

ایران توشه



IranTooshe.Ir



@irantoooshe



IranTooshe

- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود آزمون های مفہومی
- دانلود آزمون های وحدتی و ملکی
- دانلود خیام و مقاله‌های آنلاین
- دانلود و مشاوره





دفترچه پاسخ

۱۳۹۸ ماه ۲۰

عمومی نظام قدیم

رشته ریاضی و تجربی

طراحان به ترتیب حروف الفبا

محسن اصغری، داود تالشی، فاطمه غلامی، محمد جواد قورچیان، منتخب از کتاب زرد عمومی ابوالفضل تاجیک، مهدی ترابی، بیژن جهانبخش، حسین رضایی، محمد مهدی رضایی، مسعود محمدی، سید محمدعلی مرتضوی، فاطمه منصورخاکی، اسماعیل یونسپور، علی	(بان و ادبیات هارسن)
منتخب از کتاب زرد عمومی	(علی)
صالح احسانی، فرهاد حسین پوری، محمد رضایی بقا، محمدرضا فرهنگیان، حسن قیاض، محمد ابراهیم مازنی، منتخب از کتاب زرد عمومی نسترن راستگو، علی شکوهی، امیرحسین مراد، منتخب از کتاب زرد عمومی	(دین و اندیشه)
	(بان انگلیس)

گریزشگران و بر استاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه و بر استاری	ویراستاران و تبههای بر قر	مسئول درس های مستندسازی
(بان و ادبیات هارسن)	محمد جواد قورچیان	فاطمه منصورخاکی	محسن اصغری	_____	فریبا رثوفی
(علی)	فاطمه منصورخاکی	درویشنگی ابراهیمی	درویشنگی ابراهیمی	_____	لیلا ایزدی
(دین و اندیشه)	محمد رضایی بقا	محمد ابراهیم مازنی	_____	محمد ابراهیم مازنی	محمد ابراهیم کار
(بان انگلیس)	نسترن راستگو	نسترن راستگو	آناهیتا اصغری	_____	فاطمه فلاحت پیشه

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	فاطمه منصورخاکی
مسئول دفترچه	فرهاد حسین پوری
مسئول دفترچه	مدیر: فاطمه رسولی نسب؛ مسئول دفترچه: لیلا ایزدی
خط و نوشتاری و صفحه‌آرایی	فاطمه عظیمی
نثارات چاپ	سوران نعیمی

نوشه‌ای برای موفقیت

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



گزینه «۱»: «مسلم» در معنای «مسلمان و حتماً» قید است/ آن ابرو کمان (بار) هر شکاری را که خواهد نواخت «ابر و کمان» صفت جانشین اسم و نهاد است.

گزینه «۲»: دل هیچ کس به اشک ما نسخت ... (را) فک اضافه یا بدل از کسره است.

گزینه «۳»: لطف کردگار، ما یتیمان را به جوی شیر همچو مادر ... خواهد نواخت. «ما» مفعول، «یتیمان» بدل از مفعول است/ همچو: حرف اضافه و مادر «متهم» است.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، زبان فارسی، ترکیبی)

در گزینه «۴»، فعل «سازد» جمله چهارجزی با مفعول و مسد ساخته است.
او من را آگاه سازد.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، زبان فارسی، ترکیبی)

گزینه‌های «۱، ۳ و ۴» به ازی بودن عشق اشاره دارند و گزینه «۲» می‌گوید کسی که جام عشق یار را سرکشیده و مست و مدھوش شده باشد تا روز قیامت هشیار نخواهد شد.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، مفهوم، مشابه صفحه ۸)

مفهوم حدیث: اگر دین ندارد لائق در دنیا آزاده باشید، که این مفهوم در گزینه «۳» که توصیه به ترک تعلقات و وارستگی و آزاد بودن است، دیده می‌شود.
(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، مفهوم، صفحه ۳)

مفهوم عبارت صورت سؤال و ایات مرتبط بیانگر این است که «انسان مؤمن خوب و بد را تقدير الهی می‌داند: پذیرش قضا و قدر.»
ولی در گزینه «۲» شاعر می‌گوید: «ای معشوق من، حتی قضا و قدر در اختیار توست و بیانگر پذیرش تقدير الهی نیست.»

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، مفهوم، صفحه ۵۹)

ادبیات پیش‌دانشگاهی

(ممدرسه‌وار قورچیان)

-۱

تمکن: دارایی، توانایی/ ارادت: دوستی از روی اخلاص/ عصمت: پاکی/ صعوه: پرندۀای کوچک به اندازه گنجشک

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، لغت، ترکیبی)

(ممدرسه‌وار قورچیان)

-۲

معنای صحیح واژگانی که نادرست معنا شده‌اند:
شرحه: پاره گوشتی که از درازا بریده باشند/ بیغوله: ویرانه، گوشۀ خانه/ اعصار: روزگاران، دوره‌ها/ لجه: میانه دریا/ شقاوت: بدیختی

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، لغت، ترکیبی)

(ممدرسه‌وار قورچیان)

-۳

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، لغت، ترکیبی)

(دواوور تالشی)

-۴

املای صحیح واژه‌ها:
گزینه «۱»: مستور: پوشیده و پنهان/ گزینه «۲»: ضلال: گمراهی/ گزینه «۴»: غوی: گمراه

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، املاء، ترکیبی)

(ممدرسه‌وار قورچیان)

-۵

در مناظره خسرو با فرهاد، خسرو مظهر غرور و فرهاد مظهر خاکساری و پاکبازی است.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، تاریخ ادبیات، ترکیبی)

(مسنون اصفری)

-۶

ابر: نهاد/ بحر: نهاد
اگر ابر بهار، قطره ما را از چشم انداخت، بحر بیکران با مهربانی اش با ما برخورد می‌کند.

تشریح گزینه‌های دیگر:



(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۱۵

(ظرافت: هسته) (طبع: وابسته) (سخنور: وابسته وابسته) / (ماجره: هسته) (اتفاقی: وابسته) (کاملاً وابسته وابسته)

گزینه «۲»: دو فرسخ راه نبیموده: فرسخ: ممیز، وابسته وابسته / «غنجه‌های بی خار با غچه» وابسته وابسته ندارد.

گزینه «۳»: «گوشه‌های لب پیرمرد»: لب: وابسته، «پیرمرد» وابسته وابسته / «رفیق جهاندیده من» وابسته وابسته ندارد.

گزینه «۴»: «نوچوان نسبتاً کوتاه قد»: کوتاه: قد: وابسته، نسبتاً: وابسته وابسته / «معتبرترین فروشگاه زنجیره‌ای» وابسته وابسته ندارد.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، زبان فارسی، ترکیبی)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۱۶

داشته باشد: ماضی التزامي / تحصیل می‌کردم: ماضی استمراری / بزینیم: مضارع التزامي

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، زبان فارسی، ترکیبی)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۱۷

معنى و مفهوم بیت سؤال: خود معشوق به من هیچ توجهی نداشت و من خودم اسیر و گرفتار نگاه همچون کمند معشوق شدم.

مفهوم مقابل (متضاد) این بیت در گزینه «۱» آمده است که می‌گوید: من میل و علاقه‌ای به رفتن به سوی معشوق ندارم و خود معشوق مرا به سوی خود می‌کشد و گرفتارم می‌کند.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، مفهوم، صفحه ۳۳)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۱۸

نپرداختن به وابستگی‌های دنیاگی و اسیر مادیات نشدن از بیت صورت سؤال و ادبیات گزینه‌های «۱، ۲ و ۳» دریافت می‌شود؛ اما بیت گزینه «۴»، می‌گوید: عشق ماورای هر دو عالم سرگردان است و در اندیشه هیچ سر و سامانی نیست.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، مفهوم، صفحه ۳۶)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۱۹

مفهوم مشترک بیت صورت سؤال و بیت گزینه «۲»: آمادگی عاشق برای بذل جان به پای معشوق (جانبازی عاشقانه)

تشویچ سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: بی ارزش دانستن جان انسانی که گرفتار تعاقبات باشد.

گزینه «۳»: بی ارزش بودن جان و دلی عاشق در برابر زیبایی و عظمت یار

گزینه «۴»: تلاش برای جلب رضایت یار

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، مفهوم، صفحه ۳۰)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۲۰

مفهوم «در نیاید حال پخته هیچ خام» در هر سه گزینه «۲، ۳ و ۴» مشهود است.

مفهوم گزینه «۱»: فانی شدن عاشق در وجود معشوق، عین زندگانی است.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، مفهوم، مشابه صفحه ۳)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۱۱

حسب حال، خاطرات و یادداشت‌هایی است که گاه اشخاص درگزارش احوال خود می‌نویسند.

«بدایع الواقع» از محمود واصفی، «حیات یحیی» از حاج‌میرزا یحیی دولت‌آبادی، «وزه‌ها» از دکتر محمدعلی اسلامی ندوشن و «الایام» اثر دکتر طه حسین نمونه‌های مشهور از حسب حال به شمار می‌آیند.

تشویچ سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: از باریز تا پاریس؛ اثر دکتر باستانی پاریزی نمونه‌ای از حسب حال است. / سیرت رسول الله؛ اثر دکتر عباس زریاب خوبی، نمونه‌ای از سیره و مغاری است. / لباب الالباب؛ اثر محمد عوفی نمونه‌ای از کتب تذکره است.

گزینه «۳»: قصص الانبیا؛ از ابواسحق نیشاپوری، نمونه‌ای از زندگی نامه و شامل شرح حال انبیای الهی است. / غزالی‌نامه؛ شرح حال امام محمد غزالی و نمونه‌ای از زندگی نامه به شیوه نوین است. / دانشگاه‌های من: اثر ماسکیم گورکی، نمونه‌ای از حسب حال است. / تذکرۃ الاولیاء؛ اثر عطار نیشاپوری، نمونه‌ای از کتب تذکره است.

گزینه «۴»: شرح زندگانی من: اثر عبدالله مستوفی نمونه‌ای از حسب حال است. / فرار از مدرسه و پله‌پله تا ملاقات خدا؛ از آثار دکتر عبدالحسین زرین کوب و نمونه‌هایی از زندگی نامه به شیوه نوین هستند.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، تاریخ ادبیات، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۱۲

تشبیه: سخن گفتن تو همانند سخن گفتن شیرین و زیباتر از آن است. (تشبیه تفضیل یا مردح) / ایهام: شیرین (در مصراج اول) (۱) معشوقه خسرو (۲) دلپذیر، نیکو و جذاب / استعاره: «شکر» استعاره از دهان، خنده / ایهام تناسب: شیرین (در مصراج دوم) (۱) معشوقه خسرو (معنای مورد نظر و یذریفتی) (۲) مژه شیرین که با شکر تناسب دارد.

توجه: گزینه «۱» نیز به نوعی قابل توجیه است.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، آرایه، ترکیبی)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۱۳

دل بستن لاله و «جان پیشکش اوردن غنچه»: تشخیص و استعاره / بیت فاقد اسلوب معادله است.

گزینه «۲»: حسن‌تعلیل: اوردن دلیل غیر واقعی برای دل بستگی داشتن دل با سر لف معشوق / مراجعات نظری: زلف، تار، گیسو

گزینه «۳»: حس‌آمیزی: شنیدن بو / مجلز: «خاک» مجاز از گور

گزینه «۴»: تناقض (بارادوکس): توانایی داشتن در ناتوانی / تشخیص و استعاره: سرافرازی کردن زلف

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، آرایه، ترکیبی)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۱۴

بیت (ج): ایهام: از دیده بیفتادن ۱- افتادن و جاری شدن ۲- کنایه از بی ارزش شدن / بیت (د): بارادوکس: به دست اوردن نیک نامی با در باختن نام و آبرو / بیت (الف):

مجاز: پیکان (نوك تیر) مجاز از تیر، دل مجاز از وجود / بیت (ب) تلمیح: اشاره به ماجراهی آب زندگی و آب حیات

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، آرایه، ترکیبی)



(ایرانی تایپیک)

-۲۶

«حاضران»: الحاضرون / «تعجب کردند»: تعجب (در اینجا) / «وقتی»: عندما / «یکی از داش آموزان»: أحد التلامیذ (الطلاب) / «دوستش»: صدیقه / «مسخره کرد»: استهزئی ب، سخیر می‌
تعریب (تعرب)

(فاطمه منصوریان)

-۲۷

«من»: موصول عام به معنی «کسی که» برای انسان است و معرفه می‌باشد.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «من»: اسم استفهام می‌باشد و نکره است.
گزینه «۲»: «ما» در عبارت داده شده حرف نافیه است و بحث معرفه و نکره درباره حروف مطرح نمی‌شود.
گزینه «۴»: «من»: اسم استفهام می‌باشد و نکره است.

(قواعد اسم)

(سید محمدعلی مرتفوی)

-۲۸

«أصلب»: اسم غیرمنصرفی است که در اینجا مفعولیّه و منصوب با علامت اصلی اعراب (فتحه) می‌باشد.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «صابیح» غیرمنصرف و مجرور به حرف جرّ با علامت فرعی فتحه است.
گزینه «۳»: «مصر» غیرمنصرف و مجرور به حرف جرّ با علامت فرعی فتحه است.
گزینه «۴»: «منافع» غیرمنصرف و مجرور به حرف جرّ با علامت فرعی فتحه است.

(أنواع اعراب)

(مهدی ترابی)

-۲۹

در این گزینه، هیچ اسم مقصور و منقوصی وجود ندارد، بنابراین اعراب تقدیری نداریم.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «الأغانی»: اسم منقوص است و نقش مضافق‌الیه و تقدیراً مجرور را دارد.
گزینه «۲»: «تقوى»: اسم مقصور است و نقش مبتدأ و تقدیراً مرفوع را دارد.
گزینه «۳»: «العِدَى»: اسم مقصور است و نقش مضافق‌الیه و تقدیراً مجرور را دارد.

(أنواع اعراب)

(بهزاد بیانیش - خانم شهر)

-۳۰

جمله وصفیه هیچ‌گاه با «واو» یا «ف» نمی‌آید.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «أخذت» برای اسم نکره «سلاماً» جمله وصفیه است.
گزینه «۳»: «ينعكس» برای اسم نکره «صابیح» جمله وصفیه است.
گزینه «۴»: «تحدث» برای اسم نکره «رسائل» جمله وصفیه است.

(قواعد اسم)

عربی ۲

-۲۱

(فاطمه منصوریان)
«الله»: پوردمکارا / «شرح»: گشاده گردان / «لی»: برایم / «صدری»: سینه‌ام / «پیسر»: آسان (ساده) ساز / «أمری»: کارم / «حلل»: بگشای / «عقدة»: گره / «من»: از / «لسانی»: زبان

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «سینه‌ای گشاده به من بد» نادرست است و «لی» بعد از فعل «پیسر» ترجمه نشده است.

گزینه «۳»: «سینه‌ای گشاده به من بد» و «کارها» نادرست‌اند.

گزینه «۴»: «کارها» و «گره زبان» نادرست‌اند.

(ترجمه)

-۲۲

(محمد محمدی رضایی)
«يُقْصَر»: کوتاه می‌کند / «البطل»: قهرمان / «الآمال»: آرزوها (جمع) / «في الدنيا»: در دنیا / «يُجَانِب»: دوری می‌گزیند / «من يهزل»: کسی که شوخی بهوهود می‌کند / «يهجر»: دست می‌کشد، ترک می‌کند / «النوم»: خواب

(ترجمه)

-۲۳

(حسین رضایی)
«أَهْجَر» (فعل امر): ترک کن / «نادرة»: کمیابی (نکره) / «الأجيال» (جمع «الجيل»): نسل‌ها

(ترجمه)

-۲۴

(اسمعیل یونس پور)
«بعض الأحيان»: بعضی وقت‌ها / «تُوصِّلنا»: ما را می‌رسانند / «الكلمات الوجيزة»: کلمات مختصر / «إلى حقيقة الأمور»: به حقیقت امور

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «دوستم را از مسخره کردن دیگران باز داشتم!» صحیح است.
گزینه «۲»: «برای دوستم نزد خودم جا باز کردم او را کنارم نشاندم!» صحیح است.
گزینه «۳»: «آیا می‌دانی چرا اسلام دانشمندان را در بهشت آوردن علوم تشویق می‌کند؟!» صحیح است.

(ترجمه)

-۲۵

عبارت صورت سوال (هرگز نگو اصل و نسب من (چنین و چنان بوده است) / بی شک اصل جوان چیزی است که (خودش) به دست آورده است). با گزینه «۳» هم مفهوم است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: در این گزینه به تواضع و فروتنی توصیه شده است.
گزینه «۲»: این گزینه به مسئولیت انسان نسبت به سایر مخلوقات خدا پرداخته است.
گزینه «۴»: در این گزینه شرط موفقیت در دنیا، کوتاهی و کم کردن آرزوها بیان شده است و این که نشانه عقل، کوتاهی آرزوست.

(درک مطلب و مفهوم)



(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۳۵

با توجه به متن، دوام شکوفه‌ها شش تا هشت هفته است، نه دوام باران‌ها سایر گزینه‌ها در متن آمده است.

(درک مطلب و مفهوم)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۳۶

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌های «۱» و «۴»: فعل «تَظَهَّرُ» لغایت است و نه للمخاطب

گزینه «۲»: فاعل فعل «تَظَهَّرُ»، «نوع» است نه «ازهار»

(تملیل صرفی و نموی)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۳۷

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: فعل متناسب با این صفت، ثلثی مزید است: «أَنْتَ»

گزینه «۲»: موصوف این صفت «الأشجار» است و نه «النَّعْلَ».

گزینه «۴»: معرفه نادرست و نکره درست است.

(تملیل صرفی و نموی)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۳۸

«کثیرة»: صفت است و باید به تبعیت از موصوف خود که فاعل است، مرفوع باشد.

(هرگز گزاری)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۳۹

سؤال گزینه‌ای را می‌خواهد که در آن «مُشارِيَّة» آمده باشد. هرگاه اسم‌های اشاره

بر سر اسم «ال» دار وارد شوند، به آن اسم «ال» دار مشارالیه می‌گویند و در این حالت

همواره اسم اشاره به صورت مفرد ترجمه می‌شود. در گزینه «۳» چون «الطلاب» بعد

اسم اشاره «أولئك» آمده است و دارای «ال» می‌باشد، مشارالیه است. در سایر

گزینه‌ها اسم‌های بعد اسم اشاره دارای «ال» نیستند.

(قواعد اسم)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۴۰

در این گزینه، «تحافون» جمله فعلیه‌ای است که اسم نکره «عَمَلًا» را توصیف کرده است.

(قواعد اسم)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۳۱

«الضرورات»: ضرورتها / «دائماً»: همواره / تُلْجِي: «وادار می‌کنند»: (در اینجا) / «إلى»: به / «الأعمال الصعبة»: کارهای سخت / «حتى: تا/ يوْفَر»: فراهم کند / «معاش أهله»: معاش خانواده خود

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۲»: «انجام- فراهم شود» نادرست است.

گزینه «۳»: «به ناچار- را- تحمل کرده» نادرست است.

گزینه «۴»: «نبیار- روزی- مهیتاً گردد» نادرست است.

(ترجمه)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۳۲

«این»: هذا، هذه / «دانش‌آموزی است»: طالب، طالِيَة (به صورت نکره) / «توانسته»: إِسْتَطَاعَ، إِسْتَطَاعَت / «معلم خود»: مَعَلِمَه، مَعَلِمَهَا / «درجات عالی علمی»: الدَّرَجَاتِ الْعَالِيَّةِ (رد سایر گزینه‌ها) / «که دست یابد»: أَنْ يَحْصُلَ (رد گزینه «۳» و «۴») (تعربی)

ترجمه متن درک مطلب:

در مخلوقات پروردگار مهربانمان، جلوه‌هایی از زیبایی و سود و حکمت وجود دارد. گاهی اوقات در وسط صحراء، مناطقی دیده می‌شود که در آن‌ها گیاهان و درختانی وجود دارد که تزیین آن‌ها از آبهای چشمدهای متعدد و چاه‌های است؛ از جمله آن‌ها درختان میوه‌دهندهای چون نخل است.

و در بعضی از مناطق صحرایی، انواع زیادی از شکوفه‌های زیبا بعد از باران‌های شدید نمایان می‌شود. البته زندگی آن‌ها فقط مشی یا هشت هفته پایدار می‌ماند و بعضی از گیاهان صحرایی دارای برگ‌های اندک نیز یافت می‌شوند تا فقط مقدار کمی از آب را به وسیله تبخیر از دست بدنهند.

و بعضی از گیاهان صحرایی، ریشه‌شان در درون زمین است، در عمق بیش از پنجاه متر، و به آن وسیله، همه آن‌ها می‌توانند مدت زیادی از زمان را زندگی کنند و کشت محصولات کشاورزی در قسمتی از صحراء مخصوصاً اطراف آن به وسیله قنات‌ها و لوله‌ها ممکن است!

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۳۳

با توجه به متن، در صحراء برخی از درختان از آب چشمدهای تزیین می‌کنند؛ بنابراین در صحراء هم گاهی چشمده وجود دارد. سایر گزینه‌ها با توجه به متن درست هستند.

(درک مطلب و مفهوم)

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۶)

-۳۴

با توجه به متن، زندگی درختان صحرایی به آب درون زمین وابسته است. سایر گزینه‌ها با توجه به متن نادرست‌اند؛ درخت نخل دارای میوه و مفید است، درختان با برگ‌های زیاد هم در بیابان یافت می‌شود و انسان‌ها با احداث لوله‌ها می‌توانند در بیابان‌ها به زراعت بپردازند.

(درک مطلب و مفهوم)



(ممدر/ابراهیم مازنی)

-۴۷

یک موجود، فقط در صورتی برای موجود بودن به دیگری نیازمند نیست که خودش ذاتاً موجود باشد. یعنی ذات و حقیقت مساوی با موجود بودن باشد و نیستی در او راه نداشته باشد. چنین موجودی بی نیاز و غنی نامیده می شود: «وَ اللَّهُ هُوَ الْغَنِيُّ الْخَمِيدُ».

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ا، صفحه‌های ۵ و ۶)

(ممدر/رضایی بقا)

-۴۸

با این که نمونه‌های پرستش بت، کمتر در جوامع امروزی دیده می شود، اما واقعیت تلخ این است که شرک و بت پرستی پیچیده‌تر و خطرناک‌تری در جوامع امروز مشاهده می شود.
بسیاری از انسان‌ها چنان به امور دنیوی سرگرم شده‌اند که خدا را فراموش کرده و خداوند در قلب آن‌ها جایگاهی ندارد.
دقت شود که غفلت از خدا و آخرت، هر دو از نتایج سرگرمی به دنیا هستند، نه از علل خدافتاری (نادرستی گزینه‌های ۱ و ۳).

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ا، صفحه ۲۷)

(صالح احمدایی)

-۴۹

اطاعت همه‌جانبه از خداوند به معنای همانگی همه مناسبات سیاسی، اقتصادی و فرهنگی در جهت رضای خداست. پس به بعد اجتماعی توحید اشاره دارد.
انسان موحد می‌کوشد کشش‌ها و تمایلات درونی و تصمیم‌ها و فعالیت‌های خود را به گونه‌ای سامان دهد که سمت و سوی خدایی بگیرد (بعد فردی توحید).
اگر هریک از افراد جامعه، خواست و تمایلات دنیای خود را دنیال کنند، تفرقه و تضاد جامعه را فرامی‌گیرد (شرک عملی در بعد اجتماعی).
(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ا، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

(ممدر/ضا فرهنگیان)

-۵۰

این که هر کدام از ما همواره تصمیم‌هایی می‌گیریم و برای این تصمیم‌ها ابتدا اندیشه می‌کنیم و جواب آن را می‌سنجیم (سبک و سنگین می‌کنیم) و سپس دست به عمل می‌زنیم، ییانگر تفکر و تصمیم، از شواهد وجود اختیار در انسان است که در بیت «این که فردا این کنم یا آن کنم/ خود دلیل اختیار است ای صنم» مورد تأکید واقع شده است.

این که تفکر و تصمیم در مورد دلایل روش الهی صورت بگیرد، در آیه «قَدْ جَاءَكُمْ بَصَائِرُ مِنْ رَّبِّکُمْ فَمِنْ أَصْرَ فَلَنْفَسِهِ وَ مَنْ عَمِيَ فَقْلِيلُهَا» اشاره گردیده است.
(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ا، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

(کتاب زرر عمومی ۹۷-۹۶)

-۵۱

در عبارت شریفه «فَلَمَّا أَنْجَاهُمْ إِذَا هُمْ يَبْغُونَ فِي الْأَرْضِ بَغْرِ الْحَقِّ: إِمَّا هُنَّا كَمْ آنَهَا رَا رَهَابِي بخشید، (دوباره) در زمین، بدون حق، ستم می‌کنند.» سرکشی انسان در هنگام آرامش، عنوان می‌شود.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ا، صفحه ۱۳)

(کتاب زرر عمومی ۹۷-۹۶)

-۵۲

عبارت «جهان از اصل‌های متعدد پدید نیامده است» به توحید در خالقیت و آیه شریفه «وَ لَمْ يَكُنْ لَهُ حَكْمًا أَخْذَهُ» به اصل توحید اشاره دارد.
(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ا، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

دین و زندگی پیش‌دانشگاهی

-۴۱

(فرهاد سعین پوری)
این که خداوند حق تصرف، ولایت و فرمانروایی در جهان را دارد، تابع و نتیجه پذیرش مالکیت خداست و این که پیامبر، واسطه و رساننده فرمان الهی به بندهان است، بیانگر ولایت الهی و برخاسته از توحید در مالکیت است. توحید در مالکیت در آیه «وَ لَهُ مَا فِي السَّمَاوَاتِ وَ مَا فِي الْأَرْضِ» مطرح شده است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ا، صفحه‌های ۱۵ و ۱۷)

-۴۲

(ممدر/رضایی بقا)
طبق آیه شریفه «أَلَمْ أَعْهَدْ إِلَيْكُمْ يَا بَنِي آدَمَ أَنْ لَا تَعْبُدُوا الشَّيْطَانَ إِنَّهُ لَكُمْ عَذَّبٌ مُّبِينٌ وَ أَنْ أَعْبُدُونِي هذا صراطٌ مُسْتَقِيمٌ» ای فرزندان آدم، آیا از شما پیامان نگرفته بودم که شیطان را نپرسنید که او دشمن آشکار شمامست؟ و این که مرآ بپرسید [که] این راه مستقیم است؟، معاهده یا عهد الهی با انسان، عبودیت و پرستش خالصانه خداست که همان راه راست و درست است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ا، صفحه‌های ۱۳ و ۳۲)

-۴۳

(ممدر/رضایی بقا)
اگر کسی گرفتار غفلت شد و چشم انداشه را به روی جهان بست، آیات الهی را نخواهد یافت و دل به مهر او نخواهد داد.
نبایش و عرض نیاز به پیشگاه خداوند و یاری جستن از او برای رسیدن به اخلاص، غفلت از خداوند را کم می‌کند.
(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ا، صفحه ۱۳)

-۴۴

(حسن فاضن)
تگرش صحیح از قضا و قدر الهی چنین است: اعتقاد به قضا و قدر، نه تنها مانع تحرك و عمل انسان نیست، بلکه عامل و زمینه‌ساز آن است. معنای قدر و قضای الهی این است که هر چیزی نظم و قاعدة خاص خود را دارد و تمام جهان بر آن قواعد بنا شده است و این قواعد، توسط انسان قابل یافتن و بهره‌گیری است.
تشريع گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: انسان با استفاده از اختیار خود، می‌تواند از ریختن دیوار بگریزد.
گزینه «۳»: اعتقاد به قضا و قدر الهی، نظم جهان را بر هم نمی‌زند.
گزینه «۴»: تقدیر چیزی و رای نظم و قانونمندی جهان نیست.
(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ا، صفحه‌های ۵ و ۶)

-۴۵

(ممدر/رضایی بقا)
خداوند، این گونه تقدیر کرده که انسان کارهایش را «با اختیار انجام دهد» و کسی نمی‌تواند از اختیار که ویزگی ذاتی اوست، فرار کند. بدطور کلی خروج از تقدیرات الهی ناممکن است. خداوند، درباره تقدیر الهی و این قانونمندی تخلف‌پذیر و استوار، مثالی می‌زند و می‌فرماید: «لَا الشَّمْسُ يَنْبَغِي لَهَا أَنْ تُدْرِكَ الْقَمَرُ وَ لَا أَلَيْلٌ سَابِقُ الظَّهَارِ وَ كُلُّ فِي فَلَكٍ يَسْتَحْوِنُ: نَهْ خُورشید را سرد که به ماه برسد و نه شب بر روز پیشی جوید و هریک در مداری درگردشند.»
(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ا، صفحه‌های ۴۳، ۴۵ و ۵۲)

-۴۶

(ممدر/رضایی بقا)
طبق آیه «أَخْسِبَ النَّاسَ أَنْ يُتَرَكُوا أَنْ يَقُولُوا أَمَّا وَ لَهُمْ عَذَابٌ مُهِينٌ» فقط به این خاطر به آنان مهلت می‌دهیم که بر گناهان خود بیفزایند، در حالی که عذابی خوارکننده برای آنان است. عذاب خوارکننده، نتیجه نامبارک افزایش گناهان است، نه صرفاً مهلت دادن.
(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ا، صفحه ۶)



زبان انگلیسی پیش‌دانشگاهی

(امیرحسین مراد)

ترجمه جمله: «داشتن اطلاعات یک چیز است، اما قادر بودن به انتقال دادن آن به دیگران بسیار سخت و ناراحت کننده است.»

- (۱) انتقال دادن
 (۲) تجربه کردن
 (۳) شامل شدن
 (۴) واکنش نشان دادن

(امیرحسین مراد)

ترجمه جمله: «صنعت غذایی از فراهم کردن غذاهای کم کیفیت با ارزش غذایی کم که مردم زیاد می‌خورند پول کسب می‌کند.»

- (۱) شخصی، فردی
 (۲) مستقیم
 (۳) قبلی
 (۴) غذایی

(امیرحسین مراد)

ترجمه جمله: «قطعاً هر دانش‌آموز و مدرسه باید استانداردها و ارزیابی داشته باشد، اما چه کسی آن استانداردها را مشخص می‌کند و چه کسی امتحان می‌نویسد؟ هر کس که امتحان را کنترل می‌کند، مدرسه را کنترل می‌کند.»

- (۱) اعلمکرد
 (۲) ارزیابی
 (۳) ارسال
 (۴) ساختار

(امیرحسین مراد)

ترجمه جمله: «من چپ‌دست هستم و ساده نیست که گیتارهای چپ‌دست که به طور منطقی قیمت‌گذاری شده و با کیفیت باشند پیدا کرد.»

- (۱) با قابلیت
 (۲) به طور منظم
 (۳) کاملاً
 (۴) به طور منطقی

(نسترن راسکو)

ترجمه جمله: «بعضی افراد معتقدند که خشونت روش مؤثری برای اعتراض برای دستیابی به آن چه که می‌خواهند است.»

- (۱) عمومی
 (۲) ضروری
 (۳) مؤثر، کارآمد
 (۴) انعطاف‌پذیر

(علی شکوهی)

ترجمه متن کلوزتس:
 آلوگی هوا نه تنها برای سلامت انسان زیان‌آور است، بلکه برای سایر گونه‌ها و اکوسیستم‌ها نیز خسارت‌بار است. جو ما یک لایه محافظت از گازهایی که زمین ما را احاطه می‌کنند، این [جو] می‌تواند از طریق متایع طبیعی، مانند زمانی که یک آتش‌شنan فوّران می‌کند و گازهایی را در هوا پخش می‌کند، آلوده شود، اما فعالیت‌های انسانی نیز می‌تواند جو را آلود کند.
 اگرچه بسیاری از موجودات زنده وقتی نفس می‌کشند کریب‌دی‌اکسید، آزاد می‌کنند، عموماً این گاز وقتی به عنوان یک آلاینده در نظر گرفته می‌شود که با خودروها، هوایپامها، نیروگاهها و سایر فعالیت‌های انسانی که مستلزم سوزاندن سوخت‌های فسیلی مانند بنزین و گاز طبیعی‌اند، مرتبط باشد. این بدان خاطر است که کریب‌دی‌اکسید از معمول‌ترین گازهای گلخانه‌ای است که گرما را در جو محبوس می‌کنند و سهمی در تغییر اقلیم دارند.

(علی شکوهی)

- (۱) جو، اتمسفر
 (۲) منبع، منشأ
 (۳) اقلیم
 (۴) آب و هوا

(علی شکوهی)

- (۱) فراهم کردن
 (۲) محبوس کردن
 (۳) سبب شدن
 (۴) آلوهه کردن

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۸)

ساماندهی کشش‌ها و تمایلات بر محور اطاعت از خداوند، مربوط به توحید عبادی در بعد فردی است که لازمه آن، پذیرش توحید در عقیده و به خصوص توحید در روبیت است. یعنی انسان، تدبیر همه امور را به دست خدا می‌بیند. این مفهوم در آیه «إِنَّ اللَّهَ رَبُّيْ وَ رَبُّكُمْ فَاعْبُدُوهُ هَذَا صِرَاطٌ مُّسْتَقِيمٌ» تصریح شده است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۳، صفحه ۱۳۳)

-۵۳

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۸)

یکی از راه‌های تقویت اخلاق، افزایش معرفت به خداست که در بیت «مهر رخسار تو می‌تابد ز ذرّات جهان / هر دو عالم پر ز نور و دیده تابینا چه سود؟» به آن اشاره شده است. بنابراین، اگر کسی پرده غفلت را کنار نزند، هم‌چنان تابینا خواهد ماند و از نور روی دوست بهره‌ای نخواهد برد.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۴، صفحه ۳۵)

-۵۴

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۸)

آیه شریفه «قد جاءكم بصائر من ربكم ... : به راستی آمده است نزد شما رهنمودهایی از پروردگارستان، پس هر که بینا گشت، به سود خودش و هر کس کوری پیشه کرد به زیان خودش است» بیانگر اختیار است و عقیده جبرگرایی را نفی می‌کند. رواج عقیده «جبری گری» مانند ویروس فلج، تحرک، سازندگی و نشاط را از جامعه و فرد می‌گیرد.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۵، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

-۵۵

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۸)

تأثیر دعا در دوری از بلاهای به سنت تأثیر نیکی یا بدی در سرنوشت اشارة دارد و حدیث شریف امام صادق (ع): «من یموت بالذنب اکثر من می‌موت بالاجال و من یعيش بالحسان اکثر من می‌یعيش بالاعمار» نیز حاکی از این سنت است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۶، صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

-۵۶

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۸)

عقیده به توانایی پیامبر اکرم (ص) و اولیای دین در برآوردن حاجات انسان (مانند شفا دادن بیمار) وقتی موجب شرک (ربویت) است که این توانایی را از خود آن‌ها بدانیم. آیه شریفه «اتخذوا احبارهم و رهبانهم ارباباً من دون الله» نیز بیانگر شرک در ربیوت است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس‌های ۲ و ۳، صفحه‌های ۱۷ و ۲۲)

-۵۷

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۸)

برخی چنین پنداشته‌اند که قضا و قدر الهی با اختیار انسان ناسازگار است و تصویر می‌کنند تقدیر چیزی و رای قانونمندی و نظم است که وقتی به حادثه‌ای تعلق گرفت، هر قانونی را لغو و هر نظمی را برهم می‌زنند؛ در حالی که خواهیم دید بدون پذیرش قضا و قدر الهی هیچ نظمی برقرار نمی‌شود و هیچ زمینه‌ای برای کار اختیاری پدید نمی‌آید.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۵، صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

-۵۸

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۸)

یکی از ثمرات اخلاق که سبب رهایی از سرگردانی و تصمیم‌گیری درست و آگاهانه انسان است، دستیابی به معرفت، حکمت و اندیشه‌های محکم و استوار است. (دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۴، صفحه ۳۷)

-۵۹

(کتاب زرده عمومی ۹۷-۹۸)

این که انسان حق‌گرا خود را با نظام حاکم بر جهان که نظامی حق است، هماهنگ کرده و در نتیجه نظام خلقت به او کمک می‌کند، بیانگر سنت توفیق الهی است که آیه شریفه «وَالَّذِينَ جاهَدُوا ..» بیانگر این مفهوم است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۶، صفحه‌های ۵۷ و ۶۰)

-۶۰



(کتاب زر، عمومی ۹۷-۹۶)

ترجمه جمله: «تمام موارد زیر در متن به عنوان عواملی ذکر شده‌اند که به آسیب‌های بیشتر مرتبط با پسر به محیط‌بست منتهی می‌شود به جز نابودی حیوانات و گیاهان.» (درک مطلب)

-۷۳

(کتاب زر، عمومی ۹۷-۹۶)

ترجمه جمله: «واژه "It" در پاراگراف ۱ به «آسیب به طبیعت» اشاره دارد.» (درک مطلب)

-۷۴

(کتاب زر، عمومی ۹۷-۹۶)

ترجمه جمله: «از متن فهمیده نمی‌شود که اگر انسان‌ها موفق شوند کمتر ماده‌گرا باشند، آن‌ها نسبت به آسیب جهانی، آسیب محلی کمتری به محیط بست وارد خواهند کرد.» (درک مطلب)

-۷۵

(کتاب زر، عمومی ۹۷-۹۶)

ترجمه جمله: «متن به نظر می‌رسد که به طور ضمنی بیان می‌کند که جامعه بشری فعلی در کل توسط معیارهای ماده‌گرایی اداره می‌شود.» (درک مطلب)

-۷۶

ترجمه درک مطلب دوم:

«وزن کم کردن ارادی به معنای از دست دادن توده کلی بدن در نتیجه تلاش برای بهبود تناسب اندام و سلامتی یا تغییر دادن شکل ظاهری از طریق لاغر شدن است. کاهش وزن در افرادی که دارای اضافه وزن یا بسیار چاق هستند می‌تواند خطرات سلامتی را کاهش و تناسب اندام را افزایش دهد و ممکن است شروع ابتلاء به دیابت را به تأخیر اندازد. می‌تواند درد را کم کند و حرکت را در افرادی که دچار ورم مفصل زانو هستند، افزایش دهد. کاهش وزن می‌تواند به کاهش فشار خون بالا منجر شود، اما این که آیا [کاهش وزن] آسیب [های] وابسته به فشار خون را کاهش می‌دهد، روشن نیست.

کاهش وزن وقتی اتفاق می‌افتد که بدن مقدار انرژی بیشتری را در کار و سوخت‌وساز، نسبت به مقدار انرژی‌ای که از طریق غذا یا سایر مواد مغذی جذب می‌کند، صرف می‌کند. آن سپس مقادیر ذخیره‌شده چربی یا عضله را استفاده می‌کند و به تدریج منجر به کاهش وزن می‌شود. برای ورزشکارانی که به دنبال بهبود عملکرد یا رسیدن به طبقه‌بندی وزن لازم برای شرکت در ورزشی هستند، غیرمعمول نیست به دنبال کاهش وزن بیشتر باشند، حتی اگر قبلاً به وزن ایده‌آل خود رسیده باشند. اما زیر وزن بودن می‌تواند با خطرات سلامتی مثل مشکل در مبارزه با عفونت، ورم مفصل کاهش قدرت عضلانی، مشکل در تنظیم دمای بدن و حتی افزایش خطر مرگ همراه باشد.»

-۷۷

(کتاب زر، عمومی ۹۷-۹۶)

ترجمه جمله: «پاراگراف ۱۱» عمدتاً درباره چه چیزی است؟» (درک مطلب)

«برخی مزایای کاهش وزن»

-۷۸

(کتاب زر، عمومی ۹۷-۹۶)

ترجمه جمله: «واژه "It" در پاراگراف ۲» به بدن اشاره دارد.» (درک مطلب)

-۷۹

(کتاب زر، عمومی ۹۷-۹۶)

کدامیک از موارد زیر به عنوان مشکلی ذکر شده است که ممکن است از طریق زیر وزن ایده‌آل بودن ایجاد شود؟» (درک مطلب)

-۸۰

(کتاب زر، عمومی ۹۷-۹۶)

«این متن اطلاعات کافی برای پاسخ دادن به کدامیک از سوالات زیر را فراهم می‌کند؟»

«چرا برخی ورزشکاران به دنبال کاهش وزن بیشتر هستند، حتی اگر قبلاً به وزن ایده‌آل خود رسیده‌اند؟» (درک مطلب)

(علی شکوهی)

- (۱) خوشبختانه
(۲) عموماً
(۳) آگاهانه
(۴) کلوزتست

(علی شکوهی)

- (۱) خدمت
(۲) ایستگاه
(۳) تقابل، تضاد
(۴) ایما و اشاره

-۶۸

- (۱) به طور جهانی
(۲) آگاهانه
(۳) نکته مهم درسی

-۶۹

- (۱) خدمت
(۲) ایستگاه
(۳) تقابل، تضاد
(۴) ایما و اشاره

-۷۰

- (۱) نکته مهم درسی
(۲) در این سؤال با یک جمله‌واره وصفی معمولی مواجه هستیم. توجه کنید:

«Carbon dioxide is the most common of the greenhouse gases. The greenhouse gases trap heat in the atmosphere and contribute to climate change.»

برای ترکیب این دو جمله باید از ضمیر موصولی "which" به صورت زیر استفاده کنیم:

“Carbon dioxide is the most common of the greenhouse gases, which trap heat in the atmosphere and contribute to climate change.”

(کلوزتست)

-۷۱

ترجمه جمله: «آیا تا به حال از یک آگهی لذت برده‌اید، اما فوراً فراموش کرده‌اید که برای چه محصلوی بوده است؟»

- (۱) نکته مهم درسی
(۲) در جمله‌های اسمیه اگر کلمه پرسشی در وسط جمله باشد، جمله از حالت پرسشی خارج می‌شود و به صورت خبری می‌آید.

-۷۲

ترجمه جمله: «مجموعه تلویزیونی جدیدی که از روی کتاب «صعود انسان» نوشته برونوفسکی نام‌گذاری شد، بهشت مورد استقبال قرار گرفت.»

- (۱) نکته مهم درسی

در این سؤال مفعول فعل قبل از جای خالی آمده است، در نتیجه جمله مجھول است. در کوتاه کردن جمله وصفی، ضمایر موصولی و همچنین مشتقات "to be" حذف می‌شوند.

(کرامر)

ترجمه درک مطلب اول:

«مسائل زیست‌محیطی مرتبط با بشر چیز جدیدی نیست. مسئله جنگل‌زدایی، بیان‌زایی، آسودگی آب، تغییر اقلیم و نابودی گونه‌ها در سرتاسر تاریخ زمین وجود داشته است. اما با پیشرفت‌های علمی و فناوری امروزی، مردم می‌توانند آسیب بیشتری به طبیعت وارد کنند و این کار را با سرعت بیشتری انجام دهند. تأثیرات بسیار پیچیده‌تر است. از طرف دیگر، به دلیل رشد جمعیت، انسان‌ها تغییر می‌شوند برای برآورده کردن نیازهای جمعیت را به افزایش، بیشتر از همیشه از منابع طبیعی استفاده کنند؛ با آن که می‌دانند کاری که انجام می‌دهند بدون پیامدهای زیست‌محیطی نخواهد بود. اما بیشتر از همه، تأثیر تغییرات زیست‌محیطی که به دست سیاره گسترش یافته است.

دلیل آسیب‌های زیست‌محیطی کاملاً ریشه در فرهنگ بشر دارد. طی صدها سال صنعتی شدن و استفاده از منابع طبیعی، انسان‌ها با این فرض عمل می‌کنند که ما گونه‌های برتر روی زمین هستیم. به دلیل هوشمندیمان، علم و قدرت و ماده‌گرایی، ما احترام‌مان را به محیط‌بست از دست داده‌ایم که یقیناً به تخریب خود ما در دار مدت منتهی خواهد شد. در دنیایی که معیارهای ماده‌گرایی [برآن] حاکم است، مردم و اداره می‌شوند به طور ناکارآمدی از منابع طبیعی، بیشتر استفاده کنند، چون از دیدگاه جامعه، ثروت شخصی دارد به معیار نهایی موقفيت تبدیل می‌شود.»



$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{n-\sqrt{3}}{n}}{\left[\frac{n+\sqrt{3}}{n} \right]} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3^n}{n} \times \frac{-\sqrt{3}}{n}}{\frac{3^n}{n} \times \frac{3-1}{n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3}{\sqrt{3}}}{3^n} = 3$$

چون $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n)$ پس تابع حد ندارد.

-۸۷

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} | \tan \frac{\pi x}{2} | &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x^2}{\cot \frac{\pi x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x^2}{\tan(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(1-x)(1+x)}{\tan \frac{\pi}{2}(1-x)} \end{aligned}$$

چون وقتی $x \rightarrow 1^+$, داریم: $\frac{\pi}{2}(1-x) \rightarrow 0^-$, پس می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(1-x)(1+x)}{\frac{\pi}{2}(1-x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1+x}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}$$

-۸۸

داخل برآخت را می‌سازیم $\Rightarrow \sqrt{k} < \sqrt{x} < \sqrt{8} \Rightarrow 2\sqrt{k} < 2\sqrt{x} < 4\sqrt{2}$
داخل برآخت اگر عدد صحیح شود, f در آن نقطه نایپوسته است. پس بین $2\sqrt{k}$ و $4\sqrt{2} = 5/\sqrt{2} = 5/\sqrt{2}$ باید دو عدد صحیح قرار داشته باشد تا تابع در دو نقطه نایپوسته باشد. پس کمترین مقدار $2\sqrt{k}$ برابر ۳ است.

$$2\sqrt{k} = 3 \Rightarrow \sqrt{k} = \frac{3}{2} \Rightarrow k = 2/25$$

-۸۹

منظور از جواب‌های معادله $y = 2f(x) - x^2$, ریشه‌های تابع $g(x) = 2f(x) - x^2$ است. از آنجاکه f و x^2 هر دو توابعی پیوسته و زوج‌اند, تابع g نیز تابعی پیوسته و زوج است. حال با توجه به جدول تابع f , جدول مقاییر تابع g را می‌توان به صورت

$$g(a) = g(-a) \quad \text{زیر نوشت, فقط توجه داشته باشید, چون } g \text{ زوج است, پس:}$$

x	-	-	-	-	-	-	-
$g(x) = 2f(x) - x^2$	1	1	1	1	1	1	1

طبق قضیه بولزانو, اگر $g(a) \cdot g(b) < 0$ باشد, در بازه (a, b) حداقل یک ریشه وجود دارد. بنابراین g در بازه $[3, -3]$ حداقل ۴ ریشه دارد.

-۹۰

مطابق شکل, معادله مجانب مایل تابع f به صورت $y = -x + 2$ می‌باشد.

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (-x)) = 2 \end{cases} \\ &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + (x+1)f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + xf(x) + f(x)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left((x+f(x)) + \frac{f(x)}{x} \right) = 2-1=1 \end{aligned}$$

دیفرانسیل

-۸۱

$$\therefore \lambda \bar{a} = \frac{b}{6} \Rightarrow \frac{\lambda \bar{a} - \lambda}{6} = \frac{b}{6} \Rightarrow \frac{\lambda + a - \lambda}{6} = \frac{b}{6}$$

$\Rightarrow a = 3(5b - 24) \Rightarrow$ مضرب ۳ است.

به ازای $a = 0, 6, 9$ جوابی برای b به دست نمی‌آید. اما به ازای 3 $a+b=\lambda$ و بنابراین $b=5$ خواهیم داشت.

-۸۲

$$\frac{2n-5}{n+2} = \frac{2n+6-11}{n+2} = \frac{2(n+2)-11}{n+2} = 3 - \frac{11}{n+2}$$

برای این‌که عبارت فوق صحیح شود, باید کسر $\frac{11}{n+2}$ عددی صحیح شود.
 $n+2=1 \Rightarrow n=-1 \notin \mathbb{N}$

$$n+2=11 \Rightarrow n=9 \in \mathbb{N}$$

$$n+2=-1 \Rightarrow n=-3 \notin \mathbb{N}$$

$$n+2=-11 \Rightarrow n=-13 \notin \mathbb{N}$$

-۸۳

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n + \sqrt{n - \sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty \quad (\text{بیکران} \rightarrow \text{و اگر} \rightarrow \text{بینهایت})$$

صعودی:

$$\left. \begin{array}{l} \text{جمع دو دنباله: } n + \sqrt{n - \sqrt{n}} \\ \text{صعودی: } n - \sqrt{n} \Rightarrow \sqrt{n - \sqrt{n}} \end{array} \right\} \text{صعودی: } \sqrt{n - \sqrt{n}}$$

-۸۴

$$\text{با توجه به این‌که } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+k}{n+2} = 2 \text{ و } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+k}{n} = 1 \text{ باید داشته باشیم}$$

$$\frac{2n+k}{n+2} < 2 \text{ و } \frac{n+k}{n} \geq 1 \quad \text{تا جزء صحیح هر دو عبارت برابر یک گردد و}$$

دنباله همگرا شود.

$$\begin{cases} \frac{n+k}{n} \geq 1 \Rightarrow n+k \geq n \Rightarrow k \geq 0 \\ \frac{2n+k}{n+2} < 2 \Rightarrow 2n+k < 2n+4 \Rightarrow k < 4 \\ \Rightarrow 0 \leq k < 4 \end{cases}$$

-۸۵

$$a_n - b_n = n\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n - n\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} = n\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$\Rightarrow a_n - b_n = -\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n - b_n) = -e$$

پس دنباله $\{a_n - b_n\}$ همگرا به $-e$ است.

-۸۶

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n + \frac{1}{n} \right) = +\infty \text{ و } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n - \frac{\sqrt{2}}{n} \right) = +\infty$$

می‌دانیم، وقتی $x \rightarrow +\infty$, تابع معادل $\frac{3^x}{x^{|\alpha|}}$ است. پس داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{n+\frac{1}{n}}{n}}{\left[\frac{n+\frac{1}{n}}{n} \right]} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{n+\frac{1}{n}}{n}}{\frac{n+\frac{1}{n}}{n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 1$$



$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3-\sqrt{x}} - 1} \times \frac{\sqrt{3-\sqrt{x}} + 1}{\sqrt{3-\sqrt{x}} + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(3x+2)(x-4)(2)}{3-\sqrt{x}-1} \times \frac{2+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(3x+2)(x-4)(2)(4)}{(4-x)} = 14 \times (-1) \times (8) = -112 \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(3x^2 - 10x - 8)(2)}{2 - \sqrt{x}} \stackrel{\text{HOP}}{\longrightarrow} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{12x - 20}{\frac{-1}{2\sqrt{x}}} = -112$$

-۹۷ تابع $f(x)$ در $x = 3$ پیوسته است، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} a \log_2(1+x) = (a) \log_2 4 = 2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 3a + 2^{3-3} = 3a + 1$$

$$f(3) = 2a \longrightarrow 2a = 3a + 1 \longrightarrow a = -1$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2^{x-3} & : x < 3 \\ -\log_2(1+x) & : x \geq 3 \end{cases}$$

$$f(2) \stackrel{2<3}{=} -2 + 2^{2-3} = -2 + 2^{-1} = -2 + \frac{1}{2} = -1/2$$

-۹۸

تابع را در بازه $[2, 3]$ می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x^3 - x - 6} & ; 2 < x < 3 \\ a & ; x = 2 \end{cases}$$

برای پیوستگی باید داشته باشیم: $a = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

$$a = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^3 - x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x^2 + 2x + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 + 2x + 3} = \frac{1}{4 + 4 + 3} = \frac{1}{11}$$

-۹۸

ابزاری موقیت

$$y = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} & ; x < 0 \Rightarrow y = 1 \\ \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} & ; x > 0 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

بنابراین نمودار این تابع، دو خط مجانب دارد.

-۱۰۰

$x = 1$ $x = 2$ مجانب قائم نمودار است، پس حتماً ریشه مخرج است. از طرفی $x = 2$ جزء دامنه تابع نیست اما در این نقطه حد وجود دارد. یعنی $x = 2$ هم ریشه صورت و هم ریشه مخرج است. تابع با محور x ها برخوری ندارد. بنابراین $x = 2$ ریشه مضاعف صورت است. در نتیجه ضابطه تابع به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} y &= \frac{(x-2)^2}{(x-1)(x-2)} = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 3x + 2} \\ \Rightarrow a &= -4, b = 4, c = -3, d = 2 \Rightarrow ab - cd = -16 + 6 = -10 \end{aligned}$$

دیفرانسیل (کتاب زرد ۹۷)

-۹۱

کمترین مقدار تفاضل کران پایین از کران بالای دنباله، از تفاضل کوچکترین کران بالای دنباله و بزرگترین کران پایین دنباله بدست می‌آید:

$$U_n = \frac{n^2 + n}{3n^2 - 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{3n^2 - 1} = \frac{1}{3}, \quad U_1 = \frac{2}{3} = 1$$

با مقایسه جمله اول و عدد همگرایی دنباله، متوجه می‌شویم که دنباله نزولی

بوده و با مقادیر بیشتر از $\frac{1}{3}$ به $\frac{1}{3}$ نزدیک می‌شود. بنابراین:

کوچکترین کران بالای دنباله

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

بزرگترین کران پایین دنباله

-۹۲

$$U_n = \left[\frac{n(-1)^n}{n^2 + 1} \right] = \begin{cases} \left[\frac{-n}{n^2 + 1} \right] & ; n \text{ even} \\ \left[\frac{n}{n^2 + 1} \right] & ; n \text{ odd} \end{cases}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{-n}{n^2 + 1} \right] = \left[- \right] = -1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{n}{n^2 + 1} \right] = \left[+ \right] = 0$$

بنابراین دنباله موردنظر واگر است.

-۹۳

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 + 1}{n^2 + 2n} = 4 \Rightarrow \left| \frac{4n^3 + 1}{n^2 + 2n} - 4 \right| < 0 / 0 \Rightarrow \left| \frac{1 - 4n}{n^2 + 2n} \right| < 0 / 0$$

$$\Rightarrow \frac{4n - 1}{n^2 + 2n} < \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow n^2 - 98n > -25 \Rightarrow n_0(n_0 - 98) > -25$$

کوچکترین مقدار n_0 که در رابطه فوق صدق کند، $n_0 = 98$ است.

-۹۴

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{n}} \right)^n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{e} \right)^n$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} e^{-n} = e^{-\infty} = 0$$

-۹۵

$$\begin{cases} a < 0: \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|2-ax|}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-ax}{x} = -a = \frac{a}{4} + 1 \Rightarrow a = -\frac{4}{5} \\ a > 0: \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|2-ax|}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{x} = a = \frac{a}{4} + 1 \Rightarrow a = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\frac{16}{15} = \text{حاصل ضرب مقادیر}$$

-۹۶

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3-\sqrt{x}} - 1} : \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

روش اول:



$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= (2, -1, 1) \\ \mathbf{b} &= (0, 1, -1) \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{a} \times \mathbf{b} = (0, 2, 2) \\ \mathbf{a} + 2\mathbf{b} = (2, 1, -1) \end{cases}$$

مساحت مثلثی که بر روی دو بردار $\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$ و $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ ساخته می‌شود برابر است با:

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} |(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} + 2\mathbf{b})|$$

$$= \frac{1}{2} |(0, 2, 2) \times (2, 1, -1)| = \frac{1}{2} |(-4, 4, -4)| = \frac{1}{2} (4\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$$

- ۱۰۴

$$A = (2, 5, 0) \quad \text{به صورت } L_1 : \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \quad \text{بردار هادی خط}$$

$$B = (1, 4, 0) \quad \text{به صورت } L_2 : \frac{x-1}{3} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z}{5} \quad \text{بوده و نقطه } u_2 = (3, -1, 5) \text{ بوده و نقطه } u_1 = (0, 0, 1)$$

نقطه دلخواهی روی این خط است. همچنین بردار هادی خط

$$u = u_1 \times u_2 = (0, 0, 1) \times (3, -1, 5) = (1, 3, 0)$$

اگر P_1 و P_2 به ترتیب صفحه‌های شامل خطوط L_1 و L_2 بوده به گونه‌ای که هر کدام از این دو صفحه بر بردار $u_1 \times u_2$ عمود باشند، آنگاه طول عمود مشترک دو خط متانفرا L_1 و L_2 برابر فاصله این دو صفحه است. داریم:

$$P_1 : (x-2) + 3(y-5) = 0 \Rightarrow x + 3y = 17$$

$$P_2 : (x-1) + 3(y-4) = 0 \Rightarrow x + 3y = 13$$

$$L_1 \text{ و } L_2 : \text{طول عمود مشترک} = \frac{|17 - 13|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

- ۱۰۵

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 \gamma = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \gamma = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{حاده است} \rightarrow \cos \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$e_a = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

در بین گزینه‌ها، تنها بردار نرمال صفحه $x + y + \sqrt{2}z = 0$ یعنی بردار $(1, 1, \sqrt{2})$ موازی با این بردار است.

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \times 2 \rightarrow (1, 1, \sqrt{2})$$

- ۱۰۶

ضرب خارجی دو بردار a و b برابر است با:

$$\begin{cases} a = (2, -3, 1) \\ b = (1, 2, -4) \end{cases} \Rightarrow a \times b = (10, 9, 7)$$

حجم متوازی‌السطح ساخته شده روی سه بردار a ، b و $a \times b$ برابر قدر مطلق دترمینان ماتریسی است که سطرهای آن را مولفه‌های این سه بردار تشکیل می‌دهند.

داریم:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \\ 10 & 9 & 7 \end{vmatrix} = (28 + 12 + 9) - (20 - 72 - 21) = 157 + 72 = 230$$

⇒ حجم متوازی‌السطح $= 230$

- ۱۰۷

دو طرف تساوی را در بردار a ضرب داخلی می‌کنیم:

$$\underbrace{a \cdot (a \times b)}_{0} + a \cdot (b \times c) + \underbrace{a \cdot (c \times a)}_{0} = 0$$

جملات اول و سوم سمت چپ تساوی فوق برابر صفر هستند. زیرا بردارهای $a \times b$ و $c \times a$ بر بردار a عمود هستند و ضرب داخلی آن‌ها در بردار a برابر صفر می‌شود. پس به تساوی زیر می‌رسیم:

$$a \cdot (b \times c) = 0$$

که این همان شرط هم صفحه بودن سه بردار است. طبق این رابطه $b \times c$ که برداری عمود بر بردارهای b و c است، بر بردار a نیز عمود است (چون ضرب داخلی آن‌ها صفر شده است)، بنابراین سه بردار در یک صفحه واقع هستند.

طول عمود مشترک دو خط متانفرا L_1 و L_2 از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$D = \frac{|\overrightarrow{P_1 P_2} \cdot (u_1 \times u_2)|}{|u_1 \times u_2|} \quad \text{طول عمود مشترک}$$

در این رابطه u_1 و u_2 بردارهای هادی خطوط L_1 و L_2 و P_1 و P_2 نقاطی دلخواه روی خطوط L_1 و L_2 هستند.

$$\text{بردار هادی خط } L_1 : \frac{x-a}{3} = \frac{y+1}{-4} = z-3 \quad \text{به صورت } u_1 = (3, -4, 1) \quad \text{و نقطه}$$

نقطه دلخواهی روی این خط است. همچنین بردار هادی محور Z به صورت $P_2 = (0, 0, 0)$ و نقطه $u_2 = (0, 0, 0)$ است. بنابراین داریم:

$$\overrightarrow{P_1 P_2} = (0, 0, 0) - (a, -1, 3) = (-a, 1, -3)$$

$$\overrightarrow{u_1} \times \overrightarrow{u_2} = (3, -4, 1) \times (0, 0, 1) = (-4, -3, 0)$$

$$\Rightarrow D = \frac{|(-a, 1, -3) \cdot (-4, -3, 0)|}{|(-4, -3, 0)|} = \frac{|4a - 3|}{4}$$

$$\Rightarrow |4a - 3| = 25 \Rightarrow \begin{cases} 4a - 3 = 25 \Rightarrow a = 7 \\ 4a - 3 = -25 \Rightarrow a = \frac{-11}{4} \end{cases}$$

- ۱۰۶

هندسه تحلیلی

- ۱۰۸

اگر بردار a با محورهای x ، y ، z ، α ، β ، γ بسازد، آن‌گاه بردار جهت

بردار a به صورت $e_a = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ است و رابطه

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 \gamma = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \gamma = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$e_a = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

در بین گزینه‌ها، تنها بردار نرمال صفحه $x + y + \sqrt{2}z = 0$ یعنی بردار $(1, 1, \sqrt{2})$

- ۱۰۹

ضرب خارجی دو بردار a و b برابر است با:

$$\begin{cases} a = (2, -3, 1) \\ b = (1, 2, -4) \end{cases} \Rightarrow a \times b = (10, 9, 7)$$

حجم متوازی‌السطح ساخته شده روی سه بردار a ، b و $a \times b$ برابر قدر مطلق دترمینان ماتریسی است که سطرهای آن را مولفه‌های این سه بردار تشکیل می‌دهند.

داریم:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \\ 10 & 9 & 7 \end{vmatrix} = (28 + 12 + 9) - (20 - 72 - 21) = 157 + 72 = 230$$

⇒ حجم متوازی‌السطح $= 230$

- ۱۱۰

دو طرف تساوی را در بردار a ضرب داخلی می‌کنیم:

$$\underbrace{a \cdot (a \times b)}_{0} + a \cdot (b \times c) + \underbrace{a \cdot (c \times a)}_{0} = 0$$

جملات اول و سوم سمت چپ تساوی فوق برابر صفر هستند. زیرا بردارهای $a \times b$ و $c \times a$ بر بردار a عمود هستند و ضرب داخلی آن‌ها در بردار a برابر صفر می‌شود. پس به تساوی زیر می‌رسیم:

$$a \cdot (b \times c) = 0$$

که این همان شرط هم صفحه بودن سه بردار است. طبق این رابطه $b \times c$ که برداری عمود بر بردارهای b و c است، بر بردار a نیز عمود است (چون ضرب داخلی آن‌ها صفر شده است)، بنابراین سه بردار در یک صفحه واقع هستند.



طبق صورت سؤال خط هادی سهمی $x = -1$ است. با توجه به معادله سهمی، رأس سهمی

$$S\left(-\frac{2}{a}, \frac{a}{a}\right) \text{ است. حال مقدار } a \text{ چه مثبات}$$

و چه منفی باشد، رابطه زیر تبیجه می‌شود:

$$-1 + \frac{a}{a} = -\frac{2}{a} \Rightarrow a^2 - 2a = -16 \Rightarrow (a-4)^2 = 0 \Rightarrow a = 4$$

بنابراین معادله سهمی به صورت $(y-1)^2 = 2(x+1)$ و مختصات رأس سهمی

$$S\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \text{ می‌باشد. پس مختصات کانون سهمی به صورت زیر به دست می‌آید:}$$

$$F = \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}, 1\right) = (0, 1)$$

$$\Rightarrow |AF| = \sqrt{(3-0)^2 + (4-1)^2} = 3\sqrt{2}$$

هنریه تحلیلی (کتاب زرد) (۹۷)

برداری که با جهت مثبت هر \mathbf{x} محور، زوایای حاده یکسان می‌سازد را می‌توان به

شكل $\mathbf{b} = (x, x, x)$ که در آن $x > 0$ است، در نظر گرفت. بنابراین:

$$\mathbf{a}' = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{b}|^2} \mathbf{b} = \frac{(4, -3, 2) \cdot (x, x, x)}{(\sqrt{x^2 + x^2 + x^2})^2} (x, x, x)$$

$$\Rightarrow \mathbf{a}' = \frac{4x - 3x + 2x}{3x^2} (x, x, x) \Rightarrow \mathbf{a}' = \frac{1}{x} (x, x, x) = (1, 1, 1)$$

می‌دانیم $\mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{k}$. داریم:

$$(\mathbf{i} + \mathbf{j}) \cdot ((\mathbf{j} + \mathbf{k}) \times (\mathbf{k} + \mathbf{i}))$$

$$= (\mathbf{i} + \mathbf{j}) \cdot (\mathbf{j} \times \mathbf{k} + \mathbf{j} \times \mathbf{i} + \mathbf{k} \times \mathbf{k} + \mathbf{k} \times \mathbf{i})$$

$$= (\mathbf{i} + \mathbf{j}) \cdot (\mathbf{i} - \mathbf{k} + \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} + \mathbf{j} \cdot \mathbf{i} - \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} + \mathbf{j} \cdot \mathbf{j})$$

$$= |\mathbf{i}|^2 + |\mathbf{j}|^2 = 1 + 1 = 2$$

ذکر: بردارهای \mathbf{i} و \mathbf{k} ، دو به هم عمودند، پس ضرب داخلی هر دو بردار

غیرهم‌نام از میان آن‌ها برابر صفر است.

-۱۱۱

-۱۱۲

-۱۱۳

مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی بردارهای $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ و \mathbf{c} برابر با طول بردار حاصل ضرب خارجی $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$ است. داریم:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (4\mathbf{i} + \mathbf{k}) \times (3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - \mathbf{k}) = 2\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$$

$$\Rightarrow (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = (2\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 4\mathbf{k}) \times (\mathbf{j} - \mathbf{k}) = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

$$\Rightarrow S = |(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}| = \text{مساحت متوازی‌الاضلاع}$$

$$= \sqrt{(-1)^2 + 4^2 + 2^2} = 3$$

-۱۰۷

$$3x^2 + 4y^2 + 16z^2 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 4(y^2 + 4z^2) - 16 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 4(y+2)^2 = 16 \Rightarrow \frac{x^2}{16-k} + \frac{y^2}{16-k} = 1$$

$$c^2 = a^2 - b^2 = \frac{16-k}{3} - \frac{16-k}{4} = \frac{16-k}{12}$$

$$\Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow c^2 = 1 \Rightarrow \frac{16-k}{12} = 1$$

$$\Rightarrow 16 - k = 12 \Rightarrow k = 4$$

-۱۰۸

چون قطر بزرگ بیضی موازی محور y هاست، پس ضریب x^2 از ضریب y^2 بزرگ‌تر است، یعنی $a > 2$. بنابراین:

$$e = \sqrt{1 - \frac{\min(y^2, x^2)}{\max(y^2, x^2)}} \Rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{a}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{1 - \frac{a}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = 1 - \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

-۱۰۹

$$2y^2 - 12y + mx + k = 0 \Rightarrow 2y^2 - 12y = -mx - k \quad \rightarrow$$

$$y^2 - 6y = -\frac{m}{2}x - 6 \quad \rightarrow y^2 - 6y + 9 = -\frac{m}{2}x + 5$$

$$\Rightarrow (y-3)^2 = -\frac{m}{2}(x - \frac{10}{m})$$

سهمی افقی است و با توجه به مقدار m در گزینه‌ها، قطعاً رو به چپ باز می‌شود. پس داریم:

$$S\left(\frac{10}{m}, 3\right) \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{10}{m} \\ k = 3 \end{cases} \quad \text{(رأس سهمی)}$$

$$4a = \frac{m}{2} \Rightarrow a = \frac{m}{8} \quad \text{(فاصله کانونی سهمی)}$$

$$d : x = a + h = \frac{m}{8} + \frac{10}{m} \quad \text{(خط هادی سهمی)}$$

با توجه به معادله خط هادی در صورت سؤال داریم:

$$\frac{m}{8} + \frac{10}{m} = \frac{21}{8} \Rightarrow m^2 + 80 = 21m \Rightarrow m^2 - 21m + 80 = 0$$

$$\Rightarrow (m-16)(m-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 16 \\ m = 5 \end{cases}$$

-۱۱۰

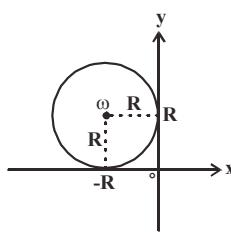
ابتدا معادله سهمی را به صورت استاندارد در می‌آوریم:

$$y^2 - 2y = \frac{1}{2}ax \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = \frac{1}{2}(ax + 2)$$

$$\Rightarrow (y-1)^2 = \frac{a}{2}(x + \frac{2}{a})$$



-۱۱۸



نقطه $(-1, 2)$ در ناحیه دوم دستگاه مختصات واقع است، شکل مقابل نشان می‌دهد که مختصات مرکز دایره‌ای به شعاع R که در ناحیه دوم دستگاه مختصات، بر هر دو محور مماس است، به صورت $\omega(-R, R)$ است.
معادله این دایره عبارت است از:

$$(x - x_{\omega})^2 + (y - y_{\omega})^2 = R^2$$

$$\xrightarrow{\omega(-R, R)} (x + R)^2 + (y - R)^2 = R^2$$

طبق فرض، این دایره از نقطه $(-1, 2)$ می‌گذرد، پس مختصات این نقطه در معادله آن صدق می‌کند:

$$(-1 + R)^2 + (2 - R)^2 = R^2$$

$$\Rightarrow (1 - 2R + R^2) + (4 - 4R + R^2) = R^2$$

$$\Rightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Rightarrow (R - 1)(R - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 1 \\ R_2 = 5 \end{cases}$$

بنابراین، دو دایره، یکی به شعاع $R_1 = 1$ (دایرة کوچک‌تر) و دیگری به شعاع $R_2 = 5$ (دایرة بزرگ‌تر) وجود دارد که از نقطه $(-1, 2)$ گذشته و بر محورهای مختصات مماس هستند، پس قطر دایرة بزرگ‌تر برابر است با $2R_2 = 10$.

دو خط روی محور X ها متقاطع‌اند. پس ابتدا مختصات نقطه تلاقی آن‌ها را به دست می‌آوریم. می‌دانیم هر نقطه‌ای روی محور X ها دارای $y = 0$ و $Z = 0$ برابر صفر است. پس با توجه به خطی که معادلات پارامتری آن داده شده است، داریم:

$$y = t + 1 = 0 \Rightarrow t = -1, z = -t - 1 = 0 \Rightarrow t = -1$$

توجه کنید: در هر دو تساوی $y = 0$ و $z = 0$ ، یک جواب برای t به دست آمده، اگر غیر این باشد، خط محور X ها را قطع نمی‌کند.

$$x = -4t - 2 \xrightarrow{t = -1} x = 2$$

بنابراین نقطه $A = (2, 0, 0)$ ، نقطه تلاقی دو خط است. با جای‌گذاری مختصات نقطه در معادله خط دیگر، داریم:

$$\frac{1+b}{1} = \frac{a}{3} = \frac{2}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2$$

-۱۱۵

نقطه $B = (-1, 0, -1)$ روی صفحه قرار دارد، در نتیجه $\overrightarrow{BA} = (2, 3, m+1)$ است. حال با کمک رابطه مربوط به فاصله یک نقطه از صفحه و نرمال صفحه یعنی $|BA| = \sqrt{3^2 + (-4)^2}$ داریم:

$$D = \frac{|\overrightarrow{BA} \cdot n|}{|n|} \Rightarrow 2 = \frac{|3 \times 2 + 0 \times 3 - 4(m+1)|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$\Rightarrow |2 - 4m| = 1 \Rightarrow m = -2 \text{ یا } m = 3$$

-۱۱۶

صفحه‌ای که از نقطه A' بر خط AA' عمود شود، صفحه P است. یک نقطه صفحه P ، نقطه A' است و بردار نرمال آن هم راستا با بردار $\overrightarrow{AA'} = (1, 1, -1)$ می‌باشد.

$$\overrightarrow{AA'} = (2, 0, 1) - (-1, -1, 2) = (1, 1, -1)$$

$$\Rightarrow n_P = \overrightarrow{AA'} = (1, 1, -1)$$

$$\Rightarrow P : (x - 2) + (y - 0) - (z - 1) = 0$$

پس معادله صفحه P عبارت است از:
 $x + y - z - 1 = 0$

-۱۱۷

طبق تعریف سه‌می، فاصله نقطه M از کانون و خط هادی برابر است. داریم:

$$MF = \sqrt{(5 - 3)^2 + (3 - 7)^2} = 5$$

اگر سه‌می افقی باشد، خط هادی آن به صورت $x = x_0$ می‌باشد.

$$|x_0 - 3| = 5 \Rightarrow \begin{cases} x_0 - 3 = 5 \Rightarrow x_0 = 8 \\ x_0 - 3 = -5 \Rightarrow x_0 = -2 \end{cases}$$

اگر سه‌می قائم باشد، خط هادی آن به صورت $y = y_0$ می‌باشد.

$$|y_0 - 7| = 5 \Rightarrow \begin{cases} y_0 - 7 = 5 \Rightarrow y_0 = 12 \\ y_0 - 7 = -5 \Rightarrow y_0 = 2 \end{cases}$$

برای دایرة $c_1 : (x - a)^2 + y^2 - 9 = 0$ داریم:

$$r_1 = 3, O_1 = (a, 0)$$

برای دایرة $c_2 : x^2 + (y - 4)^2 - 64 = 0$ داریم:

$$r_2 = 8, O_2 = (0, 4)$$

شرط این که دو دایرة مماس درون باشند آن است که: $|O_1 O_2| = r_1 - r_2$

$$\sqrt{(0 - a)^2 + (4 - 0)^2} = |3 - 8| \Rightarrow a^2 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow a = \pm 3 \xrightarrow{\text{نامنفی}} a = 3$$



-۱۲۶

حاصل ضرب درایه‌های قطری ماتریس A^2 همان حاصل ضرب درجات رئوس گراف است.

برای این که درخت مورد نظر حداقل تعداد رئوس درجه یک را دارا باشد، کافی است عدد ۹۰ را به عوامل اول آن تجزیه کنیم. $90 = 5 \times 3^2 \times 2$ یعنی این درخت دارای یک رأس درجه ۵، دو رأس درجه ۳ و یک رأس درجه ۲ است.

اگر تعداد رأس‌های درجه یک را با x نمایش دهیم، داریم:

$$\sum \deg v_i = 2q = 2(p-1)$$

$$\Rightarrow 5 + 2 \times 3 + 2 + x = 2(1 + 2 + 1 + x - 1)$$

$$\Rightarrow 13 + x = 6 + 2x \Rightarrow x = 7$$

-۱۲۷

$$(abc)_a = (cb \cdot a)_b$$

$$\Rightarrow c + 4b + 8a = a + 2ab + 12ac$$

$$\Rightarrow 8a - 16b = 12ac \Rightarrow 2a - 4b = 3c$$

$$\Rightarrow 4(a - b) = 3c$$

بنابراین $c = 4$ است و در نتیجه $a - b = 3$ خواهد بود، یعنی $a = 7$

$b = 4$ است ولی چون در مبنای ۵، رقم ۷ وجود ندارد. این حالت نشدنی است.

-۱۲۸

$$(abc)_b = (cba)_a$$

$$\Rightarrow c + 6b + 3a = a + ab + 2ac$$

$$\Rightarrow b = 24c - 4a$$

تنها عددهایی که در معادله فوق صدق می‌کنند، عبارتند از:

$$a = 2, b = 2, c = 3$$

-۱۲۹

$$4AP + 1 = n^2 \Rightarrow 4AP = n^2 - 1$$

$$\Rightarrow 4AP = (n-1)(n+1)$$

تنها حالت‌های ممکن عبارتند از:

$$\begin{cases} n+1 = 2P \Rightarrow 26 = 2P \Rightarrow P = 13 \\ n-1 = 24 \Rightarrow n = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n+1 = 24 \Rightarrow n = 23 \\ n-1 = 2P \Rightarrow 22 = 2P \Rightarrow P = 11 \end{cases}$$

-۱۳۰

$$\Delta | 2n+1 \Rightarrow 2n+1 = \Delta k \xrightarrow{\text{فرداست}} 2n+1 = \Delta(2k'+1) = 10k' + \Delta$$

$$\Rightarrow 2n = 10k' + 4 \rightarrow n = 5k' + 2$$

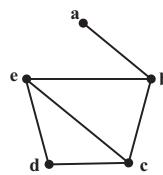
$$14n^2 + 19n + 6 = (2n+1)(2n+6) = (10k'+5)(30k'+20)$$

$$= 25(2k'+1)(5k'+4) = 25q$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم مورد نظر برابر صفر است.

ریاضیات گستته

-۱۲۱



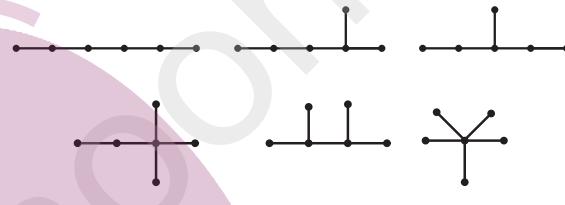
گراف مورد نظر در شکل زیر رسم شده است:
مسیرهای موجود از رأس a (رأس درجه ۱) به رأس d (رأس درجه ۲) عبارت‌اند از:
 $abcd, abed, abcd, abecd$

-۱۲۲

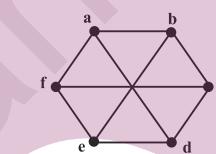
گراف ساده همبند و فاقد دور، درخت است. در درخت تعداد یال‌ها از تعداد رأس‌ها یکی کمتر است ($q = p-1$)، بنابراین داریم:

$$p+q=11 \Rightarrow p+(p-1)=11 \Rightarrow 2p-1=11 \Rightarrow p=6$$

تعداد درخت‌های مرتبه ۶ برابر ۶ تاست که عبارت‌اند از:



-۱۲۳



دو گراف فوق یکریخت هستند، پس کافی است تعداد دورهای به طول ۴ را در گراف سمت راست محاسبه کنیم. هر دور به طول ۴ در این گراف شامل ۲ رأس از بالا و ۲ رأس از پایین است، پس داریم:

$$\binom{5}{4} \times \frac{(4-1)!}{2} = 3 \times 3 = 9$$

-۱۲۴

تعداد دورها به طول ۴ در گراف K_5 برابر است با:

$$\binom{5}{4} \times \frac{(4-1)!}{2} = 5 \times 3 = 15$$

دورهایی به طول ۴ که شامل یال ab هستند، عبارتند از:
 $abeda, abdca, abcea, abeca, abdea, abeda$

یعنی با حذف یال ab، ۶ دور به طول ۴ حذف می‌شود. پس تعداد دورهای به طول ۴ در گراف باقیمانده برابر است با:

-۱۲۵

اگر تعداد رأس‌های درجه یک را x فرض کنیم، آن گاه داریم:

$$q = p-1 = 6+x-1 = 5+x$$

$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow 21+x = 2(5+x)$$

$$\Rightarrow 21+x = 10+2x \Rightarrow x = 11$$



$$\begin{cases} a = 3k + 1 \\ a = 7k' + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2 = 3(k+1) & ; \quad k \in \mathbb{Z} \\ a + 2 = 7(k'+1) & ; \quad k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

هم بر ۳ و هم بر ۷ بخش‌بذیر است یعنی بر ۲۱ بخش‌بذیر است.
در نتیجه:

$$a + 2 = 21q = 21(q-1+1) = 21(q-1) + 21 \Rightarrow a = 21q' + 19$$

-۱۳۷

$$\begin{cases} a = 4k - 3 \\ b = 4k' - 3 \end{cases} \Rightarrow ab = (4k - 3)(4k' - 3)$$

$$= 16kk' - 12k - 12k' + 9 = 4(4kk' - 3k - 3k' + 3) - 3$$

$$= 4q - 3(q \in \mathbb{Z})$$

یعنی دو عضو دلخواه از مجموعه B را اگر در هم ضرب کنیم، حاصل باز هم به $4k - 3$ خواهد بود.

مثال نقض برای سایر گزینه‌ها: $(k \in \mathbb{Z})$

«۱» گزینه: $\begin{cases} 3 \in A \\ 7 \in A \end{cases} \Rightarrow 3 \times 7 = 21 \neq 4k + 3 \Rightarrow 21 \notin A$

«۲» گزینه: $\begin{cases} -3 \in C \\ 2 \in C \end{cases} \Rightarrow (-3)(2) = -6 \neq 5k - 3 \Rightarrow -6 \notin C$

«۴» گزینه: $\begin{cases} 5 \in D \\ 11 \in D \end{cases} \Rightarrow 5 \times 11 = 55 \neq 5k + 5 \Rightarrow 55 \notin D$

-۱۳۸

$$p = 2 \Rightarrow p^2 + 14 = 4 + 14 = 18$$

غیراول

$$p = 3 \Rightarrow p^2 + 14 = 9 + 14 = 23$$

اول

هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ را می‌توان به صورت $1 + 6k - 1$ (ک $\in \mathbb{Z}$) نمایش داد. بنابراین داریم:

$$p > 3 \Rightarrow (6k \pm 1)^2 + 14 = 6k' + 1 + 14$$

غیراول

پس تنها به ازای $p = 3$ عددی اول است.

-۱۳۹

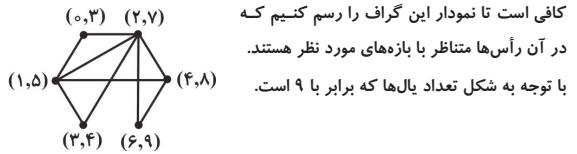
با فرض این که $a \leq b$ و $b' = \frac{b}{d} \cdot a' = \frac{a}{d}$. $[a, b] = c$. $(a, b) = d$

داشت:

$$c = a'b'd = 432 \Rightarrow a'b' \times 18 = 432 \Rightarrow a'b' = 24$$

$$\xrightarrow{(a', b')=1} \begin{cases} a' = 1, b' = 24 \\ a' = 3, b' = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 18, b = 432 \\ a = 54, b = 144 \end{cases}$$

-۱۴۰



ریاضیات گسسته (کتاب زرد ۹۷)

-۱۳۱

اختلاف تعداد بالاهای گراف -۷ - منظم مرتبه p و -۶ - منظم مرتبه p برابر ۷ بال می‌باشد. با توجه به این که در گراف -۳ - منظم، داریم $rp = 7q$ ، می‌توان نوشت:

$$\frac{vp}{2} - \frac{6p}{2} = 7 \Rightarrow p = 14$$

$$G = \frac{6 \times 14}{2} + 5 = 47$$

-۱۳۲

را رأس W حذف می‌کنیم چون مسیر مورد نظر، شامل آن نیست: از u به x ، پنج مسیر (ubax, uabx, ubx, uax, ux) وجود دارد. از x به v ، پنج مسیر (xdev, xcdv, xdv, xcv, xv) موجود است. پس کل تعداد مسیرها بین u و v برابر است با $5 \times 5 = 25$.

-۱۳۳

بهتر است نمودار گراف را با نام گذاری رأس‌ها، بکشیم.

a	b	c	d
\circ	1	1	1
1	○	○	1
1	○	○	1
1	1	1	○

نمودار گراف

همان گونه که می‌بینیم، این گراف همبند است و دارای دو دور به طول ۴ است (acda, abda) یعنی دور به طول فرد دارد. از آنجا که این گراف از مرتبه ۴ است و دارای دوری به طول ۴ می‌باشد (acedba)، پس همیلتونی است. این گراف روی هم دارای ۳ دور است.

-۱۳۴

بنابراین هر دو رأس مشخص در درخت فقط یک مسیر وجود دارد. پس غیر از آن رأس مشخص، ۱۲ رأس دیگر وجود دارد. در نتیجه:

$$\begin{cases} p = 12 + 1 = 13 \\ q = p - 1 = 12 \end{cases} \Rightarrow p + q = 25$$

-۱۳۵

بنابراین هر دو رأس مشخص در درخت فقط یک مسیر وجود دارد. پس غیر از آن رأس مشخص، ۱۲ رأس دیگر وجود دارد. در نتیجه:

$$\begin{cases} a = 149q + r \\ r = 7q^2 \end{cases} \Rightarrow a = 149q + 7q^2 \xrightarrow{r < b} 7q^2 < 149$$

$$\Rightarrow q^2 \leq 21 \Rightarrow q = 1, 2, 3, 4 \Rightarrow q_{\max} = 4$$

$$\Rightarrow a_{\max} = (149 \times 4) + 7 \times 4^2 = 596 + 112 = 708$$

مجموع ارقام

-۱۳۶



-۱۴۴
چون جهت حرکت هر دو گلوله به سمت پایین است، با انتخاب جهت مثبت حرکت به سمت پایین معادله حرکت را برای هر دو گلوله می‌نویسیم:

$$y_A = \frac{1}{2}gt_A^2 + v_{0A}t_A + h_0 \xrightarrow[g=10\text{ m/s}^2]{} y_A = \Delta t_A^2 + h_0$$

$$y_B = \frac{1}{2}gt_B^2 + v_{0B}t_B + h_0 \xrightarrow[g=10\text{ m/s}^2]{} y_B = \Delta t_B^2 + h_0$$

$$y_B = \Delta t_B^2 + ۳\Delta t_B + h_0$$

$$\xrightarrow{t_B=(t_A-2)s} y_B = \Delta(t_A-2)^2 + ۳(t_A-2) + h_0$$

اکنون زمان عبور دو گلوله از کنار یکدیگر را بدست می‌آوریم:

$$y_A = y_B \xrightarrow{y_A = \Delta t_A^2 + h_0, y_B = \Delta(t_A-2)^2 + ۳(t_A-2) + h_0}$$

$$\Delta t_A^2 + h_0 = \Delta(t_A-2)^2 - ۴t_A + ۴ + ۳t_A - ۶ + h_0$$

$$\Rightarrow \Delta t_A^2 + h_0 = \Delta t_A^2 - ۲\Delta t_A + ۲۰ + ۳\Delta t_A - ۶ + h_0$$

$$10\Delta t_A = ۴۰ \Rightarrow \Delta t_A = \frac{۴۰}{10} = ۴s \Rightarrow t_B = t_A - 2 = ۲s$$

اکنون سرعت گلوله B را ۲ ثانیه پس از برتاب به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow[v_B=gt_B+v_{0B}]{g=10\text{ m/s}^2, t=2s} v_B = 10 \times 2 + ۳۰ = ۵۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \xrightarrow{v_1 = ۳۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_2 = ۵۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}} v_{av} = ۴۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نکته: حرکت در راستای قائم یک حرکت شتاب ثابت است که بزرگی شتاب آن

$\frac{m}{s^2}$ و جهت آن به سمت پایین است بنابراین می‌توانیم با توجه به روابط حرکت با شتاب ثابت با درنظر گرفتن جهت مثبت حرکت به سمت پایین این سوال را حل نماییم.

-۱۴۵
چنان‌چه مدت سقوط سنگ t ثانیه باشد و در ثانیه آخر حرکت $36h$ را

طی کند، بنابراین در $(t-1)$ ثانیه اول $(h-36h) = 64h$ را طی می‌کند. بنابراین چنان‌چه جهت حرکت رویه بالا را مثبت در نظر بگیریم، برای این دو حرکت خواهیم داشت:

$$-h = -\frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

$$-64h = -\frac{1}{2}g(t-1)^2 \quad (2)$$

با تقسیم طرفین رابطه (2) به طرفین رابطه (1) داریم:

$$\therefore 64 = \left(\frac{t-1}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{t-1}{t} = \pm \sqrt{64} \Rightarrow t = 5s$$

با جایگذاری $t = 5s$ در رابطه (1) خواهیم داشت:

$$-h = -\frac{1}{2} \times 1 \times 5^2 = -125 \Rightarrow h = 125m$$

-۱۴۶
ابتدا با مشتق گیری از معادله مکان-زمان متحرک نسبت به زمان، معادله سرعت-زمان آنرا به دست می‌آوریم:

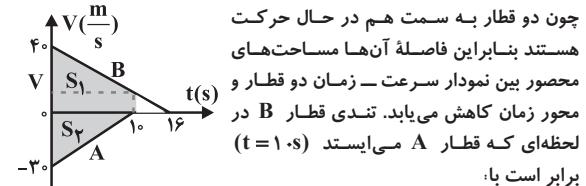
$$x = 2t^3 + t^2 + 4 \Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = 6t^2 + 2t \xrightarrow{t=5s} v = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از تعریف سرعت متوسط برای دو ثانیه اول حرکت، داریم:

$$x = 2t^3 + t^2 + 4 \Rightarrow \begin{cases} t_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 4m \\ t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 24m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{24 - 4}{2 - 0} \Rightarrow \bar{v} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \frac{v}{\bar{v}} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

-۱۴۷



چون دو قطار به سمت هم در حال حرکت هستند بنابراین فاصله آنها مساحت‌های محصور بین نمودار سرعت-زمان دو قطار و محور زمان کاهش می‌یابد. تندی قطار B در لحظه‌ای که قطار A می‌ایستد ($t = 1s$) $S_1 = 15m$ برابر است با:

$$\frac{v}{40} = \frac{16-10}{16} \Rightarrow v = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x_B = S_1 = \frac{15+40}{2} \times 1 = 27.5m$$

$$|\Delta x_A| = S_2 = \frac{30 \times 1}{2} = 15m \Rightarrow d = 50 - (\Delta x_B + \Delta x_A) \Rightarrow d = 50 - (27.5 + 15) = 7.5m$$

-۱۴۸

با استفاده از نقاط $A \Big|_{16}$ و $B \Big|_8$ می‌کنیم معادله منحنی را به دست بیاوریم و بدليل تقارن شکل در بازه زمانی صفر تا ۸ ثانیه می‌توانیم در برابریم که در $t = 4s$ متوجه در مکان $24m$ بوده است. در نتیجه:

$$\bar{v}_{(0-8)} = \frac{x_8 - x_0}{8} = \frac{16-16}{8} = 0 \text{ m/s}$$

$$x = mt^2 + nt + c \xrightarrow{t=0} c = 16$$

$$t = 8 \Rightarrow x = 16 = 64m + 8n + 16 \Rightarrow 8m + n = 0$$

$$t = 4 \Rightarrow x = 24 = 16m + 4n + 16 \Rightarrow 4m + n = 2$$

$$\text{حل دستگاه} \xrightarrow[m=\frac{-1}{2}, n=4]{} x = \frac{-1}{2}t^2 + 4t + 16$$

می‌دانیم در حرکت شتاب ثابت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ است.

$$\bar{a} = a = -\frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow |\bar{a}| = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

-۱۴۹

$$x = 6t^2 - 12t + 6 \xrightarrow[x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0]{} a = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}}, x_0 = 6m$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 12t - 12 \xrightarrow[v=v_0]{} 0 = 12t - 12 \Rightarrow t = 1s$$

پس در نتیجه جهت حرکت یکبار در لحظه $t = 1s$ تغییر کرده است.

t		1
v	-	+
a	+	+

کند شونده

در نتیجه حرکت ابتدا کند شونده و سپس به صورت تند شونده است (نادرستی گزینه ۳)

از آنجایی که در لحظه $t = 0s$ متوجه در $X = 6m$ می‌باشد و در لحظه $t = 1s$ متر حرکت در $X = 0$ می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که حرکت ابتدا در خلاف جهت محور X می‌باشد. (نادرستی گزینه ۴)

همچنین در حرکت شتاب ثابت، شتاب متوسط برابر با شتاب لحظه‌ای متوجه است. (نادرستی گزینه ۱)



-۱۵۰

طبق قانون دوم نیوتن می‌دانیم:



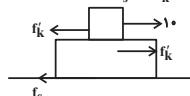
$$F_s = f_s \Rightarrow f_s = m r \omega^2 = 5 \times 2 \times \left(\frac{\pi}{\frac{60}{6}} \right)^2 = 0.4 \pi^2$$

-۱۵۱

اگر دو جسم را یکی فرض کنیم و نیروی اصطکاک را لغزشی بگیریم، $F - f_k = ma \Rightarrow 10 - 5 \times 0 / 2 = ma \Rightarrow a = 0$

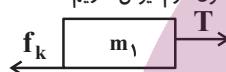
پس جسم ۴ کیلوگرمی ساکن است. و نیروهای وارد بر آن عکس العمل اصطکاک لغزشی بین دو جسم و نیروی اصطکاک جسم پایین با زمین است.

$$f'_k = 10 \times 0 / 2 = 2N \quad f'_s = f'_k = 2N$$



-۱۵۲

پس از برداشتن جسم m_2 به جسم m_1 دو نیروی کشش و اصطکاک وارد می‌شود. پس طبق قانون دوم نیوتن داریم:



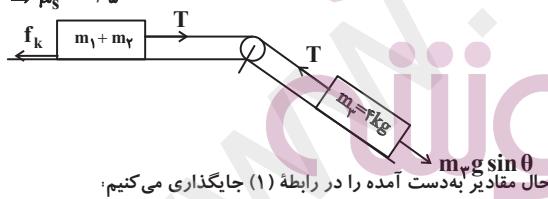
$$\sum F = ma \Rightarrow T - f_k = m_1 a \Rightarrow T - \mu_k m_1 g = m_1 a \quad (1)$$

در این رابطه مقادیر T و f_k را می‌توانیم از تعادل حالت اول (قبل از برداشتن m_2) بدست آوریم:

$$m_3 : T = mg \sin \theta \Rightarrow T = 4 \times 10 \sin 37^\circ = 24N$$

$$m_1 + m_2 : T - f_{s,\max} = 0 \Rightarrow 24 - \mu_s \cdot (4 + 0) \times 10 = 0$$

$$\Rightarrow \mu_s = 0.5$$



حال مقادیر بدست آمده را در رابطه (1) جایگذاری می‌کنیم:

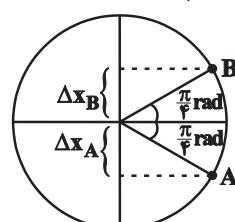
$$\mu_s = \mu_k = 0.5 \Rightarrow 24 - 0.5 \times 4 \times 10 = 4a \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

-۱۵۳

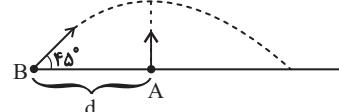
$$\Delta \theta = \omega \Delta t \xrightarrow{\omega = \frac{\pi}{T}} \Delta \theta = \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

بیشترین جایه‌جایی، مربوط به زمانی است که متحرک در ابتدای بازه زمانی و در انتهای بازه زمانی، در فاصله یکسانی از مرکز نوسان قرار داشته باشد.

(مسافت طی شده نسبت به مرکز نوسان متقاضن است.)



طبق فرض صورت سؤال گلوله‌ها در ارتفاع اوج شان به یکدیگر برخورد می‌کنند پس با استفاده از سرعت اولیه گلوله A می‌توانیم ارتفاع برخورد و ارتفاع اوج گلوله B را بدست آوریم:



$$A : \Delta y = \frac{v_0}{2g} = \frac{90}{20} = 45 \text{ m}$$

سپس با استفاده از ارتفاع اوج سرعت اولیه گلوله B را می‌باشیم:

$$B : \Delta y = \frac{v_0 \sin^2 \alpha}{2g} \xrightarrow{\Delta y = 45 \text{ m}, \alpha = 45^\circ} 45 = \frac{v_0^2 \times \frac{1}{2}}{20}$$

$$\Rightarrow v_0 = 180 \text{ m}$$

و با توجه به شکل فاصله دو گلوله نصف برد گلوله B می‌باشد.

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} = \frac{180^2 \times 1}{20} = 90 \text{ m}$$

-۱۴۸

ابتدا بیشینه شتابی که کامیون می‌تواند داشته باشد به شرط آن که صندوق نگفzed را بدست می‌آوریم:



$$-f_{s,\max} = ma \xrightarrow{f_{s,\max} = \mu_s mg} a_{\max} = -\mu_s g \xrightarrow{\mu_s = \frac{1}{4}, g = 10, m = \frac{1}{s^2}} a_{\max} = -2 / 5 \frac{m}{s^2}$$

اکنون مطابق معادله مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، حداقل فاصله‌ای که کامیون به شرط نلغزیدن جعبه طی می‌کند را بدست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{a = a_{\max} = -2/5 \frac{m}{s^2}, v_0 = 15 \frac{m}{s}} \Delta x = -2 \times 2 / 5 \times 15 = 6 \text{ m}$$

$$-15^{\circ} = -2 \times 2 / 5 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 45 \text{ m}$$

-۱۴۹

نیرویی که m_1 به m_2 وارد می‌کند باعث شتاب گرفتن مجموعه m_3 و m_2 می‌شود و نیرویی که m_2 به m_3 وارد می‌کند باعث شتاب گرفتن جسم m_3 می‌گردد. چون شتاب هر سه جسم یکسان است، بنابراین مطابق قانون دوم نیوتن داریم:

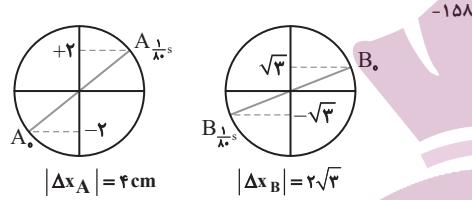
$$\begin{aligned} F' &\rightarrow m_2 \quad m_3 \\ F &= \frac{F'}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{F'}{m_2 + m_3} = \frac{F''}{m_3} \xrightarrow{m_1 = m_2 = m_3} \\ \frac{F}{3} &= \frac{F'}{2} = F'' \Rightarrow F = \frac{3}{2} F' = 3F'' \end{aligned}$$



-۱۵۷ برای به دست آوردن سرعت ذره خواهیم داشت:

$$\begin{cases} v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \\ \frac{v}{\lambda} = 60 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m} \\ \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 0.4 = \frac{10}{f} \Rightarrow f = 25 \text{ Hz} \\ \Rightarrow \omega = 2\pi f = 2\pi(25) = 50\pi \\ v = 50\pi \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}} = 50\pi \sqrt{\frac{12}{4}} \Rightarrow 25\pi \sqrt{12} \text{ cm/s} \end{cases}$$

-۱۵۷



-۱۵۸

$$\begin{aligned} \frac{v}{\lambda} = 30 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.2}{0.2} = 1 \text{ s} \\ \text{نصف یک دوره است پس هر نقطه، } \pi \text{ رادیان نوسان می‌کند.} \\ \left| \frac{\Delta x_B}{\Delta x_A} \right| = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

-۱۵۹

با استفاده از روابط زیر نیروی کشش تار را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} f = n \frac{v}{L} \quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow F = \frac{mv^2}{L} \\ 250 = 2 \times \frac{v}{2 \times 0.1} \Rightarrow v = 200 \text{ m/s} \Rightarrow F = \frac{8 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^4}{8 \times 10^{-1}} = 400 \text{ N} \end{aligned}$$

-۱۶۰

چون هر دو موج در یک محیط منتشر می‌شوند بنابراین سرعت انتشار آن‌ها یکسان است.
با توجه به نقش دو موج نسبت طول موج‌ها را به دست می‌آوریم:

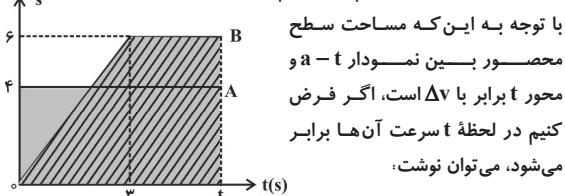
$$2\lambda_A = (\lambda_B + \frac{\lambda_B}{2}) \Rightarrow 2\lambda_A = \frac{3\lambda_B}{2} \Rightarrow \lambda_B = 2\lambda_A$$

$$\begin{aligned} v = \lambda f &= \frac{\lambda}{T} = \frac{v_A + v_B}{T} \\ \frac{\lambda_A}{\lambda_B} &= \frac{T_A}{T_B} = \frac{\lambda_B + 2\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

-۱۶۱

چون سرعت اولیه هر دو متحرک با هم برابر است، طبق رابطه $\Delta v = v - v_0$ ، در لحظه‌ای که تغییر سرعت شان یکسان شود، سرعت آن‌ها نیز یکسان خواهد شد. بنابراین برای محاسبه زمان مورد نظر کافی است Δv

با توجه به این که مساحت سطح محدود بین نمودار $a - t$ و محور t برابر با Δv است، اگر فرض کنیم در لحظه t سرعت آن‌ها برابر می‌شود، می‌توان نوشت:



$$\Delta x_A = \Delta x_B = A \sin \frac{\pi}{4} \xrightarrow[A=4\text{cm}, \sin \frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}]{d=4\sqrt{2}\text{cm}}$$

$$d = 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

-۱۵۹

از روی نمودار شتاب - زمان بسامد زاویه‌ای و دامنه نوسان را به دست می‌آوریم:

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 1s \xrightarrow[\omega=2\pi\text{ rad/s}]{\omega=\frac{2\pi}{T}} \omega = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$a_{\max} = A\omega^2 \xrightarrow[a_{\max}=\lambda\pi^2\text{ cm/s}^2=0.4\lambda\pi^2\text{ m/s}^2]{\omega=2\pi\text{ rad/s}} a_{\max} = 0.4\lambda\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$0.4\lambda\pi^2 = A \times 4\pi^2 \Rightarrow A = 0.1 \text{ m}$$

اکنون با توجه به معادله انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow[v=A\omega\cos\omega t]{m=20.0g=0.2kg} K = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\omega t \\ &\xrightarrow[\omega=2\pi\text{ rad/s}, A=0.1\text{ m}]{m=0.2kg} K = 0.1 \times (0.1)^2 \times 4\pi^2 \cos^2 2\pi t \\ &= 16 \times 10^{-5} \pi^2 \cos^2 2\pi t \\ &\xrightarrow[t=\frac{\pi}{2}]{K=16 \times 10^{-5} \times \pi^2 \cos^2 (2\pi \times \frac{\pi}{2})} K = 16 \times 10^{-5} \times \pi^2 \times \frac{1}{4} = 4 \times 10^{-5} \pi^2 \text{ mJ} \end{aligned}$$

-۱۶۰



$$v_{\max} = A\omega = 2\pi$$

$$\Delta\phi = 2\pi - \frac{\pi}{3} \text{ rad}, \Delta t = \frac{1}{24} \text{ s} \xrightarrow[\omega=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}]{\omega=\frac{\pi}{12}} \omega = \frac{\pi}{24} = \frac{1}{24}\pi \text{ rad/s}$$

$$\begin{aligned} v &= A\omega \cos \omega t \\ v &= 2\pi \cos(\frac{1}{24}\pi t) \end{aligned}$$

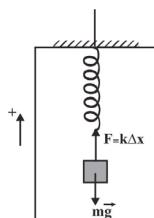
-۱۶۱

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(100\pi t)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m A^2 \omega^2 \cos^2(100\pi t)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{U}{K} &= \frac{\frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(100\pi t)}{\frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(100\pi t)} \\ &= \tan^2(100\pi t) \end{aligned}$$

$$\left| t = \frac{1}{150} \right. = (-\sqrt{3})^2 = 3$$



-۱۶۷ با توجه به شکل زیر، نیروهای وارد بر وزنه یکی نیروی کشسانی فنر رو به بالا و دیگری نیروی وزن رو به پایین است. بنابراین با توجه به جهت حرکت، قانون دوم نیوتن را به صورت زیر می‌نویسیم و تغییر طول فنر را حساب می‌کنیم.
دقت کنید وقتی آسانسور به صورت کند شونده رو به بالا حرکت می‌کند، جهت شتاب خلاف جهت حرکت، یعنی رو به پایین است ($a < 0$).

$$\sum F = ma \Rightarrow F - mg = ma \xrightarrow{F=k\Delta x} k\Delta x - mg = ma$$

$$\begin{aligned} a &= -\frac{m}{s^2}, k = \frac{N}{m}, m = 2\text{kg} \\ &\xrightarrow{\quad} 2 \cdot \Delta x - 2 \times 1 = 2 \times (-2) \\ \Rightarrow 2 \cdot \Delta x &= 16 \Rightarrow \Delta x = \frac{16}{2} \text{m} = 8\text{cm} \end{aligned}$$

-۱۶۸

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتن، شتاب حرکت وزنه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\sum F = (\sum m)a \Rightarrow m_2 g - m_1 g = (m_1 + m_2)a$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g \Rightarrow a = \frac{10 - 6}{10 + 6} \times 10 = 2/5 \text{m/s}^2$$

برای آن‌که دو وزنه به هم برسند، هر یک باید مسافت 2cm را طی کنند.
بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 2/5 \times t^2 + 0 \Rightarrow t = \sqrt{5}\text{s}$$

-۱۶۸

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و سپس نیروی مرکزگرا را تعیین نموده و در آخر شرط ساکن ماندن جسم را به کار می‌بریم و دوره چرخش را حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر، نیروی عمودی تکیه‌گاه (\vec{N})، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند. از طرف دیگر شرط جدا نشدن جسم از بدنه استوانه آن است که $f_s \geq mg$ باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$f_{s\max} \geq mg \xrightarrow{f_{s\max} = \mu_s N} \mu_s N \geq mg$$

$$\xrightarrow{N = mr\omega^2} \mu_s mr\omega^2 \geq mg$$

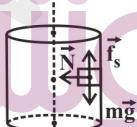
$$\xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \mu_s r \times \frac{4\pi^2}{T^2} \geq g$$

$$\xrightarrow{r = 2/3m, \mu_s = 1/3} \frac{1}{3} \times 0 \times \frac{4}{3} \times 10 \geq 1 \Rightarrow T^2 \leq 0.36 \text{ s}^2$$

$$\Rightarrow T \leq \sqrt{0.36} \text{ s}$$

بنابراین دوره نمی‌تواند از 0.6s بیشتر شود. زیرا اگر $T > 0.6\text{s}$ باشد، $f_s < mg$ خواهد شد و جسم سقوط می‌کند.

-۱۶۹



-۱۷۰ از آن‌جا که ماهواره در حالت اول همواره در بالای یک نقطه مشخص از سطح زمین است، بنابراین دوره حرکت آن با دوره حرکت زمین به دور خودش برابر است. در نتیجه می‌توان نوشت: یک شبانه‌روز $T_1 = 24\text{h}$.

از طرفی برای محاسبه دوره حرکت برای ماهواره‌ای که حول زمین می‌چرخد، داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \Rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3$$

$$\xrightarrow{R_2 = R_1} \left(\frac{T_2}{1}\right)^2 = 3^3 = 27 \Rightarrow T_2 = 3^2 = 9 \text{ s}$$

شبانه‌روز $T_1 = 24\text{h}$

$$\Delta v_A = \text{مساحت مستطیل} = 4t \left(\frac{m}{s} \right)$$

$$\Delta v_B = \text{مساحت ذوزنقه} = \left(\frac{t-3+t}{2} \right) \times 6 \Rightarrow \Delta v_B = 6t - 9 \left(\frac{m}{s} \right)$$

$$\Delta v_A = \Delta v_B \Rightarrow 4t = 6t - 9 \Rightarrow 9 = 2t \Rightarrow t = 4.5\text{s}$$

-۱۶۲

در لحظه عبور متحرک از روی محور x ، باید $y = 0$ باشد، بنابراین

$$y = 2t - 8 = 0 \Rightarrow t = 4\text{s}$$

در این لحظه بردار سرعت آن برابر است با:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 2t - 4 \xrightarrow{t=4s} v_x = 2 \times 4 - 4 \Rightarrow v_x = 4 \frac{m}{s}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} \Rightarrow v_y = 2 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = 4 \hat{i} + 2 \hat{j} \left(\frac{m}{s} \right)$$

-۱۶۳

چون نقطه شروع حرکت برای هر دو متحرک یکسان بوده و لحظه‌ای که به هم رسند، در یک مکان قرار دارند، لذا جایه‌جایی هر دو متحرک در این مدت یکسان است. اگر سرعت خودرو در لحظه‌ای که به کامیون می‌رسد برابر v باشد، می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \text{مسافت خودرو} \xrightarrow{\text{کامیون}} t = \frac{v' + v_0}{2} \Rightarrow v = vt \xrightarrow{v_0=0} v' = 2v$$

-۱۶۴

جایه‌جایی متحرک در دو ثانیه سوم حرکت یعنی جایه‌جایی آن در بازه زمانی $t = 4\text{s}$ تا $t = 6\text{s}$. از آن‌جا که متحرک در لحظه $t = 5\text{s}$ در مکان $x = 0$ قرار دارد و نیز با توجه به این که نمودار مکان - زمان یک متحرک در حرکت با شتاب ثابت، سه‌می است و نسبت به مرکز سه‌می متقارن است، بنابراین مکان متحرک در لحظات $t = 4\text{s}$ و $t = 6\text{s}$ برابر و $x_4 = x_6 \Rightarrow \Delta x_{4-6} = 0$

-۱۶۵

طبق رابطه تکانه داریم: $\vec{P} = m\vec{v} = m(\vec{\Delta x}_x + \vec{\Delta x}_y)$

از طرفی می‌دانیم در حرکت پرتتابه‌ای مؤلفه افقی سرعت همواره ثابت است. بنابراین $\Delta \vec{x}_y = -gt + v_0 \sin \alpha$ خواهیم داشت: $v_y = -gt + v_0 \sin \alpha$

$$\vec{P} = m(\vec{i} + (-gt + v_0 \sin \alpha) \vec{j}) = (-mg t) \vec{j}$$

-۱۶۶

زاویه‌های پرتتابه را در هر حالت جداگانه به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{v_0 \sin 2\alpha}{g} \begin{cases} \xrightarrow{R_1 = 4 \cdot m} 4 = \frac{2 \cdot \sin 2\alpha_1}{g} \Rightarrow \alpha_1 = 45^\circ \\ \xrightarrow{R_2 = 2 \cdot m} 2 = \frac{2 \cdot \sin 2\alpha_2}{g} \Rightarrow \alpha_2 = 15^\circ \end{cases}$$

پس در حالت دوم باید زاویه پرتتاب را به اندازه $30^\circ - 15^\circ = 15^\circ$ کاهش داد.

دقت کنید یک جواب دیگر این مسئله پرتتاب گلوله در حالت دوم تحت

زاویه 75° است که در آن صورت باید زاویه پرتتاب گلوله را 30° افزایش دهیم، ولی این جواب در گزینه‌ها نیامده است. به عنوان تمرین، این جواب را به دست آورید.



-۱۷۶

با استفاده از رابطه $N = \frac{t}{T}$ و با توجه به این که $N_A = N_B + 1$ است.

$$N_A = N_B + 1 \Rightarrow \frac{t}{T_A} = \frac{t}{T_B} + 1 \Rightarrow t = \frac{T_A T_B}{T_B - T_A}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1/5 \times 2}{2 - 1/5} = \frac{3}{1/5} = 15 \text{ s}$$

-۱۷۷

وقتی یک آونگ ساده شروع به نوسان می‌کند، انرژی آن به آونگ‌های دیگر منتقل شده و آنها را به حرکت در می‌آورد، ولی بیشترین انرژی به آونگ مشابه منتقل می‌شود. به این حالت، تشدید گفته می‌شود و به همین دلیل آونگ مشابه دیرتر از بقیه آونگ‌ها می‌ایستد.

-۱۷۸

چون سرعت انتشار موج ثابت است، ابتداء از رابطه $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، سرعت انتشار

$$\text{موج را حساب می‌کنیم و سپس از رابطه } v = \sqrt{\frac{F}{m}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

سطح مقطع آن را بدست می‌آوریم.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = Fm, \Delta t = 1/2s} v = \frac{4}{1/2} = 20 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow{\rho = 7800 \text{ kg/m}^3, F = 156 \text{ N}} 20 = \sqrt{\frac{156}{7800 \times A}}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^4 = \frac{156}{7800 \times 100 \times A} \Rightarrow A = \frac{2}{4 \times 10^6}$$

$$\Rightarrow A = 1.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \Rightarrow A = 1.5 \text{ mm}^2$$

-۱۷۹

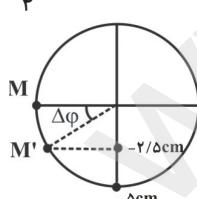
با استفاده از رابطه $\Delta\phi = k\Delta x$ می‌توان نوشت:

$$\Delta x = 2 \cdot cm = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}, k = \pi \frac{\text{rad}}{\text{m}} \Rightarrow \Delta\phi = \pi \times 10^{-2} = 1.57 \text{ rad}$$

-۱۸۰

$$\frac{3\lambda}{4} = 9 \Rightarrow \lambda = 12 \text{ cm}$$

ابتدأ طول موج را محاسبه می‌کنیم:



با توجه به این که در جهت انتشار موج، هر ذره از محیط انتشار موج، حرکت ذره قبلی خود را تکرار می‌کند و با توجه به این که جهت حرکت موج از راست به چپ می‌باشد، ذره M از مرکز نوسان به طرف پایین حرکت می‌کند. برای محاسبه فاز طی شده توسط ذره بین دو مکان در نقاط M و M'، خواهیم داشت:

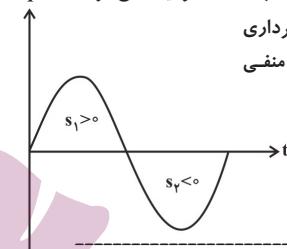
$$\sin \phi_M = \frac{y}{A} \Rightarrow \begin{cases} \sin \phi_M = \frac{0}{5} = 0 \Rightarrow \phi_M = \pi \text{ rad} \\ \sin \phi_{M'} = \frac{-2/5}{5} = -\frac{1}{2} \\ \Rightarrow \phi_{M'} = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \text{ rad} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta\phi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\Delta\phi = k\Delta x \xrightarrow{k = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2 \text{ cm}}} \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \Delta x \Rightarrow \Delta x = 1 \text{ cm}$$

با توجه به این که $\bar{P} = m\bar{v}$ است، بنابراین مساحت زیر نمودار $P-t$ بیانگر $m\Delta x$ است از طرفی چون متوجه روی محور x ها در مبدأ زمان از مبدأ مکان گذشته است، بنابراین بیشترین مساحت مربوط به بازه $t_2 - t_1$ است. متوجه از لحظه شروع تا لحظه t_2 از مبدأ مکان دور می‌شود و از لحظه t_1 تا لحظه t_2 به مبدأ مکان نزدیک می‌شود.

(دق کنید که جایه جایی کمیتی برداری است و مساحت زیر نمودار با علامت منفی در نظر گرفته می‌شود).



-۱۷۱

همان‌طور که می‌دانید شبیه نمودار تکانه - زمان بیانگر نیروی وارد شده به جسم است. با توجه به این که در بازه زمانی ۲ تا ۶ ثانیه، شبیه نمودار مقدار ثابتی است، بنابراین نیرو و در نتیجه شتاب جسم در این بازه نیز مقداری $t = 5s$ ثابت خواهد بود. در نتیجه برای به دست آوردن شتاب در لحظه $t = 5s$ کافی است شتاب متوسط جسم را در بازه زمانی ۲ تا ۶ ثانیه به دست آوریم:

$$|\bar{F}| = \frac{|\Delta P|}{\Delta t} = \frac{|0 - 4|}{6 - 2} = 1 \text{ N} \Rightarrow a = \bar{a} = \frac{|\bar{F}|}{m} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ m/s}^2$$

-۱۷۲

نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت دایره‌ای یکنواخت ماهواره توسعه نیروی گرانشی بین ماهواره و زمین تأمین می‌شود. بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت، می‌توان نوشت:

$$F = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow G \frac{M_e m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{GM_e m}{r} \right)$$

$$\Rightarrow K = G \frac{M_e m}{2r} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{r_B}{r_A}$$

$$\Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m}{2m} \times \frac{3R_e + R_e}{R_e + R_e} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = 1$$

دق کنید در رابطه بالا، فاصله را باید از مرکز کره زمین در نظر بگیریم نه سطح آن!

-۱۷۳

با استفاده از رابطه دوره نوسان‌های کم‌دامنه یک آونگ ساده می‌توان نوشت:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \xrightarrow{l_2 = l_1 - 1/6l_1 = 5/6l_1} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{5/6l_1}{l_1}} = \sqrt{\frac{5}{6}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{5}{6}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1/\sqrt{6} \Rightarrow T_2 = 1/\sqrt{6} T_1$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 \Rightarrow \Delta T = 1/\sqrt{6} T_1 - T_1 \Rightarrow \Delta T = -1/\sqrt{6} T_1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T_1} \times 100 = -16.7\%$$

بنابراین دوره نوسان‌های کم‌دامنه این آونگ ساده ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

-۱۷۴

دوره نوسان‌های آونگ، به جرم و دامنه نوسان‌های آن بستگی ندارد، بلکه به طول آونگ و شتاب گرانش بستگی دارد.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T_2 = T_1 = 6s$$



$$pH = 10 \Rightarrow [H^+] = 10^{-10}$$

$$K_w = [H^+][OH^-] = 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-10}} = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

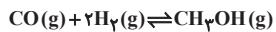
$$pH = 14 \rightarrow [H^+] = 10^{-14}$$

$$K_w = [H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-14}} = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\bar{R}_Y = \frac{k[X]_Y[OH^-]_Y}{[X]_Y[OH^-]_Y} = \frac{[OH^-]_Y}{[X]_Y} = \sqrt{\frac{1}{10^{-4}}} = 10^{-2} = 100$$

$$? \text{ mol H}_2 = 16 \text{ g H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2} = 8 \text{ mol H}_2$$

$$? \text{ mol متانول} = \frac{1 \text{ mol}}{32 \text{ g}} \times 96 \text{ g} = 3 \text{ mol متانول}$$



اولیه	5 mol	8 mol	.
تغییر	-3	-3 × 2	+3
تعادلی	2 mol	2 mol	3 mol

$$\bar{R}_{H_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{6 \text{ mol}}{0.5 \text{ h} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \Delta L}$$

$$= 6 \times 60 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

$$K = \frac{[CH_3OH]}{[CO][H_2]^2} = \frac{\frac{3}{5}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2} = 9 / 375 \text{ L}^2.\text{mol}^{-2}$$

با توجه به این که اسید مورد نظر، اسید ضعیفی می‌باشد، pH اولیه آن وابسته به K_a است و در طول انجام واکنش، خاصیت بافری مشاهده می‌شود. همچنین نمک حاصل از آن‌ها یعنی NaA خاصیت بازی خواهد داشت. با افزودن ۵ ml آز محلول $NaOH$ ، pH محلول برابر ۷ می‌شود و خنثی.

برای اینکه ماهی زنده بماند، باید محدوده غلظت H^+ آن به صورت زیر باشد:

$$10^{-8} < [H^+] < 10^{-6}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱» Al_2O_3 در آب خالص نامحلول است.

گزینه ۲» $Al(OH)_3$

$$mol H^+ = 0 / 1 \text{ L} \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} = 10^{-5} \rightarrow [H^+] = \frac{10^{-5} \text{ mol}}{20 \text{ L}}$$

$$= 5 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$mol [OH^-] = 0 / 1 \text{ L} \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} = 10^{-2} \quad \text{گزینه ۳»}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-3} \text{ mol}}{20 \text{ L}} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{5 \times 10^{-5}}$$

$$= 2 \times 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$$

چون غلظت H^+ در محدوده بیان شده نیست. بنابراین ماهی زنده نمی‌ماند.

گزینه ۴»

با توجه به اینکه باز مورد نظر یک باز سیار ضعیف است و غلظت آن‌ها هم کم می‌باشد. بدون محاسبه می‌توان فهمید که pH را تغییر چندانی نمی‌دهد.

-۱۸۵

شیمی پیش‌دانشگاهی

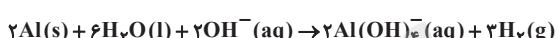
-۱۸۱

$$1) M_{NaOH} = 1 \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow n_{NaOH} = 2 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow n_{OH^-} = 2 \text{ mol}$$

$$2) pH = 13 \Rightarrow [OH^-] = 10^{-1} \Rightarrow n_{OH^-} = 0 / 2 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow \Delta mol_{OH^-} = 1 / 8 \text{ mol}$$



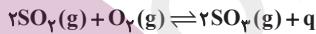
$$\bar{R}_{H_2} = \Delta \frac{mL}{t} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ mol}}{25 \text{ L}}$$

$$= 2 \times 10^{-3} \text{ mol.s}^{-1} \Rightarrow \bar{R}_{OH^-} = \frac{2}{3} \times 2 \times 10^{-3} \text{ mol.s}^{-1}$$

$$= \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{1 / 8}{x} \Rightarrow x = 1350 \text{ s}$$

-۱۸۶

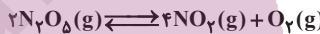
-۱۸۲



با افزایش فشار و کاهش دما، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. افزودن مقداری از واکنش‌دهنده‌ها، واکنش را در جهت رفت جابه‌جا می‌کند و کاتالیزگر اثری در جابه‌جایی تعادل ندارد.

-۱۸۳

اگر ۲۰٪ از $\frac{2}{5}$ مول N_2O_5 تجزیه شود، $\frac{1}{5}$ مول مصرف و $\frac{2}{5}$ مول از



آن باقی می‌ماند.

اویله	$2 / 5 \text{ mol}$	0 mol	0 mol
تغییر	$-0 / 5$	$+1$	$0 / 25$
(mol)	۲	۱	$0 / 25$

$$K = \frac{[NO_2]^4 [O_2]}{[N_2O_5]^2} = \frac{\left[\frac{1}{5}\right]^4 \left[\frac{0 / 25}{5}\right]}{\left[\frac{2}{5}\right]^2} = 5 \times 10^{-4} \text{ mol}^3 \cdot \text{L}^{-3}$$

با افزودن مقدار مساوی از مواد در تعادل، با توجه به این که ضرایب فراورده‌ها بیشتر است، تعادل درجهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

-۱۸۴

$$\Delta t = 75s \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 1 / 25 \text{ min}$$

$$75 = 336 + 224 + 112 + 56 / 2 + 44 / 8 = 784 \text{ mL}$$

$$75 = 784 \text{ mL CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2240 \text{ mL CO}_2}$$

$$= 0 / 0.35 \text{ mol CO}_2$$

$$\bar{R}_{CO_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0 / 0.35 \text{ mol}}{1 / 25 \text{ min}} = 0 / 0.28 \text{ mol.min}^{-1}$$

در هر لحظه، هر مقدار کاهش جرم مخلوط، ناشی از جرم گاز کربن دی اکسیدی است که خارج شده است.

$$75 = 0 / 0.35 \text{ mol CO}_2 \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$$

$$= 1 / 56 \text{ g CO}_2$$

$$= 64 / 56 + 1 / 56 = 66 / 56 = 66 \text{ g}$$



چون می خواهیم نصف واکنش انجام شود.

بنابراین با توجه به نمودار، مقدار 3 cm^3 گاز H_2 در مدت زمان 10 min یا 60 s تولید می شود.

حال برای بدست آوردن میزان جایه جایی سرنگ حجم را بر مساحت مقطع

$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = 3 \times \frac{\pi}{4} = 3\text{ cm}^2$$

آن تقسیم می کنیم و داریم:

دقت کنید در صورت سوال قطر داده شده است.

از آنجا که $\Delta V = A \cdot \Delta L$ می باشد و حجم سرنگ برابر با حجم گاز تولیدی

یعنی 3 cm^3 است، بنابراین داریم:

$$\Delta V = A \cdot \Delta L \Rightarrow \Delta L = \frac{\Delta V}{A} = \frac{3\text{ cm}^3}{3\text{ cm}^2} = 10\text{ cm}$$

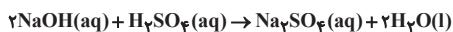
بنابراین جایه جایی سرنگ 10 cm است.

حال با استفاده از میزان حجم گاز آزاد شده، زمان آزمایش را تخمین می زنیم

با توجه به نمودار صورت سؤال برای آزاد شدن 3 cm^3 گاز، حدود

10 min زمان لازم است که معادل 60 s است.

-۱۸۹



با توجه به معادله موازن شده واکنش داریم:

$$\begin{aligned} ?\text{min} &= 20\text{ L NaOH} \times \frac{5 / 0.4 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol NaOH}} \\ &\times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{0.4 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ s}}{250 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 48 \text{ min} \\ &= 20 \text{ L} + 48 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{250 \text{ mL}}{1 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} = 120.8 \text{ L} \end{aligned}$$

-۱۹۰

با توجه به اطلاعات داده شده به بررسی گزینه ها می پردازیم:
گزینه «۱»: با توجه به اینکه مجموع ضرایب استرکیومتری واکنش دهنده ها و فلوروده ها برابر است، بنابراین می توان به جای غلظت، مقدار مول مواد موجود در واکنش را در رابطه ثابت تعادل قرار دهیم:

$$\text{C}_7\text{H}_4 = \text{O}_2 = 1 \text{ mol} \Rightarrow K = \frac{[\text{C}_7\text{H}_4][\text{O}_2]}{[\text{C}_7\text{H}_4][\text{O}_2]} = \frac{x^2}{(1-x)^2} = 1 \Rightarrow \frac{x}{1-x} = 1$$

$$x = 0 / 5 \Rightarrow \frac{0 / 5}{1} \times 100 = 50\%$$

گزینه «۲»: با توجه به روابط نوشته شده، غلظت گاز اوزون و اتن یکسان و برابر 0.5 مولار است.

گزینه «۳»: شب نمودار تغییرات غلظت گاز اکسیژن (فراورده) مثبت و شب نمودار تغییرات غلظت گاز اوزون (واکنش دهنده) منفی می باشد.
گزینه «۴»: در لحظه تعادل تغییرات غلظت گونه های موجود در واکنش صفر خواهد شد، پس این گزینه صحیح می باشد.

شیمی پیش دانشگاهی (کتاب زرد ۹۷)

-۱۹۱

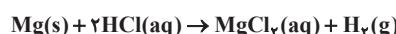
با توجه به داده های مسئله می بایست فرض کرد قانون سرعت واکنش به صورت $R = k[A]$ می باشد. بنابراین داریم:

$$R = k[A] \Rightarrow 5 \times 10^{-4} \text{ mol} = k \times 0 / 8 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow k = 6 / 25 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

-۱۹۲

ابتدا معادله موازن شده واکنش را می نویسیم:



حال با توجه به مقدار کم اسید می توان فهمید که HCl واکنش دهنده محدود کننده است (آن را برای خود اثبات کنید). و داریم:

$$? \text{cm}^3 \text{H}_2 = 10.0 \text{ mL HCl} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.06 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{20 \text{ L H}_2}{1 \text{ mol H}_2} \times \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} \times \frac{50}{100} = 30 \text{ cm}^3 \text{H}_2$$

مقدار آلانددها پس از کاربرد مبدل کاتالیستی در یک سال

-۱۹۴

موارد اول و دوم صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

تغییر مقدار مواد جامد در جایه جایی تعادل تأثیری ندارد و باعث جایه جا

شدن آن نمی شود.

تغییر حجم سامانه بر افزایش و یا کاهش ثابت تعادل بی تأثیر است.



سدیم کربنات با H^+ موجود در اسیدهای قوی طبق معادله زیر واکنش



می‌دهد:

حال با توجه به معادله بالا داریم:

$$pH = 5 \Rightarrow [H^+] = 10^{-5} M$$

$$? \text{mg Na}_2\text{CO}_3 = ? \text{L} \times \frac{10^{-5} \text{ mol } H^+}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3}{2 \text{ mol } H^+}$$

$$\times \frac{106 \text{ g Na}_2\text{CO}_3}{1 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 2.65 \text{ mg Na}_2\text{CO}_3$$

-۱۹۹

عبارت‌های (اول)، (سوم) و (چهارم) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (اول): غلظت H_3O^+ در آب خالص در دماهای بالاتر بیشتر و در دماهای پایین تر کمتر است. بنابراین pH آب نیز در دماهای مختلف متفاوت است. (عبارت اول درست است).

عبارت (دوم): هر چه زنجیره کربنی در کربوکسیلیک‌ها کوتاه‌تر باشد یا گروه‌های الکترون کشنده‌ای مانند هالیدها به آن‌ها متصل شوند، قدرت اسیدی آن‌ها افزایش می‌یابد. (عبارت دوم نادرست است).

عبارت (سوم): نمک حاصل از واکنش یک باز قوی و یک اسید ضعیف، در صورت آبکافت محیط را قلیابی می‌کند. (عبارت سوم درست است).

عبارت (چهارم): از آنجا که کل الکترونگاتیوی بیشتری نسبت به برم دارد، بنابراین کلرواتانوئیک اسید قوی‌تر از برمواتانوئیک اسید است و pH محلول کلرواتانوئیک اسید در غلظت یکسان با برمواتانوئیک اسید پایین‌تر خواهد بود. (عبارت چهارم درست است).

$$\left. \begin{array}{l} \frac{[OH^-]}{[H_3O^+]} = 10^{-10} \\ [H^+] [OH^-] = 10^{-14} \end{array} \right\} \rightarrow 10^{-10} [H^+]^2 = 10^{-14}$$

$$\rightarrow [H^+]^2 = 10^{-4} \rightarrow [H^+] = 10^{-2} M \cdot L^{-1}$$

$$\rightarrow [OH^-] = 10^{-12} M \cdot L^{-1}$$

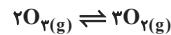


$$100 \text{ mL OH}^- \times \frac{1 \text{ L OH}^-}{100 \text{ mL OH}^-} \times \frac{10^{-12} \text{ mol OH}^-}{1 \text{ L OH}^-}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol H}^+}{1 \text{ mol OH}^-} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol H}^+} = 10^{-12} \text{ mol HCl}$$

-۱۹۸

غلظت مواد موجود در واکنش را در دو زمان ابتدای واکنش و زمان برقراری

تعادل بررسی می‌کنیم و x را بدست می‌آوریم:

$$1 \text{ ابتدای واکنش} \quad 0 \text{ M}$$

$$1 - 2x \text{ M} \quad 3x \text{ M}$$

$$\frac{1 - 2x}{3x} = \frac{1}{6} \rightarrow 6 - 12x = 3x \rightarrow x = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4$$

غلظت O_2 در حال تعادلغلظت O_2 در حال تعادل

$$K = \frac{[O_2]^3}{[O_2]^2} = \frac{(1/2M)^3}{(0/2M)^2} = 4^3 / 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

-۱۹۵

از آنجا که مقدار هر یک از مواد در تعادل موجود است، بنابراین ابتدا ثابت

تعادل واکنش را می‌یابیم:

دقت کنید غلظت مواد می‌باشد درون معادله ثابت تعادل واکنش قرار گیرد

$$[X] = [D] = [A] = \frac{0.4 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0.2 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$K = \frac{[X][D]}{[A]} \Rightarrow K = \frac{0.2 \times 0.2}{0.2} = 0.2$$

با افزایش حجم ظرف به ۴ لیتر، غلظت هر یک از مواد برابر $\frac{1}{10}$ شده

و تعادل به راست جابه‌جا می‌شود:



$$0.1 - x \quad 0.1 + x \quad 0.1 + x$$

$$K_1 = K_2 \Rightarrow 0.2 = \frac{(0.1 + x)^2}{(0.1 - x)}$$

$$\Rightarrow x^2 + 0.4x - 0.01 = 0 \Rightarrow x = 0.025$$

$$[A] = 0.075 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [X] = 0.025 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \Rightarrow molX = 0.025 = 0.5 \text{ mol}$$

$$[D] = 0.025 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

بنابراین نزدیک‌ترین گزینه به عدد بدست آمده گزینه «۲» می‌باشد.

-۱۹۶

از آنجا که در سوال بیان شد، ۲۵٪ نیتروفن به فرآورده تبدیل شده است.

بنابراین همین مقدار را از N_2 کم می‌کنیم و باقی مواد را با توجه به تغییرمول (غلظت) N_2 حساب می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{rcl} N_2 & + & 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3 \\ 1 & & 3/25 \\ \downarrow -0.25 & \downarrow -0.75 & \downarrow +0.5 \\ 0.75 & 3 & 0.5 \end{array} \right\} \Rightarrow K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3}$$

$$\Rightarrow K = \frac{0.5 \times 0.5}{0.75 \times 3^3} = 1/225 \times 10^{-2}$$