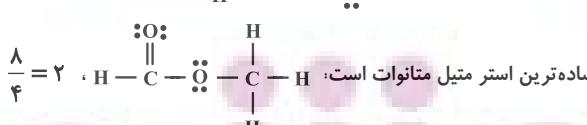
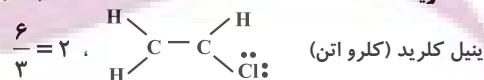
مورود چهارم: درست

مورود پنجم: درست؛ دارای ۲۲ اتم هیدروژن است که فقط یکی از آن‌ها به O متصل است، مابقی اتم‌های هیدروژن به C متعلق شده‌اند.

(شیمی ۲- پوشک، نیازی پایان تا پذیر؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۱)

(ممدر عظیمیان زواره)

گزینه «۴»



بررسی عبارت‌های درست:

۱) فرمول مولکولی سیانواتن و استیرن به ترتیب C_8H_8 و C_3H_7N می‌باشد.

۲) فرمول ساختاری این دی اسید به صورت $C_8H_6O_4$ می‌باشد.

۳) واحد سازنده سلولوز: گلوكز و واحد سازنده پلی‌اتن، اتن (اتیلن) می‌باشد.

هر دو مونومر در گیاهان یافت می‌شوند.

(شیمی ۲- پوشک، نیازی پایان تا پذیر؛ صفحه‌های ۱۰۰، ۱۰۱ و ۱۰۲)

مورود دوم: نادرست؛ با توجه به این که در واکنش هیدروژن‌دار کردن آلکن‌ها، یک پیوند C=C را باید به C-C تبدیل کنیم، از هیدروژن‌دار کردن هیچ آلکنی نمی‌توان به آلکان مدد نظر رسانید. چرا که هیچ دو کربنی در این ترکیب امکان برقراری پیوند دوگانه را نداشتند.

مورود سوم: نادرست؛ آلکان‌ها با هر ساختاری غیرقطبی هستند.

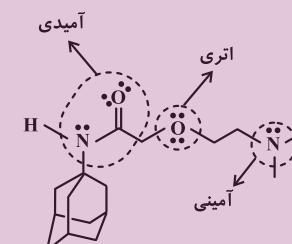
مورود چهارم: درست؛ $C_{17}H_{36}$ ۱۶ پیوند C-H و ۳۶ پیوند C-C دارد که اختلاف این دو برابر ۲۰ است. ساختار ذکر شده دارای ۲۰ پیوند C-H است.

(شیمی ۲- قرر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

گزینه «۲»

موارد اول و سوم به درستی بیان شده‌اند.

(امیرحسین طیبی)



بررسی همه موارد:

مورود اول: درست؛

$$\frac{(16 \times 4) + (28 \times 1) + (2 \times 3) + (2 \times 1)}{2} = 50$$

$$(2 \times 1) + (2 \times 2) = 6$$

اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در آن برابر $50 - 6 = 44$ می‌باشد.

مورود دوم: نادرست؛

$$\frac{\text{حجم} + \text{حجم} \times 100}{\text{حجم کل}} = \frac{\text{مجموع درصد جرمی} C \text{ و} O}{\text{حجم کل}} \times 100$$

$$= \frac{(2 \times 16) + (16 \times 12)}{(16 \times 12) + (28 \times 1) + (2 \times 14) + (3 \times 16)} \times 100$$

$$= \frac{224}{280} \times 100 = 80\%$$

مورود سوم: درست؛ به دلیل داشتن اتم هیدروژن متصل به اتم N، می‌تواند با مولکولهای خود، پیوند هیدروژنی برقرار کند. ویتامین C نیز به دلیل داشتن هیدروژن متصل به O، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد.

مورود چهارم: نادرست؛

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{شمار اتم‌ها} = \frac{16+28+2+2}{4} = \frac{48}{4} = 12 \\ \text{شمار عنصرها} = 4 \\ \text{اتم‌ها} = \frac{10+8}{2} = \frac{18}{2} = 9 \\ \text{عنصرها} = 2 \end{array} \right. \Rightarrow 2 \times 9 \neq 12$$

$$(C_{10}H_{18}) \text{ نفتالن}$$

مورود پنجم: نادرست؛ گروه عاملی آکبن در این ترکیب پیوند N-H ندارد، به همین دلیل قابلیت واکنش دادن با کربوکسیلیک اسیدها و تشکیل

گروه عاملی آمید را ندارد.

(شیمی ۲- در پی غزای سالم، پوشک، نیازی پایان تا پذیر؛

صفحه‌های ۴۲ و ۶۸ تا ۸۰ و ۱۱۶)