

ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود **۱۰۶ مبحث**
- دانلود آزمون **۶ جزو** و **قلم چیز** و **منجذب**
- دانلود **فیلم** و **مقاله آنلاین** شی
- **لنگر و مثاوله**



IranTooshe.Ir



@irantoooshe



IranTooshe



فهرست

فصل اول : مجموعه ، الگو و دنباله	
..... درس نامه	
..... تست	
..... آزمون یک از فصل اول	
..... فصل دوم : مثلثات	
..... درس نامه	
..... تست	
..... آزمون دو از فصل دو	
..... فصل سوم : توان های گویا و عبارتهای جبری	
..... درس نامه	
..... تست	
..... آزمون سه از فصل سوم	
..... فصل چهارم : معادله ها و نامعادله ها	
..... درس نامه	
..... تست	
..... آزمون چهار از فصل چهار	
..... فصل پنجم :تابع	
..... درس نامه	
..... تست	
..... آزمون پنج از فصل پنج	
..... فصل ششم : شمارش ، بدون شمردن	
..... درس نامه	
..... تست	
..... آزمون شش از فصل ششم	
..... فصل هفتم : آمار و احتمال	
..... درس نامه	
..... تست	
..... آزمون هفت از فصل هفتم	
..... آزمون هشت کل کتاب	
..... آزمون نه کل کتاب	
..... آزمون ده کل کتاب	

ایران نویس

توشه‌ای برای موفقیت

فصل اول : مجموعه و الگو

مجموعه های N, W, Z, Q, R مجموعه های اصلی هستند.

نکته : مجموعه ای اعداد گویا و اعداد گنگ را مجموعه ای اعداد حقیقی می نامند. و با \mathbb{R} نشان می دهیم

$$\left\{ \begin{array}{l} N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R \\ Q \subseteq R \end{array} \right.$$



نمودار ون

اگر $a < b$ دو عدد حقیقی و باشد ، حالت های زیر را داریم :

نمایش بازه	نمایش مجموعه ای	نمایش هندسی
(a, b)	$\{x a < x < b\}$	
$[a, b]$	$\{x a \leq x \leq b\}$	
$[a, b)$	$\{x a \leq x < b\}$	
$(a, b]$	$\{x a < x \leq b\}$	
$(-\infty, a]$	$\{x x \leq a\}$	
$(a, +\infty)$	$\{x x > a\}$	
$(-\infty, +\infty)$	\mathbb{R}	

تست : در بازه $i (3, -2)$ چند عدد صحیح ، چند عدد حسابی و چند عدد طبیعی وجود دارد؟

۱) ۵ و ۳ و ۲ و ۳ و ۴ و ۳ و ۵ و ۳ و ۱

حل : گزینه i ۳ . اعداد صحیح $\pm 1, \pm 2, 0$ در این بازه هستند پس ۵ عدد صحیح و ۳ عدد حسابی و ۲ عدد طبیعی

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

اجتماع دو مجموعه : اجتماع دو مجموعه i A و B را پا نماد $A \cup B$ نشان می دهند.

$$A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$$

اشتراک دو مجموعه : اشتراک دو مجموعه i A و B را پا نماد $A \cap B$ نشان می دهند

$$A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$$

تفاضل دو مجموعه : مجموعه i $A - B$ تفاضل دو مجموعه i A و B است .

تعريف : مجموعه ای که تعداد اعضای آن برابر یک عدد حسابی باشد مجموعه ای متناهی می نامیم و مجموعه ای که متناهی نباشد نامتناهی است.

عدد اصلی یک مجموعه : تعداد اعضای یک مجموعه ای متناهی A را عدد اصلی و با $n(A)$ نمایش می دهند.

مثال : $i < x < 1$ یک مجموعه ای نامتناهی است.

تعريف : در هر مبحث مجموعه ای که همه ای مجموعه های مورد بحث زیر مجموعه آن باشد مجموعه ای مرجع می نامند و با U نشان داده می شود.

تعريف : هرگاه U مجموعه ای مرجع باشد و $A \subseteq U$ ، آنگاه A را متمم A می نامیم و آن را با \bar{A} نشان می دهیم.

نکته : اگر مجموعه ای مرجع متناهی باشد تمام مجموعه ها و متمم آن های نیز متناهی اند . وقتی مجموعه نامتناهی باشد نمی توان نظر داد.

$$A \cup B \subseteq C \text{ آنگاه } A \subseteq C, B \subseteq C \text{ اگر-۱}$$

-برای هر سه مجموعه A, B, C داریم

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \quad \text{پ} \quad A \cup A = A \quad \text{ب} \quad A \cup \emptyset = A \quad \text{الف}$$

$$A \cup B = B \text{ آنگاه } A \subseteq B \text{ اگر-۲}$$

-برای هر سه مجموعه A, B, C داریم

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \quad \text{پ} \quad A \cap A = A \quad \text{ب} \quad A \cap \emptyset = \emptyset \quad \text{الف}$$

$$A \cap B = A \subseteq B \text{ آنگاه اگر-۳}$$

$$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases} \text{ برای هر سه مجموعه } A, B, C \text{ داریم:}$$

-اگر B و A دو زیر مجموعه از U باشند داریم :

$$(\bar{A}) = A \quad \text{پ} \quad \bar{\bar{U}} = \emptyset \quad \text{ب} \quad \bar{\emptyset} = U \quad \text{الف}$$

$$\bar{B} \subseteq \bar{A} \text{ آنگاه } A \subseteq B \quad \text{ث} \quad A - B = A \cap \bar{B}, \bar{A} - \bar{B} = B - A \quad \text{ت}$$

$$A \cup \bar{A} = U \quad \text{ج} \quad A \cap \bar{A} = \emptyset \quad \text{ج}$$

$$(A \cap \bar{B}) = \bar{A} \cup \bar{B} \quad \text{خ} \quad (A \cup \bar{B}) = \bar{A} \cap \bar{B} \quad \text{خ}$$

تعريف : دو مجموعه A و B اشتراک آنها را که هم مجموعه A و B است، دو مجموعه A و B نامند.

$$\begin{cases} n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \\ n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \end{cases} \text{ برای هر دو مجموعه متناهی:}$$

ب) برای هر سه مجموعه متناهی :

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n((A \cap B) - C) = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C)$$

مثال: تعداد ارقام دو رقمی که بر ۷ بخش پذیرند ولی بر ۱۱ بخش پذیر نیستند چقدر است؟

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = \left[\left(\frac{99}{7} - \frac{9}{7} \right) \right] - \left[\left(\frac{99}{11} - \frac{9}{11} \right) \right] = (14 - 1) - (1 - 0) = 12$$

در مثال بالا برای پیدا کردن تعداد اعداد دو رقمی بخش پذیر بر ۷ باید خارج قسمت صحیح تقسیم عدد ۹۹ بر ۷ را بیابیم.

تست: از ۵۱ دانش آموز کلاس دهم، ۸ نفر در دو کلاس تقویتی ریاضی و فیزیک و ۳۳ نفر در هیچ کلاسی نباشند، تعداد نفرات کلاس فیزیک کدام عدد می تواند باشد؟

۵۱

۴۸ (۴)

۲۸ (۳)

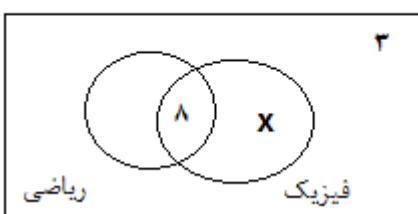
۲۳ (۲)

۱۵ (۱)

حل: گزینه ۲ . نمودار ون مقابله را ببینید.

با توجه به شکل داوطلبان کلاس فیزیک برابر است با :

$$x = 51 - 8 - 25 - 3 = 15 \rightarrow \text{فیزیک} = x + 8 = 15 + 8 = 23$$



تعريف: اگر در یک دنباله ، اختلاف هر دو جمله‌ی متولای عدد ثابتی باشد آن را الگوی خطی می‌نامیم . جمله‌ی عمومی الگوی خطی به صورت $t_n = an + b$ می‌باشد .

$$1, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, \dots$$

مثال: جمله‌ی $\frac{1}{n}$ دنباله مقابله را به دست آورید.

$$a = 1, d = -\frac{1}{2} : a_n = 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)(n-1) = \frac{3}{2} - \frac{n}{2}$$

مثال: جمله‌ی عمومی دنباله‌ی $\dots, 10, 13, 16, 19$ را به دست آورید.

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

تعريف: اگر جمله‌ی عمومی یک الگو درجه دوم باشد ، آن را الگوی درجه دوم می‌نامیم . این الگو به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ می‌باشد .

نکته: در یک دنباله‌ی درجه دوم ، اگر اختلاف هر دو جمله‌ی متولای را بنویسیم ، یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت $2a$ ایجاد می‌شود.

رابطه‌ی بازگشتی: اگر در یک دنباله مشاهده کنیم که بین هر جمله و با جملات قبل از آن رابطه‌ای برقرار است رابطه‌ی حاصله را بازگشتی می‌نامیم باید در نظر داشته باشیم که در رابطه‌های بازگشتی باید جمله‌ی اول یا گاهی 2 جمله‌ی اول باید مشخص باشند.

تست: مجموع 50 جمله‌ی اول دنباله با جمله‌ی عمومی $a_n = 1 + (-1)^n$ برابر است با :

$$100(4) \quad 75(3) \quad 50(2) \quad 25(1)$$

حل: چون $\sum_{n=1}^{50} (-1)^n$ پس جمع هر دو جمله‌ی متولای 2 است که در 50 جمله 25 جفت جمله داریم و جواب 50 خواهد بود.

تست: در الگوی زیر جمله‌ی عمومی تعداد مربع‌ها کدام است؟

$$n^2 + 2(2) \quad n^2 + n(1)$$

$$n^2 - 2(4) \quad n^2 - n(3)$$

حل: اگر تعداد مربع‌ها را بنویسیم داریم: $\dots, 1+2, 4+2, 9+2, 16+2, \dots$ که با این استدلال گزینه 2 درست است.

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

مجموع اعداد طبیعی از 1 تا n برابر است با :

$$S_n = 1 + 3 + \dots + (2n-1) = n^2$$

مجموع اعداد طبیعی فرد از 1 تا $2n-1$ برابر است با :

تعريف: دنباله‌ای که هر جمله‌ی آن (غیر از جمله‌ی اول) از افزودن یک مقدار ثابت به جمله‌ی قبلی به دست می‌آید را دنباله‌ی حسابی می‌نامیم و به این مقدار ثابت قدر نسبت می‌گوییم .

اگر اولین جمله‌ی یک دنباله‌ی حسابی a و قدر نسبت این دنباله d باشد . جملات این دنباله به شکل زیر خواهد بود :

$$a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+(n-1)d$$

جمله‌ی n ام این دنباله $a + (n-1)d$ است.

نکته: در دنباله‌ی حسابی اگر قدر نسبت مثبت باشد جمله‌های دنباله به اندازه‌ی دنباله به اندازه‌ی ثابتی کاهش می‌یابند.

$$d = \frac{a_m - a}{m-n} \quad \text{نکته: اگر } a_m, a_n \text{ دو جمله‌ی دلخواه و } n > m \text{ فرض شود، آن‌گاه قدر نسبت از رابطه‌ی روبه رو به دست می‌آید.}$$

تست: جمله‌ی چهارم یک دنباله‌ی حسابی ۸ و جمله‌ی هفتم این دنباله ۱۴ می‌باشد، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

$$d = \frac{a_m - a}{m-n} = \frac{a_7 - a_4}{7-4} = \frac{14-8}{3} = 2 \quad \text{حل:}$$

نکته: اضافه‌ی کم کردن یک عدد ثابت به تمامی جملات یک دنباله‌ی حسابی، تغییری را در قدر نسبت ایجاد نمی‌کند.

نکته: اگر جملات یک دنباله‌ی حسابی را در عددی غیر از صفر ضرب کنیم، قدر نسبت در همان عدد ضرب می‌شود.

درج n واسطه‌ی حسابی بین دو عدد:

$$d = \frac{b-a}{n+1} \quad \text{اگر بخواهیم بین دو عدد } a \text{ و } b, n \text{ واسطه‌ی حسابی قرار دهیم که با آن‌ها تشکیل دنباله‌ی حسابی بدene، آن‌گاه قدر نسبت دنباله‌ی حاصل برابر خواهد بود با:}$$

تست: اعداد ... ۲، ۴، $a, b, \frac{7}{2}$ چهار جمله‌ی اول دنباله‌ی عددی اند. $a \times b$ کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۵ ۳) ۷۷ ۴) ۷۷

$$d = \frac{b-a}{n+1} = \frac{\frac{7}{2}-2}{2+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \dots \Rightarrow a \times b = \frac{5}{2} \times 3 = \frac{15}{2} \quad \text{حل: بین } 2 \text{ و } \frac{7}{2} \text{ دو واسطه‌ی حسابی قرار خواهد گفت پس}$$

$$2b = a + c \quad \text{یا} \quad b = \frac{a+c}{2} \quad \text{نکته: اگر سه عدد } a, b, c \text{ تشکیل دنباله‌ی حسابی بدene آن‌گاه}$$

تست: اگر $a+14, a+21, a+28$ سه جمله‌ی متولی یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a باشند جمله‌ی چهارم کدام است؟

۱) ۴۷ ۲) ۴۳ ۳) ۴۵ ۴) ۴۶

$$2b = a + c \Rightarrow 2(21) = a + a + 14 \Rightarrow a = 14 \Rightarrow a_4 = 14 + 3 \times 7 = 35 \quad \text{حل:}$$

مجموع جملات دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی $d = a + (n-1)d$ از جمله‌ی اول تا n ام برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d) = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

قسمت اول زمانی قابل استفاده است که جمله‌ی اول و قدر نسبت را داریم و قسمت دوم زمانی قابل استفاده است که جمله‌ی اول و آخر را داشته باشیم.

تست: در دنباله‌ی حسابی $\{a_n\}$ می‌دانیم $a_7 + a_{16} = 42$. مجموع ۲۲ جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

۱) ۴۶۲ ۲) ۴۵۶ ۳) ۵۴۲ ۴) ۵۲۴

$$a_7 + a_{16} = a_1 + 6d + a_1 + 15d = 2a_1 + 21d = 42$$

می‌دانیم: $a_n = a + (n-1)d$

$$S_{22} = \frac{n}{2} (2a_1 + 21d) = 11 \times 42 = 462$$

از طرفی طبق نکته بالا:

نکته: اگر فقط تعداد جملات یک تصاعد عددی فرد باشد ، در این صورت :

$$S_n = n \times \left(\text{جمله وسط} \right) \quad \text{یا} \quad S_{2n-1} = 2n - 1 \times a_n$$

تست: اگر $a_n = 3n + 1$ باشد ، مجموع ۱۵ جمله ای اول کدام است؟

۳۷۵ (۴)

۳۷۷ (۳)

۳۷۳ (۲)

۳۷۰ (۱)

حل: چون تعداد جملات ۱۵ تا است پس از رابطه ای $S_{2n-1} = 2n - 1 \times a_n$ استفاده می کنیم :

$$S_{15} = S_{1 \times 8 - 1} = 15 \times (3 \times 8 + 1) = 375$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

نکته: در دنباله ای حسابی جمله ای عمومی از رابطه ای رو به رو نیز به دست می آید :

نتیجه: مجموع جملات m تا n ام یک دنباله ای حسابی به شرط ($m < n$) از رابطه ای $S_n - S_{m-1}$ به دست می آید.

$$m + n = p + k \Rightarrow a_m + a_n = a_p + a_k$$

نکته: در دنباله ای حسابی رابطه ای رو به رو برقرار است:

تست: در یک دنباله ای حسابی مجموع جملات ششم و چهاردهم ۱۰۰ می باشد . جمله ای دهم کدام است؟

۶۰ (۴)

۷۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

$$14 + 6 = 10 + 10 \Rightarrow a_{14} + a_6 = a_{10} + a_{10} = 100 \Rightarrow a_{10} = 50$$

حل:

نکته: اگر مجموع n جمله ای اول به صورت $S_n = An^r + Bn$ بیان شده باشد برای یافتن a_1 کافیست که $n=1$ قرار دهیم و $d=2A$

تست: اگر $S_n = \frac{n(9n-5)}{12}$ باشد قدر نسبت دنباله ای حسابی کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{4}{5}$ (۲)

$\frac{5}{4}$ (۱)

تعریف: در دنباله ای هندسی هر جمله (غیر از جمله ای اول) با ضرب یک مقدار ثابت مانند q در جمله ای قبلی به دست می آید q را قدر نسبت این دنباله می نامند . اگر اولین جمله ای یک دنباله ای هندسی a و قدر نسبت آن q باشد جملات این دنباله به شکل رو به رو خواهد بود :

$$a, aq, aq^2, aq^3, \dots, aq^{(n-1)}$$

جمله ای n ام این دنباله $aq^{(n-1)}$ است .

نکته: قدر نسبت دنباله ای هندسی از تقسیم هر جمله بر جمله ای قبلی به دست می آید.

تست: جمله ای پنجم دنباله ای هندسی ای که جمله ای سوم آن ۳۶ و جمله ای ششم آن ۹۷۲ باشد کدام است؟

۳۳۶ (۴)

۳۲۴ (۳)

۳۳۴ (۲)

۳۲۷ (۱)

$$\frac{a_5}{a_3} = \frac{aq^4}{aq^2} = \frac{972}{36} \Rightarrow q^2 = 27 \Rightarrow q = 3, a = 4 \Rightarrow aq^4 = 324$$

حل:

نکته: اگر قدر نسبت بیشتر از یک باشد دنباله هندسی افزایشی و اگر قدر نسبت بین صفر و یک باشد دنباله کاهش است.

درج n واسطه‌ی هندسی: اگر بخواهیم بین دو عدد a و b ، عدد چنان درج کنیم که این n عدد با a و b تشکیل دنباله‌ی هندسی بدهند قدر نسبت این دنباله از رابطه‌ی مقابله به دست می‌ید:

$$q = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$$

تذکر: اگر $n+1$ زوج باشد، آنگاه $q = \pm \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$

تست: بین دو عدد ۲ و ۱۶۲، عدد چنان درج کرده ایم که ۵ جمله‌ی حاصل تشکیل دنباله‌ی هندسی دهد. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

۴ (۴)

± 1 (۳)

-۲ (۲)

± 3 (۱)

$$q = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}} = \sqrt[5]{\frac{162}{2}} = 81 \Rightarrow q = \pm 2$$

حل:

نکته: اگر am, ap, aq سه جمله‌ی از یک دنباله‌ی هندسی باشند، به شرطی که $2p = mq$ آن گاه $2p = mq$ می‌نماییم و

واسطه‌ی هندسی دو عدد: اگر a, b, c سه جمله‌ی متولی یک دنباله‌ی هندسی باشند b را واسطه‌ی هندسی دو عدد a و c می‌نماییم و

داریم: $b^r = ac$

مثال: X را چنان تعیین کنید که ۳ جمله‌ی $12x^4, 5x, 2x+1$ به ترتیب سه جمله‌ی متولی یک دنباله‌ی هندسی باشند؟

$$b^r = ac \Rightarrow (5x)^r = (12x^4)(2x+1) \Rightarrow x = 2$$

نکته: دنباله‌ای که هم حسابی و هم هندسی باشد، دنباله‌ی ثابت است.

نکته: اگر a^k, a^p, a^m سه جمله‌ی متولی یک دنباله‌ی هندسی باشند در این صورت توان‌های این اعداد یعنی k, p, m سه جمله‌ی متولی یک دنباله‌ی حسابی هستند و می‌توان نوشت $2p = m + k$

تست: اگر $2^x, 2^x, 2^x$ سه جمله‌ی متولی دنباله‌ی هندسی باشند مقدار x کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

$$4, 2^x, 2^x \Rightarrow 2^x, 2^x, 2^x$$

حل:

چون این اعداد با پایه‌های مساوی تشکیل دنباله‌ی هندسی داده‌اند پس می‌توان آن‌ها را در رابطه‌ی $m + k = 2p$ قرار داد.

$$2x = 2 + 6 \Rightarrow x = 4$$

$$p_n = (a_k)^n$$

نکته: اگر در یک دنباله‌ی هندسی تعداد جملات فرد باشد و جمله‌ی وسط a_k باشد حاصل ضرب جملات برابر:

تست: هرگاه جمله‌ی پنجم یک دنباله‌ی هندسی باشد حاصل ضرب ۹ جمله‌ی اول کدام است؟

۲۹ (۴)

۳۹ (۳)

۳۱۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

$$p_5 = (a_5)^5 = 3^9$$

حل: چون ۵ وسط اندیق پس:

$$S_n = a \frac{q^{n-1} - 1}{q - 1}$$

در دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a و قدر نسبت q مجموع n جمله‌ی اول برابر است با:

تست: در یک دنباله‌ی هندسی مجموع شش جمله‌ی اول $\frac{19}{27}$ برابر مجموع سه جمله‌ی اول آن است. قدر نسبت کدام است؟

$$\frac{-4}{3}$$

$$\frac{-2}{3}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{4}$$

حل : طبق فرض $S_2 = \frac{19}{27}$ حال داریم :

$$x_1 = -\frac{\lambda}{27} \text{ و } x_2 = -\frac{\lambda}{27}, x_3 = 1 \quad a_1 \frac{q^6 - 1}{q - 1} = \frac{19}{27} \times a_1 \frac{q^3 - 1}{q - 1} \rightarrow q^6 - 1 = \frac{19}{27} (q^3 - 1) \stackrel{q^3=x}{\rightarrow} 27x^2 - 27 = 19x - 19$$

قابل است پس $-q = \frac{2}{3}$ و گزینه ۲ درست است.

$$\frac{S_n}{S_n} = q^n + 1$$

نکته : اگر در یک دنباله‌ی هندسی مجموع n جمله‌ی اول را با نماد S_n نمایش دهیم داریم :

تست : در یک دنباله‌ی هندسی مجموع ۸ جمله‌ی اول، $\frac{5}{4}$ برابر مجموع چهار جمله‌ی اول است جمله‌ی ششم چند برابر جمله‌ی اول است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{18} (4) \quad \frac{\sqrt{2}}{19} (3) \quad \frac{\sqrt{2}}{16} (2) \quad \frac{\sqrt{2}}{13} (1)$$

$$S_8 = \frac{5}{4} S_4 \Rightarrow \frac{S_8}{S_4} = \frac{5}{4} \Rightarrow q^4 + 1 = \frac{5}{4} \quad q = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = q^{c-1} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = q^5 \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \left(\pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^5 \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{\sqrt{2}}{16}$$

حد مجموع

در حالت کلی اگر دنباله‌ی هندسی $\{a_n\}$ با شرط $1 < |q|$ را در نظر بگیریم در مجموع $S_n = a_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$ وقتی n بسیار بزرگ می‌شود به جای q^n می‌توانیم عدد صفر را قرار دهیم . به این ترتیب مجموع همه‌ی جملات دنباله به دست می‌آید.

قضیه : مجموع همه‌ی جملات دنباله‌ی هندسی $\{a_n\}$ با تعریف $a_n = a_1 a^{n-1}$ به شرط اینکه $1 < |q|$ برابر است با :

مثال: عدد گویای بسط اعشاری ... $= a$ را به شکل $\frac{p}{q}$ بنویسید که p و q دو عدد طبیعی نسبت به هم اول اند.

حل : بسط را می‌توانیم به این صورت به شکل مجموع جملات یک دنباله‌ی هندسی بنویسیم .

$$a = \frac{6}{10} + \frac{6}{100} + \frac{6}{1000} + \dots$$

يعني دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول $\frac{6}{10}$ و قدر نسبت $\frac{1}{10}$ پس مجموع همه‌ی جملات برابر است با :

$$a = \frac{6}{10} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \rightarrow p = 2, q = 3$$

مجموع اعداد مربع کامل متولی یعنی $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots$ دنباله‌ای حسابی یا هندسی تشکیل نمی‌دهند ولی لازم است فرمول مجموع آن‌ها بدانید که در بعضی از مسائل ظاهر می‌شوند. با توجه به این که $k^2 = k + k + \dots + k$ می‌توانیم مجموع اعداد مربع کامل متولی از ۱ تا n^2 را به تعدادی مجموع دنباله‌ی حسابی تبدیل کنیم

$$S_n = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

مجموع اعداد مربع کامل از ۱ تا n^2 برابر است با :

مثال حاصل مجموع زیر را به دست آورید.

$$S = \frac{1}{1} + \frac{1}{2}(1^2 + 2^2) + \frac{1}{3}(1^2 + 2^2 + 3^2) + \frac{1}{4}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) + \dots + \frac{1}{n^2}(1^2 + 2^2 + \dots + n^2)$$

حل : اگر قرار دهیم $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$ آنگاه مجموع بالا همان S_n است داریم :

$$a_n = \frac{1}{n(n+1)} \times \frac{n(n+1)(n+2)}{6} = \frac{n+1}{6}$$

$$s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{2 \times 1 + 1}{6} + \frac{2 \times 2 + 1}{6} + \dots + \frac{2 \times 6 + 1}{6} = 62.$$

تست های فصل اول

- اگر A مجموعه‌ی اعداد طبیعی مضرب ۳ و B مجموعه‌ی اعداد صحیح با قدر مطلق کم تر از ۱۰۰ باشد، کدام مجموعه در \mathbb{Z} باپایان است؟

$A \cup B$ (۴)

$A \cap B$ (۳)

$\bar{A} \cup B$ (۲)

$A \cap \bar{B}$ (۱)

- تعداد اعضای کدام مجموعه کم تر است؟

(۱) اعداد اول کم تر از ۲۰

(۲) مقسم علیه های صحیح ۶

(۳) کدام مجموعه نامتناهی است؟

(۴) مثلث های با مساحت ۶

(۵) خط های گذرنده از مبدا

(۶) خط های با شیب ۲ و گذرنده از مبدا

(۷) کدام جمله درست است؟ (۸) مجموعه‌ی مرجع است

(۸) اگر A نامتناهی باشد \bar{A} حتماً متناهی است.

و N متناهی باشد $A \cup B$ برابر با N است.

- کدام مجموعه دارای بزرگ ترین عضو است؟

(۹) $(2, +\infty)$ (۲) (۱۰) \mathbb{Z}

- اشتراک دو مجموعه‌ی $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$ و $(-5, 4)$ چند عضوی است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)

- اگر $A = (-3, 1)$ و $B = (0, 4)$ آنگاه $C = (-2, 2)$ دارای چند عضو صحیح است؟

۱ (۴)

۳ (۲)

۴ (۱)

- اگر هیچ یک از مجموعه‌های $\cap A$ و $(-1, 2)$ و $(-1, 2)$ تهی نباشد، کدام باره به عنوان A مورد قبول است؟

(۱۱) (۴)

(-1, 1) (۳)

(0, 2) (۲)

(0, 3) (۱)

- اگر A مجموعه‌ی عدد دو رقمی و $B = \{yk : k \in A\}$ باشد، آن گاه مجموعه‌ی $A \cap B$ چند عضو دارد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

- اگر $B = \{a, b\}$ و $A = \{ab, \{a\}, \{a, b\}\}$ باشد مجموعه‌ی $\{B\} - \{B\}$ چند عضو دارد؟ (کنکور ۸۹)

۱۵ (۴)

۳۱ (۳)

۷ (۲)

۳ (۱)

- متمم مجموعه‌ی $(B - A)^c$ نسبت به مجموعه‌ی جهانی کدام است؟

B (۴)

A (۳)

$A \cap B$ (۲)

$A \cup B$ (۱)

۱۲-اگر مجموعه i مرجع دارای ۲۲ عضو و دو زیر مجموعه i و B در آن دارای ۱۷ و ۱۲ عضو باشند ، $A-B$ حداکثر چند عضو دارد؟

۷۶۴

۱۷۳

۱۰۲

۱۲۱

۱۳-اگر A و B دو مجموعه i غیر تهی باشند ، $(A \cap \bar{B}) - (B - A)$ برابر کدام مجموعه است؟

$A - B$ (۴)

$A \cap B$ (۳)

Ø (۲)

\bar{B} (۱)

۱۴-متهم مجموعه i کدام است؟ $[A - (A - B)] \cup (A \cap B)'$

Ø (۴)

$\bar{A} \cup \bar{B}$ (۳)

\bar{B} (۲)

A (۱)

۱۵-اگر A و B دو مجموعه i غیر تهی باشند ، مجموعه i $[A \cup (A \cap B)]' \cap [(B \cap A) \cup (B - A)]$ برابر کدام است؟

Ø (۴)

\bar{A} (۳)

$(A - B)'$ (۲)

$\bar{A} - \bar{B}$ (۱)

۱۶-اگر مجموعه A دارای ۵ عضو ، مجموعه i B دارای ۶ عضو و مجموعه i $A \cap B$ دارای ۲ عضو باشد ، مجموعه i $(A \cap \bar{B}) \cup (A \cup \bar{B})'$ چند عضو دارد؟

۱۰۴

۸ (۳)

۹ (۲)

۷ (۱)

۱۷-مجموعه A دارای ۱۴ عضو ، مجموعه i B دارای ۱۷ عضو و مجموعه i $A \cap B$ دارای ۵ عضو باشد . چند عضو فقط در یکی از این دو مجموعه هستند؟ (کنکور ۸۱)

۲۲۴

۲۱۳

۲۰۲

۱۹۱

۱۸-اجتمان دو مجموعه i A و B دارای ۴ عضو است . مجموعه های $(A - B)$ ، $(B - A)$ و ۱۸ عضو هستند . اگر از هر یک از مجموعه های A و B ، ۹ عضو برداشته شود ، از مجموعه i اشتراک آن ها ۴ عضو کم می شود . تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه i جدید کدام است؟

۲۶۴

۲۴۳

۲۳۲

۲۲۱

۱۹-جملات دوم و سوم یک الگوی خطی ۳ و ۷ هستند . جمله i هشتم چند برابر جمله i پنجم است؟

۱/۶ (۴)

۱/۷ (۳)

۱/۸ (۲)

۱/۹ (۱)

۲۰-اگر $S_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2}$ باشد ، آن گاه جمله i صدم دنباله با جمله i عمومی S_n چگونه است؟

۰/۵ (۴)

۰/۵۰۵ (۳)

۰/۰۵ (۲)

۰/۰۰۲ (۱)

ایران لئوپل

توضیحاتی برای موقعیت

درآرایه i لوزی مقابل ، تعداد صفرهای توپر در جمله i یازدهم کدام است؟

۶۲ (۲)

۶۱ (۱)

۶۴ (۴)

۶۳ (۳)

۲۲-در دنباله i اعداد 1 ، $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$ ، $a_1 = 1$ ، جمله i بیست و سوم کدام است؟

۵۷۶ (۴)

۵۲۹ (۳)

۵۱۷ (۲)

۴۸۴ (۱)

۲۳-اعداد فرد طبیعی را طوری دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر شماره i آن باشد :

((... (۱۱) و (۹۹) : دسته i سوم (۵۵) : دسته i دوم (۱۱) : دسته i اول)) مجموع جملات در دسته دهم کدام است؟

۱۲۹۶ (۴)

۱۳۳۱ (۳)

۷۲۹ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

۲۴-بزرگ ترین و کوچک ترین جمله i دنباله i $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ چه قدر اختلاف دارند؟

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

$1^3 - 2^3 + 3^3$

$2^3 - 3^3 + 4^3$

...

۲۵-بر طبق الگوی مقابل ، حاصل سطر چهارم کدام است؟ (کنکور ۸۴)

۲۷ (۱)

۲۸ (۲)

۲۹ (۳)

۳۰ (۴)

-۲۶- اعداد طبیعی را به طریقی دسته بندی می کنیم که آخرین جمله‌ی هر دسته، مجذور کامل باشد: ... (۱)، اختلاف جملات آخر و اول در دسته‌ی دهم کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۷ (۲)

۱۹ (۱)

-۲۷- در یک دنباله‌ی حسابی اگر جمله‌ی سوم 8 و قدر نسبت برابر $1/5$ باشد، جمله‌ی سیزدهم کدام است؟

۲۱ (۴)

۲۲/۵ (۳)

۲۳ (۲)

۲۴/۵ (۱)

-۲۸- در ۲۰ جمله‌ی اول از دنباله‌ی حسابی، مجموع جملات اول و سوم و پنجم و ... برابر 135 و مجموع جملات دوم و چهارم و ششم و ... برابر 150 می‌باشد. قدر نسبت کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۰/۷۵ (۲)

۱/۵ (۱)

-۲۹- در دنباله‌ی حسابی $a_1 = 3 + \sqrt{2}$ و $a_2 = 5 + \sqrt{2}$ ، مجموع چهار جمله‌ی چهارم چقدر از مجموع چهار جمله‌ی دوم بیشتر است؟

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۶۴ (۲)

۸ (۱)

-۳۰- در دنباله‌ی حسابی $a_1 = 5$ و $d=3$. جمله‌ی n چقدر از جمله‌ی $n+1$ ام دنباله‌ی حسابی دو باشد؟

n-1 (۴)

n (۳)

n+1 (۲)

1 (۱)

-۳۱- در یک دنباله‌ی حسابی $a_{15} = 3$ و $a_8 = -2$ است. حاصل $a_{13} + a_9 + a_5 + a_6$ چقدر است؟

-۶۷
۶ (۴)-۵
۶ (۳)-۲۷
۶ (۲)-۵۵
۶ (۱)

-۳۲- در یک دنباله‌ی حسابی بین جملات رابطه‌ی $8 = a_1 + 3a_2 - 5a_3 - 2a_4 - 3a_5$ برقرار است. حاصل $5a_1 - 3a_2 - 2a_3 - 5a_4$ کدام است؟

۸ (۴)

۱
۷ (۳)-۸
۷ (۲)

-۸ (۱)

-۳۳- در یک دنباله‌ی حسابی اگر $a_1 = 5$ و $a_3 = 9$ ، آنگاه $a_7 + a_8 + a_9$ چقدر است؟ (کنکور خارج از کشور ۸۶)

۷۵ (۴)

۵۷ (۳)

۳۸ (۲)

۱۹ (۱)

-۳۴- در دنباله‌ی حسابی $a_1 = 1$ و $a_2 = \frac{5}{3}$ ، حاصل $\frac{a_{15} + a_{17} + a_{19}}{a_{23} + a_{25} + a_{27}}$ کدام است؟

۲۱
۱۷ (۴)۷
۱۷ (۳)۱۰۵
۷۱ (۲)۳۵
۷۱ (۱)

-۳۵- در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات اول، دوم و سوم برابر 13 و مجموع جملات هفتم، هشتم و نهم برابر 48 است. قدر نسبت دنباله چقدر است؟

۱۴۴ (۴)

۱۶۹ (۳)

۱۸۹ (۲)

171 (۱)

-۳۶- عدد، جملات متولی از دنباله‌ی حسابی اند. مجموع 5 جمله‌ی اول 55 و مجموع 5 جمله‌ی آخر 130 است. کوچک ترین این اعداد

کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

-۳۷- در یک دنباله‌ی عددی، مجموع 4 جمله‌ی اول 15 و مجموع پنج جمله‌ی بعدی آن 30 می‌باشد. جمله‌ی یازدهم این دنباله کدام است؟ (کنکور خارج از کشور ۸۵)

۹ (۴)

۸/۵ (۳)

۸ (۲)

۷/۵ (۱)

-۳۸- در دنباله‌ی حسابی ... $-20, -26, x, -20$... بزرگ ترین جمله‌ی منفی کدام است؟

-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

-۳۹- در یک مثلث قائم الزاویه، طول اضلاع دنباله‌ی حسابی می‌سازند. وتر چند برابر محیط است؟

۵
۱۳ (۴)۵
۱۲ (۳)۵
۸ (۲)۵
۷ (۱)

-۴۰- در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی سوم 10 و جمله‌ی هفتم 40 است. جمله‌ی اول کدام است؟

$$\frac{5}{4}(4)$$

$$5(3)$$

$$25(2)$$

$$\sqrt{5}(1)$$

-۴۱- در یک دنباله‌ی هندسی $a_1, a_2, a_3, a_4 = 8$ ، حاصل a_5 کدام است؟

$$16(4)$$

$$2(3)$$

$$8(2)$$

$$4(1)$$

-۴۲- در یک دنباله‌ی هندسی قدر نسبت برابر $\frac{1}{2}$ است. مجموع جملات پنجم و هفتم چند برابر مجموع جملات هشتم و دهم است؟

$$\frac{1}{2}(4)$$

$$2(3)$$

$$8(2)$$

$$\frac{1}{8}(1)$$

-۴۳- در دنباله‌ی هندسی $\dots, \frac{1}{7}, \frac{2}{5}, \dots$ ، مجموع پنج جمله‌ی اول چند برابر مجموع پنج جمله‌ی دوم است؟

$$25(4)$$

$$2(3)$$

$$2(2)$$

$$210(1)$$

-۴۴- در یک دنباله‌ی هندس حاصل ضرب جملات هشتم و بیستم برابر 108 است. اگر جمله‌ی سیزدهم 9 باشد، جمله‌ی یازدهم کدام است؟

$$7/5(4)$$

$$7/25(3)$$

$$7(2)$$

$$6/75(1)$$

-۴۵- در یک دنباله‌ی هندسی 6 جمله‌ای، مجموع دو جمله‌ی اول 81 و مجموع دو جمله‌ی آخر 16 می‌باشد. جمله‌ی اول کدام است؟

$$21/6(4)$$

$$33/6(3)$$

$$44/6(2)$$

$$48/6(1)$$

-۴۶- در یک دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت $q=2$ ، مجموع شش جمله‌ی اول، چند برابر مجموع 3 جمله‌ی اول است؟

$$9(4)$$

$$8(3)$$

$$7(2)$$

$$6(1)$$

-۴۷- اعداد $2^a, 2^b, 4\sqrt{2}, 4\sqrt[3]{2}$ سه جمله‌ی متولی از دنباله‌ی هندسی اند. واسطه‌ی حسابی بین a و b کدام است؟

$$\sqrt{7}(4)$$

$$1/5(3)$$

$$2(2)$$

$$2/5(1)$$

-۴۸- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع سه جمله‌ی متولی 19 و حاصل ضرب آن‌ها 216 است. تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این 3 عدد کدام است؟

$$7(4)$$

$$6(3)$$

$$5(2)$$

$$4(1)$$

-۴۹- در یک دنباله‌ی هندسی مشتبث به صورت $4, a, 9, b, \dots$ مجموع 4 جمله‌ی اول کدام است؟

$$34/5(4)$$

$$33/5(3)$$

$$32/5(2)$$

$$31/5(1)$$

-۵۰- بین دو عدد 324 و 4 ، سه عدد چنان درج شده است که پنج عدد حاصل تشکیل یک دنباله‌ی هندسی دهد. مجموع این سه عدد مشتبث کدام است؟

$$148(4)$$

$$156(3)$$

$$184(2)$$

$$182(1)$$

-۵۱- در دو دنباله‌ی حسابی به صورت‌های $2, 7, 12, \dots$ و $8, 11, 14, \dots$ ، چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

$$61(4)$$

$$60(3)$$

$$59(2)$$

$$58(1)$$

-۵۲- اگر S_n مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی و سه جمله‌ی اول دنباله‌ی S_n به صورت $3, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ باشد، جمله‌ی چهارم دنباله‌ی S_n کدام است؟

$$5(4)$$

$$\frac{9}{2}(3)$$

$$4(2)$$

$$\frac{7}{2}(1)$$

-۵۳- به ازای یک مقدار X ، اعداد $-X, X, -X+X, X-X$ ، به ترتیب سه جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی مشتبث هستند. حمله‌ی بعدی این دنباله کدام است؟

$$\frac{1}{2}(4)$$

$$\frac{4}{3}(3)$$

$$\frac{2}{3}(2)$$

$$1(1)$$

۵۴- در یک دنباله‌ی حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند، چندمین جمله‌ی این دنباله صفر است؟

۱۲(۴)

۱۱(۳)

۱۰(۲)

۹(۱)

آزمون آمادگی فصل اول

۱- مجموع تعداد زیر مجموعه‌های $n+5$ و $n+3$ عضوی از مجموع تعداد زیر مجموعه‌های دو مجموعه $n+1$ و $n+2$ واحد بیشتر است. مقدار n کدام است؟

۷(۴)

۶(۳)

۵(۲)

۴(۱)

۲- اگر $(A-B) \subseteq (B-A)$ باشد، کدام حکم لزوماً در مورد B و A درست است؟

$B' \subseteq A'$ (۴)

$A \subseteq B'$ (۳)

$A = \{ \} \cup \{ \}$ (۲)

$A = B$ (۱)

۳- دو مجموعه $B = \{k, k+1, k+2, \dots, 14, 15, 16\}$ و $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ دارای ۲۰ عضوی مشترک هستند.

مقدار k چقدر است؟

۵(۴)

۷(۳)

۸(۲)

۶(۱)

۴- اگر $\{1\} = A_1, \{2, 3\} = A_2, \{4, 5, 6\} = A_3$ و ... مجموعه‌هایی باشند که کمترین عضو هر مجموعه یک واحد بیشتر از بزرگترین عضو مجموعه‌ی

و مجموعه n ام دارای n عضو باشد. در این صورت مجموع اعضای A_{21} کدام است؟

۵۳۳۶(۴)

۵۰۸۲(۳)

۴۶۴۱(۲)

۱۱۱۳(۱)

۵- تمام زیر مجموعه‌های مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ را نوشته ایم. سپس مجموع اعضای هر مجموع را حساب می‌کنیم و تمام این مقادیر را

باهم جمع می‌کنیم. حاصل جمع به دست آمده چند است؟

۱۹۵۶(۴)

۱۷۹۲(۳)

۳۵۸۴(۲)

۳۲۳۰(۱)

۶- در مسابقات ریاضی، سه مسئله A, B, C داده شده است. ۲۵ نفر داشتند آموز حداقل یکی از مسئله‌ها را حل نکرده بودند، تعداد دانش‌آموزانی که مسئله b را حل کرده بودند، دو برابر تعداد دانش‌آموزانی بودند که موفق به حل مسئله C شده بودند. تعداد دانش‌آموزانی که فقط مسئله A را حل کرده بودند یک نفر بیش تر از بقیه دانش‌آموزانی بود که مسئله A را حل کرده بودند. اگر به اندازه نیمی از کسانی که تنها یک مسئله را حل کرده اند، موفق به حل مسئله A نشده باشند، چند نفر مسئله B را حل کرده اند؟

۶(۴)

۵(۳)

۳(۲)

۲(۱)

۷- مجموعه A تعداد ۹۶ زیر مجموعه بیشتر از مجموعه $B = \{a, e, i, o, u\}$ زیر مجموعه دارد. مجموعه A چند عضو دارد؟

۶(۴)

۵(۳)

۳(۲)

۴(۱)

۸- مجموعه A تعداد ۹۶ زیر مجموعه بیشتر از مجموعه $B = \{a, e, i, o, u\}$ زیر مجموعه دارد. مجموعه A چند عضو دارد؟

۷(۴)

۸(۳)

۹(۲)

۱۰(۱)

۹- مجموعه‌ی رویه رو چند عضو دارد؟ (روبو کاپ ۸۹)

$$\left\{ \varepsilon k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 100 \right\} \cup \left\{ \gamma k + 5 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 100 \right\}$$

۱۲۵۰(۱)

۱۲۵۱(۲)

۱۶۶۶(۳)

۱۶۶۷(۴)

۱۰- اگر مجموعه های A , B , C , D به صورت زیر تعریف شده باشند، کدام گزینه دارای بزرگ ترین عضو است؟ (المپیاد ریاضی ایران ۸۳)

$$A = \left\{ \sqrt{n} - \frac{1}{n} \mid n \in N \right\} \quad B = \left\{ 1 + \frac{1}{1} + \dots + \frac{1}{n} \mid n \in N \right\} \quad C = \{x \in R \mid x^r \leq 2\} \quad D = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in N \right\}$$

R-D(۴)

C \cup A(۳)A \cup B(۲)C \cap D(۱)

۱۱- دنباله u_n کدام است؟

$$u_n = \frac{\frac{1}{(-1)^n \cdot n^r}}{\frac{r}{n^r} + 5n + 6}$$

۷(۴)

۶(۳)

۸(۲)

۵(۱)

۱۲- دنباله جملات a_n به چه عددی نزدیک میشوند؟

$$a_n = \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$$

(۴) به عدد خاصی نزدیک نمیشود.

۲(۳)

۶(۲)

۳(۱)

۱۳- جمله عمومی دنباله حسابی a_n به صورت $a+bn+c$ کدام است؟

$$a_n = \frac{an^r + bn^r + bn + c}{n+1}$$

۱۳(۴)

۱۲(۳)

۱۱(۲)

۱۰(۱)

۱۴- حاصل عبارت روی رو کدام است؟

$$K = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{10}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{77} + \sqrt{100}}$$

۴/۴

۱/۳

۲/۲

۲(۱)

۱۵- جملات دوم، چهارم و صد و سی و دوم یک دنباله u_n غیرثابت، جملات دوم، پنجم و هشتم یک دنباله هندسی می باشد. قدر نسبت دنباله هندسی کدام هست؟

ایران آنلاین

توشهای بای موققیت

۱۶- در دنباله a_n و به ازای $n \geq 1$ داریم: $a_1 = 1$ ، $a_n = \frac{2a_n}{\sqrt{4+a^r}}$ باشد کدام است؟

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

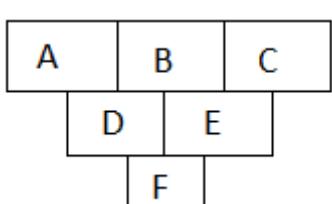
۲(۱)

(۴) بی شمار

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)



$$F \cap C \subseteq (۴)$$

$$F \subseteq A \cap C (۳)$$

$$B \subseteq F (۲)$$

$$F \subseteq C (۱)$$

۱۷- جملات چهارم و k ام و سیزدهم یک دنباله حسابی صعودی به ترتیب با جملات دوم و n ام و هشتم یک دنباله صعودی دیگر برابرند. $n+k$ چند مقدار متمایز دارد؟

۱۳)

گزینه حتماً درست است؟



۱۸- سه مجموعه A , B , C دارای دلخواه هستند و از سطر دوم به بعد، هر مجموعه، تفاضل دو مجموعه‌ی بالای سر خودش است. سمت چپ منهای سمت راست) مثلاً $D = A - B$. کدام

$$F \subseteq C (۱)$$

$$F \subseteq A \cap C (۳)$$

$$B \subseteq F (۲)$$

$$F \subseteq C (۱)$$

$$F \subseteq A \cap C (۳)$$

$$B \subseteq F (۲)$$

$$F \subseteq C (۱)$$

$$F \subseteq A \cap C (۳)$$

$$B \subseteq F (۲)$$

$$F \subseteq C (۱)$$

$$(A \cup B) - C \cap (A \cap B)$$

$$((A \cap B) - C) \cup ((A - B) - C)$$

$$((A \cap B) - C) \cup ((A \cup B) - C)$$

$$(C - (A \cup B)) \cup ((A \cap B) - C)$$

- سه عدد $1 - 2^x - 3 - 2^{x+1}$ و 2^x به ترتیب جملات سوم و هشتم و سیزدهم یک دنباله حسابی می باشند . مجموع این سه جمله کدام است؟

۳۲۴۹

۲۴۰۳

۱۶۰۲

۲۰۱

فصل دوم : مثلثات

واحد های اندازه گیری زاویه

الف) درجه که برابر $\frac{1}{36}$ محیط دایره است.

ب) رادیان که از رابطه $i = \frac{R}{\pi}$ به دست می آید در واقع $2\pi = 360^\circ$

تست : در مثلث ABC اگر $A=80^\circ$ باشد و برای دو زاویه i دیگر رابطه $i = \frac{\pi}{36}B$ برقرار باشد اندازه i زاویه B چند است؟

ت) ۶/۶۶

۶۶/۶

۳/۳۴

۳۳/۴

حل: $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{C}{180^\circ} = \frac{\frac{\pi}{36}B}{\pi} \rightarrow \hat{C} = \frac{1}{36}B \quad 80^\circ + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 100^\circ \rightarrow \hat{B} = 100^\circ - \hat{C} = 100^\circ - \frac{1}{36}B = 66/6$

نسبت های مثلثاتی

ضلع مقابل زاویه α تقسیم بر وتر = $\sin \alpha$

ضلع مجاور زاویه α تقسیم بر وتر = $\cos \alpha$

ضلع مقابل زاویه α تقسیم بر ضلع مجاور = $\tan \alpha$

ضلع مجاور زاویه α تقسیم بر ضلع مقابل = $\cot \alpha$

تست : یک موشک در ارتفاع 20 متری سطح زمین با زاویه $i = 30^\circ$ درجه پرتاب می شود . پس از طی 3000 متر با همین زاویه ، موشک به چه ارتفاعی از سطح زمین می رسد؟

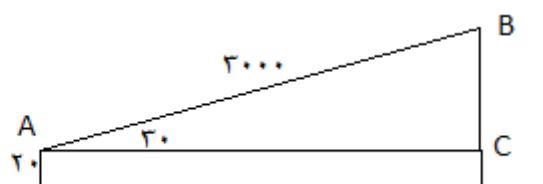
$1500\sqrt{3}$ (۴)

$1500\sqrt{3} + 20$ (۳)

1520 (۲)

1500 (۱)

حل : گزینه $i = 2$. مطابق شکل داریم :



$$\sin 30^\circ = \frac{BC}{AB} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{3000} \rightarrow BC = 1500$$

۱۵۰۰ متر بالا رفته ، از قبل ۲۰ متر فاصله داشت که جملاً ۱۵۲۰ می شود.

نکته : ضلع روی زاویه 30° درجه در مثلث قائم الزاویه $\frac{1}{2}$ وتر است.

نکته : ضلع روی زاویه 45° درجه در مثلث قائم الزاویه $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وتر است.

نکته : ضلع روی زاویه 60° درجه در مثلث قائم الزاویه $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است.

تست : افراد A و B که از هم به فاصله 20 متر و در یک طرف برجی هستند ، بالاترین نقطه ای این برج را به ترتیب با زوایای 30° و 45° درجه می بینند . ارتفاع برج کدام است؟

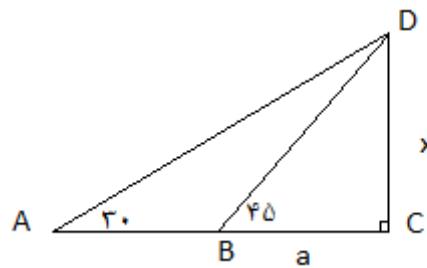
$$10(\sqrt{3} + 1) \quad (4) \quad 10(\sqrt{3} - 1) \quad (3) \quad 20(\sqrt{3} - 1) \quad (2) \quad 20(\sqrt{3} + 1) \quad (1)$$

حل: گزینه (4) اندازه CD را x و اندازه BC را a فرض می کنیم .

$$\Delta BDC: \tan 45^\circ = \frac{CD}{BC} \Rightarrow 1 = \frac{x}{a} \Rightarrow x = a$$

$$\Delta aDC: \tan 30^\circ = \frac{CD}{aC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{a+x} \Rightarrow \frac{x}{a+x} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{a+x}$$

$$\frac{x+20}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow 1 + \frac{20}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow x = 10(\sqrt{3} + 1)$$



نکته : در دایره مثلثاتی محور X ها محور سینوس ها و به محور Y ها محور سینوس ها گفته می شود.

علامت نسبت های مثلثاتی

	ربع اول	ربع دوم	ربع سوم	ربع چهارم
\sin	+	+	-	-
\cos	+	-	-	+
\tan	-	-	+	-
\cot	-	-	+	-

نکته : برای حفظ کردن راحت تر جدول بالا ، از قانون هستک استفاده می شود که در ناحیه هستک هر چهار گوشه مثبت است.

ه = حرف اول هستک : در ناحیه ای اول همه مثبت

س = حرف اول هستک : در ناحیه ای دوم سینوس مثبت

ت = حرف اول هستک : در ناحیه ای سوم تانژانت مثبت

ک = حرف اول هستک : در ناحیه ای چهارم کسینوس مثبت

(قانون بالا برای روابط بدون کتابخانه می باشد)

تست : اگر $\sin x < \cos x$ و $\sin 90^\circ > \cos 0^\circ$ ، در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟

$$(1) \text{ اول} \quad (2) \text{ دوم} \quad (3) \text{ سوم} \quad (4) \text{ چهارم}$$

حل : گزینه ۲ . می دانیم که $\sin 90^\circ = 1$ و $\cos 0^\circ = 1$ است . پس دنبال زاویه ای هستیم که $\sin x > 0$ و $\cos x < 0$ یعنی سینوسش مثبت و کسینوسش منفی باشد ، پس نقطه x مفروض عرض مثبت و طول منفی دارد . پس در ناحیه دوم است .

$$\cdot < \theta < 90^\circ \Rightarrow \sin \theta < \sin a$$

نکته : در ربع اول هر چه زاویه به 90° درجه نزدیک تر شود مقدار سینوس بیشتر می شود .

$$\cdot < \theta < 90^\circ \Rightarrow \cos \theta > \cos a$$

نکته : در ربع اول هر چه زاویه به 90° درجه نزدیک تر شود مقدار کسینوس کمتر می شود .

$$\text{تست : اگر } 150^\circ \leq x \leq 180^\circ \text{ باشد ، برای } m \text{ چند عدد صحیح وجود دارد؟}$$

۳) ۴

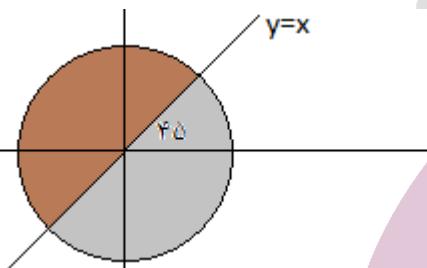
۲) ۳

۱) ۲

۱) صفر

حل : گزینه ۳ - سینوس 30° و 150° درجه برابر $\frac{1}{2}$ است ، پس زاویه ای که این بین باشد ، عرضش یا همان سینوسش از $\frac{1}{2}$ کم تر نیست و این وسط وقتی می خواهد از 30° به 50° درجه برسد . از 90° درجه عبور می کند ، پس سینوسش در 90° درجه برابر ۱ است . پس داریم :

$$30^\circ \leq x \leq 150^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{m-1}{2} \leq 1$$



نکته : اگر خط $x = y$ را روی دایره ای مثلثاتی رسم کنیم ، با توجه به این که تمام نقاط بالای

این خط ، عرضشان از طولشان بیشتر است و در پایین خط ، طول نقاط بیشتر از عرض آنها است ،

$$\sin x < \cos x > \tan x < \cot x \text{ و در پایین این خط}$$

نکته : برای تابعهای کتانژانت داریم :

$$\cdot < a < 45^\circ \Rightarrow \tan a < \cot a$$

$$45^\circ < a < 90^\circ \Rightarrow \tan a > \cot a$$

نکته : در ربع اول همیشه $\cos a < \cot a < \tan a < \sin a$ و

تست : اگر $a < 45^\circ$ باشد ، حاصل عبارت $|\cot a - \cos a| + |\sin a - \cos a| - \cot a$ کدام است ؟

$$2\cos a - \sin a \quad (4) \quad -\cos a \quad (3) \quad -\sin a \quad (2) \quad \sin a - 2\cos a \quad (1)$$

حل : گزینه ۲ - در ربع اول کتانژانت از کسینوس بزرگ تر است پس $\cot a - \cos a < 0$ سینوس از کسینوس کوچک تر است یعنی منفی است پس :

تشوههای برای موققیت

یاد آوری فرمول های مهم مثلثاتی :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \quad 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \quad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\tan x \times \cot x = 1$$

نکته : $\cot x$ و $\tan x$ معکوس یکدیگرند .

$$x + y = 90^\circ$$

نکته : اگر دو زاویه متمم یکدیگر باشند . داریم :

$$\sin x = \cos y, \cos x = \sin y$$

$$\tan x = \cot y, \cot x = \tan y$$

تست : حاصل عبارت $A = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 88^\circ \tan 89^\circ$ کدام است ؟

$$\left(\frac{\tan 45^\circ}{2} \right)^2 \quad (4)$$

$$\frac{\tan 45^\circ}{2} \quad (3)$$

۱۲

۱) صفر

گزینه‌ی ۲: $\tan 2^\circ = \cot 88^\circ$ و $\tan 1^\circ = \cot 89^\circ$ داریم :

$$A = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 88^\circ \tan 89^\circ = (\cot 88^\circ \tan 88^\circ)(\cot 89^\circ \tan 89^\circ) = 1 \times 1 = 1$$

مثال: اگر $\cos \theta$ باشد و انتهای کمان این زاویه در ناحیه‌ی دوم باشد، $\sin \theta$ و $\tan \theta$ را باید $= \frac{\sqrt{5}}{5}$ حساب کنید.

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{24}{25}$$

$$\rightarrow \sin \theta = \pm \sqrt{\frac{24}{25}} = \pm \frac{\sqrt{24}}{5} \xrightarrow{\text{زیرا}} \rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{24}}{5} \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{\sqrt{24}}{5}}{-\frac{\sqrt{5}}{5}} \rightarrow \tan \theta = -2$$

مقادیر نسبت‌های مثلثاتی

	.	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
\sin	.	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱	.	-۱	.
\cos	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$.	-۱	.	۱
\tan	.	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	$+\infty$.	$-\infty$.
\cot	$+\infty$	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$.	$-\infty$.	$+\infty$

نکته: با توجه به جدول بالا بیشترین و کمترین مقدار $\cos \sin$ برای $\cos \sin$ برابر 1 و -1 است.

تست: حاصل $(\cos^2 60^\circ - \sin^2 60^\circ)$ کدام است؟ $\left(\frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}\right)$

$$-\frac{1}{2} \sin 60^\circ \quad (4) \quad \frac{1}{2} \sin 60^\circ \quad (3) \quad -2 \sin 60^\circ \quad (2) \quad 2 \sin 60^\circ \quad (1)$$

ایران لوحی

توشه‌ای برای موققیت

$$(\cos^2 60^\circ - \sin^2 60^\circ) \left(\frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ} \right) = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \right) \left(\frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} \right) = -\frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{1}{2} \sin 60^\circ$$

تعریف: دایره‌ی مثلثاتی در واقع دایره‌ای است به شعاع واحد و به مرکز محور مختصات که در آن محور‌های مختصات قرقره‌ای دایره می‌باشند.

نکته: اگر یک زاویه بین 0 و 2π باشد مقادیر سینوس و کسینوس بین 1 و -1 تغییر می‌کند. تانژانت و کتانژانت بین منفی بی‌نهایت و مثبت بی‌نهایت خواهند بود.

تست: اگر $\cos \theta = 3m - 1$ و $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ باشد. حدود تغییرات m کدام است؟

$$-1 \leq m \leq 1 \quad (4) \quad \frac{1}{3} \leq m \leq \frac{3}{2} \quad (3) \quad m \geq \frac{1}{3} \quad (2) \quad m \leq \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2} \rightarrow \cos 0 < \cos \theta < \cos \frac{\pi}{2} \rightarrow 1 < \cos \theta < 0 \rightarrow 0 < 3m - 1 < 1 \rightarrow \frac{1}{3} < m < \frac{2}{3}$$

تست: حاصل عبارت $x(\cos^4 x - \sin^4 x)(1 + \tan^2 x) + \tan^2 x$ برابر است با :

$$1 + \cot^2 x \quad (4)$$

$$1 + \tan^2 x \quad (3)$$

۱ (۲)

۰ (۱)

حل: به کمک اتحاد داریم :

$$(\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x)(1 + \tan^2 x) + \tan^2 x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \frac{1}{\cos^2 x} + \tan^2 x$$

$$\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x} + \tan^2 x = 1 - \tan^2 x + \tan^2 x = 1$$

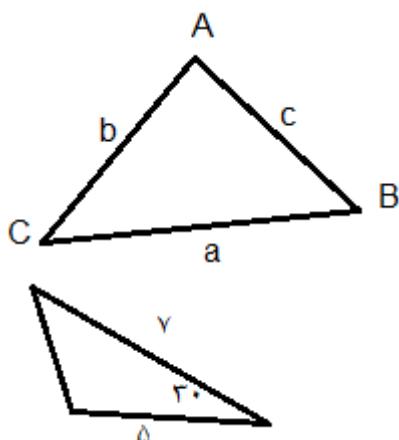
$$x = \cdot \rightarrow (1 - \cdot)(1 + \cdot) + \cdot = 1$$

روش کنکوری: به زاویه مانند زاویه انتخاب کرده و حاصل را به دست می آوریم :

کاربرد مثلثات در محاسبه مساحت

اگر دو ضلع یک مثلث و زاویه بین این دو ضلع معلوم باشد، می توان از رابطه زیر مساحت مثلث را محاسبه نمود:

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2}ac \sin B \\ S = \frac{1}{2}ab \sin C \\ S = \frac{1}{2}bc \sin A \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2}ab \sin C = S = \frac{1}{2} \times 5 \times 7 \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 5 \times 7 \times \frac{1}{2} = \frac{35}{4}$$

تست: مساحت مثلث مقابل برابر است با :

$$\frac{25}{4} \quad (2)$$

$$\frac{35}{4} \quad (1)$$

حل:

رابطه زیب خط با تانژانت

$$\text{اگر زاویه } a \text{ که خط } d \text{ با محور } X \text{ ها می سازد برابر باشد :}$$

$\tan a$

تست: خطی که با محور X ها زاویه 30° درجه می سازد و محور Y را در نقطه ای با عرض $-\sqrt{3}$ -قطع می کند، از کدام نقطه زیر عبور می کند؟

تشوه ای برای موقتی

$$(6, \sqrt{3}) \quad (4)$$

$$(\sqrt{3}, 6) \quad (3)$$

$$(2, \sqrt{3}) \quad (2)$$

$$\left(1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \quad (1)$$

حل: گزینه $\sqrt{3}$. گزینه $\sqrt{3}$ برابر است با : $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ و یک نقطه از خط را نیز داریم : $(\cdot, -\sqrt{3})$ پس :

$$Y - y = m(X - x) \Rightarrow y - (-\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - \cdot) \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$$

که با جایگذاری گزینه ها مشخص می شود خط از نقطه $(6, \sqrt{3})$ عبور می کند.

تست های فصل دوم

۱- سینوس یکی از زوایای مثلث قائم الزاویه ای برابر $\frac{7}{25}$ و طول ضلع همان زاویه ۷ سانتی متر بوده ، مساحت مثلث چند سانتی متر مربع است؟

۱۱۲ (۴)

۱۰۵ (۳)

۸۴ (۲)

۶۳ (۱)

$$\frac{2 \sin ۲۲۶^\circ + ۳ \sin ۵۶^\circ}{\cos ۴۴^\circ} \text{ باشد . مقدار } \tan ۳۴^\circ = \frac{2}{3} \text{ کدام است؟}$$

-۱ (۴)

-۱/۵ (۳)

۲ (۲)

۲/۵ (۱)

۳- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = ۴ \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$ از کدام ناحیه عبور نمی کند؟

۴) ناحیه سوم و چهارم

۳) ناحیه دوم و چهارم

۲) فقط ناحیه سوم

۱) فقط ناحیه دوم

۴- با در نظر گرفتن بازه $\left[-\frac{\pi}{۹}, \frac{\pi}{۹} \right]$ به عنوان دامنه تابع با ضابطه $f(x) = ۴ \cos ۳x$ ، پرداز آن بازه $[a, b]$ حواهد بود . مقدار $b-a$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۴)

$\frac{۱}{۲}$ (۳)

$\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲}$ (۲)

$\frac{\sqrt{۳}+۱}{۲}$ (۱)

۵- اگر $x = ۲۸۳^\circ$ کدام گزینه درست است؟

$\tan x < \sin x$ (۲)

$\cos x < \sin x$ (۱)

$$6- \text{اگر } \frac{1-\sin x}{1+\sin x} = ۴ \text{ باشد ، مقدار } \tan \frac{x}{۴} \text{ کدام است؟}$$

۳ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

-۳ (۱)

$$7- \text{مقدار عبارت } \frac{\cos ۲۰^\circ + \sqrt{۳} \sin ۲۰^\circ}{\cos ۴^\circ} \text{ چقدر است؟}$$

۳ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{۳}$ (۲)

$\sqrt{۳}$ (۱)

$$8- \text{اگر } \cos \left(x - \frac{\pi}{۶} \right) = ۳ \cos x + \sqrt{۳} \sin x \text{ مقدار } \cos \left(x - \frac{\pi}{۶} \right) \text{ چقدر است؟}$$

$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۴)

$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۳)

$\frac{۱}{۲}$ (۲)

۱ (۱)

$$9- \text{اگر } x = \frac{\pi}{۱۲} \text{ باشد مقدار کسر } \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} \text{ برابر است با :}$$

۱) ۴

- $\sqrt{3}$ ۳۲ $\sqrt{3}$ ۲ $\sqrt{3} - 2$ ۱)

۱۰- مقدار عددی عبارت $3x = \frac{\pi}{15}$ به ازای $\sin 3x \cos 2x + 2 \sin x \cos x \cos 2x$ برابر است با :

 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴ $\frac{1}{2}$ ۳

۱) ۲

۱) صفر

۱۱- اگر $\tan(a - b) = 2$ و $\tan(a + b) = 5$ آن گاه $\tan(2b)$ برابر است با :

 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ۴ $\frac{3}{11}$ ۳ $\frac{-2}{\sqrt{3}}$ ۲ $\frac{9}{3}$ ۱)

۱۲- اگر $\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{6}{5}$ باشد حاصل $\sin^2 2x + \cos^2 2x$ برابر است با :

 $\frac{16}{25}$ ۴ $\frac{8}{25}$ ۳ $\frac{2}{5}$ ۲ $\frac{4}{25}$ ۱)

۱۳- حاصل عبارت $(1 - \sin^2 x) \cdot \cos x$ به ازای $x = 7/5^\circ$ برابر کدام است؟

 $\frac{3}{16}$ ۴ $\frac{3}{8}$ ۳ $\frac{1}{8}$ ۲ $\frac{1}{4}$ ۱)

۱۴- اگر $\tan^2 x + 2 \cos^2 x + 1 = 4$ باشد مقدار $\tan^2 x$ چقدر است؟

۱) ۴

 $\frac{5}{2}$ ۳ $\frac{2}{5}$ ۲

۲) ۱)

۱۵- اگر $\sin x = \frac{3}{5}$ و $\cos x = \frac{4}{5}$ باشد کدام است؟

 $-\frac{24}{5}$ ۴ $-\frac{7}{24}$ ۳ $\frac{24}{7}$ ۲ $\frac{7}{24}$ ۱)

۱۶- اگر $\sin 2x + 2 \cos(x + \frac{\pi}{2}) = 0$ باشد ، $\cos x + 2 \cos(x + \frac{\pi}{2})$ چقدر است؟

 $\frac{4}{5}$ ۴ $\frac{3}{5}$ ۳ $-\frac{3}{5}$ ۲ $-\frac{4}{5}$ ۱)

۱۷- اگر α زاویه منفرجه و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد ، مقدار $\tan(\frac{\pi}{4} + \alpha)$ کدام است؟

۱) ۴

 $-\frac{1}{7}$ ۳ $-\frac{1}{7}$ ۲

-۷ ۱)

۱۸- حاصل عبارت $\cos 15^\circ \sin 75^\circ \sin 97.5^\circ$ چقدر است؟

 $-\frac{1}{4}$ ۴ $\frac{1}{8}$ ۳ $\frac{1}{4}$ ۲ $-\frac{1}{8}$ ۱)

۱۹- اگر ماکزیمم عبارت $2 \cos x + \sin(x + \frac{\pi}{4}) M$ باشد ، M چقدر است؟

۵) ۴

۵ + $2\sqrt{2}$ ۳

۳) ۲

۵ + $\sqrt{2}$ ۱)

۲۰- انتهای کمان جواب های معادله $\cos 2x = \sin x$ بر روی دایره مثلثاتی ، رای های کدام مثلث است؟

۴) مختلف الاضلاع

۳) متساوی الساقین

۲) متساوی الاضلاع

۱) قائم الزاویه

۲۱- جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ کدام است؟

$$k\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

۲۲- در معادله مثلثاتی $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ - یکی از صورت های کلی جواب کدام است؟

$$2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$2k\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

۲۳- یکی از جواب های معادله $\sin 2x \cos \alpha x + \sin \alpha x \cos 2x = \frac{1}{2}$ کدام است؟

$$\frac{\pi}{14}$$

$$\frac{\pi}{7}$$

$$\frac{\pi}{21}$$

$$\frac{\pi}{42}$$

۲۴- معادله $(1 - 2 \sin x)(1 + 3 \sin x) = 0$ در فاصله $\pi \leq x \leq 2\pi$ چند ریشه دارد؟

۴) هیچ

۱) ۳

۲) ۲

۴) ۱

۲۵- معادله $(3 \sin 4x - 1)(\cos x + 1) = 0$ در فاصله $2\pi < x < 3\pi$ چند ریشه دارد؟

۷) ۴

۹) ۳

۳) ۲

۵) ۱

۲۶- در مثلث ABC رابطه $\tan(B + 30^\circ) \tan(C + 30^\circ) = 1$ برقرار است. آنگاه:

$$\hat{A} = 30^\circ$$

$$\hat{A} = 60^\circ$$

$$\hat{A} = 120^\circ$$

$$\hat{A} = 150^\circ$$

۲۷- جواب های معادله مثلثاتی $2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$ در روی دایرهٔ مثلثاتی تشکیل یک می‌دهند.

۴) مستطیل

۳) متساوی الساقین

۲) قائم الزاویه

۱) متساوی الاضلاع

۲۸- نمودار تابع $y = -4 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right)$ روی بازه $[-1, 1]$ در چند نقطه بیش ترین مقدار را دارد؟

۲) ۴

۳) ۳

۴) ۲

۱) ۱

۲۹- انتهای کمان های جواب های معادله $\cos 2x \cos x + 1 = 0$ بر روی دایرهٔ مثلثاتی، رئوس یک چند ضلعی هستند. مساحت چند ضلعی کدام است؟

توضیحاتی موقت

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$$

۳۰- در مثلثی به اضلاع ۵ و ۷ و ۹ واحد، کسینوس کوچک ترین زاویه آن کدام است؟

$$\frac{5}{7}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$\frac{19}{30}$$

$$-\frac{1}{10}$$

۳۱- طول دو قطر متوازی اضلاعی ۸ و ۴ واحد است. اگر زاویه بین این دو قطر ۶۰ درجه باشد، طول ضلع بزرگ متوازی اضلاع چند برابر طول ضلع کوچک آن است؟

$$\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$\sqrt{2}$$

آزمون آمادگی فصل دوم

۱- اگر $\tan^r x \sin^r x = k + 6$ و $\tan^r x - \sin^r x = 4k$ باشد ، مقدار k کدام است؟

۳(۴)

۴(۳)

$\sqrt{8}(۲)$

$\frac{7}{2}(۱)$

۲- حاصل $2\cot^r 50^\circ + \cosec^r 50^\circ - 2\cos^r \cosec^r 50^\circ$ کدام است؟

$\cot^r 50^\circ$ صفر

$1 + \cot^r 50^\circ (۲)$

۳- در نیم دایره زیر ، وتر CD با قطر AB موازی است. اگر $AB=5$ و $CD=3$ باشد ، مقدار

$\tan A$ کدام است؟

$\frac{5}{2}(۲)$

$\frac{3}{5}(۱)$

۴- شکل روپرتو یک هشت ضلعی منتظم به ضلع ۲ میباشد. مساحت قسمت رنگ شده

کدام است؟

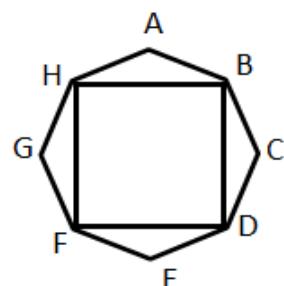
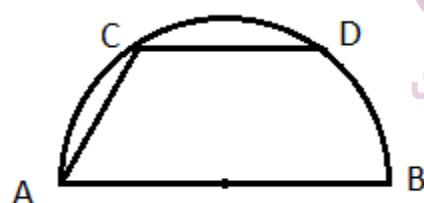
$\sqrt{18}(۲)$

$\sqrt{32}(۱)$

$\sqrt{12}(۴)$

$\sqrt{24}(۳)$

۵- اگر $2(\sin^r \alpha + \cos^r \alpha) + 3(\sin^r \alpha + \cos^r \alpha) = \frac{37}{16}$ باشد مقدار $\tan \alpha + \cot \alpha$ چقدر است؟



$$+\frac{\pi}{4}(4)$$

$$+\frac{\pi}{3}(3)$$

$$+\frac{\pi}{2}(2)$$

$$+\frac{\pi}{4}(1)$$

۶- اگر $\cos \theta x = \frac{1}{m-1}$ و $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{9}$ باشد، محدوده‌ی m کدام است؟

$$\frac{1}{4}, -1(4)$$

$$(-2, 0)(3)$$

$$(-1, 1 - \sqrt{2})(2)$$

$$(-1, 1 + \sqrt{2})(1)$$

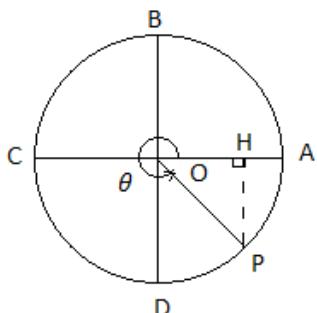
۷- حاصل $L = \sin \frac{n\pi}{4} + \cos \frac{n\pi}{4}$ که در آن n عددی طبیعی باشد، چند مقدار متمایز می‌تواند اختیار کند؟

$$4(4) \text{ بی شمار}$$

$$4(3)$$

$$3(2)$$

$$2(1)$$



۸- در دایره مثلثاتی مقابل، طول نقطه‌ی P برابر $\frac{\sqrt{5}}{3}$ می‌باشد. $\tan \theta$ کدام گزینه است؟

$$-\sqrt{5}(2)$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{5}(1)$$

۹- در لوزی ABCD، میباشد. اگر ضلع لوزی برابر ۱۰ سانتی متر باشد، مساحت آن چند سانتی متر مربع است؟

$$40(4)$$

$$50(3)$$

$$60(2)$$

$$80(1)$$

۱۰- اگر $\cos x \sqrt{1 + \tan^2 x} > \sqrt{1 + 2 \sin x \cos x}$ باشد، انتهای کمان X در کدام ناحیه دایره مثلثاتی قرار دارد؟

$$4(\text{چهارم})$$

$$3(\text{سوم})$$

$$2(\text{دوم})$$

$$1(\text{اول})$$

۱۱- در دو طرف رودخانه‌ای به عرض ۳۵ متر، دو درخت با اختلاف ارتفاع ۱۵ متر در برابر رودخانه قرار دارند. در بالای هر درخت مرغ ماهی خواری نشسته است. هر دو پرنده در یک لحظه با سرعت یکسان برای گرفتن ماهی شروع به پرواز می‌کنند. پرنده‌ای که روی یک درخت کوتاه تر نشسته است با زاویه ۳۱ درجه نسبت به سطح افق و پرنده دیگر با زاویه ۷۱ درجه نسبت به سطح افق رو به پایین و به سمت ماهی پرواز می‌کنند. کدام پک زود تر به ماهی می‌رسند؟ (با فرض آن که ماهی در جای خود ثابت باشد و نیز فاصله افقی دو پرنده ۳۵ متر باشد و به همراه ماهی در یک خط افقی باشند؟

$$\sin 71^\circ \cong 0.93, \sin 31^\circ \cong 0.51, \cos 71^\circ \cong 0.31, \cos 31^\circ \cong 0.85$$

ایران لوح

تشهید اراده موققیت

۱) پرنده‌ای که روی درخت کوتاه نشسته است.

۴) نمی‌توان تعیین کرد.

۳) هم زمان به ماهی می‌رسند.

۱۲- با فرض $\tan \alpha = \frac{2}{m-1}$ و $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$ حدود تغییرات m کدام است؟

$$-2 < m < -1(4)$$

$$-1 < m < 1(3)$$

$$m < 1(2)$$

$$m < -1(1)$$

۱۳- اگر تساوی روبرو یک اتحاد باشد، حاصل $3a+2b+c$ کدام است؟

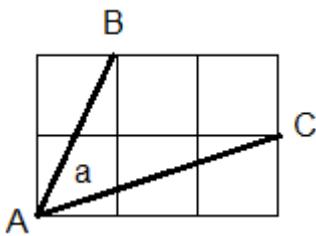
$$\frac{\sin x \cos x}{\sin x + \cos x + 1} = a \sin x + b \cos x + c$$

$$3(4)$$

$$2(3)$$

$$\frac{5}{2}(2)$$

$$1(1)$$



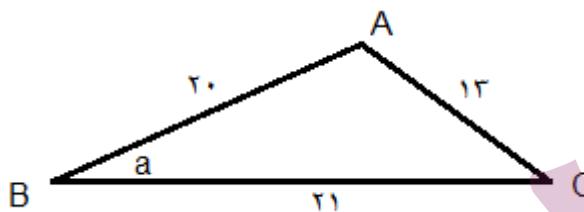
۱۴- مقدار زاویه a در شکل رو برو کدام است؟ (ضلع مربع ها یک واحد میباشد)

۴۰(۴)

۴۵(۳)

۳۰(۲)

۱۵(۱)



۱۵- در شکل رو به رومقدار $\tan \alpha$ چه قدر است؟

$\frac{12}{5}(2)$

$-\frac{3}{4}(4)$

$-\frac{3}{5}(1)$

$-\frac{5}{12}(3)$

۱۶- اگر $\sqrt{5}(\sin x + \cos x) = 3$ باشد، مقدار x کدام می تواند باشد؟

$\frac{3}{4}(4)$

$\frac{2}{3}(3)$

۲(۲)

۱(۱)

۱۷- کدام یک از نامساوی های زیر درست است؟ (کانگورو ۲۰۰۲)

$\sin 3 < \sin 2 < \sin 1(2)$

$\sin 1 < \sin 2 < \sin 3(1)$

$\sin 1 < \sin 3 < \sin 2(4)$

$(3\sin 3 < \sin 1 < \sin 2)(3)$

۱۸- مقدار ماقسیم عبارت $| \Delta \sin x - 3 |$ ازای به R برابر است با: (روبوکاپ)

$8(4)$

$\pi(3)$

۳(۲)

۲(۱)

۱۹- رضا از نقطه A یک پرتو نور را به سطح آینه تابانده تا انعکاس آن نقطه B را روشن کند. با توجه

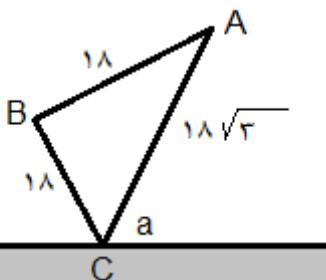
به مقادیر داده شده a چند درجه است؟

(۱) ۳۰ درجه

(۲) ۴۵ درجه

(۳) ۷۵ درجه

(۴) ۶۰ درجه



۲۰- حاصل عبارت $S = \frac{1}{1+\tan 1^\circ} + \frac{1}{1+\tan 2^\circ} + \frac{1}{1+\tan 3^\circ} + \dots + \frac{1}{1+\tan 89^\circ}$ کدام است؟

۴۵/۵ (۴)

۴۵ (۳)

۴۴/۵ (۲)

۴۴ (۱)

فصل سوم : توان های گویا و عبارت های جبری

ریشه های n ام

اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $a^n = b^n$ باشد ، می گوییم b ریشه های n ام است و می نویسیم :

نکته: هر گاه فرجه رادیکال زوج باشد، رادیکال به شرطی تعریف شده است که عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد.

$$\text{ تست: اگر } 2 = \sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 1} \text{ باشد، حدود تغییرات } x \text{ کدام است؟}$$

$$x \geq 1 \quad (4) \quad x \geq -1 \quad (3) \quad -1 \leq x \leq 1 \quad (2) \quad x \leq -1 \quad (1)$$

$$\sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2} = |x+1| - |x-1| \quad \text{حل: گزینه ۴}$$

حالا باید عالمت قدر مطلق ها را طوری انتخاب کنیم که حاصل عبارت برابر ۲ باشد. پس هر دو عبارت باید مثبت باشند

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1 \\ x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow x \geq 1 \quad \text{معنی: ۱}$$

مقدار تقریبی و دقیق $\sqrt[n]{a}$

هر عدد به شکل $\sqrt[n]{a}$ متناظر با یک نقطه روی محور اعداد است.

نکته: عدد $\sqrt[n]{a}$ وقتی $a^n = b^n$ باشد وقتی گویا است که b گویا باشد.

نکته: عدد $\sqrt[n]{a}$ وقتی $a^n \neq b^n$ باشد گنگ است.

برای پیدا کردن مقدار تقریبی اعدادی که به شکل $\sqrt[n]{a}$ هستند:

(۱) تعیین می کنیم $\sqrt[n]{a}$ بین کدام دو عدد صحیح یا گویا قرار دارد.

(۲) با توجه به تقریبی که می خواهیم $\sqrt[n]{a}$ را با آن محاسبه می کنیم.

تست: مجموع مقدار تقریبی $\sqrt{10}$ با تقریب ۱ رقم و ۲ رقم اعشار، برابر کدام است؟

$$(1) \frac{6}{3} \quad (2) \frac{6}{32} \quad (3) \frac{6}{34} \quad (4) \frac{6}{36}$$

گزینه ۴ - چون $\sqrt{10} < 3$ و چون $10 > 9$ نزدیک تر است پس اعداد نزدیک به ۹ را امتحان می کنیم:

$$9/61 = 9/(1)^2 \quad (3/2)^2 = 10/24 \quad (3/2)^3 = 10/24 \quad \text{ عدد } 10/24 \text{ با } 10 \text{ نزدیک تر است پس مقدار تقریبی عدد } \sqrt{10} \text{ با یک رقم اعشار برابر } 3/2 \text{ است و همین کار را برای دو رقم انجام می دهیم:}$$

$$9/9856 = 9/(16)^2 \quad (3/16)^2 = 10/489 \quad (3/17)^2 = 10/489 \quad \text{ و مقدار } \sqrt{10} \text{ با تقریب دو رقم اعشار برابر } 3/16 \text{ است.}$$

است که حاصل جمع آن ها گزینه ۴ خواهد بود.

توان های گویا

تمام قوانینی که برای توان های صحیح برقرار است برای توان های گویا نیز برقرار می باشند.

تست: حاصل $\frac{(\cdot/2)^{-3}\sqrt[3]{25}}{\sqrt{(\cdot/4)^{-5}\sqrt[2]{\cdot/2}}}$ برابر کدام است؟

$$(1) \frac{1}{25} \quad (2) \frac{1}{5} \quad (3) 5 \quad (4) 25$$

$$\frac{(\cdot/2)^{-3}\sqrt[3]{25}}{\sqrt{(\cdot/4)^{-5}\sqrt[2]{\cdot/2}}} = \frac{(\cdot/2)^{-3} \times 5^{\frac{1}{3}}}{((\cdot/4)^{-5})^{\frac{1}{2}} \times 5^{-\frac{1}{2}}} = \frac{5^{\frac{11}{3}}}{5^{\frac{11}{2}}} = \frac{1}{5}$$

پاسخ: گزینه ۱ -

اعمال روی رادیکال

عملیات روی فرجه رادیکال ها : برای ضرب و تقسیم می توانیم رادیکال ها را به عبارت هایی با توان کسری تبدیل کنیم یا از روابط زیر استفاده کنیم

- ۱) رادیکال در رادیکال : $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$ و $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$
- ۲) ساده شدن فرجه و توان : $\sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}$
- ۳) رادیکال با توان : $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- ۴) خارج کردن از زیر رادیکال : $\sqrt[n]{a^n b} = a \sqrt[n]{b}$
- ۵) بردن عدد به زیر رادیکال : $a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$

نکات مهم :

الف) عبارت زیر رادیکال باید تعریف شده باشد

ب) هنگام ساده کردن و استفاده از رابطه های بالا علامت عبارت باید در تمام مراحل ثابت بماند.

تست: اگر $a \in \mathbb{R}$, کدام گزینه درست است؟

$$\sqrt[4]{a^4} = \sqrt[4]{a^2} \quad (4) \quad \sqrt[4]{a^2} = \sqrt{a} \quad (3) \quad \sqrt[4]{(-2)^4} = -2 \quad (2) \quad \sqrt[4]{\sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{2}} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

ضرب و تقسیم رادیکال ها: دو یا چند رادیکال به شرطی می توانند در هم ضرب یا تقسیم شوند که دارای فرجه ی مشترک باشند . (باز هم باید توجه داشت که باید عبارت زیر رادیکال در هر صورت تعریف شده باشد)

نکته: اگر فرجه ی رادیکال ها یکسان نباشد ، فرجه ی هر رادیکال را به ک م دو فرجه تبدیل می کنیم . به این کار می گوییم فرجه مشترک گرفتن .

$$\sqrt[2]{2}\sqrt[3]{3} = \sqrt[2]{2^2} \times \sqrt[2]{3^2} = \sqrt[2]{4 \times 27} = \sqrt[2]{108}$$

ال: جمع و تفریق رادیکال ها: دو یا چند رادیکال را به شرطی می توانیم با هم جمع یا تفریق کنیم که متشابه باشند .

$$\text{ تست: حاصل } \frac{\sqrt[3]{\cdot/1\sqrt{\cdot/1}}}{\sqrt[3]{\cdot/1\sqrt{\cdot/1}}} - \frac{\sqrt[4]{\cdot/16}}{\sqrt[4]{\cdot/1\sqrt{\cdot/1}}} \text{ برابر کدام است؟}$$

$$\sqrt[3]{\cdot/1\sqrt{\cdot/1}} = \sqrt[3]{\sqrt{(\cdot/1)^2 \times \cdot/1}} = \sqrt[3]{(\cdot/1)^3} = \sqrt[3]{\cdot/1} \quad (4) \quad -\sqrt[4]{\cdot/1\sqrt{\cdot/1}} = -\sqrt[4]{\sqrt{(\cdot/1)^2 \times \cdot/1}} = -\sqrt[4]{(\cdot/1)^3} = -\sqrt[4]{\cdot/1} \quad (3) \quad -\sqrt[4]{\cdot/10} = -\sqrt[4]{10} \quad (2) \quad \sqrt[4]{\cdot/10} = \sqrt[4]{10} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ -

$$\sqrt{\cdot/1\sqrt{\cdot/1}} = \sqrt{\sqrt{(\cdot/1)^2 \times \cdot/1}} = \sqrt{(\cdot/1)^3} = \sqrt{\cdot/1}$$

$$\sqrt[4]{\cdot/16} = 2\sqrt{\cdot/1} \quad \cdot/1\sqrt{\cdot/1} = \sqrt[4]{(\cdot/1)^3}$$

$$\frac{\sqrt[3]{\cdot/1\sqrt{\cdot/1}}}{\sqrt[3]{\cdot/1\sqrt{\cdot/1}}} - \frac{\sqrt[4]{\cdot/16}}{\sqrt[4]{\cdot/1\sqrt{\cdot/1}}} = \frac{\sqrt[3]{\cdot/1}}{\sqrt[3]{(\cdot/1)^2}} - \frac{\sqrt[4]{\cdot/1}}{\sqrt[4]{(\cdot/1)^2}} = \frac{-\sqrt[3]{\cdot/1}}{\sqrt[3]{(\cdot/1)^2}} = -\sqrt[3]{\cdot/1}$$

رادیکال و نامساوی ها

الف) ریشه ی اعداد حقیقی: اعداد حقیقی به چهار قسمت تقسیم می شوند.

$\leftarrow \qquad -1 \qquad . \qquad 1 \qquad \rightarrow$

$$\begin{array}{cccc} a < -1 & -1 < a < 0 & 0 < a < 1 & a > 1 \\ \sqrt[n]{a} < -1, \sqrt[n]{a} > a & -1 < \sqrt[n]{a} < 0, \sqrt[n]{a} < a & 0 < \sqrt[n]{a} < 1, \sqrt[n]{a} > a & \sqrt[n]{a} > 1, \sqrt[n]{a} < a \end{array}$$

نکته: در مورد اعداد منفی رابطه‌ی نامساوی فقط در مورد ریشه‌های فرد برقرار است.

تست: اگر $\sqrt[n]{a} < a$ باشد، آن گاه کدام گزینه همواره درست است؟

$$a^4 > a^2 \quad (4) \quad a^4 > a \quad (3) \quad a < -1 \quad (2) \quad a > 1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه‌ی ۴ - وقتی $a < \sqrt[n]{a}$ است، a باید یا در نامساوی $1 > a$ و یا در نامساوی $0 < a < 1$ باشد. پس ۱ و ۲ نادرست است. با دادن یک مقدار منفی به گزینه‌های ۳ و ۴ معلوم می‌شود که گزینه‌ی ۴ نیز نادرست است.

ب) مقایسه‌ی رادیکال‌ها: برای مقایسه آن‌ها به رادیکال‌هایی با فرجه‌ی مشترک تبدیل می‌کنیم. ولی اگر اعداد زیر رادیکال‌یکسان باشند می‌توانیم از ویژگی‌های زیر استفاده کنیم:



تست: اگر $0 < a < 1$ باشد، کدام گزینه نادرست است؟

$$\sqrt[n]{a} > a^2 \quad (4) \quad \sqrt[n]{a} > \sqrt[3]{a} \quad (3) \quad a^2 > a^3 \quad (2) \quad a^3 > a^2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

عبارت‌های جبری و مفهوم اتحاد

تعریف: اگر دو عبارت جبری به گونه‌ای باشند که به ازای هر مقداری برای متغیرهایی شان مقدارهای یکسانی داشته باشند عبارت حاصل از تساوی بین آن‌ها را اتحاد می‌نامند.

اتحاد مربع دو جمله‌ای:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{و} \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

تجزیه به روش فاکتورگیری:

به زبان ساده بیرون کشیدن ضرایب یا متغیرهای مشترک از جملات یک چند جمله‌ای و قرار دادن آن به صورت ضرب در باقیمانده‌ی چند جمله‌ای را فاکتورگیری می‌گویند.

مثال: عبارت $-5ax^4 + 10a^3x^3 - 5ax^2$ را تجزیه کنید.

$$-5ax^4 + 10a^3x^3 = -5ax^2(x^2 - 2a^2)$$

حل:

تجزیه به روش دسته‌بندی: گاهی نمی‌توان یک نماد مشترک را از کل عبارت فاکتور گرفت ولی اگر عبارت را به عبارت‌های کوچک تقسیم بندی کنیم و از هر کدام از آن‌ها عبارتی را فاکتور بگیریم در نهایت می‌توان یک عبارت را از کل فاکتور بگیریم:

$$\underline{x^2 + 2x^2} + x + 2 = x^2(x + 2) + (x + 2) = (x + 2)(x^2 + 1)$$

مثال:

نکته: گاهی اوقات قبل از اتحاد لازم است یکبار از فاکتور گیری استفاده کنیم.

مثال: تجزیه زیر را نگاه کنید.

$$8x^3 - 2x = 2x(4x^2 - 1) = 2x(2x - 1)(2x + 1)$$

نکته: گاهی اوقات برای تجزیه عبارت جبری لازم است جمله‌ی یا جمله‌هایی را تفکیک کنیم.

$$3x^2 + 7x + 2 = 3x^2 + [\underline{6x + x}] + 2 = (3x^2 + 6x)(x + 2)$$

مثال:

$$= 3x(x+2) + (x+2) = (x+2)(3x+1)$$

نکته: گاهی اوقات برای تجزیه عبارت جبری لازم است جمله یا جمله هایی را حذف یا اضافه کنیم.

$$\begin{aligned} x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4 &= \boxed{x^4 + 8x^2y^2 + 9y^4} - 4x^2y^2 \\ &= (x^2 + 3y^2)^2 - 4x^2y^2 = (x^2 + 3y^2 + 2xy)(x^2 + 3y^2 - 2xy) \end{aligned}$$

تجزیه به روش اتحاد مربع دو جمله ای:

برای تجزیه می توانیم از برخی از اتحاد ها استفاده کنیم. مثلاً اگر یک عبارت سه جمله ای داشته باشیم که دو جمله ی آن مربع کامل بوده و جمله ی دیگر ش ۲ برابر حاصل ضرب جذر دو جمله ی مربع کامل باشد. آن سه جمله از راه اتحاد مربع دو جمله ای به صورت زیر تجزیه می شود:

$$(جذر جمله مربع دوم (علامت جمله ی دیگر) جذر جمله مربع اول) = سه جمله ای$$

$$x^4 - 2x^2yz + y^2x^2$$

مثال: عبارت مقابل را تجزیه کنید.

حل: عبارت سه جمله ای است و جملات اول و سوم مربع کامل و جمله ی دوم ۲ برابر حاصل ضرب جذرها است پس می توان از اتحاد مربع دو جمله ای استفاده کرد.

$$x^4 - 2x^2yz + y^2x^2 \rightarrow \begin{cases} x^4 = (x^2)^2, y^2z^2 = (yz)^2, 2x^2yz = 2(x^2)(yz) \\ x^4 - 2x^2yz + y^2x^2 = (x^2 - yz)^2 \end{cases}$$

استفاده از اتحاد اول در مسئله ها

$$\text{مثال: اگر } y^2 + z^2 = 2yz \text{ باشد حاصل } \frac{y^2+z^2}{3y^2-z^2} \text{ چه قدر است؟}$$

$$y^2 + z^2 - 2yz = \cdot \rightarrow (y - z)^2 = \cdot \Rightarrow y = z$$

$$\frac{y^2+z^2}{3y^2-z^2} = \frac{y^2+y^2}{3y^2-y^2} = \frac{2y^2}{2y^2} = 1$$

مثال: اگر $x + y = 7$ و $xy = 5$ باشد حاصل $y^2 + x^2$ کدام است؟

با استفاده از اتحاد مربع دو جمله ای و جایگذاری به جواب می رسیم:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \rightarrow (y)^2 = x^2 + y^2 + 2 \times 5 - \rightarrow x^2 + y^2 = 39$$

نکته: در برخی از عبارت های سه جمله وقتي بخواهيم آن ها را تجزیه کنیم به یک مشکل برخورد می کنیم و آن این است که جمله ای که باید ۲ برابر جمله ی اول در دوم باشد کم تر یا بيشتر از مقدار واقعی است. در اين موارد با اضافه یا کم کردن مقدار عبارت لازم می توان اتحاد را تکمیل کرد.

مثال: با افزودن کدام عدد به عبارت $\frac{1}{4}x^2 - 6x - 4x^2$ مربع یک دو جمله ای حاصل می شود؟

حل: جمله ی $-6x$ جمله ای است که مساوی دو برابر جمله اول در دوم است اگر جمله اول $2x$ باشد با تقسیم $6x$ ابتدا بر ۲ سپس بر جمله اول بخواهيم دید که جمله ی دوم $\frac{3}{2}$ می باشد

$$4x^2 - 6x + \frac{1}{4} = 4x^2 - 6x + \frac{1}{4} + \boxed{\frac{9}{4}} = 4x^2 - 6x + \frac{9}{4} = \left(2x - \frac{3}{2}\right)^2$$

نکته: روش پرکاربرد در تجزیه ی $ax^2 + bx + c$

$$ax^2 + bx + c = \frac{1}{a}(ax + m)(ax + n)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m + n = b \\ mn = ac \end{array} \right.$$

مثال: عبارت $9 - 2x^2 + 2x$ را تجزیه کنید.

$$\begin{cases} 2x^2 + 7x - 9 = \frac{1}{2}(2x + m)(2x + n) \\ m + n = 7 \\ mn = -18 \end{cases} \rightarrow m = 9, n = -2 \Rightarrow$$

$$2x^2 + 7x - 9 = \frac{1}{2}(2x + 9)(2x - 2) = (2x + 9)(x - 1)$$

نکته: اگر جمع ضرائب در یک چند جمله‌ای صفر باشد عبارت عامل $-1x$ دارد و اگر مجموع جملات درجه فرد با مجموع جملات درجه زوج برابر باشد. عامل $+1x$ خواهد داشت.

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

حد مزدوج:

مثال: حاصل $4 - 9998^2$ را به دست آورید.

$$9998^2 - 4 = (9998 - 2)(9998 + 2) = 9996 \times 10000 = 9/996 \times 10^7$$

حل:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

اتحاد جمله‌ای مشترک:

مثال: $4x^2 - 10x - 6 = 4x^2 - 4x - 6x - 6$ را تجزیه کنید.

حل: جمله‌ای اول به ما نشان می‌دهد که مربع عدد $(2x)^2 = 4x^2$ است پس چند جمله‌ای را بر حسب $2x$ مرتب می‌کنیم، داریم: $-6 - 5(2x) - 10x - 4x^2 = (2x)^2 - 5(2x) - 6 = 4x^2 - 5(2x) - 6$

سپس با استفاده از $t = 2x$ چند جمله‌ای را تبدیل و تجزیه می‌کنیم.

$$(2x)^2 - 5(2x) - 6 = t^2 - 5t - 6 = (t + 1)(t - 6) \Rightarrow (2x + 1)(2x - 6)$$

تست: اگر $x^2 + 5x - 5 = 0$ باشد، حاصل $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$ برابر کدام است؟

$$111(4) \quad 99(3) \quad 55(2) \quad 50(1)$$

پاسخ‌گزینه‌ی $x^2 + 5x - 5 = 0 \rightarrow x^2 + 5x = 5 - 2 = 3$ با جابجایی عبارت اصلی داریم:

$$(x + 1)(x + 4)(x + 3)(x + 2) = (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) = (5 + 4)(5 + 6) = 99$$

اتحاد مکعبات دو جمله‌ای (اتحاد چاق و لاغر)

$$\begin{cases} (a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3 \\ (a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3 \end{cases}$$

ویژگی و تشخیص این اتحاد:

یک عبارت دو جمله‌ای در عبارتی سه جمله‌ای ضرب شده است:

الف) دو جمله از جملات سه جمله‌ای مربع جملات دو جمله‌ای هستند

ب) جمله‌ای دیگر قرینه حاصل ضرب جملات دو جمله‌ای است

تجزیه به کمک اتحاد مکعبات

اگر عبارتی دو جمله‌ای داشته باشیم که هر دو جمله‌ای آن مکعب باشند: آنگاه این عبارت را می‌توان به روش زیر تجزیه کرد.

$$\left(\sqrt[3]{\text{جمله اول}} + \sqrt[3]{\text{جمله دوم}} \right)^3 = \text{دو جمله ای}$$

مثال: عبارت $a^6 - 64b^6$ را تجزیه کنید.

$$a^6 - 64b^6 = (a^2 - 4b^2)(a^4 + 4a^2b^2 + 16b^4)$$

ل:

قسمت اول به کمک اتحاد مزدوج با هم تجزیه می‌شود پس:

$$(a^r - 4b^r)(a^r + 4a^r b^r + 16b^r) = (a - 2b)(a + 2b)(a^r + 4a^r b^r + 16b^r)$$

تست: اگر $a^r + b^r = 1$ باشد، حاصل $a^r + b^r$ برابر کدام است؟

$$1 + 3a^r b^r \quad (3)$$

$$1 - 3a^r b^r \quad (3)$$

$$3 - a^r b^r \quad (2)$$

$$3a^r b^r \quad (1)$$

$$a^r + b^r = (a^r + b^r)(a^r - a^r b^r + b^r)$$

پاسخ: گزینه ۳ - ابتدا $a^r + b^r$ تجزیه می کنیم:

سپس $a^r + b^r$ را با استفاده از اتحاد مربع دو جمله ای به $a^r + b^r = a^r + b^r - ab^r + ab^r$ تبدیل می کنیم:

$$a^r + b^r = (a^r + b^r)(a^r - a^r b^r + b^r) = 1((a^r + b^r)^2 - 2a^r b^r - a^r b^r) = 1 - 3a^r b^r$$

اتحاد مکعب دو جمله ای

$$\begin{cases} (a+b)^r = a^r + 3a^r b + 3ab^r + b^r \\ (a-b)^r = a^r - 3a^r b + 3ab^r - b^r \end{cases}$$

تست: معادله $x^r - 3x^r + 3x - 9 = 0$ چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) هیچ

$$x^r - 3x^r + 3x - 9 = 0 \rightarrow x^r - 3x^r + 3x - 8 - 1 = 0 \rightarrow (x-1)^r = 8 \rightarrow x = 2$$

پاسخ: گزینه ۲ -

ترکیب و تعمیم اتحاد ها:

$$x^r + y^r = (x+y)^r - rxy$$

$$x^r + y^r = (x-y)^r + rxy$$

$$(x+y)^r - (x-y)^r = rxy$$

$$(x-y)^r - (x+y)^r = -rxy$$

$$x^r + y^r = (x+y)^r - rxy(x+y)$$

$$x^r - y^r = (x-y)^r + rxy(x-y)$$

$$x^r + y^r + z^r - rxyz = (x+y+z)(x^r + y^r + z^r - xy - xz - yz)$$

$$(x-y)^r + (x+y)^r = rx^r + ry^r$$

اتحاد مهم:

$$x^n - y^n = (x-y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1})$$

اتحاد های زیر از اتحاد بالا نتیجه شده اند.

$$x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1)$$

$$x^n + 1 = (x+1)(x^{n-1} - x^{n-2} + \dots - x + 1)$$

$$1 - y^n = (1+y)(1-y + y^2 - \dots + y^{n-1})$$

گویا کردن مخرج

الف) اگر مخرج شامل یک یا چند رادیکال به شکل عامل ضربی بود صورت و مخرج را در رادیکالی ضرب می کنیم که مخرج گویا شود.

برای گویا شدن $\sqrt[n]{a^m}$ باید آن را در ضرب کنیم

ب) اگر مخرج شامل رادیکال هایی با فرجه‌ی زوج و به شکل جمع و تفریق باشد عبارت را در مزدوجش ضرب یا تقسیم می‌کنیم.

نکته: در صورتی که مخرج شامل سه عامل باشد ممکن است لازم باشد عمل ضرب کردن را چند بار انجام دهیم.

پ) اگر با فرجه‌ی ۳ یا بالاتر از ۳ سر و کار داریم، صورت و مخرج را در عاملی که باعث گویا شدن عاول‌ها می‌شود ضرب و تقسیم می‌کنیم: در مورد توان ۳ داریم:

$$\begin{cases} (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) = (\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) \\ (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}) = (\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} ((a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})) = a^n - b^n \\ ((a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})) = a^n + b^n \end{cases}$$

در مورد توان‌ها می‌باشد تر داریم:

$$\frac{1}{\sqrt[4]{2}-1} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}-1} \times \frac{\sqrt[4]{2^4} + \sqrt[4]{2^3} + \sqrt[4]{2^2} + \sqrt[4]{2^1} + 1}{\sqrt[4]{2^4} + \sqrt[4]{2^3} + \sqrt[4]{2^2} + \sqrt[4]{2^1} + 1} = \frac{\sqrt[4]{2^4} + \sqrt[4]{2^3} + \sqrt[4]{2^2} + \sqrt[4]{2^1} + 1}{2-1} = \sqrt[4]{2^4} + \sqrt[4]{2^3} + \sqrt[4]{2^2} + \sqrt[4]{2^1} + 1$$

ت) اگر مخرج شامل رادیکال‌های مختلف باشد، باید فرجه‌ی مشترک بگیریم سپس مخرج را گویا کنیم.

رادیکال‌های مرکب

اگر عبارت زیر رادیکال خودش شامل رادیکال باشد به آن رادیکال مرکب می‌گوییم:

الف) اگر رادیکال مرکب به صورت $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$ دو راه داریم:

۱- سعی می‌کنیم عبارت زیر رادیکال را به اتحاد مربع دو جمله‌ای تبدیل کنیم سپس رادیکال را ساده کنیم:

تست: حاصل: $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{3}$ برابر کدام است؟

$$2\sqrt{3} + 1 \quad (1) \quad \sqrt{3} + 1 \quad (2) \quad 1 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه‌ی ۲. سعی می‌کنیم عبارت $7 - 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$ را به اتحاد مربع تبدیل کنیم:

$$\sqrt{7 - 4\sqrt{3} + \sqrt{3}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2$$

۲- در مورد $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$ می‌توانیم از روش زیر استفاده کنیم:

اول $A^2 - B$ را برابر دست می‌آوریم. اگر $A^2 - B = C^2$ رادیکال را به شکل زیر ساده می‌کنیم:

تست: حاصل $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$ برابر کدام است؟

$$12\sqrt{2} \quad (1) \quad 6\sqrt{2} \quad (2) \quad 12 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه‌ی ۱: اول رادیکال‌ها را به شکل $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$ تبدیل می‌کنیم:

$$A^2 - B = 11^2 - 72 = 49 \rightarrow C = 7$$

$$\sqrt{11 + \sqrt{72}} = \sqrt{\frac{11+7}{2}} + \sqrt{\frac{11-7}{2}} = 3 + \sqrt{2} \quad \sqrt{11 - \sqrt{72}} = \sqrt{\frac{11+7}{2}} - \sqrt{\frac{11-7}{2}} = 3 - \sqrt{2}$$

$$\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} = 3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} = 6$$

ب) اگر رادیکال مرکب، شامل فرجه‌ی ۳ باشد باید عبارت زیر رادیکال را به شکل اتحاد مکعب دو جمله‌ای بنویسیم.

تست : حاصل $\sqrt[3]{26 - 15\sqrt{3}}$ برابر کدام گزینه است ؟

$$2 - \sqrt{3} \quad (4)$$

$$2 + \sqrt{3} \quad (3)$$

$$2 - \sqrt{3} \quad (2)$$

$$2 + \sqrt{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ سعی می کنیم $26 - 15\sqrt{3}$ را به شکل اتحاد مکعب بنویسیم :

$$26 - 15\sqrt{3} = 8 + 18 - 12\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 8 - 12\sqrt{3} + 18 - 3\sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})^3$$

$$\sqrt[3]{26 - 15\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(2 - \sqrt{3})^3} = 2 - \sqrt{3}$$



تست های فصل سوم

۱- حاصل $x \sqrt[3]{\frac{1}{x} \sqrt{\frac{1}{x^2}}}$ کدام است ؟

$$\sqrt{|x|} \quad (4)$$

$$\sqrt[3]{|x|} \quad (3)$$

$$\sqrt{x} \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{x} \quad (1)$$

۲- حاصل $A = \sqrt{4 + \sqrt{12}} + \sqrt{4 - \sqrt{12}}$ کدام است ؟

$$\sqrt{12} + 14$$

$$\sqrt{12} - 13$$

$$\sqrt{3} + 22$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

۳- حاصل کدام است؟

$$\frac{\sqrt{\delta+2}+\sqrt{\delta-2}}{\sqrt{\delta+1}}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{7} \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۴- اگر $x^{x^{x^{\dots}}} = 4\sqrt{2}$ باشد حاصل \sqrt{x} کدام است؟

$$\sqrt[16]{2\sqrt{7}} \quad (4)$$

$$\sqrt[8]{2\sqrt{7}} \quad (3)$$

$$\sqrt[4]{2\sqrt{7}} \quad (2)$$

$$\sqrt[16]{4\sqrt{7}} \quad (1)$$

۵- در یک آزمایشگاه نوعی باکتری کشت داده می شود که در هر ساعت ، وزن آن ها ۲ برابر می شود . اگر در ساعت ۸ صبح وزن باکتری ها ۴ گرم باشد . در ساعت ۹:۴۵ صبح وزن آن ها چند گرم خواهد بود؟ (رشد باکتری ها به صورت نمایی است)

$$8\sqrt{8} \quad (4)$$

$$8\sqrt[4]{4} \quad (3)$$

$$8\sqrt[4]{2} \quad (2)$$

$$4\sqrt{4} \quad (1)$$

۶- حاصل $x = \sqrt[10]{24 + 2\sqrt{24 + 2\sqrt{24 + \dots}}}$ کدام است؟

$$\sqrt[10]{6} \quad (4)$$

$$\sqrt[8]{6} \quad (3)$$

$$\sqrt[5]{6} \quad (2)$$

$$\sqrt[10]{2} \quad (1)$$

۷- حاصل عبارت $S = 1 + \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{4}}{3+\sqrt{4}} + \dots + \frac{\sqrt{n}}{n+\sqrt{n^2-n}}$ به ازای $n=100$ کدام است؟

$$\sqrt{99} \quad (4)$$

$$\sqrt{101} \quad (3)$$

$$10 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

۸- حاصل $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ کدام است؟

$$\sqrt[4]{6} \quad (4)$$

$$\sqrt[3]{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{7} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۹- حاصل $\sqrt[9]{(\sqrt{81} + \sqrt{9} + 3)} + \sqrt[9]{9 + \sqrt{9} - 2\sqrt{81}}$ کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$\sqrt[5]{9} - 3 \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{3} + \sqrt{9} \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

۱۰- حاصل عبارت رویه رو کدام است؟

$$\frac{9}{11} \quad (4)$$

$$0/99 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$0/9 \quad (1)$$

۱۱- اگر a,b,c اضلاع یک مثلث باشند و a>b>c ترین ضلع مثلث باشد حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$k = \sqrt{a+b+c-2\sqrt{ac+bc}} + \sqrt{a-b+c-2\sqrt{ac-bc}}$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b} \quad (4)$$

$$2\sqrt{a-b} \quad (3)$$

$$2\sqrt{a+b} \quad (2)$$

$$2\sqrt{c} \quad (1)$$

۱۲- کدام است $K = \sqrt[7]{7+5\sqrt{7}} + \sqrt[7]{7-5\sqrt{7}}$

$$\sqrt{7} + 2 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{5}{7} \quad (2)$$

$$2\sqrt{7} \quad (1)$$

۱۳- حاصل $\sqrt{4 + \sqrt{5}} - \sqrt{\frac{4 + \sqrt{11}}{2}}$ کدام است؟

$\sqrt{\frac{4 - \sqrt{11}}{2}} (4)$

$\sqrt{4 - \sqrt{5}} (3)$

$\sqrt{\sqrt{5} + 1} (2)$

$\sqrt{5} - 2 (1)$

۱۴- حاصل عبارت $A = \sqrt{5 + 4\sqrt{3 - 4\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}}$ بین کدام دو عدد متولی قرار دارد؟

۴) بین ۴ و ۵

۳) بین ۳ و ۴

۲) بین ۲ و ۳

۱) بین ۱ و ۲

۱۵- اگر مجموع ضرایب بسط $(x + 2y + 1)^n$ ، واحد بیشتر از مجموع ضرایب بسط $(x + y)^n$ باشد ، مقدار n کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۱۶- اگر $mx^4 - 12x^3 + nx^2 - 12x + 4$ مربع کامل باشد ، مقدار $m+n$ کدام گزینه است؟

۲۰ (۴)

۱۷ (۳)

۲۱ (۲)

۱۳ (۱)

۱۷- اگر $\frac{x^3}{x^4+x^2+1}$ کدام است؟

$\frac{1}{8} (4)$

$\frac{3}{10} (3)$

$\frac{2}{9} (2)$

$\frac{1}{16} (1)$

۱۸- اگر $a + b - c = 4$ باشد ، حاصل $a^3 - b^3 + c^3 - 16$ کدام است؟

۲($ac - 4b$) (4)

۲($ab - 4c$) (۳)

۲($4b - ac$) (۲) ۲($bc - 4a$) (۱)

۱۹- اگر $x^2 + x = 1$ باشد ، حاصل $x^6 + 4x^3 + 4x$ کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۰- حاصل $\frac{2 \times 3 \times 5 \times 17 \times 247}{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{15}}$ کدام است؟

۳ (۴)

$\frac{3}{2} (3)$

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۱- اگر $4 + 2x = 2x^2$ باشد ، حاصل عبارت روبه رو چقدر است؟

۲۵۲ (۴)

-۷۷ (۳)

-۴۴ (۲)

۵۳۲ (۱)

۲۲- اگر $a^4 + b^4 + c^4 = 4$ و $a + b + c = 0$ باشد ، حاصل عبارت $a^2 + b^2 + c^2 = 4$ کدام گزینه است؟

۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

۲۳- اگر تساوی $a(x-1)^4 + b(x-1)^3 + c(x-1)^2 + d = x^3$ یک اتحاد باشد ، مقدار $abcd$ کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

۲۴-اگر $\sqrt{\frac{a}{x}} + \sqrt{x-a} = 4$ کدام است؟

۲۵۶ (۴)

۱۹۴ (۳)

۵۲ (۲)

۱۴ (۱)

$$A = (x^r - x^r)^r + (x^r + x^r - 2)^r$$

۱ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱) صفر

۲۵-کم ترین مقدار عبارت رویه رو چقدر است؟

$$A = 1390^r + 1390 \times 1395 + 1395^r + 3 \times 1390^r \times 279 - 3 \times 1395^r \times 278$$

۲۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

۱۳۹۵ (۲)

۱۳۹۰ (۱)

۲۶-حاصل عبارت رویه رو کدام گزینه است؟

$$x + \frac{1}{x^2} = 5$$

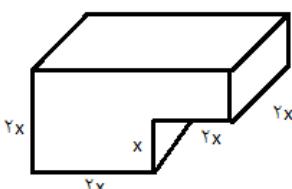
۴۱ (۴)

۳۲ (۳)

۲۵ (۲)

۲۷ (۱)

۲۷-در شکل مقابل، یک منبع آب به گنجایش ۱۵۰۰ لیتر رسم شده است. مقدار x کدام است؟



۵ (۲)

۴ (۱)

۲۸-حاصل $(\frac{1}{2})^r + (\frac{4}{747})^r + 18(\frac{1}{253})(\frac{4}{747})$ کدام گزینه است؟

۱۲۵ (۴)

۲۱۶ (۳)

۳۶ (۲)

۱۸۶ (۱)

۲۹-اگر $x^r + 6x + 7 = (x^r + 6x + 11)(x^r + 6x + 11) = 621$ باشد و $x > 0$ باشد، حاصل $x^r + 2x$ کدام گزینه است؟

۱۵ (۴)

۸۰ (۳)

۳۵ (۲)

۴۸ (۱)

۳۰-اگر $\frac{(a-b)^r + (b-c)^r + (c-a)^r}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 3$ کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۳۱-اگر a, b, c اعداد طبیعی باشند و داشته باشیم $a + 1)(a + 5) + 2b - b^r - 8 = -3$ کدام است؟

۵ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

۴ (۱)

$$x^r + (x^r - 2)^r - 6 = -8$$

۲ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۳۲-حاصل $\sqrt{\sqrt{51 \times 52 \times 53 \times 54 + 1} - 255}$ کدام است؟

۶۰ (۴)

۵۵ (۳)

۵۰ (۲)

۴۸ (۱)

۳۳-معادله مقابل چند جواب دارد؟

$$\sqrt{4x+1} - 2\sqrt{x-1} = a$$

$$\frac{1}{r} \left(a + \frac{r}{a} \right) (۴)$$

$$\frac{1}{r} \left(a + \frac{a}{r} \right) (۳)$$

$$\frac{1}{r} \left(a - \frac{r}{a} \right) (۲)$$

$$\frac{1}{r} \left(a - \frac{a}{r} \right) (۱)$$

۳۴-نمودار رابطه $x^r + y^r + 1 = 3xy$ به چه صورت است؟

۲) سه خط راست

۱) دو خط راست و یک نقطه خارج آن ها

۴) دو خط راست

۳) یک خط راست و یک نقطه خارج آن

۷) به ازای چه تعدادی از اعداد طبیعی n حاصل $13 - 20n^3 + 8n^5 - n^7$ عددی اول است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸) مجموع ارقام $10^{13} + 10^{11} + 10^9 + \dots$ کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۰ (۳)

۱۹ (۲)

۱۴ (۱)

۹) اگر مربعات دو عدد طبیعی ، عدد P باشد ، تفاضل مکعبات آن ها کدام گزینه است؟

$2P^2 + 1$ (۴)

$\frac{2P^2 + 1}{4}$ (۳)

$\frac{P^3 + 16P - 29}{4}$ (۲)

$6P - 11$ (۱)

۱۰) عبارت $1 - x^6$ شامل چند عدد اول است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳۶ (۱)

ایران لرن

Konkor.in

توشه‌ای برای موفقیت

آزمون فصل سوم

۱) حاصل $A = \sqrt{5 + 4\sqrt{3 - 4\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}}$ بین کدام دو عدد متوالی قرار دارد؟

۵، ۴ (۴) بین

۴، ۳ (۳) بین

۲، ۳ (۲) بین

۱) بین (۱)

۲- در یک آزمایشگاه نوعی باکتری کشت داده می شود که در هر ساعت ، وزن آن ها ۲ برابر می شود . اگر در ساعت ۸ صبح وزن باکتری ها ۴ گرم باشد . در ساعت ۹:۴۵ وزن آن ها چند گرم خواهد بود؟ (رشد باکتری ها به صورت نمایی است)

$$8\sqrt{8}(4)$$

$$8\sqrt{4}(3)$$

$$8\sqrt{2}(2)$$

$$4\sqrt{4}(1)$$

۳- حاصل $x = \sqrt{24 + 2\sqrt{24 + 2\sqrt{24 + \dots}}}$ کدام است؟

$$\sqrt[4]{8}(4)$$

$$\sqrt[5]{8}(3)$$

$$\sqrt[6]{8}(2)$$

$$\sqrt[10]{8}(1)$$

۴- حاصل $x = \sqrt{37}$ به ازای $\frac{x+2+\sqrt{x^2-4}}{x+2-\sqrt{x^2-4}} + \frac{x+2-\sqrt{x^2-4}}{x+2+\sqrt{x^2-4}}$ کدام است؟

$$\sqrt{37}-1(4)$$

$$\frac{\sqrt{37}}{2}(3)$$

$$\sqrt{37}(2)$$

$$2\sqrt{37}(1)$$

۵- حاصل عبارت رو به ازای $n=100$ کدام است؟

$$S = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{4}}{4+\sqrt{4}} + \dots + \frac{\sqrt{n}}{n+\sqrt{n^2-n}}$$

$$\sqrt{99}(4)$$

$$\sqrt{101}(3)$$

$$10(2)$$

$$9(1)$$

۶- حاصل عبارت رو به کدام گزینه است؟

$$A = \frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$$

$$\frac{9}{11}(4)$$

$$0/99(3)$$

$$\frac{1}{2}(2)$$

$$9/0(1)$$

۷- حاصل $\sqrt{9(\sqrt{81} + \sqrt{9} + 3)} + \sqrt{9 + \sqrt{9 - 2\sqrt{81}}}$ کدام است؟

$$6(4)$$

$$\sqrt{9}-3(3)$$

$$\sqrt{3}+\sqrt{9}(2)$$

$$5(1)$$

۸- ساده شده ی عبارت $S = \frac{a^2+2a+(a+1)\sqrt{a^2-9}}{a^2-2a+(a-1)\sqrt{a^2-9-3}}$ به ازای $a > 3$ کدام است؟

$$\sqrt{a-3}(4)$$

$$\sqrt{a+2}(3)$$

$$\sqrt{\frac{a-3}{a+3}}(2)$$

$$\sqrt{\frac{a+3}{a-3}}(1)$$

۹- اگر $\frac{x+y}{x-y}$ باشد، حاصل $\frac{xy}{x^2+y^2}$ با فرض $x > y > 0$ کدام است؟

$$3(4)$$

$$\sqrt{3}(3)$$

$$2(2)$$

$$\sqrt{2}(1)$$

۱۰- حاصل $\frac{2 \times 3 \times 5 \times 17 \times 257}{1+2+2^2+2^3+\dots+2^{15}}$ کدام است؟

$$3(4)$$

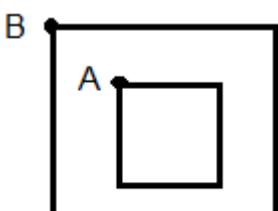
$$-\frac{3}{2}(3)$$

$$2(2)$$

$$1(1)$$

۱۱- همانند شکل ، عکس مربعی را در یک قاب مربع شکل طوری چسبانده ایم که مرکز مربع ها بر هم منطبق

است. قسمت های خالی قاب را می توانیم با یک کاغذ مربع شکل به ضلع ۲۰ به طور کامل پوشش دهیم به طوری



که کاغذی اضافه نماند . اگر $AB = 5\sqrt{2}$ باشد ابعاد قاب عکس به کدام صورت است؟

۲۴×۲۴(۷)

۲۲×۲۲(۱)

۳۰×۳۰(۴)

۲۵×۲۵(۳)

۱۲- حاصل عبارت $1 + 4(x - 1)^4 + 6(x - 1)^3 + 4(x - 1)^2 + x$ به ازای $(x - 1)^4 + 4(x - 1)^3 + 6(x - 1)^2 + 4(x - 1) + 1$ کدام است؟

۲۵(۴)

۵(۳)

۴(۲)

۱۰(۱)

۱۳- $x^5 + 1 = x^{1395} + \frac{1}{x^{1395}}$ باشد، حاصل $\left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right)\left(x^{1395} + \frac{1}{x^{1395}}\right)$ کدام گزینه است؟

-۴(۴)

۴(۳)

۲(۲)

-۲(۱)

۱۴- اگر بین اعداد حقیقی و مثبت، a, b, c رابطه $\frac{a+b-c}{c} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{-a+b+c}{a}$ برقرار باشد ، مقدار عبارت

$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$ کدام است؟

۱۶(۴)

۸(۳)

۴(۲)

۲(۱)

۱۵- مجموع ارقام عدد $(1 + 1)(10^2 + 1)(10^4 + 1)(10^8 + 1)(10^{16} + 1)$ برابر است با :

۵۹(۴)

۵۴(۳)

۴۸(۲)

۳۲(۱)

۱۶- عبارت حاصل $S = \frac{(2^4+2^2+1)(2^4+4^2+1)(4^4+6^2+1)(8^4+8^2+1)(10^4+10^2+1)}{(2^4+2^2+1)(4^4+5^2+1)(6^4+7^2+1)(9^4+9^2+1)(11^4+11^2+1)}$ برابر است با :

۰/۰۲(۴)

$\frac{1}{120}(۳)$

$\frac{1}{123}(۲)$

۰/۰۱(۱)

ایران لوحش

توشه‌ای برای موفقیت

۱۷- عددی طبیعی را مثلثی می گوییم هرگاه بتوان به ازای یک n طبیعی ان را به صورت

$\frac{n(n+1)}{2}$ نوشت. مثلا عدد ۱۰ مثلثی است زیرا $10 = \frac{4\times 5}{2}$ می باشد. چند زوج (a, b) از

اعداد مثلثی وجود دارند به طوری که $a-b=10$ باشد؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۱۸- اگر اعداد طبیعی A, B, C در دستگاه روبه رو صدق کنند مقدار $A+B+C$ کدام است؟

$$\begin{cases} A^r + 2B^r - 2BC = 100 \\ 2AB - C^r = 100 \end{cases}$$

۶۰(۴)

۴۵(۳)

۴۰(۲)

۳۰(۱)

۱۹- عدد هایی مثبت اند که $a^r - 2b^r - ab = 0$ باشد، حاصل $\frac{a+b}{a-b}$ چه قدر است؟

۴) چنین اعدادی وجود ندارد.

$\sqrt{3}(۳)$

$\sqrt{2}(۲)$

۳(۱)

۲۰- اگر $S = \frac{(2^r-1)(2^r-1)(2^r-1)\dots(100^r-1)}{(2^r+1)(2^r+1)(2^r+1)\dots(100^r+1)}$ باشد، کدامیک از مقادیر زیر به S نزدیکتر است؟

فصل چهارم : معادلات و نامعادلات

فرم کلی‌له‌ی درجه‌ی دوم به صورت روبه رو است :

روش‌های اصلی حل معادله‌ی درجه‌ی ۲

۱- روش کلی

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0.$$

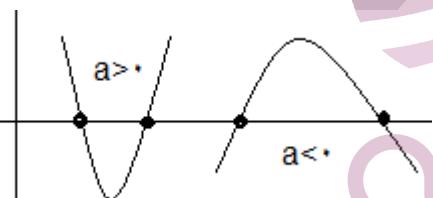
$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

۲- روش کلی کمکی : اگر ضریب x یعنی b زوج باشد آنگاه برای ساده شدن محاسبات از این روش استفاده می‌کنند :

$$b = \frac{b}{2} \rightarrow \Delta = b^2 - ac \rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{a}$$

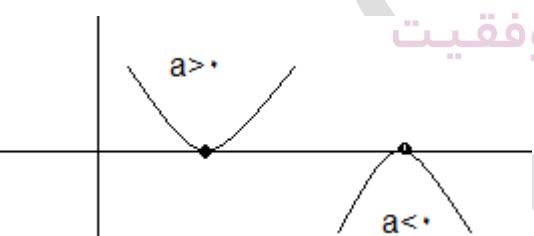
تعداد ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم

۱) $\Delta > 0$ معادله دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز است یعنی محور X ‌ها در دو نقطه‌ی متفاوت قطع می‌کند.



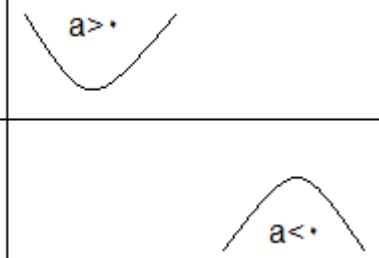
$$ax^2 + bx + c \rightarrow a(x - x_1)(x - x_2)$$

۲) $\Delta = 0$ معادل ریشه‌ی مضاعف دارد یعنی بر محور X ‌ها مماس است.



$$ax^2 + bx + c \rightarrow a(x - x_1)^2 \rightarrow x_{1,2} = \frac{-b}{2a}$$

۳) $\Delta < 0$ معادله ریشه‌ندارد یعنی سهمی محور X ‌ها را قطع نمی‌کند و همواره در یک طرف محور X ‌ها است.



تست : به ازای کدام مقدار m نمودار تابع $y = (m-1)x^2 + \sqrt{3}x + m$ ، همواره در زیر محور x ها است؟ (سراسری ریاضی ۸۵)

$$m > \frac{3}{2} \quad (4) \quad 1 < m < \frac{3}{2} \quad (3) \quad -\frac{1}{2} < m < 1 \quad (2) \quad m < -\frac{1}{2} \quad (1)$$

حل : برای آن که سهمی در زیر محور x ها قرار بگیرد ، لازم است که $\Delta > 0$ و $a < 0$ پس :

$$\Delta = (\sqrt{3})^2 - 4(m-1)m < 0 \rightarrow -4m^2 + 4m + 3 < 0 \rightarrow (-2m-1)(2m-3) < 0 \rightarrow m < -\frac{1}{2}, \quad m > \frac{3}{2}$$

که اشتراک این دو گزینه‌ی ۱ خواهد بود

$$ax^2 + bx + c$$

روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم

$$x_1 + x_2 = S = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = P = \frac{c}{a}$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{a}$$

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{باشد :} \quad a + b + c = 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a} \quad \text{باشد :} \quad a - b + c = 0$$

تست : اگر یکی از ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $= 1 - mx + m + 1 = mx + 1$ یک واحد بیشتر از ریشه‌ی دیگر باشد ، ریشه‌ی بزرگ‌تر معادله برابر کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲) یا

۱ (۱) صفر یا

پاسخ : گزینه‌ی ۱ . وقتی یکی از ریشه‌ها یک واحد بزرگ‌تر از دیگری است یعنی تفاضل ریشه‌ها برابر ۱ است :

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{a} = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{(-m)^2 - 4 \times 1 \times (m+1)}}{1} = 1 \Rightarrow \sqrt{m^2 - 4m - 4} = 1 \rightarrow m^2 - 4m - 4 = 1 \rightarrow m^2 - 4m - 5 = 0$$

چون $a + c = b$ پس $a = -1$ یا $m = 5$ حالا به ازای هر دو این عدددها ریشه‌ها را می‌یابیم :

$$m = -1 \rightarrow x^2 + x = 0 \rightarrow x(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$m = 5 \rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow (x-2)(x-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

نکته : در یک معادله‌ی چند جمله‌ای با هر درجه دلخواه اگر مجموع ضرایب برابر صفر باشد ، یکی از ریشه‌ها حتماً برابر ۱ است و بر عبارت $1 - x$ بخش پذیر است . سایر ریشه‌ها توسط تقسیم و تجزیه به دست می‌آید .

نکته : در یک معادله‌ی چند جمله‌ای با هر درجه دلخواه اگر مجموع ضرایب توان‌های فرد برابر باشد ، یکی از ریشه‌ها حتماً برابر ۱ است و بر عبارت $x + 1$ بخش پذیر است . سایر ریشه‌ها توسط تقسیم و تجزیه به دست می‌آید .

نکته : برای اینکه در معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c$ دو ریشه معادله قرینه‌ی همدیگر باشند کافی است که $b = 0$ باشد .

نکته : برای اینکه در معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c$ دو ریشه معادله معکوس همدیگر باشند کافی است که $a = c$ باشد .

نکته : اگر بخواهیم معادله‌ی درجه دومی بنویسیم که ریشه‌های آن قرینه‌ی ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c$ باشد کافی است ضریب b را قرینه کنیم .

نکته : اگر بخواهیم معادله‌ی درجه دومی بنویسیم که ریشه‌های آن معکوس ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c$ باشد کافی است جای a و c را عوض کنیم .

نکته : اگر بخواهیم معادله‌ی درجه دومی بنویسیم که ریشه‌های آن k برابر ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c$ باشد کافی است b را برابر k برابر کنیم .

نکته : اگر بخواهیم معادله‌ی درجه دومی بنویسیم که ریشه‌های آن k واحد بیشتر از ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c$ باشد کافی است x را به $x-k$ کنیم .

نکته : اگر بخواهیم معادله‌ی درجه دومی بنویسیم که ریشه‌های آن k واحد بیشتر از ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c$ باشد کافی است x را به $x+k$ کنیم .

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

(الف) اگر $\Delta > 0$ ۱- اگر $\frac{c}{a} < \frac{-b}{a}$ باشد و $\Delta > 0$ معادله دارای دو ریشه ی حقیقی متمایز مثبت است.۲- اگر $\frac{c}{a} > \frac{-b}{a}$ باشد و $\Delta > 0$ معادله دارای دو ریشه ی حقیقی متمایز منفی است.۳- اگر $\frac{c}{a} < \frac{-b}{a}$ باشد و $\Delta < 0$ معادله دارای دو ریشه ی حقیقی متمایز غیر هم علامت که قدر مطلق ریشه ی مثبت بزرگ تر از قدر مطلق ریشه ی منفی است.۴- اگر $\frac{c}{a} < \frac{-b}{a}$ باشد و $\Delta < 0$ معادله دارای دو ریشه ی حقیقی متمایز غیر هم علامت که قدر مطلق ریشه ی مثبت کوچک تر از قدر مطلق ریشه ی منفی است.۵- اگر $\frac{c}{a} > \frac{-b}{a}$ باشد و $\Delta < 0$ معادله دارای یک ریشه ی مثبت است.۶- اگر $\frac{c}{a} < \frac{-b}{a}$ باشد و $\Delta = 0$ معادله دارای یک ریشه ی منفی است.۷- اگر $\frac{c}{a} = \frac{-b}{a}$ باشد و $\Delta < 0$ معادله دارای دو ریشه ی قرینه ی هم است.(ب) اگر $\Delta = 0$ ۱- اگر $\frac{c}{a} > \frac{-b}{a}$ باشد و $\Delta = 0$ معادله دارای ریشه ی مضاعف مثبت است.۲- اگر $\frac{c}{a} < \frac{-b}{a}$ باشد و $\Delta = 0$ معادله دارای ریشه ی مضاعف منفی است.تست: حدود m چه باشد تا معادله $x^2 - (m+2)x + 2m + 1 = 0$ دو ریشه ی مثبت داشته باشد؟

$$1) \quad m \leq 4 \text{ یا } m \geq 4 \quad m \leq \frac{1}{2} \text{ یا } m \geq \frac{1}{2} \quad -2 < m \leq 0 \quad m \geq 4 \quad -\frac{1}{2} < m \leq 0$$

پاسخ: گزینه ۱. برای آن که معادله دو ریشه ی مثبت داشته باشد، باید $\Delta \geq 0$ و $\frac{c}{a} > 0$ باشد. پس:

$$\Delta \geq 0 \rightarrow (m+2)^2 - 4(1)(2m+1) \geq 0 \rightarrow m^2 - 4m \geq 0 \rightarrow m(m-4) \geq 0 \rightarrow m \leq 0, m \geq 4$$

$$\frac{c}{a} > 0 \rightarrow 2m+1 > 0 \rightarrow m > -\frac{1}{2} \quad -\frac{b}{a} > 0 \rightarrow m+2 > 0 \rightarrow m > -2$$

اشتراک سه نامساوی بالا برابر گزینه ۱ است

سهمی

به منحنی نمایش تابع درجه ۲ سهمی می گشیند. هر سهمی دارای راس است که همیشه بیشترین مقادیر را نشان می دهد.

(الف) اگر a مثبت باشد سهمی رو به بالا است و دارای مینیممی به مختصات $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ می باشد و برد تابع $(-\frac{\Delta}{4a}, +\infty)$ است.(ب) اگر a مثبت باشد سهمی رو به پایین سنت و دارای ماکزیممی به مختصات $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ می باشد و برد تابع $(-\infty, -\frac{\Delta}{4a})$ است.(پ) سهمی دارای یک محور تقارن به معادله $y = -\frac{b}{2a}x$ است.ت) خط $y = -\frac{\Delta}{4a}$ تنها خطی است که بر سهمی مماس می شود.(ث) اگر $|a| > 1$ ، آن گاه نمودار سهمی فشرده تر از نمودار $y = f(x)$ است و اگر $1 < |a|$ ، آن گاه با نموداری باز تراز نمودار $y = f(x)$ مواجه خواهیم شد.

(ج) اگر دو نقطه از سهمی دارای عرض های برابر داشته باشند نقطه ی وسط پاره خط بین این دو نقطه روی محور تقارن سهمی می باشد.

تست: در شکل روبه رو نمودار چند جمله ای $P(x) = ax^2 + bx + c$ رسم شده است. درباره ی علامت تقارن سهمی می باشد.

(۱) همواره مثبت

(۲) گاهی مثبت و گاهی منفی

(۳) گاهی منفی و گاهی صفر

حل: چون سهمی رو به بالا است، پس $a > 0$. هم چنین محور تقارن سهمی در سمت راست
$$-\frac{b}{2a} > 0 \rightarrow b < 0$$
 محور عرض ها قرار دارد پسسهمی محور y را در نقطه ای با عرض منفی قطع کرده، پس $c < 0$. حال دقت کنید که طبق نمودار $P(x) = ax^2 + bx + c$ (۲) زیرا نقطه ای با طول ۲ روی سهمی پایین محور x ها است)بنابراین: $P(2) < 0 \rightarrow 4a + 3b + 2c < 0$ تست: به ازای چند مقدار m بیشترین مقدار سهمی $y = mx^2 - (m+3)x + 5$ برابر ۱ است؟

(۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) بی شمار

پاسخ: گزینه ۱. بیشترین مقدار سهمی یعنی عرض راس، پس باید عرض راس را برابر ۱ قرار دهیم:

$$-\frac{\Delta}{4a} = 1 \rightarrow -\frac{(m+2)^2 - 4m \times 5}{4m} = 1 \rightarrow m^2 + 6m + 9 - 20m = -4m \rightarrow m^2 - 10m + 9 = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 9 \end{cases}$$

با توجه به اینکه ۱ و ۹ هر دو مثبت هستند و سهمی $y = mx^2 - (m+3)x + 5$ وقتی ماکسیمم دارد که $m < 0$ پس هیچ کدام از جواب های به دست آمده قابل قبول نیست.

نکته: اگر معادله $y = ax^2 + bx + c$ که سهمی دارای پارامترهاش و بخواهیم حدود پارامترها را طوری تعیین کنیم که سهمی از ناحیه‌های مشخصی عبور کند باید نمودار سهمی مورد نظر را رسم کنیم و شرایطی را بررسی کنیم که نمودار آن ویژگی‌ها را داشته باشد. شرایطی را که معمولاً باید مورد بررسی قرار بگیرند این هاستند: طول راس، عرض راس، نقاط برخورد با محورها و مینیمم و ماکسیمم.

نکته: شرط آن که سهمی از چهار ناحیه‌ی دستگاه مختصات عبور کند آن است که $ac < 0$.

تست: اگر سهمی $y = mx^2 + (2m-1)x + m - 1$ از هر چهار ناحیه‌ی دستگاه مختصات عبور کند، حدود m کدام است؟

$$\begin{aligned} & \cdot < m < 1 \quad (4) \\ & -1 < m < 0 \quad (3) \\ & m < 1 \quad (2) \\ & m > 1 \quad (1) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۴ - همان طور که گفتیم کافی است که $ac < 0$ باشد، پس:

استفاده از مینیمم و ماکسیمم سهمی در مسائل کاربردی

در برخی از مسائل پیدا کردن مینیمم و ماکسیمم خواسته شده است اگر بعد از نوشتن معادله‌ی مسئله به معادله‌ی یک سهمی رسیدیم مقدار مینیمم و ماکسیمم همان $\frac{\Delta}{4a}$ - خواهد بود.

تست: اگر $x \in [0, 5]$ باشد، کم ترین مقدار اختلاف مربع آن با چهار برابرش کدام است؟

$$-5 \quad (4) \quad -4 \quad (3) \quad 5 \quad (2) \quad 4 \quad (1)$$

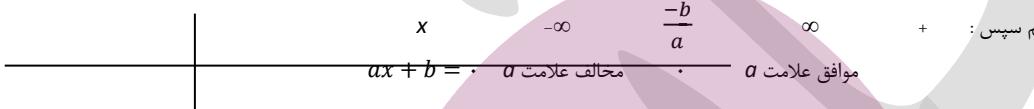
پاسخ: گزینه ۳. باید کم ترین مقدار اختلاف مربع آن با چهار برابرش پس معادله‌ی $-4x^2 - 4x = y$ است که مینیمم آن برابر است با:

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{4^2}{4 \times 1} = -4$$

تعیین علامت

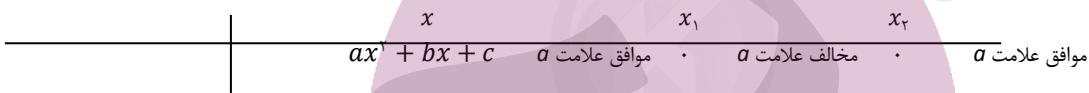
چند جمله‌ای درجه اول

ابتدا معادله‌ی $ax + b = 0$ را حل می‌کنیم سپس:

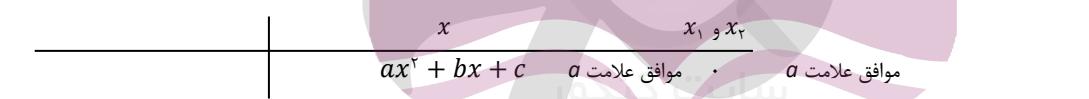


چند جمله‌ای درجه دوم

(الف) اگر $\Delta > 0$



(ب) اگر $\Delta = 0$

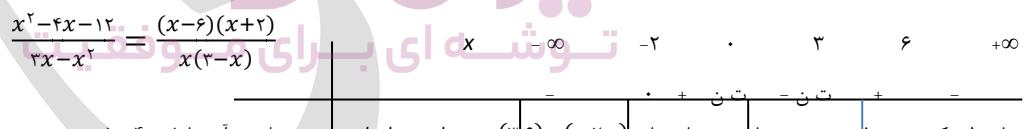


(پ) اگر $\Delta < 0$ همواره موافق علامت

تست: به ازای چند عدد صحیح عبارت $\frac{x^2 - 4x - 12}{3x - x^2}$ مقداری ثابت دارد؟

(۱) هیچ (۲) سه (۳) پنج (۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینه ۲. ریشه‌های صورت و مخرج را به دست می‌آوریم و جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که در جدول می‌بینیم عبارت در بازه‌های (-2, 0) و (0, 6) مثبت است و اعداد صحیح متعلق به آنها -1, 4, و 5 هستند

نکته: عبارت $ax^2 + bx + c$ به ازای جمیع مقادیر x همواره مثبت است هر گاه: $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$

و همواره منفی است هر گاه: $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases}$

تست: اگر عبارت $(m+2)x^2 - 2mx + 1 = 0$ به ازای تمام مقادیر x مثبت باشد، حدود m کدام است؟

$$-2 < m < 2 \quad (4) \quad -1 < m < 1 \quad (3) \quad -2 < m < 1 \quad (2) \quad -1 < m < 2 \quad (1)$$

$$a > 0 \rightarrow m+2 > 0 \rightarrow m > -2$$

پاسخ: گزینه ۱. باید $\frac{\Delta}{a} < 0$ باشد.

$$\Delta < 0 \rightarrow 4m^2 - 4(m+2) < 0 \rightarrow -1 < m < 2$$

اشتراک این دو گزینه‌ی ۱ می‌باشد.

نکته: همواره رادیکال با فرجه‌ی زوج مثبت است پس برای تعیین علامت با آن مثل علامت مثبت برخورد می‌کنیم و رادیکال با فرجه‌ی فرد را تعیین علامت می‌کنیم.

نامعادله

$$\begin{cases} 2x + y < 6 \\ x + 2y > 3 \end{cases} \text{ حدود } x \text{ کدام است؟}$$

$$x > 3 \quad (4) \quad x < 3 \quad (3) \quad x > 1 \quad (2) \quad x < 1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه‌ی ۳. باید کاری کنیم که ۷ حذف شود. برای اینکار نامساوی اول را در -۲ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2x + y < 6 \\ x + 2y > 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -4x - 2y > -12 \\ x + 2y > 3 \end{cases} \rightarrow -3x > -9 \rightarrow x < 3$$

روش حل نامعادلات کسری

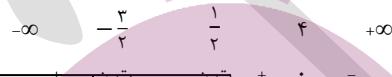
در این حالت ابتدا تمام عبارت را به یک سمت آورده و پس از مخرج مشترک گرفتن و ساده کردن به یک کسر می‌رسیم. با تعیین علامت صورت و مخرج و در نهایت خود کسر جواب را می‌یابیم.

$$\text{تست: مجموعه جواب نامعادله } \frac{1}{2x-1} \leq \frac{2}{3x+2} \text{ کدام است؟}$$

$$(1) \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right] \cup \left(\frac{1}{2}, 4\right) \quad (2) \left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}\right) \cup [4, +\infty) \quad (3) (-\infty, 4] \quad (4) [4, +\infty)$$

پاسخ: گزینه‌ی ۳. همه‌ی عوامل را به یک طرف منتقل و ساده می‌کنیم.

$$\frac{1}{2x-1} \leq \frac{2}{3x+2} \rightarrow \frac{1}{2x-1} - \frac{2}{3x+2} \leq 0 \rightarrow \frac{3x+2-4x+2}{(2x-1)(3x+2)} \leq 0 \rightarrow \frac{-4+4}{(2x-1)(3x+2)} \leq 0.$$



سپس حاصل را تعیین علامت می‌کنیم:

با توجه به جدول تعیین علامت چون کسر باید کوچک‌تر یا مساوی صفر باشد، پس مجموعه جواب $\left[-\frac{2}{3}, \frac{1}{2} \right]$ است.

نکته: در حل نامعادلات امکان طرفین - وسطین کردن وجود ندارد. مگر اینکه علامت عبارت‌های مخرج دو طرف همواره معلوم باشد.

$$\frac{1}{x-2} > \frac{1}{x-1} \rightarrow x-1 > x-2 \quad \text{مثالاً کار انجام شده مقابل غلط است:}$$

$$|x| > a \rightarrow x > a, x < -a$$

$$|x| < a \rightarrow -a < x < a$$

نکته:

$$|x| = \begin{cases} x, x > 0 \\ -x, x < 0. \end{cases}$$

$$|x| = |y| \rightarrow x = \pm y$$

نکته:

تست: اگر $-3 < x < 4$ و $x > 2$ باشد، کدام نامساوی ببرقرار است؟

$$(1) |2x-1| < 7 \quad (2) |2x+1| > 7 \quad (3) |2x-1| < 7 \quad (4) |2x+1| < 7$$

?

تست: اگر $-3 < x < 4$ و $x > 2$ باشد، کدام نامساوی ببرقرار است؟

$$(1) |2x-1| > 7 \quad (2) |2x+1| < 7 \quad (3) |2x-1| < 7 \quad (4) |2x+1| < 7$$

پاسخ: گزینه‌ی ۱. میانگین دو عدد -۳ و ۴ عدد $\frac{1}{2}$ است. پس آن را از طرفین نامساوی‌ها کم می‌کنیم:

$$\begin{cases} x < -3 \rightarrow x - \frac{1}{2} < -\frac{7}{2} \Rightarrow |x - \frac{1}{2}| > \frac{7}{2} \Rightarrow |2x - 1| > 7 \\ x > 4 \rightarrow x - \frac{1}{2} < \frac{7}{2} \Rightarrow |x - \frac{1}{2}| < \frac{7}{2} \Rightarrow |2x - 1| < 7 \end{cases}$$

حل نامعادلات قدر مطلقی

برای حل نامعادلات قدر مطلقی از روش‌های زیر استفاده می‌کنیم:

-۱- در نامعادله‌هایی که به شکل $|B| > |A|$ از ویژگی‌های قدر مطلق استفاده می‌شود.

-۲- برای حل نامعادله به شکل $|A| < |B|$ می‌توانیم طرفین را به توان ۲ برسانیم.

-۳- برای حل هر نوع نامعادله‌ی قدر مطلقی می‌توانیم ریشه‌های عبارت‌های داخل قدر مطلق را به دست آوریم. مجموعه‌ی اعداد حقیقی را به بازه‌های جدای از هم تقسیم و نامعادله را در هر قسمت حل کنیم.

-۴- می‌توانیم از رد گزینه‌ها استفاده کنیم

تست: مجموعه جواب نامعادله $|3x-1| < 3$ کدام است؟

$$(1) \left(\frac{1}{4}, 1\right) \quad (2) \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) \quad (3) \left(\frac{1}{2}, 1\right) \quad (4) \left(0, \frac{1}{2}\right)$$

پاسخ: گزینه‌ی ۳ از $x < 1$ - $|3x-1|$ نتیجه می‌گیریم که باید $x > 0$ باشد پس با شرط $x > 0$ داریم:

$$|3x - 1| < x \rightarrow -x < 3x - 1 < x \Rightarrow \begin{cases} -x < 3x - 1 \rightarrow x > \frac{1}{4} \\ 3x - 1 < x \rightarrow x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$(3x + 1)^3 < x^3 \rightarrow 8x^3 - 6x^2 + 1 < 0.$$

روش دوم : با توجه به اینکه $x > 0$ است طرفین را به توان ۳ می رسانیم .

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36-32}}{2 \times 8} = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$$

روش سوم : ریشه ی داخل عبارت قدر مطلق $\frac{1}{3}$ است پس مجموعه ی اعداد را به دو بازه ی $\frac{1}{3}$ و $x \geq \frac{1}{3}$ تقسیم می کنیم :

$$x < \frac{1}{3} \rightarrow -3x + 1 < x \rightarrow -4x < -1 \rightarrow x > \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4} < x < \frac{1}{3}$$

$$x \geq \frac{1}{3} \rightarrow 3x - 1 < x \rightarrow 2x < 1 \rightarrow x < \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{3} \leq x < \frac{1}{2}$$

که اشتراک دو بازه ی بالا جواب است .

روش چهارم : از روش عدد گذاری و رد گزینه ها استفاده می کنیم عدد $\frac{3}{4}$ در ۲ و ۴ هست ولی در ۱ و $\frac{3}{4}$ نیست با قرار دادن $\frac{3}{4}$ در نامعادله داریم : $|1 - \frac{9}{4}| < \frac{3}{4}$ که نادرست است پس ۲ و ۴ حذف می شوند . عدد $\frac{1}{4}$ در ۱ هست ولی در ۳ نیست . با قرار دادن $\frac{1}{4}$ در نامعادله داریم : $|1 - \frac{3}{4}| < \frac{1}{4}$ که نادرست است ، پس ۱ نیز حذف می شود .

۱- اگر یکی از ریشه های معادله $x^3 - 2ax + 3a - 1 = 0$ باشد ریشه دیگر کدام است؟

۴ (۴)

$\frac{16}{3}$ (۳)

$\frac{7}{2}$ (۲)

۱۱ (۱)

۲- حدود m چقدر باشد تا عبارت $A = mx^2 - 2(m-1)x + m$ به ازای مقادیر مختلف x همواره مثبت باشد؟

$m > \frac{7}{4}$ (۴)

$\frac{1}{2} < m < \frac{7}{4}$ (۳)

$m > \frac{1}{2}$ (۲) $0 < m < 1$ (۱)

۳- چند نقطه روی خط $18 = 3x + 2y$ می توان یافت به طوری که حاصل ضرب طول و عرض آن نقاط ۱۲ باشد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۴- اختلاف ریشه های معادله $x^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + (\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 1) = 0$ کدام است؟

$(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + 1)$ (۲)

$(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{2} + 1)$ (۱)

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + 1)$ (۴)

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{2} + 1)$ (۳)

۵- اگر دامنه تعریف عبارت $\frac{x-3}{-2x^2+2ax-b}$ به صورت $\mathbb{R} - \{4\}$ باشد، مقدار $a+b$ چقدر است؟

۴۴ (۴)

۵۴ (۳)

۳۶ (۲)

۴۰ (۱)

۶- در معادله درجه دوم $4a + b = -16$ می دانیم $x^2 + ax + b = 0$ می باشد. لزوماً یکی از ریشه های معادله برابر است با:

$-a - 4$ (۴)

$a - 4$ (۳)

$-\frac{b}{4}$ (۲)

$\frac{b}{16}$ (۱)

۷- به ازای چند مقدار طبیعی k معادله $2k(x+1)(x+2) = 3x^2 + 2x$ ریشه حقیقی ندارد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۸- مجموع مربعات ۴ مضرب طبیعی و متولی عدد ۱۹۴۴ می باشد. مجموع آن ها کدام است؟

۷۲ (۴)

۱۰۸ (۳)

۶۰ (۲)

۸۴ (۱)

۹- برای ساختن جعبه ای در باز به شکل مکعب مستطیل که قاعده آن مربع بوده و ارتفاع آن $15cm$ می باشد، $1600cm^2$ مقوای کار رفته است. ضلع قاعده جعبه چند سانتی متر است؟



۱۰- زمینی به اندازه کافی بزرگ در اختیار داریم و می خواهیم به کمک ۶۰ متر نرده، دور یک زمین مستطیل

شکل به مساحت ۷۲ متر مربع را حصار بکشیم و به کمک همان ۶۰ متر نرده، آن قسمت را به سه مستطیل

برابر همانند شکل مقابله تقسیم کنیم. عرض هر مستطیل کوچک چقدر است؟

۶ یا ۴ (۴)

۳ یا ۲ (۳)

۴ یا ۳ (۲)

۴ یا ۲ (۱)

۱۱- معادله $2 \times 9^x + 6^x = 2 \times 4^x + 4 \times 3^x$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۱۲- در ضرب دو عدد طبیعی که اختلاف آن ها ۸ واحد است اشتباهی رخ داده و رقم دهگان ، ۳ واحد بیشتر محاسبه شده است . اگر حاصل به دست آمده را بر عدد بزرگ تر تقسیم کنیم ، خارج قسمت ۱۴ و باقیمانده ۹ می شود . مجموع این دو عدد کدام است؟

۴۱ (۴)

۲۹ (۳)

۴۵ (۲)

۳۴ (۱)

۱۳- مجموع مربعات سه عدد متواالی ، ۲۰ واحد کم تر از مجموع مربعات دو عدد بعدی است . میانگین این ۵ عدد کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۱۴- اگر a, b اعداد صحیح بوده و معادله زیر دارای یک ریشه مضاعف $x = a - b$ باشد ، مقدار $a+b$ کدام است؟

$$(a-2)x^2 - (a+1)x + 2a - b = 0$$

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۵- معادله $6x^4 + 7x^3 - 36x^2 - 7x + 6 = 0$ چند ریشه حقیقی متمایز دارد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(صفرا)

۱۶- اگر $\sin \alpha, \cos \alpha$ ریشه های معادله $\frac{6a^2b+1-a^4}{b^3}x^3 + ax + b = 0$ باشند حاصل $\frac{6a^2b+1-a^4}{b^3}$ کدام است؟

-۱۶ (۴)

۲۴ (۳)

۶ (۲)

-۸ (۱)

۱۷- دو قایق موتوری در نقاط A,B به فاصله های به ترتیب ۸۰۰ و ۶۰۰ متری از نقطه O قرار دارند .

هم زمان قایق A با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه و قایق B با سرعت ۱۵ متر بر ثانیه به سمت نقطه O و در

مسیرهای عمود بر هم شروع به حرکت می کنند . پس از چند ثانیه فاصله دو قایق ۳۰۰ متر می شود؟

۲۸ (۴)

۲۴ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

۱۸- تعداد دانش آموز به شهر بازی رفته و مجموعا ۱۲۰۰۰ تومان خرج می کنند و آن مبلغ را به طور مساوی بین خود تقسیم می کنند . اما یکی از آن ها فراموش کرده که با خود پول بیاورد ، بنابر این بقیه سهم او را می دهدن . در این صورت سهم هر کدام ۶۰۰۰ تومان بیشتر می شود . تعداد دانش آموزان چند تا بوده است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۹- به ازای چه مقادیری از m عدد ۳ بین دو ریشه معادله $4x^3 + 2m = 0$ قرار دارد؟

$m < 1$ (۴)

$m > 1$ (۳)

$m > \frac{4}{3}$ (۲)

$m < \frac{4}{3}$ (۱)

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ
تُوْسَهُ اَیْ بَرَایِ مَوْقِقِیَّتِ

۱۹- فاصله بین دو ریشه یک سهمی واحد است . اگر راس سهمی نقطه $(2, 4)$ باشد ، سهمی محور عرض ها را در چه نقطه ای قطع می کند؟

(۰, -۲) (۴)

(۰, ۱) (۳)

(۰, ۳) (۲)

(۰, ۲) (۱)

۲۰- مقدار مینیمم سهمی که از نقاط $(2, 4)$ و $(0, 6)$ می گذرد کدام است؟

$-\frac{3}{2}$ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۲۱- به ازای کدام محدوده برای m منحنی $y = (m-1)x^3 + 2x - 3$ تنها از ناحیه دوم مختصات نمی گذرد؟

$[\frac{2}{3}, 1]$ (۴)

$[\frac{2}{3}, 1)$ (۳)

$(\frac{2}{3}, 1]$ (۲)

$(\frac{2}{3}, 1)$ (۱)

۲۳- سهمی $y = (2a - b)x^3 - (a + b)x - 1$ در نقطه ای به طول $\sqrt{2}$ بر محور x ها مماس است . مقدار ab چقدر است؟

-۲۴(۴)

۲۴(۳)

۱۲(۲)

-۱۲(۱)

۲۴- به ازای کدام مقدار a سهمی $ay = x^3 + 5x + 4$ بر نیمساز ناحیه اول مماس است؟

۹(۴)

۵(۳)

۴(۲)

۱(۱)

۲۵- جدول تعیین علامت منحنی y به صورت مقابل می باشد . نمودار y از کدام نقطه نمی تواند بگذرد.

x	$-\infty$	۱	$+\infty$
y	+	*	-

(-۳, ۱)(۴)

(۳, -۱)(۳)

($\frac{1}{2}$, ۲)(۲)

($\frac{1}{2}$, -۳)(۱)

۲۶- کدام یک از جملات زیر در مورد عبارت $x^3 + x^2 + x + 1$ درست است؟

(۱) به ازای همه مقادیر حقیقی x ، مثبت است.

(۲) به ازای بعضی از مقادیر حقیقی x ، مثبت و به ازای بعضی از مقادیر حقیقی x ، منفی است.

(۴) محور عرض ها را قطع نمی کند.

(۳) محور طول ها را در ۶ نقطه قطع می کند.

۲۷- مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{x}{x-1} + \frac{x-1}{x} \right| < 1$ کدام است؟

$\mathbb{R} - [-1, 1](۴)$

(0, 1)(۳)

$\emptyset(۲)$

$\mathbb{R} - \{0, 1\}(۱)$

۲۸- مجموعه جواب نامعادله $|x^3 - 2x| < |a-b|$ بازه (a, b) می باشد ، کدام است؟

۲/۵(۴)

۱/۵(۳)

۳(۲)

۲(۱)

۲۹- اگر a در نامعادله $0 \geq |a+3| + |a-5| + 20$ صدق کند ، حاصل $K = |a+3| + |a-5| - 5|x-1| + 20$ کدام است؟

۲(۴)

۸(۳)

۲-۲۸(۲)

۲۸-۲(۱)

۳۰- مجموعه جواب نامعادله $|x^3 - 2x + 2| \leq 2x - x^3 - 2$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۴) بیشمار

۳(۳)

۲(۲)

(۱) صفر

۳۱- چند عدد صحیح در نامعادله $\frac{x^4}{1+x^4} \leq \frac{x^5}{1+x^5}$ صدق نمی کند؟

(۴) بیشمار

۳(۳)

۲(۲)

(۱) صفر

۳۲- نامعادله $|2x - 3| < |2x - 2x|$ معادله کدام نامعادله است؟

$|x+1| < 2(۴)$

$|x+2| < 1(۳)$

$|x-1| < 2(۲)$ $|x-2| < 1(۱)$

۳۳- نامعادله $|x^3 + 8| < |x-29| + |x^3 - 50|$ چند جواب صحیح دارد؟

۳۱(۴)

۳۰(۳)

۲۹(۲)

۲۸(۱)

آزمون فصل چهارم

۱- اگر m و n ریشه های معادله $x^3 - 4x^2 + 2 = 0$ باشند، حاصل عبارت $rn + rm$ گزینه است؟

$$A = (3m + \frac{2}{3})(3n + \frac{2}{3})$$

۳۶(۴)

۲۸(۳)

۴۴(۲)

۳۲(۱)

۲- اگر معادله $x^3 + ax^2 + b = 0$ دارای دو ریشهٔ حقیقی متمایز باشد، در این صورت

معادله $(a+1)x^3 + 2(a+1)x + 4a + b = 0$ چند ریشهٔ حقیقی دارد؟

۴) بستگی به مقدار a و b دارد.

۲(۳)

۱(۲) صفر

$$\frac{12}{4+\frac{12}{4+\frac{12}{4+\dots}}}$$

۳- مقدار کدام است؟

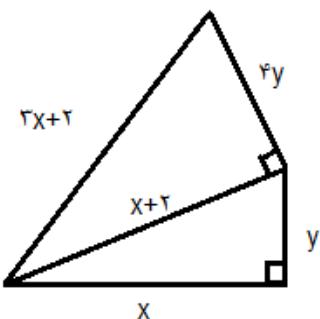
$$2 + \sqrt{13}(4)$$

۵(۳)

$$\frac{4 + \sqrt{13}}{2}(2)$$

۴(۱)

۴- اگر مساحت شکل مقابل با مساحت مربعی به ضلع a برابر باشد، مقدار a چه قدر است؟



۱۵(۲)

۱۲(۱)

۱۴(۳)

۵- به ازای چند مقدار حقیقی k ، معادله $x^3 - 1 = kx + 4$ دارای دو ریشهٔ حقیقی متمایز دارد؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

$$4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \times 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6$$

۶- معادله مقابل چند ریشه دارد؟

۴(۴)

۲(۳)

۱(۲)

۱(۰) صفر

۷- از گوشه های یک ورق مستطیل شکل که نسبت اضلاع آن ۱ به ۲ است، همانند شکل

چهار مربع به ضلع ۲ سانتی متر بریده ایم تا یک جعبه درست شود. اگر حجم جعبه ۲۵۲

سانتی متر مکعب باشد، مساحت ورقهٔ مستطیل شکل چند سانتی متر مربع است؟

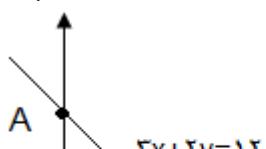
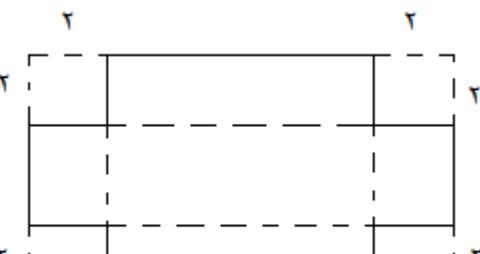
۳۳۸(۴)

۲۸۸(۳)

۲۴۲(۲)

۲۰۰(۱)

۸- در شکل مقابل نقطهٔ M روی خط $3x + 2y = 12$ بین دو نقطهٔ B و A در حال



۳۶۱۳۷۷-۱۲

۱۲۰۲

۱۲۰۳

۱۲۰۴

۹ چند عدد طبیعی و کوچک تر از ۲۰۰ به جای k میتوان قرار داد بع طوری که معادله

$$kx^3 + (2k-1)x + k - 2 = 0$$

۱۳۰۴

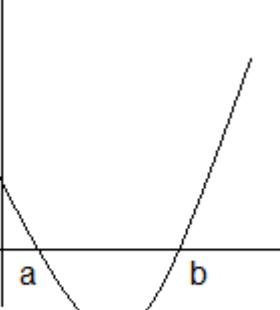
۱۵۰۳

۹۰۲

۱۷۰۱

۱۰ - نمودار اگر $y = x^3 - 3ax + 2b$ روبرو باشد، مقدار $2a+3b$ چقدر

است؟



$$\frac{x^3 + 8x + 9}{x^3 + 2x + 1} + \frac{|2x + 6|}{|x + 1|} > 24$$

۸۰۱

۱۶۰۳

۱۱ - مجموعه جواب نامعادله‌ی مقابله کدام است؟

۱۲۰۲

۱۸۰۴

۱۲۰۴

$$\left(-\frac{7}{5}, -\frac{1}{3}\right) - \{-1\} \quad (2)$$

$$\left(\frac{7}{5}, -\frac{1}{3}\right) \quad (1)$$

$$\left(-\frac{5}{3}, -\frac{1}{4}\right) - \{-1\} \quad (4)$$

$$\left(-\frac{5}{3}, -\frac{1}{4}\right) \quad (2)$$

$$\text{اگر } \frac{x^3 + 2x - 1}{x^3 + 5} + \frac{x^3 + 5}{x^3 + 2x - 1} \text{ باشد، انگاه مجموع ارقام عدد } 7x+13 \text{ کدام است؟}$$

۱۲۰۴

۷۰۳

۹۰۲

۲۰۱

۱۳ - معادله $x = 8(\sqrt{4 - \sqrt{15}})^x + (\sqrt{4 + \sqrt{15}})^x$ چند مجموعه اعداد حقیقی دارد؟

ایران لوحش

(۴) تعداد متناهی جواب

(۳) دو جواب

(۲) یک جواب

(۱) جواب ندارد

۱۴ - به ازای چند مقدار طبیعی برای a ، معادله $\frac{a}{x+y} - \frac{1}{y} = 1$ در مجموعه اعداد طبیعی جواب دارد؟

(۴) چهار

(۳) دو

(۲) یک

(۱)

چنین a ‌ای وجود ندارد.

۱۵ - معادله $|a| + 3 = 1 - |a|$ چند جواب حقیقی دارد؟

.

۸۰۴

۳۰۳

۲۰۲

۱۰۱

۱۶ - فرض کنید مقدار عبارت $f(x) = -x^3 + bx + c$ همواره کم تر یا مساوی ۲ باشد اگر این سهمی دو ریشه حقیقی داشته باشد فاصله

ریشه‌های آن حداقل چه قدر است؟

۲۱)

۴۲)

۸۳)

۲۷۴)

۱۷- بزرگ ترین عدد حقیقی k که برای هر عدد مثبت a با شرط $1 - \frac{1}{a} \geq k$ داشته باشیم

$$a^3 - \frac{1}{a^3} \geq k(a - \frac{1}{a})$$

۲۱)

 $\sqrt[3]{2}$

۴۳)

۴۷۴)

۱۸- به ازای چه مقادیری از a سهمی $y = (2-a)x^2 + 2(a+2)x - 2a$ پایین خط $y = 4$ قرار دارد؟

$a < 2$

$a > 6$

$a < 6$

$a > 2$

۱۹- اگر a, b, c طبیعی بوده و جدول تعیین علامت عبارت $y = [(a-2)x+b](x-c)^2$ به صورت زیر باشد مقدار $a+2b+3c$ کدام است؟

۱۴۴)

۱۳۳)

۷۲)

۶۱)

۱۴۴)

۱۳۳)

۷۲)

۶۱)

۲۰- سهمی 1 و خط $y = x^2 - 2ax + 2b$ را در نظر بگیرید. تعریف می کنیم: $A = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid$ خط و سهمی یکدیگر را قطع نمی کنند. مساحت A کدام است؟

π

۱۰۳)

$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\frac{\pi}{4}$

فصل پنجم: تابع

روش های نمایش رابطه:

الف) جدول

ب) زوج مرتبی

پ) نمودار پیکانی

ت) نمودار مختصاتی

تست: رابطه $y = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, |x| + |y| = 2\}$ ، چند عضو زوج مرتبی دارد؟ (سراسری ریاضی ۸۸)

۸۱)

۶۲)

۷۳)

۴۴)

$$R = \{(-2, 0), (-1, 1), (-1, -1), (0, -2), (0, 2), (1, 1), (1, -1), (2, 0)\}$$

۸۱)

حل: زوج مرتب های رابطه R به صورت زیر هستند:

زوج مرتب: هر گاه یک رابطه را به صورت مجموعه ای از زوج مرتب ها نمایش دهیم، در این صورت زمانی این رابطه تابع خواهد بود که در این زوج مرتب ها هیچ مولفه ای اول یکسانی نداشته باشیم.

تذکر: در صورت وجود مولفه های اول یکسان مولفه های دوم نیز باید یکسان باشند.

تست: اگر رابطه $y = \{(4, 5), (4, a^2 + 4), (2, b)\}$ تابع باشد، $a+b$ کدام است؟

۱۴)

۶۳)

۴۲)

۲۱)

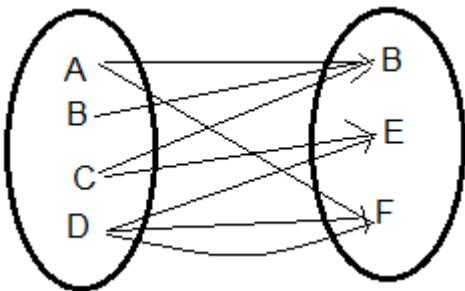
$$a^r + 4 = 5 \rightarrow a = \pm 1 \rightarrow a = -1$$

حل: دو زوج مرتب $(4,5)$ و $(4,6)$ هم برابرند. پس:

$$a = -1 \rightarrow \{(4,5), (2,3), (4,5), (2, b)\} = \{(4,5), (2,3), (2, b)\} \rightarrow b = 3 \rightarrow a + b = -1 + 3 = 2$$

نمودار پیکانی:

یک رابطه بین دو مجموعه A و B که با نمودار پیکانی نشان داده شده است، تنها در صورتی تابع است که از هر عضو A دقیقاً یک پیکان خارج شده باشد.



تست: حداقل چند پیکان از نمودار ون مقابله حذف کنیم تا رابطه ای حاصل، یک تابع باشد؟

$$3) 2 \quad 1) 2$$

$$5) 4 \quad 4) 3$$

حل: با حذف پیکان هایی از D به E و C به B و A به B به نمودار ون می رسیم.

تابع خطی:

هر تابع که به صورت $f(x) = ax + b$ که در آن a و b اعداد حقیقی باشند تابع خطی نام دارد.

تست: اگر f یک تابع خطی باشد به طوری که $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^r - 12x + 1}{2x}$ کدام است؟ (سنجدش جامع تجربی ۹۴)

$$-5) 4 \quad -3) 3 \quad -1) 2 \quad 1) 1$$

$$f(x) = ax + b \rightarrow ax + b + \frac{a}{x} + b = \frac{ax^r + bx + a}{2x} \quad r = -12x + 1 \quad f(x) = \frac{1}{r}x - 3 \rightarrow f(-4) = -5$$

نکته: برای یافتن برد در یک تابع خطی با توجه به شرایط دامنه، متغیر x را می سازیم و حدود آن را می یابیم.

نکته: برای محاسبه ای دامنه از روی برد، با توجه به x و محدوده ای آن، باید حدود x را به دست آوریم.

تست: اگر $f(x) = 6x - 7$ و برد تابع بازه $[1, 23]$ باشد، دامنه ای تابع کدام است؟

$$1) (-5, 1) \quad 2) [1, 5] \quad 3) (-1, 23) \quad 4) [1, 5] \quad 5) (-1, 23)$$

$$-1 \leq y \leq 23 \rightarrow -1 \leq 6x - 7 \leq 23 \rightarrow 6 \leq 6x \leq 30 \rightarrow 1 \leq x \leq 5 \rightarrow [1, 5]$$

حل: دامنه و برد تابع

دامنه و برد در جدول: قسمت بالایی جدول دامنه و پسمند پایینی برد است.

دامنه و برد در نمودار پیکانی: مجموعه ای همه ای عضو های مجموعه ای اول دامنه و زیرمجموعه ای از مجموعه ای دوم را برد می گویند.

دامنه و برد در زوج مرتب ها: مولفه های اول زوج های مرتب را دامنه و مولفه های دوم را برد تابع می گویند.

تست: اگر $\{f(2g), f(3g), f(4g), f(5g)\} = \{(2,5), (3,4), (4,7), (6,3)\}$ و $g = \{(1,3), (2,1), (4,5), (3,2)\}$ باشد. برد تابع f کدام است؟ (سنجدش جامع ریاضی ۹۴)

$$\{4,5,3,2\} \quad 4) \quad \{3,5,7\} \quad 3) \quad \{4,5,7\} \quad 2) \quad \{5,3\} \quad 1)$$

$$2g = \{(3,4), (2,2), (4,10), (1,6)\} \rightarrow f(2g) = \{(3,7), (2,5), (1,3)\}$$

دامنه و برد از روی نمودار: تصویر نمودار روی محور X ها را دامنه و تصویر نمودار روی محور y را برد می‌گویند.

تابع چند جمله‌ای: دامنه‌ی هر تابع چند جمله‌ای مجموعه‌ی تمام اعداد حقیقی است.

تابع کسری: یک تابع کسری در مجموعه‌ی اعداد حقیقی به غیر از ریشه‌های مخرج تعریف شده است.

تابع رادیکالی:

(الف) با فرجه زوج: دامنه برابر است با مجموعه‌ی اعداد حقیقی که به ازای آن‌ها عبارت زیر رادیکال منفی نباشد.

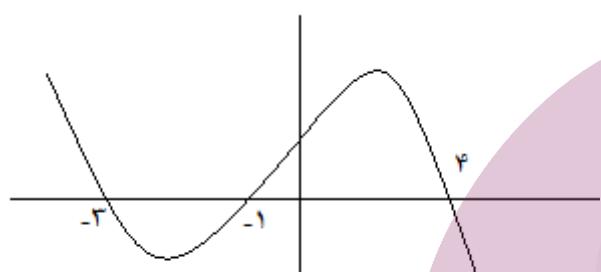
(ب) با فرجه فرد: دامنه‌ی این تابع با دامنه‌ی عبارت زیر رادیکال یکی است.

تست: شکل رویه رو نمودار تابع $y = f(x - 2)$ است.

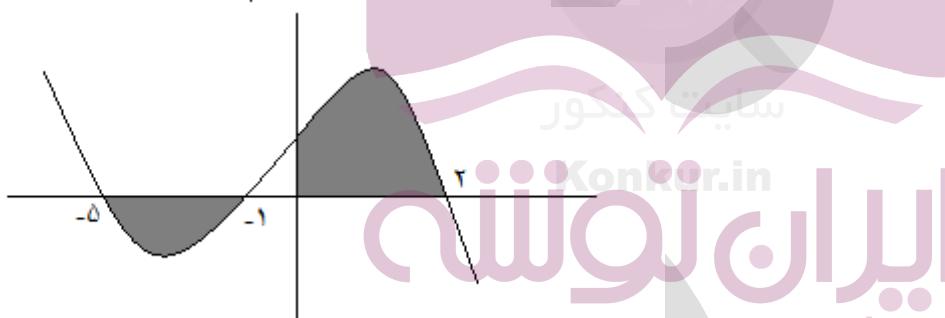
دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $\sqrt{xf(x)}$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۴ خارج)

$$(1) [-1, 1] \cup [0, 2] \quad (2) [-5, -3] \cup [0, 2] \quad (3) [-5, -3] \cup [-1, 2]$$

حل: باید $xf(x) \geq 0 \rightarrow (x - 2)f(x - 2) \geq 0$



همان طور که می‌دانیم حاصل ضرب دو عبارت زمانی مثبت است که یا هر دو مثبت یا هر دو منفی باشند. اگر به نمودار تابع توجه نماییم کاملاً مشخص است که این اتفاق در بازه‌های زیر رود داده است.



انتقال تابع

(الف) انتقال‌های عمودی و افقی

اگر تابع $y = f(x)$ معلوم باشد برای رسم نمودار تابع به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱- برای رسم نمودار $y = f(x-a)$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را به اندازه‌ی a واحد به سمت راست انتقال دهیم.

۲- برای رسم نمودار $y = f(x+a)$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را به اندازه‌ی a واحد به سمت چپ انتقال دهیم.

۳- برای رسم نمودار $y = f(x)+a$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را به اندازه‌ی a واحد به سمت بالا انتقال دهیم.

۴- برای رسم نمودار $y = f(x)-a$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را به اندازه‌ی a واحد به سمت پایین انتقال دهیم.

نمودار توابع $y = f(-x)$ و $y = -f(x)$

۱- برای رسم نمودار $y = -f(x)$ قرینه‌ی نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور X ها رسم می‌کنیم.

-۲- برای رسم نمودار $y=f(x)$ قرینه‌ی نمودار $y=f(x)$ را نسبت به محور y رسم می‌کنیم.

$$y=f(ax) \text{ و } y=af(x)$$

$$\left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} < a < 1 \\ \text{نمودار فشرده می‌شود} \end{array} \right\} y = af(x) \\ \left. \begin{array}{l} a > 1 \\ \text{نمودا کشیده می‌شود} \end{array} \right\} y = f(ax) \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} < a < 1 \\ \text{نمودار فشرده می‌شود} \end{array} \right\} y = f(ax) \\ \left. \begin{array}{l} a > 1 \\ \text{نمودا کشیده می‌شود} \end{array} \right\} y = f(ax) \end{array} \right\}$$

تست: نمودار تابع ۲ $y = \left| \frac{1}{2}x \right| - 2$ را ۴ واحد به طرف x های منفی و یک واحد به طرف y های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه با کدام طول متقاطعند؟ (سراسری تجربی) (۹۳)

$$-2(4) \quad -2/5(3) \quad -3(3) \quad -3/5(1)$$

$$y = \left| \frac{1}{2}x \right| - 2 \xrightarrow{\text{انتقال}} y - 1 = \left| \frac{1}{2}(x + 4) \right| - 2 \rightarrow y = \left| \frac{1}{2}(x + 4) \right| - 1$$

$$\left| \frac{1}{2}x \right| - 2 = \left| \frac{1}{2}(x + 4) \right| - 1 \xrightarrow{x^2} |x| - 4 = |(x + 4)| - 2 \rightarrow x + 4 = \pm(|x| - 2) \rightarrow x = -1, -3 \quad \text{ق.ق.} \quad -3$$

روش دوم: تابع انتقال $y = \left| \frac{1}{2}(x + 4) \right| - 1$ را بذست آورده و گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم تا مقدار دو تابع یکسان باشد.

تست های فصل پنجم

۱- به ازای کدام مقدار m رابطه $m \in \{(3,4), (m,1), (3,m+2), (5,m)\}$ یک تابع است؟

$$4(4) \quad 3(3) \quad 2(2) \quad 1(1)$$

۲- فرض کنیم $f(x) = x - \frac{1}{x}$ و $g(x) = x^r + \frac{1}{x^r} - 4$ کدام است؟

$$x^r + 2(4) \quad x^r - 3(3) \quad x^r - 2(2) \quad x^r - 4(1)$$

۳- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{1-x}} & x < 1 \\ 2x - \frac{1}{x} & x \geq 1 \end{cases}$ کدام است؟

$\frac{9}{4}$ (۴)

$\frac{5}{4}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

چقدر است؟ $f(x+1) = x^r + 3x^r + 3x$ اگر $f(\sqrt[3]{x})$ باشد آنگاه

$\sqrt[3]{2}$ (۴)

$\sqrt[3]{4}$ (۳)

۱۲ (۲)

۲۱ (۱)

۴- اگر $g(x) = [x]$ و $f(x) = x(x-1)$ کدام است؟ $(f \circ f)(1 + \sqrt{3})$ مقدار

۵ (۴)

$3 + \sqrt{3}$ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۵- در تابع x کدام است؟ $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$ و $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ اگر $f(x) = a \sin^r x + b \sin x$

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

۰ (۱)

۶- به ازای کدام مقدار a رابطه $f(x) = \begin{cases} 1 - 4x^r & x \geq 1 \\ a^r - 4a + x & x \leq 1 \end{cases}$ یک تابع است؟

۱ (۴)

۳ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

۷- رابطه $R = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, |x| + |y| = 2\}$ چند عضو طوی مرتب دارد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۸- دو تابع f و g به صورت مجموعه زوج های مرتب بیان شده اند. در حالت کلی کدام رابطه ممکن است تابع نباشد؟

$f \circ g$ (۴)

$f-g$ (۳)

$f \cap g$ (۲)

$f \cup g$ (۱)

۹- تمام دامنه تابع $y = \sqrt{|x|-1} + \sqrt{3-|x|}$ کدام است؟

$1 \leq x < 4$ (۴)

$1 \leq x \leq 3$ (۳)

$1 < x < 3$ (۲) $1 \leq x \leq 4$ (۱)

۱۰- اگر $g(x) = x^r + 4$ و $f(x) = \sqrt{5-x}$ آنگاه دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟

$(-\infty, 5]$ (۴)

$[-1, 5]$ (۳)

$[-4, 1]$ (۲)

$[-1, 1]$ (۱)

۱۱- دامنه تابع $y = \sqrt{4 - \sqrt{x+1}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۱۶ (۲)

۱۷ (۱)

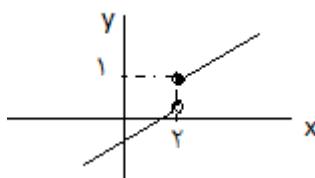
۱۲- اگر نمودار تابع f به صورت روبه رو باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{\log f(x)}$ کدام است؟

$(1, +\infty)$ (۳)

$(0, +\infty)$ (۱)

$(3, +\infty)$ (۴)

$(2, +\infty)$ (۳)



۱۴-اگر دامنه تابع $f(x) = \sqrt{ax^r + bx + c}$ بازه $[-2, 3]$ باشد ، مقدار $a+b$ کدام است؟

-۲ (۴)

۰ (۳) صفر

۲ (۲)

۴ (۱)

۱۵-اگر تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax+b}{bx-a}$ باشد ، مقدار $f\left(\frac{1}{x}\right)$ کدام است؟

ab (۴)

b (۳)

a (۲)

۱ (۱)

۱۶-اگر $fog(x) = 2x^r + x + 1$ و $g(x) = x^r + bx + c$ و $f(x) = 2x + 2a$ باشند ، آنگاه $a+b+c$ چقدر است؟

-۳ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۷-اگر $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ باشد ، دامنه تابع $g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x+3}}$ و $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+3}}$ کدام است؟

$(-3, +\infty) - \{0\}$ (۴)

$(-3, +\infty)$ (۳)

$\mathbb{R} - \{1\}$ (۲) $(-3, +\infty) - \{1\}$ (۱)

۱۸-با فرض $fog(x) = \dots$ ، مجموع ریشه های معادله $f(x) = x^r + x$ و $g(x) = 2x - x^r$ کدام است؟

-۴ (۴)

-۲ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱) صفر

۱۹-اگر $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x} + 2$ باشد ، آنگاه $f(\sqrt{x})$ چقدر است؟

۵ (۴)

$\sqrt{x} + 1$ (۳)

$1+\sqrt{x}$ (۲)

۳ (۱)

۲۰-اگر gof^{-1} تابع $g = \{(2, 3), (-1, 4), (4, 1), (3, 0)\}$ و $f = \{(1, 2), (2, 5), (0, 3), (4, -1)\}$ باشد ، مقدار gof^{-1} کدام است؟

$\{(5, 3), (-1, 1)\}$ (۴) $\{(2, 0), (-1, 4)\}$ (۳) $\{(2, 4), (3, 5)\}$ (۲) $\{(0, 3), (0, 0)\}$ (۱)

۲۱-در تابع با ضابطه $f(x) = [x] + [-x] + \sqrt{\sin x - 1}$ مقدار $f\left(-\frac{1}{2}f(x)\right)$ کدام است؟

تعريف نشده (۴)

۰ (۳) صفر

۱ (۲)

-۱ (۱)

۲۲-اگر $g(f(a)) = 5$ و $g = \{(1, 2), (5, 4), (2, 5), (2, 3)\}$ باشد ، عدد a کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

۲۳-اگر در تابع $f(x) = ax^r + bx + c$ برقرار باشد ، مقدار $a-b$ کدام است؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

۲۴-اگر $f(x) = (2x - 3)^r$ و $g(x) = x + 2$ نمودارهای دو تابع f و fog باشند ، با کدام طول متقاطعند؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

۲۵-اگر $g = \{(-2, 2), (m, 3), (-1, 2), (2m, a)\}$ باشد ، مقدار a یک به یک باشد ، کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۲۶-تابع $y = 2x^r - 3x + 5$ در بازه $(-\infty, a]$ یک به یک باشد . حداقل مقداری که a می تواند اختیار کند چقدر است؟

$-\frac{3}{2}$ (۴)

$-\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

۲۷-اگر $f(x) = \begin{cases} 4x - 1 & x \geq 1 \\ x + a & x < 1 \end{cases}$ معکوس پذیر باشد ، حدود a کدام است؟

a ≤ ۲

a < ۲

a > ۲

a ≥ ۲

۲۸-نمودار ۱ $y = -(x + 1)^3 + 1$ معکوس خود را در چند نقطه قطع می کنند؟

۴) بیشمار

۳

۲) صفر

۱)

۲۹-به ازای کدام مقدار a نمودار معکوس تابع $f(x) = \frac{1-2x}{2x+4}$ از نقطه (a+4, a) می گذرد؟

۱) ۵

۲) ۳

۳) ۲

-۱) ۵

۳۰-اگر $f = \{(3,1), (2,5), (4,3), (1,6)\}$ کدام است؟ $f + f^{-1}$ باشد برد تابع

{4,8}

{5,9}

{3,9}

{5,8}

۳۱-اگر $f(x) = [x]$ مجموعه مقادیر $f(x - f(x))$ کدام است؟

{-1,0,1}

{0,1}

{1}

{0}

۳۲-نمودار تابع با ضابطه $c = ax^r + bx + c$ محور x ها را در نقطه ای به طول یک و محور y ها را در نقطه ای به عرض ۶ قطع کرده و از نقطه (-۲,-۱) کدام است؟

-۴

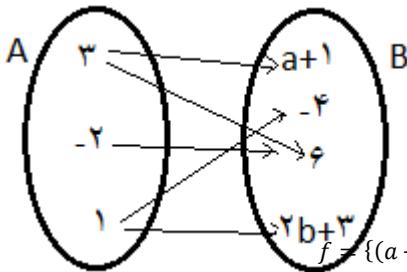
-۵

-۷

-۸

ایران لرن
توشه‌ای برای موفقیت
Kontor.in

آزمون فصل پنجم



۱- اگر نمودار پیکانی مقابل نشان دهنده یک تابع باشد . مقدار $a+b$ کدام است؟

-۲ (۲) ۴ (۱)

۱۱ (۴) ۳ (۳)

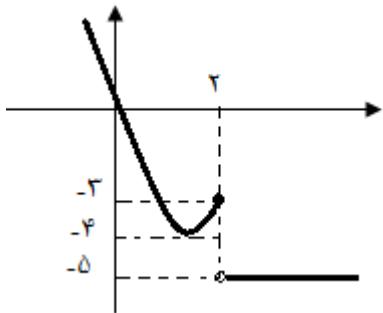
۲- به ازای چه مقدار برای a رابطه رویه رو بیانگر یک تابع نمي باشد؟

۷ (۴) ۵ (۳) ۶ (۲) ۴ (۱)

۳- به ازای کدام مقدار a ضابطه $f(x) = 2x^2 + 2x - 5 \pm (a^2 + 1)(x^2 - \sqrt{x})$ ($x \in \mathbb{R}^+$) بیانگر یک تابع می باشد؟

۲ (۴) -۱ (۳) -۲ (۲) ۰ (صفر)

۴- برد تابع f که در شکل مقابل رسم شده است را به صورت $R_f = [a, +\infty) - (b, c)$ نوشته ایم . مقدار $a+b+c$ کدام است؟



-۱۳ (۲) -۱۴ (۱)

-۱۱ (۴) -۱۲ (۳)

۵- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x-3}{ax^2-bx+c}$ باشد مقدار $\frac{2a+2b}{4c}$ کدام است؟

$\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۲) ۱۸ (۱)

۶- اگر در تابع $f(x) = 4 - a|x-2|$ دامنه تابع بازه $[6, 1]$ و برد تابع بازه $[4, 7]$ باشد مقدار a کدام خواهد بود؟

-۲ (۴) $-\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۲) -۱ (۱)

۷- ارتفاع علف های یک چمن زار در ساعت ۴ صبح ۲ سانتی متر می باشد. اگر به طور متوسط در هر ۲ ساعت ۳ میلی متر به ارتفاع چمن ها اضافه شود در لحظه ۱۰ آن روز ارتفاع چمن ها (h) از کدام رابطه به دست می آید؟

$$h = 20 + \frac{3}{2}(t - 4) \quad (۲) \qquad h = 20 + \frac{3}{2}(t + 4) \quad (۱)$$

$$h = 20 + \frac{3}{2}(t + 4) \quad (۴) \qquad h = 20 + \frac{3}{2}(t - 4) \quad (۳)$$

$$A = f(200) + f\left(\frac{200}{2}\right) + f\left(\frac{200}{3}\right) + \dots + f\left(\frac{200}{200}\right) \quad \text{باشد حاصل} \quad f(x) = \begin{cases} -4 & x \in \mathbb{N}_{\leq 100} \\ 1 & x \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

۱۲۵ (۳) ۱۴۰ (۲) ۱۵۰ (۱) صفر

۱۰- اگر $f(x) = \frac{2x-3}{3x-2}$ کدام است؟

$$\frac{4-x}{4+x}$$

$$\frac{2-x}{2+x}$$

$$\frac{x+2}{x-3}$$

$$\frac{x+1}{x}$$

۱۱- اگر تابع $f = \{(2, m), (4, \sqrt{m+2}), (5, \frac{n}{2})\}$ ثابت باشد . مقدار mn^2 کدام است؟

۱۶ (۴)

۳۲ -۴ (۳)

۳۲ (۲)

-۴ (۱)

۱۲- اگر $f(x) = |x-v| - |x-11|$ کدام است ؟

۱۲ (۴)

۱۸ (۳)

۱۴ (۲)

۲۶ (۱)

۱۳- چند نقطه روی نمودار $y = 1 - |x-2|$ وجود دارد که فاصله اش از مبدأ برابر ۵ باشد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۱۴- دو خط $d_1: y = 4 - x$ و $d_2: y = x + 2$ یکدیگر را در نقطه P قطع می کنند . نقطه M روی خط d_1 و پایین تر از نقطه P حرکت می کند . چنان چه از M خطی به موازات محور طول ها رسم کنیم تا خط d_2 را در نقطه N قطع کند . مساحت مثلث MNP به صورت تابعی از طول نقطه M کدام است؟

$$f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{2}$$

$$f(x) = (x-2)^2$$

$$f(x) = 2(x-1)(x-2)$$

$$f(x) = (x-1)^2$$

۱۵- اگر ضابطه تابع مقابل به صورت $f(x) = \begin{cases} x+a & x \leq -1 \\ cx+3 & -1 < x < b \\ x-1 & x \geq b \end{cases}$ باشد ، مقدار abc کدام است؟

۶ (۲)

۲ (۱)

$-\frac{3}{2}$ (۴)

-۳ (۳)

۱۶- فرض کنید $b > 0$ است . اگر $f(x) = ax + b$ باشد بیشترین مقدار ممکن برای $f(1) - f(-1)$ کدام است ؟ (المپیاد ریاضی ایران ۸۶)

۳۶ (۴)

۲۰ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۱۷- در تابع $f(x) = \begin{cases} 3x-a & x > 2 \\ 2x+a+1 & x \leq 2a+2 \end{cases}$ تمام مقادیر ممکن برای m, n اگر بازه $[m, n]$ تمام مقادیر ممکن برای $f(a)$ در بر داشته باشد ، حداقل مقدار $n-m$ چقدر است؟

۱۴ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۲ (۱)

۱۸- اگر تمام مقادیر سهمی $1 = 2x^2 - 3x + 2$ را یک واحد به سمت بالا سپس یک واحد به سمت چپ انتقال دهیم ، نقاط حاصل روی کدام سهمی زیر قرار می گیرند؟

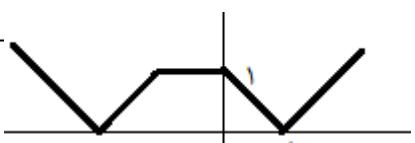
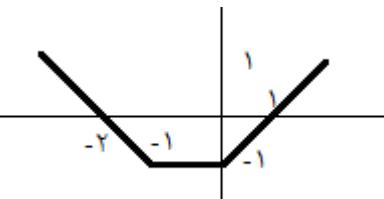
$$y = 2x^2 + x - 1$$

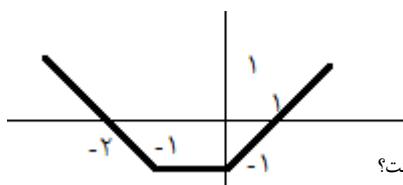
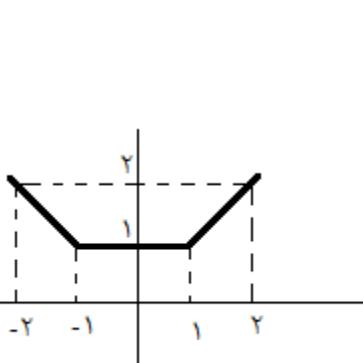
$$y = 2x^2 - 7x + 5$$

$$y = 2x^2 + x + 1$$

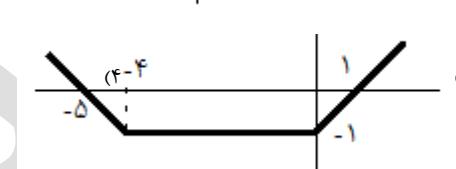
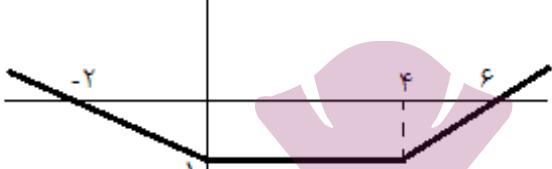
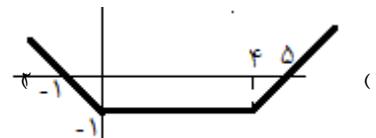
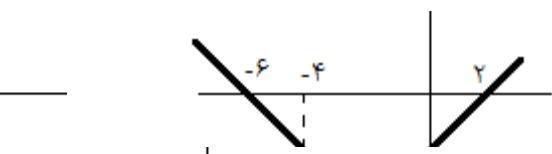
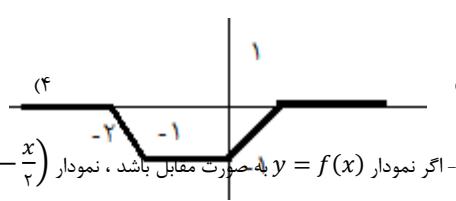
$$y = 2x^2 - 7x + 7$$

۱۹- اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد ، نمودار $y = \frac{f(x)+|f(x)|}{2}$ کدام است؟





۱۹- اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد ، نمودار $y = f\left(-\frac{x}{2}\right)$ کدام است؟



۲۰- فرض کنید $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ در این صورت مقدار عبارت S کدام است؟ (المپیاد ۷۵)

$\frac{4}{5}(4)$

$\frac{6}{5}(3)$

$\frac{8}{5}(2)$

۷(۱)

فصل ششم : ترکیبات

اصل ضرب : هر گاه عملی از دو جزء مختلف تشکیل شده باشد و جزء اول به m طریق مختلف و جزء دوم به n طریق مختلف و ... انجام شود آنگاه آن عمل به ... $m \times n \times \dots$ طریق مختلف انجام می شود.

نکته : ((و)) نشان اصل ضرب است.

تست : در یک هتل ۶ اتاق وجود دارد . ۴ نفر به چند طریق می توانند وارد این اتاق ها شوند ؟ (همه افراد می توانند وارد یک اتاق شوند)

$6^4(4)$

$4^6(3)$

$6^2(2)$

۲۶(۱)

پاسخ : گزینه ی ۴ . انتخاب هر نفر به نفرات دیگر ربطی ندارد و هر شخص ۶ انتخاب دارد.

اصل جمع : اگر کار A را بتوان به m یا n یا ... طریق انجام داد . به شرطی که اشتراکی با هم نداشته باشند ، آنگاه به طور کلی کار A را به ... $m+n+\dots$ طریق می توان انجام داد.

نکته : ((یا)) نشان اصل جمع است.

تست : از بین ۴ خیاط ، ۳ دانشمند و ۲ نویسنده ، می خواهیم ۲ نفر را انتخاب کنیم . به چند روش می توانیم این کار را انجام دهیم به طوری که دو نفر منتخب همکار نباشند؟

$30(4)$

$26(3)$

$56(2)$

۵۷۶(۱)

پاسخ : گزینه ی ۳ . کرامان انتخاب دو نفری غیر همکار است . چند مدل داریم

الف) یک خیاط و یک دانشمند $3 \times 4 = 12$

ب) یک دانشمند و یک نویسنده $2 \times 3 = 6$

پ) یک نویسنده و یک خیاط $2 \times 4 = 8$

پس این کار با $= 12+6+8 = 26$ روش انجام می شود.

تعریف : اگر n یک عدد طبیعی باشد ، آنگاه $n!$ ازابر است با :

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$$

نکته: عمل فاکتوریل را می توانیم هر جایی قطع کنیم، به شرط آنکه در جلوی جمله ای آخر علامت فاکتوریل را قرار دهیم.

$$5! = 5 \times 4!$$

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2)!$$

: مثال

تست: اگر $(n+2)! = 56n!$ باشد، حاصل $(n-1)!$ کدام است؟

۷۲۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۲۴ (۲)

۶ (۱)

$$(n+2)! = 56n! \rightarrow (n+1)(n+2) = 56 = 7 \times 8 \rightarrow n = 6 \rightarrow (n-1)! = 5! = 120$$

پاسخ: گزینه ۳.

جایگشت:

طرز قرار گرفتن n شی در کنار هم را جایگشت n شی می گویند.

تست: چند عدد سه رقمی بخش پذیر بر ۵ و مشتمل از رقم های فرد وجود دارد؟ (سراسری فنی ۸۸)

۲۵ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

حل: چون در مسئله ذکر نشده تکرار مجاز است یا خیر، تکرار را مجاز می گیریم. می خواهیم یک عدد ۳ رقمی با ارقام فر ۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ بسازیم. از آنجا که عدد بر ۵ بخش پذیر است پس رقم بکان باید شاند.

مسائلی که در آن ها چند شی مشخص باید کنار هم باشند

تست: ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ را به طریقی کنار هم قرار داده ایم که همواره رقم های فرد کنار هم باشند. تعداد ۵ رقمی های حاصل کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۲)

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

حل: سه رقم فرد را یک مجموعه در نظر می گیریم که این مجموعه به اتفاق دو عدد زوج دیگر یعنی اعداد ۲ و ۴ به $3!$ طریق کنار هم جابجا می شوند. اما مجموعه ای اعداد فرد نیز به $3!$ طریق کنار هم قرار می گیرند. که بنا به اصل ضرب:

مسائل یک در میان

تست: ۳ پسر و ۳ دختر به چند طریق می توانند یک در میان کنار هم قرار گیرند؟

۷۲ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

حل: اگر پسر ها را با حرف p و دختر ها را با حرف d نمایش دهیم ترتیب قرار گرفتن یک در میان آن ها به صورت (p, d, p, d, p) یا (d, p, d, p, d) می باشد. چون دختر ها و پسر ها متفاوت اند در بین خود جابجایی دارند. جایگشت پسر ها با فرض ثابت بودن دختر ها $3!$ و همچنین جایگشت دختر ها با فرض ثابت بودن پسر ها $3!$ پس:

$$3! \times 3! \times 2 = 72$$

تعريف: تعداد جایگشت های ۳ شی از n شی که ترتیب قرار گرفتن آن ها کنار هم مهم باشد را ترتیب ۳ از n می گویند و با نماد $P(n, r)$ نشان می دهند که از رابطه ای رو برو محاسبه می شود:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

تست: از ۱۲ نفر دانش آموز نمونه، به چند راه می توان سه نفر را جهت مشارکت در سه مورد متمایز در امور مدرسه، انتخاب کر؟ (سراسری انسانی خارج از کشور ۹۱)

۲۲۰ (۴)

۳۳۰ (۳)

۶۶۰ (۲)

۱۳۲۰ (۱)

$$P(12, 3) = \frac{12!}{(12-3)!} = \frac{12!}{9!} = 1320.$$

تعريف: تعداد آرایش های مختلف r شی از n شی که ترتیب قرار گرفتن آن ها در کنار هم مهم نباشد را ترکیب r از n می گویند و با نماد $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نشان می دهند که از رابطه ای مقابل

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

تست: اگر $C(n, 4) = P(n - 1, 3)$ ، عدد n کدام است؟ (سراسری انسانی ۸۴)

۴۳ (۴)

۳۴ (۳)

۲۴ (۲)

۲۳ (۱)

حل: گزینه ۲

$$\frac{n!}{(n-4)!4!} = \frac{(n-1)!}{(n-1-3)!} \rightarrow \frac{n!}{(n-4)!4!} = \frac{(n-1)!}{(n-4)!} \rightarrow \frac{n!}{4!} = \frac{(n-1)!}{1} (n-1)! \times 24 = n \times (n-1)! \rightarrow n = 24$$

تست: از بین ۸ نفر که ۳ نفر از آن ها ، یاشار ، حمید و نوید هستند. به چند روشی توان ۴ نفر انتخاب کرد به طوری که حتماً حمید انتخاب شود و از بین یاشار و نوید حداقل یک نفر انتخاب شود؟

۳۰ (۴)

۲۸ (۳)

۲۴ (۲)

۲۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ . از بین ۸ نفر می خواهیم ۴ نفر را انتخاب کنیم چون حمید باید انتخاب شود پس انتخاب ۳ از ۷ را داریم که در این حالت $= ۳۵$ $\binom{7}{3}$ اما یک حالت غیر مطلوب داریم . هم یاشار و هم نوید انتخاب شوند و یک نفر دیگر باقی می ماند که انتخاب ۱ از ۵ است . $= ۵$ $\binom{5}{1}$

پس حالت های مطلوب برابرند : $35 - 5 = 30$

نکته: حاصل $\binom{n}{r}$ نشان دهنده تعداد زیر مجموعه های r عضوی یک مجموعه n عضوی است .

تست: مجموعه ای اعداد طبیعی کمتر از ۱۱ چند زیر مجموعه با حداقل ۲ عضو دارد؟

۹۶۹ (۴)

۹۶۸ (۳)

۱۰۱۴ (۲)

۱۰۱۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ است . حداقل ۲ عضو یعنی : ۲ عضوی ها + ۳ عضوی ها + ... + ۱۰ عضوی ها

$$\binom{1}{2} + \binom{1}{3} + \dots + \binom{1}{10} = 2^1 - [\binom{1}{1} + \binom{1}{1}] = 1024 - 11 = 1013$$

ایران لوله

توضه ای برای موققت

سؤالات فصل ششم

۱- سه نوع کتاب علمی و ۴ نوع کتاب ادبی را به چند طریق می توان در یک ردیف کنار هم قرار داد که ابتدا کتاب های علمی یک در میان باشد؟

۷۲۴

۹۶۳

۱۲۰ (۲)

۱۴۴ (۱)

۲- با حروف کلمه بلوچستان چند کلمه ۲ حرفی بدون معنای توان ساخت به طوری که حرفی در هر یک از آن ها تکرار نشده باشد؟

$$\frac{8!}{5!} (1)$$

$$18(1)$$

۳- با چهار رقم ۰ و ۱ و ۲ و ۳ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

$$15(3)$$

$$20(2)$$

$$10(4)$$

$$15(3)$$

$$18(1)$$

۴- مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ چند زیر مجموعه دو عضوی دارد؟

$$10(4)$$

$$15(3)$$

$$20(2)$$

$$25(1)$$

۵- با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ چند عدد سه رقمی که تکرار ارقام مجاز باشد می‌توان نوشت؟

$$48(4)$$

$$36(3)$$

$$24(2)$$

$$9(1)$$

۶- از بین ۶ دانش آموز کلاس چهارم و ۵ دانش آموز کلاس سوم می خواهیم انجمنی را با ۴ دانش آموز کلاس چهارم و ۲ دانش آموز کلاس سوم تشکیل دهیم . این عمل به چند طریق ممکن است؟

$$420(4)$$

$$330(3)$$

$$150(2)$$

$$25(1)$$

۷- دانش آموزی باید به ۱۸ سوال از ۲۰ سوال امتحان به دلخواه پاسخ دهد. به چند طریق می‌توان این ۱۸ سوال را انتخاب کرد؟

$$380(4)$$

$$190(3)$$

$$20(2)$$

$$18(1)$$

۸- یک ساختمان با ۸ طبقه و ۵ رنگ مختلف داریم . به چند طریق می‌توان هر یک از طبقات این ساختمان را با این ۵ رنگ ، رنگ آمیزی کرد . به طوری که هیچ دو طبقه مجاوری هم رنگ نباشند؟

$$5 \times 3^7(4)$$

$$5 \times 4 \times 3^6(3)$$

$$5 \times 4^7(2)$$

$$5^8(1)$$

۹- با اعداد ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

$$120(4)$$

$$90(3)$$

$$60(2)$$

$$30(1)$$

۱۰- با استفاده از اعداد مجموعه $\{1, 2, 5, 8, 9\}$ به طور تصادفی عددی ۵ رقمی ساخته ایم . در چند حالت این اعداد از ۵۰۰۰ بزرگ تر و از ۸۰۰۰ کوچک تر باشد؟

$$36(4)$$

$$24(3)$$

$$18(2)$$

$$12(1)$$

۱۱- چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز و زوج ، بزرگ تر از ۴۰۰۰ وجود دارد؟ (ارقام زوج اند نه اعداد)

$$60(4)$$

$$48(3)$$

$$72(2)$$

$$27(1)$$

۱۲- چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز و فرد ، بزرگ تر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟ (سراسری تجربی ۹۰)

$$108(4)$$

$$96(3)$$

$$84(2)$$

$$72(1)$$

۱۳- با ارقام $\{0, 1, 2, 5, 8\}$ چند عدد چهار رقمی می‌توان ساخت به طوری که رقم یکان و صدگان یکسان باشند؟

$$120(4)$$

$$100(3)$$

$$60(2)$$

$$20(1)$$

۱۴- با استفاده از ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ عددی سه رقمی به تصادف می سازیم . در چند حالت عدد ساخته شده زوج است؟

$$20(4)$$

$$30(3)$$

$$18(2)$$

$$12(1)$$

۱۵- با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ چند عدد چهار رقمی مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت؟ (سراسری ریاضی)

۶۱

۸ (۲)

۱۰ (۳)

۴ (۴)

۱۶- ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ را به طریقی کنار هم قرار داده ایم که همواره رقم های فرد کنار هم باشند . تعداد ۵ رقمی های حاصل کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۲)

۱۱۲ (۱)

۲۴ (۲)

۳۶ (۳)

۴۸ (۴)

۵۰۴۰ (۱)

۷۲۰ (۲)

۴۸۰ (۳)

۳۶۰ (۴)

۱۸

۱۷- تعداد جایگشت های حروف کلمه computer که در آن سه حرف c,m,o به صورت com گرفته باشند چند تاست؟

۶۰ (۱)

۴۷ (۲)

۵۴ (۳)

۶۴ (۴)

۱۸- از بین ۵ دانش آموز سال اول ، ۴ دانش آموز سال دوم و ۳ دانش آموز سال سوم به چند طریق می توان ۲ نفر انتخاب کرد به شرط آن که از یک پایه نباشند؟

۷ (۱)

۹ (۲)

۸ (۳)

۶ (۴)

۲۰

۳۶ (۲)

۴۵۰ (۳)

۵۴۰ (۴)

۲۱

۲۴۰ (۱)

۱۹

(۳)۰

(۱)۹

(۲)۱۹

۱۹-

۲۲

۸! (۱)

۶! × ۳! (۲)

۵! × ۳! (۳)

۷! (۴)

۲۳

در مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ چند عدد بدون ۹ وجود دارد؟

۷۲۹ (۱)

۷۲۸ (۲)

۷۲۷ (۳)

۷۲۶ (۴)

۵۰

۵۱ (۲)

۱۰۰ (۳)

۱۰۲ (۴)

۲۴

۱۶ (۱)

۱۲

واحد سطح وجود دارد؟

۲۵

۱۶ (۲)

۱۵ (۳)

۵۶ (۴)

۶۴

۱۰۰ (۱)

۲۶

۱۵۰ (۲)

۱۵۵ (۳)

۱۶۰ (۴)

۱۰۰

۱۵۰ (۲)

۱۵۵ (۳)

۱۶۰ (۴)

۲۷

۷۲ (۱)

۲۴ (۳)

۷۲ (۴)

۱۲۰

۳۶ (۲)

۱۰۰ (۱)

۱۰۰

۲۸

تمام اعداد ۴ رقمی و بدون تکرار را با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ را نوشته ایم . مجموع این اعداد کدام است؟

۶۴

۱) ۶۵۶۵۰

۲) ۸۷۸۷۰

۳) ۶۶۶۶۰

۴) ۵۷۵۷۰

۲۹- به چند طریق می توان ۳ میوه مختلف را بین ۵ نفر توزیع کرد به طوری که به هر نفر حداقل یک میوه برسد؟

۱) ۳۵

۲) ۵

۳) ۶۰

۴) ۱۲۰

۳۰- معادله $x + y = 100$ در مجموعه اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

۱) ۱۰۰

۲) ۹۹

۳) ۱۰۱

۴) ۹۸

۳۱- در حاصل بسط $(x + y)^5$ ضریب x^3y^2 چند است؟

۱) ۶

۲) ۱۰

۳) ۲۰

۴) ۵

۳۲- به چند طریق می توان از ۱۲ نفر را به دو گروه ۵ و ۷ نفره تقسیم کرد؟

۱) $\frac{1}{2} \binom{12}{7}$

۲) $\binom{12}{5}$

۳) $\binom{12}{2}$

۴) $2 \binom{12}{5}$

سایت کنکور
Konkor.in
ایران نویس
توشه‌ای برای موفقیت

۱- رضا میخواهد از عرض رود خانه ای عبور کند. برای سهولت در عبور از رودخانه ۷ سنگ در عرض رود خانه قرار داده ایم که رضا بتواند به کمک آن ها از رود خانه بگذرد. به چند طریق رضا میتواند از عرض رود خانه عبور کند به شرط انکه حداقل بر روی یکی از سنگ ها پا بگذارد و روی سنگ ها به عقب باز نگردد؟

۱۲۸(۱) ۱۲۹(۲) ۱۲۷(۳) ۱۲۶(۴)

۲- در مجموعه $\{1, 2, \dots, n\}$ چند عدد بر ۲ و ۳ بخش پذیر بوده ولی بر هم دوی آن ها بخش پذیر نباشد؟

۶۷(۱) ۶۳(۲) ۵۴(۳) ۵۰(۴)

۳- حاصل $A = \binom{1}{5} + \binom{1}{4} \binom{5}{1} + \binom{1}{3} \binom{5}{2} + \binom{1}{2} \binom{5}{3} + \binom{1}{1} \binom{5}{4}$ کدام است؟

(۱) $\binom{15}{5}$ (۲) $\binom{5}{2}$ (۳) $\binom{5}{8}$ (۴) $\binom{5}{3}$

۴- مجموعه A دارای n عضو و مجموعه B دارای $n+1$ عضو می باشد. اگر اختلاف تعداد زیر مجموعه های 4 عضوی دو مجموعه A و B برابر 120 باشد.

مجموعه A چند زیر مجموعه 3 عضوی دارد؟

۸۴(۱) ۲۱۰(۲) ۱۲۰(۳) ۱۶۵(۴)

۵- حاصل $A = \binom{1}{1} - \binom{1}{2} + \binom{1}{3} - \dots + \binom{1}{n}$ کدام گزینه است؟

(۱) 2^{n-1} (۲) صفر (۳) 2^{n-2} (۴) 2^n

۶- مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ چند زیر مجموعه دارد که بزرگ ترین عضو آن ها 6 است؟

۶۴(۱) ۳۲۲(۲) ۱۰۳(۳) ۲۹۹(۲)

۷- چند تا از عدد های مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 999\}$ نه بر 8 بخش پذیرند و نه بر 12 ؟ (المپیاد بlagarستان ۹۳)

۲۰۷(۱) ۷۹۲(۲) ۸۰۲(۳) ۸۳۳(۴)

۸- نقطه روی قسمت مثبت محور طول ها در نظر می گیریم و آن ها را به 20 نقطه روی قسمت مثبت محور عرض ها وصل کنیم. از 400 خط پدید آمده فرض کنید هیچ سه تایی از یک نقطه نمی گذرد. تعداد تقاطع ایجاد شده چند تا است؟ (المپیاد ایران ۷۴)

۷۹۸۰۰(۱) ۴۰۰۰۰(۲) ۳۶۱۰۰(۳) ۴۲۰۰۰(۴)

۹- 5 مهره ای سفید و 10 مهره ای سیاه داریم. به چند طریق می توان مهره ها را در یک ردیف از چپ به راست کنار هم قرار داد، به طوری که بلافاصله بعد از هر مهره ای سفید حداقل یک مهره ای سیاه قرار داشته باشد؟ (المپیاد ایران ۷۴)

۱۲۶(۱) ۱۳۲(۲) ۲۱۸(۳) ۲۵۲(۴)

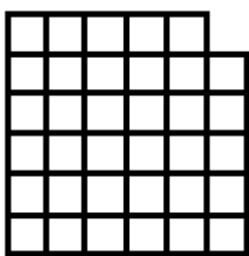
۱۰- در شکل مقابل چند مریع وجود دارد؟ (المپیاد ایران ۷۷)

۱۳۵(۱)

۷۵(۲)

۸۵(۳)

۱۰۵(۴)



ایران زنده

نوشه‌ای برای موقعیت

(المپیاد ایران ۸۱)



۱۱- یک صفحه مشبک 4×5 داریم. در این صفحه چند شکل مانند (افقی یا

۳۰(۱) ۳۱(۲) ۲۲(۳) ۲۳(۴)

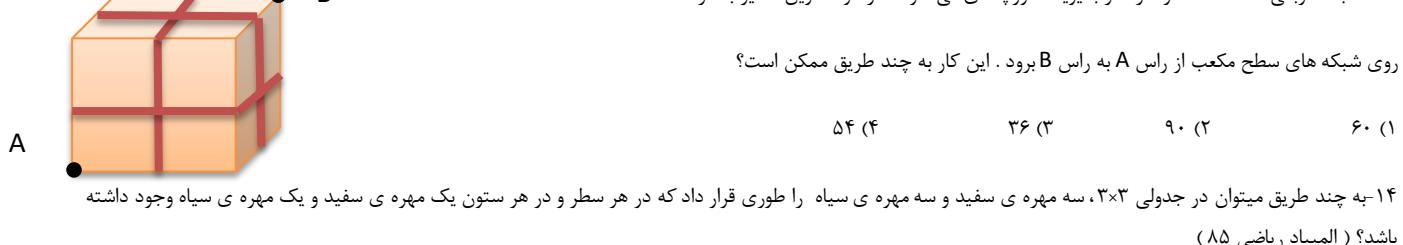
۱۲- می خواهیم عدد 72 را طی چند مرحله به عدد 1 تبدیل کنیم. در هر مرحله مجازیم عددی که تا این مرحله به دست آمده را فقط بر یکی از اعداد 2 یا 3 تقسیم کنیم. این کار به چند طریق ممکن است؟ (المپیاد ریاضی ۸۳)

۵(۱) ۶(۲) ۱۰(۳) ۱۲(۴)

۱۳- شبکه مربعی $2 \times 2 \times 2$ را در نظر بگیرید. مورچه ای می خواهد از کوتاه ترین مسیر با حرکت

روی شبکه های سطح مکعب از راس A به راس B برود. این کار به چند طریق ممکن است؟

۶۰(۱) ۹۰(۲) ۳۶(۳) ۵۴(۴)



۱۴- به چند طریق میتوان در جدولی 3×3 ، سه مهره ای سفید و سه مهره ای سیاه را طوری قرار داد که در هر سطر و در هر ستون یک مهره ای سفید و یک مهره ای سیاه وجود داشته باشد؟ (المپیاد ریاضی ۸۵)

۶۱

۱۲۲۳

۱۸۰۳

۲۴۰۴

۱۵- به چند طریق می توان ۱۱ خانه از جدول 2×12 را سیاه کرد به طوری که دو خانه ای سیاه ضلع مشترک نداشته باشند؟

۴۲(۱)

۴۶۰۳

۴۴۰۲

۴۸۰۴

۱۶- به چند طریق می توان ۵ مهره ای سفید و ۵ مهره ای سیاه را در یک ردیف کنار هم قرار داد به طوری که دقیقاً ۳ بلوک سیاه داشته باشد؟ (یک بلوک سیاه چند مهره ای سیاه کنار هم است که در دو طرف ان مهره ای سیاه دیگری نباشد. مثلاً ارایش مقابل دو بلوک سفید و سه بلوک سیاه دارد.)

۵۴(۱)

۱۲۰۰۲

۲۰۰۰۳

۴۰۰۰۴



۱۷- چند سه تابی (a, b, c) از اعداد طبیعی وجود دارد که کوچک ترین مضرب مشترک a, b, c برابر 7000 باشد؟

۱۰۰۸(۱)

۲۱۸۷۰۲

۵۱۰۳۰۳

۹۵۸۳۰۴

۱۸

۱۸- شخصی در اصفهان زندگی می کند و می خواهد از سه شهر تبریز، مشهد مقدس و بیزد دیدن کند و به اصفهان بازگردد به طوری که در هر یک از این سه شهر یک شب بماند. وسائل نقلیه‌ی بین این چهار شهر اتوبوس، قطار و هواپیما است. اتوبوس و قطار هر روز و هواپیما تنها در روزهای زوج موجود است. اگر این شخص، سفر خود را شنبه آغاز کند به چند حالت می تواند این سفر را انجام دهد؟

۲۱۶(۱)

۷۲۰۰۲

۱۰۸۰۰۳

۱۲۰۰۰۴

۱۹- دانش اموزی میخواهد کتابهای ریاضی، فیزیک، ادبیات، عربی اول و دوم دبیرستان خود را در ۸ هفته و در هر هفته یک کتاب مرور کند. او باید کتاب سال دوم هر موضوع را زمانی مطالعه کند که کتاب سال اول ان موقع را قبل از خوانده باشد. این کار به چند طریق ممکن است؟

۷۰(۱)

۲۰- به چند طریق می توان دو عدد طبیعی ab را از بین اعداد ۱ تا ۱۰ انتخاب کرد به طوری که $\frac{a+b}{a-b}$ عددی طبیعی باشد؟

۱۹(۱)

۲۴۰۰۰۲

۵۷۶۰۰۲

۲۰۱۶۰۰۴

۲۵۲۰۰۰۳

ایران نویس
توشه‌ای برای موفقیت
Konkor.in

فصل هفتم : آمار و احتمال

احتمال رخداد یک پیشامد :

احتمال رخداد پیش آمد از دستور مقابله به دست می آید.

$$\text{احتمال رخداد یک پیش آمد} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{همه تعداد حالت های ممکن}}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

نکته : اگر احتمال دو پیشامد مساوی باشد آن ها هم شانس می نامند.

نکته : حاصل جمع عددهای احتمال در همه ی زیر مجموعه های یک پیشامد برابر یک است.

مثال : یک سکه را سه بار پرتاب می کنیم. همه ی حالت های ممکن را نمایش دهید. و احتمال پیشامد A که در آن فقط یک بار پشت بیاید را بباید.

$$S = \{(r, r, r), (r, r, p), (r, p, r), (p, r, r), (r, p, p), (p, r, p), (p, p, r), (p, p, p)\}$$

$$A = \{(r, r, r), (r, r, p), (r, p, r), (p, r, r)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{8}$$

تست : دو تاس را با هم پرتاب می کنیم . با کم احتمال مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ است؟ (سراسری تجربی ۹۲)

$$\frac{5}{12}, \quad \frac{1}{3}, \quad \frac{5}{18}, \quad \frac{2}{9}$$

حل: چون دو تاس را پرتاب می کنیم پس فضای نمونه ای برابر ۳۶ است . اکنون حالت هایی را که مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ می شوند را می نویسیم :

$$A = \{(1,3), (3,1), (2,2), (2,6), (3,5), (5,3), (4,4), (6,6)\} \quad P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

عملیات روی پیشامد ها

الف) متمم یک پیشامد : اگر A یک پیشامد باشد متمم A آن است که A اتفاق نیوفتد و با \bar{A} نمایش داده می شود :

ب) اشتراک دو پیشامد : اگر A و B دو پیشامد باشند ، $A \cap B$ زمانی رخ می دهد که هر دو پیشامد A و B رخ دهند.

پ) اجتماع دو پیشامد : اگر A و B دو پیشامد باشند ، $A \cup B$ زمانی رخ می دهد که هر دو پیشامد A و B و یا هر دو رخ دهند.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ت) تفاضل دو پیشامد: اگر A و B دو پیشامد باشند، $A-B$ زمانی رخ می دهد که پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهند.

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$$

و داریم:

تست: اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، به طوریکه $P(A \cap B) = 0$ کدام است؟ (ریاضی ۹۲)

$$\text{۰/۱) ۱} \quad \text{۰/۳) ۲} \quad \text{۰/۴) ۳} \quad \text{۰/۵) ۴}$$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \rightarrow ۰/۲ = ۰/۶ - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = ۰/۴$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B - \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B) = ۰/۷ - ۰/۴ = ۰/۳$$

انواع حالت های پیشامد

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \quad A-1 \text{ رخ دهنن} \not\subset B$$

$$n((A \cap B) - C) = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) \quad A-2 \text{ رخ دهنن} \not\subset B$$

$$n(A) - n(A \cap B \cap C) \quad A-3 \text{ رخ دهنن} \not\subset B \text{ و } C$$

$$n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) \quad A-4 \text{ رخ دهنن} \not\subset B \text{ و } C$$

$$n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n(A) + n(B) - ۲n(A \cap B) \quad A-5 \text{ فقط } A \text{ رخ دهنن}$$

مثال تعداد ارقام دو رقمی که بر ۷ بخش پذیرند ولی بر ۱۱ بخش پذیر نیستند چقدر است؟

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = \left[\left(\frac{۹۹}{۷} - \frac{۹}{۷} \right) \right] - \left[\left(\frac{۹۹}{۷۷} - \frac{۹}{۷۷} \right) \right] = (۱۴ - ۱) - (۱ - ۰) = ۱۲$$

در مثال بالا برای پیدا کردن تعداد اعداد دو رقمی بخش پذیر بر ۷ باید خارج قسمت صحیح تقسیم عدد ۹۹ بر ۷ را بیابیم.

ایران نوشه

توشه‌ای برای موققیت

تست های فصل دوم

۱- سکه ای را می اندازیم. اگر رو آمد دو تاس و یک سکه و اگر پشت آمد یک تاس و دو سکه دیگر را پرتاب می کنیم. فضای نمونه ای این آزمایش چند عضو دارد؟

$$۷۲) ۴$$

$$۶۰) ۳$$

$$۴۸) ۲$$

$$۳۶) ۱$$

۲- جدول مقابل تعداد لامپ های موجود ۶۰ وات و ۱۰۰ وات از تولیدات دو کارخانه A و B است. اگر یک لامپ به تصاویر برداشته شود ، با کدام احتمال این لامپ واش است؟

		A
۲۰	۱۴	
B	۳۴	۲۲

۶۰ وات کارخانه

$\frac{8}{15}$ (۲)	$\frac{7}{15}$ (۱)
$\frac{2}{5}$ (۴)	$\frac{3}{5}$ (۳)

۳- از بین اعداد طبیعی یک رقمی به تصادف یک عدد انتخاب کرده و زوج یا فرد بودن آن را یادداشت می کنیم . اگر این آزمایش تصادفی به دفعات زیاد تکرار شود ، فراوانی نسبت پیشامد عدد زوج چگونه است؟

- (۱) تقریباً $\frac{4}{9}$ (۲) دقیقاً $\frac{4}{9}$ (۳) کمتر از $\frac{4}{9}$ (۴) بیش تر از $\frac{4}{9}$

۴- در فضای نمونه ای هم شناس $S = \{a, b, c, d, e\}$ و $A = \{b, c\}$ و $B = \{a, c, e\}$ با کدام است $P(A \cup B)$ آن گاه

- $\frac{4}{25}$ (۴) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۱)

۵- نفر که سه تای آن ها برادر هستند در صفت می ایستند . با کدام احتمال ۳ برادر در اول ، وسط و آخر صفت قرار دارند؟

- $\frac{1}{25}$ (۴) $\frac{1}{210}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۱)

۶- پدر ، مادر و ۴ فرزند آن ها در ردیف می ایستند تا عکس بگیرند . با کدام احتمال پدر و مادر کنار هم و در یکی از دو انتهای صفت قرار دارند؟

- $\frac{1}{20}$ (۴) $\frac{1}{60}$ (۳) $\frac{1}{30}$ (۲) $\frac{2}{15}$ (۱)

۷- در کیسه ای ۵ مهره با شماره های ۱ تا ۵ وجود دارد . این مهره ها را به طور تصادفی ، پی در پی و بدون جایگذاری خارج می کنیم . با کدام احتمال دو مهره با شماره فرد متوالی خارج نمی شوند؟

- ۰/۱۵ (۲) ۰/۱ (۱) ۰/۲۵ (۴) ۰/۲ (۳)

۸- رئیس ، منشی و ۴ کارمند دور یک میز گرد می نشینند ، با کدام احتمال منشی مقابل رئیس قرار می گیرد؟

- $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)

۹- اگر با ارقام ۶، ۴، ۱ و ۲ یک عدد ۴ رقمی بسازیم ، چقدر احتمال دارد این عدد زوج باشد؟

- ۱/۴ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۱۰- روی هر یک از چند کارت یکسان ، اعداد سه رقمی حاصل از جایشگت ترکیبات مجموعه اعداد $\{2, 4, 5, 6, 7\}$ را نوشته ، به تصادف یک کارت از بین آن ها بیرون می آوریم . با کدام احتمال دو رقم از اعداد این کارت ها فرد هستند؟

- ۰/۲ (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۲۵ (۳) ۰/۴ (۴)

۱۱- از بین اعداد طبیعی سه رقمی ، به تصادف یک عدد برداشته ایم . با کدام احتمال ، لاقل یک بار رقم ۲ در این اعداد ظاهر شده است؟

- ۰/۲۴ (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۲۶ (۳) ۰/۲۸ (۴)

۱۲- در طرفی ۱۰ گوی یکسان با شماره های ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ...، ۰ فرق دارد . یک گلوله به تصادف خارج کرده و شماره آن را یادداشت می کنیم و دوباره به ظرف بر می گردانیم . سپس گوی دیگری خارج کرده ، شماره آن را در سمت راست رقم قبلی می نویسیم . با کدام احتمال عدد حاصل بزرگ تر ۵۵ است؟

۰/۴ (۱)

۰/۴۴ (۲)

۰/۴۵ (۳)

۰/۴۸ (۴)

۱۳- در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری می شوند . اگر به طور تصادفی ۴ موش از بین آن ها جهت آزمایش برداشته شوند . با کدام احتمال فقط یکی از موش های مورد آزمایش سفید است؟

$\frac{3}{5}$ (۴)

$\frac{3}{7}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{2}{7}$ (۱)

۱۴- از بین ۵ داوطلب گروه ریاضی و ۳ داوطلب گروه تجربی ، به تصادف ۳ نفر برای انجام آزمونی معرفی می شوند . با کدام احتمال دو نفر معرفی شده از گروه ریاضی هستند؟

$\frac{9}{14}$ (۴)

$\frac{15}{28}$ (۳)

$\frac{15}{32}$ (۲)

$\frac{25}{56}$ (۱)

۱۵- کتاب که ۵ عدد آن ها در مورد ادبیات و ۷ عدد آن ها در مورد تاریخ است ، به طور تصادف ۵ کتاب انتخاب کرده ایم . احتمال اینکه سه کتاب ادبیات و ۲ کتاب تاریخ انتخاب شده باشد ، کدام است؟

$\frac{37}{132}$ (۴)

$\frac{35}{132}$ (۳)

$\frac{17}{66}$ (۲)

$\frac{15}{66}$ (۱)

۱۶- از ۴ دانش آموز سال اول و ۵ دانش آموز سال دوم عنفر به تصادف برای شرکت در یک اردو انتخاب شده اند . احتمال اینکه دو نفر از سال اول و ۴ نفر از سال دوم انتخاب شوند کدام است؟

$\frac{3}{7}$ (۴)

$\frac{5}{14}$ (۳)

$\frac{2}{7}$ (۲)

$\frac{3}{14}$ (۱)

۱۷- از هر چهار گروه آزمایشی به ترتیب ۱ ، ۲ ، ۳ و ۴ نفر داوطلب شرکت در آزمونی هستند . اگر به تصادف ۴ نفر از بین آن ها معرفی شوند . با کدام احتمال از هر گروه ۱ نفر معرفی شده است؟

$\frac{2}{21}$ (۴)

$\frac{3}{14}$ (۳)

$\frac{1}{7}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

۱۸- احتمال اینکه سه موش انتخاب شده از ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه هر سه سفید باشند ، کدام است؟

$\frac{5}{33}$ (۴)

$\frac{5}{32}$ (۳)

$\frac{4}{33}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

۱۹- ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه را در ظرفی ریخته ایم . به تصادف دو مهره از طرف خارج می کنیم . با کدام احتمال هر دو مهره هم رنگ اند؟

$\frac{3}{5}$ (۴)

$\frac{5}{9}$ (۳)

$\frac{4}{9}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

۲۰- از میان ۶ زوج (زن و شوهر) ۲ نفر به تصادف بر می داریم . با کدام احتمال یک زوج انتخاب می شود؟

ایران اسلام

$\frac{1}{11}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

توشوشهای برزه موققیت

۲۱- از بین ۴ گوی سفید و ۵ گوی سیاه متمایز ، بدون جای گذاری دو گوی بیرون می آوریم . با کدام احتمال اولی سیاه و دومی سفید است؟

$\frac{7}{18}$ (۴)

$\frac{5}{18}$ (۳)

$\frac{20}{81}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۱)

۲۲- در بین ۴ نفر با کدام احتمال فقط یک نفر در شبیه متولد شده است؟

$\frac{1}{7}$ (۴)

$\left(\frac{6}{7}\right)^3 \frac{4}{7}$ (۳)

$\left(\frac{6}{7}\right)^3 \frac{1}{7}$ (۲)

$\left(\frac{6}{7}\right)^4$ (۱)

۲۳- در ظرفی پنج مهره با شماره های ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ و ۵ قرار دارند . ۳ مهره با هم بیرون می آوریم . با کدام احتمال مجموع شماره های این سه مهره عدد فرد است؟

$\frac{7}{10}$ (۴)

$\frac{3}{10}$ (۳)

$\frac{5}{10}$ (۲)

$\frac{4}{10}$ (۱)

۲۴- احتمال اینکه از چهار فرزند یک خانواده دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشند کدام است؟

$\frac{7}{16}$ (۴)

$\frac{3}{8}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

-۲۵- در پرتاب ۴ سکه با هم ، احتمال اینکه فقط سه سکه رو یا فقط سه سکه پشت بیاید کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{7}{16}$ (۲)

$\frac{5}{16}$ (۱)

-۲۶- در پرتاب ۶ سکه سالم ، احتمال آن که همه سکه ها یکسان ظاهر شوند ، چند برابر آن است که نصف سکه ها رو و نصف دیگر پشت بیاید؟

$\frac{1}{10}$ (۴)

$\frac{1}{20}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

-۲۷- سه عدد تاس را با هم پرتاب می کنیم . با کدام احتمال اعداد رو شده مضرب ۳ نیستند؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{19}{27}$ (۳)

$\frac{4}{9}$ (۲)

$\frac{8}{27}$ (۱)

-۲۸- در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم ، احتمال اینکه حداقل یک سکه رو و عدد تاس مضرب ۳ باشد ، کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{1}{12}$ (۱)

-۲۹- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند . کدام است $P(A \cap B)$ ؟

$P(A) - P(A \cap B)$ (۴)

$1 - P(A) \cdot P(B)$ (۳)

$P(A) \cdot P(\bar{B})$ (۲)

$P(A) - P(B)$ (۱)

-۳۰- اگر A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه ای باشند ، در کدام حالت $P(B-A) = P(B) - P(A)$ درست است؟

$P(A) < P(B)$ (۴)

$A \cap B = \emptyset$ (۳)

همواره (۲)

$A \subseteq B$ (۱)

-۳۱- اگر $P(A - B) + P(\bar{A} \cap B) = P(A \cap B)$ باشد ، کدام است؟

$P(A \cap B)$ (۳)

صفر (۲)

$P(A)$ (۱)

-۳۲- اگر $P(A \cup B) = 4P(A \cap B)$ باشد ، حاصل $\frac{P(A)P(B)}{P(A \cup B) - 4P(A \cap B)}$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

-۳۳- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار و $P(\bar{A}) = \frac{4}{3} - P(\bar{B})$ است با کدام احتمال حداقل یک از آن هارخ می دهد؟

توضیه ای برای موققیت

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

-۳۴- با فرض $P(A \cap B) = \dots / ۱۷$ و $P(A - B) = \dots / ۴۱$ ، مقدار $P(\bar{A})$ کدام است؟

$0 / ۱۵۹$ (۴)

$0 / ۴۲$ (۳)

$0 / ۵۸$ (۲)

$0 / ۲۴$ (۱)

-۳۵- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند ، به طوری که آن گاه $P(\bar{B} \cap A) = P(A - B) + P(B - A) = \dots / ۶$ و $P(A) = \dots / ۸$ باشد ، کدام است $P(A)$ ؟

$0 / ۱۵$ (۴)

$0 / ۴$ (۳)

$0 / ۳$ (۲)

$0 / ۲$ (۱)

-۳۶- اگر $P(A \cup B) = \frac{P(A)}{4}$ باشد ، $P(A)$ کدام است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{4}{5}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{3}{5}$ (۱)

-۳۷- اگر $\frac{P(\bar{A})}{P(A \cup B)} = R$ باشد ، R کدام است؟

اگر $P(A - B) = \frac{1}{3}$ و $P(B - A) = \frac{2}{5}$ باشد ، بیشترین مقدار $P(A)$ کدام است؟

$$\frac{23}{15} \quad 4$$

$$\frac{19}{15} \quad 3$$

$$\frac{11}{15} \quad 2$$

۳۹- کسانی که به یک پرسشن مطرح شده پاسخ درست داده اند ، مطالیق جدول زو از لحاظ جنسیت و سن دسته بندی شده اند . اگر فقط یک جایزه به یکی از آن ها داده شود ، با کدام احتمال فرد انتخاب شده مرد است و بیش تر از ۳۰ سال سن دارد؟

۰/۲ (۳)	بیشتر از ۳۰ سال	
زن	مرد	
۳۸	۴۸	

کم تر از ۳۰ سال

۰/۱۸ (۲)

۰/۱۶ (۱)

۰/۲۵ (۴)

۴۰- احتمال قبول شدن دانش آموزی در درس فیزیک $0/55$ و در شیمی $0/60$ است . اگر احتمال آن که حداقل در یکی از دو درس قبول شود $0/75$ باشد ، با کدام احتمال در هر دو درس قبول می شود؟

$$0/5 (۴)$$

$$0/45 (۳)$$

$$0/4 (۲)$$

۰/۳۵ (۱)

۴۱- تعداد مسافرین در یک هتل 72 نفر است که 23 نفر آن ها تاجراند و 12 نفر برای اولین بار سفر کرده اند . 8 نفر از این تاجرین برای اولین بار سفر کرده اند .. اگر فردی به تصادف از بین آنان انتخاب شود با کدام احتمال این فرد نه تاجر است نه اولین بار سفر کرده است؟

$$\frac{3}{4} (۴)$$

$$\frac{5}{8} (۳)$$

$$\frac{5}{9} (۲)$$

$\frac{4}{9} (۱)$

۴۲- از مجموعه $\{20, 1, 20, 2, 20, 3, \dots, 5, 0, 0\}$ یک عدد به طور تصادفی انتخاب کردیم . با کدام احتمال ، این عدد نه مضرب چهار و نه مضرب پنج است؟

$$0/64 (۴)$$

$$0/6 (۳)$$

$$0/54 (۲)$$

۰/۴۵ (۱)

۴۳- اگر A, B, C سه پیشامد دو به دو ناسازگار از فضای نمونه ای S باشند و پیشامد $A \cup B \cup C$ حتمی باشد ، با فرض $P(A) = 2P = 3P(C)$

مقدار $P(A \cup C)$ کدام است؟

$$\frac{7}{11} (۴)$$

$$\frac{8}{11} (۳)$$

$$\frac{5}{6} (۲)$$

$\frac{2}{3} (۱)$

۴۴- مقدار یک متغیر از میان ((سفید ، مشکی ، نقره ای و بُر)) انتخاب می شود . نوع آن کدام است؟

(۴) کیفی ترتیبی

(۳) کیفی اسمی

(۲) کمی گسسته

(۱) کمی پیوسته

۴۵- کم ترین مقدار یک متغیر 1 و بیشترین آن 6 است . کدام نتیجه گیری درست است؟

(۳) این متغیر حتماً مقدادر گسسته دارد

(۲) این متغیر حتماً مقدادر پیوسته دارد

(۱) مقدار این متغیر عددی از بازه $[1, 6]$ است .

(۴) مقدار این متغیر حتماً در فاصله $[1, 6]$ خواهد بود .

۴۶- کدام متغیر کمی و پیوسته است؟

(۴) سرعت خودرو

(۳) سال تولید خودرو

(۲) تعداد فرزندان

(۱) مقام ورزشکار در مسابقه

آزمون فصل هفتم

ایران نویس

توشه‌ای برای موفقیت

۱- یک عدد از بین اعداد ۱ تا ۴۰۰ انتخاب می کنیم. اگر A پیشامد آن باشد که عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد و بر ۵ بخش پذیر نباشد تعداد اعضای پیشامد A چه قدر است؟

$$\frac{13}{36}(4) \quad \frac{17}{36}(3) \quad \frac{19}{36}(2) \quad \frac{25}{36}(1)$$

۲- دو تاس را پرتاب می کنیم و اعداد آمده را به جای c, b در معادله $c + bx + x^2$ قرار می دهیم . احتمال اینکه این معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد چقدر است؟

$$\frac{11}{27}(4) \quad \frac{19}{27}(3) \quad \frac{20}{27}(2) \quad \frac{8}{27}(1)$$

۳- در پرتاب سه تاس احتمال آن که مجموع سه عدد آمده از ۱۶ بیشتر نباشد، چه قدر است؟

$$\frac{107}{108}(4) \quad \frac{53}{54}(3) \quad \frac{35}{36}(2) \quad \frac{211}{216}(1)$$

۴- از میان هشت نفر به نام های $a_1, a_2, a_3, \dots, a_8$ چهار نفر را به طور تصادفی انتخاب می کنیم . تعداد اضای پیشامدی که دو نفر

a_1 و a_2 با هم جزو انتخابی ها نباشند، چه قدر است؟

۷۰(۴)

۶۵(۳)

۶۰(۲)

۵۵(۱)

۶- در ردیف اول صفحه‌ی شطرنج، ۲ رخ، ۲ اسب، ۲ فیل، یک وزیر و یک شاه وجود دارد. اگر آن‌ها به تصادف در ردیف اول بچینیم، احتمال آن که درست چیده شده باشند چقدر است؟

$$\frac{9}{8!}(4)$$

$$\frac{1}{7!}(3)$$

$$\frac{7}{8!}(2)$$

$$\frac{1}{8!}(1)$$

۷- اگر A و B دو پیشامد مستقل بوده و $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ کدام است؟

۰/۴۸(۴)

۰/۷۷(۳)

۰/۵۶(۲)

۰/۸۴(۱)

۸- از بین اعداد ۱ تا ۵۰۰ عددی به طور تصادفی انتخاب می‌شود. پیشامد A که در آن عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش پذیر بوده و بر ۵ بخش پذیر

نباشد، چند عضو دارد؟

۲۹۳(۴)

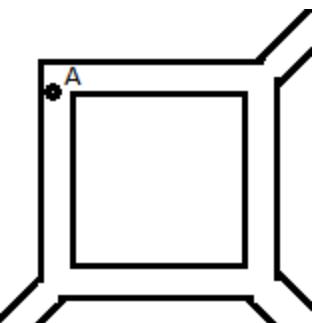
۲۶۶(۳)

۱۶۷(۲)

۱۳۳(۱)

۹- در شکل مقابل، شخصی در نقطه‌ی A قرار دارد و در جهت نشان داده شده شروع به حرکت می‌کند. در اولین دو راهی احتمال خروج از راهرو

$\frac{1}{2}$ در دومین دو راهی احتمال خروج از راهرو $\frac{1}{3}$ و در سومین دو راهی احتمال خروج از راهرو $\frac{1}{4}$ است. با چه احتمالی این شخص در سومین دور از این راهرو خارج می‌شود؟



$$\frac{5}{24}(1)$$

$$\frac{3}{24}(4)$$

$$\frac{7}{24}(3)$$

۱۰- در پرتاپ سه تاس مجموع اعداد تاس‌ها برابر ۱۵ شده است. احتمال آن که این سه عدد برابر نباشند، چه قدر است؟

$$\frac{9}{10}(4)$$

$$\frac{3}{5}(3)$$

$$\frac{7}{10}(2)$$

$$\frac{4}{5}(1)$$

۱۱- اگر $P(A) + P(B) = ۲P(A \cup B)$ باشد، حاصل $\frac{P(A) + P(B)}{۲P(A \cup B) - P(A \cap B)}$ کدام است؟

$$\frac{4}{5}(4)$$

$$\frac{3}{5}(3)$$

$$\frac{1}{3}(2)$$

$$\frac{2}{7}(1)$$

۱۲- اگر $P(B-A) = ۴P(A-B) + ۴P(B-A) = ۴P(A \cup B)$ باشد، حاصل $\frac{P(B-A)}{P(B)}$ کدام است؟

$$\frac{2}{3}(4)$$

$$\frac{3}{4}(3)$$

$$2(2)$$

$$\frac{1}{4}(1)$$

۱۳- از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ پک عدد به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. احتمال

آن که حداقل بر یکی از اعداد ۲ یا ۳ یا ۵ بخش پذیر باشد، چه قدر است؟

۰/۷۲(۴)

۰/۷۳(۳)

۰/۷۴(۲)

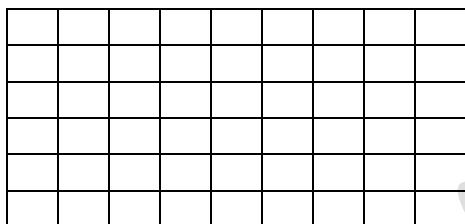
۰/۷۵(۱)

۱۴- روی وجه مکعب A اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و روی وجه مکعب B اعداد ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ نوشته شده است. دو مکعب را پرتاب می کنیم ، احتمال آن که A از B ببرد چقدر است؟ (کسی برنده است که عدد مکعب آن بزرگ تر باشد)

$$\frac{1}{18}(4) \quad \frac{1}{36}(3) \quad \frac{1}{9}(2) \quad \frac{1}{12}(1)$$

۱۵- از بین مستطیل هایی که در شبکه ای مقابل وجود دارند، یکی را به تصادف انتخاب می کنیم . احتمال اینکه مربع انتخاب شود چقدر است؟

(طول و عرض مستطیل به ترتیب ۹ و ۶ واحد می باشد)



$$\frac{22}{135}(2) \quad \frac{7}{45}(1)$$

$$\frac{22}{135}(4) \quad \frac{8}{45}(3)$$

۱۶- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۷، ...، ۰ یک عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام نوشته ایم. احتمال آن که این عدد بر ۳ بخش پذیر باشد ، کدام است؟

$$\frac{61}{119}(4) \quad \frac{57}{140}(3) \quad \frac{1}{3}(2) \quad \frac{53}{147}(1)$$

۱۷- دو پیشامد A و B مستقل و $P(A - B) = \frac{1}{\epsilon}$ دقیقاً دو $P(B - A)$ می باشد.

کدام می تواند باشد؟ $P(A \cup B)$

$$1(4) \quad \frac{1}{5}(3) \quad \frac{1}{2}(2) \quad \frac{5}{6}(1)$$

۱۸- ۶ نفر به نام های a, b, c, d, e, f می خواهند در یک مهمانی سخنرانی کنند. احتمال اینکه بین a, b دقیقاً دو نفر سخنرانی کنند ، چقدر است؟

$$\frac{1}{3}(4) \quad \frac{1}{4}(3) \quad \frac{1}{5}(2) \quad \frac{1}{6}(1)$$

۱۹- اگر $P(A \cup B) = \frac{P(A \cap B)}{4}$ باشد . $P(A)$ کدام است؟

$$\frac{1}{5}(4) \quad \frac{4}{5}(3) \quad \frac{2}{5}(2) \quad \frac{3}{5}(1)$$

۲۰- در یک مسابقه تیر اندازی احتمال آن که تیر فرد A به هدف بخورد $\frac{3}{5}$ و احتمال آنکه تیر فرد B به هدف بخورد $\frac{1}{2}$ است. احتمال آنکه حداقل یکی از آن ها تیر را به هدف بزند چقدر است؟

$$\frac{5}{9}(4) \quad \frac{4}{9}(3) \quad \frac{2}{5}(2) \quad \frac{4}{5}(1)$$