باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه ۳**	مدت امتحان: **۱۳۵ دقیقه**	تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: **ریاضی- فیزیک**	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۴۰۲**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره

استفاده از ماشین حساب ساده(دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۱ (۰/۷۵)

جاهای خالی را با عبارات مناسب پرکنید.

الف) در ماتریس قطری $\begin{bmatrix} ۰ & -۳ \\ ۲ & ۲k-۱ \end{bmatrix} = A$، مقدار k برابر ..... است.

ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل ..... است.

پ) حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بنا می‌شود، برابر ..... است.

۲ (۰/۷۵)

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر $A_{n\times n}$ ماتریس دلخواه و I_n ماتریس‌همانی و $A^۲ - A = I$ باشد، وارون ماتریس A، برابر $(I - A)$ است.

ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O,r)$ در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره $C'(O,۲r)$ است.

پ) بردار $\vec{a} = \left(۰, \frac{۱}{\sqrt{۵}}, \frac{۲}{\sqrt{۵}}\right)$، یک بردار یکه است.

۳ (۲)

ماتریس $A = [a_{ij}]_{۳\times ۳}$ که $a_{ij} = \begin{cases} j-۱ & i>j \\ i^۲ - j & i=j \\ ۱-i & i<j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ & ۲ \\ -۲ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۲ & -۱ \end{bmatrix}$ مفروض‌اند.

الف) حاصل $A \times B$ را به دست آورید.

ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید. (با روش دلخواه)

۴ (۱/۲۵)

دستگاه $\begin{cases} ۳x - ۴y = ۱ \\ ۲y - x = ۱ \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

۵ (۱/۲۵)

اگر A ماتریسی ۳×۳ باشد و $|A| = -۲$، حاصل $|۲A| + |A^{-۱}|^۳$ را محاسبه کنید.

۶ (۱)

اگر $A = \begin{bmatrix} ۲x-y & ۵ \\ z & ۴ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۳ & ۲x+y \\ -۳ & ۴ \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشند، حاصل $x^۲ - ۲y + z$ را به‌دست آورید.

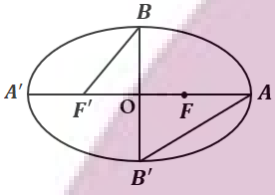
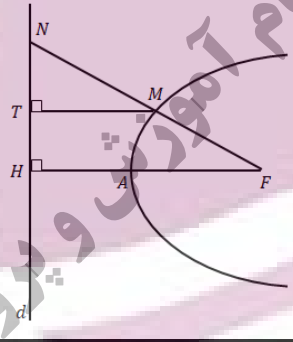
۷ (۱/۵)

نقطه‌ی A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله‌ی ۳ سانتیمتر و از d به فاصله‌ی ۴ سانتیمتر باشد. (درمورد حالت‌های مختلف جواب بحث کنید.)

ادامه سوالات در صفحه دوم

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه ۳**	مدت امتحان: **۱۳۵ دقیقه**	تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: **ریاضی- فیزیک**	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۴۰۲**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۸	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(۰,۱)$ بوده و با دایره $(x-۲)^۲+(y-۳)^۲=۱۶$ مماس داخل باشد.	۱/۵
۹	وضعیت خط $x+y=۳$ و دایره $x^۲+y^۲-۲y-۳=۰$ را تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در بیضی زیر، خروج از مرکز برابر $\frac{۴}{۵}$ است. نسبت مساحت مثلث OBF' به مساحت مثلث OAB' را بیابید. 	۱/۵
۱۱	در شکل زیر، سهمی با راس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا d را در نقطه N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA}=\frac{۲NT}{TH}$ 	۱/۵
۱۲	اگر $\lvert\vec{a}\rvert=۱۰$ و $\lvert\vec{b}\rvert=۲$ و $\vec{a}.\vec{b}=۱۲$ باشند و زاویه بین دو بردار حاده باشد، مقدار $\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}=(۳,-۱,۲)$ و $\vec{b}=(۱,۲,-۱)$ بیابید.	۱
۱۴	اگر $\vec{a}=(۱,-۳,۴)$ و $\vec{b}$ باشند، آنگاه تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{a}-\vec{b}$ بیابید.	۱/۵
۱۵	فرض کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی به طول ۵ هستند که با یکدیگر زاویه $\frac{\pi}{۳}$ می‌سازند. مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $۲\vec{a}$ تولید می‌شود را بیابید.	۱/۵
	موفق و سربلند باشید. جمع نمره	۲۰

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: **هندسه ۳**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدت آزمون: **۱۳۵ دقیقه**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) $k = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) ص۱۲ — ب) دو خط متقاطع (۰/۲۵) ص۳۹ — پ) یک (۰/۲۵) ص۸۲ و ص۸۳	۰/۷۵
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ص۲۲ — ب) درست (۰/۲۵) ص۳۹ — پ) درست (۰/۲۵) ص۷۵	۰/۷۵
۳	ص ۲۱ و ص ۲۸ $A = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۲ & -۱ \\ ۰ & ۱ & ۶ \end{bmatrix}$ (۰/۵) الف) $A \times B = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ \\ -۵ & -۴ & ۳ \\ ۴ & ۱۱ & -۵ \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) ب) $\begin{vmatrix} -۱ & ۱ & ۲ \\ -۲ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۲ & -۱ \end{vmatrix} \begin{matrix} -۱ & ۱ \\ -۲ & -۱ \\ ۱ & ۲ \end{matrix}$ $\underbrace{\|B\|}_{} = \underbrace{(-۱ + ۱ - ۸)}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{(-۲ - ۲ + ۲)}_{(۰/۲۵)} = -۶$ (۰/۲۵)	۲
۴	ص ۲۴ $A = \begin{bmatrix} ۳ & -۴ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$ $A^{-۱} = \underbrace{\frac{۱}{۶ - ۴}}_{(۰/۲۵)} \underbrace{\begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)} = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ \frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲} \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) → $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ \frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲} \end{bmatrix}}_{(۰/۵)} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$	۱/۲۵
۵	ص ۳۱ $\|۲A\| + \|A^{-۱}\|^۳ = \underbrace{۲^۳\|A\|}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{\frac{۱}{\|A\|^۳}}_{(۰/۵)} = \underbrace{۸(-۲)}_{(۰/۲۵)} + \frac{۱}{-۸} = \frac{-۱۲۹}{۸}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۶	ص ۲۰ $z = -۳$ (۰/۲۵) $\begin{cases} ۲x - y = ۳ \\ ۲x + y = ۵ \end{cases} \Rightarrow x = ۲, y = ۱$ (۰/۵) → $x^۲ - ۲y + z = -۱$ (۰/۲۵)	۱

ادامه در صفحه دوم

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: **هندسه ۳**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدت آزمون: **۱۳۵ دقیقه**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	ص ۳۹ - مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی ثابت ۳ سانتی‌متر هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر است.(۰/۲۵) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر باشند، دو خط موازی با d و در طرفین خط d است.(۰/۵) اشتراک این دو مکان هندسی را در نظر می‌گیریم. اگر دایره دو خط موازی را قطع نکند، جوابی نخواهد داشت. (۰/۲۵) اگر دایره بر یکی از خطوط موازی مماس باشد، یک جواب دارد. (۰/۲۵) اگر دایره یکی از دو خط موازی را قطع کند دو جواب خواهد داشت. (۰/۲۵) (بررسی تعداد حالات با رسم شکل نیز صحیح است و نمره‌ی مربوطه لحاظ گردد.)	۱/۵
۸	ص ۴۴ $(x-۲)^۲+(y-۳)^۲=۱۶ \quad \rightarrow \quad O'(۲,۳)$ و $r'=۴$ (۰/۲۵) $d=OO'=\sqrt{(۰-۲)^۲+(۱-۳)^۲}=\sqrt{۸}$ (۰/۲۵) $\lvert r-r'\rvert=d$ (۰/۲۵) $\rightarrow$ $\lvert r-۴\rvert=\sqrt{۸}$ $\rightarrow$ $r=۴\pm۲\sqrt{۲}$ (۰/۲۵) $(x-۰)^۲+(y-۱)^۲=(۴\pm۲\sqrt{۲})^۲$ (۰/۵)	۱/۵
۹	ص ۴۵ روش اول: $x+y=۳\Longrightarrow y=۳-x$ (۰/۲۵) $x^۲+y^۲-۲y-۳=۰ \quad \rightarrow \quad x^۲+(۳-x)^۲-۲(۳-x)-۳=۰$ (۰/۲۵) $۲x^۲-۴x=۰$ (۰/۵) دلتای معادله‌ی اخیر مثبت است (۰/۲۵) بنابراین دو ریشه متمایز دارد که طول نقاط تقاطع است. پس خط و دایره متقاطع‌اند.(۰/۲۵) روش دوم: $x^۲+y^۲-۲y-۳=۰\Rightarrow O(۰,۱)$ و $r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۲}=۲$ (۰/۵) $OH=\frac{\lvert۰+۱-۳\rvert}{\sqrt{۱+۱}}=\sqrt{۲}<۲$ (۰/۵) (۰/۲۵) پس خط و دایره متقاطعند. (۰/۲۵)	۱/۵

ادامه در صفحه سوم

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: **هندسه ۳**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدت آزمون: **۱۳۵ دقیقه**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱۰ ص ۴۸ — **نمره: ۱/۵**

$\frac{c}{a} = \frac{۴}{۵}$ (۰/۲۵)

$\frac{S_{\Delta OBF'}}{S_{\Delta OAB}} = \frac{\frac{۱}{۲} OB \times OF' \ (۰/۲۵)}{\frac{۱}{۲} OB \times OA \ (۰/۲۵)} = \frac{\frac{۱}{۲} bc \ (۰/۲۵)}{\frac{۱}{۲} ba \ (۰/۲۵)} = \frac{c}{a} = \frac{۴}{۵}$ (۰/۲۵)

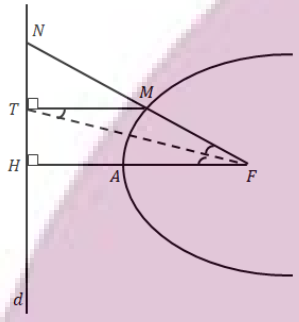
۱۱ ص ۵۸ - **نمره: ۱/۵**

بنا به تعریف سهمی $MT = MF$ و لذا مثلث MFT متساوی‌الساقین است پس $\widehat{MTF} = \widehat{MFT}$ (۰/۲۵)

از طرفی $FH \parallel MT$ و FT خط مورب می‌باشد پس بنابر قضیه‌ی خطوط موازی و مورب $\widehat{MTF} = \widehat{TFH}$ (۰/۲۵)

از دو رابطه‌ی اخیر نتیجه می‌شود که TF نیمساز زاویه‌ی $\widehat{NFH}$ می‌باشد. (۰/۲۵)

با استفاده از قضیه‌ی نیمساز در مثلث FHN داریم:



$\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{۲FA} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{FA} = \frac{۲NT}{TH}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

(برای اثبات با استفاده از قضیه تالس نیز نمره لحاظ گردد.)

۱۲ ص ۸۴ — **نمره: ۱/۵**

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\theta$ (۰/۲۵) $\rightarrow$ $۱۲ = ۱۰ \times ۲ \times \cos\theta$ $\rightarrow$ $\cos\theta = \frac{۳}{۵}$ (۰/۲۵)

$\sin\theta = \sqrt{۱ - \left(\frac{۳}{۵}\right)^۲} = \frac{۴}{۵}$ (۰/۵) (θ حاده است)

$|\vec{a} \times \vec{b}| = \underbrace{۱۰ \times ۲ \times \frac{۴}{۵}}_{\theta} = ۱۶$ (۰/۲۵)

۱۳ ص ۸۴ — **نمره: ۱**

$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ ۳ & -۱ & ۲ \\ ۱ & ۲ & -۱ \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -۱ & ۲ \\ ۲ & -۱ \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} ۳ & ۲ \\ ۱ & -۱ \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} ۳ & -۱ \\ ۱ & ۲ \end{vmatrix}$

(۰/۲۵) (۰/۵)

$\vec{a} \times \vec{b} = -۳\vec{i} + ۵\vec{j} + ۷\vec{k} = (-۳,۵,۷)$

(۰/۲۵)

ادامه در صفحه چهارم

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: **هندسه ۳**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدت آزمون: **۱۳۵ دقیقه**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: **۱۴۰۲/۱۰/۰۹**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	ص ۸۴ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (-۲,۱,۲)$ (۰/۵) $\overrightarrow{a'} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{d}}{\lvert d} \vec{d} = \frac{(-۲-۳+۸)}{(-۲)^۲+۱^۲+۲^۲}(-۲,۱,۲) = \left(\frac{-۲}{۳},\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}\right)$ (۰/۲۵) (۰/۵) ۰/۲۵	۱/۵
۱۵	ص ۸۴ $S = \frac{۱}{۲}\lvert ۲\vec{a} \times (\vec{a}+\vec{b})\rvert = \frac{۱}{۲}\lvert ۲\vec{a}\times\vec{a} + ۲\vec{a}\times\vec{b}\rvert$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $S = \frac{۱}{۲}\lvert ۰ + ۲\vec{a}\times\vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\rvert\lvert b \rvert = ۵\times۵\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۲۵\sqrt{۲}}{۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
	موفق و سربلند باشید.	**جمع نمره** ۲۰

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت