تعریف نیرو:

نیرو حاصل برهم‌کنش دو جسم بر روی هم (تأثیر متقابل دو جسم بر هم) می‌باشد.

اثر یک نیرو بر روی یک جسم به شکل‌های مختلف مانند شروع به حرکت، توقف، کم و زیاد شدن اندازهٔ سرعت، تغییر جهت سرعت و تغییر شکل آن جسم خود را نشان می‌دهد.

بنابراین به‌طور خلاصه نیروی وارد بر یک جسم می‌تواند سبب تغییرات زیر شود:

۱) تغییر سرعت جسم

۲) تغییر شکل جسم

انواع نیرو:

الف) نیروهای میدانی:

در این برهم‌کنش لزومی ندارد که دو جسم با هم تماس یا برخورد داشته باشند که به هم نیرو وارد کنند و کافی است در میدان یکدیگر قرار گیرند. این نیروها عبارتند از:

۱) نیروی وزن (گرانش) ۲) نیروی الکتریکی ۳) نیروی مغناطیسی ۴) نیروی هسته‌ای

ب) نیروهای تماسی:

در این برهم‌کنش ضرورت دارد که دو جسم در تماس با هم قرار گیرند تا به هم نیرو وارد کنند. نیروی کشش نخ، نیروی عمودی تکیه‌گاه، نیروی کشسانی فنر و نیروی اصطکاک جزء نیروهای تماسی هستند.

نکته: دقت کنید از دیدگاه میکروسکوپیک تمام نیروها میدانی محسوب می‌شوند.

قانون اوّل نیوتن:

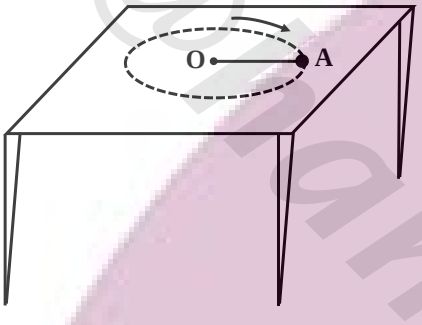
اگر بر جسمی نیرو وارد نشود و یا این‌که برآیند نیروهای وارد به جسم صفر شود، جسم حالت قبلی خود را حفظ می‌کند، یعنی اگر ساکن است، ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است به حرکت یکنواخت خود با سرعت ثابت روی خط راست ادامه می‌دهد.

قانون اوّل نیوتن را گاهی قانون اینرسی، لَختی یا ماند هم می‌گوییم.

اینرسی یا لَختی:

تمایل اجسام به حفظ حالت قبلی خود را اینرسی یا لَختی می‌گوییم. اینرسی هر جسم متناسب با جرم آن است و بنابراین هر چه جسم سنگین‌تر باشد تمایل بیش‌تری برای حفظ حالت قبلی از خود نشان می‌دهد.

نکته: اگر برآیند نیروهای وارد بر جسم در یک نقطه صفر شود، جسم در لحظهٔ قطع نیرو مماس بر مسیر حرکت به حرکت خود ادامه می‌دهد به‌طور مثال اگر مطابق شکل سنگی را به انتهای نخی بسته و آن‌را حول سر دیگر روی سطح افقی بدون اصطکاک بچرخانیم و در نقطهٔ A نخ پاره شود جسم مماس بر دایره روی خط راست به حرکت خود ادامه می‌دهد.



تعادل دینامیکی:

هرگاه برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد می‌گوییم جسم در حال تعادل دینامیکی است در این حالت نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند.

در حالت‌های زیر جسم در حال تعادل است:

۱) جسم در یک بازه زمانی ساکن باشد.

۲) جسم با تندی ثابت روی خط راست حرکت می‌کند.

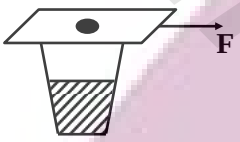
نکته: دقت کنید اگر جسم به‌طور لحظه‌ای ساکن شود لزوماً در حال تعادل نیست به‌طور مثال وقتی سنگی از سطح زمین به سمت بالا پرتاب شود در نقطه اوج سرعتش صفر می‌شود ولی در این نقطه در تعادل نیست زیرا در این نقطه نیروی وزن به آن وارد می‌شود.

نکته: اگر جسمی به تندی ثابت حرکت کند لزوماً تعادل ندارد مثلاً وقتی اتومبیل با تندی ثابت یک پیچ را عبور می‌کند چون جهت سرعت عوض می‌شود قطعاً به آن نیرو وارد می‌شود و تعادل ندارد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۱): اگر در اتوبوسی نشسته باشید و اتوبوس در یک جاده مستقیم در حال حرکت باشد و راننده ترمز کند، شما به سمت جلو پرتاب می‌شوید و یا اگر اتوبوس ساکن باشد و ناگهان حرکت کند، شما به طرف عقب به صندلی فشرده می‌شوید، علت این پدیده را توضیح دهید.

مثال(۲): در شکل مقابل چرا حرکت سریع مقوا سبب افتادن سکه در لیوان می‌شود؟

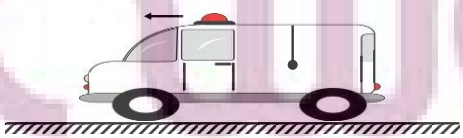


مثال(۳): در شکل مقابل جرم طناب‌ها ناچیز است. در هریک از حالت‌های زیر طناب از کدام‌یک از نقاط A یا B پاره می‌شود:

الف) نیروی F به تدریج از صفر زیاد شود؟

ب) نیروی بسیار بزرگ F به طور ناگهانی اعمال شود؟

مثال(۴): کامیونی مطابق شکل در حال حرکت بر مسیر مستقیم است و ناگهان ترمز می‌کند. در این حالت آونگی که به سقف کامیون بسته شده است به طرف ..... منحرف شده و این با قانون ..... نیوتن قابل توجیه است.



۱) عقب – اوّل ۲) عقب – دوم ۳) جلو – اوّل ۴) جلو - دوم

قانون دوم نیوتن:

هر گاه بر جسم نیروی خالص وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم (F_{net}) رابطه مستقیم و با جرم آن رابطهٔ عکس دارد و جهت شتاب حرکت در جهت نیروی خالص وارد بر جسم است.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} \rightarrow \vec{F}_{net} = m\vec{a}$$

یکای نیرو در SI، نیوتن (N) می‌باشد و بنابراین یکای شتاب $\frac{N}{kg}$ یا $\frac{m}{s^2}$ است.

تعریف نیوتن:

یک نیوتن، برابر نیروی خالصی است که به جسمی به جرم یک کیلوگرم شتابی برابر $1 m/s^2$ می‌دهد.

نکته: دقت کنید اگر بر جسمی چند نیرو وارد شود، ابتدا باید برآیند نیروها را به‌دست آورده و سپس از رابطهٔ $F = ma$ شتاب را به‌دست آورد.

نکته: دقت کنید هیچ لزومی ندارد... .

@mohandes_ghazvinian
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۵): اگر نیروهای $\vec{F}_1 = ۳۰N$ و $\vec{F}_2 = ۴۰N$ تنها نیروهای وارد بر جسمی به جرم $۲۰kg$ باشد، شتاب حرکت جسم چند متربرمجذورثانیه می‌تواند باشد؟

۱) ۰/۵

۲) ۲/۵

۳) ۳/۵

۴) هر ۳ گزینه‌های «۱» ، «۲» و «۳» ممکن است.

مثال(۶): نیروی موتور یک قایق موتوری که جرم آن با سرنشینش $۴۰۰kg$ است؛ به گونه‌ای تنظیم می‌شود که نیروی پیشران $۱۳۰۰N$ به طرف جلو به قایق وارد شود. اگر شتاب حرکت $۲m/s^2$ باشد. نیروی مقاومت در مقابل حرکت قایق چند نیوتن است؟

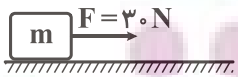
۱) ۲۰۰

۲) ۵۰۰

۳) ۸۰۰

۴) ۹۰۰

مثال(۷): در شکل مقابل نیروی افقی $F = ۳۰N$ به جسم m به جرم $۵kg$ که ساکن است، اعمال می‌شود. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت آن $۲۰N$ باشد، بعد از چند ثانیه از اعمال نیرو جسم مسافت $۳۶m$ را طی می‌کند؟



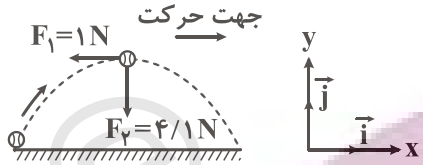
۱) ۳

۲) ۶

۳) ۹

۴) ۱۲

مثال(۸): شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر توپ فوتبالی به جرم $420gr$ را در بالاترین نقطه مسیرش نشان می‌دهد. که $\vec{F}_1$ مقاومت هوا و $\vec{F}_2$ وزن توپ است. جهت و بزرگی شتاب توپ در این نقطه را تعیین کنید و بردار شتاب را بر حسب بردارهای یکه بنویسید. (از اثر سایر نیروها صرف نظر کنید.)



مثال(۹): جسمی که با سرعت $8m/s$ در سطح افقی حرکت می‌کند، وارد ناحیه‌ای می‌شود که اصطکاک دارد. اگر این جسم تا توقف کامل مسافت ۱۶ متر طی کرده و جرمش $5kg$ فرض شود، نیروی اصطکاک در مقابل حرکت جسم چند نیوتن است؟ (نیروی اصطکاک ثابت فرض می‌شود.)

۱) ۵

۲) ۱۰

۳) ۱۵

۴) ۲۰

مثال(۱۰): به جسمی به جرم $2kg$، سه نیروی $\vec{F}_1 = \vec{i} - 2\vec{j}$، $\vec{F}_2 = -2\vec{i} + 5\vec{j}$ و $\vec{F}_3$ وارد شده و جسم با شتاب $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ حرکت می‌کند. مقدار نیروی $\vec{F}_3$ چند نیوتن است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) $\sqrt{10}$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۱۱): نیروی F به جسمی به جرم m_1 شتاب a_1 و به جسمی به جرم m_2 شتاب a_2 می‌دهد. این نیرو به جسمی به جرم m_1+m_2 چه شتابی می‌دهد؟

۱) a_1+a_2

۲) $\frac{a_1+a_2}{2}$

۳) $\sqrt{a_1^2+a_2^2}$

۴) $\frac{a_1a_2}{a_1+a_2}$

مثال(۱۲): شخصی به جرم $50kg$ از ارتفاع ۷ متری سطح زمین در شرایط خلأ بدون سرعت اوّلیه سقوط کرده و در ادامه با یک تشک به ضخامت $2m$ برخورد می‌کند و آن را حداکثر $50cm$ فشرده می‌کند.

الف) سرعت برخورد شخص در لحظهٔ برخورد با تشک چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

ب) اگر شتاب حرکت در برخورد با تشک ثابت باشد، برآیند نیروهای وارد بر شخص در برخورد با تشک چند نیوتون است؟

ج) نیرویی که از طرف تشک به شخص در این برخورد وارد می‌شود، چند نیوتون است؟

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۱۳): به یک جسم $2kg$ هم‌زمان چهار نیرو با بزرگی ۸، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ نیوتن وارد می‌شود و جسم در حال تعادل است. اگر فقط نیروی $15N$ حذف شود، تغییر اندازه سرعت جسم بعد از $2s$ چند متربرثانیه می‌شود؟

۱) ۸

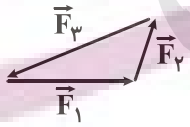
۲) ۱۰

۳) ۱۵

۴) ۲۰

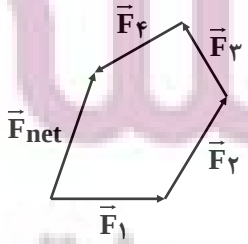
نکته: اگر به جسمی چند نیرو وارد شود و...

نکته: شرط لازم برای آنکه برآیند ۳ نیرو صفر شود آن است که مجموع اندازهٔ هر دو نیرو از اندازهٔ نیروی سوم بیش‌تر یا مساوی باشد دقت کنید این شرط لازم است ولی کافی نیست. یعنی اگر مجموع هر دو نیرو از سومی بیش‌تر باشد، لزوماً برآیند صفر نیست ولی اگر برآیند ۳ نیرو صفر باشد قطعاً مجموع هر دو نیرو از نیروی سوم بزرگ‌تر یا مساوی است.

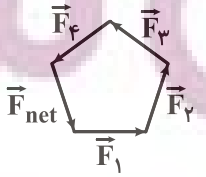


$$F_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

نکته: اگر چند بردار پشت سر هم طوری قرار گیرند که انتهای هر بردار ابتدای بردار بعدی باشد، برداری که ابتدای اوّلی را به انتهای آخری وصل می‌کند، برآیند آن‌ها است.



$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$



$$F_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0$$

مثال(۱۴): به جسمی به جرم $۲kg$، ۳ نیروی $F_۱ = ۸N$، $F_۲ = ۷N$ و $F_۳ = ۵N$ وارد می‌شود. در این صورت حداقل شتاب حرکت این جسم چند متربرمجذورثانیه است؟

۱) ۵

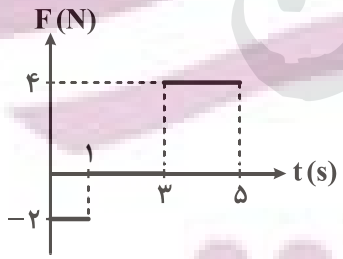
۲) ۱

۳) صفر

۴) نمی‌توان تعیین کرد.

مثال(۱۵): به جسمی $۴kg$، ۳ نیروی $\vec{F}_۱ = ۱۰N$، $\vec{F}_۲ = ۱۵N$ و $\vec{F}_۳ = ۳N$ وارد شده است. حداقل و حداکثر شتاب حرکت این جسم در اثر اعمال این ۳ نیرو، چند متربرمجذورثانیه است؟

مثال(۱۶): نمودار نیروی افقی وارد بر جسم ساکنی به جرم $۲kg$ که در سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد، بر حسب زمان مطابق شکل مقابل است. در $t = ۵(s)$ سرعت حرکت ذره چند متربرثانیه است؟



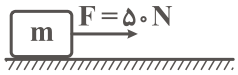
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

مثال(۱۷): در شکل مقابل نیروی افقی $F = ۵۰N$ به جسمی ساکن به جرم $۴kg$ اعمال شده و پس از $۴s$، سرعت آن به $۱۰m/s$ می‌رسد. در این لحظه $(t = ۴s)$ نیرو قطع می‌شود. از لحظه قطع نیروی F چند ثانیه طول می‌کشد تا جسم متوقف شود؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$



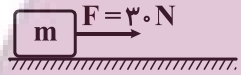
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

مثال(۱۸): در شکل مقابل نیروی افقی $F = ۳۰N$ به جسم $۵kg$ که ساکن است، به مدّت $۵s$ اعمال شده و سپس قطع می‌شود. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت جسم $۲۰N$ باشد. کل مسافت طی‌شده توسط جسم از لحظهٔ شروع حرکت تا توقّف کامل چند متر است؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$



۱) ۳۷/۵

۲) ۴۲/۵

۳) ۵۲/۵

۴) ۵۰

مثال(۱۹): بر جسمی به جرم $۵kg$ دو نیروی $\vec{F}_۱ = ۵\vec{i} - ۲\vec{j}$ و $\vec{F}_۲$ وارد شده و در اثر اعمال این دو نیرو، سرعت حرکت از $\vec{V}_۱ = ۲\vec{i}$ در مدّت $۲s$ به $\vec{V}_۲ = ۶\vec{i} + ۴\vec{j}$ می‌رسد، مقدار نیروی $\vec{F}_۲$ چند نیوتن است؟

۱) ۱۳

۲) $\sqrt{۱۳}$

۳) ۲۶

۴) $\sqrt{۲۶}$

@mohandesghazvinian
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۲۰): معادله مکان – زمان متحرکی به جرم $۴kg$ در حرکت روی خط راست در SI به صورت $x = -۲t^۲ + ۸t - ۷$ داده شده است. برآیند نیروهای وارد بر جسم در لحظه‌ای که جسم تغییر جهت می‌دهد، چند نیوتن است؟

۱) ۱۶

۲) ۲۴

۳) ۳۲

۴) ۶۴

مثال(۲۱): معادله مکان – زمان متحرکی به جرم $۵۰۰gr$ در حرکت روی خط راست در SI به صورت $x = t^۲ - ۶t + ۱۱$ داده شده است. نیروی متوسط وارد بر جسم در ثانیه سوم حرکت چند نیوتن است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

مثال(۲۲): جسمی به جرم $۱۰kg$ روی سطح افقی با اعمال نیروی افقی $\vec{F}$ با سرعت ثابت $۲m/s$ در حال حرکت است. اندازهٔ نیروی F را چند نیوتن کاهش دهیم تا جسم پس از طی مسافت $۴m$ متوقّف شود؟ (جهت نیروی F ثابت است.)

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

@javad_ghazvinian
مهندس جواد قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۲۳): به جسمی $۴kg$، دو نیروی $\vec{F_۱}=۳\vec{i}+k\vec{j}$ و $\vec{F_۲}=۳\vec{i}-۶\vec{j}$ وارد شده و جسم از حال سکون شروع به حرکت روی خط راست کرده و پس از $۴s$ سرعتش به $۱۰m/s$ می‌رسد. مقدار k چند است؟

۱) ۴– و ۴

۲) ۲– و ۱۴

۳) ۶ و ۸

۴) ۴– و ۸

@hamedsiahi96
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

قانون سوم نیوتن:

هر گاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اوّل نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا امّا در خلاف جهت وارد می‌کند. به عبارت دیگر برای هر عملی، عکس‌العملی مساوی با آن و در جهت مخالف آن وجود دارد.

گاهی نیروی عمل را کُنش و نیروی عکس‌العمل را واکنش می‌گوییم.

به طور مثال وقتی ما جعبه‌ای را روی سطح افقی هُل می‌دهیم، نیروی عمل (کُنش) نیرویی است که ما به جعبه وارد می‌کنیم و نیروی عکس‌العمل (واکنش) نیرویی است که جعبه به ما به سمت عقب وارد می‌کند.

ویژگی‌های نیروهای عمل و عکس‌العمل:

۱- هم‌اندازه هستند.

۲- هم‌راستا هستند.

۳- در دو جهت مخالف هستند.

۴- همواره نیروهای عمل و عکس‌العمل به دو جسم مختلف وارد می‌شوند.

۵- هم‌جنس یا هم‌نوع هستند. مثلاً اگر نیروی کنش الکتریکی باشد، نیروی واکنش نیز الکتریکی است.

۶- هم‌زمان هستند. یعنی در همان لحظه که نیروی عمل وارد می‌شود، هم زمان نیروی عکس‌العمل نیز وارد می‌شود.

نکته: اگر نیروی F از جسم A به جسم B وارد شود، واکنش یا عکس‌العمل این نیرو به جسم A وارد می‌شود.

به‌طور مثال نیروی وزن نیروی است که از طرف زمین به جسم وارد می‌شود، بنابراین واکنش یا عکس العمل این نیرو به زمین وارد می‌شود.

@hamrahe_mohandes
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۲۴): شخصی در حال هُل دادن جعبه‌ای سنگین روی سطح افقی است و این جعبه در جهت این نیرو حرکت می‌کند. با توجه به آن‌که نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند با نیرویی که جعبه به شخص وارد می‌کند، هم‌اندازه است، توضیح دهید، چگونه جعبه حرکت می‌کند؟

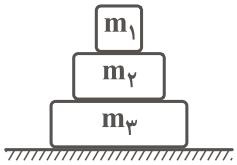
مثال(۲۵): در مثال قبل چرا با وجود این‌که نیرویی که جعبه به شخص وارد می‌کند رو به عقب است، شخص به سمت جلو حرکت می‌کند؟

مثال(۲۶): در شکل مقابل وزنه‌ای روی سطح افقی ساکن است. با رسم نیروهای وارد بر جسم، واکنش هر نیرو را معین کنید.

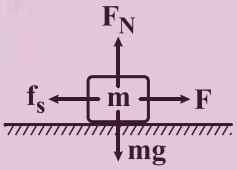
نکته: نیروی عمودی تکیه‌گاه...

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۲۷): در شکل مقابل ۳ وزنه با جرم‌های m_1، m_2 و m_3 روی هم قرار گرفته و در حال تعادل هستند. با رسم نیروهای وارد بر هر جسم، واکنش هر نیرو را معین کنید.



مثال(۲۸): در شکل مقابل نیروی خارجی F نتوانسته است، جسم را به حرکت درآورد، بنابراین:



۱) F_N عکس‌العمل وزن است.

۲) F عکس‌العمل f_s است.

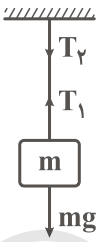
۳) عکس‌العمل نیروی f_s به جسم وارد می‌شود.

۴) عکس‌العمل نیروی F به شخص که نیرو را وارد کرده، اعمال می‌شود.

نکته: اگر به جسم چند نیرو وارد شود، هیچ‌کدام از نیروهای وارد بر جسم حتّی اگر مساوی و مخالف باشند، عکس‌العمل نیستند. زیرا نیروهای عمل و عکس‌العمل همواره به دو جسم مختلف و در دو جهت مخالف وارد می‌شود.

@mohandes_ghazvinian
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۲۹): در شکل مقابل وزنه در حال تعادل است. با توجّه به نیروهای رسم‌شده در شکل:



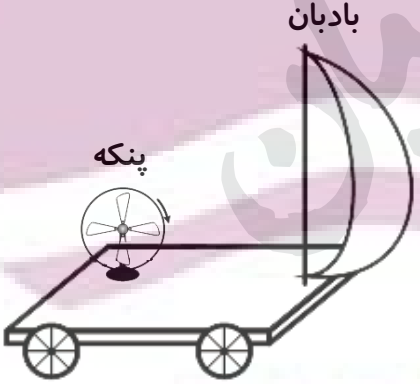
۱) نیروی T_1 واکنش mg است.

۲) عکس‌العمل T_2 به جسم وارد می‌شود.

۳) T_2 عکس‌العمل نیروی T_1 است.

۴) واکنش نیروی T_1 به طناب وارد می‌شود.

مثال(۳۰): یک بادبان و یک پنکه را روی کفه‌ای چرخدار که بر روی سطح افقی و بدون اصطکاک قرار دارد، بسته‌ایم. وقتی ارابه ساکن است، پنکه را روشن می‌کنیم، اگر باد حاصل از پنکه کاملاً به بادبان برخورد کند، کدام گزینه صحیح است؟ (اصطکاک چرخ‌ها با زمین ناچیز است.)



۱) ارابه به راست حرکت می‌کند.

۲) ارابه حرکت نمی‌کند.

۳) ارابه به چپ حرکت می‌کند.

۴) برای تعیین جهت حرکت ارابه، جرم پنکه و بادبان مورد نیاز است.

@hamedqazvinian
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۳۱): **چتربازی در حال پایین آمدن در آسمان است. واکنش نیروهای وارد بر چترباز به چه اجسامی وارد می‌شود؟**

۱) هوا، طناب‌های چتر نجات
۲) زمین، هوا، طناب‌های چتر نجات
۳) زمین، طناب‌های چتر نجات، دست‌های چترباز
۴) هوا، طناب‌های چتر نجات، دست‌های چترباز

مثال(۳۲): **یک موشک با خروج گاز از پشت آن به سمت جلو پیش می‌رود، واکنش نیروی پیشران موشک به چه جسمی وارد می‌شود؟**

۱) هوا
۲) زمین
۳) موشک
۴) مولکول‌های گاز خارج‌شده

@hamcqtehran
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

انواع نیرو:

۱) نیروی وزن:

نیروی گرانشی است که از طرف زمین به اجسام اطراف زمین وارد می‌شود، که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$W = m\ g$$

وزن (N) جرم (kg) شتاب گرانش (m/s^2)

نکات:

۱) نیروی وزن جزء نیروهای میدانی است، یعنی لزومی ندارد جسم روی زمین باشد که به آن نیرو وارد شود.

۲) مقدار g در روی زمین به‌طور متوسط $9/8\,m/s^2$ است که در اکثر مسائل $10\,m/s^2$ فرض می‌شود.

۳) مقدار g در نقاط مختلف زمین متفاوت است. مقدار g در قطب‌ها بیشینه $(g = 9/832\,m/s^2)$ و در استوا کمینه $(g = 9/780\,m/s^2)$ است.

۴) اگر از سطح زمین دور شویم و یا به سمت مرکز زمین برویم مقدار g کاهش می‌یابد به‌طوریکه در فواصل بسیار دور از زمین و یا در مرکز زمین g تقریباً صفر شده و حالت بی‌وزنی ایجاد می‌شود.

۵) دقت کنید وقتی مکان جسم تغییر می‌کند، آن‌چه تغییر می‌کند، وزن جسم است و جرم جسم همواره مقدار ثابتی دارد.

مثال(۳۳): وزن جسمی در روی سطح زمین $300N$ است. جرم و وزن این جسم در سطح کرهٔ ماه که شتاب گرانش آن $\frac{1}{6}$ شتاب گرانش در سطح زمین است، به ترتیب چند واحد SI است؟ $(g_e = 10\,m/s^2)$

۱) ۵۰ و ۵

۲) ۵ و ۵۰

۳) ۵۰ و ۳۰

۴) ۳۰ و ۵۰

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲) نیروی مقاومت شاره:

وقتی جسمی در یک شاره (مایع یا گاز) قرار دارد و نسبت به آن حرکت می‌کند، از طرف شاره نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود که به آن نیروی مقاومت شاره می‌گویند و آن را با f_D نشان می‌دهند.
اگر جسم در هوا حرکت کند، به نیروی مقاومت شاره، نیروی مقاومت هوا گفته می‌شود.

نکته: دقت کنید نیروی مقاومت شاره به عوامل زیر بستگی دارد:

۱) بزرگی جسم و شکل هندسی جسم: به‌طور مثال اگر یک کاغذ را از حالت ورق به صورت مچاله‌شده درآوریم، نیروی مقاومت هوا برای آن کاهش می‌یابد.

۲) بزرگی تندی حرکت جسم: در هنگام حرکت جسم در شاره هر چه سرعت حرکت جسم در شاره بیش‌تر باشد، نیروی مقاومت شاره در مقابل حرکت جسم، بزرگ‌تر است.

نکته: دقت کنید نیروی مقاومتی شاره فقط وقتی وجود دارد که جسم داخل شاره نسبت به شاره حرکت داشته باشد.

سرعت حدّ در حرکت یک قطرهٔ باران:

وقتی یک قطره باران بدون سرعت اوّلیه از ابری جدا می‌شود.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۳۴): چتربازی به جرم $۶۰kg$ مدّتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند، ناگهان نیروی مقاومت هوا به $۱۱۴۰N$ افزایش می‌یابد. شتاب حرکت چترباز پس از باز شدن چتر، چند نیوتن‌برکیلوگرم و در کدام جهت است؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$

۱) ۹، رو به پایین

۲) ۹، رو به بالا

۳) ۱۱، رو به پایین

۴) ۱۱، رو به بالا

مثال(۳۵): یک قطرهٔ باران به جرم $۲/۵gr$ از ابری جدا می‌شود و در راستای قائم پایین می‌آید. اگر نیروی مقاومت هوا در مقابل حرکت آن در SI به صورت $f_D = ۴\times۱۰^{-۵}V^۲$ باشد، سرعت حد حرکتش چند متربرثانیه است؟ (V سرعت حرکت است.)

۱) ۱۲/۵

۲) ۲۵

۳) ۳۷/۵

۴) ۵۰

مثال(۳۶): دو گوی هم‌اندازه که جرم یکی دو برابر دیگری است $(m_۲ = ۲m_۱)$ از بالای برجی به ارتفاع h هم‌زمان رها می‌کنیم. با فرض این‌که نیروی مقاومت هوا در طی حرکت دو گوی ثابت و یکسان باشد، تندی برخورد کدام گوی با زمین بیش‌تر است؟

۱) گوی سبک‌تر

۲) گوی سنگین‌تر

۳) سرعت برخورد یکسان است.

۴) بسته به شرایط متفاوت است.

مثال(۳۷): از سطح زمین گلوله‌ای به جرم $۵۰۰gr$ با سرعت $۲۰m/s$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود و حداکثر تا ارتفاع ۱۵ متری بالا می‌رود. نیروی مقاومت هوا که در طی مسیر ثابت فرض می‌شود، چند نیوتن است؟ $(g=۱۰m/s^۲)$

۱) $\frac{۳}{۲}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۳}{۵}$

۴) $\frac{۵}{۳}$

مثال(۳۸): گلوله‌ای از سطح زمین در راستای قائم در جایی که هوا وجود دارد، با سرعت اوّلیه $۲۰m/s$ به سمت بالا پرتاب شده و پس از مدّتی با سرعت $۱۰m/s$ به زمین برخورد می‌کند. اگر جرم جسم $۲۰۰gr$ و نیروی مقاومت هوا در مقابل حرکت جسم ثابت فرض شود، مطلوبست:

الف) حداکثر ارتفاع گلوله از زمین

ب) نیروی مقاومت هوا

مثال(۳۹): جسمی به جرم $۲kg$ از ارتفاع ۳۰ متری سطح زمین بدون سرعت اوّلیه رها می‌شود و بعد از $۳s$ به زمین می‌رسد. اندازهٔ نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت این جسم که ثابت فرض می‌شود، چند نیوتن است؟ $(g=۱۰m/s^۲)$

۱) ۱۰

۲) $\frac{۲۰}{۳}$

۳) $\frac{۱۰}{۳}$

۴) $\frac{۴۰}{۳}$

@hamidhaghighi
هنرآموز قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۴۰): یک بالون هوای داغ به جرم $۳۰۰kg$ با شتاب $۶m/s^۲$ در راستای قائم در حال پایین آمدن است. چه جرمی بر حسب کیلوگرم را باید سریعاً از آن بیرون بیندازیم تا شتاب حرکت $۶m/s^۲$ رو به بالا شود؟ ($g=۱۰m/s^۲$ ور در هر دو حالت نیروی رو به بالایی که هوا به بالن وارد می‌کند، ثابت فرض می‌شود.)

۱) ۷۵

۲) ۲۲۵

۳) ۱۲۵

۴) ۲۷۵

سرعت حدّ در هنگام حرکت چترباز:

وقتی چتربازی که با سرعت زیاد در حال سقوط است چتر خود را باز می‌کند.

@hamidreza1996
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه):

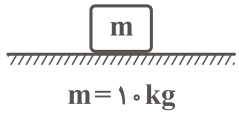
وقتی جسم روی سطح قرار می‌گیرد، نیروی وزن سعی دارد که جسم در سطح فرو رود، سطح تماس برای جلوگیری از فرورفتن جسم در سطح نیرویی عمود بر سطح تماس به جسم وارد می‌کند، این نیرو را نیروی عمودی تکیه‌گاه یا نیروی نرمال می‌گوییم و با حرف N یا F_N نشان می‌دهیم.

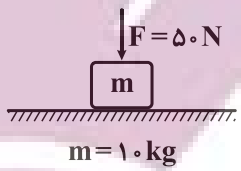
نکته: دقت کنید نیروی عمودی سطح ناشی از تغییر شکل سطح تماس دو جسم است. اگر جسم سنگینی را روی یک سطح اسفنجی و یا یک تشک قرار دهیم، تغییر شکل اسفنج یا تشک به خوبی دیده می‌شود. حتّی یک زمین به ظاهر سفت و سخت نیز وقتی جسمی روی آن قرار می‌گیرد تغییر شکل می‌دهد.

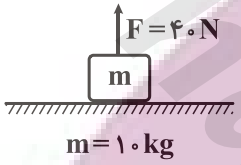
نیروی عمودی سطح ناشی از نیروهای بین مولکولی مولکول‌های سطح تماس است و ماهیت این نیرو، الکتریکی است.

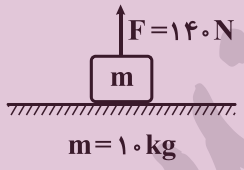
@namcfizik96
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

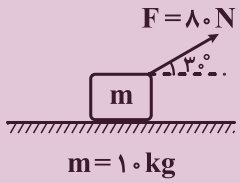
مثال(۴۱): در هر یک از شکل‌های زیر نیروهای عمودی تکیه‌گاه را در هر شکل محاسبه کنید:

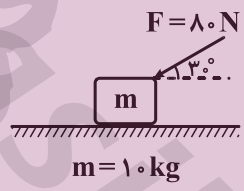
۱)


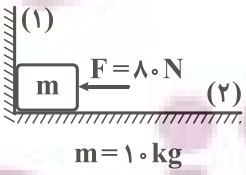
۲)


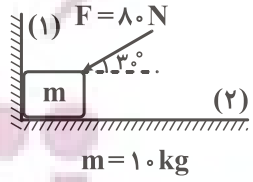
۳)


۴)


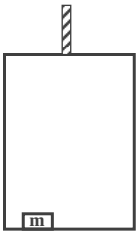
۵)


۶)


۷)


۸)


مثال(۴۲): جسمی به جرم $8kg$ در کف یک آسانسور بر روی یک نیروسنج قرار دارد. در هر یک از حالت‌های زیر معین کنید نیروسنج چه عددی را نشان می‌دهد؟ $(g = 10m/s^2)$



الف) آسانسور با سرعت ثابت $4m/s$ بالا می‌رود.

ب) آسانسور با شتاب ثابت $4m/s^2$ تندشونده بالا می‌رود.

ج) آسانسور با شتاب ثابت $4m/s^2$ کندشونده بالا می‌رود.

د) آسانسور با شتاب $4m/s^2$ تندشونده پایین می‌رود.

هـ) آسانسور با شتاب $4m/s^2$ کندشونده پایین می‌رود.

و) زنجیر آسانسور پاره شود.

مثال(۴۳): شخصی به جرم $50kg$ درون آسانسور ایستاده است. آسانسور یک بار با شتاب $2m/s^2$ به سمت بالا و بار دیگر با همین شتاب به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند. اختلاف نیرویی که از طرف سطح به شخص وارد می‌شود، در دو حالت چند نیوتن است؟

۱) ۱۰۰

۲) ۲۰۰

۳) ۶۰۰

۴) ۱۲۰۰

@hamcfizik
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۴۴): شخصی به جرم $70kg$ در آسانسوری ایستاده و آسانسور پایین می‌آید و نیرویی برابر $735(N)$ از طرف کف آسانسور به آن وارد می‌شود. شتاب و نوع حرکت آسانسور:

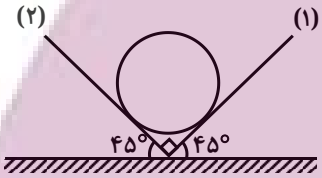
۱) $1m/s^2$ و کندشونده

۲) $1m/s^2$ و تندشونده

۳) $0/5m/s^2$ و تندشونده

۴) $0/5m/s^2$ و کندشونده

مثال(۴۵): در شکل مقابل نیرویی که از طرف هر سطح به وزنه $10kg$ وارد می‌شود، چند نیوتن است؟



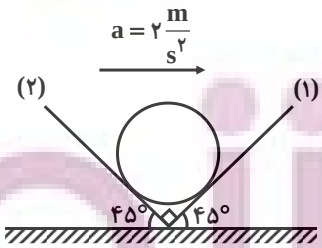
۱) ۱۰۰

۲) $50\sqrt{2}$

۳) $100\sqrt{2}$

۴) $25\sqrt{2}$

مثال(۴۶): در مثال قبل اگر دستگاه با شتاب $2m/s^2$ به سمت راست شروع به حرکت کند. نیرویی که از سطح ۱ و ۲ به جسم وارد می‌شود، به ترتیب چند نیوتن است؟ $(g=10m/s^2)$



۱) $60\sqrt{2}$ و $40\sqrt{2}$

۲) $40\sqrt{2}$ و $60\sqrt{2}$

۳) $80\sqrt{2}$ و $20\sqrt{2}$

۴) $20\sqrt{2}$ و $80\sqrt{2}$

@mohandes_ghazvinian
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

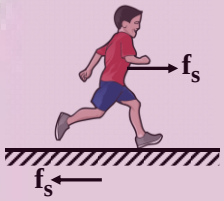
نیروی اصطکاک:

نیروی مالشی یا تماسی بین دو جسم است که از لغزش دو جسم نسبت به هم جلوگیری می‌کند. نیروی اصطکاک بین دو جسم به جنس سطح تماس دو جسم و زبری و نرمی آن‌ها و... بستگی دارد و به علت ناهمواری‌های محل تماس دو جسم ایجاد می‌شود. حتی سطوحی که بسیار هموار به نظر می‌رسند، ناهمواری‌های میکروسکوپی بسیاری دارند که سبب اصطکاک می‌شوند.

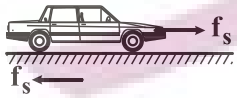
نیروی اصطکاک عمدتاً به عنوان نیروی اتلافی شناخته می‌شود با وجود این در زندگی روزمره لازم است. نگه‌داشتن یک قلم در دست، نوشتن، راندن خودرو، قدم زدن و دویدن، ترمز کردن و... . بدون اصطکاک ممکن نیست. بدون اصطکاک حتّی ایستادن ناممکن است، زیرا کم‌ترین جابه‌جایی سبب لغزیدن و افتادن می‌شود.

دقت کنید این تصوّر که نیروی اصطکاک همواره مانع حرکت جسم است، تصوّر غلطی است. به مثال‌های زیر توجّه کنید.

۱) در هنگام راه رفتن، ما توسط پاهایمان و اصطکاکی که کفش‌هایمان با سطح زمین دارند، زمین را به سمت عقب هُل می‌دهیم و زمین نیز ما را به سمت جلو هُل می‌دهد. چون جرم زمین بسیار زیاد است، این نیرو نمی‌تواند سبب حرکت زمین به عقب شود ولی چون جرم ما نسبت به زمین بسیار کم است، این نیرو سبب حرکت ما به سمت جلو می‌شود. بنابراین در هنگام راه رفتن شخص بر روی سطح زمین نیروی اصطکاک برای شخص عامل حرکت و مانع لغزش است.

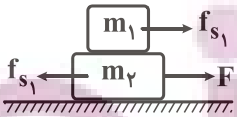


۲) وقتی اتومبیل شروع به حرکت می‌کند، نیروی موتور چرخ‌ها را می‌چرخاند و چرخ‌ها توسط نیروی اصطکاک زمین را به عقب می‌رانند و عکس‌العمل این نیرو از طریق زمین به اتومبیل وارد شده و سبب حرکت اتومبیل به سمت جلو می‌شود.



پس در حرکت اتومبیل اصطکاک عامل حرکت اتومبیل رو به جلو است و مانع لغزش چرخ‌ها بر روی زمین می‌شود.

۳) مطابق شکل فرض کنید دو جسم توسط نیروی F با یک شتاب و در یک جهت شروع به حرکت کنند و وزنه m_1 روی m_2 نلغزد.



عامل حرکت وزنه بالایی اصطکاک بین دو وزنه (f_{s_1}) می‌باشد و این نیرو مانع حرکت وزنه m_2 است. البته m_2 اصطکاک دیگری با زمین دارد (f_{k_2}) که مانع لغزش آن روی سطح می‌شود. بنابراین:

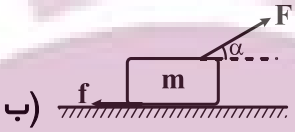
در این مثال نیروی اصطکاک عامل حرکت وزنه بالایی و مانع حرکت وزنه پایینی است ولی دقت کنید در هر دو جسم اصطکاک سعی دارد که مانع لغزش اجسام بر روی هم شود.

نکـات:

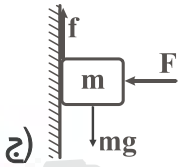
۱) راستای نیروی اصطکاک همواره بر سطح تماس، مماس است.

۲) نیروی موثّری که موازی سطح اثر کرده و بخواهد یکی از دو جسم را نسبت به دیگری بلغزاند عامل حرکت نامیده می‌شود. به مثال‌های زیر توجّه کنید:

F عامل حرکت است.



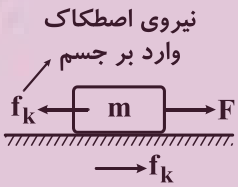
$F\cos\alpha$ عامل حرکت است.



نیروی وزن عامل حرکت است.

۳) جهت نیروی اصطکاک برای جسمی که تمایل دارد لغزش را شروع کند (عامل حرکت به آن اثر کرده) خلاف جهت لغزش نسبی و برای سطح دیگر طبق قانون سوم نیوتن در خلاف جهت نیروی اصطکاک وارد بر جسم اوّل است.

به طور مثال در شکل مقابل نیروی عامل حرکت (F) به وزنه m اثر کرده و این وزنه می‌خواهد به جلو بلغزد و نیروی اصطکاک وارد بر این وزنه رو به عقب است و واکنش این نیروی اصطکاک به زمین رو به جلو وارد می‌شود.

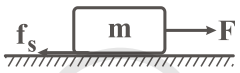


انواع نیروی اصطکاک:

۱) نیروی اصطکاک ایستایی (سکون):

نیروی اصطکاک را وقتی اجسام نسبت به هم نلغزند، نیروی اصطکاک ایستایی گفته و با f_s نشان می‌دهیم.

در شکل مقابل فرض کنید با اعمال نیروی $F=۱۰۰N$ جسم ساکن مانده است با توجّه به این‌که جسم ساکن مانده و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر بوده و بنابراین نیروی اصطکاک در مقابل حرکت آن برابر نیروی جلوبرنده است $(f_s=۱۰۰N)$.

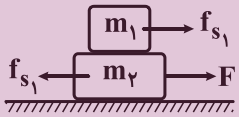


اگر در همین مثال نیروی $F=۲۰۰N$ به جسم وارد شده و جسم ساکن بماند نیروی اصطکاک $f_s=۲۰۰N$ خواهد شد، بنابراین:

نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) فرمول یا رابطهٔ ریاضی ندارد و از نظر مقدار، درست برابر نیروی عامل حرکت است.

نکته: دقت کنید جسم می‌تواند در حال حرکت باشد ولی اصطکاک آن با سطح زیرین ایستایی باشد. به طور مثال در هنگام راه رفتن و یا شروع به حرکت اتومبیل بدون لغزش اصطکاک از نوع ایستایی است.

نکته: اگر جسم و سطح زیرین با یک سرعت و در یک جهت حرکت کنند (جسم و سطح نسبت به هم ساکن باشند) اصطکاک بین جسم و سطح زیرین ایستایی است. به طور مثال اگر در اثر اعمال نیروی F دو جسم با یک شتاب و در یک جهت حرکت کنند، نیروی اصطکاک بین دو وزنه ایستایی یا سکون است.



نکته: وقتی نیروی عامل حرکت افزایش یابد و جسم ساکن بماند، نیروی اصطکاک ایستایی نیز افزایش می‌یابد، این افزایش نیروی اصطکاک ایستایی تا جایی ادامه پیدا می‌کند که نیروی عامل حرکت به اندازه‌ای زیاد شود که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد. به نیروی اصطکاک در این حالت نیروی اصطکاک آستانه حرکت (نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه) می‌گوییم و با f_{smax} نشان می‌دهیم. اگر نیروی عامل حرکت از f_{smax} هم بیش‌تر شود، جسم شروع به لغزش کرده و نیروی اصطکاک در این حالت را نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) می‌گوییم.

نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:

$$f_{Smax}=\mu_s \times F_N$$

(μ_s: ضریب اصطکاک ایستایی)

در این رابطه F_N نیروی عمودی تکیه‌گاه است که گاهی آن را با N نیز نشان می‌دهیم.

μ_s ضریب اصطکاک ایستایی نام دارد که به عواملی نظیر جنس سطح تماس دو جسم، میزان صافی و زبری آن‌ها و... بستگی دارد.

دقت کنید که رابطه فوق فقط وقتی درست است که جسم در آستانه حرکت باشد، بنابراین همواره $f_{smax} \geq f_s$ است.

۲) نیروی اصطکاک جنبشی:

به نیروی اصطکاک هنگامی که جسم روی سطح می‌لغزد و یا این‌که نسبت به سطح زیرین حرکت می‌کند، نیروی اصطکاک جنبشی (حرکتی) گفته می‌شود و آن را با f_k نشان می‌دهیم و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$f_k = \mu_k \times F_N$$

ضریب اصطکاک جنبشی

در این رابطه F_N نیروی عمودی تکیه‌گاه و μ_k ضریب اصطکاک جنبشی نام دارد، ضریب اصطکاک جنبشی همانند، ضرایب اصطکاک ایستایی به جنس سطح تماس و میزان زبری و نرمی آن‌ها و... بستگی دارد.

نکات:

۱) مقادیر μ_k و μ_s می‌تواند هر عددی باشد ولی این مقادیر معمولاً کم‌تر از یک است.

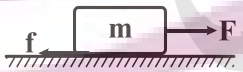
۲) با توجّه به این‌که f_{Smax} بیش‌ترین نیروی اصطکاک بین دو جسم است، بنابراین:

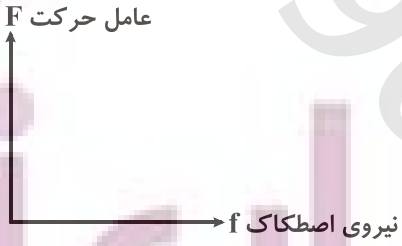
$$f_{Smax} \geq f_k \Rightarrow \mu_s \geq \mu_k$$

۳) ضریب اصطکاک ایستایی (μ_s) و جنبشی (μ_k) ارتباطی به مساحت سطح تماس بین دو جسم ندارد.

۴) نیروی اصطکاک ایستایی مقدار ثابتی ندارد و برابر با نیروی جلوبرنده است، در حالیکه نیروی اصطکاک جنبشی مقدار ثابتی دارد، یعنی وقتی جسم شروع به لغزش کرد، با افزایش نیروی جلوبرنده مقدار نیروی اصطکاک جنبشی ثابت است.

۵) اگر مطابق شکل جسم روی سطح افقی قرار داشته و نیروی F به تدریج افزایش یابد، تا وقتی جسم ساکن است، نیروی اصطکاک با نیروی جلوبرنده برابر است و وقتی جسم شروع به حرکت کرد، نیروی اصطکاک از مقدار بیشینه (f_{Smax}) کاهش می‌یابد و سپس با افزایش مقدار F، نیروی اصطکاک ثابت می‌ماند، به‌طوری‌که نمودارهای زیر را برای آن داریم:





۶) برای تعیین نوع نیروی اصطکاک بین دو جسم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) از رابطه $f_{smax} = \mu_s \times F_N$ نیروی اصطکاک آستانه حرکت را به‌دست می‌آوریم.

ب) نیروی عامل حرکت یا برآیند نیروهایی که عامل حرکت است را به‌دست می‌آوریم.

ج) نیروی عامل حرکت را با f_{smax} مقایسه می‌کنیم و دو حالت زیر را داریم:

۱) اگر $F > f_{Smax} \Rightarrow$ جسم حرکت می‌کند. $\Rightarrow$ اصطکاک جنبشی است. $\Rightarrow f_k = \mu_k F_N$

۲) اگر $F \leq f_{Smax} \Rightarrow$ جسم نمی‌لغزد $\Rightarrow$ اصطکاک ایستایی است. $\Rightarrow f_s = F$ عامل حرکت

۷) دقت کنید ممکن است جسم ساکن باشد ولی اصطکاک جسم جنبشی باشد. به‌طور مثال در یک جادهٔ یخ‌زده چرخ‌های اتومبیل درجا می‌چرخد، با این‌که اتومبیل جلو نمی‌رود، نیروی اصطکاک بین چرخ‌های اتومبیل و سطح زمین یخ‌زده جنبشی است.

بررسی نیروی اصطکاک از دیدگاه میکروسکوپی:

۱) نیروی اصطکاک و نیروی عمودی تکیه‌گاه جمع‌برداری نیروهای بی‌شماری است که طبیعت الکتریکی دارند و بین اتم‌های سطح جسم و اتم‌های سطح جسم دیگر عمل می‌کنند.

۲) ماهیت نیروی اصطکاک نیروی دگرچسبی بین مولکول‌ها و اتم‌ها در سطح تماس است و ماهیت نیروی عمودی تکیه‌گاه نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌ها در سطح تماس است.

۳) اگر دو سطح فلزی کاملاً صیقل داده شود و تمیز روی هم گذاشته بشوند، نمی‌توان آن‌ها را به راحتی روی هم لغزاند، زیرا بین اتم‌های دو جسم در سطح تماس نیروی دگرچسبی ایجاد شده و اِنگار دو سطح به هم جوش خورده‌اند که اصطلاحاً به آن جوش سرد می‌گویند.

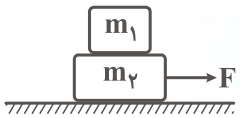
۴) وقتی دو سطح معمولی روی هم قرار داده می‌شوند، برخی نقاط با هم تماس پیدا می‌کنند. سطح تماس بسیار کوچک‌تر از سطح ماکروسکوپی ظاهری تماس است (حدود 10^{4} مرتبه کوچک‌تر)

۵) جوش‌های بین مولکول‌ها و اتم‌ها وقتی یک عامل خارجی بخواهد دو سطح را روی هم بلغزاند، اصطکاک ایستایی ایجاد می‌کند.

۶) اگر نیروی واردشده برای کشیدن جسم روی سطح به حد کافی بزرگ باشد، نخست جوش‌ها (در لحظه شروع حرکت) پاره شده و پس از آن با شروع حرکت، جوش‌ها به‌طور پیوسته مجدداً تشکیل و سپس پاره می‌شوند.

ایران توسه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۴۷): بر اساس قانون سوم نیوتن توضیح دهید:

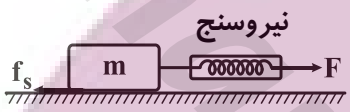


الف) راه رفتن با حرکت از حال سکون چگونه انجام می‌شود.

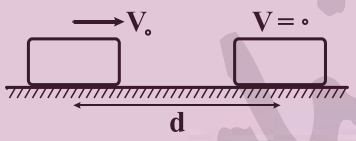
ب) چرا راه رفتن روی یک سطح سُر یا یخ به سختی ممکن است.

مثال(۴۸): آزمایشی برای اندازه‌گیری μ_s و μ_k برای یک جسم طرح کنید. (می‌توانید از یک نیروسنج برای سنجش نیرو استفاده کنید.)

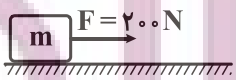
الف) سنجش μ_s:



ب) سنجش μ_k:



مثال(۴۹): به جسمی به جرم m مطابق شکل نیروی افقی $F = ۲۰۰N$ وارد شده و جسم ساکن مانده است. نیروی اصطکاک در مقابل حرکت جسم چند نیوتن است؟



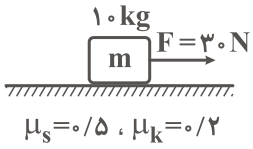
۱) $f = ۲۰۰N$

۲) $f > ۲۰۰N$

۳) $f \geq ۲۰۰N$

۴) $f < ۲۰۰N$

مثال(۵۰): در شکل مقابل نیروی اصطکاک در مقابل حرکت جسم چند نیوتن است؟



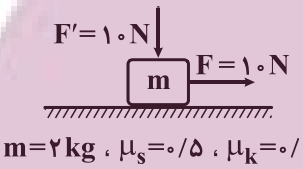
۱) ۳۰

۲) ۲۰

۳) ۵۰

۴) بزرگ‌تر از ۳۰

مثال(۵۱): در شکل روبه‌رو اگر نیروی F' را دو برابر کنیم، مقدار نیروی اصطکاک بین جسم و سطح چند برابر می‌شود؟ (جسم در ابتدا ساکن بوده است.) $(\mu_k = ۰/۲ \ ، \mu_s = ۰/۵ \ ، m = ۲kg)$



۱) ثابت می‌ماند.

۲) $\frac{۴}{۳}$ برابر می‌شود.

۳) ۲ برابر می‌شود.

۴) $\frac{۳}{۲}$ برابر می‌شود.

مثال(۵۲): می‌خواهیم به جسمی به جرم $۵kg$ شتاب $۲m/s^۲$ بدهیم. در هر یک از حالت‌های زیر اندازه و جهت نیرویی که باید به جسم وارد کنیم، معین کنید.

الف) جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت کند.

ب) جسم در سطح افقی با ضریب اصطکاک $\mu_k = ۰/۲$ به راست حرکت کند و جهت شتابش به سمت راست باشد.

ج) جسم در راستای قائم با شتاب $۲m/s^۲$ به سمت بالا شروع به حرکت کند.

د) جسم در راستای قائم با شتاب $۲m/s^۲$ به سمت پایین شروع به حرکت کند.

مثال(۵۳): قطعه چوبی را با سرعت افقی $۱۰ m/s$ روی سطح افقی پرتاب می‌کنیم. اگر بین چوب و سطح $\mu_k = ۰/۲$ باشد. قطعه چوب پس از طی چه مسافتی بر حسب متر متوقف می‌شود؟ $(g = ۱۰ m/s^۲)$

۱) ۲/۵

۲) ۲۵

۳) ۵

۴) ۵۰

نکته: اگر جسمی در سطح افقی حرکت کند و تنها نیروی موثر وارد بر آن اصطکاک باشد ...

مثال(۵۴): دو قطعه چوب A و B که ضریب اصطکاک آن‌ها با سطح افقی یکسان است، با یک سرعت روی سطح افقی پرتاب می‌شوند. اگر مسافت‌هایی که قطعه چوب‌ها از لحظه پرتاب تا توقف کامل طی می‌کنند. d_A و d_B بوده و جرم A، ۳ برابر جرم B باشد. $\frac{d_A}{d_B}$ چند است؟

۱) ۱

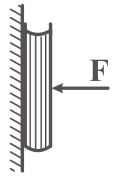
۲) ۳

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) $\frac{۱}{۹}$

@hamedqazvinian
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۵۵): کتابی را مانند شکل با نیروی F به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم. اگر جرم کتاب $3kg$، $\mu_k = 0/5$ و $\mu_s = 0/8$ باشد:

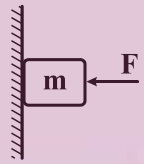


الف) نیروهای وارد بر کتاب را رسم کرده و مقدار نیروی اصطکاک را به‌دست آورید؟

ب) اگر کتاب را بیش‌تر به دیوار بفشاریم؛ آیا نیروی اصطکاک افزایش می‌یابد؟ با این کار چه نیروهایی افزایش می‌یابد؟

ج) حداقل نیروی F چند نیوتن باشد، تا کتاب سقوط نکند؟

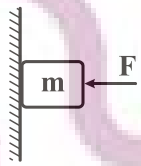
مثال(۵۶): در شکل مقابل جرم جسم $10kg$ و ضریب اصطکاک آن با سطح قائم $\mu_s = 0/8$ و $\mu_k = 0/5$ است. در هر یک از حالت‌های زیر نیروی اصطکاک جسم با سطح قائم و شتاب حرکت را معین کنید. (نیروی F افقی بوده و $g = 10m/s^2$)



الف) $F = 100N$

ب) $F = 200N$

مثال(۵۷): در شکل مقابل جسم با نیروی افقی F_1 در آستانه‌ی حرکت قرار می‌گیرد و با نیروی F_2 با سرعت ثابت به طرف پایین می‌لغزد. اگر نیروی اصطکاک در این دو حالت f_1 و f_2 باشد، کدام مورد درست است؟



۱) $f_1 > f_2$ و $F_1 > F_2$

۲) $f_1 > f_2$ و $F_1 = F_2$

۳) $f_1 = f_2$ و $F_1 < F_2$

۴) $f_1 = f_2$ و $F_1 = F_2$

مثال(۵۸): صندوقی در کف کامیونی قرار دارد و کامیون با سرعت $۱۵m/s$ در یک مسیر مستقیم و افقی در حرکت است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی صندوق با کف کامیون $۰/۲۵$ است. این کامیون پس از ترمز مناسب، کوتاه‌ترین فاصله‌ای که می‌تواند طی کند و متوقف شود، بدون این‌که صندوق بلغزد چند متر است؟ $(g=۱۰m/s^۲)$

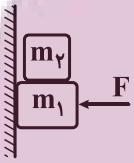
۱) ۲۰

۲) ۲۵

۳) ۴۰

۴) ۴۵

مثال(۵۹): در شکل مقابل $m_۱=۴kg$ و $m_۲=۲kg$ و ضریب اصطکاک بین $m_۱$ و سطح دیوار $\mu_S=۰/۴$ است. اندازهٔ نیروی افقی F حداقل چند نیوتن باشد، تا وزنه‌ها ساکن بمانند؟ $(g=۱۰m/s^۲)$



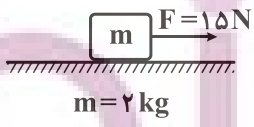
۱) ۱۰۰

۲) ۵۰

۳) ۱۵۰

۴) ۲۴

مثال(۶۰): در شکل مقابل جسم با سرعت ثابت V به سمت راست حرکت می‌کند. اگر نیروی F را $۱۰N$ کم کنیم؛ جسم بعد از $۵s$ متوقف می‌شود. مقدار V و ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح به ترتیب در SI چند است؟



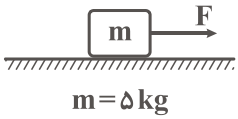
۱) ۲۵ و ۰/۵

۲) ۲۵ و ۰/۷۵

۳) ۱۰ و ۰/۵

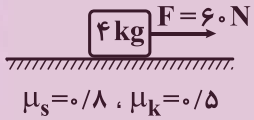
۴) ۱۰ و ۰/۷۵

مثال(۷۱): در شکل مقابل با اعمال نیروی $F = ۲۰N$ به صورت افقی جسم با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. اگر نیروی F، بدون تغییر جهت ۲ برابر شود، شتاب حرکت ۳ برابر می‌شود. ضریب اصطکاک جسم و سطح چند است؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$



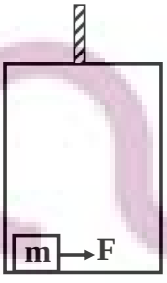
۱) ۰/۱
۲) ۰/۲
۳) ۰/۳
۴) ۰/۴

مثال(۷۲): در شکل مقابل ابتدا جسم روی سطح افقی ساکن است. اگر مطابق شکل نیروی F به مدّت $۴s$ اثر کرده و سپس حذف شود. از ابتدای حرکت تا توقف کامل، در مجموع جسم چند متر روی سطح افقی جابه‌جایی می‌شود؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$

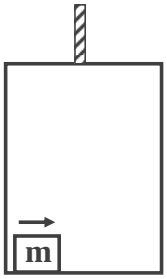


۱) ۸۰
۲) ۱۶۰
۳) ۲۴۰
۴) ۳۰۰

مثال(۷۳): در شکل مقابل آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند. اگر جرم جسم $۵kg$ و ضریب اصطکاک جسم با کف آسانسور $\mu_s = ۰/۶$ باشد. F حداکثر چند نیوتن باشد، تا وزنه نسبت به کف آسانسور ثابت بماند؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$



۱) ۳۰
۲) ۲۴
۳) ۳۶
۴) ۴۰



مثال(۷۴): در شکل مقابل وزنه‌ای روی کف آسانسوری که با شتاب $۲m/s^۲$ تندشونده پایین می‌رود، با سرعت $۱/۶m/s$ به صورت افقی پرتاب می‌شود. اگر ضریب اصطکاک جسم با کف آسانسور $\mu_k = ۰/۴$ باشد. جسم پس از طی مسافت چند سانتی‌متر روی کف آسانسور متوقف می‌شود؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$

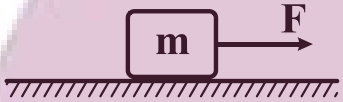
۱) ۱۶

۲) ۵۱/۲

۳) ۴۰

۴) ۶۴

مثال(۷۵): در شکل مقابل نیروی افقی متغیر $F = ۴۰t$ در SI از لحظهٔ $t = ۰$ به جسم ساکن وارد می‌شود.



$m = ۱۰kg, \mu_s = ۰/۸, \mu_k = ۰/۵$

الف) در چه لحظه‌ای جسم شروع به حرکت می‌کند؟

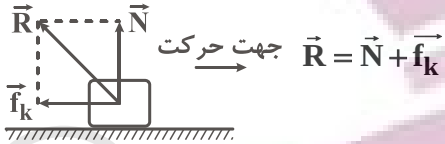
ب) شتاب آغاز حرکت چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟

ج) در $t = ۳۰s$ سرعت جسم چند $\frac{m}{s}$ می‌شود؟

@hamidsiavash96
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

نیروی واکنش سطح (عکس‌العمل سطح):

می‌دانیم سطح زیرین ۲ نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) و نیروی اصطکاک (f) را به جسمی که روی سطح قرار دارد، وارد می‌کند. نیروی عکس‌العمل سطح برآیند دو نیروی اصطکاک و عمودی تکیه‌گاه است و آن را با R نشان می‌دهیم.



$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{f_k}$$

با توجّه به این‌که همواره نیروی عمودی تکیه‌گاه بر نیروی اصطکاک عمود است مقدار R را می‌توان با رابطه فیثاغورث به‌دست آورد.

جسم حرکت کند. $\Rightarrow R = \sqrt{N^2 + f_k^2}$

جسم ساکن بماند. $\Rightarrow R = \sqrt{N^2 + f_s^2}$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۷۶): به جسمی به‌جرم $۸kg$ که بر روی سطح افقی قرار دارد، نیروی افقی $۶۰N$ اعمال می‌شود و جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$

۱) ۶۰

۲) ۸۰

۳) ۱۰۰

۴) ۱۴۰

مثال(۷۷): کامیونی با شتاب $۷/۵m/s^۲$ روی یک جاده مستقیم و افقی به صورت تندشونده در حال حرکت است. جعبه‌ای به جرم $۴kg$ درون کامیون قرار داشته و نسبت به آن ساکن است. اندازهٔ نیرویی که کف کامیون به جعبه وارد می‌کند، چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$

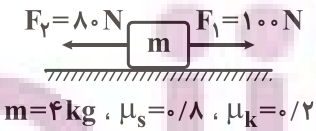
۱) ۳۴

۲) ۴۰

۳) ۵۰

۴) ۶۰

مثال(۷۸): در شکل مقابل، نیروی واکنش سطح چند نیوتن است؟ (جسم در ابتدا ساکن است.)



۱) ۲۰

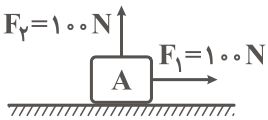
۲) ۸

۳) $۸\sqrt{۲۶}$

۴) $۲۰\sqrt{۵}$

مثال(۶۹): در شکل مقابل نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، چند نیوتن است؟

($m = ۲۰kg$ ، $\mu_s = ۱/۵$ ، جسم قبل از اعمال نیرو ساکن بوده است.)



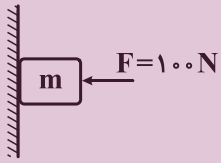
۱) ۲۰۰

۲) ۱۰۰

۳) $۱۰۰\sqrt{۲}$

۴) صفر

مثال(۷۰): در شکل مقابل جرم وزنه $۱۰kg$ بوده و روی دیوار ساکن است. اگر نیروی F، ۳ برابر شود، اندازهٔ نیرویی که دیوار به وزنه وارد می‌کند، چند برابر می‌شود؟



۱) ۱

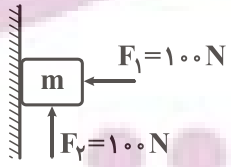
۲) $\sqrt{۵}$

۳) $\sqrt{۱۰}$

۴) $۲\sqrt{۵}$

مثال(۷۱): در شکل مقابل نیروی عکس‌العمل سطح چند نیوتن است؟

($g = ۱۰m/s^۲$ ، $m = ۹kg$ ، $\mu_s = \mu_k = ۰/۲۵$)



۱) ۵۰

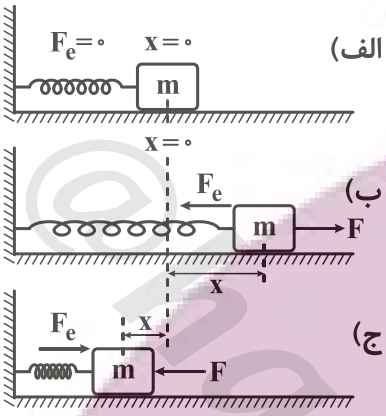
۲) $۱۰\sqrt{۱۰۱}$

۳) ۱۰۰

۴) $۲۵\sqrt{۱۷}$

نیروی کشسانی فنر:

نیرویی است که باعث کشیده شدن و یا فشرده شدن فنر می‌شود. در شکل مقابل در قسمت «الف» فنر دارای طول طبیعی بوده و در شکل‌های «ب» و «ج» به ترتیب فنر با نیروی F به اندازهٔ x کشیده یا فشرده شده است. نیروی کشسانی فنر طبق قانون هوک از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$F_e = K \times \Delta x \longrightarrow \text{تغییر طول فنر}$$

F_e: نیروی کشسانی فنر

K: ثابت فنر (N/m)

$$\Delta x = |x_2 - x_1|$$

Δx: تغییر طول فنر

x_1: طول اولیه

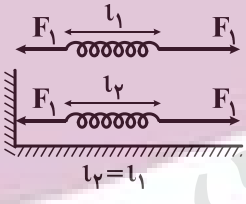
x_2: طول ثانویه

نکات:

۱) در رابطه‌ی فوق K، ثابت فنر یا ضریب سختی فنر نام دارد که واحدش در SI، N/m است. مقدار ثابت کشسانی فنر به مشخصات ساختمانی فنر مانند جنس فنر، اندازه فنر، شکل و ساختار ماده‌ای که فنر از آن ساخته شده بستگی دارد.

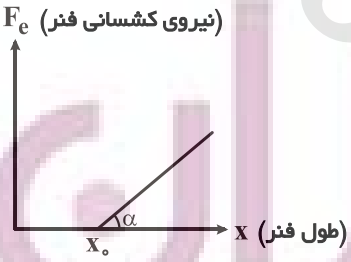
۲) هر چه تعداد حلقه‌های فنر بیش‌تر باشد، فنر نرم‌تر بوده و ثابت فنر کم‌تر می‌شود. بنابراین اگر فنری با ثابت K را نصف کنیم، ثابت هر یک از فنر های ایجادشده $2K$ می‌شود و اگر فنری با ثابت K به n قسمت مساوی تقسیم شود، ثابت هر قسمت nK می‌شود.

۳) دقت کنید اگر فنری سبک مطابق شکل از دو طرف با نیروی F_1 کشیده شود، نیروی کشسانی فنر همان F_1 است. به عبارت دیگر اگر فنری از دو طرف با نیروی F_1 کشیده شود میزان کشش فنر درست برابر حالتی است که این فنر را به دیواری بسته و آن را از طرف دیگر با نیروی F_1 بکشیم.



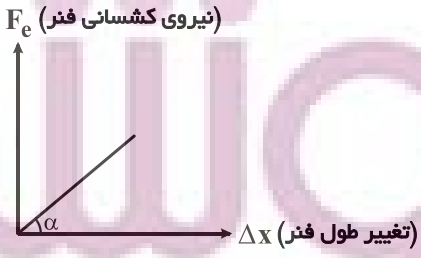
۴) نیروی کشسانی فنر (F_e) همواره سعی دارد، فنر به حالت طبیعی بازگردد و مخالف نیروی اعمال شده است.

۵) با توجّه به رابطه $F=Kx$ نمودار تغییرات نیروی کشسانی (F_e) بر حسب تغییر طول فنر خط راست است که شیب آن ثابت فنر (K) است.



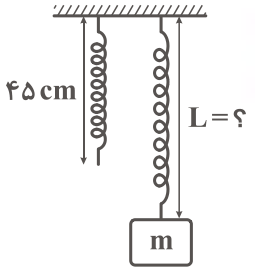
نمودار نیروی کشسانی فنر بر حسب طول فنر

$\tan\alpha = K$



نمودار نیروی کشسانی فنر برحسب تغییر طول فنر

$\tan\alpha = K$



مثال(۷۲): فنری به طول $۴۵cm$ و ثابت $۹۸N/m$ را از یک نقطه آویزان کرده و به سر دیگر وزنه $۳۰۰gr$ وصل کرده و آن را به آرامی پایین می‌آوریم تا به تعادل برسد، طول فنر در این حالت چند سانتی‌متر می‌شود؟ $(g=۹/۸m/s^۲)$

۱) ۴۶/۵

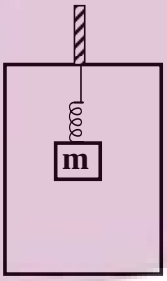
۲) ۴۸

۳) ۴۹/۵

۴) ۵۱

مثال(۷۳): وزنه‌ای به جرم $۲kg$ را به انتهای فنری به طول $۱۲cm$ که ثابت آن $۲۰N/cm$ است، می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. در حالت‌های زیر طول فنر را حساب کنید.

الف) آسانسور با سرعت ثابت $۲m/s$ پایین می‌رود. $(g=۱۰m/s^۲)$



ب) آسانسور با شتاب $۲m/s^۲$ از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت می‌کند.

ج) آسانسور با شتاب $۲m/s^۲$ از حال سکون رو به بالا شروع به حرکت می‌کند.

د) آسانسور با شتاب $۲m/s^۲$، کندشونده بالا می‌رود.

هـ) زنجیر آسانسور پاره شود.

مثال(۷۴): به فنر بدون جرمی که از سقف آویزان است، یک بار وزنه $۲۰۰gr$ و بار دیگری وزنه $۵۰۰gr$ آویخته‌ایم. طول فنر به ترتیب $۱۳cm$ و $۱۴/۵cm$ شده است. طول طبیعی فنر چند سانتی‌متر است؟ $(g=۱۰m/s^۲)$

۱) ۹

۲) ۱۰

۳) ۱۱

۴) ۱۲

مثال(۷۵): در شکل مقابل با اعمال نیروی افقی F وزنه $۸۰۰gr$ با شتاب $۴m/s^۲$ شروع به حرکت می‌کند. اگر طول طبیعی فنر $۱۵cm$ باشد. با اعمال نیروی F طول فنر چند سانتی‌متر می‌شود؟

$(g=۱۰m/s^۲ ،K=۲۰۰N/m ،\mu_k=۰/۱ ،m=۸۰۰gr)$

۱) ۱۶

۲) ۱۷

۳) ۱۸

۴) ۱۹

مثال(۷۶): طول آزاد یک فنر $۱۵cm$ است و از سقف آویزان است. وقتی به آن کفه‌ای به جرم m بسته و درون کفه وزنه $۱۰۰gr$ می‌گذاریم، در حالت تعادل طول فنر $۱۷cm$ می‌شود. اگر وزنه $۲۰۰gr$ را به کفه اضافه کنیم، طول فنر $۱۹cm$ می‌شود. جرم کفه ..... گرم و ثابت فنر ..... N/m است.) $(g=۱۰m/s^۲)$

۱) ۱۰۰ - ۱۰۰

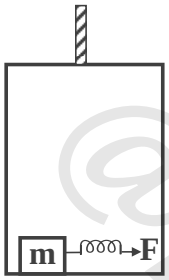
۲) ۱۰۰۰ - ۱۰۰

۳) ۵۰ - ۵

۴) ۵۰۰۰ - ۵

مثال(۷۷): در شکل مقابل آسانسور با شتاب $۲m/s^۲$ کندشونده بالا می‌رود. اگر در اثر اعمال نیروی افقی F، جسم با شتاب افقی $۰/۴m/s^۲$ شروع به حرکت کند، میزان کشیدگی فنر چند سانتی‌متر است؟

($g=۱۰m/s^۲$ و جرم جسم $۱۰kg$ و ضریب اصطکاک جسم با کف آسانسور $\mu_k=۰/۲$ و ثابت فنر $K=۲۰۰N/m$ است.)



۱) ۵

۲) ۱۰

۳) ۱۴

۴) ۱۲

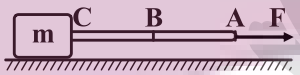
نیروی کشش نخ (طناب):

وقتی طناب (کابل یا ریسمان و...) متصل به جسمی را مطابق شکل مقابل می‌کشیم، طناب جسم را با نیرویی می‌کشد که جهت آن از جسم به سمت بیرون و در راستای طناب است. چون در این حالت طناب تحت کشش قرار دارد، به این نیرو، نیروی کشش طناب گفته می‌شود و آن را با حرف T نشان می‌دهیم. معمولاً از طناب یا نخ به عنوان رابط بین دو جسم و یا به عنوان رابط بین دست‌ها و جسم مورد نظر استفاده می‌شود.

نکات:

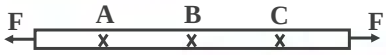
۱) ریسمان و طناب تنها می‌تواند نیروی کشش را تحمل کند، در حالی‌که میله می‌تواند نیروی کشش یا فشاری را تحمّل کند.

۲) اگر طناب، ریسمان یا میله بدون جرم فرض شوند، نیروی کشش در تمام نقاط یکسان است و درست برابر نیروی اعمال‌شده به یک سر آن است.

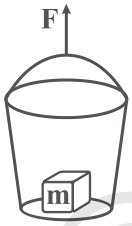


$T_A = T_B = T_C = F$

۳) همانند فنر بدون جرم، اگر طناب یا نخی از دو طرف با نیروی مساوی (F) کشیده شود؛ نیروی کشش در تمام نقاط طناب یا نخ بدون توجّه به این‌که طناب جرم داشته باشد یا بدون جرم باشد، در تمام نقاط همان F است.



مثال(۷۸): مطابق شکل جرم سطل $۱۲۰۰gr$ و جرم وزنه داخل آن $۳۰۰gr$ است. اگر سطل را با نیروی $F=۱۸(N)$ از حال سکون به سمت بالا حرکت دهیم. نیرویی که از طرف وزنه $۳۰۰gr$ به کف سطل وارد می‌شود، چند نیوتن است؟ ($g=۱۰m/s^۲$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



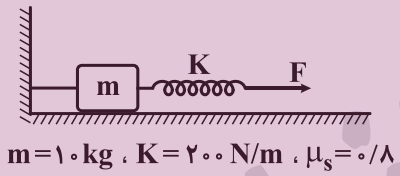
۱) ۳/۶

۲) ۲/۴

۳) ۶/۶

۴) ۵/۴

مثال(۷۹): در شکل مقابل اگر در اثر اعمال نیروی F فنر به اندازهٔ $۱۵cm$ کشیده شود، در این صورت نیروی کشش نخ متصل به دیوار چند نیوتن می‌شود؟ ($g=۱۰m/s^۲$)



$m=۱۰kg$ ، $K=۲۰۰N/m$ ، $\mu_s=۰/۸$

۱) ۳۰

۲) ۵۰

۳) ۸۰

۴) صفر

مثال(۸۰): در مثال قبل اگر میزان کشیدگی فنر $۵۰cm$ باشد، نیروی کشش نخ متصل به دیوار چند نیوتن می‌شود؟

۱) ۱۰۰

۲) ۸۰

۳) ۲۰

۴) صفر

@hamidsiha96
هنرآموز فیزیک
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۸۱): یک طناب افقی به طول $8m$ بین دو دیوار بلند بسته شده است. وزنهٔ ۳۰ نیوتنی را به وسط آن آویزان می‌کنیم. طناب کش آمده، وسط طناب $4m$ پایین آمده و به تعادل می‌رسد و می‌ایستد. کشش طناب در این حالت چند نیوتن است؟ $(g = 10 m/s^2)$

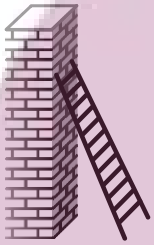
۱) $15\sqrt{2}$

۲) $30\sqrt{2}$

۳) $7/5\sqrt{2}$

۴) ۱۵

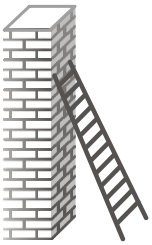
مثال(۸۲): در شکل روبه‌رو نردبانی به جرم $20kg$ به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است و ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان $\mu_s = 0/5$ است و نردبان در آستانه‌ی سُر خوردن است. مطلوبست: $(g = 10 m/s^2)$



الف) نیروی عمودی که از طرف سطوح تماس به نردبان وارد می‌شود، هر یک چند نیوتن است؟

ب) نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، چند نیوتن است؟

@hadi96shiraz
مهندس جواد قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



مثال(۸۳): در مثال قبل، اگر ضریب اصطکاک سطح افقی و قائم با نردبان هر یک $\mu_S = ۰/۵$ باشد، نیرویی که دیوار قائم و سطح افقی به نردبان وارد می‌کنند چند نیوتن است؟ (فرض کنید نردبان در هر دو سطح در آستانه لغزش باشد، $g = ۱۰ m/s^۲$)

مثال(۸۴): طنابی بین دو دیوار هم‌تراز بسته شده است و یک بندباز درست در وسط طناب قرار دارد و بزرگی نیروی کشش در جلو و پشت سر شخص به ترتیب $F_۲$ و $F_۱$ است. اگر شخص به تدریج به دیوار سمت راست نزدیک شود، نیروی کشش $F_۱$ و $F_۲$ به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟

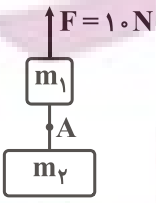
۱) هر دو افزایش

۲) هر دو کاهش

۳) $F_۱$ افزایش و $F_۲$ کاهش

۴) $F_۱$ کاهش و $F_۲$ افزایش

مثال(۸۵): در شکل مقابل اگر طناب بدون جرم باشد، نیروی کشش در نقطهٔ A چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$ ، $m_۱ = m_۲ = ۱۰۰ gr$)



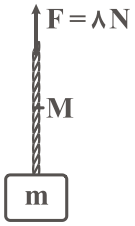
۱) ۱۰

۲) ۵

۳) ۲/۵

۴) ۱

مثال(۸۶): در شکل مقابل جرم طناب $۲۰۰gr$ و جرم وزنه متصل به آن $۱۸۰۰gr$ است. کشش نخ در نقطه M وسط طناب چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$



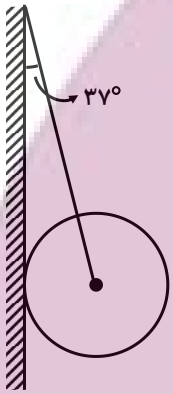
۱) ۷/۶

۲) ۶/۴

۳) ۶

۴) ۵/۴

مثال(۸۷): در شکل مقابل اگر نیرویی که دیوار قائم در تکیه‌گاه به کره وارد می‌کند، $۳۰N$ باشد، جرم کره چند کیلوگرم است؟ (اصطکاک ناچیز، $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$، $g = ۱۰m/s^۲$)



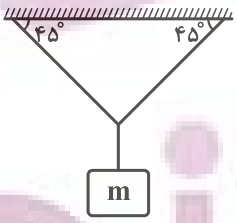
۱) ۲

۲) ۴

۳) ۳

۴) ۵

مثال(۸۸): در شکل مقابل اگر با قیچی یکی از نخ‌ها را قطع کنیم. در لحظه قطع نخ شتاب حرکت وزنه $۲kg$ چند متربرمجذورثانیه می‌شود؟ $(g = ۱۰m/s^۲$ و جرم نخ‌ها و اصطکاک ناچیز است.)



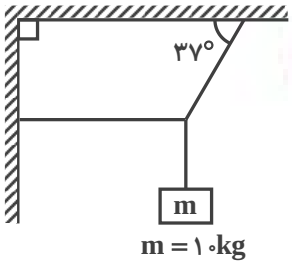
۱) ۱۰

۲) $۵\sqrt{۲}$

۳) $۱۰\sqrt{۲}$

۴) $\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}$

@ahmadi_ghazvinian
هندسه قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



مثال(۸۹): در شکل مقابل نیروی کشش نخ افقی چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$ و $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$ جرم نخ‌ها و اصطکاک ناچیز است.)

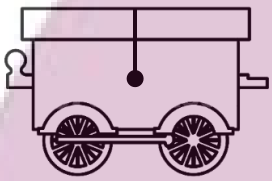
۱) ۹۰

۲) ۱۰۰

۳) ۱۲۰

۴) ۱۶۰

مثال(۹۰): در شکل مقابل آونگی به جرم ۲۰۰gr از سقف یک واگن آویزان شده است. اگر واگن با شتاب $۵ m/s^۲$ به سمت راست شروع به حرکت کند. نیروی کشش نخ متصل به آونگ که جرمش ناچیز فرض می‌شود، چند نیوتن می‌شود؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$)



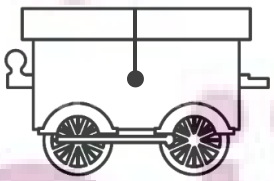
۱) ۲

۲) ۱

۳) $\sqrt{۳}$

۴) $\sqrt{۵}$

مثال(۹۱): در مقابل قبل واگن با چه شتابی حرکت کند تا راستای نخ متصل به آونگ به اندازهٔ ۳۷ درجه از وضع قائم منحرف شود؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$، $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)



۱) ۵

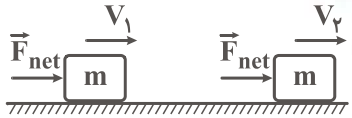
۲) ۷/۵

۳) ۱۰

۴) $\frac{۴۰}{۳}$

تکانه (اندازهٔ حرکت):

قانون دوم نیوتن را به صورت دیگری نیز می‌توان نوشت که در بسیاری از موارد مناسب‌تر است و برخی پدیده‌های فیزیکی را به کمک آن می‌توان ساده‌تر توجیه و بررسی کرد.



فرض کنید سرعت جسمی تحت تأثیر نیروی خالص ثابت $\vec{F}_{net}$ در بازهٔ زمانی Δt از $\vec{V}_1$ به $\vec{V}_2$ برسد. در این صورت قانون دوم نیوتن به صورت زیر درمی‌آید:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = m\frac{\Delta V}{\Delta t} \xrightarrow[\text{بودن جرم}]{\text{با فرض ثابت}} \vec{F}_{net} = \frac{\Delta(m\vec{V})}{\Delta t}$$

حال اگر حاصل‌ضرب جرم جسم (m) در سرعت جسم (V) را تکانه بنامیم و آن را با حرف $\vec{P}$ نشان دهیم.

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

تکانه (اندازهٔ حرکت):

تکانه یا اندازهٔ حرکت بنا به تعریف حاصل‌ضرب جرم جسم (m) در سرعت آن $(\vec{V})$ می‌باشد، آن را با حرف $\vec{P}$ نشان داده و واحدهایش $\frac{kgm}{s}$ یا $N.S$ است.

$$\vec{P} = m \times \vec{V}$$

بیان تکانه‌ای قانون دوم نیوتن:

آهنگ تغییرات تکانه جسم نسبت به زمان برابر با نیروی خالص وارد بر جسم است.

آهنگ تغییرات تکانه نسبت به زمان: $\frac{\Delta P}{\Delta t}$ و $\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$

@ghanbari_physics
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

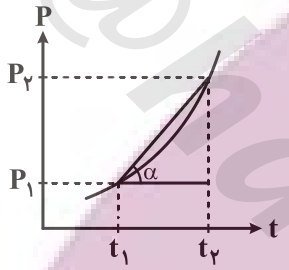
نکات:

۱) کمیت تکانه $(\vec{P})$ یک کمیت برداری است و جهت آن هم‌جهت با بردار سرعت یعنی مماس به مسیر حرکت است.

۲) تغییر تکانه $(\overrightarrow{\Delta P})$ که مانند تکانه کمیتی برداری است، از روابط زیر به‌دست می‌آید:

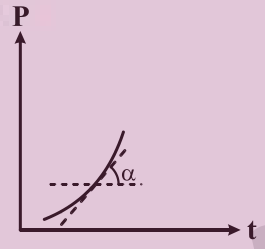
$$\Delta\vec{P} = \vec{F}_{net}\,\Delta t = m\Delta\vec{V}$$

۳) شیب خط واصل بین هر دو نقطه از نمودار تکانه – زمانه برابر با نیروی متوسط وارد بر جسم است.



$$\tan\alpha = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \vec{F}_{net}$$

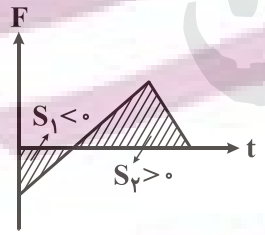
۴) شیب خط مماس بر منحنی تکانه – زمان در هر نقطه برابر با نیروی لحظه‌ای وارد بر جسم در آن نقطه است.



$$\tan\alpha = \frac{dP}{dt} = F_{net}$$

بنابراین هر گاه نمودار تکانه – زمان صعودی باشد، به جسم در جهت مثبت محور نیرو وارد می‌شود و هر گاه این نمودار نزولی باشد، به جسم در خلاف جهت محور نیرو وارد می‌شود و هر جا منحنی اکسترمم داشته باشد، نیروی خالص وارد بر جسم یا شتاب حرکت صفر می‌شود.

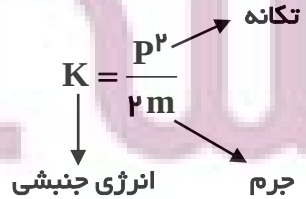
مساحت سطح محصور بین منحنی نیرو – زمان و محور زمان در یک بازهٔ زمانی برابر با تغییرات تکانه در بازهٔ زمانی مورد نظر است.



$$\Delta P = S_1 + S_2$$

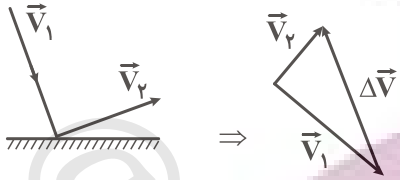
۵) بردار تکانه هم‌جهت با بردار سرعت و بردار تغییرات تکانه هم‌جهت با نیروی خالص وارد بر جسم با بردار شتاب متوسط است.

۶) بین تکانه و انرژی جنبشی رابطهٔ مقابل وجود دارد:



اثبات:

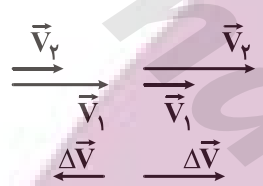
۷) در محاسبه تغییرات سرعت $(\overrightarrow{\Delta V})$ حتماً باید محاسبات به صورت برداری انجام شود. برای رسم بردار تغییرات سرعت $(\overrightarrow{\Delta V})$ دو بردار $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ را از یک مبدأ رسم کرده و از انتهای بردار $\vec{V}_1$ به انتهای بردار $\vec{V}_2$ رسم می‌کنیم. به طور مثال اگر مطابق شکل مقابل گلوله‌ای با سرعت $\vec{V}_1$ به سطح افقی برخورد کرده و با سرعت $\vec{V}_2$ از سطح جدا شود، داریم:



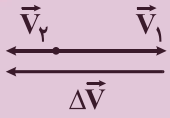
فرض: $|\vec{V}_1| > |\vec{V}_2|$

بنابراین در محاسبه ΔV حالت‌های زیر را داریم:

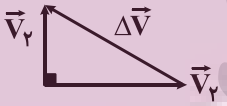
۱) اگر جهت حرکت جسم تغییر نکند. $\Delta V = |V_2 - V_1|$



۲) اگر جهت سرعت کاملاً عکس شود. $\Delta V = |V_2 + V_1|$



۳) اگر بردار سرعت نهایی بر سرعت اوّلیه عمود شود.

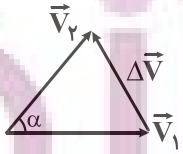


$$\Delta V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$$

۴) اگر بردار $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ با هم زاویهٔ α بسازند.

$$\Delta V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2\cos\alpha}$$

۵) اگر بردارهای $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ هم‌اندازه بوده و با هم زاویهٔ α بسازند.



$$|V_1| = |\vec{V}_2| \qquad \Delta V = 2V_1\sin(\frac{\alpha}{2})$$

مثال(۹۲): در یک آزمون تصادف خودرویی به جرم $۱۲۰۰kg$ با سرعت $۵۴km/h$ به دیواری برخورد کرده و با سرعت $۱۸km/h$ بازمی‌گردد. اگر تصادف $۲۰۰ms$ طول بکشد، مطلوبست:

الف) تغییر تکانه در این برخورد

ب) اندازه و جهت نیروی متوسط وارد بر خودرو

مثال(۹۳): توپی به جرم $۵۰۰gr$ با تندی $۱۰m/s$ به طور افقی به بازیکنی نزدیک می‌شود. بازیکن با مشت به توپ ضربه می‌زند و باعث می‌شود توپ با سرعت $۲۰m/s$ در جهت مخالف برگردد. اگر مدّت زمان برخورد $۰/۵(s)$ باشد، نیروی متوسط وارد بر مشت بازیکن از طرف توپ چند نیوتن است؟

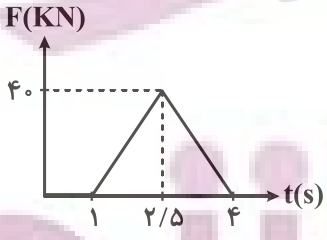
۱) ۱۰

۲) ۲۰

۳) ۳۰

۴) ۱۵

مثال(۹۴): شکل مقابل منحنی نیروی خالص بر حسب زمان را برای توپ بیسبالی که با چوب بیسبال به آن ضربه زده شده را نشان می‌دهد. نیروی خالص متوسط وارد بر توپ در ۴ ثانیهٔ اوّل چند کیلونیوتن است؟



۱) ۶۰

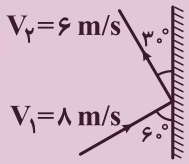
۲) ۱۵

۳) ۴۰

۴) ۲۰

مثال(۹۵): در یک مسابقه پرش با نیزه، ورزشکاری از مانع ۶ متری بدون خطا عبور می‌کند. نقش تشک را در جلوگیری از آسیب رسیدن به ورزشکار توضیح دهید.

مثال(۹۶): گلوله‌ای به جرم $200gr$ مطابق شکل به دیوار قائم برخورد کرده و پس از برخورد به دیوار از آن جدا می‌شود. اگر مدّت زمان برخورد گلوله به دیوار $0/1s$ باشد، نیروی متوسط وارد بر گلوله در این برخورد چند نیوتن است؟



۱) ۴

۲) ۲۸

۳) ۲۰

۴) ۲

مثال(۹۷): جسمی به جرم $50gr$ از ارتفاع ۶۰ متری رها می‌شود و در لحظه‌ای سرعت آن $14m/s$ و یک ثانیه بعد سرعت آن $23m/s$ می‌شود. تغییر تکانه جسم در این ثانیه چند کیلوگرم‌متربرثانیه است؟

۱) $\frac{۹}{۱۰}$

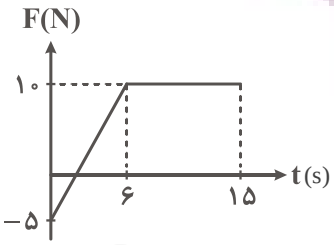
۲) $\frac{۹}{۲۰}$

۳) $\frac{۲۳}{۲۰}$

۴) $\frac{۲۳}{۱۰}$

@Ghazvinian_Physics
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۹۸): شکل مقابل نمودار تغییرات نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم $۵kg$ را نشان می‌دهد که از حال سکون شروع به حرکت کرده است. در $t = ۱۰(s)$ سرعت جسم چند متربرثانیه می‌شود؟



۱) ۵/۵

۲) ۱۱

۳) ۲۲

۴) ۱۸

مثال(۹۹): معادله تکانه جسمی $۲kg$ بر حسب زمان در SI به صورت $P = t^۲ - ۶t + ۸$ داده شده است.

الف) در لحظهٔ $t = ۵(s)$ سرعت چند متربرثانیه است؟

ب) نیروی متوسط وارد بر جسم در ثانیهٔ سوم حرکت چند نیوتن است؟

مثال(۱۰۰): معادله تغییرات تکانه بر حسب زمان برای جسمی ۲۰۰ گرمی در SI به صورت $P = -t^۲ + ۸t - ۷$ داده شده است. در لحظه‌ای که برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر می‌شود، سرعت جسم چند متربرثانیه است؟

۱) ۱۵

۲) ۲۵

۳) ۳۵

۴) ۴۵

@hamidsiahpoush
هنرآموز قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۱-۱): در یک حرکت دایره‌ای جسمی به جرم $۲۰۰gr$ با تندی ثابت $۵m/s$ محیط دایره را طی می‌کند.

الف) تغییرات تکانه در نصف یک دور چند $N.S$ است؟

ب) تغییرات تکانه در $\frac{۳}{۴}$ دوره چند $N.S$ است؟

مثال(۱-۲): به جسمی به جرم $۴kg$ که در سطح افقی بدون اصطکاک حرکت می‌کند و سرعتش $۹m/s$ است. نیروی $F=۶N$ در خلاف جهت حرکت جسم به آن اثر می‌کند. پس از چه مدّت زمان اندازهٔ تکانه جسم از نظر مقدار ۲ برابر مقدار اوّلیه می‌شود؟

۱) ۶

۲) ۱۲

۳) ۱۸

۴) ۲۴

مثال(۱-۳): به جسمی $۲kg$ که سرعت اوّلیه آن در SI به صورت $\vec{V}_۰=\vec{i}+۳\vec{j}$ می‌باشد. نیروی خالص $\vec{F}=۲\vec{i}$ اثر می‌کند.

الف) اندازهٔ تغییر تکانه در ۲ ثانیهٔ اوّل چند $N.S$ است.

ب) در $t=۲(s)$ تکانهٔ جسم چند $N.S$ است؟

@mohandes_ghazvinian
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۱۰۴): به دو جسم ساکن a و b که جرم آن‌ها به ترتیب m و $2m$ است، نیروی خالص یکسان F وارد می‌شود. بعد از گذشت مدّت زمان t نسبت تکانه آن‌ها $(\frac{P_a}{P_b})$ چند است؟

۱) ۱

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۲

۴) $\frac{۱}{۴}$

مثال(۱۰۵): در مثال قبل پس از مدّت t نسبت انرژی جنبشی دو جسم $(\frac{k_a}{k_b})$ چند است؟

۱) ۱

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۲

۴) $\frac{۱}{۴}$

@hamidreza96
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

نیروی گرانشی:

اجسام به خاطر جرمی که دارند، تمام اجسام را به طرف خود جذب می‌کنند. بنابر قانون گرانشی: نیروی گرانشی یا جاذبه‌ای که میان دو ذرّه وجود دارد، با حاصل‌ضرب جرم دو ذرّه رابطهٔ مستقیم و با مجذور فاصله بین آن‌ها رابطهٔ عکس دارد.

اگر مطابق شکل جرم دو ذرّه m_1 و m_2 و فاصله آن‌ها r باشد، اندازهٔ نیروی گرانش میان دو ذرّه (F) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad \text{نیرو (N)} \longrightarrow \text{فاصله (m)}$$

در رابطهٔ فوق G ثابت جهانی گرانش (ثابت گرانش عمومی) نام داشته و مقدار آن برابر است با:

$$G = 6/67 \times 10^{-11} \frac{N.m^2}{kg^2}$$

نکته: دقت کنید اگر دو جسمی که به هم نیروی گرانش وارد می‌کنند، حجیم باشند منظور از r فاصله بین مراکز جرم آن‌هاست. مثلاً در محاسبهٔ نیروی گرانش بین زمین و ماه، r فاصله مرکز کرهٔ زمین تا مرکز کرهٔ ماه است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۱-۷): الف) چرا دو نفر که در نزدیکی هم قرار دارند، نیروی گرانشی که بین آن‌ها وجود دارد را حس نمی‌کنند؟ ب) در چه صورت نیروی گرانش بین دو جسم قابل توجّه است؟

مثال(۱-۷): جرم کرهٔ زمین ۸۰ برابر کرهٔ ماه است. نیروی گرانشی که کرهٔ زمین به کرهٔ ماه وارد می‌کند، چند برابر نیروی گرانشی است که کرهٔ ماه به زمین وارد می‌کند؟

۱) ۸۰

۲) $\frac{۱}{۸۰}$

۳) ۱

۴) $۲\sqrt{۵}$

مثال(۱-۸): اگر از سطح زمین به اندازهٔ ۳ برابر شعاع زمین دور شویم، وزن و جرم جسمی که وزن آن در سطح زمین $۱۰۰\,N$ است، به ترتیب در SI کدام است؟ (شتاب گرانش در سطح زمین $۱۰\,m/s^۲$ است.)

۱) $\frac{۱۰۰}{۹}$ و ۱۰

۲) $\frac{۱۰۰}{۹}$ و ۱۰۰

۳) $\frac{۲۵}{۴}$ و ۱۰

۴) $\frac{۲۵}{۴}$ و ۱۰۰

@mehandis_ghazvinian
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

مثال(۱۰۹): جرم زمین تقریباً ۱۰۰ برابر کرهٔ ماه است. اگر فاصله مراکز این دو کره d فرض شود، در چه فاصله‌ای از مرکز کرهٔ ماه، نیروی گرانشی که ماه و زمین به ماهواره‌ای به جرم m وارد می‌کنند، یک‌دیگر را خنثی می‌کنند؟

۱) $\frac{d}{۱۰}$

۲) $\frac{d}{۱۱}$

۳) $\frac{d}{۱۰۰}$

۴) $\frac{d}{۱۲۱}$

مثال(۱۱۰): دو ذره با جرم یکسان در فاصله d به هم نیروی F را به صورت نیروی گرانش وارد می‌کنند، چند درصد از جرم یکی کم و به دیگری اضافه کنیم، تا در همان فاصله به هم نیروی گرانش $\frac{۲۱}{۲۵}F$ وارد می‌کنند؟

۱) ۱۰

۲) ۲۰

۳) ۴۰

۴) ۲۵

مثال(۱۱۱): دو ماهواره A و B که جرم آن‌ها به ترتیب m و $۳m$ است، به ترتیب در فاصله R_e و $۳R_e$ از سطح زمین به دور زمین می‌چرخند. نیروی گرانشی که زمین به ماهوارهٔ A وارد می‌کند، چند برابر نیروی گرانشی است که زمین به ماهوارهٔ B وارد می‌کند؟ (R_e شعاع زمین است.)

۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) ۳

۴) $\frac{۱}{۳}$

@hamidsiyavoshi
هنرآموز قزوینیان
پیام نور
توشه ای برای موفقیت

شدّت میدان گرانش:

طبق تعریف شدّت میدان گرانش در یک نقطه برابر با نیروی گرانش وارد بر یکای جرم در آن نقطه است.

$$\text{شتاب گرانش } g = \frac{F \longrightarrow \text{نیروی گرانش}}{m \longrightarrow \text{جرم جسم}}$$

حال فرض کنید جسمی به جرم m مطابق شکل در فاصله r از مرکز یک کره به جرم M قرار گیرد، در این صورت شتاب گرانش در این نقطه از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$g = \frac{GM \longrightarrow \text{جرم کره}}{r^2 \longrightarrow \text{فاصله از مرکز کره}}$$

اثبات:

دقت کنید در رابطه فوق r فاصله تا مرکز کره است. بنابراین اگر فاصله تا سطح کره داده شود، برای محاسبه r باید فاصله داده‌شده را با شعاع کره جمع کنیم.

نکات:

۱) اگر جرم کرهٔ زمین را M_e و شعاع کرهٔ زمین را R_e فرض کنیم، داریم:

$$g = \frac{GM_e}{r^2}$$

شتاب گرانش در فاصله r از مرکز زمین

$$g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \simeq 10\,m/s^2$$

شتاب گرانش در سطح زمین

۲) شتاب گرانش با مجذور فاصله از مرکز زمین رابطه عکس دارد و هر چه از سطح زمین دورتر شویم، شتاب گرانش کم‌تر می‌شود.

$$\frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

۳) نیروی گرانشی که کرهٔ زمین به اجسام اطراف آن وارد می‌کند، همان وزن جسم است. $F = W = mg$

مثال(۱۱۲): نیروی وزن جسمی به جرم $۵۰۰gr$ در فاصلهٔ $۱۰^۵ km$ از مرکز یک سیاره برابر $۶N$ است. شدّت میدان گرانش در این محل چند نیوتن‌برکیلوگرم است؟ $(G = ۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱} \frac{N.m^۲}{kg^۲})$

۱) ۸

۲) ۱۰

۳) ۱۲

۴) بستگی به جرم سیّاره دارد.

مثال(۱۱۳): جرم کره زمین تقریباً ۸۰ برابر کرهٔ ماه و شدّت میدان گرانش در سطح زمین تقریباً ۶ برابر میدان گرانش در سطح کرهٔ ماه است. شعاع زمین تقریباً چند برابر شعاع کرهٔ ماه است؟

۱) ۳/۶

۲) ۱۳

۳) ۸۰

۴) ۴۸۰

مثال(۱۱۴): اگر به اندازهٔ $۴R_e$ از کرهٔ زمین دور شویم. شدّت میدان گرانش زمین، ۶۴درصد کاهش می‌یابد، فاصله اوّلیه از سطح زمین چند برابر R_e است؟ (R_e شعاع زمین است.)

۱) ۶

۲) ۵

۳) ۴

۴) ۲

مثال(۱۱۵): جرم یک سیّاره ۹ برابر جرم زمین و شعاع سیّاره ۲ برابر شعاع زمین است. در چه فاصله‌ای از سطح سیّاره، شتاب گرانش، با شتاب گرانش در سطح زمین یکسان است؟ (R_e شعاع زمین است.)

۱) R_e

۲) $۲R_e$

۳) $۳R_e$

۴) $\frac{۱}{۲}R_e$

مثال(۱۱۶): شتاب گرانش در سطح سیّاره‌ای که شعاع آن ۲ برابر شعاع زمین و جرم آن $\frac{۱}{۲}$ جرم کرهٔ زمین است، چند برابر شتاب گرانش در نقطه‌ای به فاصلهٔ ۲ برابر شعاع زمین از سطح زمین است؟

۱) $\frac{۹}{۸}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۸}{۹}$

۴) ۲

مثال(۱۱۷): اگر ρ چگالی سیّاره و r شعاع سیّاره باشد، کدام‌یک از روابط زیر بیانگر شتاب گرانش در سطح یک سیّاره است؟

۱) $\frac{۴}{۳}\pi G\rho r^۲$

۲) $\frac{۴}{۳}\pi G\rho r$

۳) $\frac{۲}{۳}\pi G\rho r^۲$

۴) $\frac{۲}{۳}\pi G\rho r$

@mohandes_ghazvinian
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

پاسخ‌ها:

۱) اینرسی (لختی)	۲) اینرسی (لختی)	۳) الف) B ، ب) A	۴) ۳
۵) ۴	۶) ۲	۷) ۲	۸) $\vec{a}=-۲/۳۸\vec{i}-۹/۷۶\vec{j}$ ، $\simeq ۱۰$
۹) ۲	۱۰) ۴	۱۱) ۴	۱۲) الف) ۱۰ ، ب) ۵۰۰۰ ، ج) ۵۵۰۰
۱۳) ۳	۱۴) ۳	۱۵) $a_{max}=۷, a_{min}=۰/۵$	۱۶) ۳
۱۷) ۱	۱۸) ۱	۱۹) ۱	۲۰) ۱
۲۱) ۱	۲۲) ۳	۲۳) ۲	۲۴) عمل و عکس‌العمل به دو جسم وارد می‌شود.
۲۵) جلوبرنده شخص نیروی اصطکاک و مانع نیروی F است.			
۲۶) واکنش mg به زمین و واکنش N به سطح زیرین			
۲۷) واکنش mg به زمین و واکنش N به سطح زیرین			
۲۸) ۴	۲۹) ۴	۳۰) ۲	۳۱) ۲
۲۳) ۲	۳۳) ۴	۳۴) ۲	۳۵) ۲
۳۶) ۲	۳۷) ۴	۳۸) الف) ۱۲/۵ ، ب) ۱/۲	۳۹) ۲
۴۰) ۲	۴۱) ۱) ۱۰۰ ، ۲) ۱۵۰ ، ۳) ۶۰ ، ۴) صفر ، ۵) ۶۰ ، ۶) ۱۴۰ ، ۷) $N_۱=۸۰$ و $N_۲=۱۰۰$ ، ۸) $N_۱=۴\sqrt{۳}$ ، $N_۲=۱۴۰$	۴۲) الف) ۸۰ ، ب) ۱۱۲ ، ج) ۴۸ ، د) ۴۸ ، هـ) ۱۱۲ ، و) صفر	۴۳) ۲
۴۴) ۴	۴۵) ۲	۴۶) ۲	۴۷) ...
۴۸) ...	۴۹) ۱	۵۰) ۱	۵۱) ۱

۵۲) الف) ۱۰ ، ب) ۲۰ ، ج) ۶۰ ، د) ۴۰	۵۳) ۲	۵۴) ۱	۵۵) الف) $f_s = ۳۰$ ، ب) خیر، N زیاد می‌شود. ، ج) ۳۷/۵
۵۶) الف) $f_k = ۵۰$ و $a = ۵$ ، ب) $f_s = ۱۰۰$ و $a = ۰$	۵۷) ۳	۵۸) ۴	۵۹) ۳
۶۰) ۲	۶۱) ۲	۶۲) ۳	۶۳) ۳
۶۴) ۳	۶۵) الف) ۲۰ ، ب) ۳ ج) ۵۰	۶۶) ۳	۶۷) ۳
۶۸) ۴	۶۹) ۳	۷۰) ۲	۷۱) ۲
۷۲) ۲	۷۳) الف) ۱۳ ، ب) ۱۲/۸ ، ج) ۱۳/۲ ، د) ۱۲/۸ ، هـ) ۱۲	۷۴) ۴	۷۵) ۲
۷۶) ۱	۷۷) ۲	۷۸) ۱	۷۹) ۴
۸۰) ۳	۸۱) ۱	۸۲) الف) ۲۰۰N و ۱۰۰N ، ب) $۱۰۰\sqrt{۵}$	۸۳) الف) $۴۰\sqrt{۵}$ ، ب) $۸۰\sqrt{۵}$
۸۴) ۴	۸۵) ۲	۸۶) ۱	۸۷) ۲
۸۸) ۲	۸۹) ۴	۹۰) ۴	۹۱) ۲
۹۲) الف) ۲۴KN ، ب) ۱۲۰KN	۹۳) ۳	۹۴) ۲	۹۵) افزایش زمان برخورد
۹۶) ۳	۹۷) ۲	۹۸) ۲	۹۹) الف) ۱/۵ ، ب) $-۰/۵$
۱۰۰) ۴	۱۰۱) الف) ۲ ، ب) $\sqrt{۳}$	۱۰۲) ۳	۱۰۳) الف) ۴ ، ب) $۶\sqrt{۲}$

۱۰۴) ۱	۱۰۵) ۳	۱۰۶) نیرو کم است– یکی از جرم‌ها زیاد باشد یا فاصله بسیار کم باشد.	۱۰۷) ۳
۱۰۸) ۳	۱۰۹) ۲	۱۱۰) ۳	۱۱۱) ۲
۱۱۲) ۳	۱۱۳) ۱	۱۱۴) ۲	۱۱۵) ۱
۱۱۶) ۱	۱۱۷) ۲		

@namcfizik
مهندس قزوینیان
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت