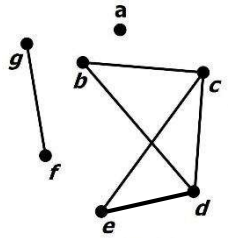
www.konkur.in

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: **۲**	نام و نام خانوادگی :	رشته : **ریاضی - فیزیک**
تاریخ امتحان : **۱۴۰۱/۱۰/۰۳**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در**نوبت دی** ماه سال **۱۴۰۱**		مرکز ارزشیابی وتضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

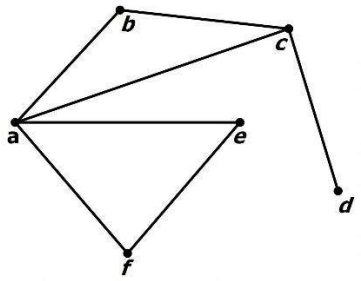
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
۱	**درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید:** **الف)اگر x یک عدد گنگ باشد، $\frac{۱}{x}$ نیز عددی گنگ است.** **ب) اگر $a\mid b+c$ آنگاه $a\mid b$ یا $a\mid c$.** **پ)برای مقادیر حقیقی و نا صفر a و b به شرط آنکه $a+b\neq ۰$ تساوی $\frac{۱}{a+b}=\frac{۱}{a}+\frac{۱}{b}$ برقرار است.** **ت)دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد.**	۱
۲	**در جاهای خالی عبارت های مناسب بنویسید .** **الف)حاصل $([m^۲,m],m^۵)$ برابر با ..... است .** **ب) اگر برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b داشته باشیم $(a,b)=۱$ ، می‌گوییم a و b ..... هستند.** **پ)یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از راس هایش دیگر احاطه گر نباشد ،احاطه گر .....می نامیم.** **ت)تعداد یال های گراف $K_۷$ ،برابر ..... است.**	۱
۳	**گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) ثابت کنید:** **« برای هر دوعدد حقیقی x و y داریم: $y^۲+۱\geq -۲x(y+x+۱)$ »**	۱
۴	**اگر $a\neq ۰$ عددی صحیح و دو عدد $(۵m+۴)$ و $(۶m+۵)$ بر a بخشپذیر باشند ثابت کنید $a=\pm ۱$.**	۱/۲۵
۵	**اگر a و b عددی صحیح و فرد باشد و در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $(a^۲+b^۲+۵)$ را بر ۸ بیابید.**	۱
۶	**باقی مانده تقسیم عدد $۲۰۰!+۰۰۰۰۰۰+۵!+۴!+۳!+۲!+۱!$ را بر ۱۵ بدست آورید.** ($!$ نماد فاکتوریل می باشد)	۱/۵
۷	**معادله همنهشتی $۴X\overset{۶}{\equiv}۱۰$ را در صورت امکان حل کرده و مجموعه جواب آن به دست آورید.**	۱
۸	**در هر مورد، عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید.** **الف) تعداد رئوس یک گراف را (اندازه ، مرتبه) می نامیم.** **ب) گرافی را همبند می‌نامیم که بین هر دو رأس آن یک (مسیر ، یال) وجود داشته باشد.** **پ) اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G)+q(\overline{G})$ برابر با ($n(n-۱)$ ، $\frac{n(n-۱)}{۲}$) است.** **ت) گراف C_n تنها یک (دور ، مسیر) n رأسی دارد.**	۲
۹	**گراف G (شکل مقابل) را در نظر بگیرید:** **الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید.** **ب) دوری به طول ۴ بنویسید.** **پ) دو مسیر به طول ۳با شروع از راس b بنویسید .** **ت) $N_G(f)$ را با اعضا مشخص کنید.** 	۱/۵

«ادامه سؤالات درصفحه دوم »

www.konkur.in

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: **۲**	نام و نام خانوادگی :	رشته : **ریاضی - فیزیک**
تاریخ امتحان : **۱۴۰۱/۱۰/۰۳**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در**نوبت دی** ماه سال **۱۴۰۱**		مرکز ارزشیابی وتضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
۱۰	عدد احاطه گری را برای گراف زیر مشخص و ادعای خود را ثابت کنید. 	۱
۱۱	یک گراف ۲-منتظم ۱۲ راسی بکشید که عدد احاطه گری آن کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
۱۲	می خواهیم ۸ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم . اگر بخواهیم هر نفر روبه روی برادرش بنشیند ، این کار را به چند روش می توان انجام داد؟	۱
۱۳	به چند روش می توان از بین ۵ نوع گل ۱۶شاخه گل انتخاب کرد به طوریکه ، از گل نوع سوم فقط۳ شاخه واز گل نوع چهارم دست کم سه شاخه و از گل نوع پنجم بیش ازچهارشاخه انتخاب کنیم؟	۱/۷۵
۱۴	قرار است سه مدرس T_1, T_2, T_3 در سه جلسه متوالی در سه کلاس C_1, C_2, C_3 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور، با استفاده از مربع لاتین، برنامه‌ریزی کنید.	۱/۲۵
۱۵	چند عضو از مجموعه $S = \{n \in N \mid ۱ \le n \le ۶۳۰\}$ نه بر ۳و نه بر۵ بخشپذیرند؟	۱/۵
۱۶	هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ٤ و ٦ انتخاب می‌کنیم، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\sqrt{۸}$ است.	۱/۲۵
	" موفق باشید " جمع نمره	۲۰

www.konkur.in

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۴۰۱/۱۰/۰۳**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور**دی ماه سال ۱۴۰۱**		مرکز ارزشیابی وتضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

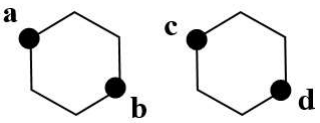
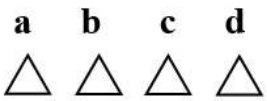
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه) ب) نادرست(۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)	۱
۲	الف) $m^۲$ (۰/۲۵) ب)نسب به هم اول (۰/۲۵) (ص۱۳) پ)مینیمال (۰/۲۵) (ص۴۶) ت) ۲۱ (۰/۲۵) (ص۳۸)	۱
۳	$y^۲+۱\geq -۲x(y+x+۱)$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow x^۲+y^۲+۲xy+x^۲+۲x+۱\geq ۰$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x+۱)^۲+(x+y)^۲\geq ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ این رابطه بازگشتی همواره بدیهی است (۰/۲۵) (ص۸و۷)	۱
۴	$a\mid ۶(۵m+۴)$ $a\mid ۵(۶m+۵)$ (۰/۵) $\rightarrow a\mid ۵(۶m+۵)-۶(۵m+۴)$ (۰/۲۵) $\rightarrow a\mid ۱$ (۰/۲۵) $\rightarrow\Rightarrow a=\pm ۱$ (۰/۲۵) (ص۱۱)	۱/۲۵
۵	می دانیم مربع هر عددفرد، به صورت $۸k+۱$ می باشد (۰/۲۵) $(k\in Z)$ پس داریم (ص ۱۶) $\begin{cases} a^۲=۸k+۱ \\ b^۲=۸k'+۱ \end{cases}$ (۰/۲۵) $\rightarrow a^۲+b^۲+۵=۸k+۱+۸k'+۱+۵$ (۰/۲۵) $\rightarrow a^۲+b^۲+۵=۸k''+۷\rightarrow r=۷$(۰/۲۵)	۱
۶	میدانیم $۱!\overset{۱۵}{\equiv}۱$ و $۲!\overset{۱۵}{\equiv}۲$ و $۳!\overset{۱۵}{\equiv}۶$ و $۴!\overset{۱۵}{\equiv}۹$ و $۵!\overset{۱۵}{\equiv}۰$ و.....$۲۰۰!\overset{۱۵}{\equiv}۰$ پس داریم (ص۲۹) $۱!+۲!+۳!+۴!+۵!+\cdots+۲۰۰!\overset{۱۵}{\equiv}\underbrace{۱+۲+۶+۲۴}_{(۱)}+\underbrace{۰+۰+۰+۰+\cdots+۰}_{(۰/۲۵)}\overset{۱۵}{\equiv}۳$ (۰/۲۵)	۱/۵
۷	چون $۲۰\mid(۱۲,۸)$ معادله جواب دارد(۰/۲۵) (صفحه ۳۰) $۴x\overset{۶}{\equiv}۱۰\rightarrow ۴x\overset{۶}{\equiv}۴$ (۰/۲۵) $\rightarrow x\overset{۳}{\equiv}۱$ (۰/۲۵) $\rightarrow x=۳k+۱$ (۰/۲۵)	۱
۸	الف) مرتبه (۰/۵) ب)مسیر (۰/۵) پ) $\frac{n(n-۱)}{۲}$ (۰/۵) ت) دور(۰/۵) (ص ۳۵و۳۸)	۲
۹	الف) $\Delta(G)=۳$, $\delta(G)=۰$ (۰/۵) ب) b c e d b (۰/۲۵) پ) bcde یا bdec یا bced یا bdce دو مورد هر کدام (۰/۲۵) ت) $N_G(f)=\{g\}$ (۰/۲۵) (ص۴۱)	۱/۵
۱۰	روش اول می دانیم $\left\lceil \frac{n}{\Delta+۱} \right\rceil \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) پس داریم $\left[\frac{۶}{۵}\right]\leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) بنابراین $۲\leq \gamma(G)$ و با توجه به $\{a,d\}$ داریم (۰/۲۵) $\gamma(G)\leq ۲$ و لذا (۰/۲۵) $\gamma(G)=۲$ روش دیگر: این گراف با مجموعه دو عضوی $\{a,d\}$ احاطه می شود.پس عدد احاطه گری این گراف کوچکتر یا مساوی ۲ است یعنی $\gamma(G)\leq ۲$ (۰/۲۵). اما اگر $\gamma(G)=۱$ یعنی گراف یک رأس دارد که تمام رئوس را احاطه می کند یعنی رأس از درجه ۵ باید در گراف وجود داشته باشد که چنین رأسی وجود ندارد .(۰/۲۵) و لذا $\gamma(G)>۱$ (۰/۲۵) بنابراین $۱<\gamma(G)\leq ۲$ و لذا $\gamma(G)=۲$. (۰/۲۵) (ص۳۹)	۱

« ادامه در صفحه ۲»

www.konkur.in

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	رشته: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**	مدّت امتحان: **۱۲۰دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۴۰۱/۱۰/۰۳**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور**دی ماه سال ۱۴۰۱**		مرکز ارزشیابی وتضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	رسم شکل با مشخص کردن نقاط احاطه گری آن (۱نمره)  (ص۵۳)  (به شکل های دیگر نیز نمره داده شود). مانند:	۱
۱۲	$۴! \times ۲^{۴} = ۳۸۴ (۰/۲۵)$ (۰/۷۵) (ص۷۱)	۱
۱۳	$x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ + x_۵ = ۱۶ \quad x_۳ = ۳ \quad x_۴ \geq ۳ , x_۵ \geq ۵ \ (۰/۵) \xrightarrow{x_۳=۳ \ x_۴=y_۲+۳, \ x_۵=y_۵+۵}$ $x_۱ + x_۲ + ۳ + y_۴ + ۳ + y_۵ + ۵ = ۱۶ \ (۰/۲۵) \quad x_۱ + x_۲ + y_۴ + y_۵ = ۵ \quad x_i \geq ۰ , y_۵ \geq ۰ \ (۰/۲۵) \rightarrow$ $\binom{۵+۴-۱}{۴-۱} = ۵۶ \ (۰/۷۵)$ (ص۷۱)	۱/۷۵
۱۴	فرض کنیم هر سطر نشان‌دهنده هر کلاس و اعداد ۱، ۲ و ۳ در مربع لاتین نمایانگر مدرس‌های حاضر در کلاس باشند. (۰/۲۵) طبق مربع لاتین ۳×۳ زیر هر مدرس در هر جلسه در یک کلاس حاضر می شود و در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس دارد. (۰/۲۵) (ص۶۲) (۰/۷۵) ۱ ۲ ۳ ۳ ۱ ۲ ۲ ۳ ۱	۱/۲۵
۱۵	$\lvert \overline{A \cup B} \rvert = \lvert s \rvert - \lvert A \cup B \rvert = \lvert s \rvert - \lvert A \rvert - \lvert B \rvert + \lvert A \cap B \rvert \ (۰/۲۵)$ $\lvert s \rvert = ۶۳۰ (۰/۲۵) \ , \lvert A \rvert = ۲۱۰ \ (۰/۲۵) , \lvert B \rvert = ۱۲۶ \ (۰/۲۵) \ , \lvert A \cap B \rvert = ۴۲ \ (۰/۲۵)$ (ص۸۳) $\Rightarrow \lvert \overline{A \cup B} \rvert = ۳۳۶ \ (۰/۲۵)$	۱/۵
۱۶	ابتدا مستطیل مورد نظر را به ۶ مربع به ضلع ۲ تقسیم می کنیم و هرقسمت را یک لانه فرض می کنیم و هفت نقطه را هفت کبوتر در نظر می گیریم(۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری دست کم یک لانه وجود دارد که شامل دو کبوتر است (۰/۲۵) با توجه به قضیه فیثاغورس داریم: (ص۸۴) $AB^۲ = AC^۲ + BC^۲ \rightarrow AB^۲ < ۲^۲ + ۲^۲ \ (۰/۲۵) \Rightarrow AB^۲ < ۸ \ (۰/۲۵) \Rightarrow AB < \sqrt{۸} \ (۰/۲۵)$	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»