ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود گام به گام
- دانلود آزمون گاج و قلم چی و سنجش
- دانلود فیلم و مقاله آنلیزشی
- کنکور و مشاوره

IranTooshe.Ir

@irantooshe

IranTooshe

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفترچه پاسخ

آزمون ۲۳ دی ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-علی شهرابی-حمید علیزاده-مهدی ملارمضانی-جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-محسن بهرام‌پور-علیرضا بیگلری-رضا توکلی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد افشین خاصه‌خان-سوگند روشنی-علی صادقی-محمد صحت‌کار-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی-مجید نیکنام
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی‌نسب-مهدی آذرنسب-زهره آقامحمدی-امیرمهدی جعفری-سیدابوالفضل خالقی مجتبی خلیل‌ارجمندی-بهنام رستمی-سعید شرق-پویا علاقه‌مند- عبداله فقه‌زاده - مسعود قره‌خانی-محسن قندچلر-علیرضا گونه- امیرحسین مجوّزی - حسین مخدومی-محمود منصوری-سیدعلی میرنوری-مصطفی واثقی-شادمان ویسی
	شیمی	محمدرضا پورجاوید-احمدرضا جعفری‌نژاد-امیر حاتمیان-یاسر راش-روزبه رضوانی-امیرحسین طیبی-امیرحسین مسلمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش امیرحسین عزیزی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۴»** *(حمید علیزاده)*

در ابتدا، مقادیر x، $x+2$ و $x+10$ باید جملات متوالی دنباله هندسی باشند، پس باید رابطه $x(x+10)=(x+2)^2$ برقرار باشد:

$$\Rightarrow x^2+10x=x^2+4x+4 \Rightarrow 6x=4 \Rightarrow x=\frac{2}{3}$$

پس جملات دنباله هندسی $\frac{2}{3},\frac{8}{3},\frac{32}{3},\dots$ است؛ در این دنباله جملهٔ دوم $\frac{8}{3}$ است.

و دنباله حسابی مورد نظر $\frac{2}{3},\frac{32}{3},\dots$ است که جملهٔ عمومی آن $t_n=10n-\frac{28}{3}$ است؛ جمله پنجم این دنباله $t_5=50-\frac{28}{3}=\frac{122}{3}$

$$\Rightarrow \frac{\text{جمله پنجم حسابی}}{\text{جمله دوم هندسی}}=\frac{\frac{122}{3}}{\frac{8}{3}}=\frac{122}{8}=\frac{61}{4}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۲- **گزینهٔ «۴»** *(مهدی ملارمضانی)*

رابطه تقسیم را می‌نویسیم: $2x^5-x^2+3=(x+1)q(x)+r$

$x=-1$ را جای‌گذاری می‌کنیم: $-2-1+3=0+r \Rightarrow r=0$

$$\Rightarrow 2x^5-x^2+3=(x+1)q(x)$$

باقی‌ماندهٔ تقسیم چند جمله‌ای $q(x)$ بر $x-1$ برابر $q(1)$ است. پس در رابطه بالا $x=1$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$2-1+3=2q(1) \Rightarrow q(1)=2$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۳- **گزینهٔ «۴»** *(علی شهرابی)*

جواب‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، پس داریم:

$$\alpha^2+3\alpha=1 \Rightarrow \alpha^2=1-3\alpha$$

حال در عبارت داده شده داریم:

$$A=(\alpha^2+\alpha)(\beta-\frac{1}{2})=\alpha^2\beta+\alpha\beta-\frac{1}{2}\alpha^2-\frac{1}{2}\alpha$$

$$A=\alpha^2\beta+\alpha\beta-\frac{1}{2}(1-3\alpha)-\frac{1}{2}\alpha$$

$$=\alpha\beta(\alpha+1)+\frac{3}{2}\alpha-\frac{1}{2}\alpha-\frac{1}{2}$$

از طرفی معادله به صورت $x^2+3x-1=0$ است که در آن حاصل ضرب جواب‌ها $\alpha\beta=-1$ است.

$$\Rightarrow A=-(\alpha+1)+\alpha-\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴- **گزینهٔ «۳»** *(جهانبخش نیکنام)*

$x=3$ جواب معادله است، پس در آن صدق می‌کند:

$$(3)^2-(3)+\frac{4}{(3)^2-(3)-2}+m=0 \Rightarrow 6+1+m=0$$

$$\Rightarrow m=-7$$

پس معادله به صورت روبرو است: $x^2-x+\frac{4}{x^2-x-2}-7=0$

با تغییر متغیر $x^2-x-2=A$ داریم:

$$A+2+\frac{4}{A}-7=0 \xrightarrow{A\neq 0} A^2-5A+4=0$$

$$\Rightarrow (A-4)(A-1)=0 \Rightarrow A=1 \text{ یا } 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A=x^2-x-2=1 \Rightarrow x^2-x-3=0 \Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2} \\ A=x^2-x-2=4 \Rightarrow x^2-x-6=0 \Rightarrow x=3 \text{ یا } -2 \end{cases}$$

کوچک‌ترین جواب $x=-2$ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۵- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی ملارمضانی)*

نامعادله داده شده را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\frac{1}{2}x\sqrt{x}-\frac{1}{2}x-\sqrt{x}+1<x-x\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x\sqrt{x}-\frac{3}{2}x-\sqrt{x}+1<0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x(\sqrt{x}-1)-(\sqrt{x}-1)<0 \Rightarrow (\frac{3}{2}x-1)(\sqrt{x}-1)<0$$

جدول تعیین علامت عبارت بالا را با دامنه $x\geq 0$ می‌نویسیم:

	0		$\frac{2}{3}$		1	
$\frac{3}{2}x-1$		$-$	0	$+$		$+$
$\sqrt{x}-1$		$-$		$-$	0	$+$
$(\frac{3}{2}x-1)(\sqrt{x}-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

پس مجموعهٔ جواب‌های نامعادله بازهٔ $(\frac{۲}{۳},۱)$ است و در نتیجه حاصل $b-a$ برابر $\frac{۱}{۳}$ خواهد شد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۶- **گزینهٔ «۳»** *(حمید علیزاده)*

روش اول: اگر در ضابطه fog، $g^{-۱}$ را قرار دهیم به ضابطه f خواهیم رسید:

$$(fog)(g^{-۱}(x))=f(x)=\frac{g^{-۱}(x)+۱}{g^{-۱}(x)-۱}$$

از طرفی داریم: $g^{-۱}(x)=\frac{-x}{x-۱}=\frac{x}{۱-x}$

و در نتیجه: $f(x)=\frac{\frac{x}{۱-x}+۱}{\frac{x}{۱-x}-۱}=\frac{\frac{۱}{۱-x}}{\frac{۲x-۱}{۱-x}}=\frac{۱}{۲x-۱}$

روش دوم: قطعاً عددگذاری در چنین سؤالاتی راهگشا و ساده‌کننده است، پس سعی کنید با انتخاب مقادیر مناسب x مقدار $f(x)$ را حساب کنید و این مقادیر را در گزینه‌ها راستی آزمایی کنید. به طور مثال، با جای‌گذاری $x=۰$ داریم:

$$g(۰)=۰,(fog)(۰)=-۱\Rightarrow f(۰)=-۱$$

که فقط در ضابطه گزینهٔ «۳» این تساوی برقرار می‌شود.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰ و ۶۶ تا ۶۸)

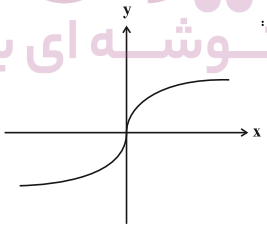
۷- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

ضابطه تابع f، $f(x)=x^{۳}-۱$ به دست می‌آید:

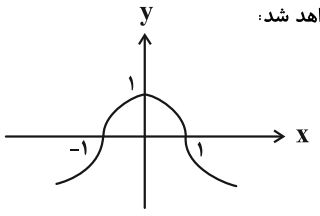
$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt[۳]{x+۱}\Rightarrow g(x)=\sqrt[۳]{۱-|x|}$$

$$\Rightarrow g(x)=\begin{cases}\sqrt[۳]{۱+x} & ; \ x<۰\\ \sqrt[۳]{۱-x} & ; \ x\geq ۰\end{cases}$$

نمودار تابع $y=\sqrt[۳]{x}$ به صورت زیر است:



پس نمودار تابع g به صورت زیر خواهد شد:

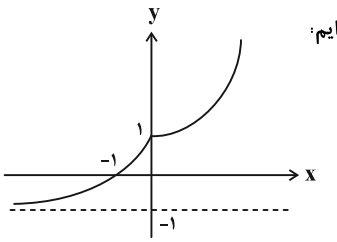


(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۸- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

$$D_{g^{-۱}of}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_{g^{-۱}}\}$$

دامنه تابع f، $D_f=(-\infty,۱]$ است و از آنجا که دامنه تابع $g^{-۱}$ با برد g برابر است، کافی است با رسم نمودار تابع g، برد آن را حساب کنیم. این نمودار را در شکل زیر رسم کرده‌ایم:



با توجه به نمودار بالا، برد g یا دامنهٔ $g^{-۱}$ بازهٔ $(-۱,+\infty)$ است. حال داریم:

$$D_{g^{-۱}of}=\{x\leq ۱ \mid ۱-\sqrt{۱-x}>-۱\}=\{x\leq ۱ \mid \sqrt{۱-x}<۲\}$$

$$=\{x\leq ۱ \mid ۱-x<۴\}=\{x\leq ۱ \mid x>-۳\}$$

$$\Rightarrow D_{g^{-۱}of}=(-۳,۱]\Rightarrow b-a=۱-(-۳)=۴$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰ و ۶۶ تا ۶۸)

۹- **گزینهٔ «۲»** *(حمید علیزاده)*

ابتدا معادله لگاریتمی را حل می‌کنیم تا a را پیدا کنیم:

$$\log_{\frac{۲}{۲۳}}(x-۱)=\log_{۴۲}x-\frac{۱}{۲}\Rightarrow \frac{۳}{۲}\log_{۲}(x-۱)=\frac{۱}{۲}\log_{۲}x-\frac{۱}{۲}$$

دقت کنید که از ویژگی $\log_{b^m}a^n=\frac{n}{m}\log_b a$ استفاده کرده‌ایم.

طرفین تساوی را در ۲ ضریب می‌کنیم و داریم:

$$۳\log_{۲}(x-۱)-\log_{۲}x=-۱\Rightarrow \log_{۲}(x-۱)^{۳}-\log_{۲}x=-۱$$

$$\Rightarrow \log_{۲}\frac{(x-۱)^{۳}}{x}=-۱\Rightarrow \frac{(x-۱)^{۳}}{x}=۲^{-۱}=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow x^{۳}-۳x^{۲}+۳x-۱=\frac{۱}{۲}x\Rightarrow x^{۳}-۳x^{۲}+\frac{۵}{۲}x-۱=۰$$

$$\Rightarrow (x-۲)\underbrace{(x^{۲}-x+\frac{۱}{۲})}_{\Delta<۰\text{ و جواب ندارد}}=۰\Rightarrow x=۲$$

پس $a=۲$ جواب معادله است. حال داریم:

$$\log_{a+۲}(۵a-۲)=\log_{۴}۸=\log_{۲۲}۲^{۳}=\frac{۳}{۲}\log_{۲}۲=\frac{۳}{۲}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(علی شهرابی)*

با توجه به تعریف اولیه $\tan\alpha$ یعنی $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ داریم:

$$\sin ۴۰^\circ\left(\frac{\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}+\frac{\sin ۱۱۰^\circ}{\cos ۱۱۰^\circ}\right)$$

$$=\sin ۴۰^\circ\times\frac{\sin ۲۰^\circ\cos ۱۱۰^\circ+\cos ۲۰^\circ\sin ۱۱۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ\cos ۱۱۰^\circ}$$

$$=\sin ۴۰^\circ\times\frac{\sin(۲۰^\circ+۱۱۰^\circ)}{\cos ۲۰^\circ\cos ۱۱۰^\circ}=\sin ۴۰^\circ\times\frac{\sin ۱۳۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ(-\sin ۲۰^\circ)}$$

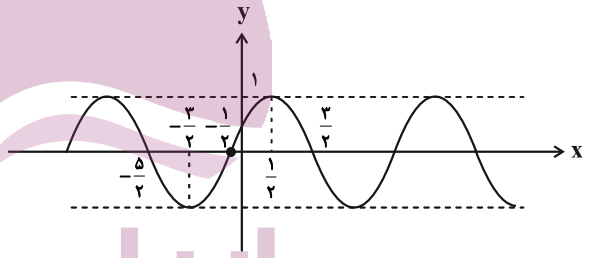
$$=\sin ۴۰^\circ\times\frac{\cos ۴۰^\circ}{-\frac{۱}{۲}\sin ۴۰^\circ}=-۲\cos ۴۰^\circ=-۲\sin ۵۰^\circ$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۱- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی ملارمضانی)*

$$y=\sin\left(\frac{\pi}{۲}x+\frac{\pi}{۴}\right)$$

برای رسم این نمودار، کافی است نمودار $y=\sin x$ را $\frac{\pi}{۴}$ واحد به چپ ببریم و در نهایت طول نقاط را بر $\frac{\pi}{۲}$ تقسیم کنیم؛ داریم:



با توجه به نمودار بالا، تابع روی بازهٔ $\left[-\frac{۳}{۲},\frac{۱}{۲}\right]$ اکیداً صعودی است، پس حداکثر مقدار k برابر $\frac{۱}{۲}$ است.

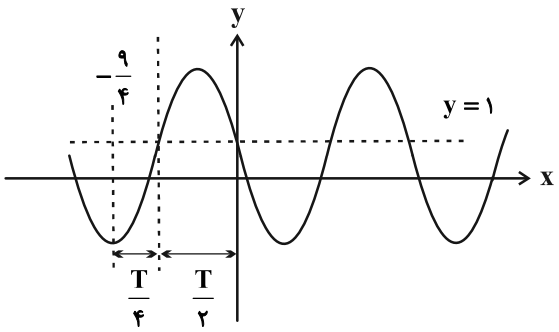
(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** *(مهدی ملارمضانی)*

نمودار در همسایگی $x=۰$ ، نزولی است. پس $-bc<۰$ و در نتیجه $bc>۰$. ما برای سادگی هر دو مقدار b و c را مثبت می‌گیریم.

مقدار ماکزیمم برابر $\frac{۵}{۲}$ و مقدار مینیمم برابر $-\frac{۱}{۲}$ است.

$$\begin{cases}y_{min}=a-b=-\frac{۱}{۲}\\ y_{max}=a+b=\frac{۵}{۲}\end{cases}\Rightarrow a=۱\ ,\ b=\frac{۳}{۲}$$



با توجه به نمودار بالا $\frac{۳}{۴}$ دورهٔ تناوب برابر $\frac{۹}{۴}$ شده است.

$$\frac{۳T}{۴}=\frac{۹}{۴}\Rightarrow T=۳\Rightarrow\frac{۲\pi}{c\pi}=۳\Rightarrow c=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow f(x)=۱-\frac{۳}{۲}\sin\frac{۲}{۳}\pi x\Rightarrow f\left(\frac{۱۱}{۲}\right)=۱-\frac{۳}{۲}\sin\frac{۱۱\pi}{۳}$$

$$=۱-\frac{۳}{۲}\sin\left(۴\pi-\frac{\pi}{۳}\right)=۱-\frac{۳}{۲}\sin\left(-\frac{\pi}{۳}\right)=۱+\frac{۳}{۲}\sin\frac{\pi}{۳}$$

$$=۱+\frac{۳}{۲}\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)=۱+\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

$$\sin x=۱-\frac{۱}{۲}\cot^۲x=۱-\frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{\sin^۲x}-۱\right)$$

$$\Rightarrow\sin x=\frac{۳}{۲}-\frac{\frac{۱}{۲}}{\sin^۲x}\xrightarrow{\times۲\sin^۲x}۲\sin^۳x=۳\sin^۲x-۱$$

$$\Rightarrow ۲\sin^۳x-۳\sin^۲x+۱=(\sin x-۱)(۲\sin^۲x-\sin x-۱)$$

$$=(\sin x-۱)(\sin x-۱)(۲\sin x+۱)$$

$$=(\sin x-۱)^۲(۲\sin x+۱)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sin x=۱\xrightarrow{x\in(۰,۲\pi)}x=\frac{\pi}{۲}\\ \sin x=-\frac{۱}{۲}\xrightarrow{x\in(۰,۲\pi)}x=\frac{۷\pi}{۶},\frac{۱۱\pi}{۶}\end{cases}$$

پس مجموع این جواب‌ها برابر است با: $\frac{\pi}{۲}+\frac{۷\pi}{۶}+\frac{۱۱\pi}{۶}=\frac{۷\pi}{۲}$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(حمید علیزاده)*

در همسایگی راست $x=۳$ ، $[x]=۳$ است و حاصل حد به صورت زیر در می‌آید:

$$\lim_{x\to۳^+}\frac{x-۳}{\sqrt{x+۶}-۳}$$

حد صفر صفرم است و از ساده‌ترین روش، یعنی هوپیتال حل می‌کنیم.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$$= \lim_{x\to ۳^+} \frac{۱}{\frac{۱}{۲\sqrt{x+۶}}} = \lim_{x\to ۳^+} ۲\sqrt{x+۶} = ۶$$

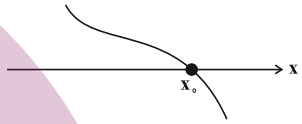
(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۵- **گزینهٔ «۴»** (جهانبخش نیکنام)

عبارت صورت ضابطه، همواره مثبت است، زیرا در این عبارت درجه دوم، ضریب $x^۲$ مثبت و Δ منفی است:

$$\Delta = (۲)^۲ - ۴(۱)(۳) = -۸ < ۰ \Rightarrow ۱+۲x+۳x^۲ > ۰$$

تابع چندجمله‌ای $y = -۳x^۳ - ۲x + ۱$ که در مخرج ضابطه f قرار گرفته است. یک تابع اکیداً نزولی با دامنه و برد $\mathbb{R}$ است. نمودار این تابع در همسایگی تنها صفر حقیقی آن به صورت زیر است:



پس با توجه به این نمودار داریم:

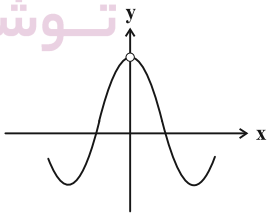
$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to x_۰^-} f(x) = \frac{\text{عددمثبت}}{۰^+} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to x_۰^+} f(x) = \frac{\text{عددمثبت}}{۰^-} = -\infty \end{array}\right\} \Rightarrow$$

نمودار گزینه «۴» درست است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۸)

۱۶- **گزینهٔ «۱»** (عادل حسینی)

نمودار تابع $y = \frac{\sin x}{x}$ را در نظر بگیرید:

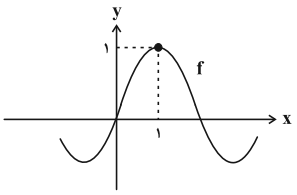


برای رسم نمودار تابع f، کافی است نمودار بالا را در راستای افقی با ضریب π منقبض کنیم، سپس آن را یک واحد به راست انتقال دهیم:

$$y = \frac{\sin x}{x} \xrightarrow{\text{انقباض افقی با ضریب } \pi} y = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$$

$$\xrightarrow[x\to x-۱]{\text{یک واحد به راست}} f(x) = \frac{\sin \pi(x-۱)}{\pi(x-۱)} = \frac{-\sin \pi x}{\pi(x-۱)} = \frac{\sin \pi x}{\pi(۱-x)}$$

پس نمودار آن در همسایگی $x = ۱$ به صورت زیر است:



دقت کنید که برای پیوستگی تابع f روی $\mathbb{R}$، لازم است که $f(۱) = a = ۱$ باشد.

با توجه به نمودار تابع f، مشخص است که در همسایگی $x = ۱$، مقادیر تابع کم‌تر از ۱ است، پس داریم:

$$\lim_{x\to ۱}(gof)(x) = \lim_{x\to ۱^-} g(x) = \lim_{x\to ۱^-} (۳x-۲) = ۱$$

از طرفی مقدار تابع نیز در $x = ۱$ برابر است با:

$$(gof)(۱) = g(f(۱)) = g(۱) = ۱$$

حد و مقدار تابع gof در $x = ۱$ برابر است، پس تابع در این نقطه پیوسته است.

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** (علی شهرابی)

تابع f در $x = ۰$ پیوسته است، پس مماس‌های چپ و راست دارد.

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \cos x - ۲ & ; x < ۰ \\ ۳x^۲ + ۲ & ; x \geq ۰ \end{cases} \Rightarrow f'_-(۰) = -۱, f'_+(۰) = ۲$$

برای عبارت داده شده می‌توانیم بنویسیم:

$$\lim_{h\to ۰^+} \frac{f(h)-f(-۲h)}{h} = \lim_{h\to ۰^+} \frac{f(h)}{h} - \lim_{h\to ۰^+} \frac{f(-۲h)}{h}$$

$$= \lim_{h\to ۰^+} \frac{f(h)}{h} + ۲ \lim_{H\to ۰^-} \frac{f(H)}{H}$$

که در آن $H = -۲h$ است.

$$\Rightarrow \lim_{h\to ۰^+} \frac{f(h)-f(-۲h)}{h} = f'_+(۰) + ۲f'_-(۰) = ۲ - ۲ = ۰$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۷، ۸۷، ۹۳ و ۹۴)

۱۸- **گزینهٔ «۱»** (جهانبخش نیکنام)

در همسایگی راست و چپ $x = ۱$، ضابطه‌های f به صورت زیر هستند:

$$f(x) = \begin{cases} ax^۳ - ۲ & ; x < ۱ \\ bx^۲ + x & ; x \geq ۱ \end{cases}$$

در ابتدا تابع باید پیوسته باشد:

$$\lim_{x\to ۱^-} f(x) = f(۱) = \lim_{x\to ۱^+} f(x)$$

$$\Rightarrow a - ۲ = b + ۱ \Rightarrow a - b = ۳ \quad (۱)$$

مشتق تابع هم به صورت زیر است:

$$f'(x) = \begin{cases} ۳ax^۲ & ; x < ۱ \\ ۲bx + ۱ & ; x > ۱ \end{cases} \Rightarrow f'_-(۱) = ۳a, f'_+(۱) = ۲b + ۱$$

شرط دوم آن است که مشتق‌های چپ و راست تابع f در $x = ۱$ برابر باشند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

$$\Rightarrow 3a = 2b+1 \Rightarrow 3a-2b=1 \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a=-5, b=-8 \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{8}{5}=1/6$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۹- **گزینهٔ «۱»** (عادل حسینی)

آهنگ لحظه‌ای تغییرات تابع همان مشتق تابع است.

$$(f^2og)'(x) = g'(x).[(f^2)'(g(x))] = g'(x).(2f(g(x)).f'(g(x)))$$

$$\Rightarrow (f^2og)'(x) = 2f(g(x)).g'(x).f'(g(x)) \qquad (*)$$

$$\begin{cases} g(1) = \frac{1}{\sqrt[3]{2-1}} = 1 \Rightarrow f(g(1)) = f(1) = -1 \\ g'(x) = \frac{\sqrt[3]{2-x} + \frac{x}{3\sqrt[3]{(2-x)^2}}}{\sqrt[3]{(2-x)^2}} \Rightarrow g'(1) = \frac{1+\frac{1}{3}}{1} = \frac{4}{3} \\ f'(x) = 3x^2 - 6x \Rightarrow f'(g(1)) = f'(1) = -3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} (f^2og)'(1) = 2(-1)\left(\frac{4}{3}\right)(-3) = 8$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶ و ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** (اخشین خاصه‌خان)

در عبارت $a^2+b=10$ ، داریم: $b=10-a^2$.

پس مقدار عبارت ab^2 را برحسب a می‌نویسیم:

$$p(a) = a(10-a^2)^2 = a(a^4-20a^2+100)$$

$$= a^5-20a^3+100a$$

در جایی مقدار این عبارت ماکزیمم است که $p'(a)=0$ شود:

$$p'(a) = 5a^4-60a^2+100 = 5(a^2-10)(a^2-2) = 0$$

$$\Rightarrow a^2 = 10 \text{ یا } 2 \Rightarrow a = \sqrt{10} \text{ یا } \sqrt{2}$$

a	0		$\sqrt{2}$		$\sqrt{10}$
p′(a)		+	0	−	0
p(a)		↗	max	↘	

پس به ازای $a=\sqrt{2}$ و $b=8$ مقدار عبارت ab^2 ماکزیمم است:

$$ab^2 = \sqrt{2}\times 8^2 = 64\sqrt{2}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸، ۱۱۹ و ۱۲۳)

۲۱- **گزینهٔ «۴»** (علی شهرابی)

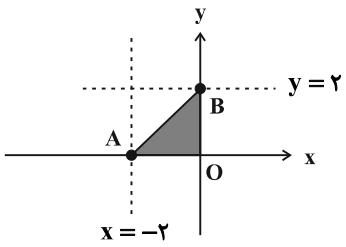
در ابتدا تابع داده شده باید هموگرافیک باشد، پس داریم:

$$f(x) = \frac{ax^2+2ax-x^2+1}{x+2} = \frac{(a-1)x^2+2ax+1}{x+2}$$

یعنی لازم است ضریب x^2 صفر شود تا صورت نیز یک عبارت درجه یک شود:

$$a-1=0 \Rightarrow a=1 \Rightarrow f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$$

بنابراین خطوط $x=-2$ و $y=2$ به‌ترتیب مجانب‌های قائم و افقی نمودار هستند.



مساحت مثلث هاشورخورده در شکل بالا برابر $S=\frac{2\times 2}{2}=2$ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۳)

۲۲- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

$x=-1$ یکی از صفرهای تابع است.

$$\Rightarrow f(-1) = 1-a-b+c=0 \Rightarrow a+b-c=1 \qquad (1)$$

هم‌چنین $x=-1$ طول نقطه عطف با مماس افقی است.

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x) = 4x^3+3ax^2+b \xrightarrow[\text{مماس افقی}]{f'(-1)=0} \\ -4+3a+b=0 \Rightarrow 3a+b=4 \quad (2) \\ f''(x) = 12x^2+6ax \xrightarrow[\text{نقطه عطف}]{f''(-1)=0} 12-6a=0 \Rightarrow a=2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2)} b=-2 \xrightarrow{(1)} c=-1$$

$$\Rightarrow f(x) = x^4+2x^3-2x-1, f'(x) = 4x^3+6x^2-2$$

$$f'(x) = 2(2x^3+3x^2-1) = 2(x+1)^2(2x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x=-1, x=\frac{1}{2}$$

جدول تغییرات رفتار f به صورت زیر است:

x		−۱		$\frac{1}{2}$	
f′(x)	−	0	−	0	+
f(x)	↘		↘	min	↗

پس مقدار مینیمم نسبی برابر $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{27}{16}$ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶، ۱۳۱ تا ۱۳۴ و ۱۳۸)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۳- **گزینهٔ «۲»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

فرض کنید $\frac{AM}{MD}=k$ باشد. در این صورت $\frac{AM}{AD}=\frac{k}{k+1}$ و $\frac{MD}{AD}=\frac{1}{k+1}$ است.

با فرض $MP=PQ=QN=x$ داریم:

$$\Delta ABD: MP \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MP}{AB}=\frac{MD}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3}=\frac{1}{k+1} \quad (1)$$

$$\Delta ACD: MQ \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MQ}{DC}=\frac{AM}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{4}=\frac{k}{k+1} \quad (2)$$

با جمع روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{x}{3}+\frac{x}{2}=\frac{1}{k+1}+\frac{k}{k+1}=1$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{6}=1 \Rightarrow x=\frac{6}{5}$$

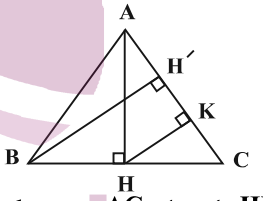
$$MN=3\times\frac{6}{5}=\frac{18}{5}=3/6$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** (مهرداد ملوندی)

اندازهٔ دو ارتفاع برابر ۴ است، پس این مثلث متساوی‌الساقین است.

مطابق شکل ارتفاع $AH=6$ ، میانهٔ ضلع BC نیز هست.



از نقطهٔ H، عمود HK را بر ساق AC رسم می‌کنیم که طول آن (بر اساس تعمیم قضیهٔ تالس) نصف ارتفاع $BH'=4$ ، یعنی برابر ۲ است.

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AHK داریم:

$$Ak^2=AH^2-HK^2=36-4=32 \Rightarrow AK=4\sqrt{2}$$

از طرفی طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ AHC داریم:

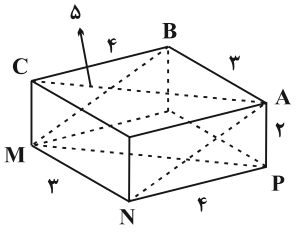
$$AH^2=AK.AC \Rightarrow AC=\frac{36}{4\sqrt{2}}=\frac{9}{\sqrt{2}}$$

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}BH'.AC=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{9}{\sqrt{2}}=\frac{18}{\sqrt{2}}=9\sqrt{2}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** (مهرداد ملوندی)

مطابق شکل، سطح مقطع $ABMN$ بزرگ‌ترین مساحت ممکن در برخورد صفحهٔ P_1 با مکعب مستطیل را خواهد داشت.



$$S_1=S_{ABMN}=AB\times AN=3\times\sqrt{4^2+2^2}=6\sqrt{5}$$

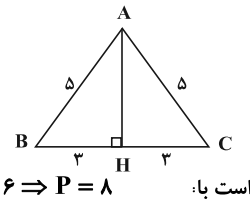
سطح مقطع $ACMP$ نیز در برخورد صفحهٔ P_2 با مکعب مستطیل حاصل می‌شود:

$$S_2=S_{ACMP}=AC\times AP=\sqrt{3^2+4^2}\times 2=10$$

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{10}{6\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)



محیط این مثلث برابر است با: $2P=5+5+6=16 \Rightarrow P=8$

با محاسبهٔ طول ارتفاع وارد بر قاعده، مساحت مثلث را به دست می‌آوریم:

$$\Delta AHC: AH^2=AC^2-CH^2=25-9=16 \Rightarrow AH=4$$

$$S=\frac{1}{2}AH\times BC=\frac{1}{2}\times 4\times 6=12$$

اگر شعاع دایره‌های محاطی خارجی نظیر قاعده و ساق را به ترتیب با r_a و r_b نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

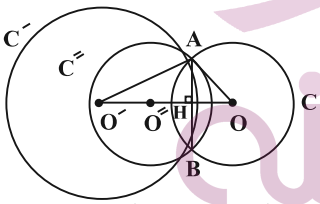
$$r_a=\frac{S}{P-a}=\frac{12}{8-6}=6$$

$$r_b=\frac{S}{P-b}=\frac{12}{8-5}=4$$

$$\frac{r_a}{r_b}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)



مطابق شکل در مثلث OAO' ، $OO'=5$ ، $OA=3$ و $O'A=4$ است. با توجه به اینکه طول اضلاع این مثلث در قضیهٔ فیثاغورس صدق می‌کند، پس این مثلث قائم‌الزاویه است و طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ داریم:

$$OA^2=OH\times OO' \Rightarrow 9=OH\times 5 \Rightarrow OH=\frac{9}{5}$$

اگر O'' مرکز دایرهٔ C'' باشد، با توجه به طولپایی بازتاب داریم:

$$O''H=OH=\frac{9}{5} \Rightarrow O'O''=5-2\times\frac{9}{5}=\frac{7}{5}$$

شعاع دایرهٔ C'' برابر شعاع دایرهٔ C است، پس طول مماس مشترک خارجی دایره‌های C' و C'' برابر است با:

$$\sqrt{O'O''^2-(R'-R'')^2}=\sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2-(4-3)^2}=\sqrt{\frac{24}{25}}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

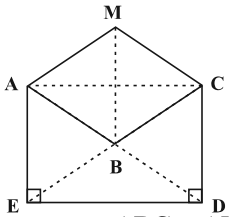
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** (افشین خاصه‌خان)

برای افزایش مساحت چندضلعی بدون تغییر محیط، کافی است بازتاب نقطهٔ B را نسبت به خط گذرنده از نقاط A و C به دست آوریم. مطابق شکل

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

چهارضلعی ACDE مستطیل است و مساحت مثلث‌های ABE، ABC، BCD و BDE برابر یکدیگر است.



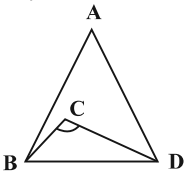
از طرفی دو مثلث AMC و ABC هم‌نهشت هستند و مساحت آن‌ها برابر یکدیگر است. اگر مساحت هرکدام از این مثلث‌ها را با S نمایش دهیم، داریم:

$$\frac{S_{ABCDE}}{S_{AMCDE}}=\frac{3S}{5S}=0/6$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث BCD داریم:



$$BD^2=BC^2+CD^2-2BC\times CD\times\cos\hat{C}$$
$$=(\sqrt{5}-1)^2+(\sqrt{5}+1)^2-2(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)(-\frac{1}{2})$$
$$=6-2\sqrt{5}+6+2\sqrt{5}+(5-1)=16\Rightarrow BD=4$$

طبق قضیهٔ هرون در مثلث ABD داریم:

$$P=\frac{5+7+4}{2}=8$$
$$S_{ABD}=\sqrt{8(8-5)(8-7)(8-4)}=4\sqrt{6}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا سطر سوم ماتریس AB را محاسبه می‌کنیم:

$$AB=\begin{bmatrix}_____\\ _____\\ 3 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & -1 & 1\\ 3 & 0 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}_____\\ _____\\ 0 & -3 & -7\end{bmatrix}$$

برای محاسبهٔ سطر سوم ماتریس ABC، کافی است سطر سوم ماتریس AB را در ماتریس C ضرب کنیم.

$$ABC=\begin{bmatrix}_____\\ _____\\ 0 & -3 & -7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2 & -1\\ 3 & 2 & 1\\ -1 & -2 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}_____\\ _____\\ -2 & 8 & 4\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های سطر سوم $=-2+8+4=10$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

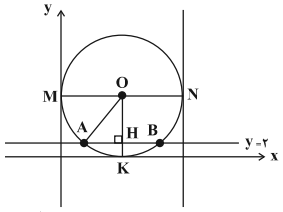
ابتدا از طرفین رابطهٔ صورت سؤال دترمینان می‌گیریم:

$$|4A|=\begin{vmatrix}|A| & -4\\ 16 & |A|\end{vmatrix}\Rightarrow 16|A|=|A|^2+64$$
$$\Rightarrow |A|^2-16|A|+64=0$$
$$\Rightarrow (|A|-8)^2=0\Rightarrow |A|-8=0$$
$$\Rightarrow |A|=8\Rightarrow |A|^{-1}=\frac{1}{|A|}=\frac{1}{8}$$

$$|2A^{-1}|=2^2\,|A^{-1}|=4\times\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



اگر شعاع دایرهٔ مورد نظر را برابر R فرض کنیم، آن‌گاه مختصات مرکز دایره به صورت O(R,R) است. مطابق شکل داریم:

$$AB=12\Rightarrow AH=6$$
$$OH=OK-HK=R-2$$
$$\overset{\Delta}{OAH}:OA^2=OH^2+AH^2\Rightarrow R^2=(R-2)^2+6^2$$
$$\Rightarrow R^2=R^2-4R+4+36\Rightarrow 4R=40\Rightarrow R=10$$

بنابراین طول قطر دایره برابر $2R=20$ و در نتیجه طول نقطهٔ N برابر ۲۰ است و خط $x=20$ بر این دایره مماس است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

می‌دانیم فاصلهٔ هر نقطهٔ واقع بر سهمی از کانون و خط هادی برابر یکدیگر است، پس $AF=AH$ و $NF=NM$ است. با فرض $MN=x$ داریم:

$$\overset{\Delta}{BHF}:MN\parallel HF\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}}\frac{MN}{HF}=\frac{BN}{BF}$$
$$\Rightarrow\frac{x}{2}=\frac{4}{x+4}\Rightarrow x(x+4)=8\Rightarrow x^2+4x-8=0$$
$$\Delta=4^2-4(-8)=48$$
$$x=\frac{-4\pm4\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\begin{cases}x=2\sqrt{3}-2\\ x=-2\sqrt{3}-2\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه تمرین ۱۲ صفحهٔ ۵۸)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(سوکند روشنی)*

برای دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داریم:

$$|\vec{a}\times\vec{b}|^2+(\vec{a}.\vec{b})^2=|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2$$
$$\Rightarrow(4\sqrt{2})^2+(-2)^2=2^2\times|\vec{b}|^2\Rightarrow 36=4|\vec{b}|^2\Rightarrow|\vec{b}|^2=9$$
$$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2\vec{a}.\vec{b}=4+9+2(-2)=9$$
$$\Rightarrow|\vec{a}+\vec{b}|=3$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(سوکند روشنی)*

سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ در یک صفحه قرار دارند، پس $\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})=0$ است.

بنابراین داریم: $\vec{b}=(3,2,2)\Rightarrow\vec{b}\times\vec{c}=(4+2m,-4,-3m-2)$ $\vec{c}=(1,-m,2)$

$$\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})=0\Rightarrow(2,m,-2).(4+2m,-4,-3m-2)=0$$
$$\Rightarrow 8+4m-4m+6m+4=0\Rightarrow 6m=-12\Rightarrow m=-2$$

بردارهای $\vec{d}=(2,3,4)$ و $\vec{e}=(5,0,-2)$ را در نظر می‌گیریم. قطرهای متوازی‌الاضلاعی که روی این دو بردار ساخته می‌شوند، بردارهای

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

$\vec{d}+\vec{e}=(۷,۳,۲)$ و $\vec{d}-\vec{e}=(-۳,۳,۶)$ است. اگر زاویهٔ بین این دو بردار برابر θ باشد، آن‌گاه داریم:

$$\cos\theta=\frac{(\vec{d}+\vec{e}).(\vec{d}-\vec{e})}{|\vec{d}+\vec{e}||\vec{d}-\vec{e}|}=\frac{-۲۱+۹+۱۲}{\sqrt{۴۹+۹+۴}\times\sqrt{۹+۹+۳۶}}=۰$$
$$\Rightarrow\theta=۹۰^\circ$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\sim(p\Rightarrow q)\vee(q\vee\sim p)\equiv\sim(p\Rightarrow q)\vee(p\Rightarrow q)\equiv T$$

بنابراین عبارت صورت سؤال به صورت $p\Rightarrow T$ در می‌آید که به دلیل درستی تالی همواره درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

پیشامد آنکه سکه ۳ بار رو آمده باشد: A

پیشامد آنکه تاس عدد ۴ آمده باشد: B

برای آنکه سکه ۳ بار رو آمده باشد، باید عدد تاس حداقل ۳ آمده باشد:

$$P(A)=\underbrace{\frac{۱}{۶}}_{\text{تاس عدد ۳}}\times\underbrace{\frac{\binom{۳}{۳}}{۲^۳}}_{\text{هر ۳ سکه رو}}+\underbrace{\frac{۱}{۶}}_{\text{تاس عدد ۴}}\times\underbrace{\frac{\binom{۴}{۳}}{۲^۴}}_{\substack{\text{۳ سکه از}\\ \text{۴ سکه رو}}}$$
$$+\underbrace{\frac{۱}{۶}}_{\text{تاس عدد ۵}}+\underbrace{\frac{\binom{۵}{۳}}{۲^۵}}_{\substack{\text{۳ سکه از}\\ \text{۵ سکه رو}}}+\underbrace{\frac{۱}{۶}}_{\text{تاس عدد ۶}}\times\underbrace{\frac{\binom{۶}{۳}}{۲^۶}}_{\substack{\text{۳ سکه از}\\ \text{۶ سکه رو}}}$$
$$=\frac{۱}{۶}\times\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۶}\times\frac{۴}{۱۶}+\frac{۱}{۶}\times\frac{۱۰}{۳۲}+\frac{۱}{۶}\times\frac{۲۰}{۶۴}=\frac{۱}{۶}\times\left(\frac{۸+۱۶+۲۰+۲۰}{۶۴}\right)$$
$$=\frac{۶۴}{۶\times۶۴}=\frac{۱}{۶}$$

طبق قانون بیز داریم: $P(B\mid A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{۱}{۶}\times\frac{\binom{۴}{۳}}{۲^۴}}{\frac{۱}{۶}}=\dfrac{۴}{۱۶}=\dfrac{۱}{۴}$

(آمار و احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(رضا توکلی)*

نمودار درختی مربوط به سؤال را رسم می‌کنیم:

- $\frac{۳}{۶}$ انتخاب شود B, A ← $\frac{۱}{۳}$ جعبه ← $\frac{۴}{۶}$ هر دو مهره سفید
- $\frac{۲}{۶}$ انتخاب شود C, A ← $\frac{۱}{۳}$ جعبه ← $\frac{۴}{۶}$ هر دو مهره سفید
- $\frac{۲}{۶}$ انتخاب شود C, B ← $\frac{۱}{۳}$ جعبه ← $\frac{۳}{۶}$ هر دو مهره سفید

طبق قانون احتمال کل داریم:

$$\text{احتمال هر دو مهره سفید}=\frac{۱}{۳}\times\frac{۴}{۶}\times\frac{۳}{۶}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۴}{۶}\times\frac{۲}{۶}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۶}\times\frac{۲}{۶}$$
$$=\frac{۲۶}{۳\times۶\times۶}=\frac{۱۳}{۵۴}$$

(آمار و احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا بیگلری)*

فراوانی نسبی: $\frac{f_i}{n}=\frac{۲}{۱۰}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow\frac{n}{f_i}=۵$

فراوانی نسبی جدید $x=\dfrac{۸f_i}{n-f_i+۸f_i}=\dfrac{۸f}{n+۷f_i}$

$$\Rightarrow x=\frac{۸f_i}{۵f_i+۷f_i}=\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲}{۳}$$

(آمار و احتمال — آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا بیگلری)*

$n=۴۰۰$

انحراف معیار جامعه $\sigma^۲=۹\Rightarrow\sigma=۳$ واریانس

$$\bar{x}=\frac{۱+۲+۳+\ldots+۴۰۰}{۴۰۰}=\frac{\frac{۴۰۰(۴۰۱)}{۲}}{۴۰۰}=۲۰۰/۵$$

فاصله اطمینان ۹۵٪ جامعه: $\left[\bar{x}-\dfrac{۲\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+\dfrac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

$$=\left[۲۰۰/۵-\frac{۲\times۳}{\sqrt{۴۰۰}},۲۰۰/۵+\frac{۲\times۳}{\sqrt{۴۰۰}}\right]=[۲۰۰/۲,۲۰۰/۸]$$

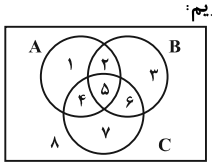
(آمار و احتمال — آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۴۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

روش اول: از طرفین رابطهٔ صورت سؤال با مجموعهٔ B اشتراک می‌گیریم:

$$A-B=A-C\Rightarrow A\cap B'=A\cap C'$$
$$\Rightarrow(A\cap B')\cap B=(A\cap C')\cap B$$
$$\Rightarrow A\cap(\underbrace{B'\cap B}_{\varnothing})=(A\cap B)\cap C'\Rightarrow\varnothing=(A\cap B)-C$$
$$\Rightarrow(A\cap B)\subseteq C$$

روش دوم: نمودار ون را برای سه مجموعهٔ A، B و C رسم کرده و نواحی را مطابق شکل نام‌گذاری می‌کنیم. در این صورت داریم:



$$A-B=\{۱,۴\}$$
$$A-C=\{۱,۲\}$$

تنها در صورتی دو مجموعهٔ $A-B$ و $A-C$ برابر یکدیگر خواهند بود که دو ناحیهٔ ۲ و ۴ تهی باشند. در این صورت $A\cap B$ تنها شامل ناحیهٔ ۵ بوده که این ناحیهٔ به مجموعهٔ C نیز تعلق دارد، پس $(A\cap B)\subseteq C$. به طور مشابه می‌توان نشان داد $(A\cap C)\subseteq B$ است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۴)

۴۲- **گزینهٔ «۱»** *(علی صادقی)*

طبق قضیه تقسیم داریم: $a=۴۱q+r$ به طوری که $۰\le r<۴۱$ و

همچنین طبق فرض $r=q^۲-۱۲۳$ در نتیجه: $a=۴۱q+q^۲-۱۲۳$

$$۰\le r<۴۱\Rightarrow۰\le q^۲-۱۲۳<۴۱\Rightarrow۱۲۳\le q^۲<۱۶۴$$
$$\Rightarrow\sqrt{۱۲۳}\le q<\sqrt{۱۶۴}\xrightarrow{q\in\mathbb{Z}}q=۱۲$$

بنابراین: $a=۴۱(۱۲)+۱۲^۲-۱۲۳=۵۱۳$

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

مجموع ارقام $= ۵+۱+۳=۹$

(ریاضیات گسسته – آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(محسن بهرام‌پور)*

ابتدا a را بدست می‌آوریم: $۲^{۲۴} \equiv ... + ۰ + ۰ + ۲ \equiv ۲! + ۴! + ۶! + ... + ۱۴۲ \equiv ۲^{۲۴}$

برای به دست آوردن باقی مانده $۲^{۱۴۰۱}$ بر ۴۴ کافی است ۴۴ را به صورت ضرب دو عدد که نسبت به هم اولند بنویسیم:

$۴۴ = ۴ \times ۱۱$

$۲^{۱۴۰۱} \equiv ۰$

$$۲^{۵} = ۳۲ \overset{۱۱}{\equiv} -۱ \xrightarrow{\text{به‌توان ۲۸۰}} ۲^{۱۴۰۰} \overset{۱۱}{\equiv} ۱ \xrightarrow{\times ۲} ۲^{۱۴۰۱} \overset{۱۱}{\equiv} ۲$$

$$\begin{cases} ۲^{۱۴۰۱} \overset{۴}{\equiv} ۰ + ۲۴ = ۲۴ \\ ۲^{۱۴۰۱} \overset{۱۱}{\equiv} ۲ + ۲۲ = ۲۴ \end{cases} \Rightarrow ۲^{۱۴۰۱} \overset{[۴,۱۱]}{\equiv} ۲۴$$

$$\Rightarrow ۲^{۱۴۰۱} \overset{۴۴}{\equiv} ۲۴$$

(ریاضیات گسسته – آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

شرط لازم و کافی برای اینکه معادله $ax+by=c$ در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد آن است که $(a,b) \mid c$ بنابراین: $(m,۳۶) \mid ۲۴$

و با توجه به اینکه $۳۶ = ۲^۲ \times ۳^۲$ و $۲۴ = ۲^۳ \times ۳$ است. معادله در صورتی فاقد جواب است که $m = ۹k$ باشد و در نتیجه بزرگ‌ترین عدد دو رقمی که m می‌تواند اختیار کند $m = ۹۹$ است.

$$\begin{cases} \overset{۱۱}{۱۰a۹a \equiv ۰} \Rightarrow a - ۹ + a - ۰ + ۱ \overset{۱۱}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۲a \overset{۱۱}{\equiv} ۸ \Rightarrow a \overset{۱۱}{\equiv} ۴ \\ a = ۴ \end{cases}$$

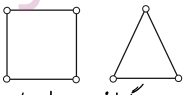
$$\overset{۹۹}{۱۰a۹a \equiv ۰} \Rightarrow \begin{cases} \overset{۹}{۱۰a۹a \equiv ۰} \Rightarrow ۱ + ۰ + a + ۹ + a \overset{۹}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۲a \overset{۹}{\equiv} -۱ \Rightarrow a \overset{۹}{\equiv} ۴ \\ a = ۴ \end{cases}$$

پس $a = ۴$ است.

(ریاضیات گسسته – آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۰)

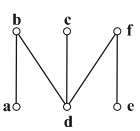
۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(مجید نیکنام)*

اگر یک گراف $r-$ منتظم و ناهمبند باشد، هر بخش آن حداقل $r+۱$ رأس دارد.

از طرفی چون گراف از مرتبه فرد است، r نمی‌تواند فرد باشد. در نتیجه تنها حالتی که برای گراف قابل رسم است،  است که دو دور دارد.

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

۴۶- **گزینهٔ «۴»** *(مجید نیکنام)*



برای احاطه کردن رأس a در هر مجموعه احاطه‌گر، باید حداقل یکی از دو عنصر مجموعه $\{a,b\}$ قرار داشته باشند. به همین ترتیب برای احاطه کردن رأس c، باید حداقل یکی از دو عنصر از مجموعه $\{c,d\}$ حضور داشته باشند و برای احاطه کردن رأس e نیز باید حداقل یک عضو از $\{e,f\}$ در هر مجموعه احاطه‌گری باشد. در نتیجه چون این سه مجموعه جدا از هم هستند. هر مجموعه احاطه‌گر حداقل ۳ عنصر خواهد داشت و لذا $\gamma \geq ۳$ است. از طرفی $\{a,c,e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است پس $\gamma = ۳$ و لذا مجموعه دقیقاً ۳ عنصر خواهد داشت:

تعداد $\gamma-$ مجموعه‌ها : $\binom{۲}{۱}$ یکی از $\{e,f\}$ $\binom{۲}{۱}$ یکی از $\{c,d\}$ $\binom{۲}{۱}$ یکی از $\{a,b\}$ $= ۸$

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۵۳)

۴۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمد صحت‌کار)*

ابتدا ۳ رقم از ۹ رقم عدد طبیعی را انتخاب می‌کنیم و چون عددها نباید کنار هم باشند A، A و B را ابتدا کنار هم قرار می‌دهیم و ۴ جای خالی برای اعداد به وجود می‌آید که ۳ تای آن‌ها را انتخاب و جایگشت‌ها را نیز در نظر می‌گیریم.

$$\binom{۹}{۳} \times \binom{۴}{۳} \times \frac{۳!}{۲!} \times ۳! = ۸۴ \times ۴ \times ۳ \times ۶ = ۶۰۴۸$$

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۴۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمد صحت‌کار)*

هرکدام از حالت‌های زیر را می‌توانیم برای برنامه‌ریزی در نظر بگیریم.

	A	B	C
شنبه	b	c	a
یکشنبه	c	a	b
دوشنبه	a	b	c

c	b	a
b	a	c
a	c	b

b	c	a
a	b	c
c	a	b

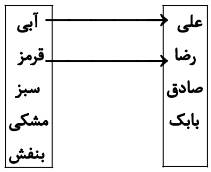
c	b	a
a	c	b
b	a	c

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۷۳)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(محسن بهرام‌پور)*

مجموعه ابتدا را خودکارهای رنگی و مجموعه انتها را افراد در نظر می‌گیریم.

اگر A تعداد حالاتی باشد که به صادق و B تعداد حالاتی باشد که به بابک خودکار نرسد، حالات مطلوب سوال برابر است با:



$$|S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$= ۴^۳ - (۳^۳ + ۳^۳ - ۲^۳) = ۶۴ - ۴۶ = ۱۸$$

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

نمرات آزمون به صورت صفر، ۰/۲۵، ۰/۵، ۰/۷۵، ۱، ... و ۲۰ است. تعداد نمرات متمایز در این آزمون ۸۱ تاست. در نتیجه طبق تعمیم اصل لانه کبوتری داریم:

$k+۱ = ۳ \Rightarrow k = ۲$

تعداد لانه‌ها $= n = ۸۱$

حداقل تعداد افراد $= kn + ۱ = ۲ \times ۸۱ + ۱ = ۱۶۳$

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

ایران نوشه
نوشه‌ای برای موفقیت

فیزیک

۵۱- گزینهٔ «۱» (مسعود قره‌خانی)

به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای به این سؤال پاسخ می‌دهیم:

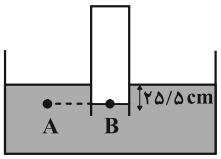
$$\frac{54cm}{25day}=\frac{54}{25}\frac{cm}{day}\times\frac{1day}{24h}\times\frac{1h}{60min}\times\frac{10^{-2}m}{1cm}\times\frac{10^{6}\mu m}{1m}$$

$$=\frac{54\times10^{4}}{25\times24\times60}=15\frac{\mu m}{min}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۵۲- گزینهٔ «۳» (زهره آقامحمدی)

ابتدا فشار هوا را بر حسب $cmHg$ محاسبه می‌کنیم.



$$P_0=\rho_{Hg}gh\Rightarrow102000=13600\times10\times h$$

$$\Rightarrow h=0/75m=75cm\Rightarrow P_0=75cmHg$$

اکنون با مساوی قرار دادن فشار در نقاط هم‌تراز A و B داخل مایع ساکن، داریم:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{مایع}+P_0=P_{گاز}$$

$$\xrightarrow[P_0=75cmHg]{P_{گاز}=78cmHg}P_{مایع}=3cmHg$$

اکنون می‌توانیم چگالی مایع را محاسبه کنیم:

$$P_{مایع}(cmHg)=\frac{(\rho h)_{مایع}}{\rho_{جیوه}}\Rightarrow3=\frac{\rho_{مایع}\times25/5}{13/6}$$

$$\Rightarrow\rho_{مایع}=1/6\frac{g}{cm^3}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۵۳- گزینهٔ «۱» (سیدابوالفضل خالقی)

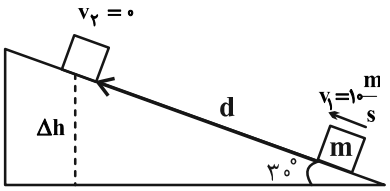
با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{وزن}+W_{f_k}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\xrightarrow[W_{f_k}=-2mg\ (J)]{v_1=10m/s,\ v_2=0}-mg\Delta h-2mg=\frac{1}{2}m(0^2-100)$$

$$\Rightarrow-10\Delta h-20=-50$$

$$\Rightarrow\Delta h=3m\Rightarrow\sin30^\circ=\frac{\Delta h}{d}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{3}{d}\Rightarrow d=6m$$



(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۸)

۵۴- گزینهٔ «۳» (عبداله فقه‌زاده)

$$\Delta L_{Cu}=\alpha_{Cu}L_{1,Cu}\Delta\theta_{Cu}\Rightarrow120\times1/7\times10^{-5}\times x=204\times10^{-5}x$$

$$\Delta L_{Al}=\alpha_{Al}L_{1,Al}\Delta\theta_{Al}\Rightarrow120\times2/3\times10^{-5}\times x=276\times10^{-5}x$$

$$\Rightarrow\Delta L_{Al}-\Delta L_{Cu}=7/2\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow276\times10^{-5}x-204\times10^{-5}x=72\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow72\times10^{-5}x=72\times10^{-3}\rightarrow x=100^\circ C$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

۵۵- گزینهٔ «۳» (زهره آقامحمدی)

چون در نهایت یخ ذوب نشده داریم، پس دمای تعادل نهایی صفر درجهٔ سلسیوس است. اگر جرم یخ ذوب شده را با m_1 و جرم اولیهٔ آب را با m_2 نشان دهیم، داریم:

$$Q_{یخ}+Q_{آب}=0\Rightarrow m_1L_F+m_2c(\theta_e-\theta_1)=0$$

$$\Rightarrow m_1\times336+m_2\times4/2\times(0-16)=0$$

$$\Rightarrow336m_1=4/2\times16\times m_2\Rightarrow m_2=5m_1\quad(1)$$

از طرفی مجموع جرم یخ ذوب شده و آب اولیه برابر با $1/2kg$ یا $1200g$ است، پس داریم:

$$m_1+m_2=1200\xrightarrow{(1)}6m_1=1200$$

$$\Rightarrow m_1=200g$$ جرم یخ ذوب شده:

$$225-200=25g$$ جرم یخ ذوب نشده برابر است با:

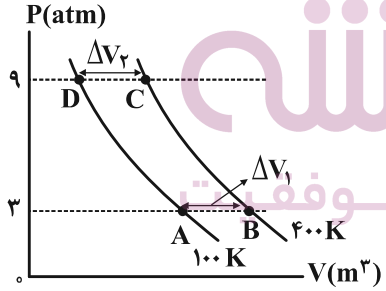
نسبت جرم یخ ذوب نشده به جرم یخ اولیه برابر است با:

$$\frac{25}{225}=\frac{1}{9}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۵۶- گزینهٔ «۲» (امیرحسین مجوّزی)

برای هر یک از نقاط مشخص شده، معادلهٔ حالت گاز کامل را می‌نویسیم.



$$\left.\begin{matrix}P_AV_A=nRT_A\\P_BV_B=nRT_B\end{matrix}\right\}\xrightarrow{P_A=P_B=3atm}$$

$$3\underbrace{(V_B-V_A)}_{\Delta V_1}=nR(T_B-T_A)\ (1)$$

$$\left.\begin{matrix}P_CV_C=nRT_C\\P_DV_D=nRT_D\end{matrix}\right\}\xrightarrow{P_C=P_D=9atm}$$

$$9\underbrace{(V_C-V_D)}_{\Delta V_2}=nR(T_C-T_D)\ (2)$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$$\frac{(۲)}{(۱)} \Rightarrow \frac{۹\Delta V_۲}{۳\Delta V_۱} = \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A} = \frac{۴۰۰-۱۰۰}{۴۰۰-۱۰۰} = ۱$$

$$\Rightarrow \frac{۳\Delta V_۲}{\Delta V_۱} = ۱ \Rightarrow \frac{\Delta V_۲}{\Delta V_۱} = \frac{۱}{۳}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(حسین مخرومی)*

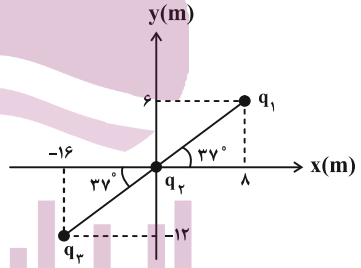
فرایند BA، فرایندی هم‌فشار است که طی آن حجم گاز کاهش یافته است، بنابراین در نمودار $V-T$، طبق رابطهٔ $V = \frac{nR}{P}T$، امتداد این فرایند باید از مبدأ بگذرد. فرایند CB، فرایندی هم‌حجم است که طی آن فشار گاز افزایش یافته و در نتیجه در نمودار $V-T$، طبق رابطهٔ $P = \frac{nR}{V}T$، با افزایش فشار، دما نیز افزایش خواهد یافت. فرایند AC، فرایندی هم‌دما است و بنابراین در نمودار $V-T$ به‌صورت خطی راست و قائم خواهد بود. با این توضیحات، شکل رسم شده در گزینهٔ «۴» دارای این ویژگی‌ها است.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

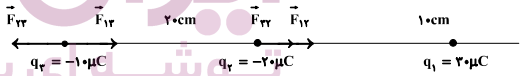
۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(محسن قندچلر)*

ابتدا با توجه به اینکه $\tan ۳۷^\circ = \frac{۳}{۴}$ است، مختصات بارهای $q_۱$ و $q_۲$ و سپس فاصلهٔ بارها از یکدیگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} r_{۱۲} = \sqrt{۶^۲ + ۸^۲} = ۱۰cm \\ r_{۲۳} = \sqrt{۱۲^۲ + ۱۶^۲} = ۲۰cm \end{cases}$$



اکنون شکل ساده‌تری را رسم می‌کنیم:



حال با توجه به قانون کولن، اندازهٔ نیرویی را که بارهای الکتریکی به یکدیگر وارد می‌کنند، می‌یابیم:

$$F = k\frac{|q||q'|}{r^۲}$$

$$\left.\begin{aligned} F_{۱۳} &= \frac{۹\times۳\times۱۰}{(۳۰)^۲} = ۳N \\ F_{۱۲} &= \frac{۹\times۳\times۲}{(۱۰)^۲} = ۵۴N \\ F_{۲۳} = F_{۳۲} &= \frac{۹\times۲\times۱۰}{(۲۰)^۲} = ۴۵N \end{aligned}\right\} \begin{aligned} F_{q_۲ \text{ واردبر}} &= ۴۵+۵۴۰ = ۵۸۵N \\ F_{q_۳ \text{ واردبر}} &= ۴۵-۳۰ = ۱۵N \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{۵۸۵}{۱۵} = ۳۹$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۵۹- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی خلیل‌ارجمندی)*

ابتدا باید اندازهٔ میدان الکتریکی را در فاصلهٔ r از آن بیابیم. داریم:

$$E = k\frac{|q|}{r^۲} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E}{\frac{E}{۴}} = \left(\frac{r}{r-۱۰}\right)^۲ \Rightarrow r = ۲۰m$$

اندازهٔ میدان در فاصلهٔ r برابر با $\frac{E}{۴}$ است، پس داریم:

$$\frac{E}{۴} = k\frac{|q|}{r^۲} \xrightarrow[r=۲۰m, q=۴\times۱۰^{-۶}C]{k=۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}}$$

$$\frac{E}{۴} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۴\times۱۰^{-۶}}{۴۰۰} \Rightarrow \frac{E}{۴} = ۹۰\frac{N}{C}$$

حال برای خازن داریم:

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow |\Delta V| = ۹۰\times\frac{۲}{۱۰۰} = ۱/۸V$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷، ۲۶ و ۳۲ تا ۴۰)

۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا گونه)*

با توجه به این که $q>۰$ و کار نیروی الکتریکی نیز مثبت است، می‌توان نتیجه گرفت که نیروی الکتریکی و جابه‌جایی هم‌راستا هستند و بار الکتریکی q در جهت خط‌های میدان الکتریکی حرکت کرده و انرژی پتانسیل الکتریکی آن $۲\times۱۰^{-۵}J$ کاهش یافته است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - ۲۴ = \frac{-۲\times۱۰^{-۵}}{۵\times۱۰^{-۶}}$$

$$\Rightarrow V_B - ۲۴ = -۴ \Rightarrow V_B = ۲۰V$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی واثقی)*

چون خازن از مولد جدا شده است، پس بار ذخیره شده در آن ثابت است و باید با تغییر فاصلهٔ بین صفحات خازن، اختلاف پتانسیل را از $۱۶V$ به حداکثر ولتاژ قابل تحمل یعنی $۲۰V$ برسانیم، تا خازن آسیبی نبیند. داریم:

$$Q = CV \xrightarrow{Q=\text{ثابت}} \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{V_۱}{V_۲} \quad (*)$$

از بین مشخصات ساختمانی خازن، فقط فاصلهٔ بین صفحات تغییر می‌کند، پس:

$$C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{d_۱}{d_۲} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(**),(*)} \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{d_۲}{d_۱} \Rightarrow \frac{۲۰}{۱۶} = \frac{d_۲}{d_۱} \Rightarrow \frac{d_۲}{d_۱} = ۱/۲۵$$

$$\text{تغییر فاصله (درصد)} = (\frac{d_۲}{d_۱} - ۱)\times۱۰۰$$

$$= (۱/۲۵-۱)\times۱۰۰ = ۲۵\% \text{ (افزایش)}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

ایران توانا
رشد ایرانی برای موفقیت

۶۲- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

با استفاده از قانون اهم برای رساناهای اهمی داریم:

$$V = IR \xrightarrow{\text{V=ثابت}} \frac{R_A}{R_B} = \frac{I_B}{I_A} = \frac{۰/۹}{۱/۲} = \frac{۳}{۴} \quad (*)$$

از طرفی طبق رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$ داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow[(*)]{\rho_A=\rho_B, L_A=۳L_B} \frac{۳}{۴} = ۱ \times ۳ \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = ۴$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

اختلاف پتانسیل دو سر مولد و مقاومت ۵ اهمی برابر است با:

$$V = IR \Rightarrow ۱/۲۵ = I \times ۵ \Rightarrow I = \frac{۱/۲۵}{۵} = ۰/۲۵A$$

از طرفی افت پتانسیل در مقاومت داخلی مولد Ir می‌باشد. بنابراین:

$$Ir = ۰/۵ \Rightarrow ۰/۲۵r = ۰/۵ \Rightarrow r = \frac{۰/۵}{۰/۲۵} = ۲\Omega$$

ولتاژ دو سر مولد از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow ۱/۲۵ = \varepsilon - ۰/۵ \Rightarrow \varepsilon = ۱/۷۵V$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۶۴- **گزینهٔ «۱»** *(بهنام رستمی)*

با توجه به قانون پایستگی انرژی، توان الکتریکی مصرفی در مقاومت‌های خارجی برابر با توان خروجی باتری است.

$$P = R_{eq}I^۲ \Rightarrow R_{eq} = \frac{P}{I^۲} = \frac{۸۰}{۴^۲} = ۵\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_۱R_۲}{R_۱ + R_۲} \Rightarrow ۵ = \frac{R \times ۱۰}{R + ۱۰} \Rightarrow ۵R + ۵۰ = ۱۰R$$

$$\Rightarrow ۵R = ۵۰ \Rightarrow R = ۱۰\Omega$$

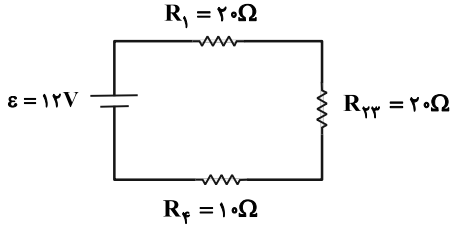
(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا گونه)*

دو مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ موازی بوده و مقاومت معادل آن‌ها با دو مقاومت $R_۱$ و $R_۴$ متوالی است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{۱}{R_{۲۳}} = \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳} \Rightarrow \frac{۱}{R_{۲۳}} = \frac{۱}{۶۰} + \frac{۱}{۳۰} \Rightarrow R_{۲۳} = ۲۰\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۱۲}{۲۰ + ۲۰ + ۱۰ + ۰} = ۰/۲۴A$$



از طرفی چون دو مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ با یکدیگر موازی هستند، اختلاف پتانسیل دو سر آن ها با یکدیگر برابر است، پس داریم:

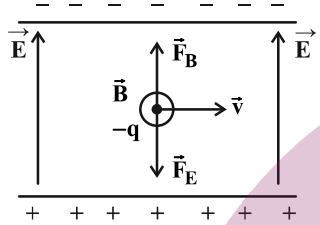
$$V_{۲۳} = V_۲ = V_۳ \Rightarrow R_{۲۳}I = R_۳I_۳$$

$$\Rightarrow ۲۰ \times ۰/۲۴ = ۳۰I_۳ \Rightarrow I_۳ = ۰/۱۶A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

چون ذره باید بدون انحراف به مسیر افقی خود ادامه دهد، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن باید صفر باشد. طبق قاعدهٔ دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به سمت بالاست، بنابراین نیروی الکتریکی باید به سمت پایین باشد. از طرفی مطابق رابطه $\vec{F}_E = q\vec{E}$، چون بار ذره منفی است، میدان الکتریکی باید بالاسو باشد و علامت بار صفحهٔ D مثبت است.



$$F_E = F_B \Rightarrow |q|E = |q|vB\sin۹۰^\circ$$

$$\Rightarrow E = vB = ۲/۵ \times ۱۰^۴ \times ۲ \times ۱۰^{-۵} = ۰/۵\frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود قهرمانی)*

اندازهٔ میدان مغناطیسی یکنواخت درون یک سیملولهٔ آرمانی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$B = \mu_۰\frac{N}{\ell}I \Rightarrow ۲۴ \times ۱۰^{-۴} = ۱۲ \times ۱۰^{-۷} \times \frac{N \times ۱/۲۵}{۱ \times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow N = ۱۶$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(سعید شرق)*

$$\bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} \Rightarrow ۰/۰۲ = \frac{\bar{\varepsilon}}{۳} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = ۰/۰۶V$$

طبق قانون القای فاراده، می‌توان نوشت:

$$|\bar{\varepsilon}| = \left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$$

علت تغییرات شار در این مدار، تغییرات زاویه است. پس داریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = \left|-N\frac{BA\left(\cos\theta_۲ - \cos\theta_۱\right)}{\Delta t}\right|$$

$$\Rightarrow ۰/۰۶ = \left|-N \times \frac{۰/۰۱ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۴}\left(\cos۳۰^\circ - \cos۰\right)}{۰/۵}\right|$$

$$N = \frac{۰/۰۶ \times ۰/۵}{۰/۰۱ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۴} \times \left(۱ - ۰/۸۵\right)} = ۱۰۰۰۰ \text{ دور}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا گونه)*

چون نصف چرخه $\left(\frac{T}{2}\right)$ در مدت زمان $\frac{1}{20}$ ثانیه طی شده است، پس دورهٔ تناوب مولد برابر $\frac{1}{10}$ ثانیه است. بنابراین می‌توان نوشت:

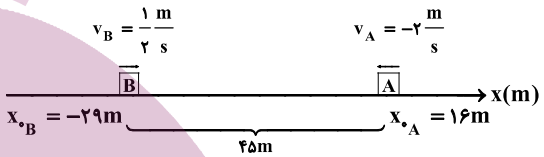
$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\frac{2\pi}{T}t) = RI_m \sin(\frac{2\pi}{T}t) = 4\times 2\times \sin(\frac{2\pi}{\frac{1}{10}}t)$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 8\sin(20\pi t)$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(سیدعلی میرنوری)*

اگر مسیر حرکت دو متحرک را از لحظهٔ $t=0$ رسم کنیم، داریم:



با توجه به اینکه دو متحرک، قبل از رسیدن به هم، به یکدیگر نزدیک می‌شوند و فاصلهٔ اولیهٔ آن‌ها از هم $45m$ است، کافی است که در مجموع نسبت به هم ۵ متر جابه‌جا شوند و در این مدت فاصلهٔ آن‌ها از هم بیشتر از ۴۰ متر است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x_A = -2t+16 \\ x_B = \frac{1}{2}t-29 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_A - x_B = -2/5t+45$$

$$\xrightarrow{x_A - x_B = 40m} 40 = -2/5t+45 \Rightarrow 2/5t = 5 \Rightarrow t = 2s$$

روش دوم: در هر ثانیه دو متحرک ۲/۵ متر به هم نزدیک می‌شوند (متحرک A، دو متر و متحرک B نیم‌متر)، پس فاصلهٔ آن‌ها از هم در مدت ۲ ثانیه به اندازهٔ ۵ متر کاهش می‌یابد که در این ۲ ثانیه همواره فاصلهٔ آن‌ها بیشتر از $40m$ است.)

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۷۱- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود قره‌خانی)*

سرعت را در لحظه‌های $t_2 = 2s$ و $t_4 = 4s$ به‌دست آورده و سپس جابه‌جایی را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \xrightarrow{t_2=2s} v_2 = 0 \\ \xrightarrow{t_4=4s} v_4 = 4\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_2+v_4}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \frac{0+4}{2} = \frac{\Delta x}{4-2} \Rightarrow \Delta x = 4m$$

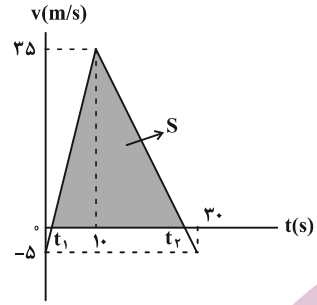
(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم.

$$(0-10s): \xrightarrow[v_0=-5\frac{m}{s}]{a=4\frac{m}{s^2}} 4 = \frac{v_{10}-(-5)}{10} \Rightarrow v_{10} = 35\frac{m}{s}$$

$$(10s-30s): \xrightarrow{a=-2\frac{m}{s^2}} -2 = \frac{v_{30}-35}{30-10} \Rightarrow v_{30} = -5\frac{m}{s}$$



با توجه به نمودار، در بازه t_1 تا t_2 که سرعت مثبت است، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند. با توجه به اینکه در نمودار سرعت - زمان، مساحت زیر نمودار، جابه‌جایی را نشان می‌دهد، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = S} v_{av} = \frac{\frac{35(t_2-t_1)}{2}}{t_2-t_1} = 17/5\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹ و ۱۵ تا ۲۱)

۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی واثقی)*

در حرکت با شتاب ثابت، اگر علامت شتاب و سرعت اولیه مشابه هم باشد، حرکت همواره تندشونده است و اگر علامت شتاب و سرعت اولیه مخالف هم باشد، حرکت ابتدا به‌صورت کندشونده است و تا زمانی که جهت حرکت تغییر کند، حرکت به‌صورت کندشونده ادامه پیدا می‌کند و سپس حرکت تندشونده می‌شود. پس طبق این نکات، در لحظهٔ $t=4s$ جهت حرکت تغییر می‌کند و $v_4 = 0$ است:

$$v = at + v_0 \begin{cases} \xrightarrow{v_4=0} 0 = 4a + v_0 \Rightarrow v_0 = -4a \\ v_8 = 8a + v_0 \xrightarrow{v_0=-4a} v_8 = 8a - 4a = 4a \end{cases}$$

$$s_{av} = \frac{l_{0-8}}{\Delta t} \Rightarrow 6 = \frac{l_{0-8}}{8} \Rightarrow l_{0-8} = 48m$$

$$l_{0-8} = |\Delta x_{0-4}| + |\Delta x_{4-8}| = \left|\frac{v_0+v_4}{2}\Delta t_{0-4}\right| + \left|\frac{v_4+v_8}{2}\Delta t_{4-8}\right|$$

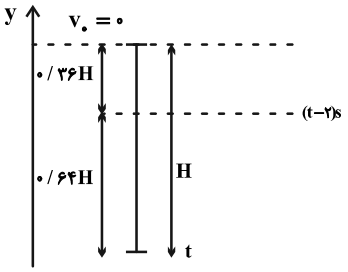
$$\Rightarrow 48 = \left|\frac{-4a+0}{2}\times 4\right| + \left|\frac{0+4a}{2}\right|\times 4 \Rightarrow |a| = 3m/s^2$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(شاهرمان ویسی)*

با استفاده از معادلهٔ حرکت سقوط آزاد، داریم:



$$y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} h = -\frac{1}{2}gt^2 \\ 0/36h = -\frac{1}{2}g(t-2)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{t}{t-2}\right)^2 = \frac{100}{36} \Rightarrow \frac{t}{t-2} = \frac{10}{6} \Rightarrow t = 5s$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(حسین مخرومی)*

نیروی خالصی که بعد از حذف شدن نیروی ۸ نیوتونی به جسم وارد می‌شود برابر با همان ۸ نیوتون و در جهت مخالف آن است (در اینجا جهت اهمیت ندارد و خواستهٔ سؤال نبوده است) پس:

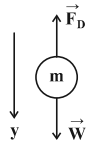
$$a = \frac{F_{\text{خالص}}}{m} = \frac{8}{4} = 2\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + 0 = 25m$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمهدی جعفری)*

نیروهای وارد بر هر گلوله را رسم می‌کنیم و قانون دوم نیوتون را برای آن می‌نویسیم:



$$(F_{net})_y = ma_y \Rightarrow mg - f_D = ma$$

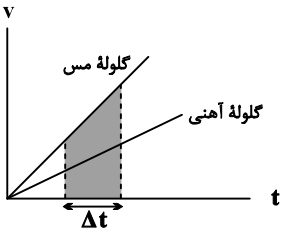
$$\Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m} \quad (*)$$

چون دو گلوله هم‌اندازه هستند، پس $V_{\text{آهن}} = V_{\text{مس}}$ است. طبق رابطهٔ چگالی داریم:

$$\frac{m_{\text{مس}}}{\rho_{\text{مس}}} = \frac{m_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{آهن}}}$$

چون $\rho_{\text{مس}} < \rho_{\text{آهن}}$ است، پس $m_{\text{مس}} < m_{\text{آهن}}$ خواهد بود.

بنابراین طبق رابطهٔ (*) می‌توان نتیجه گرفت: $a_{\text{مس}} < a_{\text{آهن}}$. پس نمودار سرعت-زمان دو گلوله مطابق زیر است. طبق نمودار در هر بازهٔ زمانی دلخواه Δt، مساحت زیر نمودار سرعت- زمان گلولهٔ مسی بیشتر از گلولهٔ آهنی است. پس همواره در یک بازهٔ زمانی دلخواه $v_{\text{av مس}} > v_{\text{av آهن}}$ است.



اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم، هر دو گلوله فارغ از اینکه چه جرمی دارند، با تندی یکسانی به زمین برخورد می‌کنند.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۷۷- **گزینهٔ «۴»** *(بابک اسلامی)*

ابتدا ثابت فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$F_e = kx \Rightarrow 50 = k \times \frac{1}{10} \Rightarrow k = 500\frac{N}{m}$$

بعد از شروع به حرکت آسانسور و رسیدن وزنه به تعادل، دو نیروی وزن و فنر به وزنه وارد می‌شود و وزنه با شتاب a به سمت پایین حرکت می‌کند. داریم:

$$mg - F'_e = ma \Rightarrow 5 \times 10 - 500x' = 5 \times 2$$

$$\Rightarrow x' = 0/08m = 8cm$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۴)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(پوریا علاقه‌مند)*

$$p = mv \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} \xrightarrow{m_1 = m_2} \frac{p_1}{p_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

پس کافی است سرعت در لحظه‌های ۴ ثانیه و ۶ ثانیه را به‌دست آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 4 \times 4 + 0 = 16\frac{m}{s} \\ v_2 = 4 \times 6 + 0 = 24\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۷۹- **گزینهٔ «۴»** *(حسین مخرومی)*

نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و صفحه، نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت دایره‌ای جسم را تأمین می‌کند و چون شتاب بیشینه است، پس جسم در آستانهٔ لغزش است. داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_{s,max} = ma \Rightarrow \mu_s mg = ma$$

$$\Rightarrow a = \mu_s g \Rightarrow 4 = \mu_s \times 10 \Rightarrow \mu_s = 0/4$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۸۰- **گزینهٔ «۲»** (محمود منصوری)

بسامد زاویه‌ای نوسانگر برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0/4} \Rightarrow \omega = 5\pi \frac{rad}{s}$$

حال با استفاده از معادلهٔ مکان – زمان نوسانگر، اختلاف زمانی این دو مکان را به‌دست می‌آوریم:

$$x = A\cos(\omega t) \Rightarrow x = A\cos(5\pi t)$$

$$\xrightarrow[\text{حرکت کندشونده}]{x_1=\frac{\sqrt{3}}{2}A} \frac{\sqrt{3}}{2}A = A\cos(5\pi t_1) \Rightarrow \frac{11\pi}{6} = 5\pi t_1$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{11}{30}s$$

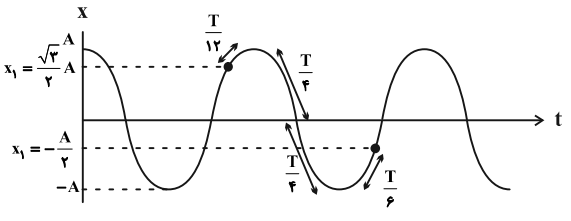
$$\xrightarrow[v>0]{x_2=-\frac{A}{2}} -\frac{A}{2} = A\cos(5\pi t_2) \Rightarrow \frac{10\pi}{3} = 5\pi t_2$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{10}{15}s$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{10}{15} - \frac{11}{30} = \frac{20-11}{30} = \frac{9}{30} = 0/3s$$

راه دوم:

هنگامی حرکت نوسانگر کندشونده است که نوسانگر به سمت انتهای مسیر نوسان حرکت کند و با توجه به آنکه $x_1 = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ و حرکتش کندشونده است، آن‌را روی نمودار مشخص می‌کنیم. حال در قسمت منفی مکان، زمانی سرعت مثبت است که نوسانگر به سمت مرکز نوسان حرکت کند و با توجه به آنکه $x_2 = -\frac{A}{2}$ است و سرعت مثبت، آن را روی نمودار مشخص می‌کنیم:



$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{9T}{12} \xrightarrow{T=0/4s} \Delta t = \frac{9\times 0/4}{12} = 0/3s$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۸۱- **گزینهٔ «۴»** (مصطفی واثقی)

عقب افتادن آونگ به معنی افزایش دورهٔ تناوب است، پس برای هر نوسان رابطه زیر برقرار است:

$$T' = T + \frac{T}{4} = \frac{5T}{4}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow \frac{\frac{5T}{4}}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{25}{16}$$

$$\text{تغییر طول(درصد)} = \left(\frac{L'}{L} - 1\right)\times 100 = \left(\frac{25}{16} - 1\right)\times 100 = 56/25\%$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا گونه)

با توجه به شکل، طول‌موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{10} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{5}m \xrightarrow{\lambda=\frac{v}{f}} \frac{1}{5} = \frac{v}{200} \Rightarrow v = 40\frac{m}{s}$$

و در نهایت می‌توان نوشت:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{10\times 10^{-3}}{0/5} = 0/02\frac{kg}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 40 = \sqrt{\frac{F}{0/02}} \Rightarrow F = 32N$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** (علیرضا گونه)

$$\beta_2 - \beta_1 = -2dB \xrightarrow{\times(-1)} \beta_1 - \beta_2 = 2dB$$

$$2 = 10\log\frac{I_1}{I_2} \xrightarrow{\frac{I_1}{I_2}=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2} 0/2 = \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{2-1/8=0/2dB} 2\log 10 - 6\log 2 = \log\left(\frac{r_2}{40}\right)^2$$

$$\Rightarrow \log 100 - \log 64 = \log\left(\frac{r_2}{40}\right)^2$$

$$\Rightarrow \log\frac{100}{64} = \log\left(\frac{r_2}{40}\right)^2 \Rightarrow \frac{100}{64} = \left(\frac{r_2}{40}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}}$$

$$\frac{10}{8} = \frac{r_2}{40} \Rightarrow r_2 = 50m \Rightarrow \Delta r = 10m$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

مطابق شکل و با توجه به رابطهٔ شکست اسنل، $\theta_1 = 60^\circ$ و $\theta_2 = 30^\circ$ می‌باشد. داریم:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \Rightarrow \sqrt{3}\sin 60^\circ = n_2 \sin 30^\circ$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = n_2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow n_2 = 3$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

اگر نقطه‌ای در فاصلهٔ یکسان از دو چشمهٔ صوت قرار داشته باشد، در آن نقطه تداخل سازنده صورت می‌گیرد و در آن نقطه بلندی صدا بیشینه است و این نقاط را با L نشان می‌دهد.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج؛ صفحهٔ ۱۰۴)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

فاصلهٔ دو گره متوالی برابر $\frac{\lambda}{2}$ است.

$$\frac{\lambda}{2} = 18 \Rightarrow \lambda = 36\text{cm} = 0/36\text{m}$$

$$f_4 = \frac{v}{\lambda_4} = \frac{270}{0/36} = 750\text{Hz}$$

از طرفی بسامد با شماره هماهنگ متناسب است.

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow \frac{f_4}{f_2} = \frac{n_4}{n_2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow f_2 = \frac{750}{2} = 375\text{Hz}$$

(فیزیک ۳ : برهم‌کنش‌ءای موج؛ صفحه‌های۱۰۵ تا ۱۰۷)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با توجه به نمودار و با استفاده از معادلهٔ فوتوالکتریک داریم:

$$K_{max} = hf - W_0 \xrightarrow[f=0/5\times10^{15}\text{Hz}]{K_{max}=2\times10^{-19}\text{J}}$$

$$2\times10^{-19} = 6\times10^{-34}\times 0/5\times10^{15} - W_0 \Rightarrow W_0 = 10^{-19}\text{J}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا گونه)*

رشتهٔ بالمر در ناحیهٔ مرئی و فرابنفش طیف اتمی هیدروژن قرار دارد. چهار خط اول آن $(n = 3,4,5,6)$ در ناحیهٔ مرئی قرار دارند. بنابراین بیش‌ترین بسامد (کم‌ترین طول‌موج) نورمرئی هیدروژن اتمی هنگامی است که الکترون از تراز $n = 6$ به مدار $n' = 2$ منتقل شود.

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 0/01\times\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2}\right)$$

$$\Rightarrow \lambda = 450\text{nm} = 4/5\times10^{-7}\text{m}$$

حال با استفاده از رابطهٔ $f = \frac{c}{\lambda}$ داریم:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^8}{4/5\times10^{-7}} = \frac{2000}{3}\times10^{12}\text{Hz} = \frac{2000}{3}\text{THz}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

۸۹- **گزینهٔ «۴»** *(مهدی آذرنسب)*

انرژی n عدد فوتون با بسامد $f = 10^{15}\text{Hz}$ با انرژی بستگی هسته‌ای با کاهش جرم $25/6\times10^{-26}\text{kg}$ برابر می‌شود، بنابراین:

$$E_1 = E_2 \xrightarrow[E_2 = mc^2]{E_1 = nhf} nhf = mc^2$$

$$\Rightarrow n\times4\times10^{-15}\times10^{15}\times1/6\times10^{-19} = 25/6\times10^{-26}\times(3\times10^8)^2$$

$$\Rightarrow n = 36\times10^9$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحهٔ ۱۴۱)

۹۰- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

می‌دانیم تعداد هسته‌های باقی‌مانده یک ماده رادیواکتیو از رابطهٔ $N = \frac{N_0}{2^n}$ محاسبه می‌شود که در این رابطه N_0 تعداد هسته‌های اولیه و $n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$ می‌باشد. داریم:

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{24}{6} = 4$$

تعداد هسته‌های باقی‌مانده:

$$N = \frac{N_0}{2^n} = \frac{4000}{2^4} = \frac{4000}{16} = 250$$

تعداد هسته‌های متلاشی شده:

$$N' = N_0 - N = 4000 - 250 = 3750$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

شیمی

۹۱- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا پورجاوید)

با توجه به نماد $^{79}A^{2-}$ و اختلاف تعداد الکترون‌ها و نوترون‌ها در این یون می‌توان گفت:

$$\begin{cases} n-e=9 \Rightarrow n-(p+2)=9 \rightarrow n-p=11 \\ n+p=79 \\ e=p+2 \end{cases}$$

حال با حل دو معادله و دو مجهول زیر، تعداد ذره‌های زیر اتمی سازندهٔ این یون به دست می‌آید:

$$\begin{cases} n-p=11 \\ n+p=79 \end{cases}$$

$$2n=90 \Rightarrow n=45 \ , \ p=34$$

با توجه به آرایش الکترونی اتم A، آخرین زیرلایهٔ آن $4p$ بوده که مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی آن عبارتند از:

$$_{34}A: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^4$$

$$4p \rightarrow n=4, l=1 \Rightarrow n+l=5$$

از آنجا که در این زیرلایه ۴ الکترون وجود دارند، مجموع n و l آن‌ها برابر است با:

$$4 \times 5 = 20$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین طیبی)

می‌دانیم مساحت هر دایره با مربع قطر آن رابطهٔ مستقیم دارد.

در نتیجه می‌توانیم مساحت دایره‌های کوچک، متوسط و بزرگ را به‌ترتیب ۱ و ۴ و ۹ واحد در نظر بگیریم.

آنگاه فراوانی نسبی ایزوتوپ‌های ^{82}X ، ^{83}X و ^{84}X به‌ترتیب برابر با ۴، ۱ و ۴ خواهد بود.

(این نکته را در نظر داشته باشید که مساحت متعلق به ^{82}X، برابر با مساحت قسمت سفید دایرهٔ بزرگ‌تر می‌باشد.)

$$\overline{M}_X = \frac{M_1F_1 + M_2F_2 + M_3F_3}{F_1+F_2+F_3} = \frac{82(4)+83(1)+84(4)}{9} = 83$$

۱/۵ روز برابر با ۳۶ ساعت می‌باشد.

$$^{82}X: F=4 \xrightarrow{9h} 2 \xrightarrow{9h} 1 \xrightarrow{9h} 0/5 \xrightarrow{9h} 0/25$$

$$^{84}X: F=4 \xrightarrow{12h} 2 \xrightarrow{12h} 1 \xrightarrow{12h} 0/5$$

$$^{83}X \text{ فراوانی جدید} = \frac{1}{0/25+0/5+1} \times 100 = \frac{1}{1/75} \times 100 \simeq \%57$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۵)

۹۳- **گزینهٔ «۳»** (روزبه رضوانی)

$$_{29}Cu: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$$

عبارت اول: درست، ۷ الکترون در زیر لایه‌های با نماد s وجود دارد.

عبارت دوم: نادرست، قاعده آفبا آرایش الکترونی عناصر Cr و Cu را نمی‌تواند مشخص کند.

عبارت سوم: درست، به دلیل یکسان بودن عدد اتمی ایزوتوپ‌ها طیف نشری خطی آن‌ها نیز یکسان است.

عبارت چهارم: درست، آرایش الکترونی Cu^+ بصورت زیر است که $10e^-$ با $l=2$ در آن وجود دارد.

$$1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^{10}$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۲۸ تا ۳۱)

۹۴- **گزینهٔ «۳»** (روزبه رضوانی)

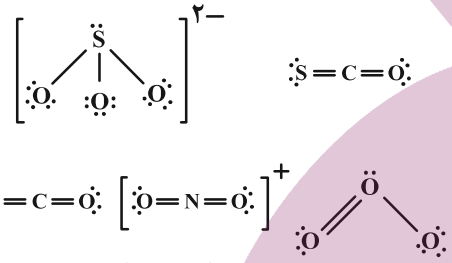
MnO_2 : منگنز (IV) اکسید

V_2O_3 : وانادیم (III) اکسید

$CaCO_3$: کلسیم کربنات

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

۹۵- **گزینهٔ «۳»** (روزبه رضوانی)



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین طیبی)

واکنش‌های موازنه شده:

$$2Sn + 5H_2SO_4 \rightarrow 2Sn(SO_4)_2 + 4H_2O + H_2S$$

$$O_2 + 2H_2S + 4Ag \rightarrow 2H_2O + 2Ag_2S$$

$$?\,atom\,Ag = \overbrace{933g\,Sn(SO_4)_2 \times \frac{1mol\,Sn(SO_4)_2}{311g\,Sn(SO_4)_2} \times \frac{1mol\,H_2S}{2mol\,Sn(SO_4)_2}}^{\text{واکنش (I)}} \times \underbrace{\frac{4mol\,Ag}{2mol\,H_2S} \times \frac{6/02\times10^{23}\,atom\,Ag}{1mol\,Ag}}_{\text{واکنش (II)}} = 1/806\times10^{24}\,atom\,Ag$$

$$\text{واکنش (I)}\ ?\,mol\,H_2O = 933g\,Sn(SO_4)_2 \times \frac{1mol\,Sn(SO_4)_2}{311g\,Sn(SO_4)_2} \times \frac{4mol\,H_2O}{2mol\,Sn(SO_4)_2} = 6mol\,H_2O$$

$$\text{واکنش (II)}\ ?\,mol\,H_2O = 1/806\times10^{24}\,atom\,Ag \times \frac{1mol\,Ag}{6/02\times10^{23}\,atom\,Ag} \times \frac{2mol\,H_2O}{4mol\,Ag} = 1/5mol\,H_2O$$

در نتیجه در مجموع دو واکنش، ۷/۵ مول بخار آب تولید می‌شود.

$$?\,LH_2O = 7/5mol\,H_2O \times \frac{22/4L\,H_2O}{1mol\,H_2O} = 168L\,H_2O$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۹۷- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین طیبی)

ابتدا انحلال‌پذیری نمک را در دمای $80^\circ C$ محاسبه کرده، سپس انحلال‌پذیری را به درصد جرمی و مولاریته تبدیل می‌کنیم.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$$S_{(80^\circ C)} = (0/6\times 80)+32 = 80$$

$$\Rightarrow a = \frac{100S}{100+S} = \frac{100\times 80}{180} = \frac{400}{9}$$

غلظت مولار:

$$M = \frac{10\times \frac{400}{9}\times 1/35}{150} = 4mol.L^{-1}$$

جرم رسوب حاصل را محاسبه می‌کنیم:

$$\theta_1 = 80^\circ C \rightarrow \Delta\theta = \frac{37/5}{100}\times\theta_1 = \frac{37/5}{100}\times 80 = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 50^\circ C \Rightarrow \begin{cases}\theta_1 = 80^\circ C \rightarrow S_1 = 80\\ \theta_2 = 50^\circ C \rightarrow S_2 = 62\end{cases}$$

$$\begin{bmatrix}180g\ \text{ل}\ldots & \sim 18g\ \text{ل}\ldots\\ 465g\ \text{ل}\ldots & \sim xg\ \text{ل}\ldots\end{bmatrix} \Rightarrow x = \frac{465\times 18}{180} = 46/5g\ \text{ل}\ldots$$

در ادامه جرم آب مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\theta = 50^\circ C \Rightarrow \begin{bmatrix}62g\ \text{ماسه} & \sim 100g\ \text{آب}\\ 46/5g\ \text{ماسه} & \sim yg\ \text{آب}\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow y = \frac{46/5\times 100}{62} = 75g\ \text{آب}$$

(شیمی 1- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های 98، 100 تا 103)

98- **گزینهٔ «1»** (امیرحسین طیبی)

بیشترین مقدار یون $Al(NO_3)_3 \rightarrow (2/5\times 3)\times 4 = 30mol \Rightarrow$ متانول مولکولی حل می‌شود.

کلسیم فسفات نامحلول است.

$$Na_2CO_3 \Rightarrow ?g = 4L\ \text{ل}\ldots \times \frac{1210g\ \text{ل}\ldots}{1L\ \text{ل}\ldots}$$

$$\times \frac{21/2g\ Na_2CO_3}{121/2g\ \text{ل}\ldots}\times \frac{1mol\ Na_2CO_3}{106g\ Na_2CO_3} \simeq 8mol$$

$$\Rightarrow 3\times 8 = 24mol\cdot$$

(شیمی 1- آب، آهنگ زندگی: صفحهٔ 112)

99- **گزینهٔ «1»** (محمدرضا پورجاوید)

همهٔ عبارت‌ها درست هستند.

ابتدا غلظت مولی محلول سمت راست لوله را تعیین می‌کنیم:

$$M = \frac{10ad}{\text{ج}\ldots} = \frac{10\times 38\times 1/5}{95} = 6mol.L^{-1}$$

از آنجا که محلول سمت راست غلیظ‌تر است، آب از محلول سمت چپ وارد محلول سمت راست لوله می‌شود و به مرور زمان سطح آب لوله در سمت راست بالاتر خواهد رفت. اما از آنجا که فرض می‌کنیم فقط آب امکان عبور از غشای نیمه‌تراوا را دارد، تعداد مول‌های نمک $MgCl_2$ در دو طرف لوله تغییری نخواهد کرد.

برای انجام اسمز معکوس باید یک فشار خارجی به محلول غلیظ‌تر (سمت راست) وارد شود تا آب به طرف محلول رقیق‌تر حرکت کند.

(شیمی 1- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های 117 و 118)

100- **گزینهٔ «4»** (امیرحسین طیبی)

مطابق جدول کتاب درسی مقایسه به درستی انجام شده است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «1»: اغلب نافلزها تمایل به گرفتن الکترون دارند. برای مثال عنصر کربن یون پایدار تشکیل نمی‌دهد.

گزینهٔ «2»: هالوژن‌ها به شدت واکنش پذیرند و در طبیعت به شکل مولکولی و آزاد یافت نمی‌شوند.

گزینهٔ «3»: رسوب $Fe(OH)_2$ سبزرنگ و کانی $MnCO_3$ سرخ رنگ می‌باشد.

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های 10 تا 14 و 18)

101- **گزینهٔ «1»** (محمدرضا پورجاوید)

با انجام این واکنش به ازای مصرف 4 مول KNO_3 در مجموع 7 مول گاز (شامل 2 مول N_2 و 5 مول O_2) تولید می‌شود. به این ترتیب می‌توان گفت:

$$505g\ KNO_3\ \text{ناخالص} \times \frac{50g\ KNO_3\ \text{خالص}}{100g\ KNO_3\ \text{ناخالص}}\times \frac{1mol\ KNO_3}{101g\ KNO_3}$$

$$\times \frac{7mol\ \text{گاز}}{4mol\ KNO_3}\times \frac{22/4L\ \text{گاز}}{1mol\ \text{گاز}}\times \frac{80L\ \text{هوا}}{100L\ \text{هوا}} = 78/4L\ \text{گاز}$$

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های 22 تا 24)

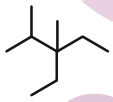
102- **گزینهٔ «4»** (امیرحسین طیبی)

$$C_nH_{2n+2}: \frac{C\ \text{جرم}}{H\ \text{جرم}} = \frac{12n}{2n+2} \Rightarrow \frac{12n}{2n+2} = 5/4$$

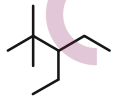
$$\Rightarrow 12n = 10/8n + 10/8$$

$$\Rightarrow 1/2n = 10/8 \Rightarrow n = 9 \Rightarrow C_9H_{20}$$ (آلکان 9 کربنه)

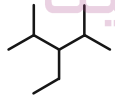
ساختارهایی که می‌توان برای این آلکان در نظر گرفت (3 ساختار)



3- اتیل- 2، 3- دی‌متیل پنتان



3-اتیل- 2، 2- دی‌متیل پنتان



3- اتیل – 4،2- دی‌متیل پنتان

حداکثر مجموع شمار اعداد به کار رفته در نامگذاری آیوپاک:

$$3+2+4 = 9$$

دومین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها: $C_3H_6 \leftarrow$ مجموع تعداد اتم‌ها: $3+6 = 9$

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های 30 تا 42)

103- **گزینهٔ «2»** (امیدرضا جعفری‌نژاد)

عبارت اول نادرست است. بررسی برخی از عبارت‌ها:

عبارت اول: جرم مولی اسید و آمین و 2، 2- دی‌متیل - بوتان (C_6H_{14}) به ترتیب برابر 146 و 116 و 86 گرم بر مول است.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$$HO\overset{O}{\overset{\|}{C}}(CH_2)_4\overset{O}{\overset{\|}{C}}NH(CH_2)_6NH_2$$

عبارت دوم: ۴۲ جفت الکترون پیوندی و ۸ جفت الکترون ناپیوندی در $C_{12}H_{24}N_2O_3$ (فراوردهٔ آلی حاصل) وجود دارد.

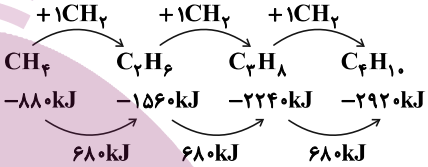
عبارت چهارم: بدلیل H متصل به N و O امکان تشکیل پیوند هیدروژنی می‌باشد.

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶)

۱۰۴- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

می‌دانیم که در بین آلکان‌ها، میزان ΔH سوختن به مقدار تقریباً یکسانی تغییر می‌کند.

از این اطلاعات برای به دست آوردن ΔH سوختن اتان و پروپان استفاده می‌کنیم.



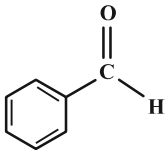
فرض می‌کنیم در مخلوط اولیه a مول اتان و b مول پروپان وجود داشته است.

$$C_2H_6 \sim \Delta H = -1560kJ$$
$$C_3H_8 \sim \Delta H = -2240kJ$$
$$\Rightarrow Q_{C_2H_6} + Q_{C_3H_8} = (1560a + 2240b)(kJ)$$
$$\Rightarrow Q_{C_2H_6} + Q_{C_3H_8} = Q_{H_2O}$$
$$\Rightarrow 1560a + 2240b = 6700 \times 10^{-3} \times 4 \times 50$$
$$\text{جرم پروپان + جرم اتان} = 26g \Rightarrow$$
$$\begin{cases} 1560a + 2240b = 1340 \\ 30a + 44b = 26 \end{cases} \Rightarrow a = 0/5\ ,\ b = 0/25$$
$$\text{درصد مولی پروپان} = \frac{\text{مول پروپان}}{\text{مول پروپان + مول اتان}} \times 100 = \frac{0/25}{0/75} \times 100 \simeq \%33$$

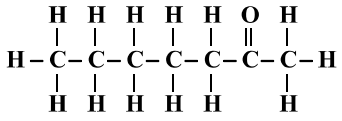
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۶ و ۷۰ و ۷۱)

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا جعفری‌نژاد)*

عبارت سوم نادرست هستند.



بنزآلدهید



۲- هپتانون

بررسی برخی از عبارات:

عبارت اول:

$$C_7H_6O + 8O_2 \rightarrow 7CO_2 + 3H_2O$$
$$C_7H_{14}O + 10O_2 \rightarrow 7CO_2 + 7H_2O$$

عبارت دوم: آنتالپی پیوند $C=O$ از آنتالپی پیوند $C\equiv O$ کوچکتر است.

عبارت سوم: شمار پیوندهای $C-H$ موجود در بنزآلدهید و ۲- هپتانون به ترتیب ۶ و ۱۴ است. بنزآلدهید هم برای سیرشدن به ۳ مول H_2 نیاز دارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

۱۰۶- **گزینهٔ «۴»** *(روزبه رضوانی)*

$$H_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow H_2O(l)$$

واکنش ۱ را در $-\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم.

واکنش ۲ را دست نخورده باقی می‌گذاریم و واکنش سوم را در $\frac{1}{6}$ ضرب می‌کنیم.

$$\Delta H = -\frac{\Delta H_1}{3} + \Delta H_2 + \frac{\Delta H_3}{6}$$
$$\rightarrow -\frac{1}{3}(-920) + (-367/4) + \frac{1}{6}(-1350)$$
$$\simeq -285/7$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

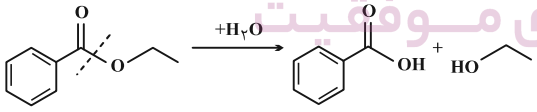
۱۰۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

با توجه به اینکه در زمان مورد نظر نیمی از گلوکز اولیه تجزیه شده و نیمی دیگر از آن باقی مانده است، مقدار محصول تولید شده نیز باید نصف مقدار نهایی آن باشد. از آنجا که طبق نمودار حجم گاز نهایی تولید شده ۵۰۰ میلی‌لیتر است، در زمان مورد نظر باید ۲۵۰ میلی‌لیتر گاز به دست آمده باشد که طبق نمودار در ثانیه ۱۰ این مقدار گاز تولید شده است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۹۱)

۱۰۸- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا جعفری‌نژاد)*

همهٔ عبارت‌ها به جز عبارت پنجم درست است. بررسی برخی از عبارت‌ها:



$$C_6H_5COOH + \frac{15}{2}O_2 \rightarrow 7CO_2 + 3H_2O$$
$$C_2H_5OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$$

ماده A و B به‌ترتیب بنزوئیک اسید و اتانول هستند. جرم مولی‌شان نیز به ترتیب ۱۲۲ و ۴۶ گرم بر مول است.

مورد سوم: هر دو H متصل به O دارند.

مورد چهارم: اتانول را می‌توان از اتیل بوتانوات و اتیل هپتانوات بدست آورد.

مورد پنجم: جرم مولی‌اتیلن گلیکول ۶۲ گرم بر مول است در حالیکه اختلاف جرم مولی A و B، ۷۶ گرم بر مول است.

(شیمی ۲-پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۴)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۰۹- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین طیبی)

$$A\ \text{الکل}: C_nH_{2n+2}O \begin{cases} \text{شمار جفت الکترون پیوندی}: \dfrac{n(4)+2n+2+1(2)}{2}=3n+2 \\ \text{شمار جفت الکترون ناپیوندی}: 2\times 1=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{p.e}{n.e}=\frac{3n+2}{2}=7 \Rightarrow 3n=12 \Rightarrow n=4$$

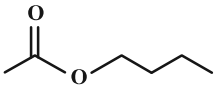
$$\Rightarrow A\ \text{الکل}: C_4H_{10}O$$

$$B\ \text{اسید کربوکسیلیک}: C_mH_{2m+1}-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-H$$

$$\frac{C-H}{C-C}=\frac{2m+1}{m}=3 \Rightarrow m=1$$

$$\Rightarrow B\ \text{اسید کربوکسیلیک}: CH_3COOH$$

ساختار استر حاصل (بوتیل اتانوات):



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۹، ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱۱۰- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین طیبی)

عبارت‌های اول، دوم و پنجم درست هستند.

بررسی عبارت دوم:

$$CH_3COOH+2O_2 \rightarrow 2CO_2+2H_2O$$

$$3gCH_3COOH\times\frac{1mol}{60g}\times\frac{2mol\,O_2}{1mol}=0/1mol\,O_2$$

بررسی عبارت چهارم: حداقل جرم مولی این اسید به صورت زیر است:

$$3CH_2 \rightarrow C_5H_{10}O_2 \Rightarrow M=102g.mol^{-1}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

۱۱۱- **گزینهٔ «۱»** (روزبه رضوانی)

$$R_{(H^+)}=2R(I_2^-)=2\times 2\times 10^{-3}=4\times 10^{-3}\ \frac{mol}{L.s}$$

$$\Delta[H^+]=4\times 10^{-3}\ \frac{mol}{L.s}\times 2s=8\times 10^{-3}\ \frac{mol}{L}$$

$$pH_{\text{اولیه}}=1/4 \Rightarrow [H^+]_{\text{اولیه}}=10^{-1/4}$$

$$=10^{-2}\times(10^{0/3})^2=4\times 10^{-2}\ \frac{mol}{L}$$

$$[H^+]_{\text{ثانویه}}=0/04-0/008=0/032mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow pH_{\text{ثانویه}}=-\log(2^5\times 10^{-3})=1/5$$

$$\Delta_{pH}=1/5-1/4=0/1$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۱۱۲- **گزینهٔ «۱»** (امیر حاتمیان)

فقط عبارت اول درست است. بررسی عبارت‌ها:

مورد اول: درست:

$$[H^+]=M\alpha \rightarrow [H^+]=8\times 10^{-2}\times\frac{2}{100}=16\times 10^{-4}$$

$$pH=-\log[H^+]=-\log^{16\times 10^{-4}}$$

$$=4-\log^{2^4}=4-4\log^2=2/8$$

مورد دوم: نادرست، pH محلول ۰/۲ مولار بازهای قوی مانند KOH و NaOH برابر با ۱۳/۳ است. آمونیاک باز ضعیف می‌باشد.

مورد سوم: نادرست، مقدار درجهٔ یونش اسیدها محدوده‌ای به صورت $0<\alpha\leq 1$ است.

مورد چهارم: نادرست،

$$pH=2/7 \rightarrow [H^+]=10^{-2/7}=10^{-3}\times 10^{+0/3}$$

$$=2\times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۱۱۳- **گزینهٔ «۲»** (امیر حاتمیان)

سود سوزآور، سدیم هیدروکسید است.

$$ppm=\frac{\text{جرم حل شونده سود}}{\text{جرم محلول}}\times 10^6 \Rightarrow 22/4=\frac{x(g)}{4\times 10^6}\times 10^6$$

$$\Rightarrow x(g)=89/6g\,NaOH$$

$$pH_{(HBr)}=2/7 \Rightarrow [H^+]=10^{-2/7}$$

$$=10^{-3}\times 10^{0/3}=2\times 10^{-3}=M_{HBr}$$

$$\underset{M=2\times 10^{-3}}{HBr}+\underset{89/6g}{NaOH} \rightarrow NaBr+H_2O$$

$$?LHBr=89/6g\,NaOH\times\frac{1mol\,NaOH}{40g\,NaOH}\times\frac{1mol\,HBr}{1mol\,NaOH}$$

$$\times\frac{1LHBr}{2\times 10^{-3}mol\,HBr}=1120L\,HBr$$

$$d=1/05\frac{g}{mL}=1/05\frac{kg}{L} \Rightarrow d=\frac{m}{V}$$

$$\Rightarrow 1/05=\frac{m(kg)}{1120L} \Rightarrow m=1176kg$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۱۱۴- **گزینهٔ «۴»** (امیر حاتمیان)

$$NH_3+H_2O \rightleftharpoons NH_4^+ + OH^-$$

در لحظهٔ تعادل یک یون هیدروکسید، یک یون آمونیوم داریم، پس تعداد کل مولکول‌های NH_3 در لحظهٔ ابتدایی ۵ مولکول بوده است.

$$\text{درجه یونش}\ \alpha=\frac{[OH^-]}{M_{NH_3}}=\frac{\text{تعداد مولکول‌های یونیده شده}}{\text{تعداد کل مولکول‌های حل‌شده}}=\frac{1}{5}=0/2$$

$$[OH^-]=M\alpha$$

$$M_{NH_3}=\frac{5\times 0/002}{0/8}=\frac{1}{80}mol.L^{-1}$$

$$\begin{cases}[OH^-]=\dfrac{2\times 10^{-3}}{8\times 10^{-1}}=0/25\times 10^{-2} \\ [H^+]=4\times 10^{-12} \Rightarrow pH=12-\log 4=11/4\end{cases}$$

$$K_b=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}=\frac{\frac{1}{80}\times(0/2)^2}{1-0/2}=\frac{1}{1600}=0/625\times 10^{-3}mol.L^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰ و ۳۵)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۱۵- **گزینهٔ «۳»** (امیر حاتمیان)

بررسی عبارت‌ها:

معادلهٔ کلی واکنش:

$$Fe(s)+Cu^{2+}(aq)\rightarrow Fe^{2+}(aq)+Cu(s)$$

عبارت اول: درست، در نیم سلول کاتدی در کنار تیغهٔ مس عمل کاهش صورت می‌گیرد، یون‌های Cu^{2+} با گرفتن الکترون کاهش می‌یابند و از غلظت Cu^{2+} کم می‌شود.

عبارت دوم: نادرست، فلز آهن کاهنده‌تر از فلز مس است و فلز آهن قطب منفی است.

عبارت سوم: درست: اگر M کاهنده قوی‌تری باشد:

$$E^\circ_{\text{سلول}}=+0/32=-0/44-E^\circ_{M^{2+}/M}$$

$$E^\circ_{M^{2+}/M}=-0/76V$$

عبارت چهارم: درست

$$?\,\text{تعداد } e^-=2/8g\,Fe\times\frac{1mol\,Fe}{56g\,Fe}\times\frac{2mol\,e^-}{1mol\,Fe}$$

$$\times\frac{N_A}{1mol\,e^-}=0/1N_A$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۱۱۶- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین مسلمی)

موازنه واکنش‌ها به صورت زیر است:

$$I)\ \underbrace{2Al}_{\text{کاهنده}}+6H^+\rightarrow 2Al^{3+}+3H_2$$

$$II)\ \underbrace{3I_2}_{\text{کاهنده}}+5ClO_3^-+3H_2O\rightarrow 6IO_3^-+6H^++5Cl^-$$

$$III)\ Cr+\underbrace{Fe^{3+}}_{\text{اکسنده}}\rightarrow Cr^{3+}+Fe$$

$$\frac{3+2}{1}=5$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۱۱۷- **گزینهٔ «۲»** (یاسر راش)

شکل‌های «آ»، «ب» و «پ» به‌ترتیب ساختار مواد یونی، مولکولی و فلزی را نشان می‌دهد.

آ: CaO, Fe_2O_3

ب: CO_2, SO_2

پ: Au, Al

گرافیت یک جامد کووالانسی است و هیچ‌کدام از شکل‌ها ساختار ذره‌ای یک جامد کووالانسی را نشان نمی‌دهند.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

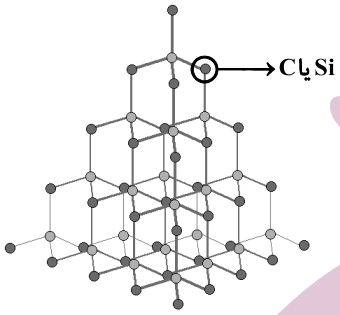
۱۱۸- **گزینهٔ «۳»** (یاسر راش)

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: Si در ساختار SiC (سیلیسیم کربید) نیز یافت می‌شود.

گزینهٔ «۲»: Si پس از اکسیژن، فراوان‌ترین عنصر در پوستهٔ جامد زمین است.

گزینهٔ «۳»: ساختار شبکهٔ کووالانسی Si با الماس که یکی از دگرشکل‌های کربن است، مشابه و به صورت زیر است:



گزینهٔ «۴»: Si در واکنش با دیگر اتم‌ها، تنها الکترون به اشتراک می‌گذارد.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۱۹- **گزینهٔ «۱»** (یاسر راش)

قسمت اول: مقدار آلاینده‌ای که مبدل از ورود آن به هواکره جلوگیری می‌کند برابر است با:

$$?\,kgNO=300km\times\frac{(1/04-0/04)gNO}{1km}\times\frac{1kg}{10^3g}=0/3kgNO$$

قسمت دوم: با توجه به نمودار، ابتدا ΔH واکنش را به دست می‌آوریم:

$$\Delta H=381-561=-180kJ$$

در نتیجه مقدار گرمایی که آزاد می‌شود برابر است با:

$$?\,kJ=0/3kgNO\times\frac{10^3g}{1kg}\times\frac{1mol\,NO}{30g\,NO}\times\frac{180kJ}{2mol\,NO}=900kJ$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۲۰- **گزینهٔ «۱»** (یاسر راش)

$$K=\frac{[N_2][CO_2]^2}{[NO]^2[CO]^2}=4\times10^{-1}\Rightarrow\frac{(0/4)(0/6)^2}{[NO]^2(1)^2}=4\times10^{-1}$$

$$\Rightarrow[NO]^2=0/36\Rightarrow[NO]=0/6$$

جرم NO در مخلوط تعادلی برابر است با:

$$?\,gNO=0/6mol.L^{-1}\times200mL\times\frac{1L}{1000mL}$$

$$\times\frac{30g\,NO}{1mol\,NO}=3/6gNO$$

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

ایران زوشه
توشه‌ای برای موفقیت