



آزمون ۴ اسفند ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-افشین خاصه-خان-محمد رضا راسخ-علی سلامت-سعید علم پور-حمید عزیزاده-کامیار علییون-کیان کریمی خراسانی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی-جهانبخش نیکنام
هندسه	اسحاق اسفندیار-جواد ترکمن-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-مهرداد راشدی-سوگند روشنی-هومن عقیلی-مهرداد ملوندی
آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-پیروز آل بویه-جواد حاتمیان-جواد ترکمن-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-مصطفی دیداری-مهرداد راشدی-سوگند روشنی-علی ساوجی-علیرضا شریف خطیبی-مهرداد ملوندی
فیزیک	کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-زهرة آقامحمدی-علی بزرگر-علیرضا جباری-دانیال راستی-محمدجواد سورچی-معصومه شریعت ناصری- مهدی شریفی-آراس محمدی-محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی-مقدم
شیمی	هدی بهاری پور-محمد رضا پورجواید-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبحی-میلاد شیخ الاسلامی-خیابوی-امیر حسین طیبی-محمد عظیمیان زواره-امیر محمد کنگرانی-علیرضا کیانی دوست-شهرزاد معرفت ایزدی-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	جواد ترکمن اسحاق اسفندیار	جواد ترکمن اسحاق اسفندیار	حسام نادری	پارسا عیوض پور
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهرة آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی
ویراستاری رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش مهدی بحر کاظمی ماهان زواری	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش	معین یوسفی نیا حسین بصیر تر کمپور فرید فرمینی فراهانی	علی رضایی احسان پنجه شاهی ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

گزینه «۲» -۱

مشتق تابع $\frac{f}{g}$ را می‌نویسیم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)'(1) = \frac{f'(1)g(1) - f(1)g'(1)}{g^2(1)}$$

$$\frac{f(1)=g(1)=2}{g} \rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)'(1) = \frac{f'(1) - g'(1)}{2} \quad (*)$$

حال به مقادیر $f'(1)$ و $g'(1)$ نیاز داریم. بنابراین از تساوی

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - g^2(x)}{x^2 - 1} = 120$$

استفاده می‌کنیم:

روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - g^2(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) + g(x))(f(x) - g(x))}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{f(1) + g(1)}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1) - (g(x) - g(1))}{x-1}$$

$$= 2(f'(1) - g'(1)) = 120 \Rightarrow f'(1) - g'(1) = 60$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - g^2(x)}{x^2 - 1} \stackrel{HOP}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f'(x)f(x) - 2g'(x)g(x)}{2x}$$

$$= 2(f'(1) - g'(1)) = 120 \Rightarrow f'(1) - g'(1) = 60$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(1) = 30$$

در نتیجه از تساوی (*) داریم:

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

گزینه «۳» -۲

(مسعود برملا)

$$g(x) = \sqrt{\frac{x}{x+3}} \quad \text{ضابطه تابع } f, f(x) = x+3 \text{ است، پس داریم:}$$

$$\text{مشتق تابع } y = \sqrt{u(x)} \text{ نیز } y' = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} \text{ است.}$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{\left(\frac{x}{x+3}\right)'}{2g(x)}$$

$$\text{از طرفی مشتق } y = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ تابع } y = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2} \text{ است و داریم:}$$

$$g'(x) = \frac{3}{2(x+3)^2 g(x)} \xrightarrow{g(1)=\frac{1}{2}} g'(1) = \frac{3}{2 \times 16 \times \frac{1}{2}} = \frac{3}{16}$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

گزینه «۳» -۳

(عمید علیزاده)

ضابطه تابع g به صورت $g(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ است و از آنجا که در

$x = x_A$ بر نمودار تابع f مماس است، نتیجه می‌گیریم

$$f'(x_A) = g'(x_A) = -\frac{1}{2}$$

$$p(x) = \frac{32}{g(x)} + f^2(x) \text{ مشتق می‌گیریم:}$$

$$p'(x) = -\frac{32g'(x)}{g^2(x)} + 2f'(x)f(x)$$

$$\xrightarrow{x=x_A} p'(x_A) = -3 = -\frac{32\left(-\frac{1}{2}\right)}{y_A^2} + 2\left(-\frac{1}{2}\right)y_A$$

$$\Rightarrow \frac{16}{y_A^2} - y_A + 3 = 0$$

$$\Rightarrow y_A^3 - 3y_A^2 - 16 = (y_A - 4)(y_A^2 + y_A + 4) = 0 \Rightarrow y_A = 4$$

(مسابان ۲ - صفحه ۹۴)

گزینه «۴» -۴

(کیان کریمی فراسانی)

تابع $(f')^2 + f.f''$ مشتق تابع $f.f'$ است. پس ابتدا ضابطه این تابع را به

$$f'(x) = \cos x + \sin x$$

دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow (f.f')(x) = (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) = -\cos 2x$$

و از آن مشتق می‌گیریم:

$$((f')^2 + f.f'')(x) = (-\cos 2x)' = 2 \sin 2x$$

واضح است که برد این تابع بازه $[-2, 2]$ است.

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

گزینه «۳» -۵

(عادل حسینی)

$$f(x) = \tan \frac{x}{2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} (1 + \tan^2 \frac{x}{2})$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{1}{2} \left(2 \left(\frac{1}{2}\right) \tan \frac{x}{2} (1 + \tan^2 \frac{x}{2})\right)$$

$$= \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \tan^3 \frac{x}{2}$$

حال معادله $f(x) = f''(x)$ را تشکیل می‌دهیم و حل می‌کنیم. فقط در

$$\text{گزینه «۳»} \quad x = \frac{\Delta\pi}{2} \text{ است که در معادله صدق می‌کند. اما اگر معادله را}$$

حل کنیم داریم:

$$\tan \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \tan^3 \frac{x}{2} \Rightarrow \tan^3 \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = 0$$

حال مشتق می‌گیریم:

$$(gof)'(x) = (2x) \left(\frac{-3}{(x^2+1)^2} \right) = -\frac{6x}{(x^2+1)^2} \Rightarrow (gof)'(1) = -\frac{3}{2}$$

(مسئله‌ها ۹۴ و ۹۶)

(عادل مسینی)

۹- گزینه «۴»

$f(-1) = \frac{1}{2}$ است و در یک همسایگی چپ $x = -1$ ، تابع f با تابع

$$y = \frac{-2x^2 + 1}{x - 1}$$

برابر است؛ زیرا:

$$x < -1 \Rightarrow \begin{cases} -x > 1 \Rightarrow |-x| = 1 \\ y = \frac{3-x}{x-1} \Rightarrow \frac{3-x}{x-1} > -2 \Rightarrow \left| \frac{3-x}{x-1} \right| = -2 \end{cases}$$

$$y' = \frac{-2x^2 + 4x - 1}{(x-1)^2} \xrightarrow{x=-1} y' = -\frac{7}{4}$$

و داریم:

پس $f'(-1) = -\frac{7}{4}$ است و معادله نیم‌ماس چپ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y - \frac{1}{2} = -\frac{7}{4}(x+1) \Rightarrow y = -\frac{7}{4}x - \frac{5}{4}; \quad x \leq -1$$

اگر این نیم‌ماس را امتداد دهیم، عرض از مبدأ آن $-\frac{5}{4}$ خواهد شد.

(مسئله‌ها ۹۴ و ۹۶)

(جوآنیش نیکنام)

۱۰- گزینه «۴»

خط در $x = -3$ و $x = 5$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است؛ یعنی

$$g'(-3) = g'(5) = -4$$

جای‌گذاری می‌کنیم:

$$g(-3) = 3f(-3) = (-4(-3) + 3) \Rightarrow f(-3) = 5$$

و سپس از این تساوی مشتق می‌گیریم:

$$g'(x) = 2f'(2x+3) + 6f'(3x+6)$$

$$\xrightarrow{x=-3} g'(-3) = 8f'(-3) = -4 \Rightarrow f'(-3) = -\frac{1}{2}$$

و برای محاسبه مشتق تابع gof داریم:

$$(gof)'(-3) = f'(-3)g'(f(-3)) = f'(-3)g'(5) = \left(-\frac{1}{2}\right)(-4) = 2$$

(مسئله‌ها ۹۴ و ۹۶)

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} = k\pi \Rightarrow x = 2k\pi \\ \tan \frac{x}{2} = \pm 1 \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}; \quad k \in \mathbb{Z}$$

در بین گزینه‌ها $x = \frac{5\pi}{2}$ در دسته جواب‌های بالا قرار می‌گیرد.

(مسئله‌ها ۹۴ تا ۹۸)

(کامیار علیون)

۶- گزینه «۴»

ابتدا آهنگ متوسط تغییر تابع را حساب می‌کنیم:

$$\bar{f}_{[0,12]} = \frac{f(12) - f(0)}{12 - 0} = \frac{145 - 1}{12} = \frac{7}{3}$$

برای آهنگ لحظه‌ای مشتق می‌گیریم:

$$f'(x) = \frac{2x\sqrt{2x+1} - \frac{x^2+1}{\sqrt{2x+1}}}{2x+1} \Rightarrow f'(4) = \frac{24 - \frac{17}{3}}{9} = \frac{55}{27}$$

$$\frac{7}{3} - \frac{55}{27} = \frac{8}{27}$$

بنابراین مطلوب مسئله برابر است با:

(مسئله‌ها ۱۰۲ تا ۱۰۶)

(افشین شامه‌فان)

۷- گزینه «۱»

$$f(x) = \frac{(2 + \sqrt{x+1})^3}{3x-1}$$

$$f'(x) = \frac{3(3x-1)(2 + \sqrt{x+1})^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \right) - 3(2 + \sqrt{x+1})^3}{(3x-1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(3) = \frac{3(8)(16)\left(\frac{1}{4}\right) - 3(64)}{64} = -\frac{3}{2}$$

(مسئله‌ها ۹۴ و ۹۶)

(مهمرضا اسبخ)

۸- گزینه «۲»

در تابع f ، $f(1) = -1$ است. پس می‌توانیم عبارت مورد نظر را نیز به

صورت $f'(1)g'(f(1))$ بازنویسی می‌کنیم و این تساوی هم همان مشتق تابع

gof در $x = 1$ است. پس ابتدا ضابطه تابع gof را حساب می‌کنیم:

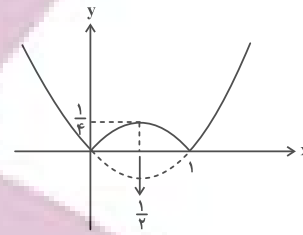
$$f(x) = \log_2 \frac{2-x^2}{1+x^2} \Rightarrow (gof)(x) = 2 \log_2 \frac{2-x^2}{1+x^2} = \frac{2-x^2}{1+x^2}$$

حسابان ۲- پیشروی سریع

۱۱- گزینه «۲»

(عارل مسینی)

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



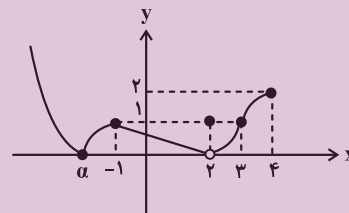
مطابق نمودار، تابع در $x = \frac{1}{4}$ مشتق صفر دارد و در $x = 0$ و $x = 1$ نیز مشتق ناپذیر است، پس ۳ نقطه بحرانی دارد.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

۱۲- گزینه «۳»

(سعید تن‌آرا)

نمودار تابع f در $x = -1$ مینیمم نسبی و در $x = 2$ و $x = 3$ ماکزیمم نسبی دارد و نمودار تابع $|f|$ مطابق شکل زیر است:

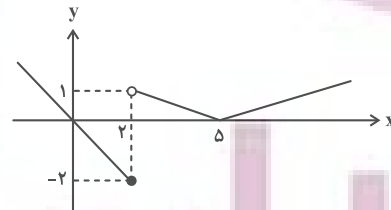


که یک مینیمم نسبی ($x = \alpha$) و ۲ ماکزیمم نسبی ($x = -1, 2$) دارد.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱۳- گزینه «۳»

(شاهین پروازی)

به ازای $k = 0$ نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

حال باید خط $x \leq 2$; $y = -x$ را k واحد به بالا انتقال دهیم تا نمودار تابع f حاصل شود. می‌بینیم که $x = 5$ طول یکی از نقاط مینیمم نسبی است، پس برای این که تابع دو مینیمم نسبی داشته باشد (که آن هم $x = 2$ است)، $f(2)$ باید کمتر از ۱ باشد: $k < 3 \Rightarrow k - 2 < 1 \Rightarrow k < 3$ که دو عدد طبیعی $k = 1$ و $k = 2$ قابل قبول است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱۴- گزینه «۴»

(کامیار علیون)

ضابطه (های) تابع را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x^2 + x & ; x < 0 \\ x^2 - x^2 - x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

و برای تابع مشتق داریم:

$$f'(x) = \begin{cases} 2x^2 + 2x + 1 & ; x < 0 \\ 2x^2 - 2x - 1 & ; x > 0 \end{cases}$$

دقت کنید که تابع در $x = 0$ مشتق ناپذیر است. حال نقاطی را می‌یابیم که f' در آن‌ها برابر صفر است:

$$2x^2 + 2x + 1 = 0 \text{ ریشه ندارد}$$

$$2x^2 - 2x - 1 = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 1$$

پس مجموع طول نقاط بحرانی برابر ۱ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

۱۵- گزینه «۴»

(عارل مسینی)

مشتق تابع را تعیین علامت می‌کنیم:

$$y' = \frac{-x^2 - 2x + 1}{(x^2 + 1)^2} \xrightarrow{y' = 0} x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{2}$$

جدول زیر را داریم:

x	-1	$\sqrt{2}-1$	2
y'	$+$	0	$-$
y	\nearrow		\searrow

پس تابع ابتدا صعودی و سپس نزولی است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۶- گزینه «۳»

(عارل مسینی)

تابع در دامنه‌اش پیوسته و در بازه $(-1, +\infty)$ مشتق پذیر است. پس در نقطه اکسترمم، دارای مشتق صفر است.

$$y' = a - \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \xrightarrow{x = \frac{5}{4}} y' = a - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

پس ضابطه تابع $y = \frac{x}{3} - \sqrt{x+1}$ است که مقدار آن به ازای $x = \frac{5}{4}$

برابر $-\frac{13}{12}$ است. همچنین طبق جدول تغییرات رفتار زیر، این نقطه از نوع

مینیمم نسبی است.

x	$-\frac{3+\sqrt{13}}{2}$	$\frac{\sqrt{13}-3}{2}$	۳
$x^3 - 10x + 3$	-	+	-
y'	-	+	-
y	↘	↗	↘

که مجموعه مورد نظر شامل فقط دو عدد طبیعی $x=1$ و $x=2$ است.
(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۹- گزینه «۲» (عادل حسینی)

از تابع مشتق می‌گیریم و ریشه‌های آن را به دست می‌آوریم:

$$y' = \cos x + 2 \sin 2x = \cos x (1 + 4 \sin x)$$

$$y'=0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 1 + 4 \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \theta \\ x = 2k\pi + \pi + \theta \end{cases} \end{cases}$$

دقت کنید که θ زاویه‌های حاده است که سینوس آن برابر $\frac{1}{4}$ است. حال جدول تغییرات رفتار تابع را مطابق زیر خواهیم داشت:

x	$2k\pi - \theta$	$2k\pi + \frac{\pi}{2}$	$2k\pi + \pi + \theta$	$2k\pi + \frac{3\pi}{2}$
y'	-	+	-	+
y	↘	↗	↘	↗
	نسبی min	نسبی max	نسبی min	نسبی max

در نقاط $x = 2k\pi - \theta$ و $x = 2k\pi + \pi + \theta$ تابع مینیمم نسبی دارد. در

این نقاط $\sin x = -\sin \theta = -\frac{1}{4}$ است و داریم:

$$y = \sin x - (1 - 2 \sin^2 x) = -\frac{1}{4} - 1 + \frac{1}{8} = -\frac{9}{8}$$

پس مقدار مینیمم نسبی برابر $-\frac{9}{8}$ است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۲۰- گزینه «۳» (عادل حسینی)

دامنه تابع f بازه $[-\sqrt{k}, \sqrt{k}]$ است که در آن $f(-\sqrt{k}) = f(\sqrt{k}) = 0$ است. حال نقاط بحرانی درون بازه $(-\sqrt{k}, \sqrt{k})$ و مقادیر تابع در آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = \frac{2k(k - 2x^2)}{\sqrt{k - x^2}} \quad f'(x)=0 \rightarrow k - 2x^2 = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{k}{2}}$$

$$\Rightarrow f(-\sqrt{\frac{k}{2}}) = -k^2, \quad f(\sqrt{\frac{k}{2}}) = k^2$$

پس برد تابع بازه $[-k^2, k^2]$ است.

$$\Rightarrow k^2 - (-k^2) = 2k^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow k^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

در این صورت $f(x) = \frac{4}{3}x\sqrt{\frac{2}{3} - x^2}$ است و داریم:

$$f(k) = f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{9}\sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{8\sqrt{2}}{27}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

x	-1	$\frac{5}{4}$
y'	-	+
y	↘	↗

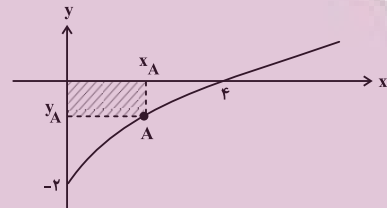
(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۷- گزینه «۱» (شاهر مغنوی)

مطابق شکل، نقطه A روی نمودار در بازه (۴, ۵) تغییر می‌کند و مستطیل هاشورخورده را ایجاد می‌کند. مساحت مستطیل برابر $|x_A| |y_A|$ است. پس داریم:

$$S_{\text{مستطیل}} = x_A |y_A| = \frac{|y_A| \sqrt{x_A - 2}}{2}$$

$$S(x_A) = x_A (2 - \sqrt{x_A}) \Rightarrow S(x_A) = 2x_A - \sqrt{x_A^3}$$



بیشترین مقدار مساحت زمانی رخ می‌دهد که $S' = 0$ باشد.

$$\Rightarrow S'(x_A) = 2 - \frac{3x_A^2}{2\sqrt{x_A^3}} \stackrel{S'=0}{\rightarrow} 2\sqrt{x_A^3} = \frac{3x_A^2}{2} \Rightarrow x_A = \frac{16}{9}$$

در این شرایط $y_A = -\frac{2}{3}$ و بیشترین مساحت مستطیل مورد نظر $\frac{32}{27}$ به دست می‌آید.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱۸- گزینه «۳» (عادل حسینی)

مفهوم سؤال این است که در چند نقطه با طول طبیعی، تابع f اکیداً صعودی یا f' مثبت است؟ پس ابتدا مشتق را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = 2\sqrt[3]{10x-3} - 2x \stackrel{f'(x)>0}{\rightarrow} \sqrt[3]{10x-3} > x$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۳}} 10x - 3 > x^3$$

$$\Rightarrow x^3 - 10x + 3 = (x-3)(x^2 + 3x - 1) < 0$$

مطابق جدول تعیین علامت زیر مجموعه قابل قبول

$$\left(-\infty, -\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{13}-3}{2}, 3\right) \text{ است.}$$

ریاضی پایه

۲۱- گزینه «۲»

(موردار ملونری)

برد تابع $y = 3^{x-1}$ بازه $(0, +\infty)$ است و اگر این نمودار را ۲ واحد به پایین منتقل کنیم، نمودار تابع $y = 3^{x-1} - 2$ با برد $(-\infty, +\infty)$ تولید می‌شود.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۲۲- گزینه «۳»

(مسعود برملا)

دامنه تابع g مجموعه مقادیری از x است که به ازای آن عبارت $\frac{x+2}{f(x)}$ نامنفی باشد، پس داریم:

x	-۲	۲
$x+2$	-	+
$f(x)$	+	-
$\frac{x+2}{f(x)}$	-	+
$f(x)$	تن	تن

در نتیجه دامنه تابع g بازه $(-2, 2)$ به دست می‌آید.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۲۳- گزینه «۴»

(عمید علیزاده)

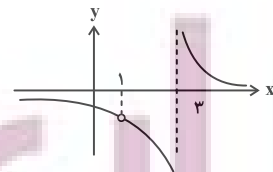
ابتدا ضابطه‌های دو تابع را می‌یابیم:

$$f(x) = m(x-1)$$

$$g(x) = a(x-1)(x-3)$$

که m و a هر دو مثبت هستند و داریم:

$$h(x) = \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{m}{a(x-3)} ; x \neq 1$$

نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را ۳ واحد به راست انتقال دهیم و سپس عرض نقاط آنرا در $\frac{m}{a}$ ضرب می‌کنیم تا نمودار تابع h مطابق شکل زیر به دست آید.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۲۴- گزینه «۴»

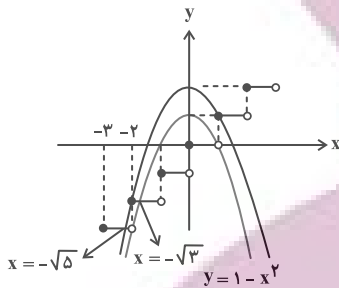
(عارل مسینی)

$$[x^2] = 1 - [x]$$

 $[x] - 1$ عددی صحیح است و داریم:

$$1 - [x] \leq x^2 < 2 - [x] \Rightarrow 1 - x^2 \leq [x] < 2 - x^2$$

پس نمودار توابع $y = [x]$ ، $y = 1 - x^2$ و $y = 2 - x^2$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

پس مجموعه جواب‌ها $\{-2\} - (-\sqrt{3}, -\sqrt{5})$ است.

$$\Rightarrow a = -\sqrt{5}, b = -\sqrt{3}, c = -2 \Rightarrow abc = -2\sqrt{15}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۴)

۲۵- گزینه «۱»

(میوانیش نیکنام)

نقطه $A(\alpha, \beta)$ محل برخورد نمودارهای دو تابع f^{-1} و

$$g(x) = \frac{x+2}{10}$$

است، پس نقطه $A'(\beta, \alpha)$ محل برخورد نمودارهای

دو تابع f و g^{-1} است. داریم:

$$g^{-1}(x) = 10x - 2 \xrightarrow{f(x)=g^{-1}(x)} x + 3\sqrt{x} = 10x - 2$$

$$\xrightarrow{\beta > 0} \beta = \frac{4}{9}$$

و $\alpha = \frac{22}{9}$ به دست می‌آید. معادله خطی که از مبدأ مختصات و نقطه

$$A\left(\frac{22}{9}, \frac{4}{9}\right)$$
 می‌گذرد، $y = \frac{2}{11}x$ یا $2x - 11y = 0$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۷ تا ۶۱)

۲۶- گزینه «۱»

(عارل مسینی)

دامنه هر دو تابع f و g بازه $[0, +\infty)$ است، پس دامنه تابع $f+g$ نیز $[0, +\infty)$ است.

$$(f+g)(x) = x^2 + 2x ; x \geq 0$$

برد این تابع و در نتیجه دامنه تابع $(f+g)^{-1}$ نیز $[0, +\infty)$ است.

$$y = (x+1)^2 - 1 \Rightarrow x+1 = \sqrt{y+1} \Rightarrow x = \sqrt{y+1} - 1$$

$$\Rightarrow (f+g)^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 1 ; x \geq 0$$

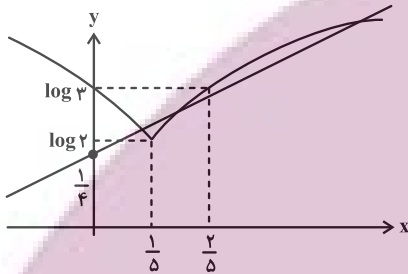
(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۵)

$$f(x) = \begin{cases} \log(-\Delta x + 3) & ; x \leq \frac{1}{\Delta} \\ \log(\Delta x + 1) & ; x \geq \frac{1}{\Delta} \end{cases}$$

نمودار هر کدام از توابع $y = \log(-\Delta x + 3)$ و $y = \log(\Delta x + 1)$ را با

تبدیلات لازم روی نمودار تابع $y = \log x$ می‌توانیم رسم کنیم. در نهایت با

رسم نمودارهای تابع f و خط $y = \frac{1}{\Delta}x + \frac{1}{\Delta}$ در یک دستگاه مختصات داریم:



مطابق شکل، تعداد نقاط برخورد برابر ۳ است. دقت کنید که

$$\log 2 \approx 0.3 \text{ و } \log 3 \approx 0.48$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۳- گزینه «۳» (عادل مسینی)

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log_2 5 + \log_2 x + \frac{2}{3} \log_2 x = 4$$

پس داریم:

$$\frac{5}{3} \log_2 x = 4 - \log_2 5 = \log_2 \frac{16}{5} \Rightarrow \log_2 x = \frac{3}{5} \log_2 \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow x = \left(2^{\log_2 \frac{16}{5}}\right)^{\frac{3}{5}} = \left(\frac{16}{5}\right)^{\frac{3}{5}}$$

قطعاً $\left(\frac{16}{5}\right)^{\frac{3}{5}}$ کمتر از ۳ است. حال ببینیم بزرگ‌تر از ۲ نیز هست یا نه؟

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{5}} = \left(\frac{27}{10}\right)^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{\frac{27^3}{1000}} = \sqrt[5]{\frac{27^3 \times 32}{1000}} > \sqrt[5]{32} = 2$$

پس جواب معادله در بازه $(2, 3)$ قرار می‌گیرد و جزء صحیح آن برابر ۲ است.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۲۷- گزینه «۲» (سعید علم‌پور)

دامنه تابع f بازه $(-1, 2)$ است و دامنه و ضابطه تابع g به ترتیب $(-\infty, 1]$ و $g(x) = 2x - 2$ است. پس داریم:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$= \{x \leq 1 \mid -1 < 2x - 2 < 2\} = \{x \leq 1 \mid \frac{1}{2} < x < 2\}$$

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = \left(\frac{1}{2}, 1\right] \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 1 \Rightarrow b - a = \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۲۸- گزینه «۳» (علی سلامت)

دامنه و برد تابع f به ترتیب $D_f = [-2, +\infty)$ و $R_f = (-\infty, 3]$

و در نتیجه دامنه و برد تابع f^{-1} به ترتیب $D_{f^{-1}} = (-\infty, 3]$

است و $R_{f^{-1}} = [-2, +\infty)$

$$D_{g \circ f^{-1}} = \{x \in D_{f^{-1}} \mid f^{-1}(x) \in D_g\}$$

$$= \{x \leq 3 \mid f^{-1}(x) \neq 2\} = \{x \leq 3 \mid x \neq 1\}$$

$$\Rightarrow D_{g \circ f^{-1}} = (-\infty, 3] - \{1\}$$

در این شرایط خروجی تابع f^{-1} مجموعه $\{2\} - [-2, +\infty)$ است. حال

این مجموعه را به عنوان دامنه تابع g در نظر می‌گیریم و بر همین اساس

برد آن را حساب می‌کنیم:

$$x \in [-2, +\infty) - \{2\} \Rightarrow g(x) \in \mathbb{R} - (1, 3]$$

پس برد تابع $g \circ f^{-1}$ مجموعه $\mathbb{R} - (1, 3]$ است که ۲ عدد صحیح ۲ و ۳

را شامل نمی‌شود.

(مسئله ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ و ۶۶ تا ۶۹)

۲۹- گزینه «۲» (عادل مسینی)

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log(|\Delta x - 1| + 2) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$

که تعداد جواب‌های این معادله تعداد نقاط برخورد نمودار تابع

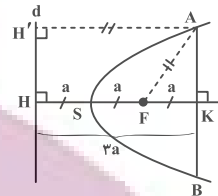
$$f(x) = \log(|\Delta x - 1| + 2) \text{ و خط } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \text{ است. پس سعی}$$

می‌کنیم نمودار تابع f را رسم کنیم.

هندسه ۳

گزینه ۴» ۳۱- (هومن عقیلی)

از نقطه A، عمود AH' را بر خط هادی رسم می‌کنیم. واضح است که AH' = KH = ۳a و چون A نقطه‌ای روی سهمی است، پس طبق تعریف سهمی، AF = AH' = ۳a است.



اکنون طبق قضیه فیثاغورس در مثل قائم‌الزاویه AKF داریم:

$$AK^2 = AF^2 - FK^2 = (3a)^2 - a^2 = 8a^2$$

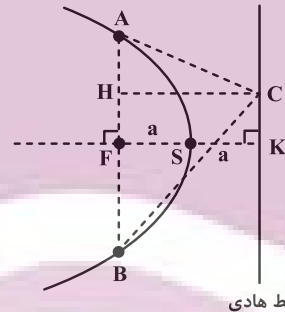
$$\xrightarrow{\text{جذر}} AK = 2\sqrt{2}a \xrightarrow{xy} AB = 4\sqrt{2}a$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

گزینه ۱» ۳۲- (هومن عقیلی)

با توجه به معادله سهمی، $a = \left| -\frac{3}{4 \times 2} \right| = \frac{3}{8}$ است. از طرفی ارتفاع

مرسوم از رأس C در مثل ABC برابر است با: $CH = 2a = \frac{3}{4}$



خط هادی

AB همان وتر کانونی سهمی است: $AB = 4a = 4 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{2}$

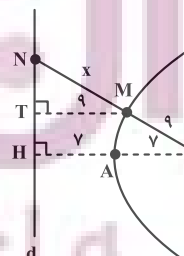
$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} CH \cdot AB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{16}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

گزینه ۲» ۳۳- (مهرداد ملونری)

$$FA = AH = y$$

طبق فرض و شکل، داریم:



از طرفی M نقطه‌ای از سهمی است. پس طبق تعریف سهمی:

$$MF = MT = 9$$

در مثل NHF چون $MT \parallel FH$ پس طبق قضیه تالس داریم:

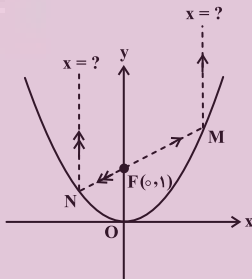
$$\frac{NM}{NF} = \frac{MT}{FH} \Rightarrow \frac{x}{x+9} = \frac{9}{14} \Rightarrow 14x = 9x + 81$$

$$\Rightarrow MN = x = \frac{81}{5} = 16 \frac{1}{5}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه ۵۸)

گزینه ۴» ۳۴- (سیرمهرضا عسینی فر)

مختصات کانون سهمی $F(0, 1)$ است و روی خط $3y - 4x = 3$ صدق می‌کند. پس پرتوی تابش از کانون می‌گذرد و بازتابش آن موازی با محور تقارن سهمی (محور y ها) خواهد بود. اکنون نقاط تلاقی خط $3y - 4x = 3$ و سهمی را می‌یابیم.



برای این منظور از معادله خط، $y = \frac{4x+3}{3}$ را در معادله سهمی

جای گذاری می‌کنیم:

$$x^2 = 4\left(\frac{4x+3}{3}\right) \xrightarrow{xy} 3x^2 - 16x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x-6)(3x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

پس معادله پرتوی بازتابش به یکی از دو صورت $x = 6$ یا $x = -\frac{2}{3}$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

گزینه ۴» ۳۵- (مهرداد راشدی)

معادله گسترده سهمی افقی به صورت $y^2 + my + nx + k = 0$ می‌باشد.

سه نقطه A، B و C در این معادله صدق می‌دهیم:

$$\begin{cases} (1)^2 + m(1) + n(2) + k = 0 \Rightarrow 1 + m + 2n + k = 0 \\ (3)^2 + m(3) + n(3) + k = 0 \Rightarrow 9 + 3m + 3n + k = 0 \\ (-3)^2 + m(-3) + n(6) + k = 0 \Rightarrow 9 - 3m + 6n + k = 0 \end{cases}$$

می‌دانیم فاصله هر نقطه واقع بر سهمی از خط هادی و کانون یکسان است.

پس شعاع دایره یعنی MF برابر است با:

$$MF = |-1 - 3| = 4$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi(4)^2 = 16\pi$$

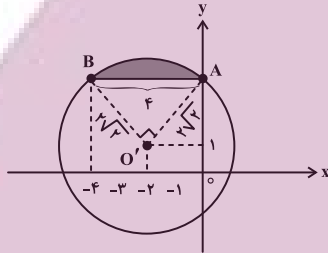
(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

(اساق اسفندیار)

۳۸- گزینه «۲»

معادله $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$ ، دایره به مرکز $O'(-2, 1)$ و

شعاع $R = 2\sqrt{2}$ است. اکنون خط $y = 3$ را با دایره قطع می‌دهیم:



$$x^2 + (3)^2 + 4x - 2(3) - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x = 0, -4$$

بنابراین $|AB| = 4$ و چون $O'A = O'B = R = 2\sqrt{2}$ می‌باشند. پس

در مثلث $O'AB$ قضیه فیثاغورس برقرار است و $\angle O'AB = 90^\circ$. مطابق

شکل، مساحت ناحیه سایه‌زده، مساحت قطعه مربوط به قطاع 90° می‌باشد و

برابر است با:

مساحت مثلث $AO'B$ - مساحت قطاع $AO'B$

$$= \frac{1}{2} \pi (2\sqrt{2})^2 - \frac{1}{2} (2\sqrt{2})^2 = 2\pi - 4$$

(هنر سه ۳- بررها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

(سیرمهرضا عسینی فرد)

۳۹- گزینه «۱»

مطابق شکل معادله $|x| + |y| = 3$ یک مربع به طول قطر ۶ است که

مبدأ مختصات مرکز آن می‌باشد. ناحیه S ، ناحیه درون مربع و محدود به دو

خط $x = 1$ و $x = 2$ می‌باشد که دوزنقه‌ای به قاعده‌های AB و CD و

ارتفاع ۱ است. پس:

از حل این دستگاه، $m = -2$ ، $n = -4$ و $k = 9$ به دست می‌آید. پس

معادله گسترده این سهمی به صورت $y^2 - 2y - 4x + 9 = 0$ است و در

$$a = \left| \frac{-4}{4} \right| = 1$$

نتیجه:

فاصله نقطه P از محور تقارن سهمی، نصف اندازه وتر کانونی سهمی، یعنی

$$2a = 2 \text{ است.}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۳۶- گزینه «۳» (سوکنر روشنی)

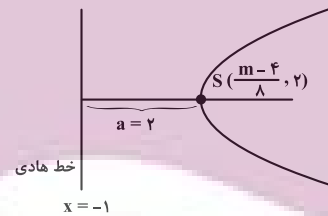
$$y^2 + m = 4y + \lambda x \Rightarrow y^2 - 4y = \lambda x - m$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 - 4 = \lambda x - m \Rightarrow (y-2)^2 = \lambda x - m + 4$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 = \lambda \left(x + \frac{4-m}{\lambda} \right)$$

واضح است که این سهمی افقی و دهانه‌اش رو به راست است و مختصات

رأس آن $S\left(\frac{m-4}{\lambda}, 2\right)$ است و $4a = \lambda$ و لذا $a = 2$ است.



$$\Rightarrow \frac{m-4}{\lambda} - 2 = -1 \Rightarrow \frac{m-4}{\lambda} = 1 \Rightarrow m = 12$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

(اساق اسفندیار)

۳۷- گزینه «۳»

معادله سهمی عبارت است از:

$$(y-3)^2 - 9 + \lambda x + 1 = 0 \Rightarrow (y-3)^2 = -\lambda(x-1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a = -\lambda \Rightarrow a = 2 \\ S(1, 3) \end{cases}$$

دهانه سهمی رو به چپ است، پس داریم:

$$x = 1 + 2 = 3 \text{ خط هادی سهمی}$$

هندسه ۳- پیشروی سریع

۴۱- گزینه «۲»

(افشین فاضله‌ن) :

مجموعه A، فضای محصور درون و روی یک مکعب مستطیل به ابعاد $3 = 3 - 0$ ، $5 = 4 - (-1)$ و $3 = 1 - (-2)$ است. طول برداری که دورترین دو نقطه درون و روی این مکعب مستطیل را به هم وصل می‌کند با اندازه قطر این مکعب مستطیل برابر است که این عدد مساوی است با:

$$\sqrt{3^2 + 5^2 + 3^2} = \sqrt{43}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۴۲- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی) :

دو خط متناهند و کوتاه‌ترین فاصله آنها، برابر با $|z_1 - z_2| = 2$ است. پس حجم مکعبی با طول یال ۲، مورد نظر است که برابر با $2^3 = 8$ می‌باشد.

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

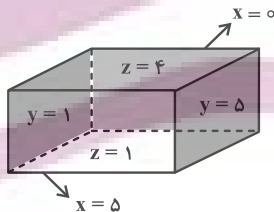
۴۳- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی) :

با توجه به شکل، معادله‌های وجه‌های دیگر به صورت زیر است:

$$\begin{cases} x=0 \\ 1 \leq y \leq 5 \\ 1 \leq z \leq 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x=5 \\ 1 \leq y \leq 5 \\ 1 \leq z \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=1 \\ 0 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq y \leq 5 \end{cases} \quad \begin{cases} z=4 \\ 0 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq y \leq 5 \end{cases}$$



(هندسه ۳- بردارها: صفحه ۶۸)

۴۴- گزینه «۳»

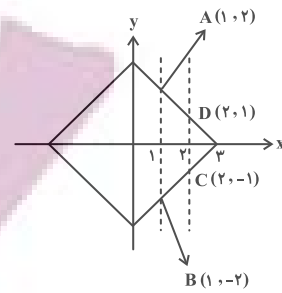
(هومن عقیلی) :

با توجه به مختصات نقاط داریم: $AB = \sqrt{2}$ ، $AC = \sqrt{2}$ و $BC = \sqrt{2}$. پس مثلث ABC متساوی‌الاضلاع و اندازه ارتفاع و میانه و نیمساز در این مثلث برابر است با: $\frac{\sqrt{3}}{2} AB$. در نتیجه اندازه نیمساز

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

داخلی زاویه A برابر است با:

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)



$$|AB| = 4, \quad |CD| = 2$$

$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{4+2}{2} \times 1 = 3$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

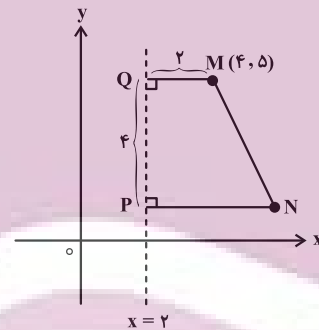
۴۰- گزینه «۴»

(یوار ترکمن) :

واضح است که اندازه قاعده کوچک این دوزنقه، فاصله نقطه $M(4, 5)$ از

خط $x = 2$ ، یعنی برابر ۲ است. اندازه ساق قائم (ارتفاع دوزنقه)، برابر ۴

داده شده است. پس:



$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{2+PN}{2} \times 4 = 14 \Rightarrow PN = 5$$

یعنی مختصات نقطه N به صورت $(7, 1)$ است. بنابراین کافی است

معادله خط گذرا از دو نقطه $M(4, 5)$ و $N(7, 1)$ را بیابیم:

$$m_{\text{شیب}} = \frac{5-1}{4-7} = -\frac{4}{3}$$

خط از $M(4, 5)$ می‌گذرد

$$y - 5 = -\frac{4}{3}(x - 4) \Rightarrow 3y - 15 = -4x + 16$$

$$\Rightarrow 4x + 3y = 31$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۴۵- گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

فرض می‌کنیم $M(x, y, z)$ است، پس:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} = (x-2, y-2, z-3) \\ \overrightarrow{MB} = (4-x, 2-y, 1-z) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{4}\overrightarrow{MB} \Rightarrow (x-2, y-2, z-3) = \frac{1}{2}(4-x, 2-y, 1-z)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2 = \frac{1}{2}(4-x) \Rightarrow x = \frac{20}{3} \\ z-3 = \frac{1}{2}(1-z) \Rightarrow z = \frac{15}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۴۶- گزینه «۳»

(مهرداد ملونری)

نقطه O را مبدأ مختصات گرفته و رابطه مذکور را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} &= (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) + (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OB}) + (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OC}) \\ &= 3\overrightarrow{OP} - (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = 3\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k} \\ \Rightarrow 3\overrightarrow{OP} &= (7, -4, -1) + (1, -1, 2) + (0, 2, 1) + (-2, 0, 1) \\ \Rightarrow \overrightarrow{OP} &= \frac{1}{3}(6, -3, 3) = (2, -1, 1) \end{aligned}$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۴۷- گزینه «۱»

(مهرداد راشدی)

$$\begin{aligned} m(\overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OP}) &= k(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OQ}) \Rightarrow m(\overrightarrow{PN}) = k(\overrightarrow{QM}) \\ \Rightarrow \overrightarrow{PN} &= \frac{k}{m}(\overrightarrow{QM}) \Rightarrow \overrightarrow{PN} \parallel \overrightarrow{QM} \end{aligned}$$

دو ضلع مقابل چهارضلعی $MNPQ$ موازی و نابرابر هستند ($\frac{k}{m} \neq 1$).

بنابراین چهارضلعی $MNPQ$ همواره دوزنقه است.

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۴۸- گزینه «۴»

(اسحاق اسفندیار)

چون سه نقطه داده شده روی یک دایره قرار نمی‌گیرند، پس روی یک امتدادند و در نتیجه دو بردار \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CB} موازی‌اند:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2-\alpha, 2-\alpha, -1) \\ \overrightarrow{CB} = (-1, -1, -2) \end{cases} \xrightarrow{\text{شرط موازی}} \frac{2-\alpha}{-1} = \frac{2-\alpha}{-1} = \frac{-1}{-2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{5}{2} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1\right)$$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{AB} = (-1, -1, -2) \Rightarrow |2\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{6}$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۴۹- گزینه «۱»

(اسحاق اسفندیار)

$$\begin{cases} A(-1, 2, t) \\ B(t', 1, 1) \end{cases} \xrightarrow{t, t' \in \mathbb{R}} \overrightarrow{AB} = (t'+1, -1, 1-t)$$

اکنون شرط توازی بردار \overrightarrow{AB} با بردار $\vec{v} = (1, -2, 3)$ را می‌نویسیم:

$$\frac{t'+1}{1} = \frac{-1}{-2} = \frac{1-t}{3} \Rightarrow t = t' = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} A(-1, 2, -\frac{1}{2}) \\ B(-\frac{1}{2}, 1, 1) \end{cases}$$

بنابراین مختصات نقطه M ، وسط پاره‌خط AB ، عبارت است از:

$$M = \frac{A+B}{2} = \left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$$

$$|OM| = \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{46}}{4}$$

که مجذور این فاصله برابر $\frac{23}{8} = \frac{46}{16}$ است.

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۵۰- گزینه «۴»

(یوگر ترکمن)

می‌دانیم بردار $\vec{b} | \vec{a} + | \vec{a} | \vec{b}$ و هر ضرب آن، بردار نیمساز زاویه بین دو

بردار \vec{a} و \vec{b} است. پس با توجه به این‌که زاویه بین بردار \vec{a} و بردار

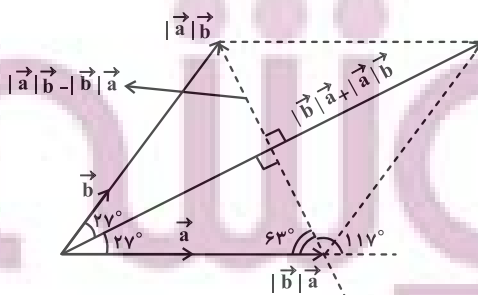
نیمساز زاویه بین \vec{a} و \vec{b} برابر 27° است، پس دو بردار \vec{a} و \vec{b} با

یکدیگر زاویه 54° می‌سازند. داریم:

$$\vec{c} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} - \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{|\vec{a}|\vec{b} - |\vec{b}|\vec{a}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{1}{|\vec{a}||\vec{b}|} (|\vec{a}|\vec{b} - |\vec{b}|\vec{a})$$

بردار \vec{c} عمود بر راستای بردار $|\vec{b}|\vec{a} + |\vec{a}|\vec{b}$ است (چرا؟) و مطابق

شکل زاویه بردار \vec{c} با بردار \vec{a} مکمل زاویه 63° درجه، یعنی 117° است.



(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

آمار و احتمال

گزینه «۲» -۵۱

(سیرممد رضا عسینی فرد)

افزافه کردن ۱۵٪ هر داده به خودش، همانند ضرب هر داده در عدد ۱/۱۵

است که واریانس را افزایش می‌دهد ولی چون میانگین و انحراف معیار هر دو

به یک نسبت افزایش می‌یابند، پس ضریب تغییرات ثابت می‌ماند.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۴ تا ۹۷)

گزینه «۳» -۵۲

(مهرداد ملونری)

چون مُد داده‌ها برابر ۴ است، پس $a = b = 4$ ؛ تعداد داده‌ها ۱۰ تا است.

در این صورت میانه و چارک‌ها به صورت زیر هستند:

$$1, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6$$

$$Q_1=3 \quad \frac{4+4}{2}=4 \quad Q_3=5$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 5 - 3 = 2$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

گزینه «۱» -۵۳

(مهیار راشدی)

تعداد کل دانش‌آموزان کلاس ۷۲ نفر است، پس $x + y$ برابر با ۲۰ است.

با توجه به این که زاویه مربوط به دسته سوم از زاویه مربوط به دسته پنجم،

۴۰° کمتر است، داریم:

$$\frac{x}{72} \times 360^\circ + 40^\circ = \frac{y}{72} \times 360^\circ \Rightarrow 5x + 40 = 5y$$

$$\Rightarrow x + 8 = y \Rightarrow y - x = 8$$

از حل دستگاه $\begin{cases} x + y = 20 \\ y - x = 8 \end{cases}$ ، $x = 6$ و $y = 14$ می‌شود. بنابراین

$$\frac{x}{72} = \frac{6}{72} = \frac{1}{12} \quad \text{فراوانی نسبی دسته سوم برابر است با:}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

گزینه «۲» -۵۴

(سوکندر روشنی)

یک بار میانگین کران پایین و یک بار میانگین کران بالا را به دست

می‌آوریم:

$$\frac{1 \times 140 + 8 \times 150 + 6 \times 160 + 2 \times 170 + 2 \times 180 + 1 \times 190}{20} < \bar{x}$$

$$< \frac{1 \times 150 + 8 \times 160 + 6 \times 170 + 2 \times 180 + 2 \times 190 + 1 \times 200}{20}$$

$$159/5 < \bar{x} < 169/5$$

در بین گزینه‌ها، تنها عدد ۱۶۸ برای میانگین قابل قبول است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۵)

گزینه «۲» -۵۵

(مصطفی دیداری)

$$\text{جمع اولیه} = \frac{21 \times 24}{21} = 24 \Rightarrow \text{جمع اولیه} = 21 \times 24 = 504$$

$$9 = 21 - 12 \text{ پس } 18 = 2 \times 9 \text{ واحد در مجموع کم حساب شده است. از}$$

طرفی ۱۶ واحد نیز در مجموع زیاد حساب شده است پس در مجموع ۲ واحد

کم حساب شده و مجموع درست داده‌ها برابر ۵۰۶ است. همچنین تعداد

درست اعداد نیز برابر ۲۰ تا بوده است. پس داریم:

$$\text{میانگین درست} = \frac{506}{20} = 25/3$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

$$\Rightarrow x_1 + \dots + x_p = 20 \times 5 = 100$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

(بوار هاتمی)

۵۹- گزینه «۴»

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های اولیه را با \bar{x} و σ_x و میانگین و

انحراف معیار داده‌های جدید را با \bar{y} و σ_y نمایش دهیم، آنگاه با توجه به

اینکه \bar{x} عددی ثابت است، داریم:

$$\begin{cases} \bar{y} = 5\bar{x} + \bar{x} = 6\bar{x} \\ \sigma_y = 5\sigma_x \end{cases}$$

$$\frac{CV_y}{CV_x} = \frac{\frac{\sigma_y}{\bar{y}}}{\frac{\sigma_x}{\bar{x}}} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \times \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{5\sigma_x}{\sigma_x} \times \frac{\bar{x}}{6\bar{x}} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{CV_y}{3} = \frac{5}{6} \Rightarrow CV_y = 2/5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

(فرزاد بویاری)

۶۰- گزینه «۲»

با توجه به نمودار میله‌ای، داده‌ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ می‌نویسیم و

چارک‌های اول (Q_1)، دوم (Q_2 = میانه) و چارک سوم را حساب می‌کنیم:

$$1, 1, 1, \underset{\downarrow Q_1}{2}, 3, 3, 3, \underset{\downarrow \text{میانه}}{4}, 4, 4, 4, \underset{\downarrow Q_2}{4}, 5, 5, 5$$

$$IQR = Q_2 - Q_1 = 4 - 2 = 2$$

$$\text{اختلاف } IQR \text{ و میانه} = |4 - 2| = 2$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۵۶- گزینه «۱»

(سیرممد رضا عسینی فر)

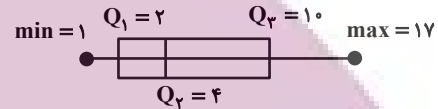
در نمودار جعبه‌ای کمترین و بیشترین داده، همچنین مقادیر میانه (Q_2) و

چارک اول و سوم نمایش داده می‌شود. در داده‌های

۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۴، ۵، ۷، ۱۰، ۱۵، ۱۷ داریم:

$$\min = 1, Q_1 = 2, Q_2 = 4, Q_3 = 10, \max = 17$$

پس در نمودار جعبه‌ای داریم:



(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

(افشین خاصه‌نار)

۵۷- گزینه «۴»

فرض کنید میانگین اولیه برابر \bar{x} باشد، در این صورت داریم:

$$3\bar{x} - 2 = 11/5 \Rightarrow \bar{x} = 4/5$$

$$4/5 = \frac{2 \times 3 + a \times 4 + 3 \times 5 + 2 \times 6}{2 + a + 3 + 2} \Rightarrow 4/5 = \frac{23 + 4a}{7 + a}$$

$$\Rightarrow a = 3$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

(افشین خاصه‌نار)

۵۸- گزینه «۱»

$$\sigma^2 = \frac{1}{2}\sigma \Rightarrow \begin{cases} \sigma = 0 & \text{غ ق} \\ \sigma = \frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0/1 \Rightarrow \bar{x} = \frac{1/2}{1/10} = 5$$

آمار و احتمال

۶۱- گزینه «۴»

(سیرممدارضا عسینی فرد)

هر یک از ارقام زوج باید در یک بخش مجزا باشند، پس هر کدام از اعداد فرد $\{1, 3, 5\}$ دارای سه انتخاب هستند که در کنار رقم ۲ یا ۴ یا ۶ باشند و جواب $3^3 = 27$ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

۶۲- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

زیرمجموعه‌های مورد نظر را به دو دسته تقسیم می‌کنیم: دسته اول: زیرمجموعه‌های شامل عدد ۹. واضح است که حاصل ضرب اعضای تمام زیرمجموعه‌هایی که شامل عدد ۹ باشند، بر این عدد بخش‌پذیر است. تعداد این زیرمجموعه‌ها برابر $2^8 = 256$ است. دسته دوم: زیرمجموعه‌های فاقد عدد ۹. برای این که حاصل ضرب اعضای چنین زیرمجموعه‌هایی بر ۹ بخش‌پذیر باشد، لازم است حتماً شامل ۳ و ۶ باشند، بنابراین تعداد این زیرمجموعه‌ها برابر $2^6 = 64$ است.

$256 + 64 = 320$ = تعداد کل زیرمجموعه‌ها

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۶۳- گزینه «۱»

(مصطفی دیراری)

$$p \Rightarrow \sim q \equiv \sim p \vee q$$

$$\sim p \Rightarrow q \equiv p \vee q$$

$$(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee (p \vee q)$$

$$\equiv (p \wedge q) \vee (p \vee q) \equiv [p \vee (p \vee q)] \wedge [q \vee (p \vee q)]$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge (p \vee q) \equiv p \vee q$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۶۴- گزینه «۱»

(مهرداد ملونری)

طبق ضابطه‌های تعریف شده، اعضای دو مجموعه M و N به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} M = \{3, 5, 7, 9\} \\ N = \{1, 2, \dots, 9\} \end{cases} \Rightarrow M \subseteq N$$

تعریف زیرمجموعه $\rightarrow \forall x; (x \in M \Rightarrow x \in N)$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۲)

۶۵- گزینه «۲»

(مهیار راشری)

$$n((B \times A) - (B \times C)) = n(B \times (A - C)) = n(B) \times n(A - C)$$

$$\Rightarrow n((B \times A) - (B \times C)) = n(B) \times (n(A) - n(A \cap C))$$

از آنجا که تعداد اعضای B مشخص است، باید تعداد اعضای $(A - C)$

حداکثر شود. اگر A و C اشتراک نداشته باشند (یعنی $n(A \cap C) = 0$)

باشد، تعداد اعضای $(A - C)$ برابر با تعداد اعضای مجموعه A خواهد

شد. بنابراین حداکثر تعداد اعضای $(B \times A) - (B \times C)$ برابر است با:

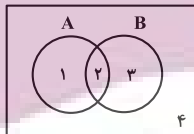
$$n(B) \times n(A) = 3 \times 5 = 15$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۶۶- گزینه «۲»

(فرزاد پورای)

نمودار ون را می‌کشیم و از روش شماره‌گذاری ناحیه‌ها استفاده می‌کنیم:



$$[(A \cup B) - A] \cap [(A \cap B) \cup A']$$

$$= [(1, 2, 3) - (1, 2)] \cap [(2) \cup (3, 4)]$$

$$= [3] \cap [2, 3, 4] = (3) \text{ ناحیه } = B - A$$

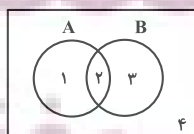
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۶۷- گزینه «۳»

(فرزاد پورای)

به کمک نمودار ون و روش شماره‌گذاری از شرط $A \cap B' = B \cap A'$

می‌توان نتیجه گرفت: $A = B$



$$|A| = \underbrace{|A \cup B|}_{10} - \underbrace{|B - A|}_{5} = 5$$

پس A دارای ۵ عضو بوده و $10 = \binom{5}{2}$ زیرمجموعه دوعضوی دارد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(علیرضا شریف‌فطیعی)

۶۹- گزینه «۱»

ابتدا قسمت مقدم گزاره شرطی را ساده می‌کنیم:

$$(p \wedge \sim r) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (\underbrace{\sim r \vee r}_T) = p$$

حال قسمت تالی گزاره شرطی را ساده می‌کنیم:

$$\sim q \Rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv \sim (q) \vee (p \wedge \sim q)$$

$$\equiv q \vee (p \wedge \sim q) \equiv (q \vee p) \wedge (\underbrace{q \vee \sim q}_T) \equiv q \vee p$$

گزاره شرطی به صورت زیر می‌شود:

$$p \Rightarrow (q \vee p) \equiv \sim p \vee (q \vee p) \equiv (\underbrace{\sim p \vee p}_T) \vee q \equiv T$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(سوکندر روشنی)

۷۰- گزینه «۲»

چون دو مجموعه A و B ناتهی هستند. برای دو مجموعه می‌توان نوشت:

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B$$

$$\begin{cases} a^2 - 1 = 3 \\ c = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \pm 2 \\ c = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 4 \\ a + b + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 1 = 3 \\ c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \pm 2 \\ c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 6 \\ a + b + c = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 1 = 1 \\ c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \pm \sqrt{2} \\ c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = \pm \sqrt{2} + 4 \notin \mathbb{Z}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

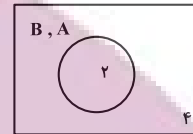
$$\begin{aligned} A \cap B' &= B \cap A' \\ \downarrow & \quad \downarrow \\ (1, 2) \cap (1, 4) &= (2, 3) \cap (3, 4) \\ (1) & \quad (3) \end{aligned}$$

با توجه به این که ناحیه‌های (۱) و (۳) جدا از هم هستند برای آن که با هم

مساوی باشند. عملاً باید هر دو تهی باشند یعنی A و B فقط به ناحیه (۲)

محدود می‌شوند. به عبارت دیگر A و B یک مجموعه می‌باشند. یعنی

$A = B$ پس شکل بالا به صورت زیر درمی‌آید:



حال با فرض برابری A و B به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) درست؛ از $A = B$ می‌توان نتیجه گرفت: $A \cup B = A \cap B$

(۲) درست؛ چون $A = B$ می‌باشد پس $A \cup B = B$

(۳) نادرست؛ زیرا:

$$(A' \cap B') - A \stackrel{A=B}{=} (A' \cap A') - A = A' - A$$

$$\underline{\underline{A' \text{ و } A \text{ جدا از هم اند}}} \quad A' \neq \emptyset$$

(۴) درست؛

$$(A \cap B) \cup A' \stackrel{A=B}{=} (A \cap A) \cup A' = A \cup A' = U$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(مصطفی دبراری)

۶۸- گزینه «۴»

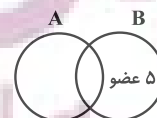
$$(A \cap B) \cup (A' \cap B') = (A \cap B) \cup (A \cup B) = A \cup B$$

$$A' - B' = A' \cap (B')' = A' \cap B = B - A$$

$A \cup B$ دارای $10 \cdot 24 = 240$ زیرمجموعه است پس ۱۰ عضو دارد. $B - A$ نیز

دارای ۳۱ زیرمجموعه ناتهی است پس ۳۲ زیرمجموعه داشته و ۵ عضو دارد.

تعداد عضوهای A برابر است با:



ریاضیات گسسته

گزینه ۲

(پیروز آل بویه)

ابتدا یک رقم زوج از بین ارقام ۸، ۶، ۴، ۲ و دو رقم فرد از بین ارقام

$$۹، ۷، ۵، ۳، ۱ انتخاب می‌کنیم که این عمل به $\binom{۵}{۲} \binom{۴}{۱} = ۴۰$ روش$$

امکان پذیر است. با توجه به شرط داده شده، رقم دهگان کوچک‌ترین رقم انتخابی است. اما دو رقم یکان و صدگان می‌توانند به ۲! حالت، جابه‌جا شوند. پس جواب عبارت است از:

$$\frac{\text{صدگان}}{\text{دهگان}} \frac{\text{یکان}}{\text{صدگان}} \Rightarrow \binom{۴}{۱} \times \binom{۵}{۲} \times ۲! = ۸۰$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۰)

گزینه ۳

(مهرداد ملونری)

تعداد کل جایگشت‌های این ۵ مهره متمایز برابر با $۵! = ۱۲۰$ است. حالت‌های نامطلوب، آن است که ۳ مهره قرمز کنار هم باشند. با قرار دادن این ۳ مهره در یک جعبه، داریم:

$$\boxed{\text{۳ مهره قرمز}} \quad \text{آبی ۲} \quad \text{آبی ۱} \quad \xrightarrow{\text{جایگشت}} \text{۳!} \times \text{آبی ۳} = ۳۶$$

جایگشت درون جعبه

پس طبق اصل متمم، تعداد حالت‌های مورد نظر برابر است با:

$$۱۲۰ - ۳۶ = ۸۴$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

گزینه ۱

(یوار ترکمن)

از روش متمم کمک می‌گیریم. تعداد کل زیرمجموعه‌های ۵ عضوی مجموعه

$$\{۱، ۲، ۳، \dots، ۱۰\} \text{ برابر با } \binom{۱۰}{۵} = ۲۵۲ \text{ است. از طرفی در مجموعه}$$

$\{۱، ۲، ۳، \dots، ۱۰\}$ ، جفت عددهایی که مجموع آن‌ها برابر با عدد ۱۱ می‌باشد، عبارت‌اند از:

$$\{۵، ۶\}، \{۴، ۷\}، \{۳، ۸\}، \{۲، ۹\}، \{۱، ۱۰\}$$

برای آن که یک زیرمجموعه ۵ عضوی داشته باشیم که مجموع هیچ دو عضو آن برابر با ۱۱ نباشد، باید از هر یک از گروه‌های فوق، یک عضو انتخاب

$$\text{کنیم که این عمل به } \binom{۲}{۱} \times \binom{۲}{۱} \times \binom{۲}{۱} \times \binom{۲}{۱} \times \binom{۲}{۱} = ۳۲ \text{ روش}$$

امکان پذیر است، پس جواب $۲۵۲ - ۳۲ = ۲۲۰$ است.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۰)

گزینه ۱

(مهرداد راشدی)

ابتدا دو گوی از هشت گوی را انتخاب کرده در جعبه اول قرار می‌دهیم و سپس دو گوی از شش گوی باقی‌مانده را انتخاب نموده و در جعبه دوم قرار می‌دهیم و همین روند را ادامه می‌دهیم.

$$\binom{۸}{۲} \binom{۶}{۲} \binom{۴}{۲} \binom{۲}{۲} = ۲۸ \times ۱۵ \times ۶ \times ۱ = ۲۵۲۰$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

گزینه ۲

(سوکندر روشنی)

ابتدا دو ناحیه از ۴ ناحیه را انتخاب می‌کنیم و سپس از هر ناحیه ۲ نفر انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{۴}{۲} \binom{۵}{۲} \binom{۵}{۲} = ۶۰۰$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۰)

گزینه ۴

(مهرداد راشدی)

برای آن که شش رقم داده شده در خانه‌های متوالی قرار گیرند، مطابق شکل زیر، باید در ۲ حالت، یکی از خانه‌های ابتدایی یا انتهایی خالی باشد. از طرفی دو رقم ۷ و ۹ نیز باید کنار هم قرار گیرند، که آن‌ها را در یک جعبه تصور می‌کنیم؛ داریم:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \text{رقم زوج ۴} \\ \hline \text{خالی} & ۷ & ۹ & ? & ? & ? \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{جایگشت}} \text{۵!} \times \text{۲!} = ۵۱ \times ۲!$$

۵ شیء متمایز درون جعبه

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \text{رقم زوج ۴} \\ \hline ۷ & ۹ & ? & ? & ? & ? \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{جایگشت}} \text{۵!} \times \text{۲!} = ۵۱ \times ۲!$$

۵ شیء متمایز درون جعبه

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$۲ \times (۵! \times ۲!) = ۴۸۰$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

گزینه ۳

(سیرهمدرضا عسینی فرد)

ابتدا ارقام فرد را در مکان‌های مربع شکل قرار می‌دهیم، سپس در فضاهای خالی موجود در بین آن‌ها، ارقام زوج را جای می‌دهیم؛ که مطابق شکل می‌توان از بین ۵ فضای خالی ۳ تا را برای ارقام زوج انتخاب کرد:

پس جواب $۵۶ = ۲۰ + ۱۶ + ۲۰$ است.

(ریاضی ۱- شماره‌شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۶)

۸۰- گزینه «۱» (سوکندر روشنی)

الف) دو حرف صدادار و یکسان a و a و یک حرف از $\{۲, ۳, ۴\}$ بی صدا باشد:

$$a, a \Rightarrow \binom{4}{1} \times \frac{3!}{2!} = 12$$

ب) دو حرف صدادار از بین حروف a, i, e و یک حرف از $\{۲, ۳, ۴\}$ بی صدا باشد:

$$\binom{3}{2} \binom{4}{1} \times 2! = 72$$

پس جواب $۸۴ = ۱۲ + ۷۲$ است.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

ریاضیات گسسته- پیشروی سریع

۸۱- گزینه «۴» (علیرضا شریف قطبی)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 18 \xrightarrow{x_1 = 3x_2} 3x_2 + x_2 + x_3 = 18$$

با توجه به معادله x_2 مقادیر 0 تا 4 را می‌پذیرد $\Rightarrow 4x_2 + x_3 = 18 \Rightarrow$

پس این معادله ۵ جواب وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۸۲- گزینه «۱» (مهرداد ملونری)

در ماتریس B ، به جای \bigcirc ها به دو حالت اعداد ۲ و ۳ قرار می‌گیرند، که به ازای هر کدام از حالت‌ها، ماتریس B به‌طور یکتا پر می‌شود.

$$B = \begin{bmatrix} & 3 & & \\ 2 & & & \\ & & 1 & \bigcirc \\ & & \bigcirc & 4 \end{bmatrix}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{فرد}}$$

انتخاب ۳ جای خالی

$$\Rightarrow \binom{5}{3} \times \frac{3!}{2!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} = 180$$

جایگشت ارقام فرد در مربع‌ها جایگشت ارقام زوج که شامل $\{۲, ۳, ۴\}$ است. (ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۷۸- گزینه «۲» (یووار ترکمن)

دانشجوها را در مکان‌های دایره‌ای شکل و استادها را در مکان‌های مربع شکل قرار می‌دهیم؛ حالت‌های مطلوب عبارتند از:

$$\boxed{\text{a}} \quad \boxed{\text{m}} \quad \boxed{\text{b}} \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \rightarrow 2! \times 2! \times 2! = 8$$

جایگشت a و b

$$\square \quad \square \quad \boxed{\text{a}} \quad \boxed{\text{m}} \quad \boxed{\text{b}} \quad \square \quad \square \rightarrow 2! \times 2! \times 2! = 8$$

جایگشت a و b

$$\square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \boxed{\text{a}} \quad \boxed{\text{m}} \quad \boxed{\text{b}} \rightarrow 2! \times 2! \times 2! = 8$$

جایگشت a و b

پس جواب $3 \times 8 = 24$ است.

(ریاضی ۱- شماره‌شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۷۹- گزینه «۱» (سیرمهرضا عسینی فر)

دو حالت وجود دارد:

الف) رقم یکان صفر باشد: در این صورت دو رقم دیگر فرزند و داریم:

$$\boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{فرد}} \quad \square \Rightarrow 20$$

۱ حالت \times ۴ حالت \times ۵ حالت

ب) رقم یکان ۵ باشد.

$$\square \quad \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{5} \Rightarrow 16$$

۱ حالت \times ۴ حالت \times ۴ حالت \times غیر صفر زوج \Rightarrow رقم صدگان زوج است

$$\square \quad \boxed{\text{زوج}} \quad \boxed{5} \Rightarrow 20$$

۱ حالت \times ۵ حالت \times ۴ حالت \times غیر ۵ فرد \Rightarrow رقم دهگان زوج است

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی $\rightarrow \binom{14}{2} \times \binom{13}{2} = 91 \times 78 = 7098$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

گزینه «۳» - ۸۵

(علی ساوپی)

اعداد مورد نظر به صورت $abcd$ می‌باشند که ارقام a, b, c, d از صفر تا ۹ می‌باشند. اما چون اعداد مورد نظر باید مضرب ۵ باشند، پس دو حالت زیر مطرح است:

الف) $d = 0$ طبق فرض $\rightarrow a + b + c + 0 = 8 \Rightarrow a + b + c = 8$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی $\rightarrow \binom{8+3-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$
 $n=8, k=3$

ب) $d = 5$ طبق فرض $\rightarrow a + b + c + 5 = 8 \Rightarrow a + b + c = 3$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی $\rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = \binom{5}{2} = 10$
 $n=3, k=3$

پس جواب $45 + 10 = 55$ است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

گزینه «۱» - ۸۶

(مصطفی ریداری)

واضح است که Z باید فرد باشد (چرا؟). پس:

$x = 2k + 1, y = 2k', z = 2k'' + 1$

در معادله $\rightarrow (2k + 1) + 2k' + (2k'' + 1) = 10$

$\Rightarrow k + k' + k'' = 4$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی $\rightarrow \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

گزینه «۴» - ۸۷

(پدروز آل‌بویه)

ابتدا ریشه سوم می‌گیریم:

$3 / \dots \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq 10 \Rightarrow 4 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$

۴	۳	۲	۱
۲	۱	۴	۳
۳	۴	۱	۲
۱	۲	۳	۴

مثال:

همچنین m نمی‌تواند ۱ باشد، چون با توجه به تعامد A و B ، باید درایه‌های متناظر آن‌ها در مربع B برابر ۱ و ۴ باشند که در آن صورت، مربع B لاتین نخواهد بود. در نتیجه برای m ، سه مقدار ۲، ۳ و ۴ وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

گزینه «۲» - ۸۳

(فرزاد چواری)

مربع‌های لاتین A, B, C, D را با شرایط گفته شده می‌سازیم:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

↓

$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

می‌دانیم مربع‌هایی که هر دو قطری هستند (یعنی درایه‌های روی قطر اصلی‌شان اعداد یکسان هستند) با هم متعامد نمی‌باشند؛ لذا مربع‌های A, B و D با یکدیگر متعامد نمی‌باشند (یعنی هر دو مربعی که از بین A, B و D انتخاب کرده و روی هم ادغام کنیم، روی قطر اصلی، اعداد دو رقمی تکراری ظاهر می‌شود). یک مربع لاتین قطری 3×3 ، با ۶ مربع لاتین غیرقطری متعامد می‌شود پس هر یک از سه مربع A, B و D با C متعامد می‌باشد. یعنی گزینه «۲» جواب صحیح می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

گزینه «۴» - ۸۴

(سوکنر روشنی)

سه عدد x, y و z را می‌توان به صورت

$x = 3^{a_1} \times 5^{b_1}$

$y = 3^{a_2} \times 5^{b_2}$

$z = 3^{a_3} \times 5^{b_3}$

$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 12 \\ b_1 + b_2 + b_3 = 11 \end{cases}$

۲۲	۳۱	۱۳
۳۳	۱۲	۲۱
۱۱	۲۳	۳۲

پس $ab = cd = 6$ (A و B متعامدند \Rightarrow)

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

(مصطفی دیداری)

۸۹- گزینه «۲»

می‌دانیم در مربع لاتین 4×4 ، اعداد طبیعی ۱ تا ۴ قرار دارند. پس $a^2 \leq 4$

و چون $\frac{a}{2}$ باید عددی طبیعی باشد، a باید عددی زوج در نظر گرفته شود و

لذا $a = 2$ قابل قبول است. پس مربع لاتین زیر حاصل می‌شود:

	b	۲	
۴			۳
	c	۴	
۳	۲	۴	۱

بنابراین $b = 1$ یا $b = 3$ است. پس:

$$b = 1 \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 4 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 4 \\ \hline 3 & 2 & 4 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \Rightarrow a + b + c = 6 \\ c = 3 \end{cases}$$

(ب)

$$b = 3 \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 1 & 3 & 2 \\ \hline 1 & 4 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 1 & 4 \\ \hline 3 & 2 & 4 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \Rightarrow a + b + c = 6 \\ c = 2 \Rightarrow a + b + c = 7 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

(یواز ترکمن)

۹۰- گزینه «۱»

برای این منظور باید مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین داده شده را بیابیم.

به طوری که درایه سطر دوم و ستون دوم آن عدد ۳ باشد. برای این منظور به

دو روش $(R_1 \leftrightarrow R_2)$ و $(C_1 \leftrightarrow C_2)$ ، مواد اولیه نوع ۳، در کنار ماشین

شماره ۱، در روز یکشنبه قرار می‌گیرد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۹)

حال تعداد جواب‌های طبیعی نامعادله $x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$ را می‌یابیم. در هر جعبه یک شیء قرار می‌دهیم (۳ شیء مصرف می‌شود)، سپس تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی نامعادله $x_1 + x_2 + x_3 \leq 7$ را مشخص می‌کنیم:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 7 \xrightarrow{t \geq 0} \text{تبدیل به معادله}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + t = 7 \xrightarrow{n=7, k=4}$$

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{7+4-1}{4-1} = \binom{10}{3} = 120$$

اکنون تعداد جواب‌های طبیعی نامعادله $x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$ را مشخص

می‌کنیم. واضح است که این نامعادله فقط یک جواب طبیعی

دارد. پس جواب سؤال $120 - 1 = 119$ است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(فرزاد یواری)

۸۸- گزینه «۲»

ابتدا مربع لاتین A را تکمیل می‌کنیم و در نتیجه $a = 2$ و $b = 3$ به

دست می‌آید.

$$A = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

اکنون به مربع لاتین B می‌پردازیم که قرار است با مربع لاتین A متعامد باشد.

$$B = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & & \\ \hline 3 & & \\ \hline 1 & & \\ \hline \end{array}$$

که پس از پر شدن ستون اول، اگر دو مربع لاتین A و B کنار هم قرار

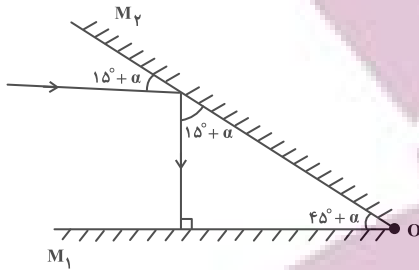
گیرند، در ستون اول مربع AB، اعداد دو رقمی ۲۲، ۳۳، ۱۱ حاصل می‌شوند

و چون A و B متعامدند، این اعداد دو رقمی نباید تکرار شوند. پس درایه

b_{12} از مربع لاتین B نمی‌تواند برابر ۳ باشد (چرا؟) و در نتیجه داریم:

$$B = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow c = 3, d = 2$$

برای کاهش زاویه تابش در اولین برخورد به آینه M_1 ، باید زاویه بین دو آینه افزایش یابد. پس آینه M_2 را باید به صورت ساعتگرد حول نقطه O بچرخانیم. بنابراین:



$$15^\circ + \alpha + 45^\circ + \alpha = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

گزینه «۳» - ۹۴

(علیرضا جباری)

وقتی تپ تابش از طناب سنگین (ضخیم) به طناب سبک (نازک) می‌رسد، بخشی از آن با انرژی و دامنه کمتر اما با طول موج بیشتر وارد محیط دوم یعنی طناب نازک می‌شود؛ بدون آن که وارونه شود.

همچنین بخشی دیگر با انرژی و دامنه کمتر نسبت به تپ اولیه، به طناب ضخیم برمی‌گردد (بازتاب می‌شود). تپ بازتابی نیز وارونه نشده و فقط جهت انتشار آن نسبت به تپ تابش، برعکس می‌شود. باید توجه داشت که بسامد f از ویژگی‌های چشمه موج است. پس با انتشار از یک محیط به محیط دیگر و یا بازتاب به محیط اول، بسامد تغییر نمی‌کند. نیروی کشش F نیز در هر دو طناب یکسان است.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \frac{\mu_2 < \mu_1}{F_2 = F_1} \rightarrow v_2 > v_1$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \frac{v_2 > v_1}{f_2 = f_1} \rightarrow \lambda_2 > \lambda_1$$

پس طول موج در طناب نازک، بیشتر از طول موج در طناب ضخیم است.

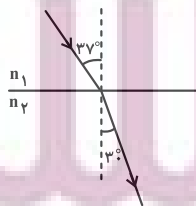
(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

گزینه «۴» - ۹۵

(امیراحمد میرسعید)

زاویه بین جبهه موج و مرز جدایی دو محیط، برابر زاویه بین پرتو با خط عمود بر سطح است بنابراین با توجه به شکل، می‌توانیم بگوییم زاویه تابش در محیط

(۱)، 37° و زاویه شکست در محیط (۲)، 30° می‌باشد و می‌توان نوشت:



$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{n_2}{1} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 30^\circ} \Rightarrow n_2 = 1/2$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه ۹۱)

فیزیک ۳

گزینه «۲» - ۹۱

(مسلم ناری)

وقتی چشمه در کانون سطح (۲) قرار بگیرد، شنونده بیشترین شدت صوت را احساس می‌کند. در شکل داده شده فاصله چشمه تا سطح (۲) برابر $1/8 \text{ m}$ است. پس باید $1/8 - 12 - 1 = 1/8 \text{ m}$ سانتی‌متر به سمت راست جابه‌جا شود تا در فاصله 100 سانتی‌متری سطح (۲) و در واقع در کانون آن قرار بگیرد.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

گزینه «۲» - ۹۲

(محمود منصور)

شخص زمانی می‌تواند صدای پژواک خود را بشنود که حداقل فاصله زمانی بین دو پژواک $0/1$ ثانیه باشد.

$$d_1 = 2d + vt_1 \xrightarrow{t_1 = t_2 + 0/1} d_1 = 2d + v(t_2 + 0/1)$$

$$t_1 = \frac{d_1}{v_{\text{صوت}}} \xrightarrow{v_{\text{صوت}} = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$340(t_2 + 0/1) = 2d + 20t_2 \Rightarrow 2d - 320t_2 = 32 \quad (1)$$

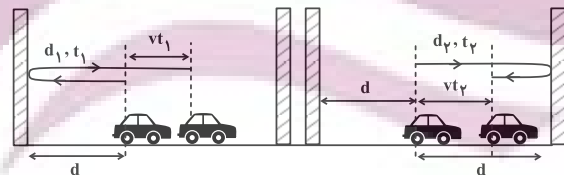
$$d_2 = 2d - vt_2$$

$$t_2 = \frac{d_2}{v_{\text{صوت}}} \xrightarrow{v_{\text{صوت}} = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$340t_2 = 2d - 20t_2 \Rightarrow 360t_2 = 2d \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 360t_2 - 320t_2 = 32 \Rightarrow t_2 = \frac{32}{40} = 0/8 \text{ s}$$

$$\xrightarrow{2d = 360t_2} \text{فاصله بین دو صخره} = 360 \times 0/8 = 288 \text{ m}$$

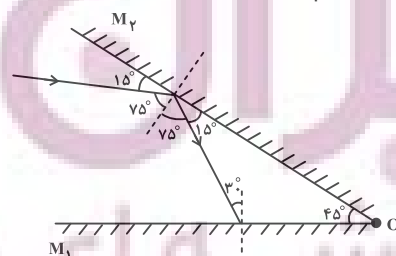


(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۳)

گزینه «۴» - ۹۳

(مجتبی نگوئیان)

طبق قانون بازتاب عمومی، همواره زاویه تابش و بازتاب با هم برابر است، پس مطابق با شکل زیر داریم:



۹۶- گزینه «۳»

(ممد نواونری مقدم)

طبق رابطه اسنل و قانون شکست عمومی، سرعت با سینوس زاویه رابطه مستقیم و با ضریب شکست رابطه عکس دارد.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{140}{100} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{7}{5} \quad (1)$$

$$\frac{v_3}{v_4} = \frac{80}{100} = \frac{n_4}{n_3} \Rightarrow \frac{n_4}{n_3} = \frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} \Rightarrow \frac{n_3}{n_2} = \frac{0.8}{0.6} \Rightarrow \frac{n_2}{n_3} = \frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{n_4}{n_1} = \frac{4}{5} \quad (1), (2) \rightarrow \frac{n_3}{n_1} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{n_4}{n_1} \times \frac{n_2}{n_3} = \frac{4}{7}$$

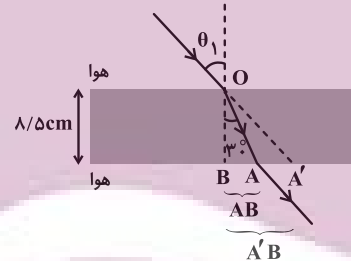
$$(3) \rightarrow \frac{n_4}{n_1} \times \frac{3}{4} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{n_4}{n_1} = \frac{16}{21}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸)

۹۷- گزینه «۱»

(ممدیوار سورپی)

متطابق شکل زیر، ابتدا فاصله AB و پس از آن فاصله A'B را به دست می‌آوریم.

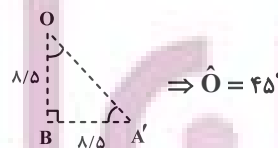


$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{8/5} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AB}{8/5} \Rightarrow AB = \frac{8/5 \times \sqrt{3}}{3} = \frac{8/5}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3} = 1/\sqrt{3} \rightarrow AB = \frac{8/5}{1/\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}/5 \text{ cm}$$

$$A'B = AB + AA' \Rightarrow A'B = 8\sqrt{3}/5 + 3/5 = 8/5 \text{ cm}$$

حالا در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین $\triangle A'OB$ ، زاویه \hat{O} را حساب می‌کنیم:



بنابراین زاویه θ_1 که با زاویه \hat{O} در مثلث $\triangle A'OB$ متقابل به رأس است، برابر با 45° است. در نهایت با داشتن زاویه‌های $\theta_1 = 45^\circ$ و $\theta_2 = 30^\circ$ ، طبق قانون شکست اسنل، ضریب شکست محیط شفاف (n_2) را حساب می‌کنیم:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{n_2}{1} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۹۸- گزینه «۲»

(دانیال راستی)

با توجه به قانون اسنل در محیط‌های متوازی‌السطوح داریم:

$$n_{\text{هوا}} \sin \theta_{\text{هوا}} = n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\frac{n_2}{n_{\text{هوا}}} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

$$\theta_2 - \theta_1 = 7^\circ \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ, \cos \theta_1 = \frac{h_1}{AB}, \cos \theta_2 = \frac{h_2}{BC}$$

$$t_1 = \frac{AB}{c} = t_2 = \frac{BC}{c} \Rightarrow AB \cdot n_1 = BC \cdot n_2$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{\cos \theta_1} n_1 = \frac{h_2}{\cos \theta_2} n_2 \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\frac{n_2}{n_1} \sin \theta_1}{\frac{n_1 \sin \theta_2}{n_1 \sin \theta_2}} \rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\cos 30^\circ \cdot \sin 30^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \sin 37^\circ}$$

$$\frac{\cos 37^\circ = 0.8}{\sin 37^\circ = 0.6} \frac{h_1}{h_2} = \frac{(\frac{\sqrt{3}}{2})(\frac{1}{2})}{(\frac{4}{5})(\frac{3}{5})} = \frac{25\sqrt{3}}{48}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۹۹- گزینه «۲»

(کامران ابراهیمی)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ با افزایش دما و کاهش چگالی، ضریب شکست هوا کاهش می‌یابد.

(ب) درست

(پ) درست

(ت) نادرست، چون طول موج پرتو آبی از طول موج پرتو قرمز کمتر است. پس ضریب شکست نور آبی در کوارتز از ضریب شکست نور قرمز بیشتر است. در نتیجه پرتو آبی بیشتر منحرف می‌شود و در نتیجه زاویه شکست برای پرتو آبی کمتر خواهد بود.

(ممدکازم منشاری)

۱۰۲- گزینه «۳»

اول با استفاده از رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$ ، نسبت تندی موج در هماهنگ‌های پنجم و سوم را به دست می‌آوریم:

$$f_3 = \frac{3v}{2L} \Rightarrow f'_3 = f_3 \Rightarrow \frac{5v'}{2L} = \frac{3v}{2L} \Rightarrow 5v' = 3v$$

$$f'_5 = \frac{5v'}{2L}$$

همچنین از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ نسبت نیروی کشش تار را در این هماهنگ‌ها محاسبه می‌کنیم:

$$5v' = 3v \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{\mu}} = \sqrt{\frac{F'}{F}} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{F' = m'g}{F = mg} \Rightarrow \frac{m'g}{mg} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{m'}{m} = \frac{9}{25} \Rightarrow m' = \frac{9}{25}m \Rightarrow m' = \frac{9}{25} \times 37/5 = 13/5 \text{ kg}$$

کاهش $37/5 - 13/5 = 24 \text{ kg}$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

(مسام ناری)

۱۰۳- گزینه «۲»

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ هر تشدیدگر هلمهولتز بسامدهای تشدید معینی دارد.

(ب) نادرست؛ تقریباً شبیه لوله صوتی یک انتها باز است.

(پ) نادرست؛ گره‌ها سرد هستند، پس در آن نقاط دما بالا نمی‌رود.

(ت) نادرست؛ صدا بم‌تر می‌شود.

(ث) درست؛ مثل دو لوله صوتی یک انتها باز با طول متفاوت

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰)

(کامران ابراهیمی)

۱۰۴- گزینه «۳»

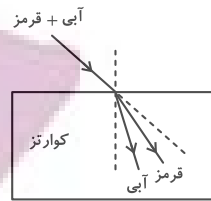
با استفاده از معادله اینشتین برای پدیده فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_e v_{\max}^2 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{2(\frac{hc}{\lambda} - W_0)}{m_e}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2(hc - \lambda W_0)}{\lambda m_e}}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(مسام ناری)

۱۰۰- گزینه «۳»

در پدیده پراش هر چه پهنای شکاف (a) کوچک‌تر و طول موج (λ) بزرگ‌تر شود، پراش بارزتر است:

$$\frac{\lambda \uparrow}{a \downarrow} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{v}{af \downarrow} \Rightarrow (af) \downarrow \Rightarrow \text{پراش بارزتر}$$

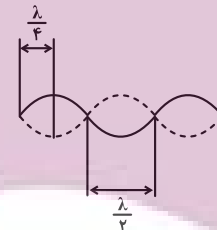
(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

فیزیک ۳- پیشروی سریع

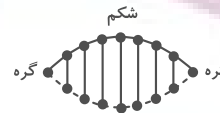
(مهران اسماعیلی)

۱۰۱- گزینه «۲»

با توجه به توضیحات صفحه ۱۰۶ کتاب درسی و شکل ۴-۳۵ جملات (الف) و (ب) درست است.

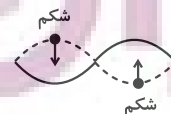


با توجه به شکل زیر نقاط واقع بر فاصله یک گره تا شکم مجاور با بسامد یکسان اما با دامنه‌های متفاوت نوسان می‌کنند، پس جمله (پ) نادرست است.



همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌شود گره‌ها ساکنند. اما هر چه از گره به شکم نزدیک می‌شویم به تدریج دامنه نوسان نقاط افزایش می‌یابد و شکم، بیشینه دامنه نوسان می‌کنند.

همچنین با توجه به شکل زیر دو شکم مجاور با بسامد و دامنه یکسان اما همواره در فاز مخالف نوسان می‌کنند. بنابراین جمله (ت) نیز نادرست است.



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

یعنی الکترون از مدار $n = 2$ به مدار $n' = 1$ می‌رود. شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن برابر است با:

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow \frac{r_n}{r_{n'}} = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \xrightarrow{\frac{n=2}{n'=1}} \frac{r_n}{r_{n'}} = 4$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۷ و ۱۲۸)

۱۰۸- «گزینه ۲» (مصدر نیاوندی، مقدم)

منظور از دومین حالت برانگیخته تراز سوم می‌باشد که انرژی الکترون برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = -\frac{13/5}{3^2} = -1/5 eV$$

ابتدا انرژی فوتون فرودی را محاسبه می‌نماییم:

$$E = hf \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8 \times 10^{14} = 1/224 eV$$

که اگر این انرژی را به انرژی تراز سوم اضافه کنیم انرژی تراز جدید به دست می‌آید.

$$E_n = -1/5 + 1/224 = -0/276 eV$$

$$\Rightarrow -0/276 = -\frac{13/5}{n^2} \Rightarrow n = 7$$

می‌دانیم که کل گذارهای به تراز یک فرابنفش و گذارهای ۷ و بالاتر به تراز دوم فرابنفش است.

$$7 \rightarrow 2, 7 \rightarrow 1, 6 \rightarrow 1, 5 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 1$$

که کلاً هفت گذار فرابنفش داریم.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۳، ۱۲۷ و ۱۳۱)

۱۰۹- «گزینه ۱» (علیرضا جباری)

عبارت‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(الف) نادرست؛ طیف نور حاصل از یک جسم جامد ملتهب مانند رشته داغ یک لامپ روشن به صورت پیوسته تشکیل می‌شود و خطی نیست.

(ب) درست؛ برای تشکیل طیف گسیلی خطی اتم‌های هر گاز نظیر هیدروژن، هلیوم و ... از یک گاز رقیق و کم فشار استفاده می‌شود.

(پ) درست؛ در رشته خط‌های طیف گسیلی هیدروژن اتمی، طیف‌های پاشن و براکت و پفوند در ناحیهٔ فرورسرخ قرار دارند.

(ت) درست؛ تمام طول موج‌های مربوط به رشتهٔ لیمان از تمام طول موج‌های مربوط به رشتهٔ بالمر کوتاه‌تر هستند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

۱۱۰- «گزینه ۳» (مسام ناری)

موارد (پ)، (ت) و (ج) درست هستند.

علت نادرستی سایر موارد:

(الف) طیف آهن مذاب گسیلی پیوسته است.

(ب) مدل اتمی بور طیف اتم‌های هیدروژن گونه (مثل Li^{2+}) را می‌تواند توجیه کند.

(ث) در گسیل خودبه‌خود، فوتون در جهت کاتوره‌ای گسیل می‌شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۱، ۱۲۵، ۱۲۹ و ۱۳۱ تا ۱۳۳)

۱۰۵- «گزینه ۱»

(معدی شریفی)

با استفاده از معادلهٔ فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = hf - \frac{1}{4} hf$$

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{3}{4} hf$$

اگر بسامد نور سه برابر شود:

$$K'_{\max} = hf' - W_0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v'_{\max}{}^2 = hf' - \frac{1}{4} hf'$$

$$\xrightarrow{f'=3f} \frac{1}{2} m v'_{\max}{}^2 = \frac{11}{4} hf$$

$$\frac{\frac{1}{2} m v'_{\max}{}^2}{\frac{1}{2} m v_{\max}^2} = \frac{\frac{11}{4} hf}{\frac{3}{4} hf} \Rightarrow \left(\frac{v'_{\max}}{v_{\max}}\right)^2 = \frac{11}{3} \Rightarrow \frac{v'_{\max}}{v_{\max}} = \sqrt{\frac{11}{3}}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۱۰۶- «گزینه ۴» (معمومه شریعت ناصری)

کوتاه‌ترین طول موج اتم هیدروژن برای هر رشتهٔ خطی طیف گسیلی تراز n' زمانی اتفاق می‌افتد که $n = \infty$ در نظر گرفته شود. با استفاده از معادلهٔ ریذبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$\lambda_{\min} = \frac{n'^2}{R} \Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4} = \frac{4}{25}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۱۰۷- «گزینه ۳» (زهرا آقاممیری)

ابتدا اختلاف انرژی دو مدار را برحسب الکترون ولت می‌نویسیم:

$$1 eV = 1/6 \times 10^{-19} J \Rightarrow \Delta E = 16/32 \times 10^{-19} J$$

$$= \frac{16/32 \times 10^{-19} J}{1/6 \times 10^{-19}} = 10/2 eV$$

انرژی فوتون گسیل شده برابر اختلاف انرژی دو تراز n و n' است:

$$E_n = \frac{-13/6 eV}{n^2} \Rightarrow \Delta E = 13/6 eV \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\xrightarrow{\Delta E = 10/2 eV} 10/2 = 13/6 \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = 0/75 = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{n'^2} = 1 \Rightarrow n' = 1 \\ \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow n = 2 \end{cases}$$

فیزیک ۲

۱۱۱- گزینه «۳»

(معمومه شریعت ناصری)

با توجه به جهت خطوط مغناطیسی قطب S، A بوده و سایر قطبها به ترتیب از چپ به راست N، S، N، S و N است. دو قطب C و E به ترتیب قطبهای جنوب و شمال جغرافیایی و قطبهای شمال و جنوب مغناطیسی زمین را نشان می‌دهند.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۱۱۲- گزینه «۳»

(مسام ناصری)

فقط مورد (ت) درست است.

علت نادرستی سایر موارد:

(الف) تک قطبی مغناطیسی نداریم و در واقع با شکستن آهنربا از وسط، دو آهنربای کوچک‌تر مشابه آهنربای اولیه خواهیم داشت.

(ب) خطوط میدان مغناطیسی درون آهنربا از قطب S به N است و ضمناً شروع و پایان ندارند بلکه یک مسیر بسته هستند.

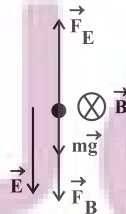
(پ) قطب شمال مغناطیسی زمین در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی آن است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۱۱۳- گزینه «۴»

(معمور منصور)

طبق قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر بار منفی رو به پایین است. با توجه به این که نیروی وزن نیز رو به پایین بر ذره وارد می‌شود باید نیروی الکتریکی رو به بالا باشد تا برآیند نیروی وزن و نیروی مغناطیسی را خنثی کند. از طرفی چون بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود، بنابراین باید جهت میدان الکتریکی رو به پایین باشد.



$$F_E = F_B + mg \quad F_E = E|q|, \quad F_B = |q|vB \sin 90^\circ$$

$$E|q| = |q|vB + mg$$

$$|q| = 2 \times 10^{-3} \text{ C}, \quad v = 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad B = 10^{-1} \text{ T}, \quad m = 2 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$E \times 2 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 0.1 + 2 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow E = 100 + 10 \Rightarrow E = 110 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۱۱۴- گزینه «۲»

(علی بزرگر)

شرط معلق بودن سیم در حالت اول: $F_1 = m_1 g \Rightarrow BIL \sin \theta = m_1 g$ با نوشتن قانون دوم نیوتون برای سیم جدید خواهیم داشت: $F_{\text{net}} = m_2 a$

از طرفی می‌دانیم نیروی وارد بر سیم در میدان مغناطیسی به جرم سیم بستگی

ندارد و مقدار $BIL \sin \theta$ در هر دو حالت یکسان است: $F_1 = F_2$

$$F_{\text{net}} = F_2 - m_2 g = m_2 a \quad F_1 = F_2 = m_1 g \rightarrow$$

$$m_1 g - m_2 g = m_2 a \Rightarrow m_1 g = m_2 (g + a)$$

$$\Rightarrow m_1 \times 10 = m_2 (10 + 2/5) \Rightarrow 10 m_1 = 12/5 m_2$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{10}{12/5} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{\rho V_2}{\rho V_1} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{A_2 L_2}{A_1 L_1} = \frac{A_2}{A_1} \times \frac{L_2}{L_1} = \frac{5}{6} \quad A_2 = 2A_1 \rightarrow$$

$$2 \times \frac{L_2}{L_1} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{5}{12} \Rightarrow L_2 = \frac{5}{12} L_1 = 0.416 L_1$$

در نتیجه طول سیم ۶۰ درصد کاهش یافته است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۱۱۵- گزینه «۳»

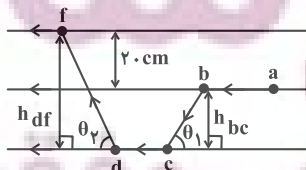
(معمور شریفی)

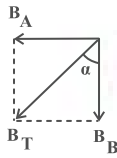
با استفاده از رابطه $F = BIL \sin \theta$ ، با توجه به این که سیم‌های ab و

cd در راستای خطوط میدان هستند، بزرگی نیروی وارد بر آنها

صفر است. ($\sin 0 = 0$) طبق قاعده دست راست نیروی وارد بر سیم

bc درون سو و نیروی وارد بر سیم df برون سو است.





$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \Rightarrow \begin{cases} B_A = 12 \times 10^{-7} \times 1200 \times 4 = 5.76 \times 10^{-3} \text{ T} \\ B_B = 12 \times 10^{-7} \times 800 \times 6 = 5.76 \times 10^{-3} \text{ T} \end{cases}$$

چون دو میدان بر هم عمودند برای محاسبه میدان برآیند داریم:

$$B_T = \sqrt{B_A^2 + B_B^2} \Rightarrow B_T = 5.76 \times \sqrt{2} \times 10^{-3} \text{ T} = 5.76 / \sqrt{2} \times 10^{-3} \text{ T}$$

و چون دو میدان با هم برابرند زاویه میدان مغناطیسی برآیند با راستای قائم 45° است.

$$\tan \alpha = \frac{B_A}{B_B} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۱۸- گزینه «۱»

(دانیال راستی)

نکته: کلیه متغیرهای مجهول مورد نیاز را به صورت پارامتری برحسب متغیرهای داده شده می‌نویسیم و در گام آخر عددگذاری می‌کنیم.

$$B_{\text{پیچه}} = \frac{\mu_0 NI}{2r} \quad \text{میدان پیچه برابر است با:}$$

$$I = \frac{2rB_{\text{پیچه}}}{\mu_0 N} \quad (1) \quad \text{بنابراین جریان پیچه به دست می‌آید:}$$

با داشتن جریان و ولتاژ سیم، مقاومت آن به دست می‌آید:

$$R_{\text{سیم}} = \frac{V}{I} \xrightarrow{(1)} R_{\text{سیم}} = \frac{\mu_0 NV}{2rB_{\text{پیچه}}} \quad (2)$$

با داشتن تعداد دور و شعاع پیچه، طول سیم به دست می‌آید:

$$L_{\text{سیم}} = 2\pi r N \quad (3)$$

طبق رابطه مقاومت داریم:

$$R_{\text{سیم}} = \frac{\rho_{\text{مس}} L_{\text{سیم}}}{A_{\text{سیم}}} \xrightarrow{(2), (3)} \frac{\mu_0 NV}{2rB_{\text{پیچه}}} = \frac{\rho_{\text{مس}} (2\pi r N)}{A_{\text{سیم}}}$$

$$F_{bc} = B I L_{bc} \sin \theta_1, \quad L_{bc} \sin \theta_1 = h_{bc}$$

$$F_{df} = B I L_{df} \sin \theta_2, \quad L_{df} \sin \theta_2 = h_{df}$$

$$F_{\text{برآیند}} = F_{df} - F_{bc} = B I \underbrace{(h_{df} - h_{bc})}_{\text{و } \sqrt{2} m}$$

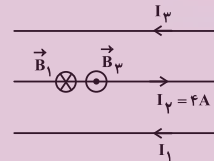
$$= 400 \times 10^{-4} \times 10 \times 0.2 = 800 \times 10^{-4} = 8 \times 10^{-2} \text{ N} \quad \text{برون سو}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

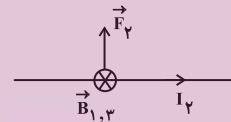
۱۱۶- گزینه «۴»

(مبینی کلوئیان)

ابتدا با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی هر کدام از سیم‌های (۱) و (۳) را در محل سیم (۲) به دست می‌آوریم.



با توجه به این که $B_1 > B_3$ می‌باشد، جهت میدان مغناطیسی برآیند در محل سیم (۲) به صورت درون‌سو است. پس با استفاده از قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (۲) در جهت مثبت محور y خواهد بود:



و در نهایت طبق رابطه نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت داریم:

$$F = B I L \sin \theta \quad \begin{matrix} B = B_{1,3} = B_1 - B_3 = 2 \times 10^{-3} \text{ T} \\ I = I_2 = 4 \text{ A}, \quad L = 1/5 \times 10^{-2} \text{ m} \\ \theta = 90^\circ \end{matrix}$$

$$F_y = (2 \times 10^{-3}) (4) (1/5 \times 10^{-2}) (1) = 1/2 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$\vec{F}_y = 1/2 \times 10^{-5} \vec{j} \text{ (N)}$$

پس:

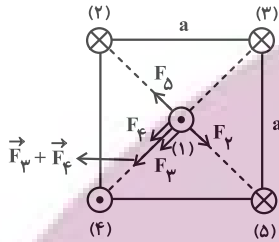
(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۷)

۱۱۷- گزینه «۳»

(مهمرب نواونری مقرم)

با استفاده از قاعده دست راست، میدان سیم‌لوله‌های A و B در نقطه M به صورت شکل زیر می‌شوند. با استفاده از رابطه میدان مغناطیسی سیم‌لوله، میدان مغناطیسی سیم‌لوله‌های A و B را محاسبه می‌نماییم:

(۵) به سیم (۱) نیروی دافعه با اندازه یکسان وارد می‌کنند اما چون خلاف جهت هم هستند همدیگر را خنثی می‌کنند. سیم (۴)، سیم (۱) را جذب می‌کند و اگر جریان سیم (۲) برون‌سو باشد، سیم (۱) را جذب کرده و برآیند نیروهای وارد بر سیم (۱) صفر می‌شود، پس جریان (۲) درون‌سو است. حال برآیند نیروهای وارد بر سیم (۱) را در حالت جدید مشخص می‌کنیم:



چون فاصله سیم (۲) و (۵) تا سیم (۱) برابر و جریان‌ها و طول سیم‌ها هم یکسان است پس نیروی برابری دارند ($F_2 = F_5$) و برآیند این دو نیرو صفر می‌شود. F_3 و F_4 هم به دلیل مشابه هم‌اندازه هستند و برآیندشان در راستای قطر مربع، مطابق شکل می‌شود.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

(علیرضا بیاری)

۱۲۰- گزینه «۴»

عبارت‌های داده شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(الف) درست؛ حوزه مغناطیسی فقط در مواد فرومغناطیسی وجود دارد.

(ب) درست؛ اتم‌های مواد دیامغناطیسی نظیر مس و نقره، به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند.

(پ) درست؛ دوقطبی‌های مغناطیسی مواد پارامغناطیس به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری می‌کنند و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند. مانند اکسیژن، اکسیدنیترژن، اورانیم، پلاتین و ..

(ت) درست؛ مواد فرومغناطیس نرم مانند آهن، به سادگی آهنربا می‌شوند و با حذف میدان مغناطیسی خارجی خاصیت آهنربایی خود را به آسانی از دست می‌دهند. از طرفی باعث تقویت میدان مغناطیسی پیچه‌ها و سیمولوها می‌شوند.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

با مرتب کردن رابطه بالا، سیم A را برحسب سایر متغیرها می‌نویسیم:

$$A_{\text{سیم}} = \frac{2\pi r N \mu_0 \rho_{\text{مس پیچه}}}{2rB} \quad (۴)$$

سیم A را برحسب قطر مقطع آن (سیم D) می‌نویسیم:

$$A = \pi \left(\frac{D_{\text{سیم}}}{2} \right)^2 \quad (۵)$$

با ترکیب (۴) و (۵)، سیم D را برحسب داده‌های سؤال می‌نویسیم:

$$\pi \left(\frac{D_{\text{سیم}}}{2} \right)^2 = \frac{2\pi r N \mu_0 \rho_{\text{مس پیچه}}}{2rB} \quad (۴), (۵) \rightarrow$$

$$\Rightarrow D_{\text{سیم}} = 2r \sqrt{\frac{B \rho_{\text{مس پیچه}}}{\mu_0 N}} \quad (۶)$$

$$B_{\text{سیمولوه}} = \mu_0 I \frac{N_{\text{سیمولوه}}}{\ell_{\text{سیمولوه}}} \quad \text{میدان سیمولوه برابر است با:}$$

چون حلقه‌های سیمولوه بدون فاصله هستند داریم:

$$B_{\text{سیمولوه}} = \frac{\mu_0 I_{\text{سیمولوه}}}{D_{\text{سیم}}} \times N_{\text{سیمولوه}} \Rightarrow B_{\text{سیمولوه}} = \ell_{\text{سیمولوه}} \times D_{\text{سیم}} \quad (۷)$$

چون در حالت سیمولوه هم ولتاژ همان ولتاژ پیچه است و مقاومت سیم هم ثابت است، $I = I_{\text{سیمولوه}}$. با جای‌گذاری سیم D و I از روابط (۱) و

$$(۶)، در رابطه (۷) داریم: B_{\text{سیمولوه}} = \mu_0 \frac{2\pi r B_{\text{پیچه}}}{\mu_0 N} \frac{1}{2r} \sqrt{\frac{V \mu_0}{B_{\text{مس پیچه}}}}$$

$$\Rightarrow B_{\text{سیمولوه}} = \frac{1}{2N} \sqrt{\frac{V \mu_0 B_{\text{پیچه}}}{\rho_{\text{مس}}}}$$

$$V = 10V, \mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}, N = 250$$

$$\rho_{\text{مس}} = 2 \times 10^{-8} \Omega \cdot m, B_{\text{پیچه}} = 1G \rightarrow$$

$$B_{\text{سیمولوه}} = \frac{1}{2 \times 250} \sqrt{\frac{10 \times 12/5 \times 10^{-7} \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-8}}} = 5 \times 10^{-4} T = 5G$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

(مسام تاری)

۱۱۹- گزینه «۳»

می‌دانیم دو سیم با جریان هم‌جهت یکدیگر را جذب و دو سیم با جریان خلاف جهت همدیگر را دفع می‌کنند. با توجه به شکل سؤال سیم‌های (۳) و

فیزیک ۱

۱۲۱- گزینه «۳»

(مبتنی نکوئیان)

با توجه به رابطه میان دما در مقیاس‌های سلسیوس و کلونین
($T = 273 + \theta$) و رابطه میان دما در مقیاس‌های سلسیوس و فارنهایت

$$(F = \frac{9}{5}\theta + 32) \text{ داریم:}$$

حالت اول:

$$\begin{cases} \theta_B - \theta_A = 18 \\ T_B = 4\theta_A \Rightarrow 273 + \theta_B = 4\theta_A \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \theta_A = 97^\circ C \\ \theta_B = 115^\circ C \Rightarrow F_B = \frac{9}{5}(115) + 32 = 239^\circ F \end{cases}$$

حالت دوم:

$$\begin{cases} \theta_A - \theta_B = 18^\circ C \\ T_B = 4\theta_A \Rightarrow 273 + \theta_B = 4\theta_A \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \theta_A = 85^\circ C \\ \theta_B = 67^\circ C \Rightarrow F_B = \frac{9}{5}(67) + 32 = 152/6^\circ F \end{cases}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

۱۲۲- گزینه «۱»

(علیرضا بیاری)

دمای ذوب یخ و جوش آب خالص در فشار اتمسفر و در مقیاس فارنهایت به ترتیب با اعداد ۳۲ و ۲۱۲ نشان داده می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{c|c} 260 & 212 \\ \hline 0 & F \\ \hline -40 & 32 \end{array} \right\}$$

$$\frac{F - 32}{212 - 32} = \frac{0 - (-40)}{260 - (-40)} \Rightarrow \frac{F - 32}{180} = \frac{40}{300} \Rightarrow F - 32 = 24$$

$$\Rightarrow F = 32 + 24 = 56^\circ F$$

اکنون این دما را برحسب درجه سلسیوس می‌نویسیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=56^\circ F} 56 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \frac{9}{5}\theta = 24$$

$$\Rightarrow \theta = 24 \times \frac{5}{9} \Rightarrow \theta = \frac{40}{3}^\circ C$$

و در پایان دمای مورد نظر را برحسب کلونین به دست می‌آوریم:

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta = \frac{40}{3}^\circ C} T = \frac{40}{3} + 273 \approx 286/3 K$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

(مهدی شریفی)

۱۲۳- گزینه «۱»

$$\text{انبساط سطحی} = \Delta A = A_1 \alpha \Delta T$$

$$\text{انبساط حجمی} = \Delta V = V_1 \beta \Delta T$$

$$\frac{\Delta A}{\Delta V} = \frac{A_1 \alpha \Delta T}{V_1 \beta \Delta T} \xrightarrow{\Delta V = 0.009 V_1}$$

$$\frac{\Delta A}{0.009 V_1} = \frac{2 A_1}{3 V_1} \Rightarrow \Delta A = 0.006 A_1$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 0.6\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(مسلم ناری)

۱۲۴- گزینه «۱»

$$\Delta V_{\text{روغن}} = V \cdot \beta_{\text{روغن}} \Delta \theta_{\text{روغن}} \Rightarrow \Delta \theta_{\text{روغن}} = \frac{\Delta V_{\text{روغن}}}{V \cdot \beta_{\text{روغن}}} \quad (*)$$

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{روغن}} = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + m_{\text{روغن}} c_{\text{روغن}} \Delta \theta_{\text{روغن}} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه (*)}} m_{\text{روغن}} = \rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}} \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}} c_{\text{روغن}} \times \frac{\Delta V_{\text{روغن}}}{V_{\text{روغن}} \beta_{\text{روغن}}} = 0$$

$$m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}} \frac{c_{\text{روغن}}}{\beta_{\text{روغن}}} \Delta V_{\text{روغن}} = 0$$

جرم یخ ذوب شده ۱۵g است. چون ۸۰ درصد از یخ ذوب شده باقی مانده است، پس ۱۵ گرم، ۲۰ درصد جرم یخ اولیه است:

$$0.2m_{\text{یخ}} = 15g \Rightarrow m_{\text{یخ}} = 75g$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

(آراس مموری)

گزینه «۳» -۱۲۷

$$Q_{\text{گرمکن}}' = Q_{\text{Al}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow Q' = (mc\Delta\theta)_{\text{Al}} + (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + (mc\Delta\theta)_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow Q' = (4 \times 900 \times 60) + (2 \times 4200 \times 60) + (3000 \times 60)$$

$$\Rightarrow Q' = 900 \text{ kJ}$$

این ۹۰۰kJ گرما، $\frac{3}{4}$ گرمای داده شده توسط گرمکن است پس کل

گرمای تولید شده توسط گرمکن با یک تناسب ساده، ۱۲۰۰kJ به دست

می‌آید. حال داریم:

$$P = \frac{Q'}{t} \xrightarrow[t=600s]{Q'=1200kJ} P = \frac{1200}{600} = 2 \text{ kW}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

(مهمربوار سورپی)

گزینه «۳» -۱۲۸

ابتدا گرمای داده شده توسط بخار آب 100°C را به دست می‌آوریم:

$$10g \text{ آب } 100^\circ\text{C} \rightarrow 10g \text{ بخار } 100^\circ\text{C}$$

$$: Q_1 = -m_1 L_V \Rightarrow Q_1 = -10 \times 2268 = -22680 \text{ J}$$

سپس گرمای گرفته شده برای تبدیل ۲۱g یخ صفر درجه سلسیوس به

۲۱g آب 100°C را حساب می‌کنیم:

$$21g \text{ آب } 100^\circ\text{C} \rightarrow 21g \text{ آب صفر } C \rightarrow 21g \text{ یخ صفر } C$$

$$: Q_2 = m_2 L_F + m_2 c \Delta\theta \Rightarrow Q_2 = m_2 (L_F + c \Delta\theta)$$

$$\xrightarrow[c=4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}}, \Delta\theta=100^\circ\text{C}]{L_F=336 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, m_2=21g}$$

$$100 \times 4 / 2 \times \Delta\theta_{\text{آب}} + \frac{924 \times 2100}{2 \times 10^{-4}} \times 10^{-5} = 0$$

$$\Delta\theta_{\text{آب}} = -66^\circ\text{C} = \theta_p - 95 \Rightarrow \theta_p = 29^\circ\text{C}$$

پس دمای تعادل (نهایی)، 29°C است.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۳، ۹۹ و ۱۰۰)

(مهمربور مشوری)

گزینه «۲» -۱۲۵

می‌دانیم $Q = C \times \Delta\theta$ پس:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{C_A}{C_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow 1 = \frac{4}{3} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{C_A}{C_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \Rightarrow \frac{4}{3} = 2 \times \frac{c_A}{c_B} \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

(زهره آقامموری)

گزینه «۳» -۱۲۶

چون هم در ابتدا و هم در انتها، مخلوط آب و یخ در حال تعادل داریم، پس

دمای اولیه و دمای نهایی صفر درجه سلسیوس است. در نتیجه آب تبادل

گرمایی ندارد و تبادل گرمایی فقط بین یخ و فلز است و باعث ذوب شدن

یخ می‌شود:

$$Q_{\text{یخ}} + Q_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow mL_F + m'c_{\text{فلز}} \Delta\theta = 0$$

$$mL_F + m'c_{\text{فلز}}(\theta_e - \theta_1) = 0$$

$$\xrightarrow[L_F=336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, c_{\text{فلز}}=840 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}]{m'=50g, \theta_e=0^\circ\text{C}, \theta_1=120^\circ\text{C}}$$

$$m \times 336000 + 50 \times 840(0 - 120) = 0$$

$$\Rightarrow 400m = 6000 \Rightarrow m = 15g$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 = 77 \text{ cmHg}$$

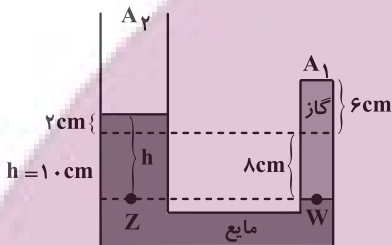
$$V_{\text{گاز}} = 6A_1$$

شعاع شاخه سمت چپ ۲ برابر شعاع شاخه سمت راست است، بنابراین:

$$\Rightarrow r_2 = 2r_1 \Rightarrow \begin{cases} A_2 = \pi r_2^2 \\ A_1 = \pi r_1^2 \end{cases} \Rightarrow A_2 = 4A_1$$

اگر مایع در شاخه سمت چپ ۲ cm بالا برود، در شاخه سمت راست ۴

برابر پایین می‌آید.



$$V'_{\text{گاز}} = 14A_1$$

ابتدا فشار ناشی از ارتفاع مایع را برحسب cmHg به دست می‌آوریم:

سپس فشار گاز در حالت ثانویه را می‌یابیم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 6 / 8 \times 10 = 13 / 6 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cmHg}$$

$$P_W = P_Z \Rightarrow P'_{\text{گاز}} = P_0 + P_{\text{مایع}}$$

$$= 77 \text{ cmHg} + 5 \text{ cmHg} = 82 \text{ cmHg}$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow 40.5 = \frac{9}{5}\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 225^\circ\text{C} \xrightarrow{\Delta\theta = \Delta T} \Delta T = 225 \text{ K}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{77 \times 6A_1}{T_1} = \frac{82 \times 14A_1}{T_1 + 225}$$

$$\Rightarrow 33T_1 + 7425 = 82T_1 \Rightarrow 7425 = 49T_1 \Rightarrow T_1 = 151 / 5 \text{ K}$$

$$T_1 = 273 + \theta_1 = 151 / 5 \Rightarrow \theta_1 = -121 / 5^\circ\text{C}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

$$Q_2 = 21 \times 10^{-3} ((336 \times 10^3) + (4200 \times 100)) = 15876 \text{ J}$$

در نهایت گرمایی که به محیط منتقل می‌شود (Q_3) را حساب می‌کنیم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow -22680 + 15876 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow Q_3 = +6804 \text{ J} = +6 / 804 \text{ kJ}$$

بنابراین مقدار $6 / 804 \text{ kJ}$ گرما به محیط داده شده است.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۸)

(کامران ابراهیمی)

۱۲۹- گزینه ۲»

بررسی موارد:

الف) درست

ب) نادرست؛ چون روش همرفت فقط در مایعات و گازها انجام می‌گیرد.

ج) درست؛ در طول روز ساحل در اثر تابش نور خورشید گرم‌تر از دریا بوده

و هوای نزدیک زمین دمای بالایی دارد پس چگالی آن کمتر بوده و هوای

گرم بالا می‌رود و هوای سرد از طرف دریا به سمت ساحل به صورت نسیم

می‌وزد.

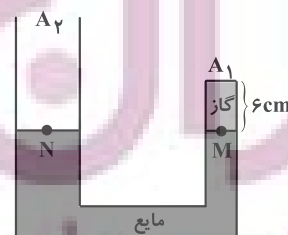
د) نادرست؛ سطوح صاف و درخشان با رنگ‌های روشن تابش گرمایی کمتر و

سطوح تیره، ناصاف و مات تابش گرمایی بیشتر دارند.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

(مهمکام منشاری)

۱۳۰- گزینه ۲»



شیمی ۲

۱۳۱- گزینه «۱»

(پیمان فواجوی مهر)

موارد (آ) و (ت) صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

(ب) تنوع و شمار جامدهای مولکولی (B) از تنوع و شمار جامدهای کووالانسی (A) بیشتر است.

(پ) جامدهای نوع C، یونی هستند اما از واحدهای مجزا به نام مولکول تشکیل نشده‌اند.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری: صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۳۲- گزینه «۱»

(عمیر زهی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ فلزات دسته p و d در نقطه ذوب متفاوت هستند.

مورد دوم: نادرست؛ دلیل اصلی استفاده از تیتانیم در موتور جت، نقطه ذوب بالای تیتانیم است.

مورد سوم: نادرست؛ نیترو آلایزی از تیتانیم است نه ترکیبی از آن.

مورد چهارم: نادرست؛ مقاومت در برابر سایش تیتانیم همانند فولاد، عالی است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری: صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۱۳۳- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی روست)

براساس شکل کتاب درسی، X گاز NO، Y گاز NO_۲ و Z گاز O_۳ است.

بررسی گزینه نادرست: گاز NO با آب واکنش شیمیایی نمی‌دهد. بنابراین محلول آن غیرالکترولیت بوده و pH آب را تغییر نمی‌دهد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

۱۳۴- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

مجموع e⁻ ظرفیت عناصر داخل ساختار = بار q یون

مجموع کل e⁻ پیوندی و ناپیوندی داخل ساختار -

$$۳۲ e^{-}$$

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست؛ اگر در ترکیب این یون و یون منیزیم تعداد کاتیون‌ها دو برابر

تعداد آنیون‌ها باشد.



$$q = 2 \times 2 = 4 \Rightarrow XO_4^{4-}$$

$$q = -4 = (4 \times 6 + x) - 32$$

x دارای ۴ الکترون ظرفیت است.

$$q = (4 \times 6 + 6) - 32 = -2$$

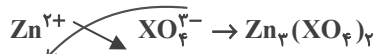
(ب) نادرست؛

(پ) درست؛

تعداد e⁻ ظرفیت

$$q = -3 = (4 \times 6 + x) - 32 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \text{گروه ۱۵}$$

$$q = (4 \times 6 + 5) - 32 = -3 \quad \text{(ت) نادرست}$$



$$\frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{3}{2}$$

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری: صفحه ۸۸)

۱۳۵- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

$$22 Ti: [18 Ar] 3d^2 4s^2 \Rightarrow \text{تعداد } e^{-} \text{ های ظرفیت} = 4$$

$$26 Fe: [18 Ar] 3d^6 4s^2 \Rightarrow \text{تعداد } e^{-} \text{ های ظرفیت} = 8$$

بررسی موارد:

(آ) مقاومت در برابر سایش: هر دو در برابر سایش مقاومت عالی دارند.

(ب) نقطه ذوب:

$$Fe < Ti$$

$$1535^{\circ}C \quad 1667^{\circ}C$$

فولاد

$$Fe > Ti$$

$$8 \quad 4$$

(پ) تعداد e⁻ ظرفیت:

فولاد

$$Fe > Ti$$

(ت) سرعت واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا:

$$Fe > Ti$$

$$7/9 \quad 4/51$$

(ث) چگالی:

فولاد

$$Fe < Ti$$

(ج) مقاومت در برابر خوردگی:

$$26 Fe < 22 Ti$$

(چ) شعاع اتمی:

هم دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش

$$Fe > Ti$$

$$8 \quad 4$$

(ح) شماره گروه:

(خ) کاربرد تیتانیم بیشتر از Fe، (Fe < Ti) در فناوری‌های پزشکی است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری: صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۱۳۶- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۵

(ب) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۶

(پ) نادرست؛ یکی از رایج‌ترین روش‌های طیف‌سنجی که برای شناسایی

گروه‌های عاملی به کار می‌رود طیف‌سنجی فرورسرخ نام دارد.

(ت) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۵

(ث) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۶

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۱۳۷- گزینه «ا»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

با توجه به نمونه داده شده، موج با فرکانس حدود 1.7×10^{14} ، کاملاً جذب شده پس با توجه به جدول صورت سؤال، پیوند $C=O$ در نمونه ماده ما وجود دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۱۳۸- گزینه «ا»

(ممد رضا پوریاوی)

طبق مطالب نوشته شده در کتاب درسی فناوری تصفیه آب مانع از گسترش بیماری‌هایی از جمله وبا در جهان شده است. فناوری تولید پلاستیک، صنعت پوشاک و بسته‌بندی (غذا، دارو و ...) را دگرگون ساخته است و فناوری شناسایی و تولید کودهای شیمیایی مناسب، نقش چشمگیری در تأمین غذای جمعیت جهان دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۲)

۱۳۹- گزینه «ب»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست؛ رنگدانه ایجاد کننده رنگ سفید TiO_2 است که یک رنگدانه معدنی است نه آلی.

(ب) نادرست؛ داشتن نقطه ذوب بالا یکی از دلایل استفاده از تیتانیم در موتور جت است. از دلایل دیگر استفاده از این فلز، چگالی کم (سبک بودن موتور جت) و همچنین مقاومت بالا در برابر ساییدگی است.

(پ) نادرست؛ فلزات دسته d عموماً (که تیتانیم نیز جزو این دسته است) نسبت به فلزات دسته s سخت‌تر هستند.

(ت) نادرست؛ آرایش الکترونی Ti^{2+} و Ca به صورت زیر است:



(شیمی ۳- شیمی، بلوهای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱۴۰- گزینه «ب»

(هری بهاری‌پور)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ در صنعت هواپیماسازی از تیتانیم استفاده می‌شود.

(ب) درست

(پ) نادرست؛ به خاطر افزایش طول پیوند $C-Si$ قدرت پیوند اندکی کاهش می‌یابد.

(ت) نادرست؛ SiC یک جامد کووالانسی است نه مولکولی.

(ث) درست

(شیمی ۳- شیمی، بلوهای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۱۷ و ۱۹)

شیمی ۳- پیشروی سریع

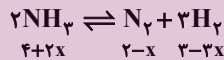
۱۴۱- گزینه «ب»

(امین نوروزی)



مقدار مول در ابتدای هر طرف \rightarrow ۴ mol ۲ mol ۳ mol

یعنی $3 + 2 + 4 = 9$ مول گاز وجود دارد که در لحظه تعادل به ۸ mol رسیده است. پس واکنش به سمت تعداد مول گازی کمتر یعنی جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. اگر مقدار n مول گاز N_2 مصرف شود مقدار NH_3 ، N_2 و H_2 در حالت تعادل به ترتیب:



برگشت

$$4 + 2x + 2 - x + 3 - 3x = 8 \Rightarrow x = 0.5$$

$$K = \frac{[N_2][H_2]^3}{[NH_3]^2} \Rightarrow \frac{(2-0.5)(3 \times 1.5)^3}{(4+1)^2} \times \left(\frac{1}{V}\right)^{n_2-n_1}$$

$$= \frac{1.5 \times 1.5 \times 1.5 \times 1.5 \times 1.5}{5 \times 5} \times \left(\frac{1}{0.5}\right)^{4-2} = 1.27 \frac{\text{mol}^2}{L^2}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۳)

۱۴۲- گزینه «ب»

(پیمان فواوی‌میر)

در تعادل (III) با افزایش حجم (کاهش فشار) تعادل به سمت خاصی جابه‌جا نمی‌شود. زیرا مجموع ضرایب مولی واکنش دهنده‌ها با ضریب مولی فراورده یکسان است. به دلیل افزایش حجم غلظت همه گونه‌های گازی کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) با افزایش یا کاهش فشار، ثابت تعادل تغییر نمی‌کند.

(۲) با کاهش فشار در سامانه‌های تعادلی غلظت گونه‌های گازی موجود در تعادل کاهش می‌یابد.

(۴) با افزودن مقدار Cl_2 در تعادل (II)، واکنش به سمت برگشت و با افزودن مقداری Br_2 در تعادل (III)، واکنش به سمت رفت جابه‌جا می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۱۴۳- گزینه «۳»

(عمید زبیر)

ابتدا مول CO_2 تولید شده تا لحظه برقراری تعادل زیر را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ mol CO}_2 = 200 \times \frac{75}{100} \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3} = 1.5 \text{ mol CO}_2$$

سپس غلظت مولی CO_2 را به دست می‌آوریم (که با K برابر است):

$$[\text{CO}_2] = \frac{n}{V} = \frac{1.5}{2} = 0.75 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$K = [\text{CO}_2] = 0.75 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

حال جرم CaO تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g CaO} = 200 \times \frac{75}{100} \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}} = 84 \text{ g CaO}$$

در نهایت جرم CO_2 تولید شده را حساب می‌کنیم و از جرم اولیه

(200 g) کم می‌کنیم تا جرم مواد جامد درون ظرف به دست آید:

$$n = \frac{\text{جرم CO}_2}{\text{جرم مولی CO}_2} \Rightarrow 1.5 = \frac{m}{44} \Rightarrow m = 66 \text{ g CO}_2$$

$$m_{\text{مواد جامد}} = 200 - 66 = 134 \text{ g}$$

$$\text{CaO درصد جرمی} = \frac{84}{134} \times 100 = 62.7$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۴۴- گزینه «۳»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاضی)

ثابت تعادل را در تعادل اول حساب می‌کنیم:

$$K = \frac{[\text{NO}_2]^2}{[\text{N}_2\text{O}_4]} = \frac{(4)^2}{16} = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

با باز شدن شیر رابط، حجم به ۴ لیتر افزایش پیدا می‌کند و واکنش برای

مقابله با افزایش حجم به سمت رفت جابه‌جا می‌شود.



غلظت تعادلی در تعادل اولیه	$\frac{16}{1}$	$\frac{4}{1}$
غلظت تعادلی در تعادل جدید	$\frac{16-x}{4}$	$\frac{4+2x}{4}$

با توجه به ثابت بودن دما، ثابت تعادل جدید با تعادل اولیه برابر است پس:

$$K = \frac{[\text{NO}_2]^2}{[\text{N}_2\text{O}_4]} \Rightarrow \frac{(4+2x)^2}{4(16-x)} = 1 \Rightarrow 4x^2 + 16x + 16 = 64 - 4x$$

$$4x^2 + 20x - 48 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4 \times 2 \times (-24)}}{4} = \frac{-10 \pm 17}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-27}{4} & \text{غ ق ق} \\ x_2 = \frac{7}{4} & \text{ق ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه غلظت تعادلی NO_2 برابر خواهد بود با:

$$[\text{NO}_2] = \frac{4 + 2 \times \frac{7}{4}}{4} = 1.875 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۱۴۵- گزینه «۴»

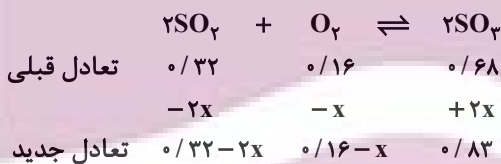
(مهمرب عظیمیان زواره)

فروش نفت خام ساده‌ترین راه برای بهره‌برداری از این منبع طبیعی است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

۱۴۶- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی دوست)



$$2x = 0.15 \Rightarrow x = 0.075$$

$$\left. \begin{aligned} \text{O}_2 \text{ مول} &= 0.16 - 0.075 = 0.085 \text{ mol} \\ \text{SO}_2 \text{ مول} &= 0.32 - 0.15 = 0.17 \text{ mol} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\text{mol SO}_2}{\text{mol O}_2} = 2$$

تغییری نکرده است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۱۴۷- گزینه «۴»

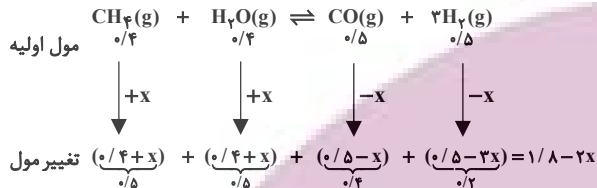
(مهمربا پوریاویر)

با توجه به واکنش داده شده می‌توان گفت:



مقدار مول اولیه:	۵	۶	۰	۰
تغییر مول	$-2x$	$-3x$	$+x$	$+3x$
مقدار مول نهایی	$5-2x$	$6-3x$	x	$3x$

چون روی سوال گفته مول H_2O و CH_4 برابر است لذا مول H_2O و CH_4 به ترتیب $0/4$ و $0/4$ می‌باشد ($\frac{0/8}{4} = 0/2$) و چون مجموع مول فراورده‌ها برابر ۱ می‌باشد و روی سوال گفته ۵۰ درصد مولی فراورده H_2 می‌باشد لذا $0/5$ مول H_2 و $0/5$ مول CO وجود دارد. چون فشار از $0/9$ به $0/8$ رسیده است لذا فشار کاهش یافته و واکنش به سمت مول گازی کمتر پیشرفت می‌کند. یعنی در جهت برگشت.



$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\text{مجموع مول‌های گازی تعادل}}{\text{مجموع مول‌های گازی اولیه}} \Rightarrow \frac{0/8}{0/9} = \frac{1/8 - 2x}{1/8} \Rightarrow x = 0/1$$

$$K = \frac{[H_2]^3 \times [CO]}{[CH_4] \times [H_2O]} = \frac{(0/2)^3 \times (0/4)}{(0/5) \times (0/5)}$$

$$K = \frac{(0/1)^3 \times (0/2) \times 4}{0/25} = 3/2 \times 10^{-3}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

(امیر هاتمیان)

۱۵- گزینه «۳»

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست، با کاهش حجم ظرف غلظت همه مواد شرکت کننده در واکنش افزایش می‌یابد.

(ب) درست؛ با کاهش حجم تعادل به سمت مول گازی کمتر یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود پس در ابتدا برهم خوردن تعادل غلظت همه گونه‌ها در

ابتدا افزایش یافته ($\uparrow M = \frac{n}{V} \downarrow$) پس از این غلظت SO_3 رو به

افزایش و غلظت SO_2 و O_2 کاهش می‌یابد ولی به مقدار اولیه نمی‌رسد.

(پ) نادرست؛ با افزایش یا کاهش حجم تعادل جابه‌جا می‌شود ولی تاثیری بر روی ثابت تعادل k ندارد و k فقط با دما تغییر پیدا می‌کند.

(ت) نادرست؛ با کاهش حجم \downarrow افزایش فشار \leftarrow غلظت مواد

افزایش \uparrow می‌یابد \leftarrow و سرعت واکنش‌های رفت و برگشت هر ۲ افزایش می‌یابند.

(ث) درست؛ چون واکنش در جهت رفت پیشرفت می‌کند لذا از مول واکنش دهنده‌ها یعنی (O_2 و SO_2) کاسته شده و بر مول فراورده یعنی (SO_3) افزوده می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۸)

برای حل این مسئله اولاً باید توجه داشت که ثابت تعادل در آن از رابطه زیر به دست می‌آید (غلظت مواد جامد ثابت بوده و در رابطه ثابت تعادل نوشته نمی‌شوند):

$$K = \frac{[H_2]^3}{[H_2O]^3}$$

و ثانیاً از آنجا که بازده درصدی واکنش ۸۰٪ است، مقدار H_2O تجزیه شده معادل با ۸۰٪ مقدار اولیه خواهد بود. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$3x = \frac{80}{100} \times 6 \Rightarrow x = 1/6$$

$$\left. \begin{array}{l} [H_2O]_{\text{تعادلی}} = \frac{(6-3x) \text{ mol}}{4L} = \frac{1/2 \text{ mol}}{4L} = 0/3 \frac{\text{mol}}{L} \\ [H_2]_{\text{تعادلی}} = \frac{3x \text{ mol}}{4L} = \frac{4/8 \text{ mol}}{4L} = 1/2 \frac{\text{mol}}{L} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow K = \frac{(1/2)^3}{(0/3)^3} = 4^3 = 64$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

(امیر هاتمیان)

۱۴۸- گزینه «۳»

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست؛ چون با کاهش دما از $637^\circ C$ تا $437^\circ C$ ثابت تعادل افزایش یافته است لذا واکنش گرماده بوده است:



با کاهش دما تعادل در جهت تولید گرما پیش می‌رود (یعنی در جهت رفت) بنابراین مقدار K افزایش می‌یابد.

(ب) نادرست؛ در فرایند هابر در شرایط بهینه، ۲۸ درصد مولی از مخلوط تعادلی را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

(پ) نادرست، با کاهش حجم ظرف تعادل به سمت مول گازی کمتر جابه‌جا شده که همان در جهت برگشت می‌باشد.

(ت) نادرست، چون با افزایش دما تعادل به سمت راست جابه‌جا شده (رفت) پس واکنش گرماگیر می‌باشد چون با افزایش دما تعادل در جهت مصرف q

جابه‌جا می‌شود و با کاهش فشار (افزایش حجم) تعادل به سمت مول گازی بیشتر جابه‌جا می‌شود. یعنی $a < b$.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

(امیر هاتمیان)

۱۴۹- گزینه «۱»

تعداد مول اولیه واکنش دهنده‌ها را a در نظر می‌گیریم و تعداد مول اولیه فراورده‌ها را b در نظر می‌گیریم:

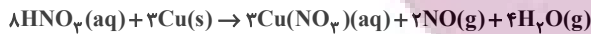
$$\left. \begin{array}{l} a + b = 1/8 \text{ mol} \\ b = 1/25 a \end{array} \right\} \Rightarrow a + 1/25 a = 1/8$$

$$\Rightarrow a = \frac{1/8}{2/25} = 0/8 \text{ mol}, \quad b = 1/25 \text{ mol}$$

(ممنبرها پوریاویر)

۱۵۴- گزینه «۴»

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



با توجه به این معادله می توان گفت:

$$\frac{\text{تعداد مول NO تولیدی}}{2} = \frac{\text{تعداد مول HNO}_3 \text{ مصرفی}}{8}$$

$$= \frac{\text{تعداد مول Cu(NO}_3)_2 \text{ تولیدی}}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{n_{\text{Cu(NO}_3)_2} \text{ تولیدی}}{3} = \frac{0/4}{2} = \frac{n_{\text{HNO}_3} \text{ مصرفی}}{8}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n_{\text{HNO}_3} \text{ مصرفی} = 1/6 \text{ mol} \\ n_{\text{Cu(NO}_3)_2} \text{ تولیدی} = 0/6 \text{ mol} \end{cases}$$

به این ترتیب برای تعیین مقدار HNO_3 اولیه و همچنین سرعت تشکیل نمک خواهیم داشت:

$$n_{\text{HNO}_3} \text{ باقی مانده} + n_{\text{HNO}_3} \text{ مصرفی} = n_{\text{HNO}_3} \text{ اولیه}$$

$$= 1/6 + 0/9 = 2/5$$

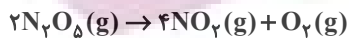
$$\bar{R}_{\text{Cu(NO}_3)_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0/6 \text{ mol}}{10 \text{ min}} = \frac{0/6 \text{ mol}}{(10 \times 60) \text{ s}} = 0/001 \text{ mol.s}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(امین نوروزی)

۱۵۵- گزینه «۲»

معادله موازنه شده به شکل زیر است:



نمودار با توجه به این که نزولی است پس مربوط به N_2O_5 است. زیرا طبق نمودار مقدار کاهش می یابد.

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5}}{\text{ضریب}} \Rightarrow 67/2 \times 2 \text{ L.min}^{-1}$$

$$\Rightarrow 67/2 \times 2 \text{ L.min}^{-1} \times \frac{\text{min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ mol}}{22/4 \text{ L}} = 0/1 \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

حال تغییرات مول N_2O_5 را در بازه ۱۵ ثانیه اول حساب می کنیم:

$$\bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{10} \times 15 = 1/5 \text{ mol}$$

شیمی ۲

۱۵۱- گزینه «۳»

(ممنبرها پوریاویر)

موارد اول و سوم نادرست هستند.

برای نگهداری مواد غذایی محیط‌های سرد، تاریک و خشک (نه مرطوب) مناسب‌تر هستند.

قاووت گردی مغزی و تهیه شده از مغز آفتابگردان، پسته و ... است که در مقایسه با اجزای خود با سرعت بیشتری فاسد می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

(امیرممنر کنگرانی)

۱۵۲- گزینه «۳»

سوختن گرد آهن در ظرف پر از گاز اکسیژن اثر افزایش غلظت را نشان می‌دهد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

(ممنر عظیمیان زواره)

۱۵۳- گزینه «۳»

بررسی موارد:

(آ) درست؛ واکنش پس از ۳۰۰ ثانیه (۵ دقیقه) از آغاز واکنش به پایان رسیده است.

(ب) درست؛ سرعت واکنش با سرعت متوسط مصرف N_2 یکسان است.

$$\bar{R}_{\text{N}_2} = -\frac{\Delta n_{\text{N}_2}}{\Delta t} = -\frac{0/01 - 0/05}{150 \text{ s}} = \frac{4}{5} \times 10^{-3} \text{ mol.s}^{-1}$$

$$\text{mol.s}^{-1} \times 60 = \text{mol.min}^{-1} \Rightarrow \frac{4}{15} \times 10^{-3} \times 60$$

$$= 1/6 \times 10^{-2} \text{ mol.min}^{-1}$$

(پ) نادرست

$$\bar{R}_{\text{NH}_3} = 2\bar{R}_{\text{N}_2} = 2 \times \left(-\frac{0/005 - 0/05}{200 \text{ s}}\right) = 4/5 \times 10^{-5} \text{ mol.s}^{-1}$$

تولید شده در یک ثانیه $4/5 \times 10^{-5} \text{ mol.s}^{-1} \times 17 = 7/65 \times 10^{-4} \text{ g NH}_3$ (ت) درست

$$7/65 \times 10^{-4} \times 2000 = 1/53 \text{ g NH}_3$$

(ث) نادرست؛ زیرا N_2 ترکیب محسوب نمی‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

$$\Delta n(\text{CO}_2) = (5/25 - 3/5) \times 10^{-2} \text{ mol} = 1/75 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$\Delta t = 5 \text{ s} - 2 \text{ s} = 3 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0/5 \text{ min}$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1/75 \times 10^{-2} \text{ mol}}{0/5 \text{ min}} = 3/5 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{2} = \frac{\bar{R}_{\text{CO}_2}}{1} \Rightarrow \bar{R}_{\text{HCl}} = 2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{\text{HCl}} = \frac{2 \times 10^{-2} \text{ mol}}{0/8 \text{ L} \cdot \text{min}} = 8/75 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min}}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(امین نوروزی)

۱۵۹- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ طبق واکنش زیر به مرور مقدار گاز افزایش یافته و باعث افزایش فشار می‌شود.



ب) درست؛ واکنش‌پذیری $\text{Cl} < \text{F}$ است پس سرعت F_2 با Na بیشتر می‌باشد.
پ) درست؛ برخی افراد پس از مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند زیرا فاقد آنزیم و کاتالیزگری هستند که این مواد را سریع و کامل هضم کند. قند آغشته به خاک باغچه به علت وجود کاتالیزگر مناسب برای سوختن قند در خاک باغچه سریع‌تر می‌سوزد.

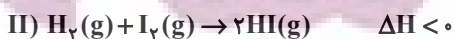
ت) نادرست؛ بنزوتیک اسید باعث کاهش سرعت واکنش‌هایی می‌شود که موجب فساد مواد غذایی می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ و ۱۵)

(ممنر عظیمیان زواره)

۱۶۰- گزینه «۳»

واکنش (I) برخلاف واکنش (II) گرماگیر است زیرا یکی از عوامل تاثیرگذار در ΔH واکنش حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده می‌باشد.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

در نمودار شمار اولیه N_2O_5 برابر ۲ مول است و تغییرات مول برابر ۱/۵ مول است. پس مقدار a برابر ۵/۰ مول خواهد بود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۵۶- گزینه «۴»

(شهرزاد معرفت‌ایزری)

با توجه به نمودار، معادله واکنش به صورت زیر است: $2\text{A}(\text{g}) \rightarrow \text{B}(\text{g})$
در مدت ۵ ثانیه اول $1 \text{ mol} = 2 \times 50/0$ از ماده B تولید شده است و در ۵ ثانیه دوم $0/5 \text{ mol} = 1 \times 50/0$ از ماده B تولید شده است که در مجموع $1/5 \text{ mol}$ ماده B خواهیم داشت:

$$1/5 \text{ mol B} \times \frac{2 \text{ mol A}}{1 \text{ mol B}} = 3 \text{ mol A}$$

۳ مول از ماده A مصرف شده و ۳ مول داخل ظرف باقی مانده \Rightarrow

$$3 + 1/5 = 4/5 \text{ mol} \Rightarrow \text{باقی مانده در ظرف}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۱۶ تا ۹۰)

(عمیر زبیر)

۱۵۷- گزینه «۲»

جرم کاهش یافته همان مجموع جرم CO_2 و H_2O گازی آزاد شده است. می‌توان مول CO_2 تولید شده را از روی کاهش جرم محاسبه کرد:

$$? \text{ mol CO}_2 = 18/6 \text{ g (CO}_2 \text{ و H}_2\text{O)}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2 + 18 \text{ g H}_2\text{O}} = 0/3 \text{ mol CO}_2$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\Delta n_{\text{CO}_2}}{V \times \Delta t} = \frac{0/3}{20 \times 600} = 2/5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{\text{CO}_2} = 2/5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

(امیرمسین طیبی)

۱۵۸- گزینه «۳»

واکنش موازنه شده:



واکنش زمانی به اتمام می‌رسد که دیگر تولید یا مصرف ماده‌ای نداشته باشیم که در این زمان $t = 50 \text{ s}$ لحظه اتمام واکنش است. ۳۰ ثانیه انتهای واکنش از لحظه $t = 20 \text{ s}$ تا لحظه $t = 50 \text{ s}$ می‌باشد.

(میلاد شیخ الاسلامی فیاضی)

۱۶۳- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ سوخت سبب از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا و ... به دست می‌آیند.

(۲) نادرست؛ برای این منظور از اکسید فلزات قلیایی خاکی دوره سوم (MgO) و چهارم (CaO) استفاده می‌شود.

(۳) درست؛ فراورده‌های سوختن زغال سنگ CO، CO_۲، SO_۲ و H_۲O می‌باشند که نصف آن‌ها یعنی CO_۲ و SO_۲ هنگام انحلال در آب، به آن خاصیت اسیدی می‌بخشند.

(۴) نادرست؛ توسعه پایدار بیان می‌کند هرگاه در مجموع شرکت‌ها و کارخانه‌ها، کالاهایی را تولید کنند که قیمت تمام شده تولید کالا برای کشور کاهش یابد، این توسعه سبب رشد واقعی کشور می‌شود و در دراز مدت سبب حفظ یا کاهش مصرف منابع طبیعی می‌گردد. پس قیمت فعلی کالا ملاکی برای توسعه پایدار نیست.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

(مهمر عظیمیان زواره)

۱۶۴- گزینه «۳»

بررسی موارد:

(آ) درست؛ فراورده‌های حاصل BaSO_۴ (رسوب سفیدرنگ) و سدیم کلرید (محلول در آب) می‌باشند.

(ب) درست

(پ) نادرست؛ حالت فیزیکی منیزیم به دست آمده از این فرایند مایع است.

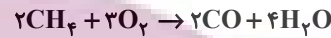
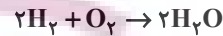
(ت) درست؛ یون آمونیوم (NH_۴⁺) از اتصال ۵ اتم (نه ۲ یا چند اتم) تشکیل شده است.

شیمی ۱

۱۶۱- گزینه «۱»

(امین نوروزی)

$$۲/۸L \Rightarrow \begin{cases} x L CH_4 \\ (۲/۸-x)L H_2 \end{cases}$$



$$g H_2O = x L CH_4 \times \frac{۱ mol CH_4}{۲۲/۴ L CH_4} \times \frac{۴ mol H_2O}{۲ mol CH_4}$$

$$\times \frac{۱۸ g H_2O}{۱ mol H_2O} \approx ۱/۶ x$$

$$g H_2O = (۲/۸-x)L H_2 \times \frac{۱ mol H_2}{۲۲/۴ L H_2} \times \frac{۲ mol H_2O}{۲ mol H_2}$$

$$\times \frac{۱۸ g H_2O}{۱ mol H_2O} \approx ۰/۸(۲/۸-x)$$

$$۰/۸(۲/۸-x) + ۱/۶x = ۳/۳۶ \Rightarrow ۲/۲۴ - ۰/۸x + ۱/۶x = ۳/۳۶$$

$$۲/۲۴ + ۰/۸x = ۳/۳۶ \Rightarrow ۰/۸x = ۱/۱۲ \Rightarrow x = ۱/۴$$

$$\begin{cases} ۱/۴ L CH_4 \\ ۱/۴ L H_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{۱/۴}{۲/۸} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۵۰\% H_2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

(عمیر زبئی)

۱۶۲- گزینه «۲»

بررسی موارد:

مورد اول: درست؛ N_۲ همان جوّ بی‌اثر است.مورد دوم: درست؛ جرم مولی و نقطه جوش N_۲ از H_۲ بیشتر است.

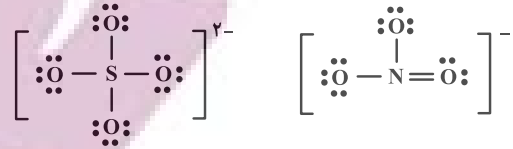
مورد سوم: نادرست؛ با سرد کردن مخلوط، آمونیاک را جدا می‌کنند.

مورد چهارم: یکی از چالش‌های هابر این بود که واکنش در دما و فشار اتاق

انجام نمی‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

ث) درست



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۹۲ و ۹۱)

۱۶۵- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی دوست)



بررسی موارد:

مورد اول: درست؛

$$5/12 \text{ g Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{4 \text{ mol Cu}(\text{NO}_3)_2}{4 \text{ mol Cu}}$$

$$\times \frac{188 \text{ g}}{1 \text{ mol Cu}(\text{NO}_3)_2} = 15/04 \text{ g}$$

$$5/12 \text{ g Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3}{4 \text{ mol Cu}}$$

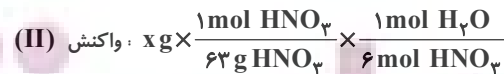
$$\times \frac{80 \text{ g}}{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3} = 1/6 \text{ g}$$

$$15/04 - 1/6 = 13/44 \text{ g}$$

مورد دوم: نادرست؛ جرم اسید مصرفی را X گرم فرض کنیم.



$$\times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = \frac{18 \times 3x}{630}$$



$$\times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = \frac{6x}{63}$$

مورد سوم: درست

$$\text{حجم مولی گازها} = \frac{44 \text{ g}}{\text{mol}} \times \frac{\text{L}}{2/2 \text{ g}} = \frac{20 \text{ L}}{\text{mol}}$$

$$1/6 \text{ g S} \times \frac{1 \text{ mol S}}{32 \text{ g S}} \times \frac{6 \text{ mol NO}_2}{1 \text{ mol S}} \times \frac{20 \text{ L NO}_2}{1 \text{ mol NO}_2} = 6 \text{ L گاز}$$

مورد چهارم: درست

$$\text{mol S} = 0/25 \text{ mol Cu}$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت ضریب S نیز باید $\frac{1}{4}$ ضریب مولی Cu باشد

که هست. بنابراین مول فرآورده‌های محلول واکنش (I) یعنی مجموع ضرایب



و مول فرآورده غیرگازی محلول در آب واکنش (II) یعنی همان

$$\frac{5}{1} = 5 \quad \text{H}_2\text{SO}_4 \text{ که ضریب (۱) دارد.}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۶۶- گزینه «۲»

(امیرمحمد کنگرانی)

بررسی موارد:

مورد اول: درست؛ با توجه به قانون آووگادرو در دما و فشار ثابت مول‌های

یکسان از گازهای مختلف حجم یکسانی دارند.

مورد دوم: نادرست؛

$$? \text{ L N}_2 = 0/7 \text{ g N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{24 \text{ L N}_2}{1 \text{ mol N}_2} = 0/6$$

مورد سوم: درست؛ که براساس رابطه میان مول و حجم گازها که نخستین بار

توسط آووگادرو ارائه شد. در دما و فشار ثابت حاصل تقسیم حجم گاز بر مقدار

مول آن مقدار ثابتی است و بین حجم و مول گاز رابطه مستقیم وجود دارد.

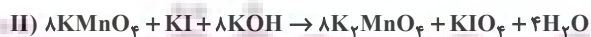
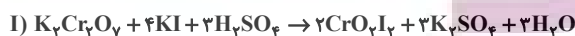
$$22/4 \frac{\text{L}}{\text{mol}} \times \frac{0/4 \text{ g}}{1 \text{ L}} = 8/96 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۶۷- گزینه «۲»

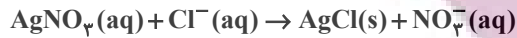
(امیر هاتمیان)

ابتدا معادله‌های موازنه شده واکنش‌ها را می‌نویسیم:



$$? \text{ mol Cl}^- = 4 / 5 \text{ mol Mg}^{2+} \times \frac{2 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol Mg}^{2+}}$$

$$= 9 \text{ mol Cl}^-$$



$$20 \text{ kg محلول} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg محلول}} \times \frac{68 \text{ g AgNO}_3}{800 \text{ g محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol AgNO}_3}{170 \text{ g AgNO}_3} \times \frac{1 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol AgNO}_3} = 10 \text{ mol Cl}^-$$

$$\text{در کلسیم کلرید } ? \text{ mol Cl}^- = 10 - 9 = 1 \text{ mol Cl}^-$$

$$9 \text{ g CaCl}_2 = 1 \text{ mol Cl}^- \times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{2 \text{ mol Cl}^-} \times \frac{111 \text{ g CaCl}_2}{1 \text{ mol CaCl}_2}$$

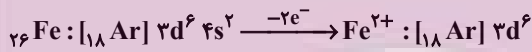
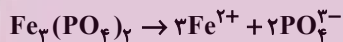
$$= 55 / 5 \text{ g CaCl}_2$$

$$\frac{\text{جرم MgCl}_2}{\text{جرم CaCl}_2} = \frac{427 / 5}{55 / 5} = 7 / 7$$

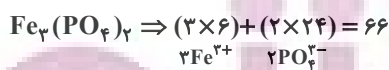
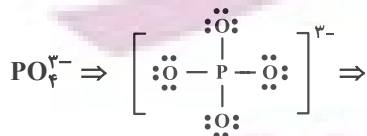
(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

(امیر هاتمیان)

۱۷۰- گزینه «۳»



۶ الکترون در لایه ظرفیت آهن هستند که در تشکیل پیوند کووالانسی شرکت ندارند. ۲۴ الکترون ناپیوندی در لایه ظرفیت آهن‌های آن وجود دارد.



شمار مول کل الکترون‌های خارج از پیوند کووالانسی در لایه‌های ظرفیت

$$? \text{ g Fe}_3(\text{PO}_4)_2 = 9 / 9 \text{ mol خارج از پیوند } e^-$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Fe}_3(\text{PO}_4)_2}{66 \text{ mol } e^-} \times \frac{358 \text{ g Fe}_3(\text{PO}_4)_2}{1 \text{ mol Fe}_3(\text{PO}_4)_2} = 53 / 7 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۱۷ تا ۹۲)

مجموع ضرایب مواد در واکنش (I)

مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها در واکنش (II)

$$= \frac{1+4+3+2+3+3}{8+1+8} = \frac{16}{17}$$

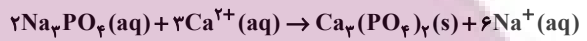
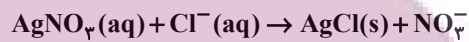
(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۸۰ و ۸۳)

(امیر هاتمیان)

۱۶۸- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست



(ب) نادرست؛ زمین از دیدگاه شیمیایی پویاست و بخش‌های گوناگون آن با یکدیگر برهم‌کنش فیزیکی و شیمیایی دارند.

(پ) نادرست؛ منابع آب غیراقیانوسی در مجموع ۲/۸٪ منابع آب کره زمین را تشکیل می‌دهند.

(ت) نادرست؛ آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوطی همگن است و به دلیل حل شدن مقادیر قابل توجهی از نمک اغلب شور است.

(ث) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۰

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۲)

(امیر هاتمیان)

۱۶۹- گزینه «۲»

$$? \text{ mol Mg}^{2+} = 20 \text{ kg محلول} \times \frac{5400 \text{ kg Mg}^{2+}}{10^6 \text{ kg محلول}} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{24 \text{ g Mg}^{2+}} = 4 / 5 \text{ mol Mg}^{2+}$$

$$? \text{ g MgCl}_2 = 4 / 5 \text{ mol Mg}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol MgCl}_2}{1 \text{ mol Mg}^{2+}}$$

$$\times \frac{95 \text{ g MgCl}_2}{1 \text{ mol MgCl}_2} = 427 / 5 \text{ g MgCl}_2$$