

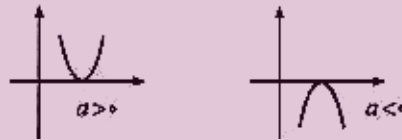
تابع درجه دوم

منظور از صفرهای تابع $f(x)$ همان ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ می‌باشد.

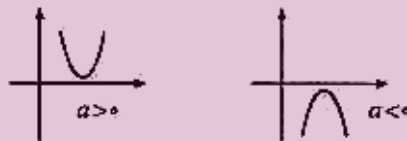
در تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ عبارت Δ به صورت $\Delta = b^2 - 4ac$ تعریف می‌شود.
الف- اگر $\Delta > 0$ باشد تابع محور x ها را در ۲ نقطه قطع می‌کند. (اتحاد جمله مشترک)



ب- اگر $\Delta = 0$ باشد تابع بر محور x ها یک نقطه مماس است یعنی معادله‌ی سهمی اتحاد مربع کامل می‌شود:



ج- اگر $\Delta < 0$ تابع صفر ندارد یعنی محور x ها را قطع نمی‌کند و نمودار آن یکی از دو حالت زیر است:



معادله درجه دوم

معادله درجه دوم به صورت $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ بیان می‌شود. در این معادله مبین یا دلتا به صورت

$$\Delta = b^2 - 4ac \text{ تعریف می‌شود.}$$

۱- اگر $\Delta > 0$ باشد معادله دو ریشه متمایز حقیقی دارد:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

۲- اگر $\Delta = 0$ باشد معادله ریشه مضاعف دارد:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} \text{ (۲ ریشه مساوی)}$$

۳- اگر $\Delta < 0$ باشد معادله ریشه حقیقی ندارد. (زیر رادیکال با فرجه زوج عدد منفی قرار نمی‌گیرد)

نکته ۱) اگر در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع a و c برابر b شود یعنی $a + c = b$ آن گاه دو ریشه معادله

$$x_1 = -1 \text{ و } x_2 = \frac{-c}{a} \text{ خواهند بود.}$$

نکته ۲) اگر در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع ضرایب صفر باشد یعنی $a + b + c = 0$ آن گاه دو ریشه معادله

$$x_1 = 1 \text{ و } x_2 = \frac{c}{a} \text{ می‌باشند.}$$

نکته ۱۴) اگر α و β ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آن گاه داریم

$$۱) \text{ مجموع دو ریشه } = S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad ۶) \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P}$$

$$۲) \text{ حاصل ضرب دو ریشه } = P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} \quad ۷) \alpha^\gamma \beta + \alpha \beta^\gamma = SP$$

$$۳) \text{ تفاضل دو ریشه } = d = |\alpha - \beta| = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right| \quad ۸) \alpha^\gamma - \beta^\gamma = Sd$$

$$۴) \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP \quad ۹) \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$$

$$۵) \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P \quad ۱۰) \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \sqrt{S - 2\sqrt{P}}$$

نکته ۱۵) معادله‌ی درجه دومی که ریشه‌هایش عکس ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ باشد به صورت $cx^2 + bx + a = 0$ است.

نکته ۱۶) معادله درجه دومی که ریشه‌هایش قرینه‌ی ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشد به صورت $ax^2 - bx + c = 0$ است.

نکته ۱۷) معادله درجه دومی که ریشه‌هایش عکس و قرینه ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشد، به صورت $cx^2 - bx + a = 0$ است.

نکته ۱۸) معادله درجه دومی که ریشه‌هایش k برابر ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشد، به صورت $ax^2 + b k x + c k^2 = 0$ است.

کتاب تست آموزشی (۱۱۹) به ازای کدام مجموعه مقادیر m و معادله‌ی درجه دوم $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$

فاقد ریشه حقیقی است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۸۹)

$$۱) -3 < m < 5 \quad ۲) -3 < m < 4 \quad ۳) -2 < m < 4 \quad ۴) -1 < m < 5$$

جواب:

کتاب تست آموزشی (۱۲۰) اگر a و b ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 10x + 1 = 0$ باشند، حاصل

$$\log_{10}^a + \log_{10}^b - \log_{10}^{(a+b)}$$

$$۱) -2 \quad ۲) -1 \quad ۳) صفر \quad ۴) 1$$

جواب:

کتاب تست آموزشی (۱۲۱) به ازای کدام مقدار m ، معادله‌ی درجه دوم $mx^2 + 5x + m^2 - 6 = 0$ دو ریشه حقیقی و

معکوس هم دارد؟

$$۱) -3 \quad ۲) -2 \quad ۳) 2 \quad ۴) 3$$

جواب:

📖 تست آموزشی (۱۲۲) به ازای کدام مقدار m ، عدد $\frac{1}{2}$ واسطه عددی بین دو ریشه‌ی حقیقی معادله‌ی

$$(m+2)x^2 - m^2x - \frac{m}{2} = 0 \text{ است؟}$$

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

جواب:

📖 تست آموزشی (۱۲۳) به ازای کدام مقدار k در معادله‌ی درجه دوم $2x^2 - x + k = 0$ ، بین ریشه‌ها رابطه‌ی

$$3 = x_1 + 2x_2 \text{ برقرار است؟ (سراسری تجربی - ۷۹)}$$

- (۱) -۱۲ (۲) -۱۰ (۳) ۸ (۴) ۶

جواب:

📖 تست آموزشی (۱۲۴) اگر نمودار $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + m$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند،

طول‌های دو نقطه تلاقی دیگر آن با محور x ها کدام اند؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۹)

- (۱) $\frac{1}{2}$ و -۱ (۲) ۱ و $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ و -۱ (۴) ۳ و $-\frac{1}{2}$

جواب:

📖 نکته (۱۵) اگر حاصل جمع دو عدد $(S = \alpha + \beta)$ و حاصل ضرب آنها $(P = \alpha \cdot \beta)$ معلوم باشد برای به دست آوردن آن دو عدد از معادله درجه دوم روبرو استفاده می‌کنیم:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

📖 تست آموزشی (۱۲۵) معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش ۳ برابر ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم

$$x^2 - 3x - 5 = 0 \text{ باشد، کدام است؟}$$

- (۱) $x^2 - 9x - 5 = 0$ (۲) $x^2 - 9x - 45 = 0$ (۳) $9x^2 - 3x - 5 = 0$ (۴) $x^2 - 9x + 45 = 0$

جواب:

📖 تست آموزشی (۱۲۶) اگر $x^2 - 6x + 1 = 0$ باشد و α و β ریشه‌های معادله باشند حاصل $\alpha^2 - 7\alpha - \beta$

کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) ۷

جواب:

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت