

ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی

- دانلود گام به گام

- دانلود آزمون گام به گام و حل و سنجش

- دانلود فیلم و مقاله آنلاین

- دانلود و مشاوره



IranTooshe.Ir



@irantooshe



IranTooshe



به نام خدا

آنالیز ترکیبی، یکی از پیش نیاز های بسیار مهم فصل احتمال است که تقریباً هر ۲ سال یک بار در کنکور به طور مجزا نیز از آن تست می آید و بنابراین شاید امسال نوبتش نباشد. جالب ماجرا این جاست که در سال ۹۲ همان طور که پیش بینی می شد، از خود تمرینات کتاب کنکور تست مطرح شد و این امر، اهمیت تمرینات جدید کتاب درسی را نشان می دهد، تمریناتی که شاید خیلی ها به آن دقت نکرده باشند! به همین خاطر ما تمرینات مهم آنالیز ترکیبی را به خوبی تجزیه و تحلیل کرده و نتیجه ی آن را در قالب چند تست برای شما آماده نموده ایم.

اما در مورد مبحث احتمال باید بگوییم که آمدن ۴ سوال از این قسمت در سال ۹۲ نشان داد که این مبحث چه قدر مهم و جدی است. چهار سوال از ۳۰ سوال کنکور یعنی به تنهایی چیزی حدود ۱۴٪ سوالات!! با توجه به این که سوالات احتمال جزء سوالات متوسط هستند، این درصد بسیار جالب توجه و در مبحث احتمال، قابل تامل است.

به هر حال هر سال حداقل دو تست از احتمال می آید. زدن تست های احتمال خیلی دشوار نیست به شرطی که فن کوزه گری را بلد باشید. این فن یعنی این که بدانید تست داده شده، مربوط به کدام بخش و مبحث احتمال است. در درسنامه های کوتاه و روان این قسمت، می توانید روش های بی نظیر فهمیدن مبحث تست اعم از نشانه های مختلف و حتی نحوه ی استفاده از شماره ی سوال در دفترچه را یاد بگیرید هم چنین به کمک "ورژن های دیگر سوال"، "دید گاه های ویژه" و "ترفند های ویژه" ضمن دیدن نمونه سوال های قابل طرح و پی بردن به بخش های پر اهمیت و کم اهمیت، می توانید ترفند های موجود برای حل تست ها را نیز بیاموزید.

بعد از آزمون های خود تطابق این جزوه را با سوالات آزمون بررسی کنید.

گرد آورنده: مهندس مجتبی لیشینی

طراح آزمون های آزمایشی، مدرس آموزشگاه های بزرگ تهران و

شهرستانهای بزرگ کشور



زندگی میدانی است

و ندرین میدان نیکی و بدی رو در رو

ما به هر حال و به هر کار و هر جا باشیم

یا قوی گردد ز ما نیکی

یا بدی گیرد از ما نیرو!

احصا ضرب:

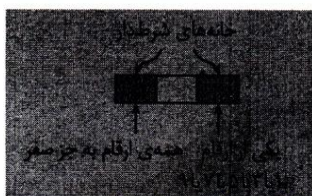
اگر دو عمل مستقل A و B یکی به n طریق و دیگری به m طریق قابل انجام باشد. آن گاه این دو عمل با هم به $m \times n$ طریق مختلف قابل انجام هستند.

مثال: شخصی ۴ کت و ۳ سلوار متفاوت دارد. این شخصی به چند طریق می تواند یک دست لباس بپوشد؟
 $\underline{3 \text{ سلوار} \times 4 \text{ کت} = 12}$

مثال: از شهر A به شهر B، دو راه و از شهر B به شهر C، سه راه وجود دارد. پس طبق اصل ضرب به $2 \times 3 = 6$ طریق مختلف می توان از شهر A به شهر C رفت (با عبور از شهر B).



روش: در حل مسائل (بالاخص مسائل اعداد) برای استفاده از اصل ضرب ابتدا به سراغ خانه های شرط دار می رویم. مثلاً، اگر بخواهیم تعداد فرد سه رقمی را بیابیم. خانه های یکان (به خاطر فرد بودن) و صدگان (صفر نباید در این خانه باشد) شرط دار هستند.



نکته ۱: در ساخت اعداد و کلمه بین خانه ها ضرب است.
نکته ۲: ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ اعداد دو رقمی هستند.

$$\text{تعداد اعداد فرد ۳ رقمی} = \underline{9 \times 10 \times 5} = 450$$



مسئله: در حل مسائل اگر بین دو یا چند عمل انتخاب، "و" به کار رود، تعداد حالات انجام آن ها را در هم ضرب می

کنیم و اگر "یا" به کار رود، تعداد حالات انجام آن ها را با هم جمع می کنیم.

مثال: علی در شهر تهران قرار دارد او به چند طریق می تواند به یک سفرز یاری برود به شرطی که مسیرهای آن به صورت روبه رو باشند.



جواب: (تهران → مشهد) یا (تهران → قم)

$$2 + 3 = 5$$

مثال: با اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۰ چند عدد ۳ رقمی می توان نوشت به طوری که:

الف) هیچ محدودیتی نداشته باشد. $125 = 5 \times 5 \times 5$

ب) اعداد تکراری مجاز نباشد. $60 = 5 \times 4 \times 3$

ج) عدد زوج باشد و یک تکرار داشته باشد. $4 \times 3 \times 2 = 24$

۱. با استفاده از رنگ های آبی، قرمز و سبز به چند روش می توان خانه های شکل زیر را رنگ کرد به طوری که

خانه های مجاور رنگشان متفاوت باشند؟



۱۲۰ (۲) 3×2

۴۸ (۳) $3 \times 3 \times 2$

گزینه ۳ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

از سمت چپ شروع به رنگ کردن می کنیم خانه اول ۳ رنگ مجاز است و خانه های بعدی ۲ رنگ.

۲. چند عدد چهار رقمی با ارقام فرد و متمایز بزرگ تر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

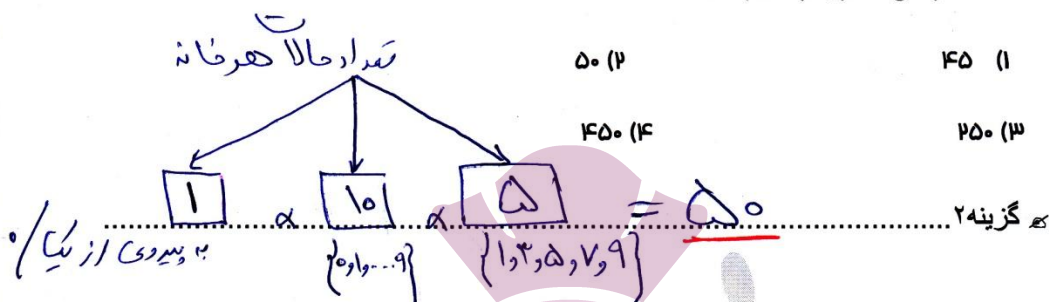
شماره

۷۲ (۱) 8×4 عدد بزرگتر از ۳۰۰۰ حتماست و با تکرار

۹۶ (۳) 10×8 از ۳ بزرگتر است.

گزینه ۳ ارقام فرد {۱، ۳، ۵، ۷، ۹} $4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$ شمار = ۵

سه رقمی متقارن فرد کدام است؟



۱. تعریف فاکتوریل: اگر n عددی طبیعی باشد آنگاه فاکتوریل به صورت $n!$ به رو تعریف می شود:

فالتوابع ساده تر جهت خلاصه شدن $\rightarrow 10! = 10 \times 9! = 10 \times 9 \times 8! = \dots$

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$$

مثال: حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{\omega!}{\gamma!} = \frac{\Delta_{\alpha}^{\gamma} \gamma!}{\gamma!} = \gamma_0 \quad \frac{V!}{\gamma!} = \frac{V_{\alpha}^{\gamma} \Delta_{\alpha}^{\gamma} \gamma!}{\gamma!}$$

$0! = 1$	$1! = 1$	$\gamma! = \gamma$
$\gamma! = \gamma$	$\kappa! = \kappa$	$\alpha! = 1 \times 0$
$\gamma! = V \gamma_0$		

$$1! = 1! = 1 : 2$$

۳: تست هایی که درباره ی حروف است بدون تکرار در نظر گرفته می شوند مگر آنکه در صورت تست شرطی گذاشته شود و

همچنین تست هایی که درباره ی اعداد می باشد یا تکرار در نظر گرفته می شود مگر آنکه در صورت تست گذاشته شود.

۴: اعدادی که زوج هستند دارای یکان ۸، ۶، ۴، ۲ و صفر هستند و اعدادی که مضرب ۵ هستند دارای یکان ۵ و ۰ هستند.

۵: تعداد اعداد صحیح بین دو عدد $a < x < b$ برابر است با $n(x) = b - a - 1$

۴. چند عدد شش رقمی با ارقام ۰ و ۱ وجود دارد؟

گزینه ۲۴

$\frac{1}{\{0\}} \propto \frac{1}{\{0\}} \propto \frac{1}{\{0\}} \propto \frac{1}{\{0\}} \propto \frac{1}{\{0\}} = 1 = 1$



جایگشت و ترتیب

جایگشت (ترتیب قرار گرفتن): اگر تعدادی شیء متمایز داشته باشیم، به هر حالت قرار

گرفتن آن ها در کنار هم یک جایگشت می گویند.

مثال: تعداد جایگشت های n شیء متمایز برابر $n!$ است. مثلاً: ۳ حرف a, b, c به $3! = 6$ حالت می تواند

کنار هم قرار بگیرند.

مثال: ده نفر در آزمون به چند طریق می توانند بر روی ۱۰ صندلی بنشینند؟

$$\frac{10}{\text{تعداد انتخاب نفر اول}} \times \frac{9}{\text{تعداد انتخاب نفر دوم}} \times \dots = 10!$$

جایگشت های با تکرار: اگر در میان n شیء موجود، r شیء شبیه هم وجود داشته باشد،

تعداد جایگشت های اشیا برابر $\frac{n!}{r!}$ است.

مثلاً: تعداد جایگشت های حروف a, a, b, c, c برابر $\frac{5!}{2!2!}$ است.
 ۲ تا a تکراری $\uparrow$ ۲ تا c تکراری

مثال: تعداد جایگشت های اعداد $\{1, 1, 1, 2, 2, 3, 4\}$ کدام است؟
 $\frac{7!}{3!2!1!}$

مثال: تعداد جایگشت اعداد $\{1, 1, 1\}$ کدام است؟
 $\frac{3!}{3!} = 1$

مثال: با جایگشت اعداد ۸، ۲، ۴، ۲ چند عدد زوج چهار رقمی می توان نوشت؟
 $4!$



تبدیل r تایی از n تایی ($r \leq n$) (ترتیب): هر گاه جابه جایی عضو ها شکل جدیدی ایجاد می کند

یعنی ترتیب قرار گرفتن آنها مهم باشد آن را تبدیل می گویند مثال ساختن عدد یا کلمه تبدیل است.

$$p_r^n = P(n, r) = (n)_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

**** توصیه می شود مسائل این بخش به کمک اصل ضرب حل شود.

مثال: با ارقام ۷، ۹ و ۴ چند عدد دو رقمی می توان ساخت به طوریکه:
(الف) کنار هم نباشد. (ب) کنار هم نباشد.

روش اول: ترتیب $P_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!} = 6$ روش اول: ترتیب $P_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!} = 6$

روش دوم: اصل ضرب $3 \times 2 = 6$ روش دوم: اصل ضرب $3 \times 2 = 6$

چند شیه کنایه هم باشند و این باشند

روش: اگر در محاسبه ی جایگشت اشیاء بخواهیم چند شیء خاص کنار هم باشند، آن ها را در داخل یک بسته

قرار داده و یک شیء در نظر می گیریم. سپس جایگشت شیء حاصل را با اشیای دیگر محاسبه می کنیم.

مثال: ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ به چند طریق می توانند کنار هم قرار بگیرند، به طوری که:

(الف) ۲ و ۴ کنار هم باشند. اول جایگشت در هر بسته را حساب کرده و به جایگشت کل بسته ها.

جابه جایی داخلی بسته

$$1, 3, (2, 4) \Rightarrow \text{تعداد حالات مطلوب} = 3! \times 2!$$

(ب) ۲ بلافاصله بعد از ۴ بیاید.

$$1, 3, (4, 2) \Rightarrow \text{تعداد حالات مطلوب} = 3! \times 1$$



این قسمت را طراحان کنکور بیشتر از بقیه ی قسمت ها دوست داشته اند! جدیدا باب شده که از فعل منفی در صورت

تست استفاده می شود و می گویند مثلا a و b کنار هم نباشند! در این صورت تعداد جایگشت هایی که a و b کنار هم هستند را به دست می آوریم و از تعداد کل جایگشت ها کم می کنیم.

۵. ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ را به طریقی کنار هم قرار داده ایم که همواره رقم های فرد کنار هم باشند. تعداد

پنج رقمی های حاصل کدام است؟

بسته ۱: ۱, ۳, ۵ (۴) ۴۸
بسته ۲: ۲ (۳) ۶
بسته ۳: ۴ (۳) ۶

گزینه ۳: $3! \times 2! = 12$

جایگشت در بسته ۱
جایگشت در بسته ۲

۶. مروف کلمه ی LAGRANGE را با جایگشت های مختلف کنار هم قرار می دهیم، در چند حالت، مروف

یکسان کنار هم قرار می گیرند؟

گزینه ۳: $2! \times 2! \times 2! = 8$

کوتاه بسته ۱
بسته ۲
بسته ۳

۷. تعداد جایگشت های مروف کلمه ی computer که در آن سه حرف c, m, o به صورت com قرار گرفته

باشند، چند است؟

گزینه ۱: $4! = 24$

توشه ای برای

۸. تعداد جایگشت های مروف کلمه ی SYSTEM به طوری که S ها کنار هم نباشند، کدام است؟ {باشد} - کل

گزینه ۳: $5! = 120$

کل = $\frac{4!}{2!} = \frac{24}{2} = 12$

جواب = $120 - 12 = 108$



نکته: هوداه سوالاتی به این این صورت که کسی قبل از دیدن وارد جابیا شده است پرسیده شود ابتدا آن جابلیست را خوانسته و سپس سدار حالات را به آن تقسیم می کنیم به عنوان مثال از سبب ۵ قدر اگر بخواهیم حالاتی که الف) شخص A قبل B به اتفاق می آید را حساب کنیم:

$$\frac{5!}{2!}$$

$$\frac{5!}{3!}$$

ب) شخص A قبل B و سدار C وارد اتفاق شود را حساب کنیم:

$$\frac{2!}{2!}$$

$$\frac{3!}{3!}$$

جایگشت یکی در میان

در دو حالت زیر، اعضای تیم های A و B می توانند به صورت یکی در میان قرار بگیرند:

الف) تعداد اعضای A و B با هم مساوی باشند:

$$(\text{جایگشت اعضای B}) \times (\text{جایگشت اعضای A}) \times 2 = \text{تعداد جایگشت های یکی در میان}$$

ب) تعداد اعضای A و B یکی اختلاف داشته باشند:

$$(\text{جایگشت اعضای B}) \times (\text{جایگشت اعضای A}) = \text{تعداد جایگشت های یکی در میان}$$

مثال: تعداد جایگشت های اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۵ را به دست آورید در صورتی که اعداد زوج و فرد یکی در میان قرار بگیرند.

$$\frac{3!}{3!} \times \frac{2!}{2!} \times 2 = 2 \times 1 \times 2 = 4$$

جایگشت اعداد فرد جایگشت اعداد زوج

مثال ۲: سدار جایگشت های اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ را به دست آورید در صورتی که اعداد زوج و فرد یکی در میان قرار بگیرند.

$$\frac{4!}{4!} \times \frac{2!}{2!} \times 2 = 4 \times 1 \times 2 = 8$$

جایگشت اعداد فرد جایگشت اعداد زوج



۹. با جا به جایی ارقام عدد ۵۷۶۲۲۲ چند عدد شش رقمی می توان تشکیل داد به طوری که رقم های ۲ یک

در میان باشند؟

$$\begin{array}{ccccccc} & & & ۱۲ (۲) & ۱۸ (۳) & ۲۴ (۴) & ۹ (۱) \\ A = ۱۲۳۴۵۶۷۸۹ & \Rightarrow & ۲۴ (۴) & ۱۸ (۳) & ۱۲ (۲) & ۹ (۱) & \\ B = ۵, ۷, ۶ = ۳ & & ۲۴ & ۱۸ & ۱۲ & ۹ & \end{array}$$

خلاصه نکات

- ۱: هرگاه n عضو متمایز بدون محدودیت کنار هم قرار بگیرد تعداد حالت ها برابر است با: $n!$ جایست
- ۲: هرگاه در میان n عضو متمایز قرار باشد k عضو به خصوص کنار هم باشند آن k عضو را یک عضو در نظر می گیریم. $\frac{n!}{k!}$ کتاب می
- ۳: هرگاه k عضو متمایز و $(k+1)$ عضو متمایز دیگر به طور متناوب کنار هم باشند تعداد حالت ها برابر است با: $(k+1)!$ می
- ۴: هرگاه k عضو متمایز و k عضو متمایز دیگر به طور متناوب کنار هم قرار گیرند تعداد حالت ها برابر است با: $2 \cdot (k!)^2$ می
- ۵: تعداد حالت هایی که n عضو متمایز به طور دایره وار (جهت دور اهمیت دارد) کنار هم قرار می گیرند برابر است با: $(n-1)!$ جایست دایره ای
- ۶: تعداد گردنبند هایی (جهت دور اهمیت ندارد) که با n مهره متمایز می توان ساخت برابر است با: $\frac{(n-1)!}{2}$ بند
- ۷: اگر n عضو که بعضی از آنها تکراری است (جایست های با تکرار) کنار هم قرار گیرند تعداد حالات برابر است با: $\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$ جایست با تکرار

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad (\text{تعداد تکرار } n_i)$$

۹. با ارقام ۰۰۰۰۰۰۰۰۱۰۱۰۱ چند عدد چهار رقمی می توان نوشت؟

$$\begin{array}{ccccccc} & & & ۱۴ (۲) & ۱۸ (۳) & ۲۴ (۴) & ۹ (۱) \\ \text{گزینہ ۲} & & & ۱۴ (۲) & ۱۸ (۳) & ۲۴ (۴) & ۹ (۱) \end{array}$$

اگر مثلاً ۵ عدد دارند که در آن سادس صفر بود و سادس اعداد ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹

خواسته شد حالات را چو امی کنیم و دستی می نویسیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مثال: با اعداد ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ چند عدد ۴ رقمی می توان نوشت؟} \\ \text{حالت ۲: } ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ \\ \text{حالت ۳: } ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ \end{array} \right.$$



۱۰. ۱۲ نفر جهت سوار شدن به هواپیما در انتظار نشسته اند. در این پرواز ۳ جای عالی وجود دارد. به ترتیب به چند

طریق اسامی آن ها جهت سوار شدن خانواده می شود؟

$$P_3^{12} = \frac{12!}{9!} = 12 \times 11 \times 10 = 1320$$

گزینه ۴

اصل ضرب: $12 \times 11 \times 10 = 1320$

ترتیب: 990 (۳)

۱۳۲۰ (۴)

۱۱. با مرزوف کلمه ی (انتخاب) چند کلمه ی شش مرفی می توان سافت که مرف ابتدا و انتهای آن تکراری

باشند؟

$$P_4^{12} = \frac{12!}{8!} = 12 \times 11 \times 10 \times 9 = 11880$$

گزینه ۲

الف

۱۲ (۱)

۲۴ (۲)

۳۶ (۳)

۴۸ (۴)

خانه سرف

۱۲. از بین ۶ کارد به چند طریق می توان به ترتیب یک منشی و یک مسافدار و یک رئیس جمهور انتخاب کرد؟

$$P_3^6 = \frac{6!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

گزینه ۴

اصل ضرب: $6 \times 5 \times 4 = 120$

ترتیب: 90 (۳)

۱۲۰ (۴)

نکته: حروف صدادار انگلیسی a, e, i, o, u می باشد.

۱۳. با مرزوف کلمه ی action چند کلمه ی سه مرفی شامل فقط یک مرف صدا دار واقع در وسط آن می توان

سافت؟

$$P_3^6 = \frac{6!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

گزینه ۳

۱۲ (۱)

۱۵ (۲)

۱۸ (۳)

۲۴ (۴)

c, t, n

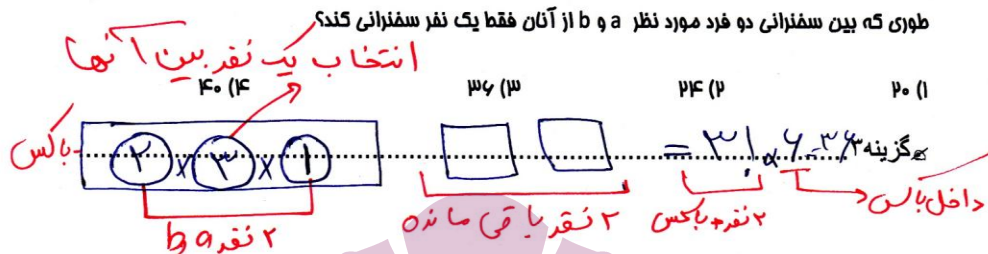
a, i, o

اکثر سؤالاتی که با ترتیب حل می شوند را می توان با اصل ضرب حل کرد.



۱۴. در همایش ۵ نفر جهت سفرانی ثبت نام کرده اند، به چند طریق ترتیب سفرانی برای آنان وجود دارد، به

طوری که بین سفرانی دو فرد مورد نظر a و b از آنان فقط یک نفر سفرانی کند؟



ترکیب:

ترکیب r تایی از n تایی ($r \leq n$): هرگاه در انتخاب عضو ها جابه جایی عضو ها شکل جدیدی ایجاد

نکند آن را ترکیب می گویند مثال انتخاب گروه انسانی که ترکیب است.

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

توضیحات: در سوالاتی که ترتیب انتخاب مهم نیست مثلاً انتخاب ۳ دانش آموز از بین ۷ نفر برای تیم فوتبال، انتخاب ۳ مهره از ۱۰ مهره داخل یک کیسه و ... از ترکیب استفاده می کنیم.

حل چند مثال عددی از فرمول ترکیب:

۱) $\binom{7}{3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$

۲) $\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$

۳) $\binom{8}{1} = \frac{8!}{1!7!} = \frac{8 \times 7!}{1 \times 7!} = 8$

مثال: اگر $\frac{P(n, 4)}{C(n-1, 4)} = 26$ مقدار n را به دست آورید.

$$\frac{P(n, 4)}{C(n-1, 4)} = \frac{\frac{n!}{(n-4)!}}{\frac{(n-1)!}{4!(n-5)!}} = 26 \Rightarrow \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)}{4!} = 26 \Rightarrow n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) = 26 \times 24$$

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) = 624$$

$$n = 8$$



نکات:

$$P(n, r) = r! \times C(n, r) \quad ۱$$

۲: چند رابطه ی مهم:

$$۱) \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = ۱ \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{۵}{0} = \binom{۵}{5} = ۱ \quad ۲) \binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{۷}{1} = \binom{۷}{6} = ۷$$

$$۳) \binom{n}{n-k} = \binom{n}{k} \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{۵}{2} = \binom{۵}{3} \quad ۴) \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1} \text{ فرمول پاسکال}$$

۳: اگر یک صفحه ی شطرنجی مستطیلی $m \times n$ داشته باشیم، تعداد مستطیل هایی که در آن قابلشمارش است برابر است با: $\binom{m+1}{2} \binom{n+1}{2}$

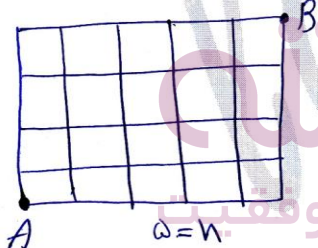
۴:

$$۱ + ۲ + ۳ + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$۱^2 + ۲^2 + ۳^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (\text{تعداد مربعات یک صفحه شطرنجی } n \times n)$$

$$۱^3 + ۲^3 + ۳^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

۵: مساله مسیر: اگر بخواهیم از نقطه A به B برویم فقط مجاز به رفتن به سمت $\uparrow$ و $\rightarrow$ باشیم تعداد کل راه ها متفاوت برابر است با:

$$m = ۴ \quad \rightarrow \binom{5+4}{4} = \binom{5+4}{5} \xrightarrow{\text{حالت کلی}} \binom{m+n}{n}$$


مسائل هندسی ترکیبی:

فرض کنید n نقطه روی محیط دایره باشد. تعداد k ضلعی هایی که با استفاده از این n نقطه می توان ساختاز فرمول $\binom{n}{k}$ به دست می آید. مثلا: اگر ۵ نقطه روی یک دایره باشد. تعداد ۳ ضلعی های ساخته شده بااین نقاط برابر $\binom{5}{3} = ۱۰$ است.



۱۵. بر روی یک دایره، ۸ نقطه ی متمایز وجود دارد. تعداد چهار ضلعی های ممبد که هر راس آن واقع بر

نقاط مفروض باشد، کدام است؟

$$\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

گزینه ۳

حداقل، حداکثر و روش متمم:

در مسائل ترکیب و خصوصا بعدا در احتمال مسائلی را خواهید دید که با لفظ حداقل یا حداکثر همراهند. بهتر است همین جا با این مفاهیم آشنا شویم:

۱. حداکثر k نفر، یعنی k نفر یا کم تر از k نفر، به عبارت دیگر یعنی: k نفر یا $(k-1)$ نفر یا ... یا ۲ نفر یا ۰ نفر.

۲. حداقل k نفر، یعنی k نفر یا بیشتر از k نفر، به عبارت دیگر یعنی: k نفر یا $(k+1)$ نفر یا $(k+2)$ نفر یا ...

روش متمم: بعضی وقت ها محاسبه ی تعداد حالات مطلوب مساله خیلی وقت گیر و طولانی است. در این

مسائل بهتر است تعداد حالات نا مطلوب که محاسبه اش راحت تر می باشد را به دست آورده و این حالات

نامطلوب را از کل حالات کم کنیم.

تذکر: اگر در صورت تست "حداقل یکی" را دیدید سریعاً بفهمید که باید از روش متمم سوال را حل کنید.

مثلاً، متمم آن که "حداقل یکی از ۳ نفر دکتر باشد" می شود "هیچ کدام از ۳ نفر دکتر نباشد!"



۱۶. از بین ۵ دانش آموز تجربی و ۳ دانش آموز ریاضی، به چند طریق می توان سه نفر برای کار در آزمایشگاه

انتخاب کرد؛ به طوری که حداقل دو نفر از آن ها دانش آموز تجربی باشند؟

۴۰ (۴)

۳۵ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ گزینه ۴:
$$\binom{5}{2} \times \binom{3}{1} + \binom{5}{3} = 10 + 10 = 20$$

۱۷. از میان ۷ کشتی گیر و ۵ وزنه بردار به چند روش می توان ۳ نفر را انتخاب کرد، به طوری که حداقل یک نفر

کشتی گیر باشد؟

{ هیچ نفر - کل }

۱۶۰ (۴)

۱۱۰ (۳)

۶۰ (۲)

۲۲۰ (۱)

پاسخ گزینه ۳:
$$\binom{12}{3} - \binom{7}{3} = 220 - 35 = 185$$

۱۸. از ۱۰ پرسش موجود، به چند طریق می توان ۸ پرسش را جهت پاسخ گویی انتخاب کرد، به شرط آن که

حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول انتخاب شود؟

۳۵ (۴)

۲۲ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ گزینه ۱:
$$\binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 5 + 1 = 6$$

تست بیشتر

گروه فقط ۳ دانشجو عضویت داشته باشند؟

μ_0 (μ) μ_D (μ) μ_0 (μ) μ_D (μ)

گزینه ۴: $= \frac{\Delta\alpha^F}{\epsilon_{\alpha}^F} = F \times (\dots) = F_0$

۲۰. اگر در یک سالن دو ردیف صندلی و هر ردیف ۱۰ صندلی باشد، مشخص کنید به چند طریق ۶ دانش آموز اول

دیپارستان، ۳ دانش آموز دوم و ۴ دانش آموز سوم دیپارستان می توانند روی آنها بنشینند به طوری که اولی ها

در ردیف اول و دومی ها در ردیف دوم باشند؟

$$\frac{(10!)^3}{14! \times 11! \times 15!} \quad (1)$$

$$\frac{(10!)^3 \times 11!}{(11!)^3 \times 15!} \quad (2)$$

$$\frac{(10!)^3}{(11!)^3} \quad (3)$$

$$\frac{(10!)^3}{(11!)^3} \quad (4)$$

گزینه ۳

زیر مجموعہ

تعداد زیر مجموعه های k عضوی یک مجموعه n عضوی از فرمول $\binom{n}{k}$ به دست می آید. از طرفی می

دانیام تعداد کل زیر مجموعه های یک مجموعه های n عضو برابر 2^n است. پس داریم:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

زیر مجموعه زیر مجموعه زیر مجموعه زیر مجموعه
 ۰ عضوی ۱ عضوی ۲ عضوی n عضوی



مثال: اگر A یک مجموعه n عضوی باشد، داریم:

$$2^{n-1} = \text{تعداد زیر مجموعه های فرد عضوی} = \text{تعداد زیر مجموعه های زوج عضوی}$$

۱۱. تعداد زیر مجموعه های سه عضوی از مجموعه $\{a, b, c, d, e, f\}$ شامل عضو a کدام است؟

..... $\frac{2^6}{2} = 2^5 = 32$ **جواب: ۳۲**

از مجموعه ۶ عضوی b, c, d, e, f

مثال:

۱. اگر خواهم از بین n شیء k شیء انتخاب کنم به طوریکه فقط m عضو به خصوص باشد
تعداد حالات انتخاب برابر است با: $\binom{n-m}{k}$

۲. اگر خواهم از بین n شیء k شیء انتخاب کنم به طوریکه شامل m عضو به خصوص باشد
تعداد حالات انتخاب برابر است با: $\binom{n-m}{k-m}$

۱۲. تعداد زیر مجموعه های زوج عضوی مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ کدام است؟

..... $2^{10-1} = 2^9 = 512$ **جواب: ۵۱۲**

۱۳. حاصل $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n}$ کدام است؟

۱۴. $2^n - 1$

..... $2^8 - 1 = 255$ **جواب: ۲۵۵**

$1 + 2 + 4 + \dots + 128 = 255$

$\rightarrow n = 8$