دفترچهٔ پاسخ

آزمون ۱ دی ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-طاهر دادستانی-حمید علیزاده-کامیار علّیون-سپهر متولی
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت‌کار-هومن عقیلی فرید غلامی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-فرزاد جوادی-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت‌کار-مهرداد ملوندی
	فیزیک	عباس اصغری-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-علی برزگر-علیرضا جباری-دانیال راستی معصومه شریعت‌ناصری-مهدی شریفی-مریم شیخ ممو-شیلا شیرزادی-کاظم منشادی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی‌مقدم
	شیمی	هدی بهاری‌پور-محمدرضا پورجاوید-احمدرضا جعفری‌نژاد-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-روزبه رضوانی-میلاد شیخ الاسلامی پارسا عیوض‌پور-علیرضا کیانی‌دوست-شهرزاد معرفت‌ایزدی-هادی مهدی‌زاده-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	کیوان دارابی محمد صحت‌کار	کیوان دارابی محمد صحت‌کار	امیرحسین برادران	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان‌بابایی محمدرضا راسخ	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	مهدی شریفی زهره آقامحمدی دانیال راستی سعید ناصری	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی امیررضا حکمت‌نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سهیل تقی‌زاده	مهبد خالتی	مهبد خالتی	معین یوسفی‌نیا حسین بصیر	امیررضا واشقانی مهدی سهامی احسان پنجه‌شاهی ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین برادران	پارسا عیوض‌پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

ایران‌آزمون
توشه‌ای برای موفقیت

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۲»** (حمید علیزاده)

حاصل حد تابع وقتی $x \to +\infty$، در هر دو ضابطه باید برابر باشند، بنابراین:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{3x-1}{x+1} = 3$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^b+10}{ax^4+3x} = 3 \xrightarrow{b=4} \lim_{x\to+\infty} \frac{x^4+10}{ax^4+3x} = \frac{1}{a} = 3$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow a+b = \frac{1}{3}+4 = \frac{13}{3}$$

دقت کنید که اگر $a=0$ و $b=1$ باشد، حاصل حد نمی‌تواند برابر ۳ شود.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۲- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

حد تابع را وقتی $x \to \pm\infty$ حساب می‌کنیم.

$$\lim_{x\to+\infty} (1-\frac{4x+1}{|3x-2|}) = \lim_{x\to+\infty} (1-\frac{4x}{3x}) = 1-\frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\lim_{x\to-\infty} (1-\frac{4x+1}{|3x-2|}) = \lim_{x\to-\infty} (1-\frac{4x}{-3x}) = 1+\frac{4}{3} = \frac{7}{3}$$

خطوط $y=-\frac{1}{3}$ و $y=\frac{7}{3}$ مجانب‌های افقی نمودار تابع هستند که فاصلهٔ آن‌ها برابر $\frac{8}{3}$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۳- **گزینهٔ «۲»** (طاهر دادستانی)

چون $\lim_{x\to\pm\infty} y = 1$، خط $y=1$ مجانب افقی است. باید معادله زیر ریشه نداشته باشد:

$$\frac{x^2+ax+1}{x^2+2x+3} = 1 \Rightarrow x^2+ax+1 = x^2+2x+3$$

$$\Rightarrow (a-2)x = 2 \Rightarrow a = 2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۴- **گزینهٔ «۲»** (افشین خاصه‌خان)

فرض می‌کنیم $f(1)=a$، ابتدا معادلهٔ خط را می‌نویسیم:

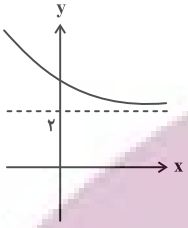
$$y-0 = \frac{a-0}{1-5}(x-5) \Rightarrow f(x) = -\frac{a}{4}(x-5)$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-\frac{a}{4}x}{x} = -\frac{a}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = 2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۵- **گزینهٔ «۱»** (سپهر متولی)

با توجه به این‌که $0 < \sqrt{3}-\sqrt{2} < 1$ است، تابع $f(x) = (\sqrt{3}-\sqrt{2})^x + 2$ یک تابع اکیداً نزولی با مجانب افقی $y=2$ است و با توجه به نمودار، حاصل $\lim_{x\to+\infty} [f(x)] = [2^+] = 2$ و مقدار $a=2$ است.



پس ضابطهٔ تابع g به صورت زیر است:

$$g(x) = \frac{x^2+4x}{x^2+8}$$

$$\Rightarrow \text{مجانب افقی } = y = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+4x}{x^2+8} = \frac{x^2}{x^2} = 1$$

طول نقطهٔ تقاطع را حساب می‌کنیم:

$$\frac{x^2+4x}{x^2+8} = 1 \Rightarrow x^2+4x = x^2+8 \Rightarrow x = 2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۶- **گزینهٔ «۱»** (کامیار علّیون)

ابتدا مجانب افقی تابع را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{mx^2-x+1}{2x^2-x+1} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{mx^2}{2x^2} = \frac{m}{2}$$

یعنی خط افقی $y=\frac{m}{2}$ بر نمودار تابع g مماس است، پس می‌توان نتیجه گرفت عرض رأس سهمی $y=g(x)$ برابر با $y_s=\frac{m}{2}$ می‌باشد.

$$g(x) = x^2-4x-m \Rightarrow x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(1)} = 2$$

$$\Rightarrow y_s = g(2) = 4-8-m = -m-4$$

بنابراین:

$$-m-4 = \frac{m}{2} \Rightarrow m = -\frac{8}{3}$$

حاصل‌ضرب صفرهای تابع f همان حاصل‌ضرب صفرهای عبارت صورت f و برابر $\frac{1}{m} = -\frac{3}{8}$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

تیزهوشان آنلاین
توشه‌ای برای موفقیت

۷- **گزینهٔ «۲»** (کامیار علّیون)

با توجه به این‌که حاصل حد عددی حقیقی است، درجه صورت و مخرج برابر است، پس $a=0$ خواهد بود. از طرفی:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{b|x|+2}{2x+4}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-bx+2}{2x+4}=-\frac{b}{2}=1\Rightarrow b=-2$$

حال با توجه به مقادیر a و b حاصل حد خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(2x+1)^3+(-2x+1)^3}{2x^2-1}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{((2x+1)+(-2x+1))((2x+1)^2-(2x+1)(-2x+1)+(-2x+1)^2)}{\text{azmonvip }2x^2-1}$$

با توجه به قضیهٔ پرتوان، حاصل حد برابر است با:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2(12x^2)}{2x^2-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{24x^2}{2x^2}=12$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۸- **گزینهٔ «۱»** (سپهر متولی)

با توجه به این‌که $x^2-8x+16=(x-4)^2$ است:

$$f(x)=\frac{2x+\sqrt{(x-4)^2}}{x^3+|x^3-2|}=\frac{2x+|x-4|}{x^3+|x^3-2|}$$

حال حاصل حدها را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+|x-4|}{x^3+|x^3-2|}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+x-4}{x^3+x^3-2}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x-4}{2x^3-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x}{2x^3}=\frac{3}{2x^2}=0$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+|x-4|}{x^3+|x^3-2|}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-x+4}{x^3-x^3+2}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+4}{2}=-\infty$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۹- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

تابع $g(x)=\frac{2^x-1}{5^x+1}$ را در نظر می‌گیریم و ابتدا حد تابع g را در $\pm\infty$ حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\frac{-1}{1}=-1$$

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2^x}{5^x}=\lim_{x\to+\infty}(\frac{2}{5})^x=0$$

نمودار تابع g وقتی $x\to-\infty$ بالاتر از خط $y=-1$ است؛ زیرا $\frac{2^x-1}{5^x+1}-(-1)>0$ است. عبارت $(\frac{2}{5})^x$ نیز همواره مثبت است. پس داریم:

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}[g(x)]=[(-1)^+]=-1$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}[g(x)]=[0^+]=0$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to+\infty}f(x)-\lim_{x\to-\infty}f(x)=1$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

ابتدا حد تابع را در $\pm\infty$ حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}(-x-x^3)=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-x^3)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}f^{-1}(x)=-\infty\quad,\quad\lim_{x\to-\infty}f^{-1}(x)=+\infty$$

حال با این نکات خط (های) مجانب افقی نمودار تابع gof را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to-\infty}(gof)(x)=\lim_{x\to+\infty}g(x)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{xf^{-1}(x)}=\frac{1}{(+\infty)(-\infty)}=\frac{1}{-\infty}=0$$

$$\lim_{x\to+\infty}(gof)(x)=\lim_{x\to-\infty}g(x)$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{xf^{-1}(x)}=\frac{1}{(-\infty)(+\infty)}=\frac{1}{-\infty}=0$$

اما در هر دو حالت علامت تابع g منفی است، پس نمودار گزینهٔ «۳» درست است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

حسابان ۲- آشنا

۱۱- **گزینهٔ «۱»** (کتاب آبی)

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)-2\lim_{x\to-\infty}f(x)=1-2(-2)=1+4=5$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** (کتاب آبی)

فرض کنید $\lim_{x\to+\infty}f(x)=a$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)=b$، با استفاده از قضایای حد در بی‌نهایت خواهیم داشت:

$$\begin{cases}\lim_{x\to+\infty}(f(x)-g(x))=A\Rightarrow a-b=A\\ \lim_{x\to+\infty}(f(x)+g(x))=B\Rightarrow a+b=B\end{cases}$$

azmonvip

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a=\frac{A+B}{2},\ b=\frac{B-A}{2}$$

بنابراین: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=b=\frac{B-A}{2}$.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** (کتاب آبی)

وقتی $n\to+\infty$، عبارت $\frac{n-1}{n}=1-\frac{1}{n}$ با مقادیر کمتر از ۱ به ۱ میل می‌کند. پس با فرض $\frac{n-1}{n}=t$ داریم:

$$\lim_{n\to+\infty} f(\frac{n-1}{n})=\lim_{t\to1^-} f(t)=\lim_{t\to1^-}(1-t)=1-1=0$$

وقتی $n\to+\infty$ عبارت $\frac{2n+3}{n}=2+\frac{3}{n}$ با مقادیر بزرگتر از ۲ به ۲ میل می‌کند. پس با فرض $\frac{2n+3}{n}=c$ داریم:

$$\lim_{n\to+\infty} f(\frac{2n+3}{n})=\lim_{c\to2^+} f(c)=\lim_{c\to2^+}(3c+4)$$

$$=3\times2+4=10$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty}\left(f(\frac{n-1}{n})-2f(\frac{2n+3}{n})\right)$$

$$=\lim_{n\to+\infty} f(\frac{n-1}{n})-2\lim_{n\to+\infty}(\frac{2n+3}{n})=0-2\times10=-20$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۴- **گزینهٔ «۱»** (کتاب آبی)

وقتی $x\to+\infty$، آنگاه $f(x)\to0^+$، بنابراین:

$$\lim_{x\to+\infty} f(f(x))=\lim_{f(x)\to0^+} f(f(x))$$

با فرض $f(x)=t$، خواهیم داشت: $=\lim\limits_{t\to0^+} f(t)=-1$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** (خارج ریاضی ۹۹)

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^n-6x^2+1}{ax^3+7x^2-2}=2$$

حد در بی‌نهایت، مقداری حقیقی است، پس درجهٔ صورت و مخرج باید برابر باشد، یعنی $n=3$ است؛ زیرا در غیر این صورت هیچ حالت قابل قبولی نداریم تا حاصل حد برابر ۲ شود.

$$\Rightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{4x^3}{ax^3}=2\Rightarrow\frac{4}{a}=2\Rightarrow a=2$$

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)=\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{4x^3-6x^2+1}{2x^3+7x^2-2}:$$

برای آنکه عامل ابهام یعنی $x-\frac{1}{2}$ در صورت و مخرج ظاهر شود، صورت و مخرج را بر $x-\frac{1}{2}$ یا $2x-1$ تقسیم می‌کنیم که حاصل برابر است با:

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{(2x-1)(2x^2-2x-1)}{(2x-1)(x^2+4x+2)}=\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{2x^2-2x-1}{x^2+4x+2}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}-1-1}{\frac{1}{4}+2+2}=\frac{-\frac{3}{2}}{\frac{17}{4}}=-\frac{6}{17}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۶- **گزینهٔ «۱»** (داخل ریاضی ۹۹)

ابتدا تابع را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$y=\frac{2^{2n+1}-2^{1-2n}}{2^{2n+1}+3\times2^{1-2n}}=\frac{2^{1-2n}(2^{4n}-1)}{2^{1-2n}(2^{4n}+3)}=\frac{2^{4n}-1}{2^{4n}+3}$$

پس خواهیم داشت:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{2^{4n}-1}{2^{4n}+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2^{4n}}{2^{4n}}=1$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۷- **گزینهٔ «۲»** (داخل ریاضی ۱۴۰۰)

می‌دانیم $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(ax^n+bx^{n-1}+\dots)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}ax^n$، پس:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[50]{(a^2x^2-1)(a^4x^4-1)\dots(a^{100}x^{100}-1)}}{a^{49}x^k-1}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[50]{(a^2x^2)(a^4x^4)\dots(a^{100}x^{100})}}{a^{49}x^k}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[50]{a^{2+4+\dots+100}x^{2+4+\dots+100}}}{a^{49}x^k}$$

با استفاده از رابطهٔ $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ داریم:

$$2+4+\dots+100=2(1+2+\dots+50)=2\times\frac{50\times51}{2}=50\times51$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[50]{a^{50\times51}x^{50\times51}}}{a^{49}x^k}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|a^{51}x^{51}|}{a^{49}x^k}$$

با توجه به اینکه $x\to-\infty$، داریم: $|x^{51}|=-x^{51}$، بنابراین:

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x^{51}|a^{51}|}{a^{49}x^k}$$

توشه‌ای برای موفقیت

برای آنکه حاصل حد اخیر برابر با -1 شود، باید درجهٔ x در صورت و مخرج با هم برابر باشند، یعنی $k=51$ که در این صورت داریم:

$$-1=\frac{-|a^{51}|}{a^{49}}\Rightarrow\frac{|a^{51}|}{a^{49}}=1$$

صورت کسر سمت چپ تساوی مثبت و سمت راست آن هم مثبت است، پس باید مخرج کسر هم مثبت باشد یعنی $a^{49}>0$، پس $a>0$ و داریم:

$$\frac{a^{51}}{a^{49}}=1\Rightarrow a^2=1\xrightarrow{a>0}a=1$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(خارج ریاضی ۹۹ با تغییر)*

از آنجا که تابع $f(x)=\frac{ax^2+7x}{2x^2+bx+c}$ فقط یک مجانب قائم $x=2$ دارد، مخرج کسر دارای ریشهٔ مضاعف $x=2$ است، یعنی:

$$2x^2+bx+c=2(x-2)^2\Rightarrow f(x)=\frac{ax^2+7x}{2(x-2)^2}$$

از طرفی $f(3)=6$، پس:

$$\frac{a(3)^2+7(3)}{2(3-2)^2}=6\Rightarrow\frac{9a+21}{2}=6\Rightarrow 9a+21=12$$

$$\Rightarrow a=-1$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax^2+7x}{2x^2+bx+c}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax^2}{2x^2}=\frac{a}{2}=-\frac{1}{2}$$

پس معادلهٔ مجانب افقی تابع f، به‌صورت $y=-\frac{1}{2}$ است.

توجه کنید که اگر مخرج ریشهٔ مضاعف نداشته باشد و ریشهٔ دیگر مخرج، ریشهٔ صورت نیز باشد، در آن حالت هم تابع f فقط یک مجانب قائم دارد. از آنجا که $x=2$ ریشهٔ مخرج است و ضریب x^2 برابر ۲ است، می‌توان ریشهٔ دیگر مخرج را $x=k$ در نظر گرفت و ضابطهٔ تابع را به‌صورت زیر نوشت:

$$f(x)=\frac{x(ax+7)}{2(x-2)(x-k)}$$

ریشه‌های عبارت صورت برابر با $x=0$ و $x=\frac{-7}{a}$ هستند، بنابراین:

اگر $k=0\Rightarrow f(x)=\frac{x(ax+7)}{2(x-2)(x)}=\frac{ax+7}{2(x-2)}$

$$\xrightarrow{f(3)=6}\frac{3a+7}{2(3-2)}=6\Rightarrow 3a+7=12\Rightarrow a=\frac{5}{3}$$

مجانب افقی: $y=\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=\frac{a}{2}\Rightarrow y=\frac{5}{6}$

اگر $k=\frac{-7}{a}\Rightarrow f(x)=\frac{x(ax+7)}{2(x-2)(x+\frac{7}{a})}=\frac{ax}{2(x-2)}$

$$\xrightarrow{f(3)=6}\frac{3a}{2(3-2)}=6\Rightarrow a=4$$

مجانب افقی: $y=\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=\frac{a}{2}\Rightarrow y=\frac{4}{2}=2$

که جواب‌های ۲ و $\frac{5}{6}$ در گزینه‌ها نیستند.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(داخل ریاضی ۹۱)*

$$f(x)=\frac{x+3}{2x+1}\ ,\ g(x)=\frac{2x-1}{x+2}$$

$$\Rightarrow(fog)(x)=f(g(x))=\frac{g(x)+3}{2g(x)+1}=\frac{\frac{2x-1}{x+2}+3}{2(\frac{2x-1}{x+2})+1}$$

$$=\frac{\frac{(2x-1)+3(x+2)}{x+2}}{\frac{2(2x-1)+(x+2)}{x+2}}=\frac{\frac{5x+5}{x+2}}{\frac{5x}{x+2}}=\frac{5x+5}{5x}\ ,\ x\neq-2$$

$$\Rightarrow(fog)(x)=\frac{5x+5}{5x}\Rightarrow\text{ریشهٔ مخرج: }x=0\ \text{(مجانب قائم)}$$

$$\lim_{x\to\infty}(fog)(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{5x+5}{5x}=\lim_{x\to\infty}\frac{5x}{5x}=1$$

$$\Rightarrow y=1\ \text{(مجانب افقی)}$$

بنابراین محل تلاقی مجانب‌ها نقطهٔ $(0,1)$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** *(خارج ریاضی ۹۸)*

برای یافتن معادلهٔ مجانب افقی، حد تابع را وقتی $x\to\pm\infty$ حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to\pm\infty}y=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x^2-x-2}{x^2+2x}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x^2}{x^2}=2$$

فرض کنید خط $y=L$ مجانب افقی نمودار تابع $y=f(x)$ باشد و بدانیم اگر $x\to+\infty$ آنگاه $(f(x)-L)\to0^-$، آنگاه در $x\to+\infty$ نمودار تابع f پایین مجانب افقی خود قرار می‌گیرد و اگر $(f(x)-L)\to0^+$ آنگاه نمودار تابع f بالای مجانب افقی خود قرار می‌گیرد. مشابه چنین حالتی را برای وقتی $x\to-\infty$ نیز می‌توان در نظر گرفت.

در این سؤال $L=2$ و داریم: azmonvip

$$f(x)-L=\frac{2x^2-x-2}{x^2+2x}-2=\frac{2x^2-x-2-2(x^2+2x)}{x^2+2x}$$

$$=\frac{-5x-2}{x^2+2x}$$

در $x\to\pm\infty$، حد عبارت $\frac{-5x-2}{x^2-2x}$ با حد عبارت $\frac{-5x}{x^2}=\frac{-5}{x}$ برابر است، پس وقتی $x\to+\infty$، این عبارت به 0^- میل می‌کند و نمودار پایین مجانب افقی خود قرار می‌گیرد و وقتی $x\to-\infty$، این عبارت به 0^+ میل می‌کند و نمودار بالای مجانب افقی خود قرار می‌گیرد. بنابراین نمودار گزینهٔ (۱) درست است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

توشه‌ای برای موفقیت

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

ضرایب $x^۲$ و $y^۲$ در این معادله باید با هم برابر باشند:

$$۳a-۱=۲a^۲ \Rightarrow ۲a^۲-۳a+۱=۰ \Rightarrow a=۱ \quad \text{یا} \quad a=\frac{۱}{۲}$$

$$۱)\ a=۱ \Rightarrow ۲x^۲+۲y^۲+۲x+۳y+۴=۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲} x^۲+y^۲+x+\frac{۳}{۲}y+۲=۰$$

$$a^۲+b^۲-۴c=۱^۲+(\frac{۳}{۲})^۲-۴(۲)$$

$$=۱+\frac{۹}{۴}-۸<۰ \Rightarrow$$ معادله دایره نیست.

$$۲)\ a=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲}x^۲+\frac{۱}{۲}y^۲+x+۳y+۲=۰$$

$$\xrightarrow{\times ۲} x^۲+y^۲+۲x+۶y+۴=۰$$

$$a^۲+b^۲-۴c=۲^۲+۶^۲-۴(۴)>۰ \Rightarrow$$ دایره است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(هومن عقیلی)*

اگر نقطهٔ A خارج دایره باشد $OA>R$ و مرکز دایره $O(-۱,۲)$ است. در نتیجه $OA=\sqrt{۴+۰}=۲$ و $R=\frac{\sqrt{۴+۱۶-۴m}}{۲}$ پس

$$\frac{\sqrt{۲۰-۴m}}{۲}<۲$$ یعنی $m>۱$ و $۴+۱۶-۴m>۰$ در نتیجه $m<۵$ که گزینهٔ صحیح $۱<m<۵$ می‌باشد.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

دو قطر یکدیگر را در مرکز دایره قطع می‌کنند، پس کافی است معادله دو خط را با هم تلاقی دهیم تا مختصات مرکز را بیابیم:

$$\begin{cases} ۲x+y=۴ \\ x-۲y=-۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ y=۲ \end{cases} \Rightarrow O(۱,۲)$$

دایره محور x ها را در نقطهٔ $A(۳,۰)$ قطع کرده است، پس این نقطه روی دایره واقع است و فاصله مرکز دایره از آن برابر با شعاع دایره است.

$$\begin{matrix} O(۱,۲) \\ A(۳,۰) \end{matrix} \Rightarrow R=|OA|=\sqrt{(۳-۱)^۲+(۰-۲)^۲}=\sqrt{۸}$$

حال فرض می‌کنیم دایره محور y ها را در نقطهٔ $B(۰,y)$ قطع کرده باشد، فاصلهٔ این نقطه نیز از مرکز دایره باید با شعاع دایره برابر باشد:

$$|OB|=R \Rightarrow \sqrt{(۱-۰)^۲+(۲-y)^۲}=\sqrt{۸}$$

$$\Rightarrow (y-۲)^۲+۱=۸ \Rightarrow (y-۲)^۲=۷$$

$$\Rightarrow y-۲=\pm\sqrt{۷} \Rightarrow y=۲\pm\sqrt{۷}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مرکز دایره روی عمودمنصف هر کدام از وترهای دایره واقع است، پس ابتدا معادلهٔ عمودمنصف وتر AB یعنی خط d را پیدا می‌کنیم:

$$M(\text{وسط } AB)=\frac{A+B}{۲}=(\frac{۱}{۲},\frac{۵}{۲})$$

$$m_{AB}=\frac{۲-۳}{-۱-۲}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow m_d=-۳$$

معادلهٔ خط d: $y-\frac{۵}{۲}=-۳(x-\frac{۱}{۲}) \Rightarrow y=-۳x+۴$

از تلاقی خط d و خط $y=-۲x+۳$، مرکز دایره (نقطهٔ O) حاصل می‌شود.

$$\begin{cases} y=-۲x+۳ \\ y=-۳x+۴ \end{cases} \Rightarrow -۲x+۳=-۳x+۴ \Rightarrow x=۱\ ,\ y=۱$$

بنابراین $O(۱,۱)$ مرکز این دایره است و شعاع دایره برابر می‌شود با:

$$R=OA=\sqrt{(۲-۱)^۲+(۳-۱)^۲}=\sqrt{۵}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

$a<۰$ بنابراین نقطهٔ A در ناحیهٔ دوم دستگاه مختصات قرار دارد. پس مختصات مرکز این دایره $O(-R,R)$ خواهد بود به‌طوری که R شعاع دایره است. بنابراین معادلهٔ این دایره در حالت کلی به صورت زیر است:

$$(x+R)^۲+(y-R)^۲=R^۲$$

حال داریم:

$$R=۱ \Rightarrow (x+۱)^۲+(y-۱)^۲=۱$$

توشه‌ای برای موفقیت

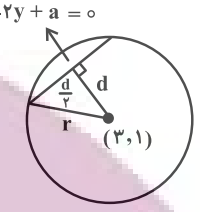
اما نقطهٔ $A(a,1)$ روی این دایره واقع است، پس در معادلهٔ آن صدق می‌کند.

$$(a+1)^2+(1-1)^2=1\Rightarrow(a+1)^2=1$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a+1=1\Rightarrow a=0\\ a+1=-1\Rightarrow a=-2\end{cases}\quad \text{غ ق ق}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** (افشین خاصه‌خان)



$$(x-3)^2+(y-1)^2=a+16$$

$$d=\frac{|3-2(1)+a|}{\sqrt{1+4}}=\frac{|a+1|}{\sqrt{5}}$$

$$r^2=d^2+\frac{d^2}{4}=\frac{5(a+1)^2}{20}=\frac{(a+1)^2}{4}$$

$$\Rightarrow r^2=a+16=\frac{(a+1)^2}{4}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=9\Rightarrow r=5\\ a=-7\Rightarrow r=3\end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحهٔ ۴۳)

۲۷- **گزینهٔ «۳»** (اسحاق اسفندیار)

$$(x-y)^2+(2x-3)(y+2)=0\Rightarrow x^2+y^2+4x-3y-6=0$$

مرکز و شعاع دایره $O(-2,\frac{3}{2})$ و $r=\frac{7}{2}$ و مرکز و شعاع دایره $x^2+y^2=m$ برابر $O'(0,0)$ و $r'=\sqrt{m}$ است. چون دو دایره مماس داخلند، پس: azmonvip

$$OO'=|r-r'|\Rightarrow\sqrt{4+\frac{9}{4}}=|\frac{7}{2}-\sqrt{m}|$$

$$\Rightarrow\sqrt{\frac{25}{4}}=|\frac{7}{2}-\sqrt{m}|$$

$$\frac{7}{2}-\sqrt{m}=\pm\frac{5}{2}\Rightarrow\sqrt{m}=1\ ,\ \sqrt{m}=6\Rightarrow\begin{cases}m=1\\ m=36\end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحهٔ ۴۴)

۲۸- **گزینهٔ «۱»** (محمد صمت‌کار)

این دو دایره، سه مماس مشترک دارند، پس مماس خارج هستند. بنابراین اگر فاصلهٔ مراکز دو دایره برابر d و اندازهٔ شعاع‌های دو دایره برابر r و r' باشند آن‌گاه خواهیم داشت: $d=r+r'$

$$O(2,0)\ ,\quad O'(-1,4)\Rightarrow d=\sqrt{9+16}=5$$

$$\begin{cases}r=\frac{1}{2}\sqrt{16+4a+4}=\sqrt{5+a}\\ r'=\frac{1}{2}\sqrt{4+64-68+4a}=\sqrt{a}\end{cases}$$

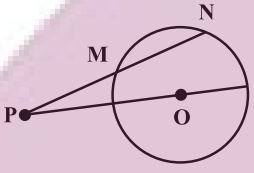
$$\sqrt{5+a}+\sqrt{a}=5\Rightarrow\sqrt{5+a}=5-\sqrt{a}$$

$$\Rightarrow 5+a=25-10\sqrt{a}+a\Rightarrow\sqrt{a}=2\Rightarrow a=4$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** (سوگند روشنی)

طبق روابط طولی دو دایره در هندسهٔ ۲ خواهیم داشت:



$$PM\times PN=(OP-R)(OP+R)=|OP|^2-R^2$$

$$\begin{cases}O(1,-3)\\ |OP|=\sqrt{(4-1)^2+(-1+3)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}\\ R=\frac{1}{2}\sqrt{4+36-4}=3\end{cases}$$

بنابراین: $PN\times PM=13-9=4$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۵)

۳۰- **گزینهٔ «۲»** (سوگند روشنی)

مرکز را به صورت $O(\alpha,-\alpha)$ در نظر می‌گیریم و می‌دانیم فاصلهٔ مرکز دایره تا هر خط مماس برابر R است.

$$R=\frac{|\alpha+3\alpha-6|}{\sqrt{10}}=\frac{|-\alpha-3\alpha-10|}{\sqrt{10}}$$

$$\begin{cases}4\alpha-6=-4\alpha-10\Rightarrow 8\alpha=-4\Rightarrow\alpha=-\frac{1}{2}\\ 4\alpha-6=4\alpha+10\quad \text{غ ق ق}\end{cases}$$

$$\Rightarrow O(-\frac{1}{2}\ ,\ \frac{1}{2})$$

شعاع دایره: $R=\frac{|4\alpha-6|}{\sqrt{10}}=\frac{|-2-6|}{\sqrt{10}}=\frac{8}{\sqrt{10}}$

$$\Rightarrow S=\pi R^2=\frac{\pi\times 64}{10}=6/4\pi$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۴»** *(فرزاد بوادی)*

یادآوری ۱:
$$q(K_p)=\frac{p(p-1)}{2}$$

یادآوری ۲:
$$q(P_n)=n-1$$

یادآوری ۳: K_pها $(p-1)$ منتظم هستند.

$$q(K_p)=\frac{p(p-1)}{2}\Rightarrow 45=\frac{p(p-1)}{2}\Rightarrow p(p-1)=90$$
$$\Rightarrow p=10$$

مطابق یادآوری ۳، گراف K_{10}، ۹- منتظم است. پس:
$$\Delta(K_p)=\delta(K_p)=9$$

چون P_n دارای ۸ یال است مطابق یادآوری ۲، $n=9$ می‌باشد. در P_9، دو رأس از درجهٔ ۱ و مابقی درجهٔ ۲ می‌باشند. پس:
$$\Delta(P_n)=2\quad,\quad \delta(P_n)=1$$

P_n:

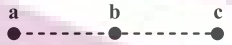
با توجه به یافته‌های بالا گزینهٔ «۴» درست است. یعنی:
$$\delta(K_p)+\Delta(P_n)=9+2=11$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

بهتر است زیرگراف‌ها را برحسب مرتبه، مرتب کنیم، سپس تعداد آن‌ها را بشماریم.

۱) زیرگراف‌های مرتبهٔ ۳:

تعداد $=2\times 2=4$ 

۲) زیرگراف‌های مرتبهٔ ۲:

تعداد $=5$

۳) زیرگراف‌های مرتبهٔ ۱:

تعداد $=3$

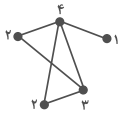
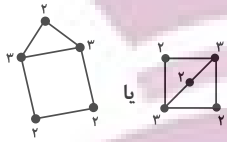
بنابراین تعداد کل زیرگراف‌ها برابر است با: $4+5+3=12$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحهٔ ۳۷)

۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمد صحت‌کار)*

$$\sum \deg v_i=2q\Rightarrow a+b+3+2+2=2\times 6$$
$$\Rightarrow a+b=12-7=5$$

حالت‌های ممکن به صورت زیر است:

a	۵	۴	۳
b	۰	۱	۲
	۵,۳,۲,۲,۰	۴,۳,۲,۲,۱	۳,۳,۲,۲,۲
	گراف نیست	 ۳ دور	 یا ۳ دور

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ و ۳۸)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

درجات رئوس گراف را به ترتیب می‌چینیم:

$$6,6,\overbrace{?,?,\ldots}^{\text{۶ رأس}},3$$

حال هدف، گرافی با بیشترین اندازه ممکن است. پس ۶ رأس باقی‌مانده را از بزرگ‌ترین درجه ممکن انتخاب می‌کنیم. می‌دانیم $\Delta=6$ و گراف تنها دو رأس از درجهٔ Δ دارد، پس بیشترین درجه‌ای که برای رأس‌های باقی‌مانده می‌توانیم انتخاب کنیم ۵ است. اما اگر هر ۶ رأس را از درجهٔ ۵ انتخاب کنیم، در کنار رأس درجهٔ ۳، ۷ رأس فرد تشکیل می‌شود که می‌دانیم امکان‌پذیر نیست. پس یکی از رأس‌های درجهٔ ۵ را به درجهٔ ۴ تبدیل می‌کنیم تا تعداد رأس‌های فرد، زوج باشد. دنباله درجات گراف مطلوب ما به شکل زیر است:

$$6,6,5,5,5,5,5,4,3$$
$$\sum \deg v_i=2q\Rightarrow 44=2q\Rightarrow q=22$$

توجه کنید که گرافی با درجات فوق وجود دارد؛ سعی کنید آن را رسم کنید.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمد صحت‌کار)*

تعداد یال‌های G و $\overline{G}$ (مکمل G) را به ترتیب q و q' می‌گیریم. داریم:

$$\begin{cases} q+q'=\frac{p(p-1)}{2}\Rightarrow 3q=\frac{p(p-1)}{2} \\ q'=2q \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳q = \frac{p(p-۱)}{۲} \\ ۳p = ۲q \end{cases} \Rightarrow ۳(\frac{۳p}{۲}) = \frac{۹p}{۲} = \frac{p(p-۱)}{۲}$$

$$\Rightarrow p-۱ = ۹ \Rightarrow p = ۱۰$$

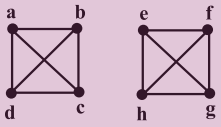
$$\Rightarrow q = \frac{۳\times ۱۰}{۲} = ۱۵$$

$$\Rightarrow p+q = ۱۰+۱۵ = ۲۵$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

گراف مطلوب به شکل گراف زیر است:



تعداد دورهای به طول ۴ در هر بخش برابر است با:

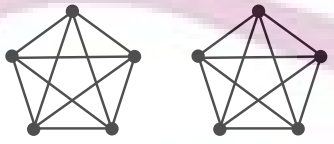
$$\binom{۴}{۴}\frac{۳!}{۲} = ۱\times\frac{۶}{۲} = ۳$$

پس تعداد کل دورهای به طول ۴ برابر است با: $۲\times ۳ = ۶$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

گراف شرایط گزینهٔ «۳» ممکن است اجتماع دو گراف $K_۵$ باشد، یعنی در این صورت ناهمبند خواهد بود.



(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

$$\sum_{i=۱}^{p} deg(v_i) = ۲q \Rightarrow ۵۲ = ۲q \Rightarrow q = ۲۶$$

تعداد یال‌های این گراف ۲۶ است.

$$q \le \frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow p(p-۱) \ge ۵۲ \Rightarrow p_{min} = ۸$$

در نتیجه اگر ۸ رأس را درگیر ۲۶ یال کنیم بقیهٔ رئوس تنها خواهند ماند.

$$b = ۷۳-۸ = ۶۵$$

و برای این‌که حداقل رئوس تنها را داشته باشیم سعی می‌کنیم بیشترین تعداد رأس‌ها را از تنهایی دربیاوریم. برای این منظور، با هر یال، دو رأس را بـه هـم وصل می‌کنیم؛ یعنی تا حد امکان گراف‌های $P_۲$ می‌سازیم. حال بـا ۲۶ یـال می‌توانیم ۵۲ رأس را تبدیل به رأس درجه یک کنیم و سایر رأس‌هـا را تنهـا نگه می‌داریم. بنابراین گراف دارای $۲\times ۲۶-۷۳$ رأس تنها خواهد بود.

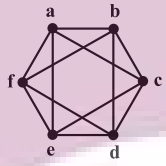
$$a = ۷۳-۲۶\times ۲ = ۷۳-۵۲ = ۲۱$$

بنابراین: $b-a = ۶۵-۲۱ = ۴۴$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

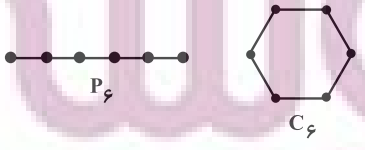
چون گراف متنظم است، پس درجهٔ همهٔ رأس‌ها یکسان است. پس هر یال در هر سر خود (یعنی در هر رأس) با ۳ یال دیگر مجاور است. یعنی از هـر رأس ۴ یال عبور می‌کند. پس گراف G، گـراف ۴- منـتظم مرتبـه ۶ اسـت. ایـن گراف را رسم کرده و تعداد دورهای به طول ۳ در آن را می‌شماریم. با توجـه به شکل، تعداد این دورها برابر با ۸ است.



(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

هر گراف با ماکسیمم درجهٔ $\Delta = ۲$، اجتماعی از چنـد گـراف P_n و C_n است؛ پس تنها گراف‌های همبند از مرتبهٔ p بـا ماکسـیمم درجـهٔ $\Delta = ۲$، مسیر p رأسـی (P_n) و دور p رأسـی (C_n) اسـت. در نتیجـه تنهـا ۲ گراف همبند مطلوب وجود دارد:



(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

توشه‌ای برای موفقیت

هندسه ۲

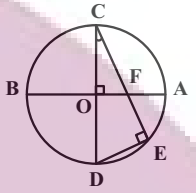
۴۱- **گزینهٔ «۴»** (مهرداد ملوندی)

مطابق شکل داریم:

$\hat{O}=\hat{E}=90^\circ$ (روبه‌روی قطر)

$$\begin{cases}\hat{O}=\hat{E}=90^\circ\\ \hat{C}=\hat{C}\end{cases}\xrightarrow{zz}\overset{\Delta}{OFC}\sim\overset{\Delta}{CDE}$$

$$\Rightarrow \frac{CO}{CE}=\frac{OF}{DE}\quad (*)$$



از طرفی در مثلث CDE طبق قضیه فیثاغورس داریم:

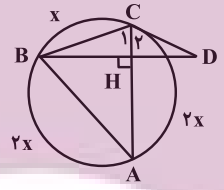
$$DE=\sqrt{CD^2-CE^2}=\sqrt{100-64}=6$$

$$\xrightarrow{(*)}\frac{5}{8}=\frac{OF}{6}\Rightarrow OF=\frac{5\times 6}{8}=\frac{15}{4}=3/75$$

در نتیجه $AF=5-3/75=1/25$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴۲- **گزینهٔ «۲»** (افشین خاصّه‌خان)



طبق داده‌های مسأله:

$$x+2x+2x=360^\circ\Rightarrow x=72^\circ$$

از طرفی مثلث BCD متساوی‌الساقین است چون:

محاطی ↑ $\hat{C}_1$ ، ظلی ↑ $\hat{C}_2=x$

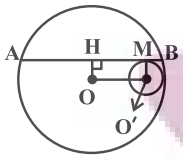
یعنی ارتفاع CH نیمساز نیز می‌باشد.

$$B\hat{C}D=2x=144^\circ\Rightarrow \hat{D}=\frac{180^\circ-144^\circ}{2}=18^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۳- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

از نقطهٔ O (مرکز دایرهٔ بزرگ‌تر) بر وتر AB عمود می‌کنیم. می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند. از طرفی چون AB موازی خط‌المرکزین دو دایره است، پس OH برابر شعاع دایرهٔ کوچک‌تر یعنی ۲ است. طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OAH داریم:



$$AH^2=OA^2-OH^2=8^2-2^2=60\Rightarrow$$

$$AH=2\sqrt{15}\Rightarrow BH=2\sqrt{15}$$

چهار ضلعی $OO'MH$ مستطیل است، پس داریم:

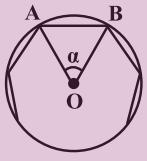
$$MH=OO'=8-2=6\Rightarrow\begin{cases}MA=2\sqrt{15}+6\\ MB=2\sqrt{15}-6\end{cases}$$

$$\frac{MA}{MB}=\frac{2\sqrt{15}+6}{2\sqrt{15}-6}\times\frac{2\sqrt{15}+6}{2\sqrt{15}+6}=\frac{96+24\sqrt{15}}{24}=4+\sqrt{15}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۲۰)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** (احمدرضا فلاح)

یک n ضلعی منتظم را مطابق شکل درون یک دایره محاط کرده‌ایم. داریم:



$$\alpha=\frac{360^\circ}{n}\ ,\ OA=OB=R$$

$$S_{\text{دایره}}=\pi R^2=36\pi\Rightarrow R=6$$

$$S_{\overset{\Delta}{OAB}}=\frac{1}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{n}$$

$$\Rightarrow S_{\text{ضلعی }n}=nS_{\overset{\Delta}{OAB}}=\frac{n}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{n}=108$$

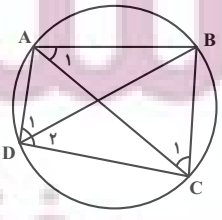
$$\Rightarrow \frac{n}{2}\times 36\times\sin\frac{360^\circ}{n}=108$$

$$\Rightarrow \sin\frac{360^\circ}{n}=\frac{6}{n}\xrightarrow{\text{گزینه‌ها}}n=12$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** (احمدرضا فلاح)

نکته: مجموع زوایای مقابل یک چهارضلعی محاطی 180° می‌باشد.



طبق تعریف زاویه محاطی در دایره داریم:

$$\left.\begin{aligned}\hat{A}_1=\hat{D}_2=\frac{\overset{\frown}{BC}}{2}\Rightarrow 6\alpha+15^\circ=4\beta+15^\circ\Rightarrow 3\alpha=2\beta\\ \hat{D}_1=\hat{C}_1=\frac{\overset{\frown}{AB}}{2}\Rightarrow 2\alpha+10^\circ=\beta+15^\circ\Rightarrow 2\alpha-\beta=5^\circ\end{aligned}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}}\begin{cases}\alpha=10^\circ\\ \beta=15^\circ\end{cases}$$

از طرفی $\hat{D}+\hat{B}=180^\circ$ است، پس:

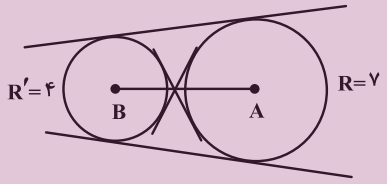
$$\hat{D}=(2\alpha+10^\circ)+(4\beta+15^\circ)=30^\circ+75^\circ=105^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B}=180^\circ-105^\circ=75^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳، ۱۴ و ۲۷)

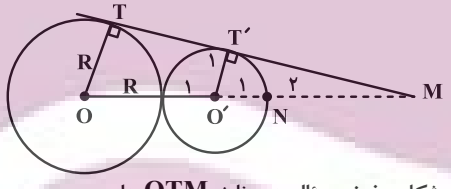
۴۶- **گزینهٔ «۴»** *(هومن عقیلی)*

این خط بر دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۷ و هم‌چنین بر دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۴ مماس است در نتیجه مماس مشترک آن‌ها محسوب می‌شود و چون $AB>R+R'$ یعنی $12>7+4$ پس دو دایره متخارج هستند که چهار مماس مشترک دارند.



(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*



با توجه به شکل و فرض سؤال، در مثلث OTM داریم:

$$O'T'\parallel OT\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{O'T'}{OT}=\frac{MO'}{MO}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{R}=\frac{3}{4+R}\Rightarrow 4+R=3R\Rightarrow R=2$$

می‌دانیم طول مماس مشترک خارجی دو دایرهٔ مماس خارج به شعاع‌های R',R برابر $2\sqrt{RR'}$ است، پس:

$$TT'=2\sqrt{2\times 1}=2\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

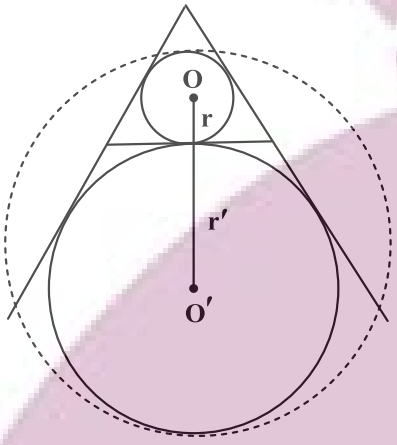
$$2p=6\sqrt{3}\Rightarrow p=3\sqrt{3}$$

شعاع دایرهٔ محاطی داخلی: $r=\frac{S}{p}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3a}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{6}a$

$$r'=\frac{S}{p-a}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3a}{2}-a}=\frac{\sqrt{3}}{2}a\Rightarrow\begin{cases}r=1\\ r'=3\end{cases}$$

مطابق شکل، قطر کوچک‌ترین دایره که با هر یک از دو دایره، مماس درون باشد، برابر می‌شود با:

$$2R=2r+2r'=2+6=8\Rightarrow R=4\Rightarrow S=16\pi$$



(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(فرید غلامی)*

فرض کنیم r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی و h_a، h_b و h_c ارتفاع‌های مثلث باشند. داریم:

$$\text{مساحت مثلث}=S=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bh_b=\frac{1}{2}ch_c$$

$$\Rightarrow h_a=\frac{2S}{a}\ ,\ h_b=\frac{2S}{b}\ ,\ h_c=\frac{2S}{c}$$

$$\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{a}{2S}+\frac{b}{2S}+\frac{c}{2S}$$

$$=\frac{a+b+c}{2S}=\frac{2p}{2S}=\frac{p}{S}=\frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{r}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\Rightarrow\frac{1}{r}=\frac{37}{60}\Rightarrow r=\frac{60}{37}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۰)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

دو دایره که سه مماس مشترک داشته باشند، مماس برون هستند. برای این دو دایره داریم:

$$\text{طول مماس مشترک خارجی}=2\sqrt{RR'}\Rightarrow 4\sqrt{35}=2\sqrt{RR'}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{35}=\sqrt{RR'}\xrightarrow{\text{به توان ۲}}140=RR'$$

$$\Rightarrow(m-2)(m+2)=140\Rightarrow m^2-4=140$$

$$\Rightarrow m^2=144\xrightarrow{m>0}m=12$$

طول خط‌المرکزین دو دایرهٔ مماس برون، برابر مجموع شعاع‌های دو دایره است، پس داریم:

$$d=R+R'=(m-2)+(m+2)=2m=2\times 12=24$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

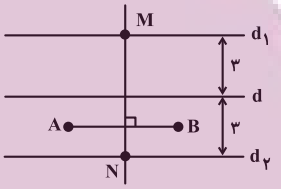
تیزهوشان | توشه‌ای برای موفقیت

هندسه ۱

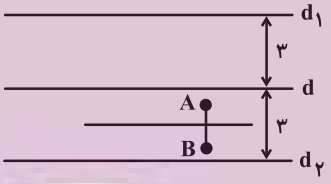
۵۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

نقاطی از صفحه که از دو نقطهٔ A و B به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارند. همچنین نقاطی از صفحه که از خط d به فاصلهٔ ۳ واحد باشند، روی دو خط موازی با d و در طرفین آن واقع‌اند. تعداد نقاط برخورد عمودمنصف پاره‌خط AB و این دو خط، مطابق شکل‌های زیر است.

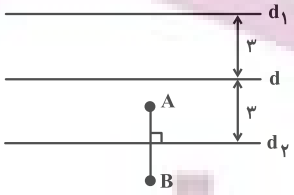
الف) عمودمنصف AB، هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند. در این صورت مسئله ۲ جواب دارد.



ب) عمودمنصف AB با هر دو خط d_1 و d_2 موازی باشد. در این صورت مسئله جواب ندارد.



پ) عمودمنصف AB بر یکی از دو خط d_1 یا d_2 منطبق باشد. در این صورت مسئله بی‌شمار جواب دارد.



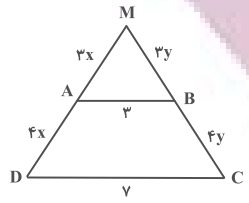
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۵۲- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

طبق قضیهٔ تالس (جزء به کل) در مثلث MDC خواهیم داشت:

$$\frac{MA}{MD}=\frac{MB}{MC}=\frac{۳}{۷}\Rightarrow\frac{MA}{MD-MA}=\frac{۳}{۷-۳}$$

$$\Rightarrow\frac{MA}{AD}=\frac{MB}{BC}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\begin{cases}MA=۳x\\AD=۴x\end{cases},\ \begin{cases}MB=۳y\\BC=۴y\end{cases}$$



حال محیط مثلث و ذوزنقه را برحسب x و y بیان می‌کنیم:

$$\text{محیط مثلث } MAB = ۳x+۳y+۳=۳(x+y)+۳$$

$$\text{محیط ذوزنقه } ABCD = ۴x+۴y+۳+۷=۴(x+y)+۱۰$$

از طرفی طبق فرض:

$$\text{محیط ذوزنقه} = ۱/۵\times\text{محیط مثلث}$$

$$\Rightarrow ۴(x+y)+۱۰=۱/۵\times۳(x+y)+۴/۵\Rightarrow ۰/۵(x+y)=۵/۵$$

$$\Rightarrow x+y=۱۱$$

$$\Rightarrow \text{مجموع دو ساق} = ۴(x+y)=۴\times۱۱=۴۴$$

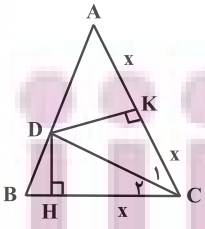
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۵۳- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا فلاح)*

$$S_{ADC}=۲S_{DHC}\Rightarrow\frac{۱}{۲}DK\times AC=۲\times\frac{۱}{۲}DH\times CH$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}DK\times۲CH=DH\times CH\Rightarrow DK=DH$$

بنابراین CD نیمساز زاویهٔ C است.



با توجه به شکل، دو مثلث قائم‌الزاویهٔ DHC و DKC به حالت تساوی وتر و ضلع قائمه با هم همنهشت‌اند و داریم:

$$CH=CK$$

از طرفی:

$$CH=\frac{AC}{۲}\Rightarrow\frac{AC}{۲}=CK\Rightarrow AK=KC$$

تیزهوشان | توشه‌ای برای موفقیت

پس در مثلث ADC، ارتفاع DK، میانه بوده و در نتیجه نوع مثلث ADC متساوی‌الساقین است و داریم: $\hat{A}=\hat{C}_1$

از طرفی دیگر: $\hat{B}=\hat{C}=2\hat{C}_1$

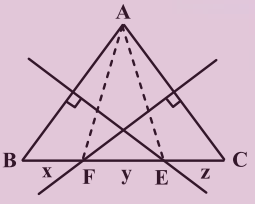
بنابراین اگر فرض کنیم $\hat{C}_1=\alpha$ آن‌گاه خواهیم داشت:

$$2\alpha+2\alpha+\alpha=180^\circ \Rightarrow 5\alpha=180^\circ \Rightarrow \alpha=36^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا کار)*

نقطهٔ E روی عمودمنصف AB است. پس: $EA=EB=5$



نقطهٔ F روی عمودمنصف AC است. پس: $FA=FC=7$

از طرفی دیگر با توجه به شکل:

$$\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=7 \\ x+y+z=9 \end{cases} \Rightarrow x+2y+z=12 \Rightarrow y=3$$

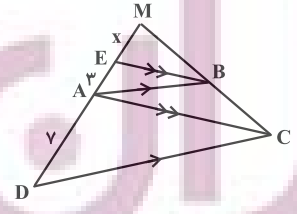
پس $EF=3$ و در نتیجه محیط مثلث AEF برابر است با:

$$5+7+3=15$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(هومن عقیلی)*

با توجه به شکل داریم:



$$\overset{\Delta}{MCD}: AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AB}{CD}=\frac{MB}{MC}=\frac{MA}{MD} \qquad (1)$$

$$\overset{\Delta}{MAC}: EB \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MB}{MC}=\frac{ME}{MA} \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{MA}{MD}=\frac{ME}{MA} \Rightarrow \frac{x+3}{x+10}=\frac{x}{x+3}$$

$$\Rightarrow (x+3)^2=x(x+10) \Rightarrow x^2+6x+9=x^2+10x$$

$$\Rightarrow x=\frac{9}{4}$$

حال با توجه به رابطهٔ (۱) داریم:

$$\frac{AB}{CD}=\frac{MA}{MD}=\frac{\frac{9}{4}+3}{\frac{9}{4}+10}=\frac{\frac{21}{4}}{\frac{49}{4}}=\frac{21}{49}=\frac{3}{7} \Rightarrow \frac{CD}{AB}=\frac{7}{3}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحهٔ ۳۷)

۵۶- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

a، b و c موقعی می‌توانند اضلاع یک مثلث باشند که داشته باشیم:

$$\begin{cases} a<b+c \\ b<a+c \\ c<a+b \end{cases}$$

در نتیجه در این سؤال داریم:

$$\begin{cases} 5x-2<(3x+4)+(x+1) \Rightarrow x<7 \\ 3x+4<(5x-2)+(x+1) \Rightarrow 3x>5 \Rightarrow x>\frac{5}{3} \\ x+1<(5x-2)+(3x+4) \Rightarrow 7x>-1 \Rightarrow x>\frac{-1}{7} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{5}{3}<x<7$$

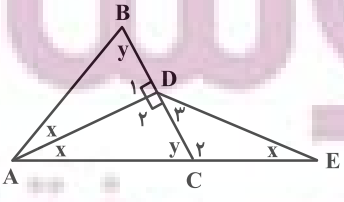
برای این‌که طول اضلاع مثلث، اعدادی صحیح باشند و محیط مثلث، کمترین مقدار ممکن باشد، باید $x=2$ و در آن صورت داریم:

کمترین مقدار محیط $\Rightarrow 10,3,8$: اضلاع $=21$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰، ۱۱، ۱۵ و ۱۶)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

چون مثلث ABC متساوی‌الساقین است، نیمساز رأس A، عمودمنصف BC نیز خواهد بود، پس:



$\hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 90^\circ$ $\overset{\Delta}{ACD}: \hat{D}_2 > y \xrightarrow{\text{زاویهٔ برتر}} AC > AD$

$\begin{cases} \xrightarrow{AC=AB} AB > AD & \text{گزینهٔ (۳):} \\ \xrightarrow{AD=DE} AC > DE & \text{گزینهٔ (۱):} \end{cases}$

$\overset{\Delta}{DEC}: \begin{cases} \hat{C}_2 = 90^\circ + x \\ y = 90^\circ - x \\ y = \hat{D}_3 + x \text{ : زاویهٔ خارجی} \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_2 > y > \hat{D}_3$

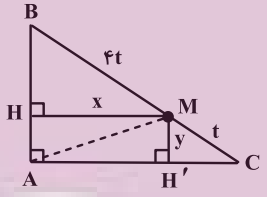
گزینهٔ (۲): $\xrightarrow{\text{زاویهٔ برتر}} DE > CE \xrightarrow{AD=DE} AD > CE$

الزاماً در مثلث متساوی‌الساقین ABC نمی‌توان نتیجه گرفت که $2x < y$ و از آنجا $AC > BC$ را نتیجه گرفت.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۵۸- **گزینهٔ «۴»** *(کیوان دارابی)*

در مثلث ABC دو بار قضیهٔ تالس را می‌نویسیم تا اندازهٔ پاره‌خط‌های MH و MH' را محاسبه کنیم.



$MH' \parallel AB \Rightarrow \frac{y}{AB} = \frac{CM}{CB} \Rightarrow \frac{y}{3} = \frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{3}{5}$

$MH \parallel AC \Rightarrow \frac{x}{AC} = \frac{BM}{BC} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \frac{16}{5}$

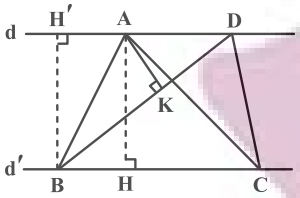
حال AM قطر مستطیلی با اضلاع $\frac{3}{5}$ و $\frac{16}{5}$ است، بنابراین:

$AM = \sqrt{(\frac{3}{5})^2 + (\frac{16}{5})^2} = \frac{\sqrt{265}}{5}$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۵۹- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

در دو مثلث ABD و ABC، طول دو ارتفاع AH و BH' با هم برابرند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با:



$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{AD}{BC} = \frac{3}{5}$ (*)

$S_{ABC} = 40\,cm^2 \xrightarrow{(*)} S_{ABD} = 24\,cm^2$

برای مساحت مثلث ABD داریم:

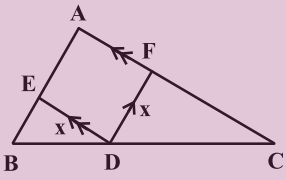
$S_{ABD} = \frac{1}{2} BD \times AK = \frac{1}{2} \times 6 \times AK = 24$

$\Rightarrow AK = 8\,cm$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

طول ضلع لوزی را x می‌گیریم. مطابق شکل داریم:



$\begin{cases} DF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{x}{AB} = \frac{CD}{BC} & (1) \\ DE \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{x}{AC} = \frac{BD}{BC} & (2) \end{cases}$

$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = \frac{BD+CD}{BC} = 1$

$\Rightarrow x(\frac{3+2}{12}) = 1 \Rightarrow x = \frac{12}{5}$

از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$\begin{cases} \frac{\frac{12}{5}}{4} = \frac{CD}{8} \Rightarrow CD = \frac{24}{5} \\ \frac{\frac{12}{5}}{6} = \frac{BD}{8} \Rightarrow BD = \frac{16}{5} \end{cases} \Rightarrow CD - BD = \frac{8}{5} = 1/6$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

توشه‌ای برای موفقیت

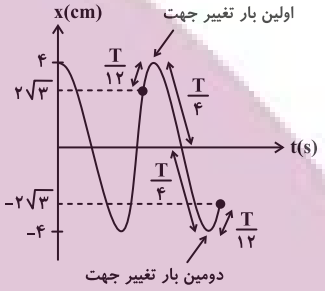
فیزیک ۳

۶۱- **گزینهٔ «۴»** (محمود منصوری)

$$A=\frac{\text{طول پاره‌خط}}{۲}=\frac{۸\,cm}{۲}=۴\,cm$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{\omega}\xrightarrow{\omega=\pi\frac{rad}{s}}T=\frac{۲\pi}{\pi}=۲\,s$$

با توجه به اطلاعات سؤال و این‌که نوسانگر دو بار تغییر جهت می‌دهد، نمودار آن را رسم کرده و سپس سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:



$$\Delta x=x_۲-x_۱=-۲\sqrt{۳}-۲\sqrt{۳}=-۴\sqrt{۳}\,cm$$

$$\Delta t=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۱۲}=\frac{۸T}{۱۲}\xrightarrow{T=۲s}\Delta t=\frac{۸\times۲}{۱۲}=\frac{۴}{۳}s$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۴\sqrt{۳}\,cm}{\frac{۴}{۳}s}=-۳\sqrt{۳}\,\frac{cm}{s}$$

$$|v_{av}|=۳\sqrt{۳}\,\frac{cm}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** (مجتبی نکوئیان)

با توجه به معادلهٔ مکان- زمان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$x=A\cos(\frac{۲\pi}{T}t)\xrightarrow[t=\frac{۷}{۵}s]{x=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A}-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A=A\cos(\frac{۲\pi}{T}\times\frac{۷}{۵})$$

$$\Rightarrow\frac{۷\pi}{۶}=\frac{۱۴\pi}{۵T}\Rightarrow T=\frac{۱۲}{۵}s\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۵\pi}{۶}\,\frac{rad}{s}$$

سپس مکان نوسانگر را در لحظات $t_۱$ و $t_۲$ به دست می‌آوریم:

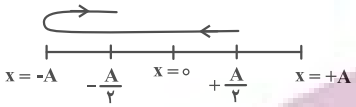
$$t_۱=۰/۴\,s\Rightarrow x_۱=A\cos(\frac{۵\pi}{۶}\times\frac{۲}{۵})$$

$$=A\cos(\frac{\pi}{۳})=\frac{A}{۲}\qquad\text{(ربع اول)}$$

$$t_۲=۱/۶\,s\Rightarrow x_۲=A\cos(\frac{۵\pi}{۶}\times\frac{۸}{۵})$$

$$=A\cos(\frac{۴\pi}{۳})=-\frac{A}{۲}\qquad\text{(ربع سوم)}$$

و در نهایت با استفاده از مسیر حرکت نوسانگر، تندی متوسط و سرعت متوسط آن را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم: azmonvip



$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۲A}{۱/۲}=\frac{۵A}{۳}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=-\frac{A}{۱/۲}=-\frac{۵A}{۶}\Rightarrow\frac{s_{av}}{|v_{av}|}=۲$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۶۳- **گزینهٔ «۴»** (مجتبی نکوئیان)

با توجه به رابطهٔ تکانه داریم:

$$P_{max}=mv_{max}\xrightarrow[m=۸۰g=۸\times۱۰^{-۲}kg]{P_{max}=۴\times۱۰^{-۳}kg.\frac{m}{s}}$$

$$۴\times۱۰^{-۳}=۸\times۱۰^{-۲}v_{max}\Rightarrow v_{max}=۵\times۱۰^{-۲}\,\frac{m}{s}$$

از طرفی طبق رابطهٔ بیشینه تندی در حرکت هماهنگ ساده و بسامد زاویه‌ای آونگ ساده کم‌دامنه داریم:

$$\begin{cases}v_{max}=A\omega\\ \omega=\sqrt{\frac{g}{L}}\end{cases}\Rightarrow v_{max}=A\sqrt{\frac{g}{L}}\xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}\ ,\ L=۴\times۱۰^{-۱}m]{v_{max}=۵\times۱۰^{-۲}\frac{m}{s}}$$

$$۵\times۱۰^{-۲}=A\sqrt{\frac{۱۰}{۴\times۱۰^{-۱}}}\Rightarrow A=۱۰^{-۲}m=۱cm$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** (امیراحمد میرسعید)

با توجه به نمودارهای شکل می‌توان گفت:

$$\frac{T_B}{۴}=\frac{۳T_A}{۴}\Rightarrow T_B=۳T_A$$

نوسانگر A در مدت ۱ دقیقه ۳۰ بار طول پاره‌خط را طی کرده پس ۱۵ نوسان کامل انجام داده است.

تیزهوشان | توشه‌ای برای موفقیت

$$n_A = \frac{60}{T_A} \Rightarrow 15 = \frac{60}{T_A} \Rightarrow T_A = 4s \Rightarrow T_B = 3T_A = 12s$$

$$n'_A = \frac{180}{4} = 45$$

$$n'_B = \frac{180}{12} = 15$$

تعداد نوسان‌هایی که در مدت $180s$ نوسانگر A جلو می‌افتد، برابر است با:

$$n'_A - n'_B = 45 - 15 = 30$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

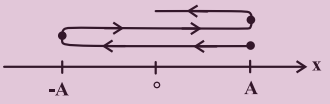
۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمد نهاوندی‌مقدم)*

ابتدا زمان‌های داده شده را در معادلهٔ حرکت جایگذاری می‌کنیم تا مکان‌های متحرک در این لحظه‌ها تعیین شود.

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = A\cos 0 = A$$

$$t_2 = 0/25s \Rightarrow x_2 = A\cos(10\pi \times 0/25) = A\cos 2/5\pi = 0$$

با توجه به $2/5\pi$ متوجه می‌شویم متحرک یک دور و یک ربع دور زده است که با توجه به شکل زیر داریم:



که متحرک دو بار تغییر جهت داده است.

(فیزیک ۳- صفحهٔ ۶۴)

۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمد نهاوندی‌مقدم)*

از رابطهٔ شتاب بیشینه و تندی بیشینه ابتدا بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{aligned} a_{max} = A\omega^2 \Rightarrow A\omega^2 = 100\frac{m}{s^2} \\ v_{max} = A\omega \Rightarrow A\omega = 2\frac{m}{s} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \omega = 50\frac{rad}{s}$$

حال از رابطهٔ بسامد زاویه‌ای، دوره را محاسبه می‌نماییم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 50 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{\pi}{25}s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

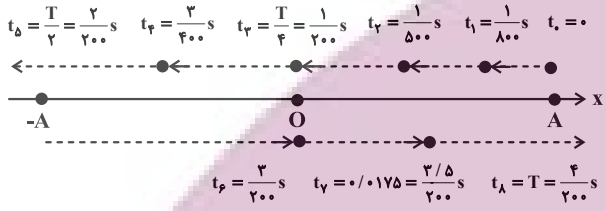
۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(عباس اصغری)*

براساس معادلهٔ داده شده، دوره و بسامد حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$x = 0/2\cos 100\pi t \Rightarrow \omega = 100\pi \quad , \quad \omega = 2\pi f$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f = 50Hz \\ T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50}s \end{cases}$$

با توجه به مقدار بسامد می‌توان گفت که این نوسانگر در هر ثانیه ۵۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است. اگر مسیر حرکت متحرک در محور x را همانند شکل زیر نمایش دهیم، موقعیت متحرک در لحظات نشان داده شده، مطابق شکل زیر است:



با توجه به شکل در بازهٔ زمانی $\frac{3}{400}s$ تا $\frac{3}{200}s$ جهت حرکت متحرک تغییر کرده است. بنابراین مسافت از جابه‌جایی بیشتر است، پس گزارهٔ (ب) نادرست است. در بازهٔ زمانی $\frac{1}{800}s$ تا $\frac{1}{500}s$ متحرک در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است بنابراین حرکت آن تندشونده است. همچنین در لحظهٔ $t = 0/0175s$ متحرک در حال نزدیک شدن به انتهای مسیر است و تندی و انرژی جنبشی آن در حال کاهش است. لذا گزاره‌های (پ) و (ت) درست هستند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(عباس اصغری)*

در حین وقوع زمین‌لرزه اگر بسامد نوسان‌های واداشتی که توسط زمین‌لرزه ایجاد می‌شود به بسامد نوسان طبیعی سازه‌ای نزدیک‌تر باشد و با آن برابر باشد برای آن سازه تشدید رخ می‌دهد و انرژی بیشتری به آن منتقل می‌شود. لذا دامنهٔ نوسان آن سازه بیشتر شده و احتمال تخریب آن بیشتر است. بنابراین پاسخ این سؤال به این بستگی دارد که بسامد نوسان‌های واداشته ناشی از زمین‌لرزه به کدام گروه از سازه‌ها نزدیک‌تر باشد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(شیلا شیرزادی)*

می‌دانیم که انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطهٔ $E = \frac{1}{2}kA^2$ به دست می‌آید که در آن k، ثابت فنر و A دامنهٔ نوسان است. پس:

$$E=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}\times 80\times(0/1)^2=40\times 0/01=0/4J$$

از طرفی می‌دانیم $E=K+U$ که در آن K انرژی جنبشی و U انرژی پتانسیل می‌باشد. پس:

$$E=K+U\Rightarrow 0/4=K+0/1\Rightarrow K=0/3J$$

(فیزیک ۳- صفحهٔ ۶۶)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** (معصومه شریعت‌ناصری)

می‌دانیم در نقاط بازگشتی، انرژی پتانسیل بیشینه است. پس از طریق رابطه‌های انرژی جنبشی و پتانسیل می‌توانیم در نقطهٔ تعادل مقدار سرعت را به دست آوریم:

$$x=A\Rightarrow 0/16J=U_{max}\Rightarrow\begin{cases}U_{max}=K_{max}\\U_{max}=0/16\end{cases}\Rightarrow K_{max}=0/16$$

$$K_{max}=\frac{1}{2}mv_{max}^2\Rightarrow 0/16=\frac{1}{2}\times 20\times 10^{-3}\times v_{max}^2$$

$$\Rightarrow v_{max}=4\frac{m}{s}$$

حالا باید سرعت را در مکان x_1 به دست آوریم. با توجه به مقادیر E و U در این نقطه می‌توانیم مقدار K را به دست آوریم:

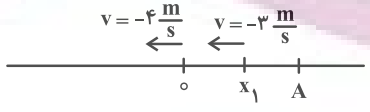
$$x_1\Rightarrow U=0/07J$$

$$E=K_{max}=U_{max}=0/16J$$

$$K=E-U=0/16-0/07=0/09J\Rightarrow K=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow 0/09=\frac{1}{2}\times 20\times 10^{-3}\times v^2\Rightarrow v=3\frac{m}{s}$$

$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{\Delta t}=\frac{v_{max}-v}{\Delta t}=\left|\frac{-4+3}{0/2}\right|=5\frac{m}{s^2}$$

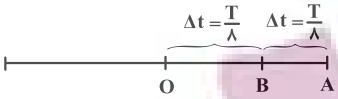


(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۷۱- **گزینهٔ «۳»** (معصومه شریعت‌ناصری)

مدت زمانی که نوسانگر از بیشینهٔ دامنهٔ مثبت به نقطهٔ تعادل می‌رسد برابر $\frac{T}{4}$ است. چون بنابر صورت سؤال مدت زمان حرکت از A تا B با مدت زمان حرکت از B تا O یکسان است. بنابراین نوسانگر هر کدام از این مسیرها را در مدت $\frac{T}{8}$ طی می‌کند. پس داریم:

$$\Delta t=\frac{T}{8}$$



در مسیر دوم B' وسط پاره‌خط $O'A'$ است و در واقع مکان نقطهٔ B' نصف دامنهٔ حرکت بوده و با توجه به بازه‌های زمانی خاص مدت زمان طی این مسافت برابر با $\frac{T'}{6}$ است. پس:

$$\Delta t'=\frac{T'}{6}\xrightarrow{\Delta t'=2\Delta t}2\Delta t=\frac{T'}{6}\Rightarrow\Delta t=\frac{T'}{12}$$

در نتیجه:

$$\begin{cases}\Delta t=\frac{T}{8}\\\Delta t=\frac{T'}{12}\end{cases}\Rightarrow\frac{T'}{12}=\frac{T}{8}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا جباری)

با توجه به نمودار، دامنهٔ نوسان $8cm$ است.

$$A=8cm\ ,\ \ell=24cm=3A$$

هر بار که نوسانگر دامنه را می‌پیماید، زمان سپری شده $\frac{T}{4}$ یعنی ربع دوره است. پس وقتی ۳ برابر دامنه را می‌پیماید، زمان سپری شده $\Delta t=\frac{3T}{4}$ است.

از طرفی با توجه به نمودار داده شده می‌توان نوشت:

$$\frac{5T}{4}=2\Rightarrow T=\frac{8}{5}=1/6s$$

بنابراین:

$$\Delta t=\frac{3T}{4}=\frac{3}{4}\frac{8}{5}=\frac{6}{5}s$$

در لحظهٔ $t=\frac{3}{4}T$، نوسانگر در حال عبور از مرکز نوسان است و در این وضعیت بیشینهٔ سرعت را دارد.

تیزهوشان | توشه‌ای برای موفقیت

$$|v_{max}| = A\omega = A\times\frac{2\pi}{T} \xrightarrow[T=1/6s]{A=8cm}$$

$$|v_{max}| = 8\times\frac{2\pi}{1/6} = 10\pi\frac{cm}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۷۳- **گزینهٔ «۱»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

ابتدا تغییرات شتاب گرانشی را محاسبه می‌کنیم، سیارهٔ زمین را با انـدیس e و سیارهٔ دیگر را با اندیس x نمایش می‌دهیم.

$$\frac{g_x}{g_e} = \frac{M_x}{M_e}.\left(\frac{R_e}{R_x}\right)^2 = \frac{1}{4}\times 4^2 = 4$$

دورهٔ تناوب آونگ از رابطهٔ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ به دست می‌آید. داریم:

$$\frac{T_x}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_x}\times\frac{L_x}{L_e}} \Rightarrow 1 = \sqrt{\frac{1}{4}\times\frac{L_x}{L_e}}$$

$$\Rightarrow \frac{L_x}{L_e} = 4 \Rightarrow L_x = 4L_e$$

تغییرات طول برابر است با:

$$\Delta L = L_x - L_e = 4L - L = 3L$$

(فیزیک ۳- صفحهٔ ۶۵)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

با توجه به این‌که نوسانگر در هر دورهٔ تناوب مسـافتی ۴ برابـر دامنـه را طـی می‌کند، بنابراین در مدتی که نوسانگر مسافتی به اندازهٔ ۱۸۰ برابـر دامنـه را طی می‌کند $\frac{180}{4} = 45$ نوسان کامل انجام می‌دهد.

$$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{4}{3}} = \frac{3\pi}{2}\frac{rad}{s}$$

سرعت نوسانگر در عبور از مرکز نوسان همـان سـرعت مـاکزیمم اسـت. در نتیجه داریم:

$$v_{max} = A\omega \xrightarrow{A=\frac{L}{2}=15cm} v_{max} = \frac{15}{100}\times\frac{3\pi}{2} = \frac{9\pi}{40}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** (زهره آقامحمدی)

ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسان را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f=25Hz} \omega = 2\pi\times 25 = 50\pi\frac{rad}{s}$$

با توجه به نمودار، در محل تلاقی در نمودار انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی داریم:

$$U = K = 400\pi^2 mJ = 400\pi^2\times 10^{-3}J = 0/4\pi^2 J$$

در نتیجه انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = K + U = 0/4\pi^2 + 0/4\pi^2 = 0/8\pi^2 J$$

می‌دانیم که انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \xrightarrow[\omega=50\pi\frac{rad}{s}]{m=100g=0/1kg}$$

$$0/8\pi^2 = \frac{1}{2}\times 0/1\times(50\pi)^2 A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{0/8\pi^2\times 2}{0/1\times 2500\pi^2} = 64\times 10^{-4} \Rightarrow A = 8\times 10^{-2}m$$

اکنون با داشتن A و ω می‌توانیم معادلهٔ مکان- زمان نوسانگر را بنویسیم:

$$x = A\cos\omega t \xrightarrow[\omega=50\pi\frac{rad}{s}]{A=0/08m} x = 0/08\cos 50\pi t$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** (محمود منصوری)

ابتدا دوره تناوب نوسانگر را به‌دست می‌آوریم و سـپس مـدت زمـانی را کـه طول می‌کشد ۵ نوسان انجام دهد، محاسبه می‌کنیم.

azmonvip
ایران‌آزمون
توشه‌ای برای موفقیت

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\xrightarrow[k=200\frac{N}{m}]{m=0/5kg\ ,\ \pi\simeq 3}T=2\times 3\sqrt{\frac{0/5}{200}}=2\times 3\times\frac{1}{20}=0/3s$$

$$n=\frac{t}{T}\xrightarrow[T=0/3s]{n=5}5=\frac{t}{0/3}\Rightarrow t=1/5s$$

(فیزیک ۳- صفحهٔ ۶۵)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین برادران)

انرژی جنبشی آونگ هنگام عبور از وضع تعادل برابر با انرژی مکانیکی آونگ است.

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\xrightarrow[F_{max}=ma_{max}]{a_{max}=A\omega^2}E=\frac{1}{2}F_{max}A$$

$$\Rightarrow\frac{E_A}{E_B}=\frac{(F_{max})_A}{(F_{max})_B}\times\frac{A_A}{A_B}\xrightarrow[E_A=3E_B]{(F_{max})_A=\frac{1}{2}(F_{max})_B}$$

$$3=\frac{1}{2}\times\frac{A_A}{A_B}\Rightarrow\frac{A_A}{A_B}=6$$

اکنون با توجه به رابطهٔ شتاب بیشینه داریم:

$$a_{max}=A\omega^2\Rightarrow\frac{(a_{max})_A}{(a_{max})_B}=\frac{A_A}{A_B}\times(\frac{\omega_A}{\omega_B})^2$$

$$\xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}}\frac{(a_{max})_A}{(a_{max})_B}=\frac{A_A}{A_B}\times(\frac{L_B}{L_A})$$

$$\xrightarrow[A_A=6A_B]{\frac{L_B}{L_A}=\frac{1}{2}}\frac{(a_{max})_A}{(a_{max})_B}=6\times\frac{1}{2}=3$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۷۸- **گزینهٔ «۳»** (مریم شیخ‌ممو)

ابتدا دورهٔ تناوب آونگ را بعد از کاهش طول آن می‌یابیم. چون طول آونگ را ۳۶ درصد کاهش داده‌ایم، می‌توان نوشت:

$$L_2=L_1-0/36L_1\Rightarrow L_2=0/64L_1$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{0/64L_1}{L_1}}\Rightarrow T_2=0/8T_1$$

یعنی در حالت جدید عقربهٔ ساعت‌شمار آونگ $0/8T_1$ زمان نیاز دارد که یک دور کامل بزند، می‌دانیم عقربهٔ ساعت‌شمار برای دور زدن کامل ۱۲ ساعت نیاز دارد. پس می‌توان نوشت:

$$T_2=0/8\times 12=9/6h$$

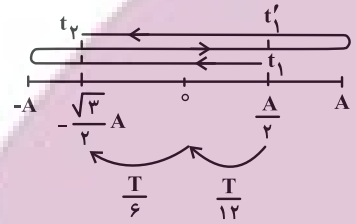
یعنی در هر ۹/۶ ساعت، عقربهٔ ساعت‌شمار ۱۲ ساعت دوران می‌کند، لذا در ۲۴ ساعت ۳۰ ساعت دوران خواهد کرد و ۶ ساعت جلو خواهد افتاد.

$$t=\frac{24\times 12}{9/6}=30h\Rightarrow\Delta t=30-24=6h$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۷۹- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین برادران)

اگر مطابق شکل زیر، مسیر حرکت نوسانگر را رسم کنیم، می‌بینیم بازهٔ زمانی بین t_1 تا t'_1 برابر با یک دورهٔ تناوب (T) و بازهٔ زمانی بین t'_1 و t_2 برابر با $\frac{T}{6}+\frac{T}{12}$ است. بنابراین در مجموع داریم:



$$t_2-t_1=T+\frac{T}{12}+\frac{T}{6}=\frac{5T}{4}\xrightarrow{t_2-t_1=0/2s}\frac{5T}{4}=0/2s$$

$$\Rightarrow T=\frac{0/8}{5}=\frac{4}{25}s\xrightarrow{f=\frac{1}{T}}f=\frac{1}{\frac{4}{25}}\Rightarrow f=\frac{25}{4}Hz$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۸۰- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین برادران)

بررسی موارد:

الف) درست؛ بردارهای تکانه و سرعت هم‌جهت‌اند. همچنین بردارهای نیرو و شتاب نیز هم‌جهت‌اند. در حرکت هماهنگ ساده زمانی که نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود تندی آن افزایش می‌یابد. در این لحظه بردارهای مکان و سرعت خلاف جهت یکدیگرند و بالعکس.

ب) درست؛ در لحظهٔ عبور از مرکز نوسان بردار مکان تغییر جهت می‌دهد و در این لحظه تندی نوسانگر بیشینه است.

پ) درست؛ در لحظه‌ای که بردارهای شتاب و سرعت هم‌جهت‌اند، نوع حرکت تندشونده و نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود. بنابراین انرژی پتانسیل آن در حال کاهش است.

ت) نادرست؛ بنابه رابطهٔ $a=-\omega^2x$ همواره بردار مکان و بردار شتاب خلاف جهت یکدیگرند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

تیزهوشان | توشه‌ای برای موفقیت

فیزیک ۲

۸۱- **گزینهٔ «۲»** (مهری شریفی)

بعد از این‌که میلهٔ A را به الکتروسکوپ تماس می‌دهیم، بار الکتروسکوپ هم‌علامت بار میلهٔ A می‌شود. با توجه به این‌که با نزدیک کردن میلهٔ B به الکتروسکوپ، ورقه‌ها ابتدا نزدیک و سپس دور می‌شوند، میلهٔ B غیرهم‌علامت با بار الکتروسکوپ و در نتیجه بار میلهٔ A است. در نهایت بار ورقه‌ها بعد از نزدیک شدن میلهٔ B، هم‌علامت میلهٔ B است. بنابراین بار میلهٔ B منفی و بار میلهٔ A مثبت است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۳ و ۴)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** (امیراحمد میرسعید)

ابتدا بار هستهٔ Y را به دست می‌آوریم.

$$q_1 = n_1 e = ۴۰ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} = ۶۴ \times ۱۰^{-۱۹} C$$

از قانون کولن می‌توان بار هستهٔ X را به دست آورد.

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow ۲/۸۸ \times ۱۰^{-۸} = \frac{۹ \times ۱۰^{۹} \times ۶۴ \times ۱۰^{-۱۹} q_2}{۱۶ \times ۱۰^{-۱۸}}$$

$$q_2 = ۸ \times ۱۰^{-۱۸} C$$

$$q_2 = n_2 e \Rightarrow ۸ \times ۱۰^{-۱۸} = n_2 \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n_2 = ۵۰$$

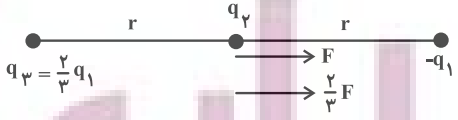
تعداد پروتون‌ها در هستهٔ X، ۵۰ عدد می‌باشد پس تعداد نوترون‌ها ۷۰ عدد می‌باشد.

$$۱۲۰ - ۵۰ = ۷۰$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۴ و ۵)

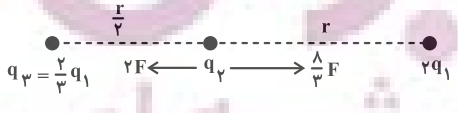
۸۳- **گزینهٔ «۱»** (امیراحمد میرسعید)

اگر نیروی بین بار $-q_1$ و q_2 در فاصلهٔ r از یکدیگر را F بنامیم، برایند نیروهای وارد بر بار q_2 در ابتدا به صورت زیر است. (فرض کنید q_1 و q_2 هم‌نام‌اند.)



$$F_1 = F + \frac{2}{3}F = \frac{5}{3}F$$

در حالت دوم شکل به صورت زیر می‌شود:



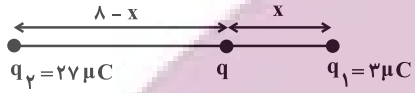
$$F_2 = \frac{8}{3}F - ۲F = \frac{2}{3}F$$

$$\frac{\frac{2}{3}F}{\frac{5}{3}F} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۷)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** (معصومه شریعت‌ناصری)

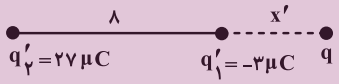
اندازهٔ نیرویی که q_1 و q_2 بر q وارد می‌کنند، برابر است.



$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{kq|q_1|}{x^2} = \frac{kq|q_2|}{(۸-x)^2} \Rightarrow (\frac{۸-x}{x})^2 = |\frac{q_2}{q_1}|$$

$$\xrightarrow[q_1 = ۳\mu C]{q_2 = ۲۷\mu C} (\frac{۸-x}{x})^2 = \frac{۲۷}{۳} \Rightarrow x = ۲cm$$

در حالت دوم، چون بار q_1' و q_2' غیرهم‌علامت هستند، نقطهٔ صفر شدن برایند نیروها، خارج از فاصلهٔ دو بار و نزدیک به بار با اندازهٔ کوچک‌تر است.



$$F_1' = F_2' \Rightarrow \frac{kq|q_1'|}{(x')^2} = \frac{kq|q_2'|}{(۸+x')^2} \Rightarrow (\frac{۸+x'}{x'})^2 = |\frac{q_2'}{q_1'}|$$

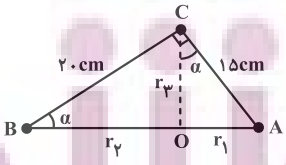
$$\xrightarrow[q_1' = -۳\mu C]{q_2' = ۲۷\mu C} (\frac{۸+x'}{x'})^2 = \frac{۲۷}{۳} \Rightarrow x' = ۴cm$$

بار q در ابتدا $۲cm$ سمت چپ q_1 بود و اکنون $۴cm$ سمت راست آن است بنابراین $۲ + ۴ = ۶cm$ جابه‌جا شده است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۷)

۸۵- **گزینهٔ «۲»** (زهره آقامحمدی)

با توجه به رابطهٔ فیثاغورث طول ضلع AB برابر $۲۵cm$ خواهد شد.



$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{۱۵^2 + ۲۰^2} = ۲۵cm$$

با مساوی قرار دادن $\cos\alpha$ در دو مثلث ABC و AOC فاصلهٔ r_3 را می‌یابیم:

$$\cos\alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{r_3}{AC} \Rightarrow \frac{۲۰}{۲۵} = \frac{r_3}{۱۵} \Rightarrow r_3 = ۱۲cm$$

سپس $\sin\alpha$ را در دو مثلث ABC و AOC مساوی قرار داده و r_1 و r_2 را به دست می‌آوریم:

$$\sin\alpha=\frac{AC}{AB}=\frac{r_1}{AC}\Rightarrow\frac{15}{25}=\frac{r_1}{15}$$

$$\Rightarrow r_1=9\,cm\Rightarrow r_2=25-r_1=16\,cm$$

اکنون میدان‌های الکتریکی حاصل از بارها را در نقطهٔ O می‌یابیم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow E_1=k\frac{|q_1|}{r_1^2}\xrightarrow[r_1=9\times10^{-2}\,m]{q_1=18\times10^{-9}\,C}$$

$$E_1=9\times10^9\frac{18\times10^{-9}}{81\times10^{-4}}\Rightarrow E_1=2\times10^4\frac{N}{C}$$

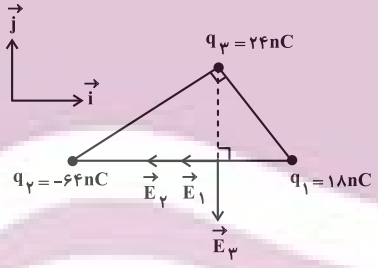
$$E_2=9\times10^9\times\frac{64\times10^{-9}}{(16\times10^{-2})^2}=\frac{9\times64}{16\times16\times10^{-4}}$$

$$=2/25\times10^4\frac{N}{C}$$

$$E_3=9\times10^9\times\frac{24\times10^{-9}}{(12\times10^{-2})^2}=\frac{9\times24}{12\times12\times10^{-4}}$$

$$=1/5\times10^4\frac{N}{C}$$

با توجه به این‌که بردار میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می‌شود، جهت میدان‌ها را در نقطهٔ O رسم می‌کنیم:



از شکل مشخص است که:

$$\begin{cases}\vec{E}_1=2\times10^4(-\vec{i})\\ \vec{E}_2=2/25\times10^4(-\vec{i})\\ \vec{E}_3=1/5\times10^4(-\vec{j})\end{cases}$$

در نتیجه داریم:

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3=-2\times10^4\vec{i}-2/25\times10^4\vec{i}-1/5\times10^4\vec{j}$$

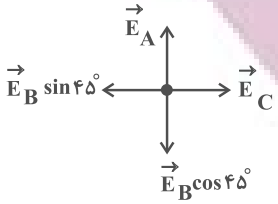
$$\Rightarrow\vec{E}=-4/25\times10^4\vec{i}-1/5\times10^4\vec{j}$$

$$=(-425\vec{i}-150\vec{j})\times10^2\frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۸۶- گزینهٔ «۲» (امیرحسین برادران)

ابتدا میدان الکتریکی حاصل از بار q_A را در نقطهٔ M به دست می‌آوریم:



$$E_A=9\times10^7\times\frac{4}{36}=10^7\frac{N}{C}\Rightarrow\vec{E}_A=10^7\vec{j}$$

اکنون میدان الکتریکی بار q_B در نقطهٔ M و مقدار بار q_B را به دست می‌آوریم.

$$E_t=E_B\cos45^\circ-E_A\Rightarrow1/5\times10^7=E_B\cos45^\circ-10^7$$

$$\Rightarrow E_B\cos45^\circ=2/5\times10^7\frac{N}{C}$$

$$\xrightarrow[E_B=9\times10^7\frac{q_B}{(6\sqrt{2})^2}]{\cos45^\circ=\frac{5}{7}}9\times10^7\times\frac{q_B}{36\times2}\times\frac{5}{7}=2/5\times10^7$$

$$\Rightarrow q_B=28\mu C$$

با توجه به این‌که میدان در نقطهٔ M مؤلفهٔ افقی ندارد، بنابراین برایند میدان حاصل از بار q_C و مؤلفهٔ افقی میدان حاصل از بار q_B در نقطهٔ M صفر است.

$$E_B\sin45^\circ=E_C\Rightarrow\frac{q_B}{(\sqrt{2}\times6)^2}\times\frac{5}{7}=\frac{|q_C|}{6^2}$$

$$\Rightarrow|q_C|=10\mu C$$

با توجه به جهت میدان‌ها در نقطهٔ M، $q_C<0$ و $q_B>0$ است. پس داریم:

$$\begin{cases}q_A=-4\mu C\\ q_B=28\mu C\\ q_C=-10\mu C\end{cases}$$

پس از تماس، بار هر کدام از گوی‌ها برابر است با:

$$q'_A=q'_B=q'_C=\frac{q_A+q_B+q_C}{3}$$

$$=\frac{-4+28-10}{3}=\frac{14}{3}\mu C$$

اکنون نسبت نیرویی که گوی A و B در حالت دوم به هم وارد می‌کنند را به حالت قبل به دست می‌آوریم:

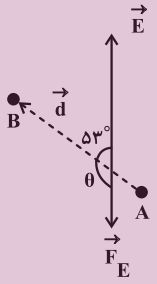
ایزایران
توشه‌ای برای موفقیت

$$\frac{F'_{AB}}{F_{AB}}=\frac{\frac{۱۴}{۳}\times\frac{۱۴}{۳}}{۴\times۲۸}=\frac{۷}{۳۶}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۸۷- **گزینهٔ «۳»** (علیرضا جباری)

نیروی الکتریکی $\vec{F}=q\vec{E}$ در خلاف جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ یعنی رو به پایین بر بار q اثر می‌کند. زیرا $q<۰$ است. همچنین با توجه به شکل، این نیرو با جهت جابه‌جایی $\vec{d}$ که از A به طرف B است زاویهٔ $\theta=۱۸۰^\circ-۵۳^\circ$ می‌سازد. اکنون کار نیروی الکتریکی را به دست می‌آوریم:



$$W_E=|q|Ed\cos\theta \xrightarrow[d=۲۰cm=۰/۲m\ ,\ \theta=۱۸۰^\circ-۵۳^\circ]{|q|=۵\times۱۰^{-۳}C\ ,\ E=۶\times۱۰^{۴}\frac{N}{C}}$$

$$W_E=۵\times۱۰^{-۳}\times۶\times۱۰^{۴}\times۰/۲\cos(۱۸۰^\circ-۵۳^\circ)$$

$$=۶۰(-\cos۵۳^\circ)=۶۰(-۰/۶)\Rightarrow W_E=-۳۶J$$

تغییر انرژی پتانسیل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

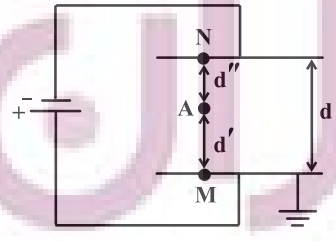
$$\Delta U=-W_E \xrightarrow{W_E=-۳۶J} \Delta U=۳۶J$$

علامت مثبت نشان می‌دهد که انرژی پتانسیل افزایش یافته است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۸۸- **گزینهٔ «۴»** (علی برزگر)

با توجه به شکل می‌توان پتانسیل صفحهٔ پایینی را برابر صفر گرفت؛ چون به زمین وصل است.



$$V_M-V_N=۲۰ \xrightarrow{V_M=۰} V_N=-۲۰V$$

$$E=\frac{\Delta V}{d}\xrightarrow[\text{E ثابت}]{\text{میدان یکنواخت}}\frac{V_M-V_A}{d'}=\frac{V_M-V_N}{d}$$

$$\Rightarrow\frac{۰-(-۱۲)}{d'}=\frac{۰-(-۲۰)}{۴۰}\Rightarrow\frac{۱۲}{d'}=\frac{۲۰}{۴۰}\Rightarrow d'=۲۴cm$$

$$d''=۴۰-۲۴=۱۶cm=۱۶۰mm$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۸۹- **گزینهٔ «۱»** (دانیال راستی)

ابتدا بار کره را بعد از جدا کردن الکترون‌ها حساب می‌کنیم:

$$q=ne\xrightarrow[e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C]{n=۳\times۱۰^{۱۵}}q=۴۸۰\times۱۰^{-۶}=۴۸۰\mu C$$

بار الکتریکی روی سطح خارجی رسانا قرار می‌گیرد. بنابراین چگالی سطحی بار الکتریکی در سطح داخلی پوسته صفر خواهد شد و تمامی بار روی سطح خارجی قرار خواهد گرفت.

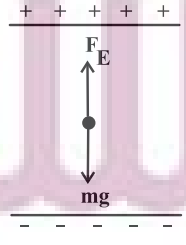
$$\sigma_{\text{خارجی}}=\frac{q}{A_{\text{خارجی}}}=\frac{q}{۴\pi r^{۲}_{\text{خارجی}}}\xrightarrow[r_{\text{خارجی}}=۲۵cm=\frac{۱}{۴}m]{\pi=۳\ ,\ q=۴۸۰\mu C}$$

$$\sigma_{\text{خارجی}}=\frac{۴۸۰}{۴\times۳\times(\frac{۱}{۴})^{۲}}=۶۴۰\frac{\mu C}{m^{۲}}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۹۰- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین برادران)

در ابتدا که حرکت بار یکنواخت است چون جهت نیروی وزن به سمت پایین است، پس جهت $\vec{F}_E$ به سمت بالا است و با توجه به این‌که صفحهٔ بالایی مثبت است، بنابراین $q<۰$ است و از آنجا که بار با تندی ثابت در حال حرکت است پس $F_E=mg$ است. با عوض شدن پایانه‌های باتری جهت نیروی میدان هم عکس شده و بار با شتاب $۲g$ به سمت پایین به صورت تندشونده به حرکت خود ادامه می‌دهد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. با توجه به توضیحات تنها مورد (ب) نادرست است.



(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

تیزهوشان | توشه‌ای برای موفقیت

فیزیک ۱

۹۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین برادران)*

۵ یکای اصلی متمایز $= R = \text{ثابت جهانی گازها} = \frac{J}{mol.K} = \frac{kg.m^2}{s^2.mol.K}$

۳ یکای اصلی متمایز $= \text{میدان مغناطیسی} = \frac{N}{A.m} = \frac{kg.m}{s^2.A.m} = \frac{kg}{A.s^2}$

۳ یکای اصلی متمایز $= \text{گرمای ویژه} = \frac{J}{kg.K} = \frac{kg.m^2}{s^2 kg.K} = \frac{m^2}{s^2.K}$

۴ یکای اصلی متمایز $= \text{میدان الکتریکی} = \frac{N}{C} = \frac{kg.m}{s^3.A}$

(فیزیک ۱- صفحهٔ ۷)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** *(کاظم منشاری)*

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$9\times10^5\,W\mu s\times\frac{1000mW}{1W}\times\frac{1s}{10^6\mu s}\times\frac{1h}{3600s}$$
$$=2/5\times10^{-1}mWh$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۹۳- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی نکوئیان)*

تبدیل یکای هر کدام از گزینه‌ها را به صورت زیر انجام می‌دهیم:

(۱)

$$3/9\times10^{-7}cm^2$$
$$=3/9\times10^{-7}cm^2\times(\frac{10^{-2}m}{1cm}\times\frac{1\mu m}{10^{-6}m})^2=39\mu m^2$$

(۲)

$$1/2\times10^7\frac{ns}{mm^3}=1/2\times10^7\frac{ns}{mm^3}\times\frac{10^{-9}s}{1ns}\times\frac{1Ts}{10^{12}s}$$
$$\times(\frac{1mm}{10^{-3}m}\times\frac{10^3m}{1km})^3=1/2\times10^4\frac{Ts}{km^3}$$

(۳)

$$2/3\times10^{-7}\frac{ms}{Mm^3}=2/3\times10^{-7}\frac{ms}{Mm^3}\times\frac{10^{-3}s}{1ms}\times\frac{1ps}{10^{-12}s}$$
$$\times(\frac{1Mm}{10^6m}\times\frac{10^9m}{1Gm})^3=2/3\times10^{11}\frac{Ps}{Gm^3}$$

(۴)

$$10^{-7}\frac{\mu m^2}{ng.ps^2}=10^{-7}\frac{\mu m^2}{ng.ps^2}\times(\frac{10^{-6}m}{1\mu m}\times\frac{1cm}{10^{-2}m})^2$$
$$\times\frac{1ng}{10^{-9}g}\times\frac{10^1g}{1dag}\times(\frac{1ps}{10^{-12}s}\times\frac{10^9s}{1Gs})^2=10^{37}\frac{cm^2}{dag.Gs^2}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۹۴- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم منشاری)*

$$\begin{cases}A\to\text{انرژی}=\frac{kg.m^2}{s^2}\\ B\to\text{زمان}=s\end{cases}\Rightarrow\frac{A}{B}=\frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}}=\text{توان}=\frac{kg.m^2}{s^3}$$

وات یکا می‌باشد نه کمیت!

$$C\to\text{فشار}=\frac{kg}{m.s^2}\Rightarrow CD=\frac{kgm^2}{s^3}=\frac{kg}{m.s^2}\times D$$
$$\Rightarrow[D]=\frac{m^3}{s}$$

(فیزیک ۱- صفحهٔ ۱۱)

۹۵- **گزینهٔ «۲»** *(دانیال راستی)*

ابتدا چگالی محلول اولیه را که از جرم برابری از A و B تشکیل شده است، را به دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\xrightarrow[V_B=\frac{m_B}{\rho_B}=\frac{m_A}{\rho_B}]{m_A=m_B\ ,\ V_A=\frac{m_A}{\rho_A}}$$
$$\rho=\frac{m_A+m_A}{\frac{m_A}{\rho_A}+\frac{m_A}{\rho_B}}\xrightarrow[\rho_B=1\frac{g}{cm^3}]{\rho_A=1/5\frac{g}{cm^3}}$$
$$\rho=\frac{2m_A}{\frac{m_A}{1/5}+\frac{m_A}{1}}=1/2\frac{g}{cm^3}$$

محلول نهایی از ترکیب حجم برابری از محلول اولیه و مایع A به دست می‌آید. بنابراین چگالی محلول نهایی، برابر میانگین این دو است:

$$\rho'=\frac{\rho+\rho_A}{2}\xrightarrow[\rho=1/2\frac{g}{cm^3}]{\rho_A=1/5\frac{g}{cm^3}}\rho'=\frac{1/2+1/5}{2}$$
$$=1/35\frac{g}{cm^3}=1350\frac{kg}{cm^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا حجم استوانه را می‌یابیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[\rho=9\times10^2\frac{kg}{m^3}]{m=3/6kg}9\times10^3=\frac{3/6}{V}$$
$$\Rightarrow V=4\times10^{-4}m^3\xrightarrow{1m^3=10^6cm^3}V=400cm^3$$

اکنون حجم ظاهری کره را محاسبه می‌کنیم:

$$V'=\frac{4}{3}\pi R^3\xrightarrow[\pi=3]{R=5cm}V'=\frac{4}{3}\times3\times(5)^3$$
$$=4\times125=500cm^3$$

حجم حفرهٔ داخل کره برابر است با:

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{واقعی}}\xrightarrow[V_{\text{واقعی}}=V_{\text{استوانه}}=400cm^3]{V_{\text{ظاهری}}=V'=500cm^3}$$
$$v_{\text{حفره}}=500-400=100cm^3$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

ایران توشه‌ای برای موفقیت

۹۷- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا جباری)

ابتدا نسبت چگالی دو جسم را می‌نویسیم تا چگالی جسم A را به دست آوریم:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{\frac{m_B}{V_B}}{\frac{m_A}{V_A}}\Rightarrow\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{m_B\times V_A}{m_A\times V_B}$$

$$\xrightarrow[V_A=V_B=V']{\rho_B=۶\frac{g}{cm^۳}\ ,\ m_A=۳۰g\ ,\ m_B=۹۰g}$$

$$\frac{۶}{\rho_A}=\frac{۹۰}{۳۰}\Rightarrow\rho_A=۲\frac{g}{cm^۳}$$

سپس جرم گلوله‌ای از A به حجم $۵cm^۳$ را حساب می‌کنیم:

$$m_A=\rho_A V_A\xrightarrow[V_A=۵cm^۳]{\rho_A=۲\frac{g}{cm^۳}}m_A=۲\times۵=۱۰g$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۸- **گزینهٔ «۴»** (کاظم منشاری)

$$V_{\text{واقعی}}=\frac{m}{\rho}\xrightarrow[\rho=۱۳/۹\frac{g}{cm^۳}]{m=۲/۷۸kg=۲۷۸۰g}V_{\text{واقعی}}=۲۰۰cm^۳$$

$$V_{\text{ظاهری}}=r^۲\pi h\xrightarrow[h=۰/۲m=۲۰cm]{D=۸cm\ ,\ r=۴cm}V_{\text{ظاهری}}=۹۶۰cm^۳$$

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{واقعی}}$$

$$۹۶۰-۲۰۰=۷۶۰cm^۳=۷/۶\times۱۰^{-۴}m^۳$$

اکنون با داشتن چگالی طلا، نقره و آلیاژ، درصد حجمی نقره به کار رفته در آلیاژ را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}}=\frac{V_{\text{طلا}}\rho_{\text{طلا}}+V_{\text{نقره}}\rho_{\text{نقره}}}{V_{\text{طلا}}+V_{\text{نقره}}}\xrightarrow{V_{\text{آلیاژ}}=V_{\text{طلا}}+V_{\text{نقره}}}$$

$$\rho_{\text{آلیاژ}}=(\frac{V_{\text{آلیاژ}}-V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}})\rho_{\text{طلا}}+\frac{V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}}\rho_{\text{نقره}}$$

با جای‌گذاری $\frac{V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}}=x$ داریم: $\rho_{\text{آلیاژ}}=(۱-x)\rho_{\text{طلا}}+x\rho_{\text{نقره}}$

$$۱۳/۹=۱۹(۱-x)+۱۰/۵x\Rightarrow x=\frac{V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}}=۰/۶\Rightarrow x=۶۰٪$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۹- **گزینهٔ «۴»** (محمود منصوری)

ابتدا حجم ظاهری مکعب مستطیل را از رابطهٔ $V=a\times b\times c$ حساب می‌کنیم.

$$\left.\begin{aligned}a&=۳dm\times\frac{۱m}{۱۰dm}=۳\times۱۰^{-۱}m\\b&=۱۰^۶\mu m\times\frac{۱m}{۱۰^۶\mu m}=۱m\\c&=۵mm\times\frac{۱m}{۱۰^۳mm}=۵\times۱۰^{-۳}m\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow V_{\text{ظاهری}}=a.b.c=۳\times۱۰^{-۱}m\times۱m\times۵\times۱۰^{-۳}m$$

$$=۱۵\times۱۰^{-۴}m^۳$$

$$V_{\text{ظاهری}}=۱۵\times۱۰^{-۴}m^۳\times\frac{۱۰^۶cm^۳}{۱m^۳}=۱۵۰۰cm^۳$$

روش دوم) محاسبهٔ حجم ظاهری: (برای تبدیل واحد و محاسبهٔ حجم، کافی است به جای نماد انگلیسی (مانند d دسی، μ میکرو، m میلی) نماد ریاضی آن‌ها را بنویسیم:

$$V_{\text{ظاهری}}=a.b.c=(۳\times۱۰^{-۱}m)\times(۱۰^۶\times۱۰^{-۶}m)\times(۵\times۱۰^{-۳}m)$$

$$=۱۵\times۱۰^{-۴}m^۳\times\frac{۱۰^۶cm^۳}{۱m^۳}=۱۵۰۰cm^۳$$

سپس از رابطهٔ چگالی، حجم واقعی را به دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V_{\text{واقعی}}}\xrightarrow[m=۶/۴kg=۶۴۰۰g]{\rho=۸\frac{kg}{L}=۸\frac{g}{cm^۳}}۸=\frac{۶۴۰۰}{V_{\text{واقعی}}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{واقعی}}=۸۰۰cm^۳$$

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{واقعی}}=۱۵۰۰-۸۰۰=۷۰۰cm^۳$$

در نهایت با داشتن حجم حفره، می‌توان جرم مایعی که درون حفره ریخته می‌شود را به دست آورد:

$$\rho_{\text{مایع}}=\frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}}\xrightarrow[V_{\text{مایع}}=۷۰۰cm^۳]{\rho_{\text{مایع}}=۱/۲\frac{g}{cm^۳}}۱/۲=\frac{m_{\text{مایع}}}{۷۰۰}$$

$$\Rightarrow m_{\text{مایع}}=۸۴۰g$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۸)

۱۰۰- **گزینهٔ «۴»** (مجتبی نکوئیان)

با استفاده از رابطهٔ چگالی $(\rho=\frac{m}{V})$ می‌توان نوشت:

$$V_{\text{۱یخ}}=\frac{m_{\text{۱یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}}\xrightarrow[\rho_{\text{یخ}}=۰/۹\frac{g}{cm^۳}]{m_{\text{۱یخ}}=۶/۳kg=۶۳۰۰g}$$

$$V_{\text{۱یخ}}=V_{\text{۱ کل}}=\frac{۶۳۰۰}{۰/۹}=۷۰۰۰cm^۳$$

$$V_{\text{۲ کل}}=V_{\text{۲یخ}}+V_{\text{۲آب}}=\frac{m_{\text{۲یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}}+\frac{m_{\text{۲آب}}}{\rho_{\text{آب}}}$$

$$\xrightarrow{m_{\text{۲آب}}=۰/۴m_{\text{۱یخ}}\ ,\ m_{\text{۲یخ}}=۰/۶m_{\text{۱یخ}}}$$

$$V_{\text{۲کل}}=\frac{(۰/۶)(۶۳۰۰)}{۰/۹}+\frac{(۰/۴)(۶۳۰۰)}{۱}=۴۲۰۰+۲۵۲۰=۶۷۲۰cm^۳$$

و در نهایت، درصد تغییرات حجم را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{V_{\text{۲کل}}-V_{\text{۱کل}}}{V_{\text{۱کل}}}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow\frac{۶۷۲۰-۷۰۰۰}{۷۰۰۰}\times۱۰۰=-۴٪$$

بنابراین حجم مخلوط، ۴ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

ابزار تست
توشه‌ای برای موفقیت

شیمی ۳

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(میلاد شیخ‌الاسلامی)*

درست است که فراوردهٔ واکنش سلول سوختی هیدروژن- اکسیژن بخارآب است اما در مراحل تولید سوخت مورد نیاز سلول، مراحل تولید دستگاه و حمل و نقل لوازم مورد نیاز قطعاً آلاینده‌هایی نیز تولید و وارد هواکره می‌شوند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۱۰۲- **گزینهٔ «۴»** *(امین نوروزی)*

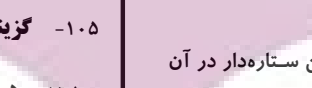
تنها عبارات (پ) و (ت) درست می‌باشند.

بررسی همهٔ عبارات:

آ) در این واکنش یون نیتریت (NO_2^-) نقش کاهنده را دارد.

ب) گونهٔ کاهنده یون نیتریت (NO_2^-) است که در اثر اکسایش به یون نیترات (NO_3^-) تبدیل می‌شود و عدد اکسایش اتم مرکزی یعنی اتم N از ۳+ به ۵+ می‌رسد. در نتیجه تغییر عدد اکسایش برابر با ۲+ خواهد بود.

آشناترین کربوکسیلیک اسید نیز استیک اسید با ساختار



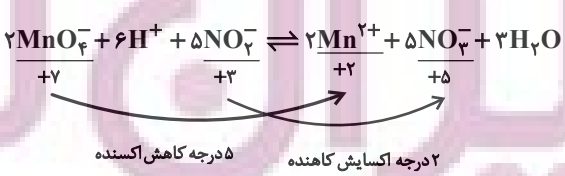
می‌باشد که عدد اکسایش کربن ستاره‌دار در آن برابر ۳+ می‌باشد.

پ) تعداد الکترون‌های مبادله شده برابر است با:

تغییر عدد اکسایش × ضریب × زیروند = تعداد e^- مبادله شده

$$۲ \times ۵ \times ۱ = ۱۰$$

ت)



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰، ۵۲ و ۵۳)

۱۰۳- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

با توجه به جدول برای تهیهٔ هر ۱۰۰ گرم از این آلیاژ به ۲۸ گرم نقره نیاز است. برای تولید نقره نمی‌توان از برقکافت محلول $AgCl$ استفاده کرد، چون در آب نامحلول است.

$$?\,mol\ AgNO_3 = ۲۸\,g\ Ag \times \frac{۱\,mol}{۱۰۸\,g} \times \frac{۱\,mol\ AgNO_3}{۱\,mol\ Ag}$$

$$\simeq ۰/۲۶\,mol\ AgNO_3$$

برای داشتن این مقدار نقره نیترات باید $۰/۱۲۵\,L$ محلول ۲/۰۸ مولار آن را تهیه کرد.

$$۰/۲۶\,mol\ AgNO_3 \times \frac{\text{محلول } ۱\,L}{۲/۰۸\,mol\ AgNO_3} = ۰/۱۲۵\,L \text{ محلول}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۱۰۴- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خوابیوی‌مهر)*

آند دستگاه Si است و نیم‌واکنش کاهش آن همانند نیم‌واکنش کاهش در برقکافت آب به صورت زیر است:

$$۲H_۲O(l) + ۲e^- \rightarrow ۲OH^-(aq) + H_۲(g)$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا کیانی‌دوست)*

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: درست؛ افزودن کلسیم کلرید نقطهٔ ذوب سدیم کلرید را به میزان $۲۱۴^\circ C$ یا $۲۱۴\,K$ پایین می‌آورد.

مورد دوم: نادرست؛ زیرا تهیهٔ فلز سدیم از طریق برقکافت نمک مذاب آن در سلول الکترولیتی صورت می‌گیرد که در این سلول انرژی الکتریکی به شیمیایی تبدیل می‌شود.

مورد سوم: نادرست؛ گاز کلر در آند و فلز سدیم در کاتد تولید می‌شود.

مورد چهارم: نادرست؛ فلز سدیم در ترکیب‌های گوناگون خود در طبیعت تنها به شکل یون‌های سدیم وجود دارد و به صورت آزاد و عنصری یافت نمی‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

تیزهوشان | توشه‌ای برای موفقیت

۱۰۶- **گزینهٔ «۴»** *(شهرزاد معرفت‌ایزدی)*

موارد (ب) و (پ) نادرست هستند.

ب) واکنش فرایند هال:

$$2Al_2O_3(s)+3C(s)\rightarrow 4Al(l)+3CO_2(g)$$

$$\frac{\text{مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها}}{\text{مجموع ضرایب فراورده‌ها}}=\frac{5}{7}$$

پ) سنگ معدن بوکسیت، آلومینیم اکسید ناخالص است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۱۰۷- **گزینهٔ «۳»** *(میلاد شیخ‌الاسلامی)*

آهن سفید ورقهٔ پوشیده شدهٔ آهن توسط فلز روی می‌باشد:

$$\text{نیم‌واکنش اکسایش}: 2Zn(s)\rightarrow 2Zn^{2+}(aq)+4e^-$$

$$\text{نیم‌واکنش کاهش}: O_2(g)+2H_2O(l)+4e^-\rightarrow 4OH^-(aq)$$

$$\text{واکنش کلی}: 2Zn(s)+O_2(g)+2H_2O(l)\rightarrow 2Zn^{2+}(aq)+4OH^-(aq)$$

با توجه به ضرایب $Zn(s)$ و $O_2(g)$ سرعت مصرف فلز روی (آند) برابر با $0/26\,mol.s^{-1}$ می‌باشد.

$$?g\ Zn\ \text{مصرفی}=2min\times\frac{60s}{1min}\times\frac{0/26\,mol\ Zn}{1s}$$

$$\times\frac{65g\ Zn}{1mol\ Zn}=2028g\ Zn$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱۰۸- **گزینهٔ «۲»** *(امین نوروزی)*

واکنش‌های دوم و سوم جزو واکنش‌های اکسایش - کاهش نمی‌باشند. چون طی واکنش عدد اکسایش هیچ اتمی تغییری نکرده است.

واکنش ۱ و ۴: از روش اکسایش ـ کاهش موازنه را انجام می‌دهیم. همین تغییر عدد اکسایش عنصر کاهنده را ضریب اکسنده و تغییر عدد اکسایش اکسنده را ضریب کاهنده قرار می‌دهیم.

در واکنش ۱: I_2، ۱۰ درجه اکسایش و در ClO_3^-، Cl، ۶ درجه کاهش یافته لذا موازنه به شکل زیر است:

$$3I_2+5ClO_3^-+3H_2O\rightarrow 6IO_3^-+6H^++5Cl^-$$

که مجموع ضرایب گونه‌ها در این واکنش برابر با ۲۸ است.

موازنه واکنش چهارم به شکل زیر است:

$$1Pb(OH)_3^-+1ClO^-\rightarrow 1PbO_2+1Cl^-+1OH^-+1H_2O$$

$$28-6=22$$ که مجموع ضرایب برابر ۶ است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۲ و ۵۲)

۱۰۹- **گزینهٔ «۴»** *(هادی مهدی‌زاده)*

نیم‌واکنش کاهش در آهن گالوانیزه و حلبی به صورت زیر می‌باشد:

$$O_2(g)+2H_2O(l)+4e^-\rightarrow 4OH^-(aq)$$

(حالت فیزیکی آب در نیم‌واکنش کاهش، مایع است.)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ابتدا باید غلظت محلول HNO_3 (به عنوان یک اسید قوی) را به دست آوریم:

$$pH=2\Rightarrow [H^+]=10^{-pH}=10^{-2}=0/01\,mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow [HNO_3]=[H^+]=0/01\,mol.L^{-1}$$

به این ترتیب مقدار گاز CO_2 حاصل از واکنش اول به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$3L\ \text{محلول}\times\frac{0/01mol\ HNO_3}{1L\ \text{محلول}}\times\frac{1mol\ CO_2}{1mol\ HNO_3}$$

$$=0/03\,mol\ CO_2$$

از آنجا که در طی فرایند هال به ازای تولید هر ۳ مول CO_2 ۱۲ مول الکترون مبادله می‌شود، برای تعیین تعداد الکترون‌های مبادله شده در این فرایند (که با تولید ۰/۰۳ مول CO_2 همراه است) خواهیم داشت:

$$0/03\,mol\ CO_2\times\frac{12mol\ e^-}{3mol\ CO_2}\times\frac{6/02\times10^{23}e^-}{1mol\ e^-}=72/24\times10^{21}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

توشه‌ای برای موفقیت

شیمی ۲

۱۱۱- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا جعفری نژاد)

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) کشف و درک خواص یک مادهٔ جدید پرچمدار توسعهٔ فناوری است، نه توسعهٔ پایدار.

ت) انسان نفت را از عناصر سازنده‌اش نمی‌سازد، بلکه فقط نفت را استخراج می‌کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱ تا ۴)

۱۱۲- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا کیانی‌دوست)

ابتدا a، b و c را به دست می‌آوریم.

$$_{۲۶}X^{۳+}:[Ar]\,۳d^۵$$

$$a=۵$$

$$\frac{l=۱}{l=۰}=\frac{۲p^۶+۳p^۶}{۱s^۲+۲s^۲+۳s^۲}=\frac{۱۲}{۶}=۲\Rightarrow b=۲$$

$$Y^+:[Ar]\,۳d^{۱۰}\Rightarrow {}_{۲۹}Y$$

$$\frac{l=۱}{l=۰}=\frac{۱۲}{۶}=۲=d$$

$$_{۳۴}Q^{۲-} \quad \text{و} \quad {}_{۳۱}W^{۳+}:[Ar]\,۳d^{۱۰}\Rightarrow e=۱۰$$

$$\frac{l=۱}{l=۰}=\frac{۱۲}{۲}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست؛ زیرا $_{۲۹}Y$ از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند.

گزینهٔ «۲»: نادرست؛ زیرا $_{۳۱}W$ و $_{۲۶}X \leftarrow \underbrace{۲۷, ۲۸, ۲۹, ۳۰}_{\text{۴ عنصر فلزی}}$ که با توجه به متفاوت بودن تعداد الکترون‌های $l=۲$ یا $۳d$، نسبت شمار الکترون‌های $l=۲$ به نسبت شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l=۱$ به $l=۰$ در این عنصرها متفاوت است.

گزینهٔ «۳»: نادرست؛ زیرا یون پایدار $_{۳۵}Br^-$، $۳۶e$ دارد در حالی‌که مجموع اعداد ردیف دوم جدول ۳۵ است.

گزینهٔ «۴»: درست؛ زیرا در:

$$\frac{c}{۱۰}=\frac{۱۰}{۱۰}=۱$$

نسبت $\frac{b}{d}$ برابر است با:

$$\frac{\frac{۱۲}{۶}}{\frac{۱۲}{۶}}=۱$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۱۱۳- **گزینهٔ «۴»** (روزبه رضوانی)

شعاع اتم‌ها از بالا به پایین در گروه‌ها زیاد و از چپ به راست در دوره‌ها کم می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۱۱۴- **گزینهٔ «۳»** (شهرزاد معرفت‌ایزدی)

طبق اصل آفبا عنصری که آرایش الکترونی آن به $۵p^۳$ ختم شود آرایش الکترونی زیر را دارد:

$$۱s^۲/۲s^۲\,۲p^۶/۳s^۲\,۳p^۶\,۳d^{۱۰}/\underbrace{۴s^۲\,۴p^۶\,۴d^{۱۰}}_{۲+۶+۱۰=۱۸}/۵s^۲\,۵p^۳$$

که در لایهٔ چهارم خود ۱۸ الکترون دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) $X^{۲+}\rightarrow ۳p^۶\Rightarrow x=۶ \quad \dots\,۳p^۶\;۴s^۲:۲۰e$

$Y^{۲-}\rightarrow ۳p^۶\Rightarrow y=۶ \quad \dots\,۳p^۴\;۴s^۲:۱۶e$

$$\Delta_e=۲۰-۱۶=۴$$

۲) $_{۱۹}K:[_{۱۸}Ar]\,۴s^۱$ ، $_{۲۴}Cr:[_{۱۸}Ar]\,۳d^۵\,۴s^۱$ ،

$_{۲۹}Cu:[_{۱۸}Ar]\,۳d^{۱۰}\,۴s^۱$

$_{۲۵}Mn:[_{۱۸}Ar]\,۳d^۵\,۴s^۲$ ، $_{۳۳}As:[_{۱۸}Ar]\,۳d^{۱۰}\,۴s^۲\,۴p^۳$

دارای زیرلایه نیم پر هستند.

۴) اگر بعد از جدا کردن ۳ الکترون، ۲۶ الکترون باقی بماند، پس عنصر A دارای ۲۹ الکترون بوده است.

$$A:[_{۱۸}Ar]\,۳d^{۱۰}\,۴s^۱\rightarrow A^+:[_{۱۸}Ar]\,۳d^{۱۰}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۶)

۱۱۵- **گزینهٔ «۲»** (هدی بهاری‌پور)

با توجه به قوانین جدول تناوبی، هر چه فلز سمت چپ‌تر و پایین‌تر جدول تناوبی باشد، قدرت آن بیشتر است و فلز قوی‌تر و فعال‌تر می‌تواند فلز ضعیف‌تر موجود در ترکیب را خارج کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۱۱۶- **گزینهٔ «۱»** (امین نوروزی)

$$۲KClO_۳\rightarrow ۲KCl+۳O_۲$$

$$Mg(ClO_۳)_۲\rightarrow MgCl_۲+۳O_۲$$

اگر جرم‌های برابر m از پتاسیم کلرات و منیزیم کلرات وارد واکنش شده باشند، داریم:

$$m\,g\,KClO_۳\times\frac{۱mol\,KClO_۳}{۱۲۲/۵g\,KClO_۳}\times\frac{۱/۵mol\,O_۲}{۱mol\,KClO_۳}$$

$$\times\ \text{خلوص}\ KClO_۳=m\,g\,Mg(ClO_۳)_۲$$

$$\times\frac{۱mol\,Mg(ClO_۳)_۲}{۱۹۱g\,Mg(ClO_۳)_۲}\times\frac{۳mol\,O_۲}{۱mol\,Mg(ClO_۳)_۲}$$

$$\times\ \text{خلوص}\ Mg(ClO_۳)_۲\Rightarrow\frac{\text{خلوص}\ KClO_۳}{\text{خلوص}\ Mg(ClO_۳)_۲}$$

$$=\frac{۳}{۱/۵}\times\frac{۱۲۲/۵}{۱۹۱}\simeq ۱/۲۸$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۲۱)

۱۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(پیمان خواجوی‌مجد)*

معادلهٔ واکنش فلز آهن با محلول مس (II) سولفات به صورت زیر است:

$$Fe(s)+CuSO_4(aq)\rightarrow FeSO_4(aq)+Cu(s)$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) کانی کلسیم کربنات به رنگ زرد و کانی منگنز (II) کربنات به رنگ صورتی است.

۲) آهن پرمصرف ترین فلز جهان است.

۳) آهن (II) هیدروکسید با سدیم کلرید واکنش نمی‌دهد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

واکنش‌های انجام شده به صورت زیر خواهند بود:

تشکیل رسوب سبز رنگ:

$$FeCl_2(aq)+2NaOH(aq)\rightarrow Fe(OH)_2(s)+2NaCl(aq)$$

تشکیل رسوب قهوه‌ای رنگ:

$$FeCl_3(aq)+3NaOH(aq)\rightarrow Fe(OH)_3(s)+3NaCl(aq)$$

اگر مقدار مول $Fe(OH)_2$ و $Fe(OH)_3$ را به ترتیب x و y در نظر بگیریم، جرم کلریدهای آهن در مخلوط اولیه برابر هستند با:

$$x\,mol\,Fe(OH)_2\times\frac{1\,mol\,FeCl_2}{1\,mol\,Fe(OH)_2}\times\frac{127\,g\,FeCl_2}{1\,mol\,FeCl_2}=127x\,g\,FeCl_2$$

$$y\,mol\,Fe(OH)_3\times\frac{1\,mol\,FeCl_3}{1\,mol\,Fe(OH)_3}\times\frac{162/5\,g\,FeCl_3}{1\,mol\,FeCl_3}=162/5y\,g\,FeCl_3$$

حال با توجه به اطلاعات داده شده می‌توان گفت:

$$\begin{cases}\frac{x}{y}=\frac{1}{2}\Rightarrow y=2x\\ 127x+162/5y=904\Rightarrow 127x+162/5(2x)=904\\ \Rightarrow 452x=904\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=2\\ y=4\end{cases}$$

به این ترتیب برای تعیین درصد جرمی $FeCl_3$ در مخلوط اولیه خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم } FeCl_3}{\text{جرم مخلوط اولیه}}\times 100=\frac{162/5\times 4}{904}\times 100\simeq 72$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحهٔ ۱۹)

۱۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا گیانی‌دوست)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) در گروه ۱۸ جدول تناوبی آرایش لایهٔ ظرفیت هلیم با سایر گازهای نجیب متفاوت است.

۲) اگر عنصری در لایهٔ ظرفیت خود الکترون‌های با $l=1$ داشته باشد حتماً جزء دستهٔ p است. در دستهٔ p، لایهٔ ظرفیت به صورت ns^2np^x که x از ۱ تا ۶ متغیر است. حال با توجه به این‌که $l=0$ و $l=1$ لایهٔ ظرفیت برابر است پس این عنصر همان Si با آرایش الکترونی $3s^2\,3p^2$ است که نمی‌تواند یون تک اتمی تشکیل دهد.

۳) شکننده و سطح کدر به نافلزات اشاره دارد و چون حالت فیزیکی جامد است، منظور نافلزهای فسفر و گوگرد هستند.

$$\frac{2}{8}\times 100=25\%$$

۴) یک ویژگی مشترک نافلزها به اشتراک گذاشتن الکترون است. (عنصر کربن مثالی از نافلزات است که به آنیون تبدیل نمی‌شود.)

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۲۰- **گزینهٔ «۱»** *(هادی مهری‌زاده)*

$$?g\,CO_2=168g\,NaHCO_3\times\frac{\text{خالص } 60g\,NaHCO_3}{\text{ناخالص } 100g\,NaHCO_3}\times\frac{1\,mol\,NaHCO_3}{84g\,NaHCO_3}\times\frac{1\,mol\,CO_2}{1\,mol\,NaHCO_3}\times\frac{44g\,CO_2}{1\,mol\,CO_2}$$

$$=52/8g\,CO_2$$

$$CO_2\text{ چگالی}=\frac{CO_2\text{ جرم}}{CO_2\text{ حجم}}=\frac{52/8}{24}=2/2g.L^{-1}$$

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش (II) به صورت زیر است:

$$2C_4H_{10}(g)+13O_2(g)\rightarrow 8CO_2(g)+10H_2O(l)$$

$$\text{بازده درصدی واکنش}=\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}}\times 100$$

$$\Rightarrow 80=\frac{52/8g}{x}\times 100\Rightarrow x=66g\,CO_2$$

$$?L\,C_4H_{10}=66g\,CO_2\times\frac{1\,mol\,CO_2}{44g\,CO_2}\times\frac{2\,mol\,C_4H_{10}}{8\,mol\,CO_2}\times\frac{22/4L\,C_4H_{10}}{1\,mol\,C_4H_{10}}=8/4L\,C_4H_{10}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

تیزهوشان | توشه‌ای برای موفقیت

شیمی ۱

۱۲۱- **گزینهٔ «۴»** (میلاد شیخ‌الاسلامی)

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ برای پیدا کردن رمز و راز هستی علاوه بر مطالعهٔ خواص و رفتار ماده، برهمکنش نور با ماده نیز کمک کننده است.

۲) نادرست؛ برخی (و نه تمام) دانشمندان بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب همراه بوده است.

۳) نادرست؛ یکی از وظایف فضاپیماهای ویجر ۱ و ۲ تشخیص ترکیب شیمیایی موجود در اتمسفر ۴ سیاره بیرونی سامانهٔ خورشیدی بود و نه ترکیب شیمیایی درون آن‌ها.

۴) درست؛ منظور از جهان مادی، جهان کنونی است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱ و ۲)

۱۲۲- **گزینهٔ «۲»** (هادی مهدی‌زاده)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) نماد اتمی تکنسیم $(^{99}_{43}Tc)$ می‌باشد.

پ) یون یدید با یون حاوی تکنسیم اندازهٔ مشابهی دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحهٔ ۷)

۱۲۳- **گزینهٔ «۳»** (امین نوروزی)

$$^{12}C \Rightarrow \text{جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر} = 12\times2 = 24$$

$$^{13}Al \Rightarrow \begin{matrix} p=13 \\ e=13 \end{matrix} \Rightarrow \text{دومین عنصر گروه ۱۳}$$

$$\Rightarrow p+e = \text{جرم اتمی ایزوتوپ سنگین} = 26$$

$$M = \frac{(7\times24)+(2\times26)}{9} = 24/44$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۳ تا ۱۵)

۱۲۴- **گزینهٔ «۴»** (پارسا عیوض‌پور)

بررسی عبارات نادرست:

آ) جرم اتمی میانگین هر عنصر، مجموع (درصد فراوانی هر ایزوتوپ × جرم اتمی ایزوتوپ) برای تمام ایزوتوپ‌ها است.

ب) اتمی با نماد فرضی $_{16}X$ با اتمی که عدد اتمی آن ۳۴ باشد هم‌گروه است و عنصری با نماد فرضی $_{34}Z$ می‌تواند یون پایدار Z^{2-} را تشکیل دهد.

ت) هر گروه (و نه دوره) شامل عنصرها با خواص شیمیایی مشابه است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۵)

۱۲۵- **گزینهٔ «۲»** (پارسا عیوض‌پور)

$$FeSO_4 \text{ جرم مولی} = (56+32+4\times16)g.mol^{-1} = 152g.mol^{-1}$$

$$H_2SO_3 \text{ جرم مولی} = (2\times1+32+3\times16)g.mol^{-1} = 82g.mol^{-1}$$

$$\text{گرم } x\ H_2SO_3 \times \frac{1mol\ H_2SO_3}{82g\ H_2SO_3} \times \frac{6mol\ \text{اتم}}{1mol\ H_2SO_3}$$

$$= 40g\ FeSO_4 \times \frac{1mol\ FeSO_4}{152g\ FeSO_4} \times \frac{4mol\ O}{1mol\ FeSO_4}$$

$$x = 14/38$$

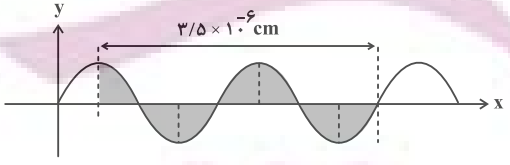
(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۱۲۶- **گزینهٔ «۳»** (علیرضا کیانی‌دوست)

بررسی موارد نادرست:

الف) نور سفید خورشید به هنگام خروج از منشور شامل بی‌نهایت طول موج رنگی است.

ت) فاصلهٔ مشخص شده معادل $\frac{7}{4}\lambda$ است.



$$\frac{7}{4}\lambda = 3/5\times10^{-6}\ cm$$

$$\Rightarrow \lambda = 2\times10^{-6}\ cm$$

$$2\times10^{-6}\ cm \times \frac{10^{-2}\ m}{1\ cm} \times \frac{10^{9}\ nm}{1\ m} = 20\ nm$$

بنابراین موج A در ناحیهٔ فرابنفش قرار می‌گیرد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

ایران‌نشان
توشه‌ای برای موفقیت

۱۲۷- **گزینهٔ «۴»** (امیر حاتمیان)

چون جرم یک پروتون به تقریب برابر جرم یک نوترون است و از آنجایی که در این اتم تعداد نوترون‌ها ۲ برابر تعداد پروتون‌ها می‌باشد، پس داریم:

$$\text{در اتم } {}^{3z}_{z}X \Rightarrow \begin{cases} \text{تعداد } p = z \\ \text{تعداد } n = 3z - z = 2z \end{cases}$$

$$\underset{\text{جرم نوترون‌ها}}{m_n} = 2\underset{\text{جرم پروتون‌ها}}{m_p} \Rightarrow \frac{m_n}{m_p} = 2$$

$$\frac{\text{جرم الکترون } (m_e)}{\text{جرم نوترون } m_n} = \frac{\frac{1}{1800}m_p}{2m_p} = \frac{1}{3600}$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱۲۸- **گزینهٔ «۴»** (امیر حاتمیان)

هر یک مول گلوکز حاوی ۶ مول اتم اکسیژن است.

جرم گلوکز را m_1 در نظر می‌گیریم:

$$\text{تعداد O ?} = m_1\,g\,C_6H_{12}O_6 \times \frac{1\,mol\,C_6H_{12}O_6}{180\,g\,C_6H_{12}O_6}$$

$$\times \frac{6\,mol\,O}{1\,mol\,C_6H_{12}O_6} \times \frac{N_A\,O}{1\,mol\,O} = \frac{m_1\,N_A}{30}$$

هر یک مول پروپان حاوی ۸ مول اتم هیدروژن است.

جرم پروپان را m_2 در نظر می‌گیریم:

$$\text{تعداد H} = m_2\,g\,C_3H_8 \times \frac{1\,mol\,C_3H_8}{44\,g\,C_3H_8}$$

$$\times \frac{8\,mol\,H}{1\,mol\,C_3H_8} \times \frac{N_A\,H}{1\,mol\,H} = \frac{8m_2\,N_A}{44} = \frac{2m_2N_A}{11}$$

$$\text{تعداد O} = 2\times(\text{تعداد H}) \Rightarrow \frac{m_1\,N_A}{30} = \frac{2m_2\,N_A}{11} \times 2$$

$$\Rightarrow m_1 \simeq 10/9m_2$$

$$m_1 - m_2 = 42 \xrightarrow{m_1 = 10/9m_2}$$

$$10/9m_2 - m_2 = 42 \Rightarrow 9/9m_2 = 42 \Rightarrow m_2 \simeq 4/24$$

$$\text{جرم نمونه گلوکز} = m_1 = 10/9m_2$$

$$\xrightarrow{m_2 = 4/24} m_1 = 10/9 \times 4/24 \simeq 46/2\,g$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۱۲۹- **گزینهٔ «۳»** (امیر حاتمیان)

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) گلوکز نشان‌دار برای تشخیص سرطان کاربرد دارد و برای درمان آن به کار نمی‌رود.

ب) فراوانی رادیوایزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت در نیروگاه‌ها به کار می‌رود در نمونهٔ طبیعی آن کمتر از ۰/۷ درصد است.

پ) ایزوتوپ‌های پرتوزا اغلب بر اثر متلاشی شدن، افزون بر ذره‌های پرانرژی مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می‌کنند.

ت) نماد شیمیایی نخستین عنصر ساخت بشر (تکنسیم Tc) همانند فراوان‌ترین عنصر سازندهٔ سیارهٔ زمین (آهن Fe) دو حرفی است.

ث)

$$\left.\begin{array}{l} {}^{7}_{1}H: \text{سنگین‌ترین رادیوایزوتوپ هیدروژن} \\ \Rightarrow \text{تعداد نوترون‌ها} = 7-1 = 6 \\ {}^{3}_{1}H: \text{سبک‌ترین رادیوایزوتوپ هیدروژن} \\ \Rightarrow \text{تعداد نوترون‌ها} = 3-1 = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{6}{2} = 3$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** (امیر حاتمیان)

عدد اتمی عنصرهای گروه ۱۵ با توجه به عدد اتمی گازهای نجیب برابر ۷، ۱۵، ۳۳، ۵۱ و ۸۳ است که عدد اتمی ۳۳ مربوط به عنصری است که با عنصر ${}_{31}Y$ هم‌دوره است.

۱۸	$\xleftarrow{-3}$	۱۵	
۱	${}_{2}He$	-	
۲	${}_{10}Ne$	${}_{7}N$	
۳	${}_{18}Ar$	${}_{15}P$	
۴	${}_{36}Kr$	${}_{33}As$	
۵	${}_{54}Xe$	${}_{51}Sb$	
۶	${}_{86}Rn$	${}_{83}Bi$	

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

ایران‌متن
توشه‌ای برای موفقیت