ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود گام به گام
- دانلود آزمون گاج و قلم چی و سنجش
- دانلود فیلم و مقاله آنگلیزشی
- کنکور و مشاوره

IranTooshe.Ir

@irantooshe

IranTooshe

نام آزمون: تابع نمایی و لگاریتم

تنظیم: سید رضا میررضوی

استاد میررضوی

۱ - نمودارهای دو تابع $f(x)=۴^x$ و $g(x)=(\frac{۱}{۲})^{۲x}+\frac{۳}{۲}$ در نقطه‌ی A متقاطع‌اند. فاصله‌ی نقطه‌ی A تا نقطه‌ی $(-\frac{۱}{۲},۱)$، کدام است؟

① ۱

② $\sqrt{۲}$

③ ۲

④ $\sqrt{۵}$

۲ - اگر $۲^A=\left(\frac{۴^{\sqrt{۳۲}}}{۲^{\sqrt{۸}}}\right)^۲$، عدد A کدام است؟

① ۸

② ۱۶

③ $۸\sqrt{۲}$

④ $۱۲\sqrt{۲}$

۳ - از معادله‌ی $۴^x-۲^x-۶=۰$ جواب x کدام است؟

① $\log_۲^۳$

② $\log\frac{۳}{۲}$

③ $\log_۳^۲$

④ $\log\frac{۲}{۳}$

۴ - جواب نامعادلهٔ $x^۲\geq ۲^x$ شامل چند عدد طبیعی است؟

① ۲

② ۳

③ ۴

④ بی‌شمار

۵ - نمودار وارون تابع $f(x)=۲(۲^{x-۱}-۱)$ از کدام ناحیه‌ی دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

① اول

② دوم

③ سوم

④ چهارم

۶ - مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $(۲\sqrt{۲})^{۲x}\geq\frac{۱}{۲^{x-۱}}$ کدام است؟

① $x\geq\frac{۱}{۴}$

② $x\leq\frac{۱}{۴}$

③ $x\geq\frac{۱}{۲}$

④ $x\leq\frac{۱}{۲}$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۷ - جواب معادلهٔ $(\frac{۱}{۲})^x = ۲۰$ در کدام بازه قرار دارد؟

① $(-۳,-۲)$
② $(-۴,-۳)$
③ $(-۵,-۴)$
④ $(-۶,-۵)$

۸ - در بازه‌ی (a,b) نامعادله‌ی $\log_۲^x < \log_۵^x$ برقرار است. بیش‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟

① ۱
② ۳
③ $\log ۳$
④ ۱۰

۹ - اگر $f(x) = ۲^x$ ، آن‌گاه دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{x - f^{-۱}(x)}$ کدام است؟

① R
② $(۱,+\infty)$
③ $(۰,+\infty)$
④ $\varnothing$

۱۰ - اگر انرژی آزادشده در یک زلزله $۲٫۵ \times ۱۰^{۱۸}$ ارگ باشد، قدرت آن زلزله چند ریشتر بوده است؟ $(\log E = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M \, , \, \log ۲ \simeq ۰٫۳)$

① ۴٫۲
② ۴٫۴
③ ۴٫۶
④ ۴٫۸

۱۱ - اگر $۴^x - ۲^{x+۲} = ۳۲$ و $\log(x+۱) + \log(۲y-x) = ۱$ باشد، آن‌گاه مقدار y کدام است؟

① ۲
② ۲٫۲۵
③ ۲٫۵
④ ۲٫۷۵

۱۲ - اگر $\log ۵ = ۳k$ باشد، $\log \sqrt[۳]{۱٫۶}$ کدام است؟

① $۱-۴k$
② $۲-۵k$
③ $۱-۲k$
④ $۱-k$

۱۳ - از دو معادله‌ی دومجهولی $۳^{۲x+y} = ۹ \times ۳^{x-y}$ و $\log(x+۲y) = ۱ + \log y$، مقدار x کدام است؟

① ۱٫۲
② ۱٫۴
③ ۱٫۵
④ ۱٫۶

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۴- از تساوی $\log_x^5 = ۱ + \log_x(x^۲ + ۴)$، مقدار لگاریتم x در پایه‌ی ۲ ، کدام است؟

① -۱

② $\frac{۱}{۲}$

③ $\frac{۳}{۲}$

④ ۲

۱۵- از معادله‌ی لگاریتمی $\log_۳(۲x^۲ + ۱) - \log_۳(x + ۲) = ۱$ ، مقدار لگاریتم $(۲x - ۱)$ در پایه‌ی ۸، کدام است؟

① $-\frac{۲}{۳}$

② $-\frac{۱}{۲}$

③ $\frac{۱}{۲}$

④ $\frac{۲}{۳}$

۱۶- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = a + \log_۲^{(۳x+b)^۲}$، از دو نقطه‌ی $(۵, ۱۱)$ و $(۲۱, ۱۵)$ می‌گذرد، a کدام است؟

① ۱

② ۲

③ ۳

④ ۴

۱۷- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = a + \log_۲^{(bx-۴)}$ ، از دو نقطه‌ی $(۲, ۶)$ و $(۱۲, ۱۰)$ می‌گذرد. a کدام است؟

① ۳

② ۴

③ ۵

④ ۶

۱۸- از تساوی $\log_x^{۳x+۸} = ۲ - \log_x^{x-۶}$، مقدار لگاریتم x در پایه‌ی ۴، کدام است؟

① $\frac{۱}{۲}$

② $\frac{۲}{۳}$

③ $\frac{۳}{۲}$

④ ۲

۱۹- از معادله‌ی لگاریتمی $\log(۲x - ۵) - \log(x - ۳) = \log(x^۲ - x - ۶)$ ، مقدار لگاریتم $\sqrt[۲]{x + ۱}$ در پایه‌ی ۴، کدام است؟

① $\frac{۱}{۳}$

② $\frac{۱}{۲}$

③ $\frac{۲}{۳}$

④ ۱

۲۰- از دو معادله‌ی دو مجهولی $۲^{x-۷} \times ۴^{x+y} = ۱$ و $\log y = ۲\log ۳ + \log x$، مقدار y کدام است؟

① ۱

② ۲

③ ۳

④ ۴

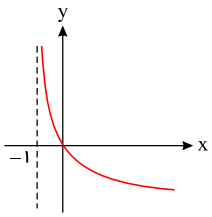
تابع نمایی و لگاریتم

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۱ - از دو معادله‌ی $۴^x + ۲^x = ۷۲$ و $\log(x+۱) + \log(۲y + x^۲) = ۲$، مقدار y کدام است؟

۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

۲۲ - شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \log_۲^{U(x)}$ است. $U(x)$ کدام است؟

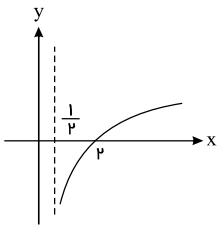


۱) $x+۱$
۲) $(x+۱)^{-۱}$
۳) $x-۱$
۴) $۱-x$

۲۳ - اگر $\left(\frac{۱۲۵}{۸}\right)^{x^۲} = (۰/۴)^{۲x-۱}$ باشد، $\log_۸^{(۹x+۱)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

۲۴ - شکل زیر، نمودار تابع $y = -۱ + \log_b^{(۲x+a)}$ است. این منحنی خط $y=۱$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

۲۵ - اگر $۸۱^x = ۳^{x^۲-۲}$ باشد، $\log_۶^{(x-۲)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $-\frac{۱}{۳}$
۳) $-\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ برای پیدا کردن محل تقاطع دو تابع، کافی است که دو تابع را تلاقی دهیم.

$$\begin{cases} f(x)=۴^x \\ g(x)=(\frac{۱}{۲})^{۲x}+\frac{۳}{۲} \end{cases} \to ۴^x=(\frac{۱}{۲})^{۲x}+\frac{۳}{۲} \to ۴^x=\frac{۱}{۴^x}+\frac{۳}{۲}$$

$$\xrightarrow{۴^x=A} A=\frac{۱}{A}+\frac{۳}{۲} \xrightarrow{\times ۲A} ۲A^۲=۲+۳A \to ۲A^۲-۳A-۲=۰$$

$$\xrightarrow{\Delta=b^۲-۴ac} \Delta=۹-۴(۲)(-۲)=۹+۱۶=۲۵ \to \begin{cases} A=\frac{۳+۵}{۴}=۲ \\ A=\frac{۳-۵}{۴}=-\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

$$A=۲ \to ۴^x=۲ \to ۲^{۲x}=۲ \to ۲x=۱ \to x=\frac{۱}{۲} \to y=۴^{\frac{۱}{۲}}=\sqrt{۴}=۲ \to A\left|\begin{matrix}\frac{۱}{۲}\\ ۲\end{matrix}\right.$$

$A=-\frac{۱}{۲} \to ۴^x=-\frac{۱}{۲}$ امکان ندارد:

نقطه‌ی تلاقی این دو تابع $A\left|\begin{matrix}\frac{۱}{۲}\\ ۲\end{matrix}\right.$ است.

$$A\left|\begin{matrix}\frac{۱}{۲}\\ ۲\end{matrix}\right. \ , \ B\left|\begin{matrix}-\frac{۱}{۲}\\ ۱\end{matrix}\right. \to AB=\sqrt{(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲})^۲+(۲-۱)^۲}=\sqrt{۱+۱}=\sqrt{۲}$$

۲ - گزینه ۴

$$\left(\frac{۴\sqrt{۳۲}}{۲\sqrt{۸}}\right)^۲=\left(\frac{۴^۴\sqrt{۲}}{۲^۲\sqrt{۲}}\right)^۲=\left(\frac{(۲^۲)^{۴\sqrt{۲}}}{۲^۲\sqrt{۲}}\right)^۲=\left(\frac{۲^{۸\sqrt{۲}}}{۲^۲\sqrt{۲}}\right)^۲$$

$$=\left(۲^{۶\sqrt{۲}}\right)^۲=۲^{۱۲\sqrt{۲}}=۲^A \to A=۱۲\sqrt{۲}$$

۳ - گزینه ۱

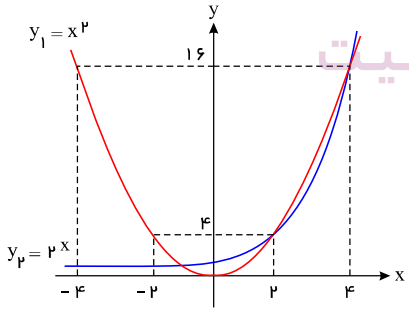
$$۴^x-۲^x-۶=(۲^x)^۲-۲^x-۶=۰ \xrightarrow{۲^x=t} t^۲-t-۶=(t-۳)(t+۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=-۲ \\ t=۳ \end{cases}$$

چون ۲^x منفی نیست، پس: $t=۲^x=۳ \Rightarrow x=\log_۲^۳$

۴ - گزینه ۲

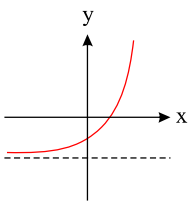
نمودار دو تابع $y_۱=x^۲$ و $y_۲=۲^x$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.

نامعادلهٔ $۲^x \geq x^۲$ تنها در بازهٔ $[۲,۴]$ رخ می‌دهد که $x^۲$ بالاتر از ۲^x رسم شده است و این بازه شامل ۳ عدد طبیعی ۲، ۳ و ۴ است.



۵ - گزینه ۴

داریم $f(x)=۲(۲^{x-۱}-۱) \Rightarrow y=۲^x-۲$ نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع f از ناحیه‌ی دوم دستگاه مختصات نمی‌گذرد. از آن جا که نمودار تابع f و نمودار وارون آن نسبت به نیم‌ساز ربع اول و سوم دستگاه مختصات قرینه هستند، پس نمودار وارون تابع f از ناحیه‌ی چهارم دستگاه مختصات نخواهد گذاشت.



۶ - گزینه ۲

$$\frac{۱}{۲^{x-۱}} \geq (۲\sqrt{۲})^{۲x} \to ۲^{۱-x} \geq (۲ \times ۲^{\frac{۱}{۲}})^{۲x} \to ۲^{۱-x} \geq (۲^{\frac{۳}{۲}})^{۲x}$$

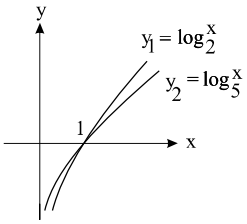
$$\to ۲^{۱-x} \geq ۲^{۳x} \to ۱ - x \geq ۳x \to ۱ \geq ۴x \to \frac{۱}{۴} \geq x$$

۷ - گزینه ۳

$$(\frac{۱}{۲})^{x} = ۲۰ \to ۲^{-x} = ۲۰ \quad \text{و} \quad ۱۶ < ۲۰ < ۳۲ \to ۲^{۴} < ۲^{-x} < ۲^{۵}$$

$$\to ۴ < -x < ۵ \to -۴ > x > -۵$$

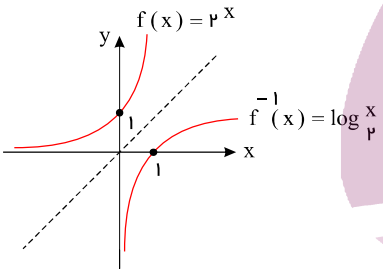
۸ - گزینه ۱ از مقایسه‌ی نمودار دو تابع با معادله‌های $y_۱ = \log_۲^x$ و $y_۲ = \log_۵^x$، معلوم می‌شود که بزرگ‌ترین بازه‌ای که نامعادله‌ی مورد نظر سؤال در آن برقرار است $(۰, ۱)$ است.



۹ - گزینه ۳ دامنه‌ی تابع رادیکالی $y = \sqrt{x - f^{-۱}(x)}$ برابر است با:

$$x - f^{-۱}(x) \geq ۰ \Rightarrow x \geq f^{-۱}(x)$$

ابتدا معکوس تابع $f(x) = ۲^x$ را رسم می‌کنیم. باتوجه به نامعادله‌ی $x \geq f^{-۱}(x)$، به دنبال محدوده‌ی xهایی هستیم که به ازای آن، نمودار خط $y = x$ بالاتر یا روی نمودار تابع $f^{-۱}(x)$ باشد. باتوجه به شکل در تمام نقاط دامنه‌ی $f^{-۱}(x)$، خط $y = x$ بالاتر از نمودار معکوس f قرار دارد. پس دامنه‌ی تابع مورد نظر $(۰, +\infty)$ می‌شود.



$$D_{f^{-۱}} = (۰, +\infty)$$

۱۰ - گزینه ۲ می دانیم $\log_k^{ab} = \log_k^a + \log_k^b$ و $\log_k^{\frac{a}{b}} = \log_k^a - \log_k^b$ و $\log_k^{a^n} = n\log_k^a$ است.

$$E = ۲٫۵ \times ۱۰^{۱۸} \to \log(۲٫۵ \times ۱۰^{۱۸}) = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M$$

$$\to \log ۲٫۵ + \log ۱۰^{۱۸} = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M \to \log(\frac{۱۰}{۴}) + ۱۸ = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M$$

$$\to (\log ۱۰ - ۲\log ۲) + ۱۸ = ۱٫۸ + ۱٫۵M \to ۱ - ۲(۰٫۳) + ۱۸ = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M$$

$$\to ۱۸٫۴ - ۱۱٫۸ = ۱٫۵M \to ۶٫۶ = ۱٫۵M \to M = ۴٫۴$$

۱۱ - گزینه ۴ می‌دانیم که $\log_b^a = c \to b^c = a$ و $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$ است.

$$۴^x - ۲^{x+۲} = ۳۲ \longrightarrow (۲^x)^۲ - ۲^۲(۲^x) - ۳۲ = ۰ \xrightarrow{۲^x = A} A^۲ - ۴A - ۳۲ = ۰$$

$$\longrightarrow (A - ۸)(A + ۴) = ۰ \longrightarrow \begin{cases} A = ۸ \to ۲^x = ۸ \to x = ۳ \\ A = -۴ \to ۲^x = -۴ \text{ امکان ندارد.} \end{cases}$$

$$\log(x + ۱) + \log(۲y - x) = ۱ \longrightarrow \log ۴ + \log(۲y - ۳) = ۱ \longrightarrow \log(۸y - ۱۲) = ۱$$

$$\longrightarrow ۸y - ۱۲ = ۱۰ \longrightarrow ۸y = ۲۲ \longrightarrow y = \frac{۱۱}{۴} = ۲٫۷۵$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۲ - گزینه ۱

می‌دانیم: $\log_k^{a^n} = n\log_k^a \ , \ \log_k^{\frac{a}{b}} = \log_k^a - \log_k^b \ , \ \log ۵ = ۱ - \log ۲$

$$\log \sqrt[۳]{۱٫۶} = \log(۱٫۶)^{\frac{۱}{۳}} = \frac{۱}{۳}\log ۱٫۶ = \frac{۱}{۳}\log \frac{۱۶}{۱۰}$$

$$= \frac{۱}{۳}(\log ۱۶ - \log ۱۰) = \frac{۱}{۳}(۴\log ۲ - ۱) = \frac{۱}{۳}(۴(۱ - \log ۵) - ۱) = \frac{۱}{۳}(۳ - ۴\log ۵)$$

$$= \frac{۱}{۳}(۳ - ۱۲k) = \frac{۱}{۳}(۳(۱ - ۴k)) = ۱ - ۴k$$

۱۳ - گزینه ۴ می‌دانیم: $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$

$$۳^{۲x+y} = ۹ \times ۳^{x-y} \to ۳^{۲x+y} = ۳^۲ \times ۳^{x-y} \to ۳^{۲x+y} = ۳^{۲+x-y}$$

$$\to ۲x + y = ۲ + x - y \to x + ۲y = ۲ \to x = ۲ - ۲y$$

از طرفی: $\log(x + ۲y) = ۱ + \log y \to \log(x + ۲y) = \log ۱۰ + \log y \to \log(x + ۲y) = \log ۱۰y$

$$\to x + ۲y = ۱۰y \to x = ۸y \xrightarrow{x=۲-۲y} ۲ - ۲y = ۸y \to ۱۰y = ۲ \to y = \frac{۲}{۱۰} \xrightarrow{x=۸y} x = \frac{۱۶}{۱۰} = ۱٫۶$$

۱۴ - گزینه ۴

می‌دانیم: $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \ , \ \log_k^{a^n} = n\log_k^a$

$$\log_x^{x^۲+۴} = ۱ + \log_x^۵ \Rightarrow \log_x^{x^۲+۴} = \log_x^x + \log_x^۵ \Rightarrow \log_x^{x^۲+۴} = \log_x^{۵x} \Rightarrow x^۲ + ۴ = ۵x$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۵x + ۴ = ۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} \begin{cases} x = ۱ \ \text{غ ق ق} \ (\text{مبنا نمی‌تواند یک باشد}) \\ x = \frac{c}{a} = ۴ \end{cases}$$

$$\log_۲^x \xrightarrow{x=۴} \log_۲^۴ = \log_۲^{۲^۲} = ۲$$

۱۵ - گزینه ۴

می‌دانیم: $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}} \ , \ \log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a \ , \ \log_b^N = x \to N = b^x$

$$\log_۳^{۲x^۲+۱} - \log_۳^{x+۲} = ۱ \to \log_۳^{\frac{۲x^۲+۱}{x+۲}} = ۱ \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{۲x^۲+۱}{x+۲} = ۳^۱$$

$$\to ۲x^۲ + ۱ = ۳x + ۶ \to ۲x^۲ - ۳x - ۵ = ۰ \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x = -۱ \\ x = -\frac{c}{a} = \frac{۵}{۲} \end{cases}$$

هر دو جواب بدست آمده، قابل قبول هستند ولی برای محاسبه‌ی $\log_۸^{۲x-۱}$ فقط به جای x، می‌توانیم مقدار $x = \frac{۵}{۲}$ را جایگزین کنیم، زیرا $x = -۱$ جلوی لگاریتم را منفی می‌کند.

$$\log_۸^{۲x-۱} \xrightarrow{x=\frac{۵}{۲}} \log_۸^{۲(\frac{۵}{۲})-۱} = \log_۸^۴ = \log_{۲^۳}^{۲^۲} = \frac{۲}{۳}$$

۱۶ - گزینه ۳ می‌دانیم: $\log_k^{a^n} = n\log_k^a \ , \ \log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$

کافی است دو نقطه‌ی داده شده را در تابع صدق دهیم $\left(f(x) = a + ۲\log_۲^{۳x+b}\right)$

$$\begin{vmatrix} ۵ \\ ۱۱ \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{صدق}} ۱۱ = a + ۲\log_۲^{۱۵+b} \ , \ \begin{vmatrix} ۲۱ \\ ۱۵ \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{صدق}} ۱۵ = a + ۲\log_۲^{۶۳+b}$$

$$- \begin{cases} ۱۱ = a + ۲\log_۲^{۱۵+b} \\ ۱۵ = a + ۲\log_۲^{۶۳+b} \end{cases} \to ۴ = ۲\log_۲^{۶۳+b} - ۲\log_۲^{۱۵+b} \to ۲ = \log_۲^{۶۳+b} - \log_۲^{۱۵+b}$$

$$\to \log_۲^{\frac{۶۳+b}{۱۵+b}} = ۲ \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{۶۳ + b}{۱۵ + b} = ۲^۲ \to ۶۳ + b = ۶۰ + ۴b \to ۳b = ۳ \to b = ۱$$

$$\xrightarrow{۱۱=a+۲\log_۲^{۱۵+b}} ۱۱ = a + ۲\log_۲^{۱۶} \to ۱۱ = a + ۲\log_۲^{۲^۴} \to ۱۱ = a + ۸ \to a = ۳$$

۱۷ - گزینه ۳ می‌دانیم: $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$

کافی است دو نقطه‌ی داده شده را در تابع صدق دهیم.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

$\begin{vmatrix} ۲ \\ ۶ \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{صدق}} ۶ = a + \log_۲^{۲b-۴}$, $\begin{vmatrix} ۱۲ \\ ۱۰ \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{صدق}} ۱۰ = a + \log_۲^{۱۲b-۴}$

$$- \begin{cases} a + \log_۲^{۲b-۴} = ۶ \\ a + \log_۲^{۱۲b-۴} = ۱۰ \end{cases} \rightarrow \log_۲^{۱۲b-۴} - \log_۲^{۲b-۴} = ۴ \rightarrow \log_۲^{\frac{۱۲b-۴}{۲b-۴}} = ۴ \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{۱۲b-۴}{۲b-۴} = ۲^۴ = ۱۶$$

$$\rightarrow ۱۲b - ۴ = ۳۲b - ۶۴ \rightarrow ۲۰b = ۶۰ \rightarrow b = ۳ \xrightarrow{a+\log_۲^{۲b-۴}=۶} a + \log_۲^۲ = ۶ \rightarrow a + ۱ = ۶ \rightarrow a = ۵$$

۱۸ - گزینه ۳

می‌دانیم: $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$, $\log_{k^n}^{a^m} = \frac{m}{n}\log_k^a$, $\log_b^N = x \rightarrow N = b^x$

$$\log_x^{۳x+۸} = ۲ - \log_x^{x-۶} \rightarrow \log_x^{۳x+۸} + \log_x^{x-۶} = ۲$$

$$\rightarrow \log_x^{(۳x+۸)(x-۶)} = ۲ \xrightarrow{\text{تعریف}} (۳x+۸)(x-۶) = x^۲$$

$$\rightarrow ۳x^۲ - ۱۸x + ۸x - ۴۸ = x^۲ \rightarrow ۲x^۲ - ۱۰x - ۴۸ = ۰$$

$$\rightarrow x^۲ - ۵x - ۲۴ = ۰ \rightarrow (x-۸)(x+۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۸ & \text{ق ق} \\ x = -۳ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$ (جلوی لگاریتم را منفی می کند)

$$\log_۴^x \overset{x=۸}{=\!=} \log_۴^۸ = \log_{۲^۲}^{۲^۳} = \frac{۳}{۲}$$

۱۹ - گزینه ۲

می‌دانیم: $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$, $\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a$

$$\log(x^۲ - x - ۶) - \log(x-۳) = \log(۲x-۵) \rightarrow \log\frac{x^۲ - x - ۶}{x-۳} = \log(۲x-۵)$$

$$\rightarrow \frac{(x-۳)(x+۲)}{(x-۳)} = ۲x - ۵ \rightarrow x + ۲ = ۲x - ۵ \rightarrow x = ۷$$

$$\log_۴^{\sqrt[۳]{x+۱}} = \log_۴^{\sqrt[۳]{۸}} = \log_{۲^۲}^۲ = \frac{۱}{۲}$$

۲۰ - گزینه ۳ می‌دانیم: $\log_k^{a^n} = n\log_k^a$, $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$

$$۲^{x-۷} \times ۴^{x+y} = ۱ \rightarrow ۲^{x-۷} \times (۲^۲)^{x+y} = ۱ \rightarrow ۲^{x-۷+۲x+۲y} = ۱ \rightarrow ۲^{۳x+۲y-۷} = ۱ \rightarrow ۳x + ۲y - ۷ = ۰$$

$$\log y = ۲\log ۳ + \log x \rightarrow \log y = \log ۹ + \log x \rightarrow \log y = \log ۹x \rightarrow y = ۹x$$

پس: $\begin{cases} ۳x + ۲y = ۷ \\ y = ۹x \end{cases} \rightarrow ۳x + ۱۸x = ۷ \rightarrow ۲۱x = ۷ \rightarrow x = \frac{۱}{۳}$, $y = ۹(\frac{۱}{۳}) = ۳$

۲۱ - گزینه ۳ می‌دانیم: $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$, $\log_b^N = x \rightarrow N = b^x$

$$۴^x + ۲^x = ۷۲ \Rightarrow (۲^x)^۲ + ۲^x - ۷۲ = ۰ \xrightarrow{۲^x = A} A^۲ + A - ۷۲ = ۰ \Rightarrow (A+۹)(A-۸) = ۰$$

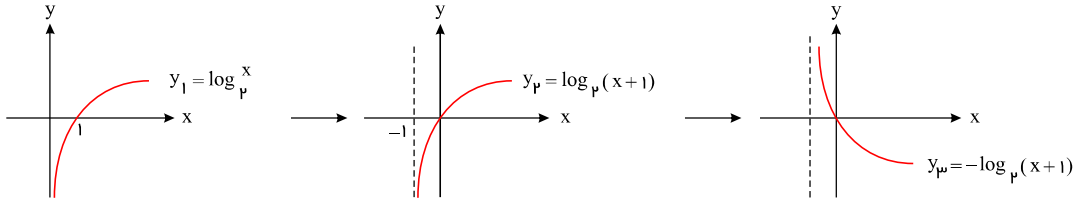
$$\Rightarrow \begin{cases} A = -۹ \Rightarrow ۲^x = -۹ \rightarrow \text{امکان ندارد} \\ A = ۸ \Rightarrow ۲^x = ۸ \Rightarrow x = ۳ \end{cases}$$

$$\log(x+۱) + \log(۲y + x^۲) = ۲ \xrightarrow{x=۳} \log ۴ + \log(۲y+۹) = ۲$$

$$\Rightarrow \log(۸y + ۳۶) = ۲ \xrightarrow{\text{تعریف}} ۸y + ۳۶ = ۱۰^۲ \Rightarrow ۸y = ۶۴ \Rightarrow y = ۸$$

۲۲ - گزینه ۲ روش اول:

نمودار تابع داده‌شده $y = \log_۲^x$ است که یک واحد به سمت چپ برده شده و سپس نسبت به محور xها قرینه شده است.



پس : $y = -\log_۲^{(x+۱)} \rightarrow y = \log_۲^{(x+۱)^{-۱}} \rightarrow U(x) = (x+۱)^{-۱}$

روش دوم:

با توجه به شکل، دامنهٔ تابع داده‌شده $x > -1$ است بنابراین گزینه‌های سوم و چهارم حذف می‌شوند. با توجه به شکل وقتی $x \to (-1)^+$ نمودار تابع به سمت $+\infty$ می‌رود.

گزینهٔ اول : $\lim\limits_{x\to(-1)^+} \log_2(x+1) = \log_2 0^+ = -\infty$ نادرست :

گزینهٔ دوم : $\lim\limits_{x\to(-1)^+} \log_2 \frac{1}{x+1} = \log_2 \frac{1}{0^+} = \log_2(+\infty) = +\infty$ درست :

توجه کنید اگر $a > 1$ باشد $\log_a^{0^+} = -\infty$ و $\log_a^{+\infty} = +\infty$ است.

۲۳ - گزینه ۱

$$(0/4)^{2x-1} = (\frac{125}{8})^{x^2} \to (\frac{4}{10})^{2x-1} = (\frac{5}{2})^{3x^2} \to (\frac{2}{5})^{2x-1} = (\frac{2}{5})^{-3x^2}$$

$$\to 2x-1 = -3x^2 \to 3x^2+2x-1 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x=-1 \\ x=-\frac{c}{a}=\frac{1}{3} \end{cases}$$

در عبارت خواسته‌شده نمی‌توانیم به‌جای x عدد -1 را قرار دهیم چون جلوی لگاریتم منفی می‌شود و می‌دانیم که $\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a$ است.

$$\log_8^{9x+1} \xrightarrow{x=\frac{1}{3}} \log_8^4 = \log_{2^3}^{2^2} = \frac{2}{3}$$

۲۴ - گزینه ۲

دامنهٔ تعریف لگاریتم : $2x+a > 0 \to 2x > -a \to x > -\frac{a}{2} \xrightarrow{\text{با توجه به شکل } x>\frac{1}{2}} a = -1$

بنابراین تابع به‌صورت $y = -1 + \log_b^{(2x-1)}$ است از طرفی مقدار تابع در $x = 2$ برابر صفر است.

$$0 = -1 + \log_b^3 \to \log_b^3 = 1 \to b = 3 \to y = -1 + \log_3^{(2x-1)}$$

اکنون کافی است که به‌جای y مقدار یک را قرار دهیم.

$$1 = -1 + \log_3^{(2x-1)} \to \log_3^{(2x-1)} = 2 \xrightarrow{\log_b^a = c \to a = b^c} 2x-1 = 3^2 \to 2x-1 = 9 \to 2x = 10 \to x = 5$$

۲۵ - گزینه ۳

$$3^{x^2-2} = 81^x \to 3^{x^2-2} = 3^{4x} \to x^2-2 = 4x \to x^2-4x = 2$$

$$\to (x-2)^2 - 4 = 2 \to (x-2)^2 = 6 \to x-2 = \pm\sqrt{6} \to \begin{cases} x = 2+\sqrt{6} \\ x = 2-\sqrt{6} \end{cases}$$

می‌دانیم $\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a$ است.

$$\log_6^{x-2} \xrightarrow{x=2+\sqrt{6}} \log_6^{2+\sqrt{6}-2} = \log_6^{\sqrt{6}} = \log_6^{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۵ - ۴	۹ - ۳	۱۳ - ۴	۱۷ - ۳	۲۱ - ۳	۲۵ - ۳
۲ - ۴	۶ - ۲	۱۰ - ۲	۱۴ - ۴	۱۸ - ۳	۲۲ - ۲	
۳ - ۱	۷ - ۳	۱۱ - ۴	۱۵ - ۴	۱۹ - ۲	۲۳ - ۱	
۴ - ۲	۸ - ۱	۱۲ - ۱	۱۶ - ۳	۲۰ - ۳	۲۴ - ۲	

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت