ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود گام به گام
- دانلود آزمون گاج و قلم چی و سنجش
- دانلود فیلم و مقاله آنلیزشی
- کنکور و مشاوره

IranTooshe.Ir

@irantooshe

IranTooshe

آزمون 5 اسفند 1401

اختصاصی دوازدهم ریاضی

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان 2	کاظم اجلالی-سیدوحید امیرکیایی-سعید تن‌آرا-سعید جعفری‌کافی‌آباد-فرشاد حسن زاده-عادل حسینی-میثم حمزه‌لویی-افشین خاصه‌خان سجاد داوطلب-میلاد سجادی‌لاریجانی-سامان سلامیان-مهدی ملارمضانی-سروش موئینی-جهانبخش نیکنام - محمدمهدی وزیری
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی‌امیرآبادی-علی ایمانی-رضا توکلی-جواد حاتمی-عادل حسینی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد افشین خاصه‌خان-محمد خندان-سوگند روشنی-فرشاد صدیقی‌فر-رضا عباسی‌اصل-احمدرضا فلاح-سینا محمدپور-محمد هجری- امیر وفائی
	آمارواحتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-امیررضا امینی-علی ایمانی-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی ندا صالح‌پور-محمد صحت‌کار-مبشره ضرابیه-فرشاد فرامرزی-پژمان فرهادیان-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم‌علوی-نیلوفر مهدوی-مهدی نیک‌زاد محمد هجری-مهدی وقوعی
	فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی-فرشید رسولی-سیوان سعیدی سعید شرق-پوریا علاقه‌مند-مسعود قره‌خانی-بهادر کامران-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری حسام نادری-مصطفی واثقی-شادمان ویسی
	شیمی	محمدرضا پورجاوید-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-مرتضی خوش‌کیش-حمید ذبحی-یاسر راش-جعفر رحیمی-روزبه رضوانی-آروین شجاعی مبینا شرافتی پور-امیرحسین طیبی-محمد کوهستانیان-محمدحسن محمدزاده‌مقدم-امیرحسین مسلمی-سیدمحمد معروفی-سالار ملکی-محمد وزیری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان 2	هندسه	آمارو احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محبوبه بیک‌محمدی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک 923 – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: 021-6463

حسابان 2

1- **گزینهٔ «3»** (افشین خاصه‌خان)

شیب خط $7x-3y=1$ برابر $\frac{7}{3}$ است، پس باید شیب خط مماس بر نمودار تابع f هم در $x=x_0$ برابر $\frac{7}{3}$ باشد. شیب خط مماس همان مشتق تابع است:

$$f'(x)=2x-5$$

$$\Rightarrow f'(x_0)=2x_0-5=\frac{7}{3}\Rightarrow x_0=\frac{11}{3}$$

(حسابان 2- صفحه‌های 93 و 94)

2- **گزینهٔ «2»** (سیدوحید امیرکیایی)

ابتدا سعی می‌کنیم ضابطه را ساده‌تر بنویسیم:

$$f(x)\quad \frac{2x^2-2x+2x+1}{x-1}=2x+\frac{2x+1}{x-1}$$

$$\Rightarrow f'(x)=2-\frac{3}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow f''(x)=\frac{6}{(x-1)^3}\Rightarrow f''(3)=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

(حسابان 2- صفحهٔ 98)

3- **گزینهٔ «2»** (مهری ملارمضانی)

ابتدا ضابطه را ساده‌تر می‌کنیم:

$$y=\frac{\tan x\times\sin x}{\tan x(\cos x+1)}=\frac{\sin x}{\cos x+1}=\frac{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}{2\cos^2\frac{x}{2}}=\tan\frac{x}{2}$$

$$,x\neq\frac{k\pi}{2}$$

$$\Rightarrow y'=\frac{1}{2}(1+\tan^2\frac{x}{2})$$

$$\xrightarrow{x\ \frac{\pi}{6}} y'=\frac{1}{2}(1+\tan^2\frac{\pi}{12})$$

حال با استفاده از اتحاد $\tan 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$ از معادلهٔ $\tan\frac{\pi}{12}=2-\sqrt{3}$ به دست می‌آید: $\frac{2\tan\frac{\pi}{12}}{1-\tan^2\frac{\pi}{12}}=\tan\frac{\pi}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

$$\Rightarrow y'=\frac{1}{2}(1+(2-\sqrt{3})^2)=\frac{1}{2}(1+7-4\sqrt{3})=4-2\sqrt{3}$$

(حسابان 2- صفحه‌های 95 و 96)

4- **گزینهٔ «4»** (عادل حسینی)

با استفاده از قضیه مشتق در جبر توابع می‌توانیم بنویسیم:

$$3f'(1)+2g'(1)=(3f+2g)'(1)$$

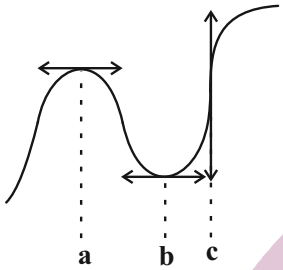
حال ضابطه تابع $y=3f(x)+2g(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$y=3(3x-2\sqrt[3]{1+\sin^2\frac{\pi}{2}x})+2(x+3\sqrt[3]{1+\sin^2\frac{\pi}{2}x})=11x$$

$$\Rightarrow y'=11$$

(حسابان 2- صفحهٔ 94)

5- **گزینهٔ «4»** (سیدوحید امیرکیایی)



خط مماس بر نمودار تابع در $x=a$ و $x=b$ افقی و در $x=c$ قائم است، پس مشتق تابع در $x=a$ و $x=b$ برابر صفر و در $x=c$، $+\infty$ است. این ویژگی‌ها در نمودار گزینه «4» دیده می‌شود.

(حسابان 2- صفحه‌های 88 و 89)

6- **گزینهٔ «3»** (میثم حمزه‌لویی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x)=\frac{1}{\pi}x^2\sqrt{2\cos^2\frac{\pi x}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\pi}x^2|\cos\frac{\pi x}{2}|$$

در یک همسایگی راست $x=1$، $\frac{\pi x}{2}$ در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد و در نتیجه $\cos\frac{\pi x}{2}$ مقداری منفی است، پس در این همسایگی ضابطه تابع به صورت زیر است:

$$g(x)=-\frac{\sqrt{2}}{\pi}x^2\cos\frac{\pi x}{2}$$

$$\Rightarrow f'_+(1)=g'(1)=\left(\cos\frac{\pi x}{2}\right)'\Big|_{x=1}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi}(1)^2\right)$$

$$=-\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

دقت کنید که $\cos\frac{\pi x}{2}$ در $x=1$ عامل صفرکننده تابع g است، پس کافی است فقط از این عامل مشتق بگیریم و در مابقی عبارت $x=1$ را جای‌گذاری کنیم.

(حسابان 2- صفحه‌های 87، 95 و 96)

ایران توشه
توشه‌ی برای موفقیت

7- **گزینهٔ «3»** (جهانبخش نیکنام)

$$f'(x)=\frac{4x-1}{3\sqrt[3]{(2x^2-x-15)^2}}$$

پس تابع f در جایی مماس قائم دارد که مخرج تابع بالا صفر شود، این یعنی ریشه‌های سادهٔ عبارت $2x^2-x-15$ هستند.

$$2x^2-x-15=(x-3)(2x+5)=0\Rightarrow x_1=3, x_2=-\frac{5}{2}$$

فاصله دو خط مماس قائم نیز برابر $|x_1-x_2|=\frac{11}{2}=5/5$ است.

(حسابان 2- صفحه‌های 88 و 94)

8- **گزینهٔ «1»** (خرشاد حسن‌زاده)

ابتدا معادلهٔ خط مماس بر نمودار f در $x=1$ را می‌یابیم:

$$\begin{cases} \text{ô i K\AA\{}=f'(1)=(3x^2-12x)\big|_{x=1}=-9 \\ \text{¼õ£º}: f(1)=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{t lم¶ ô i ¼jl÷¶}: y=-9(x-1)$$

حال باید معادله تقاطع این خط با تابع f را حل کنیم:

$$x^3-6x^2+5=-9(x-1)$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2-5x-5)=-9(x-1)$$

$$\xrightarrow{x\neq 1} x^2-5x-5=-9$$

$$\Rightarrow x^2-5x+4=(x-4)(x-1)=0$$

$$\xrightarrow{x\neq 1} x=4$$

طول نقطه دیگر تقاطع برابر 4 و در نتیجه عرض نقطه برابر $f(4)=-27$ است.

(حسابان 2- صفحه‌های 93 و 94)

9- **گزینهٔ «1»** (افشین خاصه‌خان)

خط مماس موردنظر از نقطه $\left(\frac{3}{2},f\left(\frac{3}{2}\right)\right)=\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right)$ می‌گذرد. شیب آن هم برابر $f'\left(\frac{3}{2}\right)$ است.

$$f'(x)=\sin\pi x+\pi x\cos\pi x+\pi\sin 2\pi x$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{3}{2}\right)=-1+0+0=-1$$

پس خط مماس با شیب -1 از نقطه $\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right)$ می‌گذرد و معادلهٔ آن $y=-x$ خواهد شد. عرض از مبدأ این خط برابر صفر است.

(حسابان 2- صفحه‌های 95 و 96)

10- **گزینهٔ «2»** (جهانبخش نیکنام)

تابع باید ابتدا پیوسته باشد:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{4}\right)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{4}\right)^-}(\cos x-a\sin x)=\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{a}{\sqrt{2}} \\ f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{4}\right)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{4}\right)^+}(\sin x+b\tan x)=\frac{1}{\sqrt{2}}+b \end{cases}$$

شرط پیوستگی آن است که دو مقدار بالا برابر باشند:

$$\frac{1-a}{\sqrt{2}}=\frac{1+b\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\Rightarrow 1-a=1+b\sqrt{2}\Rightarrow a+b\sqrt{2}=0 \qquad (1)$$

حال مشتق تابع را به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=\begin{cases} -\sin x-a\cos x & ; \ x<\frac{\pi}{4} \\ \cos x+b(1+\tan^2 x) & ; \ x>\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'_-\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1+a}{\sqrt{2}}\ ,\ f'_+\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}+2b$$

حال باید مشتق‌های چپ و راست تابع برابر باشند تا تابع در $x=\frac{\pi}{4}$ مشتق‌پذیر شود:

$$-\frac{1+a}{\sqrt{2}}=\frac{1+2\sqrt{2}b}{\sqrt{2}}\Rightarrow -1-a=1+2\sqrt{2}b$$

$$\Rightarrow a+2\sqrt{2}b=-2 \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} b=-\sqrt{2}, a=2\Rightarrow a+b^2=2+2=4$$

(حسابان 2- صفحه‌های 86 و 87)

11- **گزینهٔ «2»** (سیدوحید امیرکیایی)

توابع f، g و h در $x=0$ پیوسته‌اند اما تابع k در $x=0$ ناپیوسته است، پس k' در $x=0$ ناپیوسته است.

حال برای توابع دیگر مشتق‌های یکطرفه را در $x=0$ حساب می‌کنیم.

$$f'(x)=\begin{cases} 6x-1 & ; \ x<0 \\ 2x+3 & ; \ x>0 \end{cases}\Rightarrow f'_-(0)=-1, f'_+(0)=3$$

$$g(x)=\begin{cases} -x^2-1 & ; \ x<0 \\ -1 & ; \ x\geq 0 \end{cases}\Rightarrow g'(x)=\begin{cases} -2x & ; \ x<0 \\ 0 & ; \ x\geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g'_-(0)=g'_+(0)=0$$

$$h'(x)=\begin{cases} \frac{8}{3}\sqrt[3]{x} & ; \ x<0 \\ 4x+\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} & ; \ x>0 \end{cases}\Rightarrow h'_-(0)=0, \lim_{x\to 0^+} h'(x)=+\infty$$

فقط در تابع g مشتق‌های چپ و راست برابرند، پس g در $x=0$ مشتق‌پذیر است و در نتیجه تابع g' در $x=0$ پیوسته است.

(حسابان 2- صفحه‌های 86 و 87)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

-12 **گزینهٔ «4»** (عادل حسینی)

تابع f در $x=\sqrt{5}$ مشتق دارد؛ این یعنی عبارت kx به ازای $x=\sqrt{5}$ مقداری صحیح نیست. در چنین شرایطی $[kx]$ نقش ضریب x را ایفا می‌کند و مشتق تابع برابر همین ضریب است.

$$f'(\sqrt{5})=\lim_{x\to\sqrt{5}}[kx]=[k\sqrt{5}]=k+1$$

مشخص است که k عددی صحیح است. حال برای اینکه تساوی بالا برقرار باشد، باید داشته باشیم:

$$k+1<k\sqrt{5}<k+2$$

$$\Rightarrow\begin{cases}k+1<k\sqrt{5}\Rightarrow k>\dfrac{1}{\sqrt{5}-1}=\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}\\ k\sqrt{5}<k+2\Rightarrow k<\dfrac{2}{\sqrt{5}-1}=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{5}+1}{4}<k<\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

با در نظر گرفتن مقدار تقریبی $\sqrt{5}\simeq 2/2$ ، تنها عدد صحیح بازهٔ بالا، $k=1$ است.

$$\Rightarrow f(x)=x[x]-1\Rightarrow f(1)=1-1=0$$

(حسابان 2- صفحه‌های 86 تا 89)

-13 **گزینهٔ «2»** (مهری ملارمضانی)

ضابطه‌های تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{-x-1}=-\sqrt[3]{x+1} & ;\ x<0\\ \sqrt[3]{x-1} & ;\ 0\le x\le 1\\ x & ;\ x>1\end{cases}$$

تابع روی $\mathbb{R}-\{1\}$ پیوسته است. حال مشتق را حساب می‌کنیم:

$$f'(x)=\begin{cases}-\dfrac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}} & ;\ x<0\\ \dfrac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} & ;\ 0<x<1\\ 1 & ;\ x>1\end{cases}$$

واضح است که تابع در $x=-1$ و $x=1$ مشتق‌ناپذیر است، زیرا در $x=1$ ناپیوسته است و در $x=-1$ مماس قائم دارد.

$x=0$ نیز نقطه مشتق‌ناپذیر دیگر تابع است؛ زیرا: $f'_-(0)\neq f'_+(0)$

(حسابان 2- صفحه‌های 89 و 94)

-14 **گزینهٔ «4»** (افشین خاصه‌خان)

در عبارت $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{f(x)}=\dfrac{2}{3}$ ، حد صورت صفر است و برای اینکه حاصل حد عددی حقیقی شود، حد مخرج هم باید صفر باشد. پس $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=0$ است و از آنجا که تابع در $x=3$ مشتق‌پذیر است، پیوسته نیز می‌باشد. در نتیجه $f(3)=0$.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{f(x)}=\frac{2}{3}\Rightarrow\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=\frac{3}{2}\Rightarrow f'(3)=\frac{3}{2}$$

حال سراغ مشتق تابع g می‌رویم:

$$g'(x)=\frac{3f'(3x)(x+3)-f(3x)}{(x+3)^2}$$

$$\Rightarrow g'(1)=\frac{3f'(3)(4)-f(3)}{(4)^2}=\frac{3(\frac{3}{2})(4)-0}{16}=\frac{18}{16}=\frac{9}{8}$$

(حسابان 2- صفحه‌های 94 و 96)

-15 **گزینهٔ «4»** (عادل حسینی)

در $x=\dfrac{1}{2}$ ، شیب و مقدار خط $y=2x-3$ با مشتق و مقدار تابع $y=\dfrac{f(x-1)}{x}$ برابر است.

$$\xrightarrow{x=\frac{1}{2}}y=\frac{f(-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}}=-2\Rightarrow f(-\frac{1}{2})=-1$$

$$y'=\frac{xf'(x-1)-f(x-1)}{x^2}\xrightarrow{x=\frac{1}{2}}y'=\frac{\frac{1}{2}f'(-\frac{1}{2})-f(-\frac{1}{2})}{\frac{1}{4}}=2$$

$$\xrightarrow{f(-\frac{1}{2})=-1}f'(-\frac{1}{2})=-1$$

حال مشتق تابع $y=xf(x)$ را در $x=-\dfrac{1}{2}$ حساب می‌کنیم:

$$y'=f(x)+xf'(x)\xrightarrow{x=-\frac{1}{2}}y'=f(-\frac{1}{2})-\frac{1}{2}f'(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}$$

پس شیب خط مماس بر نمودار تابع $y=xf(x)$ در نقطه $(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2})$ واقع بر آن برابر $-\dfrac{1}{2}$ است. در نتیجه معادلهٔ این خط مماس $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}$ یا $2x+4y=1$ است.

(حسابان 2- صفحه‌های 94 و 96)

-16 **گزینهٔ «2»** (مهری ملارمضانی)

$$(gof)'(x)=f'(x).g'(f(x))\quad (*)$$

$$\begin{cases}f'(x)=x^2\\ g'(x)=\dfrac{-1}{2\sqrt{4-x}}f'(\sqrt{4-x})=\dfrac{-1}{2\sqrt{4-x}}(\sqrt{(4-x)})^2=-\dfrac{1}{2}\sqrt{4-x}\\ \qquad\Rightarrow g'(f(x))=-\dfrac{1}{2}\sqrt{4-f(x)}\end{cases}$$

ایران توشه — مشاوران برای موفقیت

$$\xrightarrow{(*)}(gof)'(x)=-\frac{1}{2}x^2\sqrt{3-\frac{1}{3}x^3}$$

مقدار تابع فوق به ازای $x=-3$ برابر است با:

$$(gof)'(-3)=-\frac{1}{2}(-3)^2\sqrt{3-\frac{1}{3}(-3)^3}=-9\sqrt{3}$$

(حسابان 2- صفحه‌های 94 و 96)

17- **گزینهٔ «3»** (افشین خاصه‌خان)

$$f''g-f'g'=g^2\times\frac{f''g-f'g'}{g^2}$$

حال تابع $\frac{f''g-f'g'}{g^2}$ مشتق تابع $\frac{f'}{g}$ است.

$$f(x)=4\sqrt[3]{x^5}+5\sqrt[3]{x^4}=4x^{\frac{5}{3}}+5x^{\frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{20}{3}(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x})$$

$$\Rightarrow(\frac{f'}{g})(x)=\frac{\frac{20}{3}(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}+1}=\frac{20}{3}\sqrt[3]{x}\Rightarrow(\frac{f'}{g})'(x)=\frac{20}{9\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\Rightarrow(f''g-f'g')(x)=\frac{20(\sqrt[3]{x}+1)^2}{9\sqrt[3]{x^2}}=\frac{20}{9}\left(\frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$$

مقدار این تابع در $x=8$ برابر 5 است.

(حسابان 2- صفحه‌های 94 و 98)

18- **گزینهٔ «4»** (عادل حسینی)

ضابطه f را $f(x)=ax^2+bx+c$ در نظر می‌گیریم:

$$f'(x)=2ax+b\ ,\ f''(x)=2a$$

حال در رابطه گفته شده قرار می‌دهیم:

$$2(2a)(ax^2+bx+c)=(2ax+b)^2$$

$$\Rightarrow 4a^2x^2+4abx+4ac=4a^2x^2+4abx+b^2$$

$$\Rightarrow b^2=4ac\Rightarrow\Delta=b^2-4ac=0$$

یعنی در تابع f، $\Delta=0$ است و به بیان دیگر ضابطه f به صورت $f(x)=a(x-x_s)^2$ است. حال داریم:

$$f'(x)=2a(x-x_s)$$

$$\xrightarrow{f(x)=f'(x)}a(x-x_s)^2=2a(x-x_s)$$

$$\Rightarrow a(x-x_s)[(x-x_s)-2]=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x_1=x_s\\x_2=x_s+2\end{cases}$$

پس اختلاف جواب‌های معادله برابر 2 است.

(حسابان 2- صفحه‌های 93 و 98)

19- **گزینهٔ «2»** (جهانبخش نیکنام)

ابتدا ضابطه وارون را می‌یابیم:

$$D_f=(-\frac{1}{2},+\infty),R_f=\mathbb{R}$$

$$y=\frac{x}{\sqrt{2x+1}}\Rightarrow y^2=\frac{x^2}{2x+1}\Rightarrow x^2-2y^2x-y^2=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{2y^2\pm\sqrt{4y^4+4y^2}}{2}$$

$$x=\frac{2y^2+2y\sqrt{y^2+1}}{2}$$ با جای‌گذاری نقاط دلخواه می‌بینیم که رابطهٔ

درست است. حال با جابه‌جا کردن x و y ضابطه g به دست می‌آید:

$$g(x)=x^2+x\sqrt{x^2+1}=x(x+\sqrt{x^2+1})$$

x عامل صفر کننده g است، پس برای محاسبهٔ $g'(0)$ کافی است فقط از همین عامل مشتق بگیریم:

$$\Rightarrow g'(0)=0+\sqrt{0^2+1}=1$$

(حسابان 2- صفحهٔ 94)

20- **گزینهٔ «1»** (عادل حسینی)

ابتدا ضابطه‌های f را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}2x-x^2-1 & ;\ x<1\\ \frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4} & ;\ x\geq 1\end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}2-2x & ;\ x<1\\ \frac{1}{2}x-\frac{1}{2} & ;\ x>1\end{cases}$$

می‌بینیم که تابع در $x=1$ مشتق دارد، $f'(1)=0$.

حد مورد نظر را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$L=\lim_{h\to 0^+}\frac{f'(1+h)+f'(1-2h)}{h^2-h}$$

$$=\lim_{h\to 0^+}\frac{f'(1+h)-f'(1)}{h^2-h}+\lim_{h\to 0^+}\frac{f'(1-2h)-f'(1)}{h^2-h}$$

$$=-f''_+(1)+2f''_-(1)$$

حال f'' را حساب می‌کنیم:

$$f''(x)=\begin{cases}-2 & ;\ x<1\\ \frac{1}{2} & ;\ x>1\end{cases}$$

$$\Rightarrow L=-\left(\frac{1}{2}\right)+2(-2)=-\frac{9}{2}$$

(حسابان 2- صفحهٔ 98)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

هندسه 3

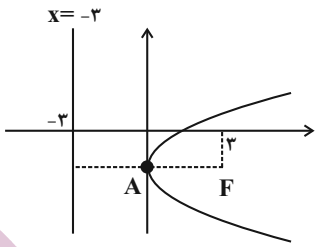
21- **گزینهٔ «4»** (افشین خاصه‌خان)

مطابق متن و شکل صفحهٔ 56 کتاب درسی برای ایجاد نور بالا، چراغ باید در راستای عمودی و کمی پایین‌تر از کانون قرار گیرد.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحهٔ 56)

22- **گزینهٔ «4»** (سوگند روشنی)

مکان هندسی موردنظر سهمی به کانون $F(3,-1)$ و خط هادی $x=-3$ است.



در این صورت رأس سهمی مطابق شکل نقطهٔ $A(0,-1)$ و فاصلهٔ کانونی سهمی $a=3$ است. چون سهمی روبه راست باز می‌شود، معادلهٔ آن به صورت زیر است:

$$(y+1)^2=12(x-0)\Rightarrow y^2+2y+1=12x$$

$$\Rightarrow y^2+2y-12x+1=0$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

23- **گزینهٔ «1»** (سوگند روشنی)

اگر a فاصلهٔ کانونی، d قطر دهانه و h عمق دیش باشد، آنگاه رابطهٔ $a=\frac{d^2}{16h}$ برقرار است، بنابراین داریم:

$$\frac{a_1}{a_2}=\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\times\left(\frac{h_2}{h_1}\right)=\left(\frac{2d_2}{d_2}\right)^2\times\left(\frac{h_2}{\frac{1}{2}h_2}\right)=4\times2=8$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: مشابه تمرین 3 صفحهٔ 59)

24- **گزینهٔ «4»** (امیرحسین ابومحبوب)

چون محور تقارن سهمی موازی محور xها است، پس سهمی افقی است و با توجه به مختصات رأس و نقطهٔ M، سهمی رو به چپ باز می‌شود، بنابراین داریم:

معادلهٔ سهمی: $(y-1)^2=-4a(x-3)$

$$\xrightarrow{M(2,5)}(5-1)^2=-4a(2-3)$$

$$\Rightarrow 16=4a\Rightarrow a=4$$

فاصلهٔ کانون تا خط هادی دو برابر فاصلهٔ کانونی، یعنی برابر $2a=8$ است.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

25- **گزینهٔ «2»** (احمدرضا فلاح)

ابتدا معادلهٔ سهمی را به حالت متعارف می‌نویسیم:

$$y^2-2y=-4x-k\xrightarrow{+1}y^2-2y+1=-4x-k+1$$

$$\Rightarrow (y-1)^2=-4(x+\frac{k-1}{4})$$

بنابراین دهانهٔ سهمی رو به چپ باز می‌شود و رأس $A\left(\frac{1-k}{4},1\right)$ فاصلهٔ کانونی سهمی است و در نتیجه داریم: $a=1$

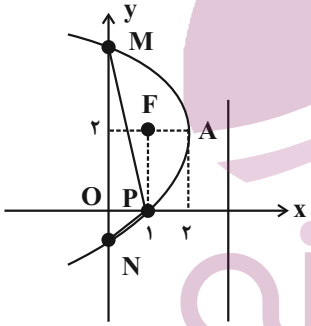
کانون: $F\left(\frac{1-k}{4}-1,1\right)$

$$x=-3y\Rightarrow\frac{1-k}{4}-1=-3\Rightarrow\frac{1-k}{4}=-2\Rightarrow 1-k=-8$$

$$\Rightarrow k=9$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 52 تا 56)

26- **گزینهٔ «3»** (امیرحسین ابومحبوب)



مطابق شکل نقطهٔ $A(2,2)$ رأس سهمی و $a=1$ فاصلهٔ کانونی سهمی است و سهمی رو به چپ باز می‌شود، بنابراین داریم:

معادلهٔ سهمی: $(y-2)^2=-4(x-2)$

تلاقی با محور xها: $y=0\Rightarrow(-2)^2=-4(x-2)$

$$\Rightarrow x-2=-1\Rightarrow x=1$$

تلاقی با محور yها: $x=0\Rightarrow(y-2)^2=-4(-2)=8$

$$\Rightarrow y-2=\pm2\sqrt{2}\Rightarrow\begin{cases}y=2+2\sqrt{2}\\y=2-2\sqrt{2}\end{cases}$$

بنابراین نقاط برخورد سهمی با محورهای مختصات عبارتند از:

$$P(1,0),M(0,2+2\sqrt{2}),N(0,2-2\sqrt{2})$$

$$S_{MNP}=\frac{1}{2}OP\times MN=\frac{1}{2}\times1\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

ایران توشه — ویژه‌ی برای موفقیت

-27 **گزینهٔ «3»** (احمدرضا فلاح)

ابتدا معادلهٔ سهمی را به حالت متعارف تبدیل می‌کنیم:

$$x^2+ax-2y+b=0\Rightarrow\left(x+\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}=2y-b$$

$$\Rightarrow(x+\frac{a}{2})^2=2y-b+\frac{a^2}{4}\Rightarrow(x+\frac{a}{2})^2=2(y-\frac{b}{2}+\frac{a^2}{8})$$

رأس سهمی : $A(-\frac{a}{2},\frac{b}{2}-\frac{a^2}{8})=(2,1)$

$$\Rightarrow\begin{cases}-\frac{a}{2}=2\Rightarrow a=-4\\ \frac{b}{2}-\frac{a^2}{8}=1\xrightarrow{a=-4}\frac{b}{2}-2=1\Rightarrow b=6\end{cases}$$

$$a+b=-4+6=2$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 52 تا 56)

-28 **گزینهٔ «2»** (فرشاد صدیقی‌فر)

سهمی قائم است و چون دایره به مرکز $(0,4)$ و شعاع $\sqrt{5}$ بالاتر از خط $y=1$ قرار دارد، پس سهمی قطعاً رو به بالا باز می‌شود. در این صورت اگر $A(h,k)$ رأس سهمی باشد، کانون آن نقطهٔ $F(h,k+a)$ و خط هادی آن، خط $y=k-a$ است، یعنی داریم: $k-a=1$

رأس و کانون سهمی روی دایره به مرکز $(0,4)$ و شعاع $\sqrt{5}$ قرار دارند، پس داریم:

معادلهٔ دایره : $x^2+(y-4)^2=5$

$$\left.\begin{matrix}A(h,k)\Rightarrow h^2+(k-4)^2=5\\ F(h,k+a)\Rightarrow h^2+(k+a-4)^2=5\end{matrix}\right\}\Rightarrow(k-4)^2=(k+a-4)^2$$

$$\Rightarrow\begin{cases}k-4=k+a-4\Rightarrow a=0\ \text{غ ق ق}\\ k-4=-k-a+4\Rightarrow 2k+a=8\end{cases}$$

$$\begin{cases}k-a=1\\ 2k+a=8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k=3\\ a=2\end{cases}$$

$$k=3\Rightarrow h^2+(3-4)^2=5\Rightarrow h^2=4\Rightarrow h=\pm2$$

معادلهٔ محور تقارن این سهمی به صورت $x=h$ یعنی به یکی از دو صورت $x=2$ یا $x=-2$ است.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

-29 **گزینهٔ «1»** (احمدرضا فلاح)

اگر یک شعاع نورانی از کانون سهمی بر سطح آینه‌ای آن سهمی بتابد، پرتو بازتابش موازی محور تقارن سهمی خواهد بود و بالعکس.

ابتدا معادلهٔ سهمی را به صورت متعارف نوشته و مختصات کانون آن را پیدا می‌کنیم.

$$y^2=4(y-2x)\Rightarrow y^2-4y=-8x$$

$$\xrightarrow{+4}y^2-4y+4=-8x+4$$

$$\Rightarrow(y-2)^2=-8(x-\frac{1}{2})\Rightarrow\begin{cases}\text{Â}\text{¿}\text{w}\ \text{t}\ \text{ln}:A(\frac{1}{2},2)\\ 4a=8\Rightarrow a=2\end{cases}$$

سهمی افقی و دهانهٔ آن رو به چپ است، بنابراین داریم:

کانون : $F(\frac{1}{2}-2,2)=(-\frac{3}{2},2)$

محل برخورد خط $y=6$ با سهمی را به دست می‌آوریم:

$$(y-2)^2=-8(x-\frac{1}{2})\xrightarrow{y=6}16=-8(x-\frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow x-\frac{1}{2}=-2\Rightarrow x=\frac{-3}{2}$$

چون پرتو بازتابش موازی محور تقارن سهمی خارج شده، پس پرتو تابش از کانون سهمی عبور کرده است. معادلهٔ خط گذرنده از نقاط $F(-\frac{3}{2},2)$ (کانون سهمی) و نقطهٔ $N(-\frac{3}{2},6)$ (نقطهٔ برخورد با سهمی) به صورت $x=-\frac{3}{2}$ است.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 56)

-30 **گزینهٔ «3»** (رضا توکلی)

در یک بیضی که طول قطرهای بزرگ و کوچک آن به ترتیب برابر $2a$ و $2b$ هستند، طول وتر کانونی از رابطهٔ $MN=\frac{2b^2}{a}$ به دست می‌آید. از طرفی طول وتر کانونی سهمی (پاره‌خطی که دو سر آن بر روی سهمی قرار دارد و در کانون سهمی بر محور تقارن سهمی عمود است)، 4 برابر فاصلهٔ کانونی سهمی است، یعنی داریم:

$$MN=4OF=4c\Rightarrow\frac{2b^2}{a}=4c\Rightarrow b^2=2ac$$

حال با توجه به رابطهٔ بیضی داریم:

$$a^2=b^2+c^2\Rightarrow a^2=2ac+c^2\xrightarrow{\div a^2}1=\frac{2c}{a}+\frac{c^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow\left(\frac{c}{a}\right)^2+2\left(\frac{c}{a}\right)-1=0$$

$$\Delta=2^2-4(-1)=8\Rightarrow\frac{c}{a}=\frac{-2\pm2\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\begin{cases}\frac{c}{a}=\sqrt{2}-1\\ \frac{c}{a}=-\sqrt{2}-1\ \text{¡ ¡ ù}\end{cases}$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 56)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

ریاضیات گسسته

31- **گزینهٔ** «1» (سولماز روشنی)

کتاب‌ها یکسان هستند و چون نباید قفسه‌ای خالی بماند تعداد جواب‌های طبیعی معادله $x_1+x_2+x_3+x_4=8$ مطلوب سؤال است که برابر است با:

$$\binom{8-1}{4-1}=\binom{7}{3}=35$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

32- **گزینهٔ** «2» (امیرحسین ابومحبوب)

اگر تعداد شاخه گل‌های انتخاب شده از گل‌های نوع اول تا چهارم را به‌ترتیب با x_1 ، x_2 ، x_3 و x_4 نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\begin{cases}x_2=3\\ x_3\ge 3\Rightarrow x_3=y_3+3\\ x_4>3\Rightarrow x_4\ge 4\Rightarrow x_4=y_4+4\end{cases}$$

$$x_1+x_2+x_3+x_4=15\Rightarrow x_1+3+y_3+3+y_4+4=15$$

$$\Rightarrow x_1+y_3+y_4=5\Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها}=\binom{5+3-1}{3-1}=\binom{7}{2}=21$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

33- **گزینهٔ** «2» (امیرحسین ابومحبوب)

به متغیر z مقادیر مناسب می‌دهیم و تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله را به ازای هر مقدار z محاسبه می‌کنیم:

$$z=0\Rightarrow x+y+1^2=12\Rightarrow x+y=11$$

$$\to \text{تعداد جواب}=\binom{12}{1}=12$$

$$z=1\Rightarrow x+y+2^2=12\Rightarrow x+y=8$$

$$\to \text{تعداد جواب}\ \binom{9}{1}\ 9$$

$$z=2\Rightarrow x+y+3^2=12\Rightarrow x+y=3$$

$$\to \text{تعداد جواب}\ \binom{4}{1}\ 4$$

معادله به ازای سایر مقادیر z جواب صحیح و نامنفی دارد، بنابراین تعداد جواب‌ها برابر است با: $12+9+4=25$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

34- **گزینهٔ** «4» (محمد صحت‌کار)

اگر تعداد مهره‌های جعبهٔ iاُم را با x_i نشان دهیم آن‌گاه تعداد جواب‌های مطلوب برابر است با تعداد جواب‌های معادلهٔ زیر:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=8\\ x_1+x_2\le 2\end{cases}$$

در این شرایط، 3 حالت امکان‌پذیر است:

$$\begin{cases}x_1+x_2=0\\ x_3+x_4+x_5=8\end{cases}\Rightarrow \text{lÀ¦J¼] j¦k÷ù}=\binom{1}{1}\binom{10}{2}=1\times 45=45$$

$$\begin{cases}x_1+x_2=1\\ x_3+x_4+x_5=7\end{cases}\Rightarrow \text{lÀ¦J¼] j¦k÷ù}=\binom{2}{1}\binom{9}{2}=2\times 36=72$$

$$\begin{cases}x_1+x_2=2\\ x_3+x_4+x_5=6\end{cases}\Rightarrow \text{lÀ¦J¼] j¦k÷ù}=\binom{3}{1}\binom{8}{2}=3\times 28=84$$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است:

$$45+72+84=201$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

35- **گزینهٔ** «1» (سولماز روشنی)

چون تعداد جواب‌های طبیعی معادله مطلوب سؤال است، x_1 از داخل جزء صحیح خارج می‌شود.

از طرفی با توجه به رابطه $2=\frac{4}{x_2}=\sqrt[3]{x_2}$ همواره $x_2=2$ و $x_4=8$ است. بنابراین خواهیم داشت: $x_1+2+x_3+8+x_5+x_6=20$

$$x_1+x_3+x_5+x_6=10\Rightarrow \text{Â÷ÃLö ÁlÀ¦J¼] j¦k÷ù}=\binom{9}{3}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

36- **گزینهٔ** «3» (احمدرضا فلاح)

اگر x_1 و x_2 و x_3 و x_4 را تعداد سکه‌های نفرات اول، دوم، سوم و چهارم در نظر بگیریم آنگاه: $x_1+x_2+x_3+x_4=24$

از طرفی تعداد سکه‌های هر فرد مضرب 3 است. بنابراین:

$$3k_1+3k_2+3k_3+3k_4=24$$
$$k_1+k_2+k_3+k_4=8$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و غیرمنفی}=\binom{11}{3}=165$$

ابتدا حالاتی که $k_1=k_2$ است را به دست می‌آوریم:

$$2k_1+k_3+k_4=8\Rightarrow k_1=0,1,2,3,4$$

تعداد این حالت‌ها برابر است با:

$$\underset{k=0}{\binom{9}{1}}+\underset{k=1}{\binom{7}{1}}+\underset{k=2}{\binom{5}{1}}+\underset{k=3}{\binom{3}{1}}+\underset{k=4}{\binom{1}{1}}=25$$

در نتیجه در $165-25=140$ حالت $k_1\ne k_2$ است که در نیمی حالات $k_1>k_2$ می‌باشد. بنابراین در 70 حالت تعداد سکه‌های نفر اول بیشتر از نفر دوم است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

37- **گزینهٔ** «1» (امیرحسین ابومحبوب)

ZI¨ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ »ow
»ow ال⁵ ,ZI¨ ال³

با توجه به اینکه نهال‌های کاج یکسان و نهال‌های سرو نیز یکسان هستند و نهال‌های اول و آخر ردیف مشخص است، تعداد راه‌های کاشتن نهال‌های باقی‌مانده طبق قضیهٔ جایگشت با تکرار برابر است:

$$\frac{8!}{3!\times 5!}=\frac{8\times 7\times 6\times 5!}{6\times 5!}=8\times 7=56$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 58 و 59)

38- **گزینهٔ** «4» (سولماز روشنی)

کل حالاتی که دقیقاً یک مهره آبی انتخاب شده است برابر است با:

$$\binom{3}{1}\times\binom{8}{3}=168$$

و تعداد حالاتی که مهره قرمز نداشته باشیم و دقیقاً یک آبی داشته باشیم برابر است با:

$$\binom{3}{1}\binom{3}{3}=3$$

در نتیجه مطلوب سؤال برابر است با: $168-3=165$

(ریاضی1- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های 133 تا 140)

39- **گزینهٔ** «3» (امیررضا امینی)

ℓ را در ابتدای کلمه قرار داده و عبارت top را داخل بسته‌ای می‌گذاریم که این بسته با 4 حرف باقی‌مانده (o,o,g,y) دارای $5!$ جایگشت است که با توجه به تکراری بودن حرف o داریم: $\text{تعداد جایگشت‌ها}=\frac{5!}{2!}=60$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 58 و 59)

40- **گزینهٔ** «2» (احمدرضا فلاح)

ابتدا ارقام 2و3و4 که با هم $3!=6$ حالت جایگشت دارند را قرار می‌دهیم

از 4 فضای خالی در ○2○3○4○ دو فضای خالی را به $\binom{4}{2}=6$ حالت انتخاب می‌کنیم و 1 و (1و1) به $2!$ حالت در آن در جایگاه قرار می‌گیرند.

$$3!\times\binom{4}{2}\times 2!=72$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 58 و 59)

ایران توشه - توشه‌ای برای موفقیت

هندسه 2

41- **گزینهٔ «3»** (محمد خندان)

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=4+16-2(2)(4)(-\frac{1}{2})=28$$

از طرفی طبق قضیهٔ میانه‌ها داریم:

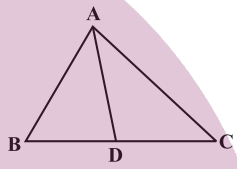
$$b^2+c^2=2m_a^2+\frac{a^2}{2}\Rightarrow 4+16=2m_a^2+14$$

$$\Rightarrow 2m_a^2=6\Rightarrow m_a^2=3\Rightarrow m_a=\sqrt{3}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 66 تا 69)

42- **گزینهٔ «3»** (جواد حاتمی)

با در اختیار داشتن طول دو ضلع مثلث و اندازهٔ زاویهٔ بین این دو ضلع، طول نیمساز داخلی زاویه از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:



$$AD=\frac{2bc\cos\frac{A}{2}}{b+c}=\frac{2\times8\times6\times\cos60^\circ}{8+6}=\frac{2\times48\times\frac{1}{2}}{14}=\frac{48}{14}=\frac{24}{7}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین 5 صفحه‌های 75 و 76)

43- **گزینهٔ «2»** (علی ایمانی)

چون $\hat{A}>90^\circ$ است، پس $\cos A<0$ و داریم:

$$\cos A=-\sqrt{1-\sin^2 A}=-\sqrt{1-(\frac{2\sqrt{2}}{3})^2}=-\sqrt{\frac{1}{9}}=-\frac{1}{3}$$

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

$$=(\sqrt{2}-1)^2+(\sqrt{2}+1)^2-2(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)(-\frac{1}{3})$$

$$=2-2\sqrt{2}+1+2+2\sqrt{2}+1-2(2-1)(-\frac{1}{3})$$

$$=6+\frac{2}{3}=\frac{20}{3}\Rightarrow a=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{15}}{3}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 66 تا 69)

44- **گزینهٔ «2»** (امیرحسین ابومحبوب)

طبق قضیهٔ استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2\times DC+AC^2\times BD=AD^2\times BC+BD\times DC\times BC$$

$$\Rightarrow 49\times6+AC^2\times3=36\times9+3\times6\times9$$

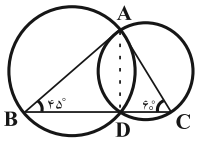
$$\Rightarrow 294+3AC^2=324+162\Rightarrow 3AC^2=192$$

$$\Rightarrow AC^2=64\Rightarrow AC=8$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین 5 صفحهٔ 69)

45- **گزینهٔ «1»** (محمد خندان)

وتر مشترک AD را رسم می‌کنیم. اگر R و R' شعاع‌های دایره‌های کوچک و بزرگ باشند، با توجه به قضیهٔ سینوس‌ها در دو مثلث ABD و ACD داریم:



$$\overset{\Delta}{ABD}:\frac{AD}{\sin45^\circ}=2R\Rightarrow R=\frac{AD}{2\sin45^\circ}=\frac{AD}{\sqrt{2}}$$

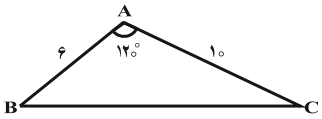
$$\overset{\Delta}{ACD}:\frac{AD}{\sin60^\circ}=2R'\Rightarrow R'=\frac{AD}{2\sin60^\circ}=\frac{AD}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{S}{S'}=\frac{\pi R^2}{\pi R'^2}=(\frac{R}{R'})^2=(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}})^2=\frac{3}{2}=1/5$$

(هندسهٔ 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 62 تا 65)

46- **گزینهٔ «2»** (عادل حسینی)

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:



$$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\times AC\times\cos\hat{A}$$

$$=36+100-2\times6\times10\times(-\frac{1}{2})=196$$

$$\Rightarrow BC=14$$

طبق رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\times AC\times\sin\hat{A}=\frac{1}{2}\times6\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=15\sqrt{3}$$

همچنین محیط مثلث ABC، برابر $2P=6+10+14=30$ است، پس داریم:

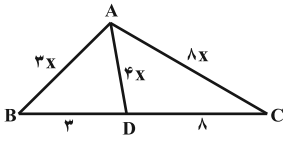
$$r=\frac{S}{P}=\frac{15\sqrt{3}}{15}=\sqrt{3}$$: شعاع دایرهٔ محاطی داخلی

(هندسهٔ 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 66 تا 69، 74 و 75)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

47- **گزینهٔ «4»** (محمد خندان)

با توجه به قضیهٔ نیمسازهای زاویه‌های داخلی داریم:



$$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}=\frac{3}{8}\Rightarrow\begin{cases}AB=3x\\AC=8x\Rightarrow AD=4x\end{cases}$$

طبق رابطهٔ طول نیمساز زاویهٔ داخلی داریم:

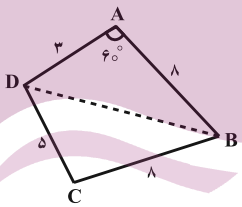
$$AD^2=AB\times AC-BD\times DC\Rightarrow(4x)^2=3x\times8x-3\times8$$

$$\Rightarrow8x^2=24\Rightarrow x^2=3\xrightarrow{x>0}x=\sqrt{3}\Rightarrow AD=4\sqrt{3}$$

(هندسهٔ 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 70 تا 72)

48- **گزینهٔ «1»** (سینا محمدپور)

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABD داریم:



$$BD^2=AB^2+AD^2-2AB\times AD\times\cos\hat{A}$$

$$=64+9-2\times8\times3\times\frac{1}{2}=49\Rightarrow BD=7$$

چهار ضلعی ABCD از دو مثلث ABD و BCD تشکیل شده است، پس مساحت آن برابر مجموع مساحت‌های این دو مثلث است. داریم:

$$S_{ABD}=\frac{1}{2}AB\times AD\times\sin\hat{A}=\frac{1}{2}\times8\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$$

$$P_{BCD}\quad\frac{BC+CD+BD}{2}=\frac{8+5+7}{2}=10$$

$$S_{BCD}=\sqrt{10(10-8)(10-5)(10-7)}=\sqrt{10\times2\times5\times3}=10\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD}=S_{ABD}+S_{BCD}=6\sqrt{3}+10\sqrt{3}=16\sqrt{3}$$

(هندسهٔ 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 73 تا 76)

49- **گزینهٔ «4»** (امیر وفائی)

طبق قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی داریم:

$$\triangle AMB:\ MP\text{ نیمساز است}\Rightarrow\frac{AP}{PB}=\frac{AM}{MB}$$

$$\triangle AMC:\ MQ\text{ نیمساز است}\Rightarrow\frac{AQ}{QC}=\frac{AM}{MC}$$

$$\xrightarrow{MB=MC}\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QC}$$

$$\xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}}PQ\parallel BC\Rightarrow\frac{S_{APQ}}{S_{ABC}}=\left(\frac{AP}{AB}\right)^2=\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{4}{25}\quad(1)$$

از طرفی می‌دانیم اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعدهٔ مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آنها برابر با نسبت اندازهٔ قاعده‌های آنهاست، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{aligned}\frac{S_{AMC}}{S_{ABC}}&=\frac{MC}{BC}=\frac{1}{2}\\\frac{S_{AMQ}}{S_{AMC}}&=\frac{AQ}{AC}=\frac{2}{5}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{S_{AMC}}{S_{ABC}}\times\frac{S_{AMQ}}{S_{AMC}}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}$$

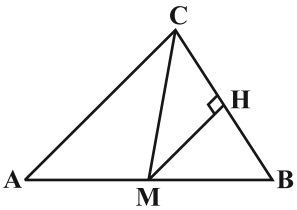
$$\Rightarrow\frac{S_{AMQ}}{S_{ABC}}=\frac{1}{5}\qquad(2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow\frac{\frac{S_{APQ}}{S_{ABC}}}{\frac{S_{AMQ}}{S_{ABC}}}=\frac{\frac{4}{25}}{\frac{1}{5}}\Rightarrow\frac{S_{APQ}}{S_{AMQ}}=\frac{4}{5}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین 1 صفحهٔ 72)

50- **گزینهٔ «3»** (علی ایمانی)

اگر S و P به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث ABC باشد، طبق قضیهٔ هرون داریم:



$$P=\frac{a+b+c}{2}=\frac{3+5+6}{2}=7$$

$$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}=\sqrt{7\times4\times2\times1}=2\sqrt{14}$$

CM میانهٔ نظیر ضلع AB است، پس داریم:

$$S_{BMC}=\frac{1}{2}S_{ABC}=\sqrt{14}$$

$$S_{BMC}=\frac{1}{2}MH\times BC\Rightarrow\sqrt{14}=\frac{1}{2}\times MH\times3$$

$$\Rightarrow MH=\frac{2}{3}\sqrt{14}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 73 و 74)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

آمار و احتمال (اختیاری)

51- **گزینهٔ «2»** (سید محمدرضا حسینی‌فرد)

تعداد اعضای فضای نمونهٔ این آزمایش برابر است با:

$$n(S)=6\times6\times6=216$$

حاصل ضرب اعداد رو شدهٔ سه تاس در صورتی عددی اول است که دو تاس عدد یک و دیگری یکی از سه عدد 2، 3 و 5 باشد. با توجه به اینکه عدد اول موردنظر می‌تواند در یکی از 3 پرتاب رو شود، داریم:

$$\left.\begin{matrix}(1,1,2)\to S^2Ie3\\(1,1,3)\to S^2Ie3\\(1,1,5)\to S^2Ie3\end{matrix}\right\}\Rightarrow n(A)=3\times3=9$$

$$P(A)=\frac{9}{216}=\frac{1}{24}$$

(ریاضی 1- آمار و احتمال: صفحه‌های 46 تا 49)

52- **گزینهٔ «1»** (فرشاد فرامرزی)

احتمال موردنظر برابر است با:

$$P\text{ (سیاه، سفید، سیاه)}+P\text{ (سفید، سیاه، سفید)}$$

$$=\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{5}{7}+\frac{3}{9}\times\frac{6}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{5}{28}+\frac{1}{14}=\frac{7}{28}=\frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های 56 تا 58)

53- **گزینهٔ «3»** (امیرحسین ابومحبوب)

اگر A پیشامد آن باشد که حداقل دو مهره از سه مهرهٔ خارج شده از جعبه همرنگ باشند، آن‌گاه A' (متمم A) پیشامد آن است که رنگ هیچ دو مهره‌ای از سه مهرهٔ خارج شده یکسان نباشد. در این صورت داریم:

$$P(A')=\frac{\binom{3}{1}\binom{4}{1}\binom{5}{1}}{\binom{12}{3}}=\frac{3\times4\times5}{220}=\frac{3}{11}$$

$$P(A)=1-\frac{3}{11}=\frac{8}{11}$$

(ریاضی 1- آمار و احتمال: صفحه‌های 46 تا 49)

54- **گزینهٔ «2»** (افشین خاصه‌خان)

فرض کنید تاس اول سفید و تاس دوم سیاه باشد. اگر پیشامدهای B و A به ترتیب به صورت «مجموع اعداد رو شدهٔ دو تاس کمتر از 6 باشد» و «عدد تاس سفید از عدد تاس سیاه کمتر نباشد» تعریف شوند، آنگاه داریم:

$$B=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(4,1)\}$$

$$A\cap B=\{(1,1),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2),(4,1)\}$$

$$P(A\mid B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های 52 تا 56)

55- **گزینهٔ «4»** (امیرحسین ابومحبوب)

پیشامد آن که مجموع اعداد دو تاس، عددی مربع کامل باشد، شامل حالت‌هایی است که مجموع اعداد دو تاس 4 یا 9 بیاید. اگر این پیشامد را A بنامیم، آنگاه داریم:

$$A=\{(1,3),(2,2),(3,1),(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)\}$$

گزینهٔ «1»: این پیشامد شامل زوج مرتب‌های $(1,3)$ و $(3,1)$ است، پس با پیشامد A ناسازگار نیست.

گزینهٔ «2»: این پیشامد شامل زوج مرتب $(2,2)$ است، پس با پیشامد A ناسازگار نیست.

گزینهٔ «3»: این پیشامد شامل زوج مرتب‌های $(3,6)$ و $(6,3)$ است، پس با پیشامد A ناسازگار نیست.

گزینهٔ «4»: در هیچ کدام از زوج مرتب‌های تشکیل‌دهندهٔ پیشامد A، حاصل‌ضرب دو عدد بزرگ‌تر از 20 نیست، پس اشتراک پیشامد A با پیشامد موردنظر تهی بوده و در نتیجه دو پیشامد ناسازگار هستند.

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های 45 و 46)

56- **گزینهٔ «1»** (ندا صالح‌پور)

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از فضای نمونهٔ $S=\{1,2,3,\ldots,50\}$ باشند که اعضای آن‌ها به ترتیب بر 3 و 7 بخش‌پذیر هستند.

$$P(A)=\frac{\left[\frac{50}{3}\right]}{50}=\frac{16}{50},\quad P(B)=\frac{\left[\frac{50}{7}\right]}{50}=\frac{7}{50}$$

$$P(A\cap B)\quad\frac{\left[\frac{50}{21}\right]}{50}\quad\frac{2}{50}$$

پیشامد آنکه عدد انتخابی فقط بر یکی از دو عدد 3 یا 7 بخش‌پذیر باشد، معادل $(A-B)\cup(B-A)$ است. با توجه به ناسازگار بودن پیشامدهای $(A-B)$ و $(B-A)$ داریم:

$$P\left[(A-B)\cup(B-A)\right]=P(A-B)+P(B-A)$$

ایران توشه — توشه‌ای برای سرفصل‌ها

$$= P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$$

$$=\frac{16}{50}+\frac{7}{50}-\frac{4}{50}=\frac{19}{50}=0/38$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های 44 تا 47)

-57 **گزینهٔ «4»** (مهدی نیک‌زاد)

$$\begin{cases} \text{دو مهره همرنگ} \xrightarrow{\frac{1}{3}} \text{دو مهره سفید} \xrightarrow{} \frac{\binom{4}{1}\binom{2}{1}}{\binom{6}{2}}=\frac{8}{15} \\ \text{دو مهره همرنگ} \xrightarrow{\frac{1}{3}} \text{دو مهره قرمز} \xrightarrow{} \frac{\binom{2}{1}\binom{3}{1}}{\binom{5}{2}}=\frac{6}{10} \\ \text{دو مهره همرنگ} \xrightarrow{\frac{1}{3}} \text{دو مهره آبی} \xrightarrow{} \frac{\binom{5}{1}\binom{1}{1}}{\binom{6}{2}}=\frac{5}{15} \end{cases}$$

اگر پیشامد همرنگ نبودن دو مهره را A و پیشامد خارج شدن از کیسهٔ اول را B بنامیم، داریم:

$$P(A)=\frac{1}{3}\times\frac{8}{15}+\frac{1}{3}\times\frac{6}{10}+\frac{1}{3}\times\frac{5}{15}=\frac{22}{45}$$

$$P(A\cap B)=\frac{1}{3}\times\frac{8}{15}=\frac{8}{45}$$

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{8}{45}}{\frac{22}{45}}=\frac{4}{11}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های 58 تا 64)

-58 **گزینهٔ «3»** (مرتضی فهیم‌علوی)

دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، پس $P(A)=P(A|B)=\frac{1}{4}$ است. از طرفی برای دو پیشامد مستقل A و B، رابطه $P(A\cap B)=P(A)P(B)$ برقرار است، بنابراین داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5}=\frac{1}{4}+P(B)-\frac{1}{4}P(B)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}P(B)=\frac{3}{5}-\frac{1}{4}=\frac{7}{20}\Rightarrow P(B)=\frac{7}{20}\times\frac{4}{3}=\frac{7}{15}$$

(آمار و احتمال ـ احتمال، صفحه‌های 67 تا 69)

-59 **گزینهٔ «4»** (امیرحسین ابومحبوب)

تعداد حالت‌های فضای نمونه برای 4 فرزند، برابر $2^4=16$ است. از طرفی تعداد حالت‌هایی که این خانواده دارای 2 فرزند پسر و 2 فرزند دختر باشد، برابر $\binom{4}{2}=6$ است، بنابراین اگر A پیشامد برابر نبودن تعداد فرزندان پسر و دختر در این خانواده باشد، آنگاه داریم:

$$n(A)=16-6=10$$

اگر B پیشامد یکسان بودن جنسیت دو فرزند اول خانواده باشد، آنگاه داریم:

$$A\cap B=\{N,N,N,N\ ,\ N,N,N,j\ ,\ N,N,j,N\ ,\ j,j,j,j)$$

$$,(j,j,j,N),(j,j,N,j)\}$$

$$P(B|A)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال- احتمال، صفحه‌های 52 تا 56)

-60 **گزینهٔ «3»** (پژمان فرهادیان)

اگر پیشامدهای B_1 و B_2 به‌ترتیب سالم و معیوب بودن لامپ انتخابی از جعبهٔ اول و پیشامد A سالم بودن هر دو لامپ یا معیوب بودن هر دو لامپ انتخابی از جعبهٔ دوم باشد، آنگاه داریم:

$$P(A)=P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{\binom{7}{2}+\binom{3}{2}}{\binom{10}{2}}+\frac{2}{3}\times\frac{\binom{6}{2}+\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}}$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{21+3}{45}+\frac{2}{3}\times\frac{15+6}{45}=\frac{8}{45}+\frac{14}{45}=\frac{22}{45}$$

(آمار و احتمال- احتمال، صفحه‌های 58 تا 60)

ایران توشه — تیزهوشان برای موفقیت

فیزیک 3

61- **گزینهٔ «3»** (مصطفی واثقی)

$$\begin{cases} I \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = (\frac{r_1}{r_2})^2 \\ P = I \times A \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2}{I_1} \times \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow 1 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \frac{4S_1}{S_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_2 = 2\times(10) = 20m$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 78 تا 81)

62- **گزینهٔ «1»** (مسعود قره‌خانی)

$$\beta_2 - \beta_1 = 10\log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow n + 12 - n = 10\log\frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{10} = \log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log\frac{I_2}{I_1} = 4\log 2$$

$$\Rightarrow \log\frac{I_2}{I_1} = \log 2^4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 16$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \Rightarrow 16 = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = 2$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 78 تا 81)

63- **گزینهٔ «3»** (علیرضا گونه)

با استفاده از رابطهٔ $\beta = 10\log\frac{I}{I_0}$ می‌توان نوشت:

$$100 = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^{10} = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-2}\ W/m^2$$

همچنین می‌دانیم که صوت در فضای کروی منتشر می‌شود، بنابراین با توجه به رابطهٔ $I = \frac{P}{A}$ داریم:

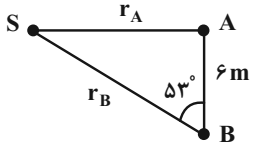
$$10^{-2} = \frac{P}{4\times 3\times(50)^2} \Rightarrow P = 300W$$

بنابراین $(500-300) = 200W$ توان توسط محیط جذب شده است، یعنی $\frac{\Delta P}{P_{\text{منبع}}} = \frac{-200}{500} = -0/4$ یا 40 درصد توان تلف شده است.

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 78 تا 81)

64- **گزینهٔ «3»** (زهره آقامحمدی)

ابتدا فاصلهٔ هر دو ناظر را از چشمهٔ صوت می‌یابیم.



$$\cos 53° = \frac{6}{r_B} \Rightarrow 0/6 = \frac{6}{r_B} \Rightarrow r_B = 10m$$

$$\sin 53° = \frac{r_A}{r_B} \Rightarrow 0/8 = \frac{r_A}{10} \Rightarrow r_A = 8m$$

با توجه به تعریف شدت صوت داریم:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{10}{8}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{25}{16}$$

نادرستی گزینهٔ «1»:

$$\left(\frac{I_A}{I_B} - 1\right)\times 100 = \left(\frac{25}{16} - 1\right)\times 100 = 56/25\%$$

نادرستی گزینهٔ «2»:

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{8}{10}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\left(\frac{I_B}{I_A} - 1\right)\times 100 = \left(\frac{16}{25} - 1\right)\times 100 = -36\%$$

اکنون اختلاف تراز شدت صوت دریافتی توسط دو ناظر را محاسبه می‌کنیم.

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \Delta\beta = 10\log\frac{I_2}{I_1}$$

$$\beta_A - \beta_B = 10\log\left(\frac{I_A}{I_B}\right) = 10\log\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = 20\log\left(\frac{10}{8}\right)$$

$$\Rightarrow \beta_A - \beta_B = 20(\log 10 - \log 2^3) = 20(1 - 3\log 2)$$

$$= 20(1 - 0/9) = 2dB$$

درستی گزینهٔ «3»:

پس می‌توان گفت تراز شدت صوت دریافتی ناظر B، 2dB کمتر از ناظر A است. (نادرستی گزینهٔ «4»)

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 78 تا 81)

65- **گزینهٔ «4»** (سیدعلی میرنوری)

در بررسی اثر دوپلر، اگر ناظر و چشمه طوری حرکت کنند که فاصلهٔ آن‌ها کاهش یابد، ناظر با تعداد جبههٔ موج بیشتری مواجه خواهد شد که این امر منجر به افزایش بسامد صوتی خواهد شد که توسط ناظر دریافت می‌گردد. از طرفی ، اگر ناظر و چشمه طوری حرکت کنند که فاصلهٔ آن‌ها افزایش یابد، ناظر با تعداد جبههٔ موج کمتری مواجه خواهد شد که این امر منجر به کاهش بسامد صوتی خواهد شد که توسط ناظر دریافت می‌گردد.

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 81 تا 83)

ایران توشه
توشه‌ای برای سرفصلیت

66- **گزینهٔ «2»** (حسین مفرومی)

وقتی تپی که در یک طناب افقی کشیده شده در حال انتشار است از انتهای بسته بازتاب می‌کند، آن قسمت از تپ که در جلو قرار دارد، همچنان در بازتاب نیز در جلو خواهد بود و فقط نسب به راستای افقی، تپ معکوس می‌شود. با این توضیحات، شکل گزینهٔ (2) صحیح است.

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحهٔ 90)

67- **گزینهٔ «3»** (پوریا علاقه‌مند)

بررسی تک‌تک گزینه‌ها:

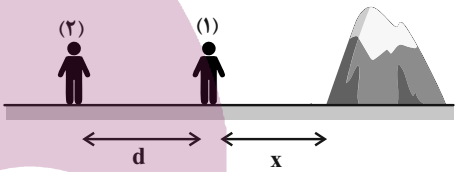
الف) نادرست: اگر تأخیر زمانی کمتر از 0/1 ثانیه باشد، گوش انسان نمی‌تواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تشخیص دهد.

ب)درست

پ) نادرست: بازتاب منظم وقتی رخ می‌دهد که ناهمواری‌های سطحی از طول‌موج به کار رفته کوچک‌تر باشند.

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 90 تا 94)

68- **گزینهٔ «3»** (زهره آقامحمدی)



دانش‌آموز (2) دو صدا می‌شنود. یکی صدایی که مستقیماً به گوش او می‌رسد. در این حالت صوت فاصلهٔ d را می‌پیماید و داریم:

$$v_{R\%A} = \frac{d}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{d}{v_{R\%A}} \quad (1)$$

و دومین صدایی که می‌شنود، پژواک صدای دانش‌آموز (1) از صخره است. در این حالت صوت فاصلهٔ $2x+d$ را می‌پیماید و داریم:

$$v_{R\%A} = \frac{2x+d}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{2x+d}{v_{R\%A}} \quad (2)$$

از (1) و (2) داریم:

$$t_2 - t_1 = \frac{2x+d}{v_{R\%A}} - \frac{d}{v_{R\%A}} = \frac{2x}{v_{R\%A}}$$

$$\xrightarrow[v_{R\%A}=340m/s]{t_2-t_1=0/5s} 0/5 = \frac{2x}{340} \Rightarrow x = 85m$$

مشاهده کردیم که اختلاف زمانی رسیدن دو صدا به دانش‌آموز (2)، به فاصلهٔ بین دو دانش‌آموز از هم بستگی ندارد. بنابراین حرکت دانش‌آموز (2) تاثیری در زمان رسیدن دو صوت به آن ندارد.

در حالت دوم فاصلهٔ x را طوری می‌یابیم که فاصلهٔ دو صدا از هم $0/75s$ شود.

$$0/75 = \frac{2x'}{v_{R\%A}} \Rightarrow x' = 127/5m$$

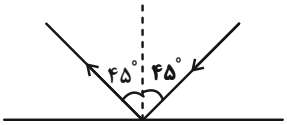
$$x' - x = 127/5 - 85 = 42/5m$$

یعنی دانش‌آموز (1) باید از صخره دور شده و به دانش‌آموز (2) نزدیک شود.

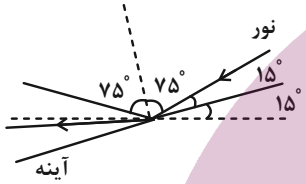
(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 90 تا 93)

69- **گزینهٔ «3»** (پوریا علاقه‌مند)

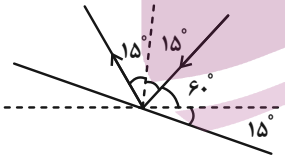
در این حالت زاویهٔ بین تابش و بازتابش 90° است.



اگر آینه را 15° پادساعتگرد و پرتو نور را 15° ساعتگرد دوران دهیم، طبق شکل زاویهٔ بین پرتو تابش و بازتابش 150° خواهد شد



حال اگر آینه را 15°ساعتگرد و پرتو نور را 15° پادساعتگرد دوران دهیم، زاویهٔ بین پرتو تابش و بازتابش در این حالت 30 درجه است.



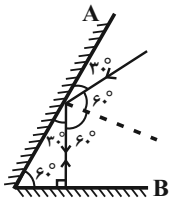
$$\Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = 150^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

بنابراین:

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 90 تا 94)

70- **گزینهٔ «3»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

طبق قانون بازتاب عمومی، زاویهٔ تابش و بازتابش برای همهٔ انواع موج‌ها و از هر سطحی همواره برابرند. بنابراین مطابق شکل زیر داریم:



زاویهٔ بازتابش از سطح آینهٔ تخت A: $\theta_r = 60^0$

زاویهٔ تابش به سطح آینهٔ تخت B: $\theta_i = 0$

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 90 تا 94)

ایران توشه
توشه ای برای آینده

فیزیک 2

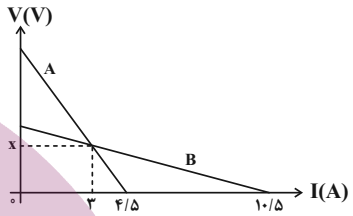
71- **گزینهٔ «3»** (سیدعلی میرنوری)

قاعدهٔ حلقه در مدارهای الکتریکی، بر اساس قانون پایستگی انرژی بیان شده است.

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحهٔ 64)

72- **گزینهٔ «1»** (خسرو ارغوانی‌فرد)

نمودار $V-I$ برای یک مولد، یک خط با شیب منفی است. عرض از مبدأ این خط، نیروی محرکه مولد و اندازه شیب آن، مقاومت درونی مولد را نشان می‌دهد. پس:



$$\left.\begin{matrix} r_B = \dfrac{0-x}{10/5-3} = \dfrac{-x}{7/5} \\ r_A \quad \dfrac{0-x}{4/5-3} \quad \dfrac{-x}{1/5} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{\frac{-x}{1/5}}{\frac{-x}{7/5}} = 5$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 66)

73- **گزینهٔ «2»** (مصطفی کیانی)

افت پتانسیل درون مولد برابر $V = Ir$ است. بنابراین:

$$Ir = \frac{40}{100}\varepsilon \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} \frac{\varepsilon}{R+r}r = \frac{2}{5}\varepsilon$$

$$\Rightarrow r = \frac{2}{3}R \xrightarrow{R=3\Omega} r = 2\Omega$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 66)

74- **گزینهٔ «2»** (فرشید رسولی)

مدار تک‌حلقه است و ابتدا جریان و جهت آن‌را تعیین می‌کنیم:

$$I \quad \frac{\sum\varepsilon - \sum\varepsilon'}{R_{eq}+\sum r} \quad \frac{80+50+20-30}{15+5+10+5+5} = 3A$$ پادساعتگرد

کافی است از نقطهٔ A در جهت جریان به نقطهٔ B برویم که چون B به زمین وصل است، پتانسیل الکتریکی آن صفر می‌باشد.

$$V_A - 10\times 3 - 30 - 5\times 3) = V_B$$

$$\xrightarrow{V_B=0} V_A = 75V$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 66)

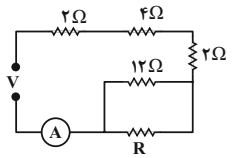
75- **گزینهٔ «3»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

ابتدا کلید k را به نقطهٔ a وصل می‌کنیم و مدار را ساده می‌کنیم.

$$4+2=6\Omega$$

$$\frac{6\times 12}{6+12} = 4\Omega$$

$$2+4=6\Omega$$



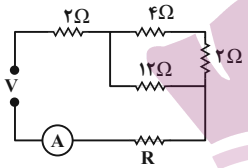
$$R_{eq} = 6+R \Rightarrow I_1 = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R+6}$$

در حالت دوم که کلید k را به نقطهٔ b وصل کنیم. داریم:

$$2+4+2=8\Omega$$

$$R'_{eq} = 8+\frac{12\times R}{12+R}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{V}{8+\frac{12R}{12+R}}$$



در گام آخر، هر دو جریان باید برابر باشند، داریم:

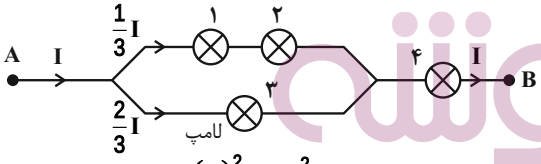
$$I_1 = I_2 \Rightarrow R+6 = 8+\frac{12R}{12+R} \Rightarrow R^2-2R-24=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = 6\Omega \text{ ¡ì¡} \\ R = -4\Omega \text{ ¡ì¡ì¡ù} \end{cases}$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

76- **گزینهٔ «3»** (مسام نادری)

ابتدا باید لامپی را که آسیب‌پذیر است و توان مصرفی آن بیشتر از بقیه است، پیدا کنیم. مقاومت هر لامپ را R فرض کنیم. داریم:



$$P_1 = P_2 = RI_1^2 = R\left(\frac{I}{3}\right)^2 = \frac{RI^2}{9}$$

$$P_3 = RI_2^2 = R\left(\frac{2}{3}I\right)^2 = \frac{4}{9}RI^2$$

$P_4 = RI^2 \rightarrow$ ماکزیمم است.

پس توان 90 وات را به لامپ 4 اختصاص می‌دهیم که آسیب‌پذیر است تا توانش بیشتر از $90W$ نشود و نسوزد. حال توان کل را حساب می‌کنیم:

$$RI^2 = 90W$$

$$P_{\text{کل}} = P_1+P_2+P_3+P_4 = \frac{15}{9}RI^2 = \frac{15}{9}\times 90 = 150W$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

77- **گزینهٔ «2»** (غلامرضا محبی)

هر سه مقاومت 20Ω، R و 10Ω با هم موازی‌اند و ولتاژ دو سر آن‌ها با ولتاژ دو سر باتری یکسان است:

$$V_{\text{موازی}} = \varepsilon - Ir \xrightarrow[I=2A,r=2\Omega]{\varepsilon=12V} V_{\text{موازی}} = 12-2\times2 = 8V$$

جریان عبوری از مقاومت 20Ω و 10Ω به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$I_{20\Omega} = \frac{V}{R} = \frac{8}{20} = 0/4A$$

$$I_{10\Omega} = \frac{V}{R} = \frac{8}{10} = 0/8A$$

$$\Rightarrow I_R = I_{\text{کل}} - (I_{20\Omega} + I_{10\Omega}) = 2-(0/4+0/8) = 0/8A$$

انرژی مصرفی در مقاومت R به کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

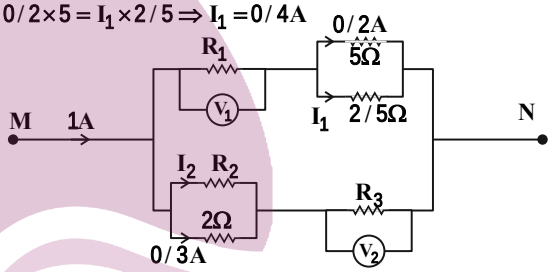
$$U = VIt \xrightarrow[t=60s]{V=8V,I=0/8A} U = 8\times0/8\times60 = 384J$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

78- **گزینهٔ «1»** (شارمان ویسی)

می‌دانیم جریان در گره‌ها تقسیم می‌شود و ولتاژ مقاومت‌های موازی با هم برابر هستند.

$$0/2\times5 = I_1\times2/5 \Rightarrow I_1 = 0/4A$$



یعنی جریان $0/6A$ از مقاومت R_1 عبور کرده و ولت‌سنج عدد $1/4V$ را نشان می‌دهد.

$$V_1 = IR_1 \Rightarrow 1/4 = 0/6R_1 \Rightarrow R_1 = \frac{7}{3}\Omega$$

مقاومت معادل 5Ω و $2/5\Omega$ برابر با $R' = \frac{5\times2/5}{5+2/5} = \frac{5}{3}\Omega$ است، پس مقاومت شاخهٔ بالا برابر با $\frac{7}{3}+\frac{5}{3} = 4\Omega$ است. چون از جریان $1A$، به اندازهٔ $0/6A$ در شاخهٔ بالا رفته است، پس جریان در شاخهٔ پایین $1-0/6 = 0/4A$ خواهد شد.

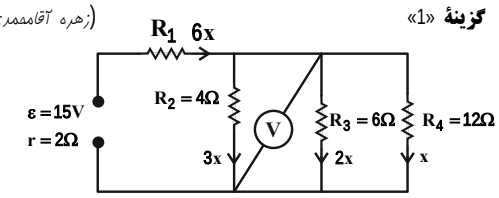
پس جریان $I_2 = 0/1A$ و $0/1R_2 = 0/3\times2 \Rightarrow R_2 = 6\Omega$

می‌شود. مقاومت معادل 2 و 6 اهمی برابر با $R'' = \frac{6\times2}{6+2} = \frac{3}{2}\Omega$ و در مرحله آخر $V_3 = IR_3 \Rightarrow 1/8 = 0/4R_3 \Rightarrow R_3 = 4/5\Omega$ و مقاومت معادل شاخهٔ پایین $1/5+4/5 = 6\Omega$ و در نهایت بالا و پایین با هم موازی هستند.

$$R_{eq} = \frac{6\times4}{6+4} = \frac{12}{5}\Omega$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

79- **گزینهٔ «1»** (زهره آقامحمدی)



مقاومت‌های R_2، R_3 و R_4 موازی‌اند، پس اختلاف پتانسیل یکسانی دارند. در نتیجه اگر جریان عبوری از مقاومت R_4 را x بگیریم، جریان‌های عبوری از مقاومت‌های R_3، R_2 و R_1 به‌ترتیب $2x$ و $3x$ و $6x$ خواهد شد. از طرفی توان مصرفی مقاومت‌های R_1 و R_2 برابر است و خواهیم داشت:

$$P = RI^2 \xrightarrow{P_1=P_2} R_1(6x)^2 = 4\times(3x)^2 \Rightarrow R_1 = 1\Omega$$

با محاسبهٔ مقاومت معادل و جریان عبوری از باتری داریم:

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_{234} = 2\Omega$$

$$R_{eq} = 2+1 = 3\Omega \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{15}{3+2} = 3A$$

$$6x = I \Rightarrow x = 0/5A$$

ولت‌سنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های R_2، R_3 و R_4 را نشان می‌دهد.

$$V_4 = R_4x = 12\times0/5 = 6V$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

80- **گزینهٔ «3»** (غلامرضا محبی)

توان خروجی بیشینهٔ مولد $P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ است و هنگامی‌که مقاومت رئوستا R_1 و R_2 باشد، $P = \frac{1}{2}P_{max}$ می‌شود. به کمک این اطلاعات خواهیم داشت:

$$P = \frac{1}{2}P_{max} \Rightarrow \frac{R\varepsilon^2}{(R+r)^2} = \frac{1}{2}\times\frac{\varepsilon^2}{4r}$$

$$\Rightarrow 8Rr = (R+r)^2 \Rightarrow R^2-6Rr+r^2 = 0$$

ریشه‌های این معادله را به‌دست می‌آوریم:

$$R = \frac{6r\pm\sqrt{32r^2}}{2} = (3\pm2\sqrt{2})r \rightarrow \begin{cases} R_1 = (3-2\sqrt{2})r \\ R_2 = (3+2\sqrt{2})r \end{cases}$$

نسبت اندازهٔ این دو مقاومت برابر است با:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(3+2\sqrt{2})r}{(3-2\sqrt{2})r} \xrightarrow{\sqrt{2}=1/4} \frac{R_2}{R_1} = \frac{3+2/8}{3-2/8} = 29$$

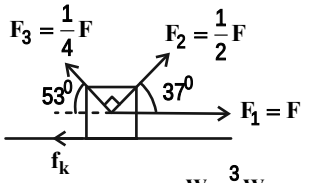
(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

فیزیک 1

-81 **گزینهٔ «1»** (سیدعلی میرنوری)

در جابه‌جایی افقی، چهار نیرو بر روی جسم کار انجام می‌دهند، بنابراین برای تعیین کار کل، باید کار هر یک از آن‌ها را محاسبه کرده و با یکدیگر جمع جبری کنیم. با توجه به شکل داریم:



$$W_t = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_{f_k} \xrightarrow{W_t=\frac{3}{2}W_{F_2}}$$

$$\frac{3}{2}W_{F_2} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_{f_k}$$

$$\Rightarrow W_{F_1} + W_{F_3} + W_{f_k} = \frac{1}{2}W_{F_2}$$

$$\xrightarrow{W=Fd\cos\theta} Fd + \frac{1}{4}Fd\times(\frac{-6}{10}) + W_{f_k} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}Fd\times\frac{8}{10}$$

$$\Rightarrow Fd - \frac{3}{20}Fd + W_{f_k} = \frac{1}{5}Fd \Rightarrow W_{f_k} = -\frac{13}{20}Fd$$

و در آخر داریم:

$$\frac{W_{f_k}}{W_{F_3}} = \frac{-\frac{13}{20}Fd}{-\frac{3}{20}Fd} \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{W_{F_3}} = \frac{13}{3}$$

(فیزیک 1: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 55 تا 60)

-82 **گزینهٔ «1»** (مصطفی کیانی)

چون سرعت گلوله برحسب بردارهای یکه داده شده است، ابتدا اندازهٔ سرعت گلوله را می‌یابیم:

$$\vec{v}_1 = (15\frac{m}{s})\vec{i} + (20\frac{m}{s})\vec{j} \Rightarrow v_1 = \sqrt{15^2+20^2} = \sqrt{625}(\frac{m}{s})^2$$

$$\vec{v}_2 = (6\frac{m}{s})\vec{i} - (8\frac{m}{s})\vec{j} \Rightarrow v_2 = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{100}(\frac{m}{s})^2$$

اکنون با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی، به‌صورت زیر، کار نیروی وزن را می‌یابیم. دقت کنید، کار نیروی مقاومت هوا همواره منفی است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{f_D} + W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

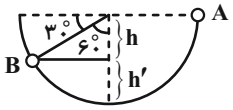
$$\xrightarrow[m=200g=0/2kg]{W_{f_D}=-20/5J} -20/5 + W_{mg} = \frac{1}{2}\times 0/2\times(100-625)$$

$$\Rightarrow -20/5 + W_{mg} = -52/5 \Rightarrow W_{mg} = -32J$$

(فیزیک 1: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 54 تا 64)

-83 **گزینهٔ «3»** (خسرو ارغوانی‌فرد)

کار نیروی جاذبه (کار نیروی وزن) به نیروی اصطکاک بستگی ندارد و برابر mgh می‌باشد که h جابه‌جایی جسم در امتداد قائم می‌باشد.



$$h = R\cos 60^0 = 20\times\frac{1}{2} = 10cm = 0/1m$$

$$W = mgh = 0/4\times 10\times 0/1 = 0/4J$$

(فیزیک 1: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 55 تا 68)

-84 **گزینهٔ «1»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی و در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

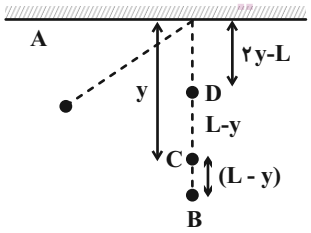
$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow 150 + \frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2}\times 400 \Rightarrow \frac{1}{2}v_0^2 = 50 \Rightarrow v_0 = 10\frac{m}{s}$$

(فیزیک 1: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 68 تا 70)

-85 **گزینهٔ «4»** (سیوان سعیدی)

وقتی گلوله در مسیر دایره‌ای قرار می‌گیرد، کمترین تندی را در نقطهٔ D دارد. با توجه به شکل و در نظر گرفتن مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ B و استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط A و D، داریم:



$$E_A = E_D \Rightarrow U_A + K_A = U_D + K_D$$

$$\Rightarrow mgL + 0 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mg2(L-y)$$

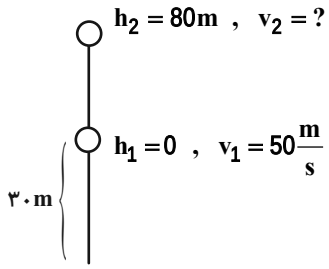
$$\Rightarrow v_D = \sqrt{2g(2y-L)}$$

(فیزیک 1: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 68 تا 70)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

-86 **گزینهٔ «4»** (پوریا علاقه‌مند)

ابتدا تندی گلوله را در ارتفاع 110 متری سطح زمین که می‌شود 80 متری نقطهٔ پرتاب، حساب می‌کنیم. با در نظر گرفتن ارتفاع $30m$ به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times(50)^2 + 10\times(0) = \frac{1}{2}v_2^2 + 10\times 80 \Rightarrow v_2^2 = 900$$

از طرفی انرژی جنبشی برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 1800 = \frac{1}{2}m\times 900 \Rightarrow m = 4kg$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 54 تا 70)

-87 **گزینهٔ «3»** (سعید شرق)

چون اتلاف انرژی داریم، با توجه به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$W_f = E_2 - E_1$$

$$\Rightarrow W_f = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow W_f = \Delta U + \Delta K = mg\Delta h + (K_2 - K_1)$$

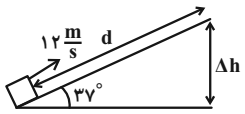
$$\Rightarrow -8/5 = 2\times 10\times(-2/45) + \frac{1}{2}\times(2+2)\times v^2$$

$$\Rightarrow 40/5 = \frac{1}{2}\times 4\times v^2 \Rightarrow v^2 = 20/25 \Rightarrow v = 4/5\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 71 تا 73)

-88 **گزینهٔ «1»** (زهره آقامحمدی)

ابتدا تغییر ارتفاع جسم را محاسبه می‌کنیم:



$$\Delta U = mg\Delta h \xrightarrow[m=\frac{3}{2}kg]{\Delta U=90J}$$

$$90 = \frac{3}{2}\times 10\times \Delta h \Rightarrow \Delta h = 6m$$

اکنون حداکثر جابه‌جایی جسم روی سطح شیبدار را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin 37^0 = \frac{\Delta h}{d} \Rightarrow d = \frac{6}{0/6} = 10m$$

حال با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$W_{f_k} = E_2 - E_1 = \Delta U + \Delta K \xrightarrow[W_{f_k} = -f_k d]{K_2 = 0}$$

$$-f_k d = \Delta U - \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow -f_k\times 10 = 90 - \frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times 144$$

$$\Rightarrow -10f_k = 90 - 108 \Rightarrow f_k = 1/8N$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 71 تا 73)

-89 **گزینهٔ «4»** (فسرو ارغوانی‌فرد)

با استفاده از تعریف بازده، توان خروجی بالابر را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{خروجی} = 0/4\times 40000 = 16000W$$

توان، کار انجام شده در واحد زمان است. بنابراین:

$$P_{خروجی} = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t}$$

$$16000 = \frac{450\times 10\times 20}{t} \Rightarrow t = 5/625s$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 73 تا 76)

-90 **گزینهٔ «2»** (مسعود قهرمانی)

ابتدا توان خروجی را محاسبه کنیم:

$$W = K_2 - K_1 \Rightarrow W = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0 = \frac{1}{2}\times 150\times 6^2 = 2700J$$

$$P_{خروجی} = \frac{W}{t} \Rightarrow P_{خروجی} = \frac{2700}{10} = 270W$$

برای محاسبهٔ بازده داریم:

$$بازده = \frac{توان\ خروجی}{توان\ ورودی}\times 100$$

$$\Rightarrow بازده = \frac{270}{600}\times 100 = 45\%$$

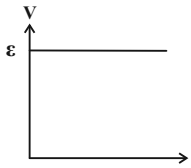
(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 73 تا 76)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

فیزیک 2

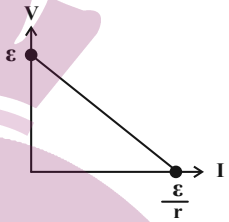
91- **گزینهٔ «2»** (شارمان ویسی)

دقت کنید در صورت سؤال مولد آرمانی را خواسته است یعنی از مقاومت درونی آن صرف‌نظر کنیم.



$V = \varepsilon$

اگر مولد آرمانی نباشد داریم: $V = \varepsilon - Ir$



(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 66)

92- **گزینهٔ «1»** (مسعود قره‌خانی)

ابتدا مقدار r_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_{eq} + r} \Rightarrow 2 = \frac{18-6}{(2+1+2)+(0/5+r_2)} \Rightarrow r_2 = 0/5\Omega$$

باتری (1) به‌صورت ضد محرکه در مدار قرار گرفته است و اندازهٔ اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر است با:

$$V_1 = \varepsilon_1 + Ir_1 = 6 + 2\times 0/5 = 7V$$

باتری (2) به‌صورت محرکه در مدار قرار گرفته است و اندازهٔ اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر است با:

$$V_2 = \varepsilon_2 - Ir_2 = 18 - 2\times 0/5 = 17V$$

بنابراین:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 66)

93- **گزینهٔ «4»** (علیرضا گونه)

جریان عبوری از مدار برابر است با:

$$I \quad \frac{\varepsilon_3 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_1 + R_2 + R_3 + r_3} = \frac{6+14-8}{3+2+2+1} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}A$$

با حرکت از نقطهٔ A تا نقطهٔ B و در جهت جریان خواهیم داشت:

$$V_A + \varepsilon_3 - r_3 I - R_3 I = V_B$$

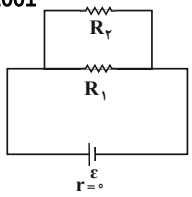
$$\Rightarrow V_A + 6 - 1\times\frac{3}{2} - 2\times\frac{3}{2} = V_B \Rightarrow V_B - V_A = 1/5V$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 66)

94- **گزینهٔ «2»** (بهنام رستمی)

فرض می‌گیریم $R_1 = 1\Omega$ و $R_3 = 1000\Omega$ آنگاه مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{1\times 1000}{1+1000} = \frac{1000}{1001} = 0/99\Omega$$

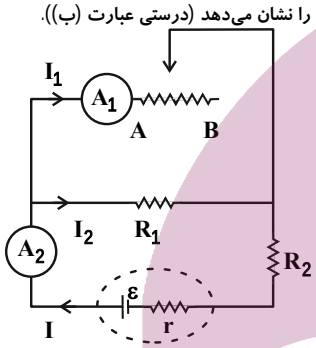


یعنی مقاومت معادل اندکی کوچک‌تر از R_1 است. $R_{eq} < R_1$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 70 تا 77)

95- **گزینهٔ «3»** (حسام نادری)

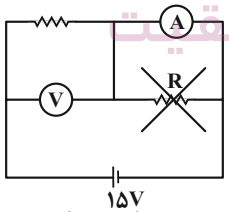
با جابه‌جایی لغزنده از A به B، مقاومت رئوستا بیشتر می‌شود زیرا طول بیشتری از آن در مدار قرار می‌گیرد و در نتیجه مقاومت معادل کل مدار هم افزایش می‌یابد و جریان کل (I) کاهش می‌یابد یعنی آمپرسنج آرمانی (2) جریان کمتری را نشان می‌دهد (درستی عبارت (ب)).



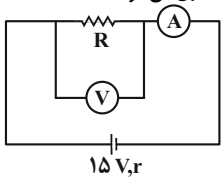
اختلاف پتانسیل دو سر باتری طبق رابطه $V = \varepsilon - rI$ با کاهش I، افزایش می‌یابد (درستی عبارت (ت)). مقاومت R_1 به‌طور موازی متصل است، از آنجایی که ولتاژ دو سر R_1 افزایش یافته، ولتاژ دو سر رئوستا هم افزایش می‌یابد. (نادرستی عبارت (پ)) و جریان عبوری از مقاومت R_1 نیز افزایش خواهد یافت. در نتیجه با توجه به کاهش جریان اصلی مدار، جریان عبوری از آمپرسنج آرمانی (1) نیز کاهش می‌یابد. (درستی عبارت (الف)).

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

96- **گزینهٔ «3»** (سعید شرق)



با توجه به شکل، مقاومت R توسط آمپرسنج آرمانی اتصال کوتاه شده است و مدار به‌صورت زیر ساده‌سازی می‌شود.



ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$$V=\varepsilon-rI$$
$$\Rightarrow 12=15-r\times 1/5\Rightarrow r=2\Omega$$
$$P=rI^2\Rightarrow P=2\times(\frac{3}{2})^2=4/5W$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 70)

97- **گزینهٔ «1»** (غلامرضا محبی)

با توجه به اینکه V ثابت است و به کمک رابطهٔ بین توان مصرفی، ولتاژ و مقاومت الکتریکی داریم:

$$P=\frac{V^2}{R}\xrightarrow{V=SIIY}\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{R_{max}}{R_{min}}$$

بدیهی است که بیش‌ترین مقاومت مدار $R_{max}=2R_1$ و کم‌ترین مقاومت مدار، حالتی است که مقاومت‌ها به‌صورت موازی در مدار قرار می‌گیرند. یعنی:

$$R_{min}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{R_1(2R_2)}{R_1+2R_1}=\frac{2}{3}R_1$$

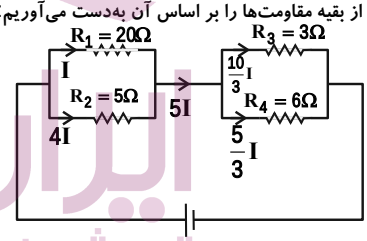
و در نهایت داریم:

$$\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{R_{max}}{R_{min}}=\frac{2R_1}{\frac{2}{3}R_1}=3$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

98- **گزینهٔ «3»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی‌اند و مقاومت‌های R_3 و R_4 نیز با هم موازی‌اند. جریان I را به بزرگ‌ترین مقاومت یعنی R_1 نسبت داده و جریان عبوری از بقیه مقاومت‌ها را بر اساس آن به‌دست می‌آوریم:



$$P_1=R_1I^2=20I^2\ ,\ P_2=5\times 16I^2=80I^2$$
$$P_3=3\times\frac{100}{9}I^2=\frac{100}{3}I^2\ ,\ P_4=6\times\frac{25}{9}I^2=\frac{50}{3}I^2$$

مشخص است که مقاومت R_4 کمترین توان را مصرف می‌کند، داریم:

$$I_4=\frac{V_4}{R_4}=\frac{12}{6}=2A=\frac{5}{3}I\Rightarrow I=\frac{6}{5}A$$

آنگاه داریم:

$$I_T=5I=5\times\frac{6}{5}=6A$$

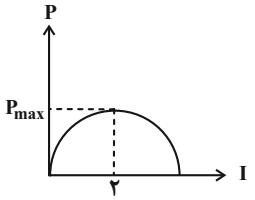
(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

99- **گزینهٔ «2»** (پوریا علاقه‌منز)

وقتی $r=R$ باشد، جریانی که بیشترین توان خروجی را تولید می‌کند از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{2r}$ به‌دست می‌آید.

$$I=\frac{\varepsilon}{2r}\Rightarrow 2=\frac{\varepsilon}{2\times 2}\Rightarrow\varepsilon=8V$$

نمودار $P-I$ به صورت زیر است:



حال جریان را برای $R=1\Omega$ و $R=3\Omega$ حساب می‌کنیم.

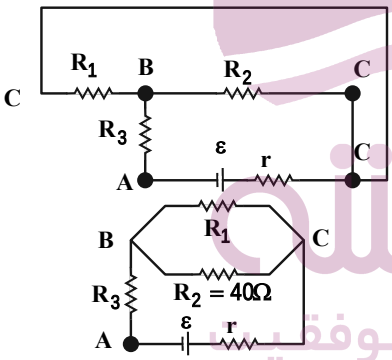
$$I_1=\frac{8}{1+2}=\frac{8}{3}A$$
$$I_2=\frac{8}{2+3}=1/6A$$

واضح است که توان مصرفی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

100- **گزینهٔ «4»** (محمدعلی راست‌پیمان)

می‌توانیم با حروف‌گذاری شکل مدار را تغییر دهیم. بنابراین مدار به شکل زیر در می‌آید.



چون توان مصرفی دو مقاومت موازی R_1 و R_2 برابرند، پس $R_1=R_2=40\Omega$ است و بنابراین جریان در R_3، دو برابر جریان در R_1 است.

$$P_3=P_2$$
$$\Rightarrow R_3I^2=40\left(\frac{I}{2}\right)^2\Rightarrow R_3=10\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3=\frac{40\times 40}{40+40}+10=30\Omega$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

شیمی ۳

۱۰۱- گزینهٔ «۲» (پیمان خوابوی‌مهر)

در ترکیب‌های یونی نیروهای جاذبهٔ میان یون‌های ناهمنام بر نیروهای دافعهٔ بین یون‌های همنام غالب است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۰۲- گزینهٔ «۳» (امیر حاتمیان)

موارد «الف»، «ب» و «پ» نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست – گسترهٔ دمایی مایع بودن:

$$\underset{\text{ترکیب یونی}}{NaCl} > \underset{\text{ترکیب مولکولی قطبی}}{HF} > \underset{\text{ترکیب مولکولی ناقطبی}}{N_2}$$

ب) نادرست – نسبت اندازهٔ بار به شعاع، همان چگالی بار می‌باشد:

هرچه اندازهٔ بار ↑ و شعاع یونی ↓ ← چگالی بار ↑

چگالی بار: $Ca^{2+} > Li^{+} > Cl^{-}$

پ) نادرست:

$MgO > CaO > CaCl_2$

مقایسه |بار|آنیون: $O^{2-} > Cl^{-}$

مقایسهٔ نقطه ذوب: $\Rightarrow Ca^{2+}O^{2-} > Ca^{2+}Cl^{-}$

مقایسهٔ شعاع یونی: $Mg^{2+} < Ca^{2+}$

مقایسهٔ نقطهٔ ذوب: $\Rightarrow Mg^{2+}O^{2-} > Ca^{2+}O^{2-}$

ت) درست: مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکه:

$$\underset{\text{|بار}:Al^{3+}>Mg^{2+}\ \text{شعاع}:K^{+}>Mg^{2+}}{Al_2O_3} > MgF_2 > \underset{\text{|بار}:O^{2-}>F^{-}\ \text{شعاع}:O^{2-}>F^{-}}{K_2O}$$

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۸۱)

۱۰۳- گزینهٔ «۳» (پیمان خوابوی‌مهر)

فقط عبارت اول درست است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

* در الگوی دریای الکترونی، الکترون‌های ظرفیت دخالت دارند. مثلاً در عناصر واسطه دوره چهارم الکترون‌های زیرلایهٔ 4s و 3d دخالت دارند.

* از الگوی دریای الکترونی برای توجیه ویژگی‌های شیمیایی فلز استفاده نمی‌شود.

* الگوی دریای الکترونی برای مواد یونی کاربرد ندارد.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۱۰۴- گزینهٔ «۴» (امیر حاتمیان)

سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم‌ها، دریایی از الکترون را در میان کاتیون‌ها ساخته‌اند.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳ و ۸۷)

۱۰۵- گزینهٔ «۱» (امیر حاتمیان)

$$۲۰۰mgV \times \frac{1gV}{1000mgV} \times \frac{1molV}{51gV} \times \frac{nmole^-}{1molV} \times \frac{96390C}{1mole^-} = 1134C$$

$$n = \frac{1134 \times 5 \times 51}{96390} = 3 \quad V \rightarrow V^{3+} + 3e^-$$

در نتیجه محلول حاصل سبز رنگ است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحهٔ ۸۴)

۱۰۶- گزینهٔ «۳» (پیمان خوابوی‌مهر)

A نیکل و B تیتانیم است. $(_{22}Ti, _{28}Ni)$

عبارت‌های (ب) و (پ) صحیح هستند.

نیکل در دورهٔ ۴ و گروه ۱۰ قرار دارد. (نادرستی عبارت آ)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

چگالی فلز $_{22}Ti$ از چگالی فولاد کمتر است. (نادرستی عبارت ت)

(شیمی 3- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های 85 و 86)

107- **گزینهٔ «3»** (پیمان فوادوی‌مهر)

مقایسه‌های صورت گرفته در موارد دوم، سوم و پنجم صحیح است.

علت نادرستی موارد دیگر:

مورد اول: در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد. پس مقایسه: $_{11}Na > _{17}Cl > _{9}F$ برای شعاع اتمی صحیح است.

مورد چهارم: نسبت بار به شعاع S^{2-} بزرگ‌تر از K^{+} است. پس مقایسه صحیح به صورت: $_{16}S^{2-} > _{19}K^{+} > _{17}Cl^{-}$ است.

(شیمی 3- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های 77 تا 79 و 87)

108- **گزینهٔ «3»** (محمدرضا پورجاوید)

عبارت‌های سوم و چهارم نادرست هستند.

تعیین جرم اتم‌ها با دقت زیاد توسط طیف‌سنجی جرمی انجام‌پذیر است و طیف‌سنجی فروسرخ در این رابطه قابل استفاده نیست.

از طرفی ترکیب‌های با فرمول مولکولی یکسان ممکن است با یکدیگر ایزومر بوده و دارای گروه‌های عاملی متفاوتی باشند (به عنوان مثال الکل‌ها و اترهای هم کربن با تعداد گروه‌های عاملی یکسان). در این صورت در طیف‌سنجی فروسرخ گسترهٔ متفاوتی از پرتوها را جذب خواهند کرد.

(شیمی 3- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های 93 و 94)

109- **گزینهٔ «1»** (امیرحسین مسلمی)

در آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودرو C_xH_y نیز وجود دارد که اکسیژن ندارد.

(شیمی 3- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های 90 تا 92)

110- **گزینهٔ «1»** (امیرحسین مسلمی)

طبق نمودار صفحهٔ 80 کتاب شیمی 3، مقایسهٔ مقدار آنتالپی فروپاشی شبکه بلور سه ترکیب موردنظر به صورت: $LiCl > KF > NaCl$ است.

نادرستی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «2»: شبکه بلور برای توصیف آرایش منظم در حالت جامد به کار می‌رود.

گزینهٔ «3»: فروپاشی شبکه بلور، گرماگیر است.

گزینهٔ «4»: در واکنش مذکور، روی اکسایش و وانادیم (III) کاهش می‌یابد و محلول آبی رنگ نمی‌تواند تولید شود.

(شیمی 3- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های 77 تا 80 و 84)

شیمی 2

111- **گزینهٔ «4»** (پیمان فوادوی‌مهر)

$$Q_{JA} = Q_{\cdot\frac{1}{4}T\hat{A}p\ ,\ \ddot{U}\gg n}$$

$$250\times 4/2\times 55 = 250\times 2\times(\theta_2 - 25)$$

$$\theta_2 - 25 = 115/5 \Rightarrow \theta_2 = 140/5^{\circ}C$$

$$T_2 = 140/5 + 273 = 413/5K$$

(شیمی 2- صفحه‌های 53 تا 58)

112- **گزینهٔ «4»** (امیرحسین طیبی)

فرض می‌کنیم در این مخلوط m گرم آب و $(60-m)$ گرم اتانول وجود دارد.

$$Q_{\acute{o}\frac{1}{4}\pm h\P} = Q_{\acute{}\hat{A}\pm\hat{A}\P\frac{1}{4}\hat{A}}$$

$$(m_{H_2O}\times c_{H_2O} + m_{C_2H_5OH}\times c_{C_2H_5OH})\times \Delta\theta_{\acute{o}\frac{1}{4}\pm h\P}$$

$$= m_{Al}\times c_{Al}\times \Delta\theta_{Al}$$

$$(m\times 4/2 + (60-m)\times 2/4)\times 19 = 15\times 0/9\times 228$$

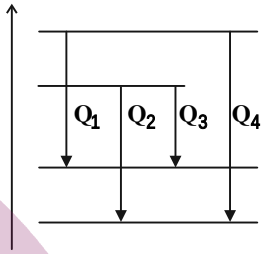
ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$$\Rightarrow m = 10g \Rightarrow \begin{cases} 10g & \text{JA} \\ 50g & \text{IIH} \end{cases}$$

$$\text{IIH} \hat{A}\P o] \; kA\eta j = \frac{\text{IIH}\; {}^3o]}{6\frac{1}{2}h\P\; {}^3o]} \times 100 = \frac{50}{60} \times 100 \simeq \%83$$

(شیمی 2- صفحه‌های 56 تا 58)

113- **گزینهٔ «4»** (حمید زیبی)



نکته: آنتالپی تبخیر $H_2O(l)$ از $C_2H_6(l)$ بیشتر است؛ در نتیجه اختلاف محتوای انرژی $H_2O(l)$ با $H_2O(g)$ بیشتر از اختلاف محتوای انرژی $C_2H_6(g)$ با $C_2H_6(l)$ است.

$$Q_2 > Q_1$$

(شیمی 2- صفحه‌های 62 و 71)

114- **گزینهٔ «3»** (پیمان فوادیوی‌مهر)

عبارت‌های «ب» و «پ» صحیح هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

* واکنش ترمیت که به صورت $2Al + Fe_2O_3 \rightarrow Al_2O_3 + 2Fe$ انجام می‌شود، گرماده است اما واکنش داده شده در عبارت (آ) عکس این واکنش است و گرماگیر محسوب می‌شود. واکنش اکسایش گلوکز گرماده است.

* ضریب استوکیومتری O_2 و CO_2 در این واکنش برابر 6 است و حجم مواد گازی بدون تغییر خواهد بود.

(شیمی 2- صفحه‌های 60 تا 64)

115- **گزینهٔ «1»** (پیمان فوادیوی‌مهر)

$$5g\,H_2 \times \frac{1mol\,H_2}{2g\,H_2} \times \frac{436kJ}{1mol\,H_2} = 1090kJ$$

$$1090kJ \times \frac{1mol\,C_6H_{12}O_6}{2808kJ} \times \frac{180g\,C_6H_{12}O_6}{1mol\,C_6H_{12}O_6} \simeq 70g\,C_6H_{12}O_6$$

(شیمی 2- صفحه‌های 62 تا 67)

116- **گزینهٔ «4»** (روزبه رضوانی)

پیوند کربن – اکسیژن در کربن مونوکسید، کربن دی‌اکسید، 2-هپتانون و دی‌متیل اتر به ترتیب $(C \equiv O)$ ، $(C = O)$ و $(C = O)$ و $(C - O)$ است.

با کاهش شمار مرتبهٔ پیوندهای بین دو اتم مشخص، آنتالپی پیوند نیز کاهش می‌یابد.

(شیمی 2- صفحه‌های 65، 66 و 69)

117- **گزینهٔ «3»** (پیمان فوادیوی‌مهر)

ترکیب داده شده یک کتون سیرنشده است و قادر به واکنش با برم هم می‌باشد.

تشریح گزینه‌های نادرست:

فرمول مولکولی این ترکیب $C_{15}H_{20}O$ است که تعداد کل اتم‌ها در نفتالن $(C_{10}H_8)$ با تعداد اتم‌های هیدروژن این ترکیب برابر نیست.

فرمول سیکلوهگزان C_6H_{12} است.

جرم مولی این ترکیب $216g.mol^{-1}$ است و در حدود 83 درصد جرمی آن را کربن تشکیل می‌دهد.

(شیمی 2- صفحهٔ 69)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

118- **گزینهٔ «3»** (حمید زیبی)

عبارت اول درست است. در ترکیب‌های (I) و (II)، 3 اتم کربن به هیچ هیدروژنی متصل نیستند.

عبارت دوم نادرست است.

$$\left.\begin{matrix}\text{I Kétone}: C_{10}H_{14}O = 150\,g.mol^{-1}\\ \text{II Kétone}: C_{13}H_{20}O = 192\,g.mol^{-1}\end{matrix}\right\} \text{Aldéhyde} = 42\,g.mol^{-1}$$

$$\text{Alcène}\ C_3H_4 = 40\,g.mol^{-1}$$

عبارت سوم درست است. ترکیب II دارای 37 پیوند اشتراکی و ترکیب (I) دارای 28 پیوند اشتراکی است.

عبارت چهارم درست است.

$$C_{13}H_{20}O + \frac{35}{2}O_2 \rightarrow 13CO_2 + 10H_2O$$

(شیمی 2- صفحه‌های 68 تا 70)

119- **گزینهٔ «3»** (حمید زیبی)

عبارت اول نادرست است. اندازه آنتالپی سوختن اتان از اتانول بیشتر است.

عبارت دوم نادرست است. در آلکن‌ها، با افزایش جرم مولی، ارزش سوختی کاهش می‌یابد.

عبارت سوم درست است.

عبارت چهارم نادرست است. اندازهٔ آنتالپی سوختن متان از متانول بیشتر است.

(شیمی 2- صفحه‌های 70 و 71)

120- **گزینهٔ «4»** (پیمان فوادیوی‌مهر)

گرمای سوختن یک گرم پروپان $= \frac{2200}{44} = 50\,kJ.g^{-1}$

آنتالپی سوختن متان $= 17/8 \times 50 = 890\,kJ.mol^{-1}$

$\Rightarrow -890\,kJ.mol^{-1}$

حال گرمای لازم برای گرم کردن مایع را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = 100 \times 3 \times 20 = 6000J = 6kJ$$

حال داریم:

$$6kJ \times \frac{1mol\,CH_4}{890kJ} \times \frac{16g\,CH_4}{1mol\,CH_4} \simeq 0/108g\,CH_4$$

(شیمی 2- صفحه‌های 56 تا 58 و 71 و 72)

شیمی 1

121- **گزینهٔ «3»** (محمدرضا پورجاوید)

نام SO_2، MgO و CrS به‌ترتیب گوگرد دی‌اکسید، منیزیم اکسید و کروم (II) سولفید است.

(شیمی 1- صفحه‌های 53 تا 55)

122- **گزینهٔ «1»** (امیرحسین طیبی)

NH_2Cl: $H-\ddot{N}(-Cl:)-H$ $\quad \frac{n.e}{p.e} = \frac{4}{3} \simeq 1/33$

گوگردتری‌اکسید $(SO_3) \Rightarrow$ $:\ddot{O}-\overset{\overset{:O:}{\|}}{S}-\ddot{O}:$ $\quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{4}{8} = 0/5$

$CH_2Cl_2 \Rightarrow$ $H-\overset{\overset{H}{|}}{\underset{\underset{:\ddot{Cl}:}{|}}{C}}-\ddot{Cl}:$ $\quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{4}{6} \simeq 0/67$

کربن مونوکسید $(CO) \Rightarrow :C \equiv O:$ $\quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{3}{2} = 1/5$

اکسیژن دی‌فلوئورید $(OF_2) \Rightarrow :\ddot{F}-\ddot{O}-\ddot{F}:$ $\quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{2}{8} = 0/25$

دی‌نیتروژن مونوکسید $(N_2O) \Rightarrow :N \equiv N-\ddot{O}:$ $\quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{4}{4} = 1$

$HCN \Rightarrow H-C \equiv N:$ $\quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{4}{1} = 4$

(شیمی 1- صفحه‌های 54 تا 56)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

123- **گزینهٔ «4»** (امیر حاتمیان)

$$1)\ 2C_8H_{18}+25O_2\rightarrow 16CO_2+18H_2O$$
$$\Rightarrow \frac{\text{تعداد مولکول آب}}{\text{تعداد مولکول اکسیژن}}=\frac{27}{34}$$

$$2)\ 4KNO_3\rightarrow 2K_2O+2N_2+5O_2\Rightarrow \frac{\text{تعداد مولکول آب}}{\text{تعداد مولکول اکسیژن}}=\frac{4}{9}$$

$$3)\ (NH_4)_2Cr_2O_7\rightarrow Cr_2O_3+4H_2O+N_2$$
$$\Rightarrow \frac{\text{تعداد مولکول آب}}{\text{تعداد مولکول اکسیژن}}=\frac{1}{6}$$

$$4)\ 2Al+6HBr\rightarrow 2AlBr_3+3H_2\Rightarrow \frac{\text{تعداد مولکول آب}}{\text{تعداد مولکول اکسیژن}}=\frac{8}{5}$$

(شیمی 1- صفحه‌های 61 تا 64)

124- **گزینهٔ «1»** (حمید زیبی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «1»: در برخی واکنش‌ها، با اینکه شمار اتم‌ها در دو طرف معادله برابر است ولی واکنش موازنه شده نیست. مانند: $N_2+H_2\rightarrow NH_3$

گزینهٔ «2»:

$$C_5H_8O_2+2NaH+2HCl\rightarrow C_5H_{12}O_2+2NaCl$$

گزینهٔ «3»: در واکنش موازنه شده، الزامی به برابر بودن مولکول‌ها در دو طرف معادله نیست.

$$\underbrace{N_2+3H_2}_{\text{واکنش‌دهنده}}\rightarrow\underbrace{2NH_3}_{\text{فراورده}}$$

گزینهٔ «4»: در واکنش موازنه شده، مجموع جرم مواد واکنش‌دهنده با مجموع جرم مواد فراورده برابر است.

(شیمی 1- صفحه‌های 61 تا 64)

125- **گزینهٔ «4»** (یاسر راش)

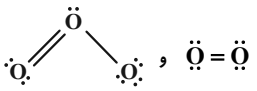
همهٔ عبارت‌ها درست هستند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت اول: عمدهٔ اکسیژن موجود در هواکره، به صورت O_2 (دگرشکل پایدارتر آن) است.

عبارت دوم: O_3 دارای مولکول‌های خمیده است و از آن در صنعت برای گندزدایی میوه‌ها استفاده می‌شود.

عبارت سوم:



$$\Rightarrow \frac{\text{تعداد پیوند اشتراکی}}{\text{تعداد جفت الکترون ناپیوندی}}=\frac{6}{3}=\frac{4}{2}=2$$

عبارت چهارم: اگر جرم هرکدام را برابر x گرم در نظر بگیریم:

$$\left.\begin{matrix} xgO_2\rightarrow molO_2=\frac{x}{32}\\ xgO_3\rightarrow molO_3=\frac{x}{48}\end{matrix}\right\}\Rightarrow \frac{molO_2}{molO_3}=\frac{\frac{x}{32}}{\frac{x}{48}}=1/5$$

(شیمی 1- صفحه‌های 73 و 74)

126- **گزینهٔ «2»** (یاسر راش)

هابر واکنش میان گازهای هیدروژن و نیتروژن را بارها در دماها و فشارهای گوناگون انجام داد تا بتواند شرایط بهینهٔ آن را پیدا کند. سرانجام دریافت که اگر مخلوط این گازها از روی یک ورقهٔ آهنی (کاتالیزگر) در دما و فشار مناسب عبور داده شود، با انجام واکنش، مقدار قابل توجهی آمونیاک تولید می‌شود؛ اما همهٔ واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل نخواهد شد.

بررسی گزینهٔ «4»:

$$N_2(g)+3H_2(g)\rightarrow 2NH_3(g)$$
$$4mol\,Gas\sim 2mol\,NH_3$$

$$?LNH_3(g)=8/96LGas\times\frac{1mol\,Gas}{22/4L\,Gas}\times\frac{2mol\,NH_3}{4mol\,Gas}$$
$$\times\frac{22/4L\,NH_3(g)}{1mol\,NH_3}=4/48L\,NH_3$$

(شیمی 1- صفحه‌های 78 تا 82)

127- **گزینهٔ «1»** (یاسر راش)

در مولکول‌ها داریم:

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

(مجموع الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی) = (مجموع الکترون‌های ظرفیتی)

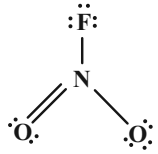
X ...{ ·Iši} $+3(6)+1(1)=5(2)+7(2)$

$\Rightarrow X=24-19=5 \Rightarrow$ X از دورهٔ دوم و گروه 15 است. $\Rightarrow X={}_7N$

$2(Y$ ...{ ·Iši}$)+1(6)=2(2)+8(2)=20$

$\Rightarrow Y=\frac{20-6}{2}=7 \Rightarrow$ Y از دورهٔ دوم و گروه 17 است.

$\Rightarrow Y={}_9F$

$XO_2Y=NO_2F \Rightarrow$ 

$\Rightarrow$ نسبت مورد نظر $=\frac{8}{4}=2$

(شیمی 1- صفحه‌های 55 و 56)

-128 **گزینهٔ «4»** (محمدرضا پورجاوید)

از آنجا که دما و فشار همهٔ نمونه‌های گازی یکسان است، می‌توان گفت حجم آن‌ها با تعداد مول‌شان رابطهٔ مستقیم دارد. به این ترتیب با تعیین تعداد مول گازها، می‌توان حجم آن‌ها را نیز با یکدیگر مقایسه کرد:

$N_2O_4: 3/01\times10^{22}$ ...{§¾¶ $\times\frac{1mol}{6/02\times10^{23}}$ ...{§¾¶ $=0/05mol$

$Ar: 30g\times\frac{1mol}{40g}=0/75mol$

$CO: 7g\times\frac{1mol}{28g}=0/25mol$

$C_2H_6: 0/9mol$

(شیمی 1- صفحه‌های 77 تا 79)

-129 **گزینهٔ «1»** (روزبه رضوانی)

$CO_2=0/125, Ar=0/2, O_2=0/25, N_2=0/25$

$\Rightarrow$ ...{¶ $=0/825$

$CO=1-0/825=0/175 \rightarrow$ ...{CO $=0/175\times100=$ ...{17/5

با فرض به اینکه مخلوط اولیه 100 لیتر باشد:

$25LO_2, 25LN_2, 20LAr, 12/5LCO_2$ $17/5LCO$

$2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2$

$17/5L$ $8/75L$ ...{ýo~¶ $17/5$ ...{kÂ¶

باقی‌مانده $O_2=25-8/75=16/25L$

در مخلوط جدید $CO_2=12/5+17/5=30L$

$\%CO_2:\frac{30}{16/25+25+20+30}\times100\simeq\%33$

(شیمی 1- صفحه‌های 77 تا 81)

-130 **گزینهٔ «1»** (پیمان خوابوی‌میر)

فرض می‌کنیم a گرم CH_4 و $(12-a)$ گرم O_2 داریم. مخلوط آن‌ها 11/2 لیتر حجم دارد. (یعنی 0/5 مول)

$\frac{a}{16}+\frac{12-a}{32}=0/5 \Rightarrow a=4$

پس $4g$ متان و $8g$ اکسیژن در مخلوط داریم:

CH_4 ...{]kÂ¶ $=\frac{4}{12}\times100\simeq\%33/3$

(شیمی 1- صفحه‌های 79 تا 81)

شیمی 2 (اختیاری)

-131 **گزینهٔ «2»** (محمد وزیری)

چون دمای هر دو ظرف برابر است، میانگین تندی (انرژی جنبشی) و ظرفیت گرمایی ویژهٔ مولکول‌های هر دو ظرف برابر است و چون جرم ظرف B بیشتر از A است، انرژی گرمایی آن بیشتر است.

توجه شود، انرژی گرمایی، به مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازندهٔ یک ماده گفته می‌شود. اما دما معیاری برای مقایسهٔ میانگین انرژی جنبشی یا میانگین

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

تندی ذره‌های سازندهٔ یک ماده گفته می‌شود. دو ماده می‌توانند میانگین انرژی جنبشی یکسانی داشته باشند اما مجموع انرژی جنبشی آن‌ها با هم متفاوت باشد.

(شیمی 2، صفحه‌های 54 تا 56)

132- **گزینهٔ «2»** (محمد کوهستانیان)

رابطهٔ میان جرم، حجم و چگالی به‌صورت زیر است:

$$d=\frac{m(g)}{V(cm^3)}$$

بنابراین، می‌توان در رابطهٔ گرمای مبادله شده به جای m از حاصل‌ضرب $d.V$ استفاده نمود.

گرمای مبادله شده برحسب ژول برابر است با:

$$Q=mc\Delta\theta=dVc\Delta\theta=7/8\times21\times0/45\times10=737/1J$$

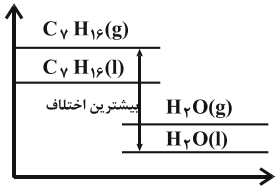
حال برای تبدیل آن به کالری داریم:

$$737/1J\times\frac{1cal}{4/2J}=175/5cal$$

(شیمی 2، صفحه‌های 56 تا 58)

133- **گزینهٔ «2»** (سیرمحمد معروفی)

در یک واکنش، هرچه اختلاف سطح انرژی واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها بیشتر باشد، انرژی مبادله شده بیشتر خواهد بود. با توجه به اینکه واکنش سوختن گرمادهٔ است و از طرفی سطح انرژی ماده در حالت فیزیکی گاز بیشتر از مایع است، داریم:



بنابراین واکنش «2» بیشترین انرژی آزاد شده را دارد.

(شیمی 2، صفحه‌های 58 تا 62)

134- **گزینهٔ «2»** (محمدحسن محمدزاده‌مقدم)

بررسی گزینه‌ها:

1) فرایند گوارش و سوخت و ساز شیر در بدن گرماده است.

2) فرایند هم‌دما شدن بستنی با بدن گرماگیر بوده، اما فرایند سوخت و ساز آن گرماده است.

3) میانگین انرژی جنبشی ذره‌ها وابسته به دما است. در دمای ثابت، میانگین انرژی جنبشی ذره‌ها به میزان قابل توجهی تغییر نمی‌کند.

4) واکنش اکسایش گلوکز در بدن گرماده بوده اما فرایند فتوسنتز گرماگیر است.

(شیمی 2، صفحه‌های 54 تا 56 و 58 تا 61)

135- **گزینهٔ «1»** (جعفر رحیمی)

ابتدا انرژی آزاد شده از سوختن 50 گرم شکلات را محاسبه می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}\text{RlhkÅÀ¼Ílo}^{\circ}:50\times\frac{5}{100}=2/5g\\ \text{Âlloa}:50\times\frac{10}{100}=5g\\ \text{¸ÃFl»o0}:50\times\frac{5}{100}=2/5g\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{ÂTi¼w Áro¾l}}$$

$$\left.\begin{array}{l}2/5g\times17\frac{kJ}{g}=42/5kJ\\ 5g\times38\frac{kJ}{g}=190kJ\\ 2/5g\times17\frac{kJ}{g}=42/5kJ\end{array}\right\}42/5+190+42/5=275kJ$$

اکنون میزان انرژی که صرف بالا رفتن دمای 500 گرم آب به اندازهٔ $20^{\circ}C$ می‌شود، را محاسبه می‌کنیم:

$$Q=mc\Delta\theta=500\times4/2\times20=42000J=42kJ$$

درصد گرمای حاصل از سوختن شکلات که صرف افزایش دمای آب شده است، برابر است با:

$$\text{درصدگرمای مورد نظر}=\frac{42}{275}\times100\simeq\%15/27$$

(شیمی 2، صفحه‌های 56 تا 58، 70 و 71)

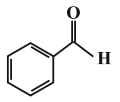
ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

136- **گزینهٔ «3»** (ممدرحسن ممدرزاده‌مقدم)

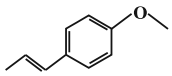
عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) ترکیب آلی موجود در بادام بنزآلدهید نام دارد و ساختار آن به صورت زیر است.



ت) فرمول ساختاری ترکیب آلی موجود در رازیانه به‌صورت زیر بوده و گروه عاملی اتری دارد.



(شیمی 2، صفحه‌های 68 و 69)

137- **گزینهٔ «2»** (سیرممد معروفی)

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها}]$$

$$\Delta H = \Delta H(H-H) + \Delta H(Cl-Cl) - 2\Delta H(H-Cl)$$

$$\Delta H = 436 + 242 - (2\times 431) = -184\,kJ.mol^{-1}$$

زمانی که یک گرم H_2 در فرایند به‌طور کامل مصرف شود، خواهیم داشت:

$$1g H_2 \times \frac{1mol\ H_2}{2g\ H_2} \times \frac{-184kJ}{1mol\ H_2} = -92kJ$$

(شیمی 2، صفحه‌های 65 تا 68)

138- **گزینهٔ «1»** (سالار ملکی)

گرمای حاصل از سوختن یک گرم از هر یک از هیدروکربن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

1) $$1g\,C_2H_6 \times \frac{1mol}{30g} \times \frac{-1560kJ}{1mol} = -52kJ$$

2) $$1g\,C_3H_6 \times \frac{1mol}{42g} \times \frac{-2058kJ}{1mol} = -49kJ$$

3) $$1g\,C_2H_4 \times \frac{1mol}{28g} \times \frac{-1410kJ}{1mol} \simeq -50/35kJ$$

4) $$1g\,C_2H_2 \times \frac{1mol}{26g} \times \frac{-1300kJ}{1mol} = -50kJ$$

(شیمی 2، صفحه‌های 70 و 71)

139- **گزینهٔ «3»** (مبینا شرافتی‌پور)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در دورهٔ دوم گازهای دو اتمی N_2، O_2 و F_2 وجود دارند. پیوند بین اتم‌های F یگانه، پیوند بین اتم‌های O دوگانه و پیوند بین اتم‌های N سه‌گانه است. بنابراین ترتیب آنتالپی پیوند به‌صورت زیر است:

آنتالپی پیوند : $N \equiv N > O = O > F - F$

ب) گرافیت پایدارتر از الماس است و علامت ΔH در تبدیل گرافیت به الماس مثبت است.

پ) واکنش: سوختن متان گرماده است، نه عکس آن!

(شیمی 2، صفحه‌های 62 و 64 تا 67)

140- **گزینهٔ «2»** (ممدرحسن ممدرزاده‌مقدم)

اگر آنتالپی پیوند $H-H$ را برابر x و آنتالپی پیوند $N-N$ را برابر y در نظر بگیریم داریم:

واکنش دوم:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها}]$$

$$-92 = [946 + 3x] - [6\times 391]$$

$$\Rightarrow x = 436\,kJ.mol^{-1}$$

واکنش اول:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها}]$$

$$\Rightarrow +91 = [946 + 2(436)] - [y + 4(391)]$$

$$y = 163\,kJ.mol^{-1}$$

(شیمی 2، صفحه‌های 62، 65 تا 68)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

حسابان 2 - اختیاری

141- **گزینهٔ «1»** (محمدمهدی وزیری)

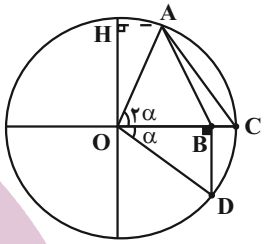
$$\sin(x-y)=\sin x\cos y-\cos x\sin y=\frac{5}{6}-\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin(x-y)=\frac{1}{2}=\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\Rightarrow x-y=\frac{\pi}{6}$$

(حسابان 1- مثلثات: صفحه‌های 110 تا 112)

142- **گزینهٔ «1»** (سعید تن‌آرا)

می‌دانیم $OB=\cos\alpha$ و لذا $BC=1-\cos\alpha$. ارتفاع مثلث ABC برابر OH است که از رابطهٔ $OH=\sin 2\alpha$ به‌دست می‌آید.



بنابراین:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}BC\times OH=\frac{1}{2}(1-\cos\alpha)\sin 2\alpha$$

$$S_{OBD}=\frac{1}{2}OB\times BD=\frac{1}{2}\cos\alpha\sin\alpha$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{OBD}}=\frac{(1-\cos\alpha)\sin 2\alpha}{\cos\alpha\sin\alpha}=\frac{(1-\cos\alpha)2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}$$

$$=2(1-\cos\alpha)=4\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

(حسابان 1- مثلثات: صفحه‌های 110 تا 112)

143- **گزینهٔ «3»** (سجاد داوطلب)

برای حل سؤال از فرمول مثلثاتی $\tan x+\cot x=\frac{2}{\sin 2x}$ استفاده می‌کنیم:

$$A=\frac{\cos 2x}{\tan x+\cot x}=\frac{\cos 2x}{\frac{2}{\sin 2x}}=\frac{\sin 2x\times\cos 2x}{2}=\frac{1}{4}\sin 4x$$

حال به ازای $x=\frac{\pi}{32}$ خواهیم داشت:

$$A=\frac{1}{4}\sin(4\times\frac{\pi}{32})=\frac{1}{4}\sin\frac{\pi}{8}$$

حال برای محاسبهٔ مقدار $\sin\frac{\pi}{8}$ از فرمول مثلثاتی $\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$ استفاده می‌کنیم:

$$\sin^2\frac{\pi}{8}=\frac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{2}=\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \sin\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

توجه شود که چون $\frac{\pi}{8}$ کمانی در ناحیهٔ اول است، پس $\sin\frac{\pi}{8}$ مثبت است

به همین دلیل جذر مثبت عدد $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ محاسبه شده است.

A $\frac{1}{4}\sin\frac{\pi}{8}$ $\frac{1}{4}\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{8}$

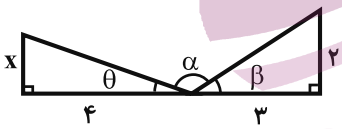
(حسابان 1- مثلثات: صفحه‌های 110 تا 112)

144- **گزینهٔ «1»** (ناظم اجلالی)

$$\alpha+\beta+\theta=180^0\Rightarrow\alpha=180^0-(\beta+\theta)$$

$$\tan\alpha=\tan(180^0-(\beta+\theta))\Rightarrow\tan\alpha=-\tan(\beta+\theta)$$

$$-\frac{4}{3}=-\frac{\tan\beta+\tan\theta}{1-\tan\beta\tan\theta}$$



از طرف دیگر با توجه به شکل $\tan\theta=\frac{x}{4}$ و $\tan\beta=\frac{2}{3}$ است.

$$\Rightarrow -\frac{4}{3}=-\frac{\frac{2}{3}+\frac{x}{4}}{1-(\frac{2}{3})(\frac{x}{4})}\Rightarrow\frac{4}{3}=\frac{8+3x}{12-2x}\Rightarrow x=\frac{24}{17}$$

(حسابان 2- مثلثات: صفحهٔ 42)

145- **گزینهٔ «1»** (سامان سلامیان)

روش اول: با تغییر متغیر $\sin x=t$ داریم:

$$4t^3+7t=11$$

می‌بینیم $t=1$ تساوی را برقرار می‌کند. از طرفی چون $4t^3$ و $7t$ دو تابع اکیداً صعودی‌اند، جمع آنها نیز اکیداً صعودی است، پس خط افقی $y=11$ آن را فقط در همان $t=1$ قطع می‌کند و معادله ریشه دیگری ندارد. پس داریم:

$$t=\sin x=1$$

که تنها یک نقطه روی دایره مثلثاتی را نشان می‌دهد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

روش دوم: $t=1$ ریشهٔ معادله $4t^3+7t-11=0$ است. بنابراین $(t-1)$ در تجزیه آن عبارت وجود دارد. یعنی:

$$4t^3+7t-11=(t-1)(4t^2+4t+11)=0$$

عبارت $4t^2+4t+11$ همواره مثبت است و ریشه ندارد $(\Delta<0)$.

بنابراین تنها ریشهٔ معادله همان $t=1$ است.

(حسابان 2- مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44)

146- **گزینهٔ «1»** (سروش موئینی)

$$\sin 3x=-\cos 2x=\sin\left(\frac{3\pi}{2}+2x\right)$$

$$\xrightarrow{\text{ÃvÀ½ºÌÂ¶ìn Â±¨ J¼¼]}}\begin{cases}3x=2k\pi+\frac{3\pi}{2}+2x\\3x=2k\pi+\pi-\left(\frac{3\pi}{2}+2x\right)\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=2k\pi+\frac{3\pi}{2}\\5x=2k\pi-\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=\frac{2k\pi}{5}-\frac{\pi}{10}=\frac{(4k-1)\pi}{10}\end{cases}$$

با توجه به جواب‌های بدست آمده، بیش‌ترین جواب مورد نظر به‌ازای $k=2$، برابر $\frac{7\pi}{10}$ است.

(حسابان 2- مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44)

147- **گزینهٔ «4»** (میلاد سپاری لاریجانی)

$$\cos 2x+1=\cot x\Rightarrow 2\cos^2 x-1+1=\cot x$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x=\frac{\cos x}{\sin x}\Rightarrow 2\cos^2 x\sin x=\cos x$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x\sin x-\cos x=0$$

$$\Rightarrow \cos x(2\sin x\cos x-1)=0\Rightarrow \cos x(\sin 2x-1)=0$$

$$\cos x=0\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{2}\xrightarrow{x\in[0,2\pi]}x=\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}$$

$$\sin 2x=1\Rightarrow 2x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{4}\xrightarrow{x\in[0,2\pi]}x=\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}$$

هیچ‌کدام، ریشهٔ مخرج $\cot x$ نمی‌باشند. پس همه قابل قبول هستند.

$$\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{4}+\frac{5\pi}{4}=2\pi+\frac{3\pi}{2}=\frac{7\pi}{2}$$

(حسابان 2- مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44)

148- **گزینهٔ «3»** (سروش موئینی)

اگر به‌جای $\sin^2 x$ بنویسیم $1-\cos^2 x$ داریم:

$$2\sin^2 x-\cos x-1=2(1-\cos^2 x)-\cos x-1$$

$$=-2\cos^2 x-\cos x+2-1=0$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x+\cos x-1=0\longrightarrow \cos x=-1 \text{ یا } \frac{1}{2}$$

در فاصلهٔ $(0,2\pi)$، $\cos x$ دو بار به $\frac{1}{2}$ و یک بار به -1 می‌رسد، در نتیجه 3 جواب داریم.

(حسابان 2- مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44)

149- **گزینهٔ «3»** (سروش موئینی)

$$(1+\cos x)(1+\cos 2x)=2\cos^2\frac{x}{2}2\cos^2 x=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos^2\frac{x}{2}\cos^2 x=\frac{1}{16}$$

$$\xrightarrow[\text{شرط: }\sin^2\frac{x}{2}\neq 0]{\times\sin^2\frac{x}{2}}\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2}\cos^2 x=\frac{1}{16}\sin^2\frac{x}{2}$$

$$(\frac{1}{2}\sin x)^2\cos^2 x=\frac{1}{4}\sin^2 x\cos^2 x=\frac{1}{16}\sin^2\frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow(\frac{1}{2}\sin 2x)^2=\frac{1}{4}\sin^2\frac{x}{2}\Rightarrow\sin^2 2x=\sin^2\frac{x}{2}$$

پس $2x=k\pi\pm\frac{x}{2}$ و در نتیجه:

$$\begin{cases}\frac{3}{2}x=k\pi\Rightarrow x=\frac{2k\pi}{3}\\\frac{5}{2}x=k\pi\Rightarrow x=\frac{2k\pi}{5}\end{cases}$$

پس در فاصله $(0,2\pi)$ جواب‌های $\frac{8\pi}{5},\frac{6\pi}{5},\frac{4\pi}{5},\frac{2\pi}{5},\frac{4\pi}{3},\frac{2\pi}{3}$ را داریم.

جمع جواب‌ها می‌شود: 6π

(حسابان 2- مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44)

150- **گزینهٔ «4»** (سعید جعفری کافی آباد)

$$\tan 4x=\cot\left(\frac{\pi}{3}+4x\right)=\tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}-4x\right)$$

$$\Rightarrow\tan 4x=\tan\left(\frac{\pi}{6}-4x\right)$$

$$\Rightarrow 4x=k\pi+\frac{\pi}{6}-4x\Rightarrow 8x=k\pi+\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x=\frac{k\pi}{8}+\frac{\pi}{48}$$

(حسابان 2- مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

هندسه ۳ – اختیاری

۱۵۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$AB=\begin{bmatrix}۱ & -۲ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۲\\ ۱\\ ۳\end{bmatrix}=[۵]\Rightarrow |AB|=۵$$

$$BA=\begin{bmatrix}-۲\\ ۱\\ ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & -۲ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲ & ۴ & -۶\\ ۱ & -۲ & ۳\\ ۳ & -۶ & ۹\end{bmatrix}$$

برای محاسبهٔ دترمینان ماتریس BA، اگر از (-۲) در سطر اول فاکتور بگیریم، آنگاه سطرهای اول و دوم کاملاً یکسان هستند و در نتیجه دترمینان این ماتریس برابر صفر است. در نتیجه داریم:

$$|BA|-|AB|=۰-۵=-۵$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، مشابه تمرین ۱ صفحهٔ ۳۰)

۱۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(رضا عباسی‌اصل)*

$$|A|=۲\times۲-۱\times۳=۱$$

$$|۴A^۳|=۴^۲|A|^۳=۱۶\times۱=۱۶$$

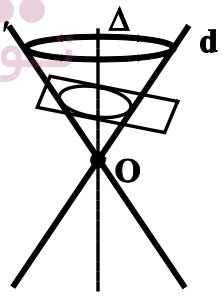
$$\left|\frac{۱}{۸}A|۴A^۳|\right|=\left|\frac{۱}{۸}A\times۱۶\right|=|۲A|=۲^۲|A|=۲^۲\times۱=۴$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۵۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمد هجری)*

با ثابت نگه داشتن خط Δ و دوران خط D حول Δ، یک رویهٔ مخروطی به‌دست می‌آید. (این رویهٔ مخروطی از هر دو طرف نامحدود است)

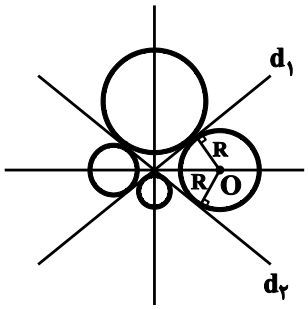
اگر صفحهٔ P فقط یکی از دو نیمهٔ مخروط را قطع کند و بر محور Δ عمود نباشد و با مولد d نیز موازی نباشد، بیضی پدید می‌آید.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۱۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

مطابق شکل اگر O مرکز دایره‌ای باشد، که بر دو خط $d_۲$ و $d_۱$ مماس باشد، فاصلهٔ O از خطوط $d_۱$ و $d_۲$ یکسان است، پس O روی نیمساز زاویهٔ بین خط قرار دارد که می‌دانیم نیمسازهای زوایای بین دو خط متقاطع، دو خط عمود برهم است.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

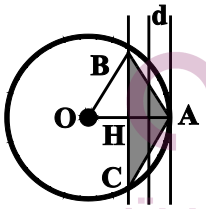
نقاطی از صفحه که به فاصلهٔ یک واحد از خط d قرار دارند، روی دو خط موازی با d در دو طرف آن قرار دارند، پس یکی از این خط‌ها بر دایره مماس است و مطابق شکل داریم:

$$OA=۵\ ,\ AH=۲\Rightarrow OH=۳$$

$$\overset{\Delta}{OHB}:BH=\sqrt{OB^۲-OH^۲}=۴$$

$$\Rightarrow BC=۲BH=۸$$

$$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{AH.BC}{۲}=۸$$



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

می‌دانیم اگر درایه‌های هر سطر یا ستون یک ماتریس مربعی را در عددی ضرب کنیم، دترمینان آن ماتریس نیز در همان عدد ضرب می‌شود. سطر اول در ۱، سطر دوم در ۲ و سطر سوم در ۳ ضرب می‌شود و دترمینان نهایی برابر $۳\times۲|A|=۶|A|$ می‌گردد. پس کافی است دترمینان ماتریس A را محاسبه کرده و سپس آن را در ۶ ضرب کنیم. با استفاده از دستور ساروس داریم:

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & -2 & -1\\ 3 & 0 & -4\\ 2 & 1 & -3\end{vmatrix}=(0+16-3)-(0-4+18)=-1$$

$$\Rightarrow 6|A|=-6$$

چون دترمینان یک ماتریس قطری برابر حاصل‌ضرب درایه‌های روی قطر اصلی است، بنابراین گزینهٔ «۴» جواب این سؤال خواهد بود.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۵۷- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا دترمینان داده شده را برحسب سطر اول بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix}x & 1 & x\\ x & x & 1\\ 1 & x & x\end{vmatrix}=0\Rightarrow x(x^2-x)-1(x^2-1)+x(x^2-x)=0$$

$$\Rightarrow x^2(x-1)-(x-1)(x+1)+x^2(x-1)=0$$

$$\Rightarrow (x-1)\left[x^2-x-1+x^2\right]=0\Rightarrow (x-1)(2x^2-x-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases}x-1=0\Rightarrow x=1\\ 2x^2-x-1=0\Rightarrow \begin{cases}x=1\\ x=-\frac{1}{2}\end{cases}\end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۵۸- **گزینهٔ «۳»** (عباس اسدی‌امیرآبادی)

طبق دستور ساروس برای محاسبهٔ دترمینان ماتریس‌های 3×3 داریم:

$$\begin{vmatrix}3 & 2 & 4\\ k & 1 & -2\\ 0 & 1 & -1\end{vmatrix}=0\Rightarrow(-3+0+4k)-(0-6-2k)=0\Rightarrow 6k+3=0$$

$$\begin{vmatrix}3 & 2 & 4\\ k & 1+a & -2+b\\ 0 & 1 & -1\end{vmatrix}=0$$

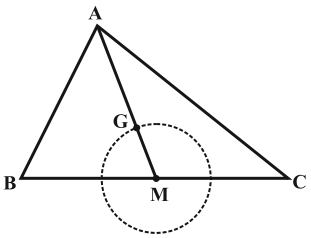
$$\Rightarrow\left[-3(1+a)+0+4k\right]-\left[0+3(-2+b)-2k\right]=0$$

$$\Rightarrow(-3-3a+4k)-(-6+3b-2k)=0$$

$$\Rightarrow \underbrace{6k+3}_{0}-3(a+b)=0\Rightarrow -3(a+b)=0\Rightarrow a+b=0$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۵۹- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)



فرض کنید مثلث ABC رسم شده و G نقطهٔ همرسی میانه‌های این مثلث باشد. می‌دانیم میانه‌های یک مثلث یکدیگر را به‌نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین $GM=\frac{1}{3}AM$ است و با توجه به ثابت بودن طول میانهٔ AM، طول پاره‌خط GM نیز ثابت است. از طرفی با توجه به ثابت بودن ضلع BC، نقطهٔ M وسط ضلع BC نیز ثابت است. بنابراین مکان هندسی نقطهٔ همرسی میانه‌های مثلث ABC، روی دایره‌ای به مرکز M و به شعاع $\frac{1}{3}AM$ قرار دارد. (به جز نقاط برخورد این دایره با ضلع BC یا امتداد آن).

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۶۰- **گزینهٔ «۱»** (محمد هجری)

دترمینان ماتریس A را محاسبه می‌کنیم:

$$|A|=(|A|+1)(|A|-1)-(2|A|-1)(|A|-2)$$

$$\Rightarrow(|A|)^2-4|A|+3=0$$

$$\Rightarrow(|A|-1)(|A|-3)=0\Rightarrow\begin{cases}|A|=1\\ |A|=3\end{cases}$$

$$|A|=1\Rightarrow A=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$$ (قابل قبول نیست چون یکی از درایه‌ها منفی است)

$$|A|=3\Rightarrow A=\begin{bmatrix}4 & 1\\ 5 & 2\end{bmatrix}$$

حال ماتریس مجهولات را به‌دست می‌آوریم:

$$X=A^{-1}B=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}2 & -1\\ -5 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ -2\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}4\\ -13\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{4}{3}\\ -\frac{13}{3}\end{bmatrix}$$

$$x+y=\frac{4}{3}-\frac{13}{3}=-\frac{9}{3}=-3$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۳ تا ۳۱)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

ریاضیات گسسته - اختیاری

161- **گزینهٔ «2»** (نیلوفر مهدوی)

شرط لازم و کافی برای آن‌که معادله سیالهٔ $ax+by=c$ جواب داشته باشد آن است که $(a,b)|c$، یعنی $(a,b)|42$ و $(a,b)\nmid 28$.

پس اعدادی را باید از مقسوم علیه‌های 42 انتخاب کنیم که مقسوم علیه 28 نباشند، در نتیجه داریم: $(a,b)=3$ یا 6 یا 21 یا 42

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های 26 و 27)

162- **گزینهٔ «1»** (بهراد حاتمی)

$$7x+9y=59 \Rightarrow 9y\overset{7}{\equiv}59 \Rightarrow 2y\overset{7}{\equiv}3\overset{7}{\equiv}10$$

$$\xrightarrow[(2,7)=1]{\div 2} y\overset{7}{\equiv}5 \Rightarrow y=7k+5 \quad (k\in\mathbb{Z})$$

$$7x+9(7k+5)=59 \Rightarrow 7x=-63k+14 \Rightarrow x=-9k+2$$

$$\left.\begin{array}{l} y>0 \Rightarrow 7k+5>0 \Rightarrow k>-\frac{5}{7} \\ x>0 \Rightarrow -9k+2>0 \Rightarrow k<\frac{2}{9} \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{5}{7}<k<\frac{2}{9} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k=0$$

بنابراین معادلهٔ سیاله فقط یک دسته جواب طبیعی دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های 26 تا 29)

163- **گزینهٔ «4»** (محمد هجری)

اگر تعداد سؤالات 7 امتیازی را با x و تعداد سؤالات 12 امتیازی را با y نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$7x+12y=175 \Rightarrow 7x\overset{12}{\equiv}175 \xrightarrow[(7,12)=1]{\div 7} x\overset{12}{\equiv}25\overset{12}{\equiv}25-2\times 12\overset{12}{\equiv}1$$

$$\Rightarrow x=12k+1 \qquad (k\in\mathbb{Z})$$

$$7(12k+1)+12y=175 \Rightarrow 12y=-84k+168$$

$$\xrightarrow{\div 12} y=-7k+14$$

تعداد سؤالات پاسخ داده شده عددی حسابی است، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0 \Rightarrow 12k+1\geq 0 \Rightarrow k\geq -\frac{1}{12} \\ y\geq 0 \Rightarrow -7k+14\geq 0 \Rightarrow k\leq 2 \end{array}\right\} \Rightarrow 0\leq k\leq 2$$

بنابراین امتیاز 175 به 3 طریق قابل دست‌یابی بوده است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد، صفحه‌های 26 تا 29)

164- **گزینهٔ «2»** (مهدی وقوعی)

$$(3a+2)x+(2a-3)y=39$$

$$\xrightarrow{\text{شرط وجود جواب در } \mathbb{Z}} (3a+2,2a-3)|39$$

فرض: $d=(3a+2,2a-3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} d|3a+2 \xrightarrow{\times 2} d|6a+4 \\ d|2a-3 \xrightarrow{\times(-3)} d|-6a+9 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع}} d|13 \Rightarrow d=1 \text{ یا } 13$$

چون $13|39$ و $1|39$، پس با توجه به شرط وجود جواب در $\mathbb{Z}$، این معادله در $\mathbb{Z}$ همواره دارای جواب است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد، صفحه‌های 9 تا 14 و 26)

165- **گزینهٔ «3»** (امیرحسین ابومحبوب)

به گرافی که برای یال‌های آن جهت تعیین شده باشد، گراف جهت‌دار می‌گوییم. در این حالت برای نمایش اینکه جهت یال از سمت کدام رأس به سمت کدام رأس است، یال‌ها را با زوج مرتب نمایش می‌دهیم که عضو اول هر زوج مرتب، رأس ابتدا و عضو دوم، رأس انتها است. بنابراین مجموعهٔ یال‌های گراف G به صورت زیر است.

$$E(G)=\{(a,b),(a,d),(c,b),(c,d),(d,a)\}$$

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی، صفحهٔ 34)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

166- **گزینهٔ «1»** (مبشره ضرابیه)

$N_G[x]$ همسایگی بستهٔ رأس x است، بنابراین شامل رأس x می‌باشد، یعنی x باید به مجموعهٔ $\{a,b,c,d\}$ تعلق داشته باشد. ولی با توجه به نمودار گراف، تمام رئوس a، b، c و d با رأس e مجاور هستند و مجموعهٔ همسایگی بستهٔ آنها لزوماً شامل رأس e نیز خواهد بود، پس به ازای هیچ رأس x، همسایگی بستهٔ این رأس برابر $\{a,b,c,d\}$ نیست.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی، صفحهٔ 36)

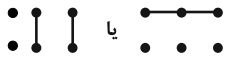
167- **گزینهٔ «4»** (مبشره ضرابیه)

حالت‌های ممکن برای چنین گرافی عبارت‌اند از:

$1)\ p=12\ ,\ q=1$

مطابق شکل، تنها یک گراف با این مشخصات قابل رسم است.

$2)\ p=6\ ,\ q=2$



مطابق شکل، دو گراف با این مشخصات قابل رسم است.

$3)\ p=4, q=3$

مطابق شکل، سه گراف با این مشخصات قابل رسم است.

بنابراین در مجموع 6 گراف وجود دارد که حاصل ضرب مرتبه و اندازهٔ آنها برابر 12 باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی، صفحه‌های 32 تا 36)

168- **گزینهٔ «1»** (علیرضا شریف‌فطیبی)

به گرافی که درجهٔ تمامی رئوس آن برابر باشد، گراف منتظم گفته می‌شود. در هر گراف r− منتظم، رابطهٔ $rp=2q$ برقرار است. (r همان درجهٔ هر راس است)

داریم:

$$rp=2q\rightarrow rp=2\times16$$
$$\rightarrow rp=32=1\times32=2\times16=4\times8$$

با توجه به آن‌که $r<p$ است، تنها دو مقدار زوج 2 و 4 برای r وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی، صفحهٔ 35)

169- **گزینهٔ «2»** (مرتضی فهیم علوی)

رأس تنها به رأسی گفته می‌شود که درجهٔ آن صفر باشد، یعنی هیچ یالی به آن متصل نباشد. با توجه به این تعریف، گرافی از مرتبهٔ 8 نمی‌تواند 7 رأس تنها داشته باشد، چون در این صورت رأس دیگر گراف نیز لزوماً از درجهٔ صفر خواهد بود، یعنی گراف تهی بوده و دارای 8 رأس تنها است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحهٔ 35)

170- **گزینهٔ «4»** (علی ایمانی)

فرض کنید رأس x با رأس 1 مجاور باشد. در این صورت داریم:

$$1+x\overset{3}{\equiv}0\Rightarrow x\overset{3}{\equiv}-1\overset{3}{\equiv}2\xrightarrow{x\in V}x=2,5,8$$

از طرفی مجموعهٔ همسایگی بستهٔ هر رأس، شامل خود آن رأس نیز می‌شود، بنابراین داریم:

$$N_G[1]=\{1,2,5,8\}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحهٔ 36)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

فیزیک 3 - اختیاری

171- **گزینهٔ «4»** (غلامرضا محبی)

در مسیر مستقیم در صورتی‌که نیروی خالصی در خلاف جهت سرعت جسم به جسم اعمال شود، حرکت جسم شتاب‌دار کندشونده خواهد بود.

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 34)

172- **گزینهٔ «3»** (بهادر کامران)

وقتی کامیون ترمز می‌کند، وزنهٔ آونگ به سبب تمایل به حفظ حرکت اولیهٔ خود، به سمت جلو منحرف می‌شود. این پدیده با قانون اول نیوتون قابل توجیه است.

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 32)

173- **گزینهٔ «1»** (غلامرضا محبی)

برای یافتن نیروی خالص، ابتدا a را از روی معادلهٔ حرکت می‌یابیم. سپس در رابطهٔ $F_{net}=ma$ قرار می‌دهیم. داریم:

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \\ x=2t^2-4t+b \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a=2 \Rightarrow a=4\frac{m}{s^2}$$

اندازهٔ نیروی خالص برابر است با:

$$F_{net}=ma=5\times4=20N$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 32 تا 34)

174- **گزینهٔ «2»** (غلامرضا محبی)

چون جسم در حال تعادل است، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. اگر برایند چند نیرو صفر باشد و یکی از آن‌ها حذف شود، اندازهٔ نیروی خالص برابر با اندازهٔ همان نیروی حذف شده است. بنابراین داریم:

$$F_{net}=ma=m\frac{|\Delta v|}{\Delta t} \xrightarrow[m=5kg,\Delta t=2s]{F_{net}=25N} 5\times\frac{|\Delta v|}{2}=25$$

$$\Rightarrow |\Delta v|=10\frac{m}{s}$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 32 تا 34)

175- **گزینهٔ «1»** (غلامرضا محبی)

سوی مثبت محور را به‌طرف بالا می‌گیریم و با توجه به ثابت بودن شتاب داریم:

$$\Delta y=-\frac{1}{2}at^2 \xrightarrow[t=10s]{\Delta y=-100m} -100=\frac{1}{2}a(10)^2 \Rightarrow a=-2\frac{m}{s^2}$$

از طرف دیگر بر جسم دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود بنابراین داریم:

$$F_{net}=ma \Rightarrow f_D-mg=ma \Rightarrow f_D-100=10\times(-2)$$

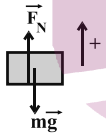
$$\Rightarrow f_D=80N$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 36 و 37)

176- **گزینهٔ «2»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

اگر جهت حرکت رو به بالا را مثبت فرض کنیم، شتاب حرکت آسانسور در طی مدت $5s$ برابر است با:

$$v=at+v_0 \Rightarrow 0=a\times5+10 \Rightarrow a=-2\frac{m}{s^2}$$



با نوشتن قانون دوم نیوتون برای حرکت جسم داخل آسانسور، داریم:

$$F_{net}=ma \Rightarrow F_N-mg=ma$$

$$\Rightarrow F_N-10\times10=10\times(-2) \Rightarrow F_N=80N$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 39)

177- **گزینهٔ «2»** (بابک اسلامی)

جسم روی سطح افقی ابتدا ساکن است. با اعمال نیروی افقی $\vec{F}$ و افزایش اندازهٔ آن، جسم همچنان ساکن می‌ماند و اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم برابر با اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ خواهد بود. زمانی که اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم به بیشینهٔ مقدار خود می‌رسد، با کمی افزایش نیروی $\vec{F}$، جسم شروع به حرکت می‌کند و اصطکاک وارد بر جسم به نوع جنبشی تبدیل خواهد شد و اندازهٔ آن ثابت می‌شود. بنابراین مطابق نمودار، بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی برابر با $14N$ و اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم برابر با $10N$ است. داریم:

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$f_{s,max} = 14N \Rightarrow \mu_s F_N = 14N$

$f_k = 10N \Rightarrow \mu_k F_N = 10N$

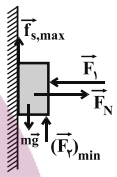
$$\Rightarrow \frac{f_k}{f_{s,max}} = \frac{\mu_k F_N}{\mu_s F_N} = \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{10}{14} \Rightarrow \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{5}{7}$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 37 تا 43)

178- **گزینهٔ «1»** (سعید شرق)

بسته به اندازهٔ نیروی قائم $\vec{F}_2$، جسم می‌تواند در آستانهٔ حرکت به سمت پایین یا بالا باشد.

اگر جسم در آستانهٔ حرکت به سمت پایین باشد، اندازهٔ نیروی $\vec{F}_2$، کمترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به‌طرف بالا بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم داریم:



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0/25 \times 120 \Rightarrow f_{s,max} = 30N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow (F_2)_{min} + f_{s,max} = mg$$

$$\Rightarrow (F_2)_{min} + 30 = 4 \times 10 \Rightarrow (F_2)_{min} = 10N$$

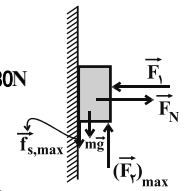
اگر جسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا باشد، اندازهٔ نیروی $\vec{F}_2$، بیشترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به‌طرف پایین بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم در این حالت داریم:

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0/25 \times 120 \Rightarrow f_{s,max} = 30N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow (F_2)_{max} = f_{s,max} + mg$$

$$\Rightarrow (F_2)_{max} = 30 + 4 \times 10 \Rightarrow (F_2)_{max} = 70N$$



بنابراین اختلاف اندازهٔ بیشترین و کمترین مقدار نیروی $\vec{F}_2$ برای اینکه جسم در آستانهٔ حرکت باشد، برابر است با:

$$\Delta F_2 = 70 - 10 = 60N$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 43)

179- **گزینهٔ «2»** (بابک اسلامی)

از روی نمودار مشخص است که به ازای اندازهٔ نیروی کشسانی یکسان، افزایش طول فنر (2)، دو برابر افزایش طول فنر (1) است. بنابراین:

$$F_e = kx \Rightarrow \frac{(F_e)_2}{(F_e)_1} = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{x_2}{x_1}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{2x_0}{x_0} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{1}{2}$$

وقتی وزنه‌ای به فنر می‌بندیم و آن‌را آویزان می‌کنیم، بعد از رسیدن به تعادل داریم:

$$F'_e - W = 0 \Rightarrow F'_e = W \Rightarrow kx' = mg$$

$$\Rightarrow \frac{k_2}{k_1} \times \frac{x'_2}{x'_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{m_2}{m_1}$$

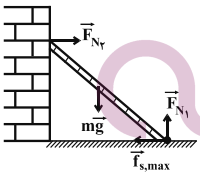
$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 43 و 44)

180- **گزینهٔ «1»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

چون نردبان در آستانهٔ سُر خوردن (حرکت) است، بنابراین نیروی خالص وارد بر نردبان در دو راستای افقی و عمودی صفر است، بنابراین داریم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow \begin{cases} (F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_{N_1} = mg = 200N \\ (F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_{N_2} = f_{s,max} \quad (*) \end{cases}$$



اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_1} = 0/75 \times 200 = 150N$$

بنابراین: $\xrightarrow{(*)} F_{N_2} = f_{s,max} = 150N$

از طرف سطح افقی دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{N_1}$ و $\vec{f}_{s,max}$ بر نردبان وارد می‌شود، بنابراین:

$$R = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250N$$

در نهایت می‌توان نوشت:

$$\frac{F_{N_2}}{R} = \frac{150}{250} = \frac{3}{5}$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 46)

ایران توشه
تشریحی‌ها برای موفقیت

شیمی 3 (اختیاری)

181- **گزینهٔ «2»** (مرتضی خوش‌کیش)

در واکنش میان فلز و نافلز، فلزها اغلب نقش کاهنده و نافلزها اغلب نقش اکسنده را ایفا می‌کنند.

(شیمی 3، صفحه‌های 37 تا 40)

182- **گزینهٔ «2»** (جعفر رحیمی)

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: در این فرایند فلز روی اکسایش و یون‌های هیدرونیوم کاهش می‌یابند، بنابراین روی کاهنده است و کاتیون‌های H^+ را کاهش می‌دهد.

عبارت «ب»: افزایش دمای محلول، نشان دهندهٔ گرماده بودن این واکنش است، در واکنش‌های گرماده پایداری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

عبارت «پ»: هر اتم روی با از دست دادن دو الکترون به یون Zn^{2+} تبدیل می‌شود.

عبارت «ت»: یون‌های H^+ با گرفتن الکترون به گاز هیدروژن تبدیل می‌شوند. بنابراین، غلظت H^+ محلول کاهش و pH محلول افزایش می‌یابد.

(شیمی 3، صفحه‌های 39 تا 42)

183- **گزینهٔ «4»** (محمدرضا پورجاوید)

معادلهٔ موازنه شدهٔ نیم‌واکنش‌ها به‌صورت زیر است:

$$I)\ MnO_2(s)+4H^+(aq)+2e^- \longrightarrow Mn^{2+}(aq)+2H_2O(l)$$

$$II)\ 2H_2O(l) \longrightarrow O_2(g)+4H^+(aq)+4e^-$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «1»: نیم‌واکنش «I» از نوع کاهش و نیم‌واکنش «II» از نوع اکسایش است.

گزینهٔ «2»: تعداد الکترون‌های مبادله شده در نیم‌واکنش «I» به ازای هر مول MnO_2، نصف تعداد الکترون‌های مبادله شده در نیم‌واکنش «II» به ازای هر مول O_2 است.

گزینهٔ «3»: با توجه به ضریب‌های استوکیومتری در واکنش «II»، به ازای مصرف دو مول آب، چهار مول الکترون مبادله می‌شود.

(شیمی 3، صفحه‌های 39 و 40)

184- **گزینهٔ «2»** (محمدرضا پورجاوید)

واکنش انجام شده عبارت است از:

$$Zn(s)+Cu^{2+}(aq) \longrightarrow Zn^{2+}(aq)+Cu(s)$$

با توجه به جرم Zn اکسایش یافته خواهیم داشت:

$$?gCu=13gZn\times\frac{1molZn}{65gZn}\times\frac{1molCu}{1molZn}\times\frac{64gCu}{1molCu}=12/8gCu$$

Zn اکسید شده (13 گرم) وارد محلول شده و 12/8 گرم Cu تولید شده بر روی این تیغه می‌نشیند. به این ترتیب خواهیم داشت:

کاهش جرم $13-12/8=0/2g$

(شیمی 3، صفحه‌های 40 تا 42)

185- **گزینهٔ «2»** (محمدحسن محمدزاده‌مقدم)

بررسی تمام گزینه‌ها:

گزینهٔ «1»: از آنجایی که قدرت کاهندگی Mg بیشتر از Cu است، تیغهٔ Mg در محلول (آ) با Cu^{2+} واکنش داده و به‌تدریج یون‌های Mg^{2+} وارد محلول می‌شود.

گزینهٔ «2»: در محلول (ب) هیچ واکنشی رخ نمی‌دهد؛ زیرا قدرت کاهندگی $Cu<Zn$ است.

گزینهٔ «3»: به دلیل انجام واکنش اکسایش – کاهش در محلول (آ)، دمای محلول پس از مدتی افزایش می‌یابد. اما دمای محلول (ب) ثابت می‌ماند.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

گزینهٔ «4»: قدرت کاهندگی Mg بیشتر از Cu است.

(شیمی 3، صفحه‌های 39 تا 44)

186- **گزینهٔ «1»** (ممدرحسن ممدرزاده‌مقدم)

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) با توجه به الکترون‌های داده شده در لایه‌های مختلف می‌توان نوشت:

$$A: \underbrace{1s^2}_{n=1} \quad \underbrace{2s^2 2p^6}_{n=2} \quad \underbrace{3s^2 3p^6 3d^{10}}_{n=3} \quad \underbrace{4s^2}_{n=4}$$

$\Rightarrow l=2$ تعداد الکترون‌های زیر لایهٔ $=10$

پ) گونهٔ (C) به آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب نرسیده است.

(شیمی 3، صفحه‌های 39 و 40)

187- **گزینهٔ «3»** (آروین شجاعی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «1»: الکترود آند قطب منفی و الکترود کاتد قطب مثبت آن را تشکیل می‌دهد.

گزینهٔ «2»: به مرور زمان، از شدت رنگ محلول $CuSO_4$ کاسته می‌شود. زیرا، یون‌های Cu^{2+} که رنگ آبی ایجاد می‌کنند کاهش یافته و از غلظت آن‌ها کم می‌شود.

گزینهٔ «3»: اتم‌های روی اکسایش یافته و وارد محلول می‌شوند. از طرفی یون‌های مس (II) کاهش یافته و به اتم مس تبدیل می‌شوند. به همین دلیل غلظت Zn^{2+} افزایش و غلظت Cu^{2+} کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «4»: با کاهش غلظت Cu^{2+} در نیم‌سلول کاتدی، یون‌های سولفات از دیوارهٔ متخلخل عبور کرده و وارد نیم‌سلول آندی می‌شوند.

(شیمی 3، صفحه‌های 44 و 45)

188- **گزینهٔ «4»** (ممدرحسن ممدرزاده‌مقدم)

با توجه به رابطهٔ emf برای سلول گالوانی اول داریم:

$$emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} \Rightarrow 0/16 = E^\circ(X^{2+}/X) - (-0/41)$$

$$\Rightarrow E^\circ(X^{2+}/X) = -0/25V$$

حال در واکنش دوم داریم:

$$emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = 0/34 - (-0/25) = 0/59V$$

(شیمی 3، صفحه‌های 46 تا 48)

189- **گزینهٔ «1»** (ممدرحسن ممدرزاده‌مقدم)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «1»: درست. زیرا، $E^\circ(Zn^{2+}/Zn)$ کوچکتر از $E^\circ(Cd^{2+}/Cd)$ است، بنابراین با قرار دادن تیغهٔ روی، اتم‌های آن به یون Zn^{2+} تبدیل شده و یون‌های Cd^{2+} به اتم Cd تبدیل می‌شوند.

گزینهٔ «2»: نادرست. مقایسهٔ قدرت کاهندگی این فلزها با توجه به E° آنها به‌صورت $Zn > Cd > Sn > Pt$ است.

گزینهٔ «3»: نادرست. کاتیون Pt^{2+} از سه کاتیون دیگر داده شده اکسنده‌تر است.

گزینهٔ «4»: نادرست:

$$emf = E^\circ(Pt^{2+}/Pt) - E^\circ(Sn^{2+}/Sn) = 1/2 - (-0/15)$$

$$\Rightarrow emf = 1/35V$$

$$emf = E^\circ(Cd^{2+}/Cd) - E^\circ(Zn^{2+}/Zn) = -0/4 + 0/76$$

$$\Rightarrow emf = 0/36V$$

(شیمی 3، صفحه‌های 46 تا 48)

190- **گزینهٔ «2»** (ممدرحسن ممدرزاده‌مقدم)

هرچه پتانسیل کاهشی استاندارد گونه‌ای بزرگتر باشد (با در نظر گرفتن علامت)، قدرت اکسندگی بیشتری دارد.

(شیمی 3، صفحهٔ 47)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

پاسخ تشریحی آزمون شناختی ۵ اسفند ۱۴۰۱

دانش‌آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفا برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال پاسخ نامه‌های تشریحی را مطالعه فرمائید.

۲۶۱- فراشناخت شامل کدام یک از موارد زیر است؟

۱. آگاهی از نقاط قوت و ضعف خود ۲. توانایی کنترل تواناییهای خود

۳. درک دیگران ۴. مورد ۱ و ۲

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. فراشناخت دو بعد دارد آگاهی از خود و توانایی کنترل رفتار خود. بدون آگاهی از نقاط قوت و ضعف نمیتوان آن را تقویت و یا مهار کرد.

۲۶۲-کدام مورد تلاش بیشتری نیاز دارد؟

۱. درگیرشدن در یک موقعیت هیجانی ۲. مهارکردن خود در یک موقعیت هیجانی

۳. فرقی ندارد ۴.نمیدانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. مهار موقعیت هیجانی تلاش بیشتری نسبت به درگیرشدن در آن موقعیت نیاز دارد.

۲۶۳-آگاهی از سازوکارهای یادگیری چه تاثیری در میزان و ماندگاری یادگیری دارد؟

۱. هر دو را بهبود می دهد. ۲. تاثیری در هیچکدام ندارد.

۳. فقط میزان یادگیری را بهبود می دهد. ۴. فقط ماندگاری یادگیری را زیاد می کند.

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. آگاهی از سازوکارهای یادگیری موجب تسهیل این سازوکارها و تقویت میزان و ماندگاری آن می شود.

۲۶۴-کدام مورد برای حل یک مشکل یا مساله نیاز است؟

۱. آگاهی از وضع موجود ۲. آگاهی از وضع مطلوب

۳. آگاهی از مسیر و قوانین آن ۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. برای حل مساله درک وضعیت موجود مساله، قوانین حاکم بر مساله و هدف نهایی نیاز است.

۲۶۵-کدام مورد از ویژگیهای هدف است؟

۱. مربوط به آینده است. ۲. هیجان انگیز است.

۳. الزام‌آور است. ۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. هدف بازنمایی موضوعی در آینده است که فرد الزام به دستیابی به آن را دارد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۶۶-انتخاب کدام گزینه سخت تر است و تلاش بیشتری نیاز دارد؟

۱. گزینه پیشرو با پاداش سریع ۲. گزینه آینده با پاداش دیرتر

۳. تفاوتی ندارد ۴. نمی دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. انتخاب موقعیتهای مرتبط با آینده (مثل درس خواندن برای موفقیت در آزمونی که چند ماه آینده برگزار می شود) نسبت به موقعیت های نزدیک با پاداش سریع (فیلم دیدن همین الان) تلاش بیشتری نیاز دارد.

۲۶۷-مفهوم انعطاف پذیری شناختی به کدام گزینه نزدیکتر است؟

۱. توانایی انتقال موفق توجه بین تکلیف های مختلف ۲. توانایی حفظ توجه به مدت طولانی بر یک موضوع

۳. توانایی اجرا چند فعالیت به طور همزمان ۴. توانایی در نظر نگرفتن اطلاعات مزاحم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. به عنوان مثال وقتی یک مساله را حل کردید و سراغ سوال بعد رفتید، دیگر به سوال قبلی فکر نکنید.

۲۶۸-توانایی مطالعه در شراط محیطی مختلف را با کدام مورد زیر مرتبط می دانید؟

۱. سازگاری ۲. توجه ۳. حافظه ۴. فراشناخت

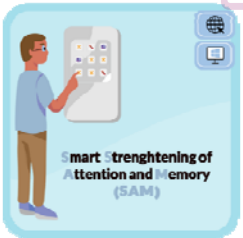
پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. سازگاری با شرایط محیطی مختلف و عدم وابستگی به شرایط خاص برای مطالعه یک توانایی در آمادگی شناختی است.

۲۶۹-کدام برنامه درسی را مناسب تر می دانید؟

۱. برنامه دقیق غیرقابل انعطاف ۲. برنامه انعطاف پذیر

۳. فرقی ندارد ۴. نمی دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. در برنامه ریزی انعطاف پذیر در مواجهه با موانع، برنامه به نحوی تغییر می کند که هدف آسیب نبیند. به عنوان مثال ۴ ساعت در روز برای مطالعه یک درس به جای از ساعت ۸:۱۵ تا ۱۲:۱۵



نکته: سوال‌ها و پاسخ‌های بالا برای تقویت سازه های شناختی، راهکارهایی را ارائه داده است. این راهکارها به شما کمک می‌کند منابع شناختی موجود خود را به طور بهینه مدیریت کنید. این روش در تقویت شناختی "جبران" نامیده می‌شود.

روش دیگر تقویت شناختی ، "ترمیم" است که در آن منابع شناختی موجود فرد توسعه می‌یابد. برنامه کامپیوتری تقویت توجه و حافظه سام (موجود در پروفایل شما در سایت کورتکس) می‌تواند به این منظور مورد استفاده قرار گیرد.