دفترچه پاسخ

آزمون ۶ بهمن ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ وریاضی‌پایه	مسعود برملا-شاهین پروازی-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-عباس خسروگردی-طاهر دادستانی-یاسین سپهر-حبیب شفیعی جمشید عباسی-حمید علیزاده-کامیار علّییون-کیا مقدس‌نیاک-جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی محمد صحت‌کار-هومن عقیلی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی محمد صحت‌کار-هومن عقیلی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی
	فیزیک	کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-عباس اصغری-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-دانیال راستی-محمدجواد سورچی مهدی شریفی-پوریا علاقه‌مند-غلامرضا محبی-آراس محمدی-سیده‌ملیحه میرصالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان محمد نهاوندی‌مقدم
	شیمی	هدی بهاری‌پور-احسان پنجه‌شاهی-محمدرضا پورجاوید-امیرحاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-روزبه رضوانی-محمد عظیمیان‌زواره پارسا عیوض‌پور-میثم کوثری‌لشگری-علیرضا کیانی‌دوست-هادی مهدی‌زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	کیوان دارابی محمد صحت‌کار	کیوان دارابی محمد صحت‌کار	حسام نادری	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان‌بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	دانیال راستی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سهیل تقی‌زاده	مهبد خالتی	مهبد خالتی	معین یوسفی‌نیا حسین بصیرترکمبور	علی رضایی احسان پنجه‌شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض‌پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۲»** (عادل حسینی)

در یک همسایگی $x=-۳$ تابع f با تابع $y=-۵x-۱$ مساوی است و از آنجا که شیب این خط برابر ۵- است، شیب خط مماس بر نمودار تابع یا همان $f'(-۳)$ برابر ۵- است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۲- **گزینهٔ «۱»** (طاهر دارستانی)

تعریف مشتق را می‌نویسیم:

$$f'(۱)=\lim_{x\to ۱}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{|(x-۱)^{\frac{۴}{۳}}|}{x-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{(x-۱)^{\frac{۴}{۳}}}{x-۱}$$

$$=\lim_{x\to ۱}(x-۱)^{\frac{۱}{۳}}=۰$$

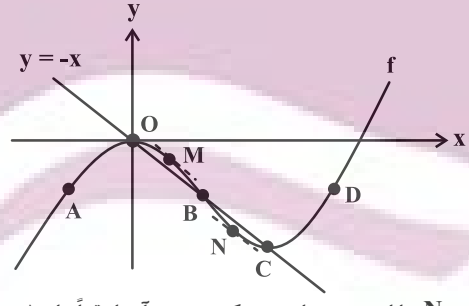
(حسابان ۲- صفحهٔ ۸۰)

۳- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

$$g(x)=\sqrt{x(\frac{f'(x)+۱}{f'(x)})}\Rightarrow D_g=\{x\mid x(\frac{f'(x)+۱}{f'(x)})\geq ۰\}$$

اگر $x\leq ۰$ باشد، باید $\frac{f'(x)+۱}{f'(x)}\leq ۰$ یا $-۱\leq f'(x)<۰$ باشد که در x های منفی امکان‌پذیر نیست.

اگر $x>۰$ باشد، باید $f'(x)>۰$ یا $f'(x)\leq -۱$ باشد که با توجه به شکل زیر این مجموعه $[x_M\ ,\ x_N]\cup(x_C\ ,\ +\infty)$ است. نقاط B و D در مجموعهٔ مورد نظر حضور دارند.



نقاط M و N نقاطی روی نمودار هستند که مشتق در آن‌ها دقیقاً برابر ۱- می‌شود.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۴- **گزینهٔ «۴»** (جمشید عباسی)

عبارت $\lim_{h\to ۰}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ تعریف مشتق تابع است:

$$\Rightarrow f'(x)=۳x\Rightarrow f'(۳)=۹$$

حال داریم:

$$\lim_{x\to ۳}\frac{f(x)-f(۳)}{x^۲-۹}=\lim_{x\to ۳}\frac{f(x)-f(۳)}{(x+۳)(x-۳)}$$

$$=\frac{۱}{۶}\lim_{x\to ۳}\frac{f(x)-f(۳)}{x-۳}=\frac{۱}{۶}f'(۳)=\frac{۳}{۲}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۵- **گزینهٔ «۱»** (جمشید عباسی)

$f(-۲)=-۲$ و با توجه به نمودار $f'(-۲)=\frac{۱}{۲}$ است؛ زیرا شیب خط مماس رسم شده برابر $\frac{۱}{۲}$ است.

$$\Rightarrow g'(-۲)=\lim_{x\to -۲}\frac{g(x)-g(-۲)}{x-(-۲)}$$

$$=\lim_{x\to -۲}\frac{(x+۲)f(x)}{x+۲}=f(-۲)=-۲$$

(حسابان ۲- صفحهٔ ۸۰)

۶- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

خط بر نمودار تابع f مماس است؛ یعنی $f(-\frac{۱}{۲})=-\frac{۵}{۲}$ و $f'(-\frac{۱}{۲})=۳$ است. حال چون $\frac{\frac{۷}{۲}+(-\frac{۱}{۲})}{۲}=\frac{۳}{۲}$ (طول رأس سهمی) است، نقاط به طول $x=-\frac{۱}{۲}$ و $x=\frac{۷}{۲}$ روی نمودار تابع f هم‌عرض‌اند و در نتیجه مشتق تابع در این نقاط قرینهٔ یکدیگرند. پس $f'(\frac{۷}{۲})=-۳$ است. داریم:

خط مماس در $x=\frac{۷}{۲}$: $y-f(\frac{۷}{۲})=f'(\frac{۷}{۲})(x-\frac{۷}{۲})$

$$y+\frac{۵}{۲}=-۳(x-\frac{۷}{۲})\Rightarrow y=-۳x+۸$$

عرض از مبدأ این خط برابر ۸ است.

(حسابان ۲- مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۸۰)

۷- **گزینهٔ «۲»** (حمید علیزاده)

از تعریف حد در تساوی $\lim_{x\to ۰}\frac{f(۲+۲h)-۵}{h}=-۶$ نتیجه می‌گیریم که $f(۲)=۵$ است؛ زیرا تابع f در $x=۲$ پیوسته است. همچنین $۲f'(۲)=-۶$ و در نتیجه $f'(۲)=-۳$ است. حال معادلهٔ خط مماس بر نمودار تابع در $x=۲$ را می‌نویسیم:

$$y-f(۲)=f'(۲)(x-۲)\Rightarrow y=-۳x+۱۱$$

$f(۴)=۰$ و عرض نقطه به طول $x=۴$ روی خط مماس برابر ۱- است، پس داریم: $\Delta=f(۴)-y_{\text{خط مماس}}=۱$

عرض نقطه به طول $x=۱$ روی خط مماس برابر ۸ است و اختلاف این عدد با $f(۱)$ برابر $۲\Delta=۲$ است، در نتیجه $f(۱)=۸+۲=۱۰$ است.

(حسابان ۲- مشابه تمرین صفحهٔ ۸۳)

۸- **گزینهٔ «۴»** (عادل حسینی)

ابتدا ضابطهٔ تابع $h(x)=(f-g)(x)$ را می‌سازیم:

$$h(x)=x\log_۲ x^۲-\log_۴ x=۲x\log_۲ x-\frac{۱}{۲}\log_۲ x$$

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی
تیزهوشان برای موفقیت

$$= (۲x - \frac{۱}{۲}) \log_۲ x$$

$h(\frac{۱}{۴}) = ۰$ است و برای مشتق آن داریم:

$$h'(\frac{۱}{۴}) = \lim_{x \to \frac{۱}{۴}} \frac{(۲x - \frac{۱}{۲}) \log_۲ x}{x - \frac{۱}{۴}} = ۲ \log_۲ \frac{۱}{۴} = -۴$$

پس معادلهٔ خط مماس به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y - ۰ = -۴x + ۱ \Rightarrow ۴x + y - ۱ = ۰$$

(حسابان ۲- صفحهٔ ۸۰)

۹- **گزینهٔ «۱»** *(حبیب شفیعی)*

$$\lim_{h \to ۰} \frac{f^۳(\frac{\pi}{۴} + h) - f^۳(\frac{\pi}{۴})}{h}$$

$$= \lim_{h \to ۰} \frac{(f(\frac{\pi}{۴} + h) - f(\frac{\pi}{۴}))(f^۲(\frac{\pi}{۴} + h) + f(\frac{\pi}{۴}) f(\frac{\pi}{۴} + h) + f^۲(\frac{\pi}{۴}))}{h}$$

$$= \lim_{h \to ۰} \frac{f(\frac{\pi}{۴} + h) - f(\frac{\pi}{۴})}{h} \times \lim_{h \to ۰} (f^۲(\frac{\pi}{۴} + h) + f(\frac{\pi}{۴}) f(\frac{\pi}{۴} + h) + f^۲(\frac{\pi}{۴}))$$

$$= f'(\frac{\pi}{۴}) \times ۳f^۲(\frac{\pi}{۴})$$

$$\xrightarrow{f(\frac{\pi}{۴}) = f'(\frac{\pi}{۴}) = ۱} ۳f'(\frac{\pi}{۴}) f^۲(\frac{\pi}{۴}) = ۳$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(کیا مقدس‌نیاک)*

شیب خط: $m = \frac{-۱ - ۰}{۰ - \frac{۱}{۳}} = \frac{-۱}{-\frac{۱}{۳}} = ۳$

معادلهٔ خط: $y - (-۱) = ۳(x - ۰) \Rightarrow y = ۳x - ۱$

این خط در نقطهٔ $x = ۱$ بر تابع f عمود است، پس:

$$f(۱) = ۳(۱) - ۱ = ۲ \ , \ f'(۱) = \frac{-۱}{m} = -\frac{۱}{۳}$$

$$\lim_{x \to ۱} \frac{f^۲(x) + f(x) - ۶}{f(x)(۲ - ۲x)} = \lim_{x \to ۱} \frac{(f(x) + ۳)(f(x) - ۲)}{f(x)(۲ - ۲x)}$$

$$= \lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - ۲}{\underbrace{x - ۱}_{f'(۱)}} \times \lim_{x \to ۱} \frac{f(x) + ۳}{-۲f(x)} = (-\frac{۱}{۳}) \times \frac{۲ + ۳}{-۲(۲)}$$

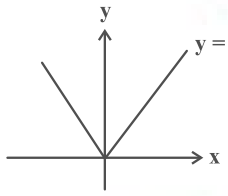
$$= (-\frac{۱}{۳}) \times (-\frac{۵}{۴}) = \frac{۵}{۱۲}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

حسابان ۲- پیشروی سریع

۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

نمودار تابع $y = |x|$ مطابق شکل زیر است:



که در $x = ۰$ مشتق‌های چپ و راست متناهی اما نابرابر دارد.

(حسابان ۲- صفحهٔ ۸۹)

۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

تابع $y = |x + \frac{۱}{۲}|$ در $x = -\frac{۱}{۲}$ و تابع $y = [x]$ در $x = ۰$ مشتق‌ناپذیر است، پس تابع f در $x \in \{-\frac{۱}{۲} , ۰\}$ مشتق‌ناپذیر است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(طاهر دادستانی)*

دامنهٔ تابع f بازهٔ $[۰ , ۴]$ است؛ زیرا:

$$۴x - x^۲ = x(۴ - x) \geq ۰ \Rightarrow D_f = [۰ , ۴]$$

تابع f در همسایگی چپ $x = ۰$ و همسایگی راست $x = ۴$ تعریف نشده‌است، بنابراین در $x = ۰$ مشتق چپ و در $x = ۴$ مشتق راست ندارد. پس در این نقاط f' تعریف نمی‌شود. به علاوه، می‌توان گفت:

$$\lim_{x \to ۰^+} f'(x) = +\infty \quad , \quad \lim_{x \to ۴^-} f'(x) = -\infty$$

پس داریم: $D_{f'} = D_f - \{۰ , ۴\} = (۰ , ۴)$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(شاهین پروازی)*

ابتدا تابع fof را حساب می‌کنیم:

$$(fof)(x) = \begin{cases} ۱ - f(x) & ; \ f(x) < ۱ \\ (f(x) - ۱)^۲ + ۱ & ; \ f(x) \geq ۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow (fof)(x) = \begin{cases} x^۲ + ۱ & ; \ x \leq ۰ \\ x & ; \ ۰ < x < ۱ \\ (x - ۱)^۴ + ۱ & ; \ x \geq ۱ \end{cases}$$

تابع fof در $x = ۰$ ناپیوسته و در $x = ۱$ مشتق‌های چپ و راست نابرابر دارد، پس این تابع ۲ نقطه مشتق‌ناپذیر دارد. مجموعه نقاط مشتق‌ناپذیر توابع داده شده در گزینه‌ها به ترتیب $\{۰\}$، $\{۴\}$، $\{۴ , ۰ , -۴\}$ و $\{۴ , ۰\}$ است، پس تابع fof و تابع گزینهٔ «۴» در تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر یکسان هستند.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

ایران توشه‌ای برای موفقیت

۱۵- **گزینهٔ «۴»** (کامیار علّیون)

خط $x=a-1$ مجانب قائم نمودار تابع است و معادله خطوطی که بر نمودار تابع مماس قائم هستند، صفرهای تابع یا جواب‌های معادلهٔ $x^2-ax-1=0$ هستند. مجانب قائم از این دو خط فاصلهٔ یکسانی دارد، یعنی وسط آن‌ها است، در نتیجه $a-1$ باید میانگین ریشه‌های معادلهٔ $x^2-ax-1=0$ یا طول رأس سهمی $y=x^2-ax-1$ باشد، پس داریم:

$$a-1=\frac{a}{2}\Rightarrow a=2$$

$$f(x)=\frac{\sqrt[3]{x^2-2x-1}}{x-1}\Rightarrow f(a)=f(2)=\frac{-1}{1}=-1$$

(حسابان ۲- مکمل مثال صفحهٔ ۸۸)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** (مسعود برملا)

نمودار تابع g به ازای $a-5\geq 0$ به صورت $\vee$ و به ازای $a-5<0$ به صورت $\wedge$ خواهد بود. این یعنی تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر تابع g می‌تواند ۱ یا ۳ باشد. حال باید تعداد ریشه‌های معادلهٔ $\frac{1}{2}x^3+ax^2+(3a-4)x=0$ را برابر ۱ یا ۳ قرار دهیم:

$$\Rightarrow x\left(\frac{1}{2}x^2+ax+3a-4\right)=0$$

یکی از ریشه‌ها $x=0$ است، پس اگر Δ ی عبارت درجهٔ دوم منفی باشد، همین یک ریشه را دارد و اگر Δ مثبت باشد، سه ریشه دارد.

$$\Delta=a^2-2(3a-4)=a^2-6a+8=(a-2)(a-4)$$

$$\xrightarrow{\Delta<0} 2<a<4 \xrightarrow{\cap a\geq 5} \varnothing$$

حالت یک نقطه مشتق‌ناپذیر امکان ندارد.

$$\xrightarrow{\Delta>0} a<2 \text{ یا } a>4 \xrightarrow{a<5} a\in(-\infty,2)\cup(4,5)$$

اما دقت کنید که به ازای $a=\frac{4}{3}$ ، تابع f دو نقطه مشتق‌ناپذیر خواهدداشت، پس حدود قابل قبول برای a مجموعه

$$(-\infty,\frac{4}{3})\cup(\frac{4}{3},2)\cup(4,5)$$

است. تعداد اعداد طبیعی این مجموعه برابر ۱ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** (بهمانبخش نیکنام)

مقدار عبارت x^2+nx به ازای $x=2$ صحیح است. این یعنی اگر $x=2$ طول یک نقطه غیر از نقطهٔ رأس سهمی $y=x^2+nx$ باشد، تابع $y=[x^2+nx]$ در $x=2$ مشتق‌ناپذیر است و برای این‌که f مشتق‌پذیر شود، لازم است $x=2$ ریشهٔ مضاعف عبارت $x^2+(m+2n)x$ شود که این امکان‌پذیر نیست. در نتیجه $x=2$ طول رأس سهمی $y=x^2+nx$ است:

$$\Rightarrow -\frac{n}{2}=2\Rightarrow n=-4\Rightarrow f(x)=(x^2+(m-8)x)[x^2-4x]$$

حال از تساوی $f'_+(0)=10$ مقدار m را پیدا می‌کنیم:

$$f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{(x^2+(m-8)x)(-1)}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0^+}(-x-m+8)=10\Rightarrow m=-2$$

دقت کنید که اگر $x\to 0^+$ ، $[x^2-4x]=[0^-]=-1$.

$$\Rightarrow m-n=-2+4=2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۱۸- **گزینهٔ «۳»** (یاسین سپهر)

شیب خط برابر $\frac{3}{2}$ است و از آنجا که در $x=3$ بر نمودار تابع f عمود است، $f'(3)=-\frac{2}{3}$ است. حال داریم:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+mh)-f(x_0+nh)}{h}=(m-n)f'(x_0)$$

$$\Rightarrow \lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3-2h)}{h}=3f'(3)=-2=a+6\Rightarrow a=-8$$

پس معادلهٔ خط عمود $3x-2y=-3$ است و با جای‌گذاری $x=3$ عرض نقطه یا همان $f(3)$ برابر ۶ به دست می‌آید.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** (عباس خسروگردی)

نمودار تابع $y=x^3$ وارون خود را در $x=x_0\in\{-1,0,1\}$ قطع می‌کند. اما با توجه به ضابطهٔ تابع f، $x_0=1$ مد نظر است؛ زیرا $x_0=-1$ در دامنه تابع قرار ندارد و همچنین تابع در $x_0=0$ مشتق ندارد.

$$\Rightarrow f'(x_0)=f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+\sqrt{x}-2}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}+\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x+1)+\lim_{x\to 1}\frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

$$\Rightarrow f'(1)=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$$

یعنی خط مماس، خطی است که با شیب $\frac{5}{2}$ از نقطهٔ $(1,1)$ می‌گذرد:

$$\Rightarrow \text{خط مماس}: y=\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}$$

عرض از مبدأ این خط برابر $-\frac{3}{2}$ است.

(حسابان ۲- صفحهٔ ۸۰)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** (کامیار علّیون)

$$f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{3x^2-x\sqrt{1-\cos 4x}}}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0^+}\sqrt{3-\frac{\sqrt{1-\cos 4x}}{x}}=\lim_{x\to 0^+}\sqrt{3-\sqrt{\frac{1-\cos 4x}{x^2}}}$$

با استفاده از اتحاد $1-\cos 2\theta=2\sin^2\theta$ داریم:

$$f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\sqrt{3-\sqrt{\frac{2\sin^2 2x}{x^2}}}=\lim_{x\to 0^+}\sqrt{3-\sqrt{\frac{8x^2}{x^2}}}$$

$$=\sqrt{3-\sqrt{8}}=\sqrt{3-2\sqrt{2}}=f'_+(0)=\sqrt{2}-1$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۰ و ۸۷)

توشه‌ای برای موفقیت

ریاضی پایه

۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی $a_n = -\frac{1}{2}\times(-2)^{n-1}$ و جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی $b_n = \frac{3}{2}n-2$ است. پس داریم:

$$a_{10} = -\frac{1}{2}\times(-2)^9 = (-2)^8 = 256$$

$$b_{12} = \frac{3}{2}(12)-2 = 16$$

$$\Rightarrow \frac{a_{10}}{b_{12}} = \frac{256}{16} = 16$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(بهانبخش نیکنام)*

روش اول: تعداد مربع‌ها در شکل سؤال دنبالهٔ خطی است و از رابطهٔ $t_n = 2n+3$ به دست می‌آید. پس در شکل سی‌اُم تعداد مربع‌ها برابر است با $2\times30+3 = 63$ که ۳۲ مربع از آن در ستون قرار دارد. اعداد روی ستون تشکیل دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۴ می‌دهد و بزرگ‌ترین عدد روی ستون برابر است با:

$$3+31\times4 = 127$$

و بزرگ‌ترین عدد روی سطر ۱۲۵ است. پس داریم: $127+125 = 252$

روش دوم: مجموع بزرگ‌ترین اعداد سطر و ستون دنبالهٔ زیر را می‌سازند:

$$20, 28, 36, \ldots$$

که از الگوی $t_n = 8n+12$ پیروی می‌کند. پس مجموع بزرگ‌ترین اعداد سطر و ستون شکل سی‌اُم برابر $t_{30} = 8\times30+12 = 252$ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$t_n = an^2+bn+c$$

$$\begin{cases} 4a+2b+c=4 \\ 36a+6b+c=13 \\ 81a+9b+c=25 \end{cases} \xrightarrow{c=4-4a-2b} \begin{cases} 32a+4b=9 \\ 45a+3b=12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b=\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow c=\frac{5}{2} \Rightarrow a+b+c=3$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۵)

۲۴- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

جملات دنباله حسابی را t_1، t_1+d و t_1+3d در نظر می‌گیریم که این جمله باید تشکیل دنبالهٔ هندسی بدهند، پس داریم:

$$t_1(t_1+3d) = (t_1+d)^2 \Rightarrow t_1^2+3t_1d = t_1^2+2t_1d+d^2$$

$$\Rightarrow t_1d = d^2 \xrightarrow{d\neq0} t_1 = d$$

پس قدرنسبت دنبالهٔ هندسی برابر $r = \frac{t_1+d}{t_1} = 2$ است. مجموع ۱۰ جمله و ۲۰ جمله اول این دنباله برابر است با:

$$S_{10} = t_1(2^{10}-1) \quad , \quad S_{20} = t_1(2^{20}-1)$$

$$\Rightarrow \frac{S_{20}}{S_{10}} = \frac{2^{20}-1}{2^{10}-1} = 2^{10}+1 = 1025$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱ تا ۶)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(یاسین سپهر)*

بیست جملهٔ نخست با شمارهٔ جملات مضرب ۳ عبارتند از:

$$a_3, a_6, a_9, \ldots, a_{60}$$

در این دنباله جملهٔ اول $a_3 = -5$ و قدرنسبت ۳ برابر قدرنسبت دنباله داده شده یعنی ۱۲- است. پس داریم:

$$S_{20} = \frac{20}{2}(2\times(-5)+(20-1)(-12)) = -2380$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱ تا ۶)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود برملا)*

جملهٔ اول دنبالهٔ $a_1 \geq 10$ و قدرنسبت $d \geq 9$ است. جملهٔ دهم دنباله هم نباید بزرگ‌تر از ۱۰۰ باشد.

$$a_{10} = a_1+9d \leq 100$$

ابزار موفقیت
توشه‌ای برای موفقیت

برای d فقط دو مقدار ۹ و ۱۰ قابل قبول است. برای هر دو مقدار تعداد دنباله را حساب می‌کنیم:

الف)

$$d=10 \Rightarrow a_1+90\le 100 \Rightarrow a_1\le 10 \xrightarrow{a_1\ge 10} a_1=10$$

یعنی فقط یک دنباله برای $d=10$ پیدا می‌شود.

ب)

$$d=9 \Rightarrow a_1+81\le 100 \Rightarrow a_1\le 19 \xrightarrow{a_1\ge 10} 10\le a_1\le 19$$

یعنی برای $d=9$، $19-10+1=10$ دنبالهٔ متفاوت پیدا می‌شود. در نهایت ۱۱ دنباله با شرایط مطلوب پیدا می‌شود.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

عبارت داده شده را برحسب توان‌هایی از ۲ و ۳ می‌نویسیم:

$$\frac{54^m\times 24^n}{48^m\times 18^n}=\frac{2^m\times 3^{3m}\times 2^{3n}\times 3^n}{2^{4m}\times 3^m\times 2^n\times 3^{2n}}=2^{2n-3m}\times 3^{2m-n}=2\times 3$$

در نتیجه به دستگاه معادلات زیر می‌رسیم و داریم:

$$\begin{cases}2n-3m=1\\2m-n=1\end{cases}\Rightarrow m=3\ ,\ n=5\Rightarrow m+n=8$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

روش اول:

$$\frac{1}{2+\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}-2}{3}\quad,\quad \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{7}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}-\sqrt{10}}{3}\quad,\quad \frac{1}{4+\sqrt{13}}=\frac{4-\sqrt{13}}{3}$$

پس حاصل عبارت برابر است با: $A=\frac{4-2}{3}=\frac{2}{3}$

روش دوم: اگر a_n جملات یک دنباله حسابی باشند، تساوی زیر برقرار است:

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}}+\frac{1}{\sqrt{a_2}+\sqrt{a_3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{a_{n-1}}+\sqrt{a_n}}=\frac{\sqrt{a_n}-\sqrt{a_1}}{d}$$

در این سوال جملات دنبالهٔ ۱۶ , ۱۳ , ۱۰ , ۷ , ۴ : $a_n=3n+1$ را داریم. پس حاصل عبارت برابر است با: $A=\frac{\sqrt{16}-\sqrt{4}}{3}=\frac{2}{3}$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

هر کدام از عبارت‌ها را ساده می‌کنیم:

$$\begin{cases}A=\frac{2}{\sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}}}=\frac{2}{\frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}\\=\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)=\sqrt{6}+\sqrt{2}\\\frac{1}{A}=\frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}\\\Rightarrow\frac{4}{A}=\sqrt{6}-\sqrt{2}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\sqrt{A+\frac{4}{A}+5}=\sqrt{\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{6}-\sqrt{2}+5}$$

$$=\sqrt{5+2\sqrt{6}}=\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

ابتدا معادله را می‌سازیم:

$$x^2+2x-15=18x-40\Rightarrow x^2-16x+25=0$$

جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند. پس داریم:

$$a^2-16a+25=0\Rightarrow a^2+25=16a$$

$$\Rightarrow a+\frac{25}{a}=16\qquad (*)$$

حال طرفین تساوی $T=\sqrt{a}-\frac{5}{\sqrt{a}}$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$T^2=a+\frac{25}{a}-10\xrightarrow{(*)}T^2=16-10=6\Rightarrow T=\sqrt{6}$$

a را جواب بزرگ‌تر در نظر گرفته‌ایم. پس $T>0$ است.

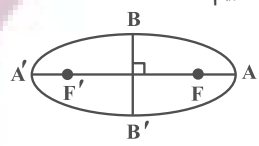
(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

توشه ای برای موفقیت

هندسه ۳

۳۱- **گزینهٔ «۳»** (کیوان دارابی)

مطابق شکل، در بیضی داریم:



$$\begin{cases} FA' = a + c = ۳۲ \\ BB' = ۲b = ۱۶ \Rightarrow b = ۸ \end{cases}$$

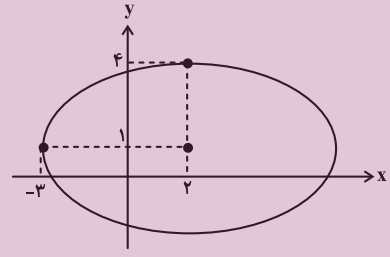
بنابراین: $b^۲ = ۶۴ \Rightarrow a^۲ - c^۲ = ۶۴ \Rightarrow (a-c)(a+c) = ۶۴$

$$\Rightarrow (a-c)\times ۳۲ = ۶۴ \Rightarrow a - c = ۲ \Rightarrow FA = a - c = ۲$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** (مهرداد ملوندی)

با توجه به فرض نتیجه می‌گیریم نقطهٔ $A(-۳, ۱)$ یک سر قطر بزرگ و نقطهٔ $(۲, ۴)$ یک سر قطر کوچک بیضی است و لذا $a = ۵$ و $b = ۳$ و در نتیجه $c = \sqrt{a^۲ - b^۲} = ۴$.

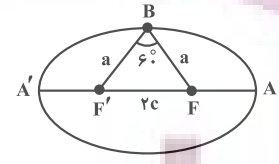


مختصات کانون‌های بیضی برابر می‌شود با: $\begin{cases} F = (۲+۴, ۱) = (۶, ۱) \\ F' = (۲-۴, ۱) = (-۲, ۱) \end{cases}$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** (کیوان دارابی)

می‌دانیم که $BF = BF'$، پس مثلث $BF'F$ متساوی‌الساقین است. از طرفی $\hat{B} = ۶۰^\circ$، پس این مثلث متساوی‌الاضلاع است. بنابراین:



$$BF = F'F \Rightarrow a = ۲c \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{۱}{۲}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

در مثلث قائم‌الزاویهٔ MFF' ضلع مقابل به زاویه $\hat{F}$ برابر نصف وتر است. لذا $\hat{F} = ۳۰^\circ$ و از آنجا $\hat{M} = ۶۰^\circ$ لذا $\alpha + \beta = ۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$ و چون $\alpha = \beta$ پس $\alpha = \beta = ۶۰^\circ$ بنابراین: $\frac{\alpha}{۲} + \frac{\beta}{۳} = ۳۰^\circ + ۲۰^\circ = ۵۰^\circ$

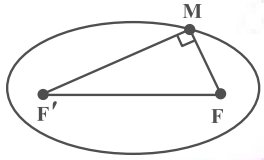
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** (اسحاق اسفندیار)

طبق فرض: $FF' = ۲c = ۸ \Rightarrow c = ۴$

قطر کوچک: $۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳$

در بیضی داریم: $a^۲ = b^۲ + c^۲ = ۹ + ۱۶ = ۲۵ \Rightarrow a = ۵$



$$MF^۲ + MF'^۲ = FF'^۲ \Rightarrow \overbrace{(MF + MF')}^{۲a}{}^۲ - ۲MF\times MF' = ۶۴$$

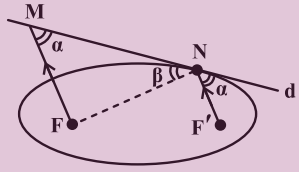
$$\Rightarrow ۱۰۰ - ۲MF\times MF' = ۶۴ \Rightarrow MF\times MF' = ۱۸$$

$$S_{MFF'} = \frac{۱}{۲} MF\times MF' = ۹$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** (کیوان دارابی)

شکل زیر نشان می‌دهد که $FM = FN$:



$$\alpha = \beta \Rightarrow FM = FN$$

داریم: N نقطه‌ای روی بیضی است $\Rightarrow NF + NF' = ۲a$

$$\xrightarrow{FM=FN} FM + F'N = ۲a \Rightarrow ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵$$

از طرفی: $FF' = ۲c = ۶ \Rightarrow c = ۳$

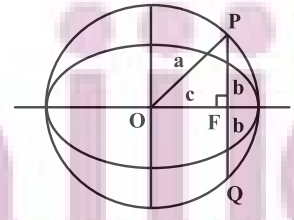
بنابراین:

(قطر کوچک) $b^۲ = a^۲ - c^۲ = ۲۵ - ۹ = ۱۶ \Rightarrow b = ۴ \Rightarrow ۲b = ۸$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۳۷- **گزینهٔ «۲»** (محمد صحت‌کار)

با توجه به شکل اندازهٔ پاره‌خط FP در مثلث قائم‌الزاویهٔ OPF برابر با b است. بنابراین اندازهٔ پاره‌خط PQ برابر با $۲b$ خواهد بود و خواهیم داشت:



$$\begin{cases} e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \\ ۲a = ۴\sqrt{۳} \Rightarrow a = ۲\sqrt{۳} \end{cases} \Rightarrow \frac{c}{۲\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow c = ۳$$

$$b^۲ = a^۲ - c^۲ = ۱۲ - ۹ = ۳ \Rightarrow b = \sqrt{۳} \Rightarrow PQ = ۲b = ۲\sqrt{۳}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۳۸- **گزینهٔ «۴»** (محمد صحت‌کار)

اگر شعاع نوری از یکی از کانون‌های بیضی بگذرد و به بدنهٔ بیضی بتابد شعاع بازتاب از کانون دیگر می‌گذرد. بنابراین خط مورد نظر خط گذرنده از نقطهٔ M و کانون F' است. پس باید ابتدا مختصات کانون F' را بیابیم. با توجه به مرکز تقارن بیضی که مبدأ مختصات است و مختصات کانون F، مختصات کانون F' به صورت $(0, -5)$ خواهد بود. بنابراین معادلهٔ خط مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

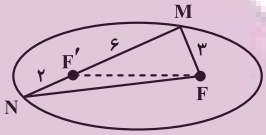
$$y-0=\frac{2-0}{3-(-5)}(x-(-5)) \Rightarrow y=\frac{1}{4}(x+5)$$
$$\Rightarrow 4y=x+5 \Rightarrow x-4y=-5$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** (سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)

مجموع فاصله‌های هر نقطه روی بیضی تا دو کانون، مقدار ثابتی است پس:

$$MF+MF'=NF+NF' \Rightarrow NF=7$$



با استفاده از رابطهٔ استوارت در مثلث MNF برای محاسبهٔ FF'^2 داریم:

$$7^2\times 6+3^2\times 2=FF'^2\times 8+8\times 6\times 2 \Rightarrow 294+18=8FF'^2+96$$
$$\Rightarrow 8FF'^2=216 \Rightarrow FF'^2=27 \Rightarrow FF'=3\sqrt{3}$$

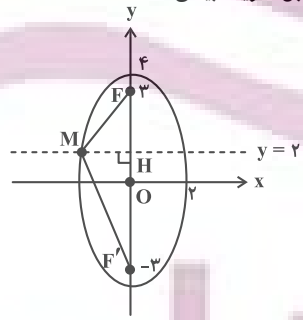
از طرفی خروج از مرکز بیضی از رابطهٔ $e=\frac{c}{a}$ به دست می‌آید:

$$e=\frac{c}{a}=\frac{FF'}{MF+MF'}=\frac{3\sqrt{3}}{9}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** (مهرداد ملونری)

مطابق شکل، $F(0, 3)$ و $F'(0, -3)$ کانون‌های بیضی هستند و داریم $a=4$؛ همچنین طبق تعریف بیضی:



$$MF+MF'=2a=8$$

رابطهٔ فیثاغورس را در دو مثلث قائم‌الزاویهٔ MFH و $MF'H$ می‌نویسیم:

$$\begin{cases} MF^2=MH^2+1^2 \\ MF'^2=MH^2+5^2 \end{cases} \Rightarrow MF'^2-MF^2=25-1=24$$
$$\Rightarrow (MF'-MF)(\underbrace{MF'+MF}_{8})=24 \Rightarrow MF'-MF=3$$

$$\begin{cases} MF'+MF=8 \\ MF'-MF=3 \end{cases} \Rightarrow MF'=5/5\ ,\ MF=2/5$$

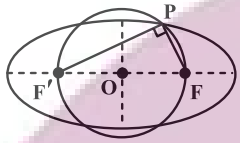
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

هندسه ۳- پیشروی سریع

۴۱- **گزینهٔ «۳»** (سوگند روشنی)

$$|AA'|=2a=6\sqrt{5} \Rightarrow a=3\sqrt{5}$$
$$|BB'|=2b=4 \Rightarrow b=2$$
$$\Rightarrow a^2=b^2+c^2 \Rightarrow 45=4+c^2 \Rightarrow c=\sqrt{41}$$

شعاع دایره با $c=\sqrt{41}$ برابر است بنابراین FF' قطر دایره است. P نقطه‌ای روی محیط دایره است پس قطر (FF') را با زاویهٔ 90° رؤیت می‌کند. بنابراین:

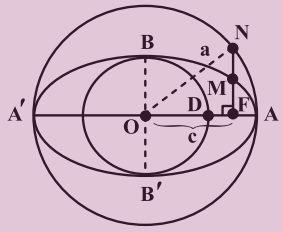


$$PF^2+PF'^2=(2c)^2=(2\sqrt{41})^2=164$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** (کیوان دارابی)

برای حل سؤال از نتیجهٔ دو تمرین کتاب درسی استفاده می‌کنیم:



$$\overset{\Delta}{ONF}: NF=\sqrt{a^2-c^2}=b$$ مطابق شکل داریم:

$$MF=\frac{b^2}{a}: \text{از طرفی}$$

$$\left.\begin{matrix} FM=\frac{b^2}{a} \\ FN=b \end{matrix}\right\} \Rightarrow MN=b-\frac{b^2}{a} \Rightarrow MN=\frac{ba-b^2}{a}$$ بنابراین:

$$\Rightarrow MN=\frac{b(a-b)}{a} \Rightarrow \frac{b}{a}(a-b)=\frac{1}{2} \quad (*)$$

$$OA-OD=1 \Rightarrow a-b=1$$ از طرفی $DA=1$ در نتیجه:

$$\xrightarrow{(*)} \frac{b}{a}=\frac{1}{2}$$ بنابراین:

$$e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$ خروج از مرکز:

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۴۳- **گزینهٔ «۱»** (محمد صحت‌کار)

با توجه به خاصیت بازتابندگی بیضی، خط Δ نیمساز زاویهٔ FMF' است. بنابراین براساس خواص نیمسازهای زوایای داخلی در مثلث FMF' خواهیم داشت:

$$\frac{DF}{DF'}=\frac{MF}{MF'} \Rightarrow \frac{MF'}{DF'}=\frac{MF}{DF}=\frac{3}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{MF+MF'}{DF+DF'}=\frac{۳}{۱}\Rightarrow \frac{۲a}{۲c}=۳\Rightarrow a=۳c\Rightarrow c=\frac{a}{۳}$$

می‌دانیم که در بیضی رابطهٔ $a^۲=b^۲+c^۲$ برقرار است. بنابراین:

$$۲b=۸\Rightarrow b=۴\Rightarrow a^۲=۱۶+\frac{a^۲}{۹}\Rightarrow \frac{۸}{۹}a^۲=۱۶\Rightarrow a^۲=۱۸$$

$$\Rightarrow a=\sqrt{۱۸}=۳\sqrt{۲}\Rightarrow AA'=۲a=۶\sqrt{۲}$$ (قطر بزرگ)

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

چون رأس و کانون سهمی روی خط $y=۱$ قرار دارند، لذا سهمی افقی است. از طرفی کانون ۳ واحد سمت چپ رأس قرار دارد، پس دهانهٔ سهمی رو به چپ باز می‌شود و $a=۳$ است.

$$\text{معادلهٔ سهمی}: (y-۱)^۲=-۱۲(x-۲)$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

خط هادی افقی است، پس نوع سهمی قائم بوده و به صورت زیر معادلهٔ آن را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\text{رأس } S:(۱,-۱)\\ \text{خط هادی } (\Delta):y=-\frac{۳}{۲}\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}a=|y_\Delta-y_S|=|-\frac{۳}{۲}+۱|=\frac{۱}{۲}\\ y_S>y_\Delta\Rightarrow \text{دهانهٔ سهمی رو به بالا}\end{cases}$$

$$\text{معادلهٔ سهمی}: (x-۱)^۲=۴(\frac{۱}{۲})(y-(-۱))\Rightarrow (x-۱)^۲=۲(y+۱)$$

$$\xrightarrow[x=۰]{\text{محور y ها}} ۱=۲(y+۱)\Rightarrow y=-\frac{۱}{۲}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

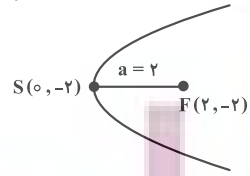
۴۶- **گزینهٔ «۴»** *(کیوان دارابی)*

M نقطه‌ای روی سهمی است، بنابراین فاصله‌اش از کانون و خط هادی برابر است. بنابراین حالا که M از رأس و خط هادی به یک فاصله است، پس از کانون و رأس نیز به یک فاصله است. پس M روی عمودمنصف SF قرار دارد.

$$(y+۲)^۲=۸x$$

$$\Rightarrow (y+۲)^۲=۴\times ۲\times(x-۰)\Rightarrow S=(۰,-۲)\quad ,\quad a=۲$$

سهمی افقی است و دهانهٔ آن به سمت راست است. خط $x=۱$ عمودمنصف پاره‌خط SF است. این خط را با سهمی قطع می‌دهیم.



$$\begin{cases}(y+۲)^۲=۸x\\ x=۱\end{cases}\Rightarrow (y+۲)^۲=۸\Rightarrow y+۲=\pm ۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow y=-۲\pm ۲\sqrt{۲}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** *(اسحاق اسفندیار)*

با توجه به معادلات محور تقارن و خط هادی و این‌که از $M(۴,۲)$ می‌گذرد، نتیجه می‌گیریم سهمی قائم رو به بالا است و رأس سهمی به صورت $(۲,k)$ است. معادلهٔ سهمی به صورت زیر است:

$$(x-۲)^۲=۴a(y-k)\Rightarrow y=k-a=۰\Rightarrow k=a$$

$$(x-۲)^۲=۴a(y-a)\xrightarrow{(۴,۲)}(۴-۲)^۲=۴a(۲-a)$$

$$۴a^۲-۸a+۴=۰\Rightarrow (a-۱)^۲=۰\Rightarrow a=۱$$

$$\text{معادلهٔ سهمی}: \Rightarrow (x-۲)^۲=۴(y-۱)$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمد صحت‌کار)*

کانون این سهمی روی خط $y=x-۱$ است. بنابراین می‌توانیم مختصات کانون را به صورت $(m,m-۱)$ در نظر بگیریم. با توجه به ویژگی سهمی فاصلهٔ نقطهٔ A از کانون و خط هادی با هم برابر است. بنابراین:

$$\sqrt{(m+۱)^۲+(m-۱-۲)^۲}=|۶-۲|=۴$$

$$\Rightarrow m^۲+۲m+۱+m^۲-۶m+۹=۱۶$$

$$\Rightarrow ۲m^۲-۴m-۶=۰\Rightarrow m^۲-۲m-۳=۰$$

$$\Rightarrow (m-۳)(m+۱)=۰$$

بنابراین $m=۳$ یا $m=-۱$ است و خواهیم داشت:

$$m=۳\Rightarrow F(۳,۲)\quad ,\quad m=-۱\Rightarrow F(-۱,-۲)$$

کانون این سهمی در ناحیهٔ اول دستگاه مختصات است پس کانون نقطهٔ $F(۳,۲)$ است و فاصلهٔ این نقطه تا خط هادی یعنی خط $y=۶$ برابر است با: $۶-۲=۴$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(محمد صحت‌کار)*

معادلهٔ یک سهمی قائم رو به پایین به صورت $(x-\alpha)^۲=-۴a(y-\beta)$ است. محور تقارن این سهمی خطی است که از وسط نقاط $A(۷,۰)$ و $B(-۱,۰)$ می‌گذرد و بر محور xها عمود است. بنابراین معادلهٔ محور تقارن به صورت $x=\frac{-۱+۷}{۲}=۳$ است. بنابراین طول رأس سهمی برابر با ۳ است. از طرفی دیگر رأس سهمی روی خط $y=۲x-۱$ قرار دارد. بنابراین:

$$x_S=۳\Rightarrow y_S=۲\times ۳-۱=۵$$

پس معادلهٔ این سهمی به صورت $(x-۳)^۲=-۴a(y-۵)$ است. نقاط $A(۷,۰)$ و $B(-۱,۰)$ روی این سهمی هستند. پس مختصات آن‌ها در معادلهٔ سهمی صدق می‌کند و در نتیجه خواهیم داشت:

$$(۷-۳)^۲=-۴a(۰-۵)\Rightarrow ۲۰a=۱۶\Rightarrow a=۰/۸$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

نقطهٔ $O(-۱,۲)$ مرکز دایرهٔ داده شده و شعاع آن برابر $r=۲$ است. اگر M را یکی از مراکز دایره‌های مورد نظر بگیریم، طبق فرض دایره‌ای به مرکز M وجود دارد که هم بر خط $x=۳$ و هم بر دایره به مرکز O و شعاع r مماس است. فرض کنید شعاع این دایره برابر R باشد، در این صورت فاصلهٔ M از خط $x=۳$ برابر R و فاصلهٔ M از O برابر $R+۲$ است. لذا فاصلهٔ M از O، ۲ واحد بیشتر از فاصله‌اش از خط $x=۳$ است، پس فاصلهٔ M از O برابر فاصله‌اش از خط $x=۵$ است، پس M روی سهمی به کانون $O(-۱,۲)$ و خط هادی $x=۵$ قرار دارد. فاصلهٔ $O(-۱,۲)$ از خط هادی $x=۵$ برابر $۶=(-۱)-۵$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

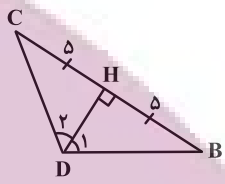
هندسه ۲

۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(اسحاق اسفندیار)*

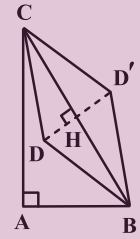
در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، طول وتر برابر ۱۰ می‌شود. در مثلث متساوی‌الساقین DBC، ارتفاع DH (وارد بر قاعده) را رسم می‌کنیم.

داریم: $\hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 60^\circ$

$$\sin \hat{D}_1 = \frac{BH}{BD} \Rightarrow BD = DC = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}}$$



بازتاب نقطهٔ D را نسبت به وتر BC به دست می‌آوریم و D' می‌نامیم.



$$S_{DBC} = \frac{1}{2} DB \times DC \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} (\frac{10}{\sqrt{3}})^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{3}$$

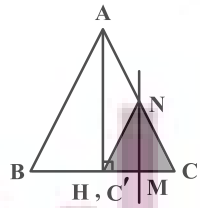
$$S_{ABD'C} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle DBC} = \frac{1}{2}(6 \times 8) + \frac{25\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{ABD'C} = 24 + \frac{25\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(اسحاق اسفندیار)*

مطابق شکل، نقطهٔ C' منطبق بر H (پای ارتفاع AH) است.



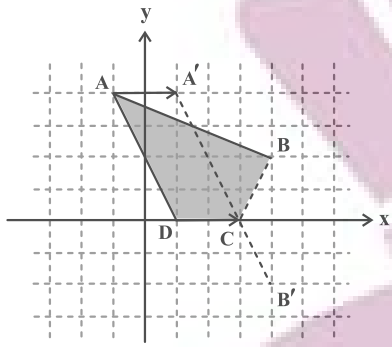
$$MN \parallel AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{NM}{AH} = \frac{CM}{CH} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow NM = \frac{1}{2} AH = \frac{1}{2}(\frac{\sqrt{3}}{2}(2)) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

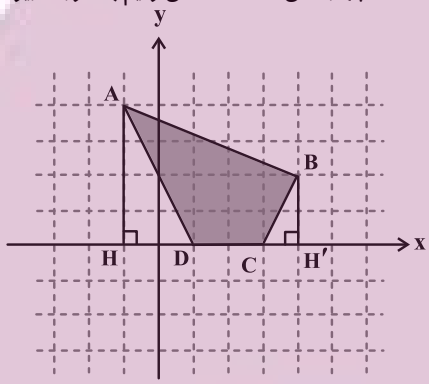
$$S_{NCC'} = \frac{1}{2} NM \times CC' = \frac{1}{2}(\frac{\sqrt{3}}{2})(1) = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۵۳- **گزینهٔ «۱»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*



نقاط $C(n+2, 0)$ و $D(n, 0)$ روی محور xها به فاصلهٔ ۲ واحد از هم هستند. پس نقطهٔ A را به اندازهٔ ۲ واحد در راستای محور xها انتقال می‌دهیم تا به $A'(1, 4)$ برسیم. نقطهٔ B را نیز نسبت به محور xها بازتاب می‌دهیم تا $B'(4, -2)$ به دست آید. نقاط A' و B' را به هم وصل می‌کنیم تا محور xها را در $C(3, 0)$ قطع کند. بنابراین $D(1, 0)$ به دست می‌آید و محیط چهارضلعی $ABCD$ کمترین مقدار ممکن است، برای پیدا کردن مساحت چهارضلعی $ABCD$ می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:



$$S_{ABCD} = S_{AHH'B} - S_{AHD} - S_{BH'C} = 15 - 4 - 1 = 10$$

توجه: $S_{AHH'B} = \frac{(2+4) \times 5}{2} = 15$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۵۴- **گزینهٔ «۴»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

ترکیب یک بازتاب محوری با خودش، ترکیب دوران 180° با خودش و همچنین ترکیب تجانس با نسبت $k = -1$ با خودش، یک تبدیل همانی است ولی ترکیب انتقال (با بردار $\vec{u}$) با خودش، انتقالی با بردار $2\vec{u}$ است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

طبق فرض $EF = 2AF = 2n$ و $BC = 2CD = 2p$، لذا توسط قضیهٔ فیثاغورس، طول اضلاع قائمهٔ دو مثلث AEF و BCD را به دست می‌آوریم:

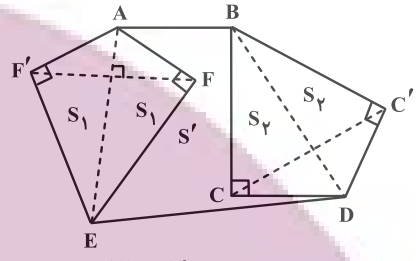
$$\begin{cases} n^2 + (2n)^2 = 6^2 \Rightarrow n = \frac{6}{\sqrt{5}} \ , \ 2n = \frac{12}{\sqrt{5}} \\ p^2 + (2p)^2 = 8^2 \Rightarrow p = \frac{8}{\sqrt{5}} \ , \ 2p = \frac{16}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

مساحت هر یک از مثلث‌های مذکور برابر می‌شود با:

$$\begin{cases} S_1 = S_{AEF} = \frac{1}{2}(n)\times(2n) = \frac{36}{5} \\ S_2 = S_{BCD} = \frac{1}{2}(p)\times(2p) = \frac{64}{5} \end{cases}$$

مطابق شکل با بازتاب نقاط C و F به ترتیب نسبت به خطوط BD و AE، بدون تغییر محیط، مساحت شش‌ضلعی مورد نظر را تا حد امکان می‌توان افزایش داد. اگر مساحت شش‌ضلعی اولیه را S' بگیریم، آن‌گاه طبق فرض داریم:

$$S' + 2S_1 + 2S_2 = 3S'$$

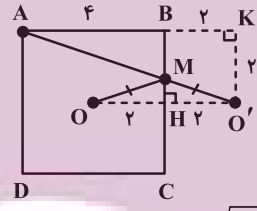


$$\Rightarrow S' = S_1 + S_2 = \frac{36}{5} + \frac{64}{5} = 20$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۶- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

مطابق شکل و طبق مسئله هرون، بازتاب O را نسبت به ضلع BC، نقطهٔ O' می‌نامیم. تقاطع AO' با ضلع BC را نقطهٔ M می‌نامیم که به ازای آن حاصل $MA + MO$ کمترین مقدار مورد نظر است. داریم:



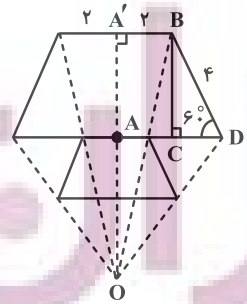
$$MA + MO = MA + MO' = AO' = \sqrt{AK^2 + KO'^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا فلاح)*

مطابق شکل، خط‌های واصل بین هر نقطه و تصویرش در مرکز تجانس همرس‌اند. داریم:



$$\overset{\Delta}{BCD} : BC = 4\sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$$

بنابراین $AA' = 2\sqrt{3}$. طبق تعریف تجانس:

$$\frac{OA'}{OA} = k = 3 \Rightarrow \frac{OA + AA'}{OA} = 3 \Rightarrow \frac{OA + 2\sqrt{3}}{OA} = 3$$

$$\Rightarrow OA = \sqrt{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

می‌دانیم دوران تبدیلی طولپاست و اندازه ضلع را حفظ می‌کند. بنابراین $AB' = AB$ و چون وتر روی ضلع قائم منطبق شده است لذا $\hat{BAC} = 30^\circ$ (برابر زاویهٔ دوران). بنابراین:

$$AC = \frac{\sqrt{3}}{2}\times AB$$

حال طبق فرض داریم:

$$B'C = AB' - AC = AB - \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \sqrt{3} + 1$$

$$\Rightarrow AB\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3} + 1$$

$$\Rightarrow AB = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2-\sqrt{3}}\times\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 2(5+3\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} + 10$$

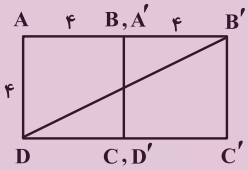
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

اولاً طول ضلع مربع برابر ۴ است. زیرا:

$$\text{قطر مربع} = a\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 4$$

ثانیاً تبدیل مطلوب سؤال به صورت زیر است:



$$DB'^2 = 4^2 + 8^2 = 80 : \text{قضیهٔ فیثاغورس}$$

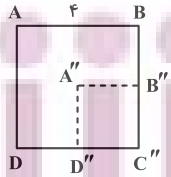
$$\Rightarrow DB' = 4\sqrt{5}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

ترکیب دو تجانس با مرکز تجانس یکسان O و نسبت‌های k_1 و k_2، یک تجانس به مرکز O با نسبت k_1k_2 است. در نتیجه:

$$k_1k_2 = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$



$$\Rightarrow \frac{S_{A''B''C''D''}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

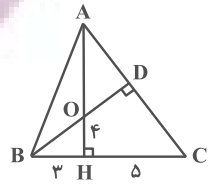
در نتیجه مساحت ناحیهٔ بین دو مربع مورد نظر، $\frac{35}{36}$ مساحت مربع $ABCD$ است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

ایران تست
توشه‌ای برای موفقیت

هندسه ۱

۶۱- **گزینهٔ «۲»** *(اسحاق اسفندیار)*



$$\overset{\Delta}{BOH}: BO^2 = BH^2 + OH^2 \Rightarrow BO = 5$$

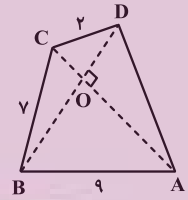
$$\overset{\Delta}{BHO} \sim \overset{\Delta}{BCD} \xrightarrow{(zz)} \frac{OH}{DC} = \frac{OB}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{DC} = \frac{5}{8} \Rightarrow DC = 6/4$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

اگر در یک چهارضلعی قطرها بر هم عمود باشند آن‌گاه چهارضلعی حاصل از به هم وصل کردن (متوالی) وسط‌های اضلاع در آن چهارضلعی، یک مستطیل خواهد بود (و برعکس). در چهارضلعی $ABCD$ مطابق شکل، قطرهای AC و BD بر هم عمودند. اگر O محل برخورد قطرها باشد با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث‌های قائم‌الزاویه داریم:



$$\left.\begin{array}{l} AO^2 + BO^2 = 81 \\ CO^2 + DO^2 = 4 \\ BO^2 + CO^2 = 49 \\ AO^2 + DO^2 = AD^2 \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow AO^2 + BO^2 + CO^2 + DO^2 = 81 + 4 = 49 + AD^2$$

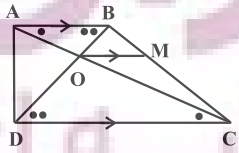
$$\Rightarrow AD = 6$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۴)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

دو مثلث AOB و COD زوایای برابر دارند پس با هم متشابه‌اند و نسبت مساحت آن‌ها برابر مربع نسبت تشابه است، پس:

$$\frac{S_{COD}}{S_{AOB}} = k^2 = 4 \Rightarrow k = \frac{OD}{BO} = 2$$



$$\frac{BO}{OD} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BO}{BD} = \frac{1}{3}$$

در مثلث BDC چون $OM \parallel CD$، لذا طبق قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{OM}{CD} = \frac{BO}{BD} = \frac{1}{3}$$

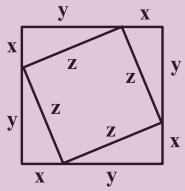
دو مثلث COD و MOC ارتفاع‌های برابر دارند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است، در نتیجه:

$$\frac{S_{MOC}}{S_{COD}} = \frac{OM}{CD} = \frac{1}{3}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

مطابق شکل، رئوس مربع کوچک، اضلاع مربع بزرگ را به دو قسمت به طول‌های x و y تقسیم کرده است. طبق فرض داریم:



$$\begin{cases} 4(x+y) = 42 \Rightarrow x+y = \frac{21}{2} \\ 4z = 30 \Rightarrow z = \frac{15}{2} \end{cases}$$

از طرفی طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$x^2 + y^2 = z^2 \Rightarrow (x+y)^2 - 2xy = z^2$$

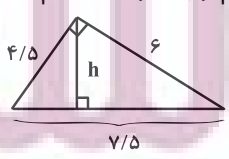
$$\Rightarrow 2xy = (\frac{21}{2})^2 - (\frac{15}{2})^2 = \frac{216}{4} = 54 \Rightarrow y = \frac{27}{x}$$

$$\xrightarrow{x+y=\frac{21}{2}} x + \frac{27}{x} = \frac{21}{2} \Rightarrow x^2 - \frac{21}{2}x + 27 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 21x + 54 = 0 \Rightarrow (2x-9)(x-6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{2} = 4/5 \Rightarrow y = 6 \\ x = 6 \Rightarrow y = 4/5 \end{cases}$$

فاصلهٔ رأس مربع بزرگ از نزدیک‌ترین ضلع مربع کوچک، همان طول ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویهٔ زیر است. داریم:

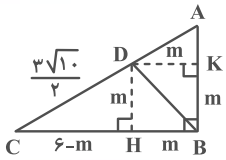


$$4/5 \times 6 = 7/5h \Rightarrow h = \frac{4/5 \times 6}{7/5} = 3/6$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۶۵- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

چهارضلعی BCDK ذوزنقه قائم‌الزاویه است، پس $DK \parallel BC$ و طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب، نتیجه می‌شود $\hat{D}_1 = 45^\circ$ و لذا مثلث BDK قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.



فرض می‌کنیم $DK = KB = m$؛ ارتفاع DH را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:

$$m^2 + (6-m)^2 = (\frac{3\sqrt{10}}{2})^2 \Rightarrow 2m^2 - 12m + 36 = 22/5$$

$$\Rightarrow 2m^2 - 12m + 13/5 = 0$$

$$m = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 8\times 13/5}}{4} = \frac{12 \pm 6}{4} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 4/5 \\ m_2 = 1/5 \end{cases}$$

طبق فرض $BC > AB$، پس $CH > DH$ و در نتیجه:

$$DH = 1/5$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۴۱، ۴۲ و ۶۱ تا ۶۳)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

از هر رأس $n-3$ قطر می‌گذرد. برای سه رأس دوبه‌دو غیرمجاور، با توجه به قطرهای مشترک در مجموع $3(n-3)-3$ قطر متمایز بین آن‌ها وجود دارد. پس:

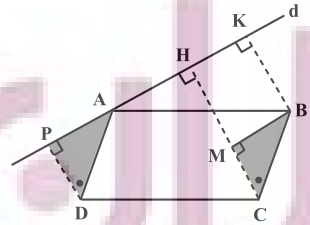
$$3(n-3)-3 = 18 \Rightarrow 3(n-3) = 21 \Rightarrow n = 10$$

با رسم قطرهای گذرنده از یک رأس n ضلعی، سطح آن به $n-2$ مثلث تقسیم می‌شود. پس جواب $10-2 = 8$ می‌باشد.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(هومن عقیلی)*

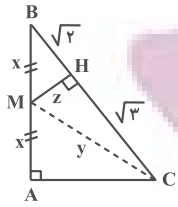
از B عمود BM را بر CH رسم می‌کنیم. در این صورت $\overset{\Delta}{BMC} \cong \overset{\Delta}{APD}$ پس $PD = CM$ و $BK = MH$ و در نتیجه $CH = MH + CM$ و داریم $CH = 8 + 4 = 12$.



(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(هومن عقیلی)*

M را به C وصل می‌کنیم. مطابق شکل، طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:



$$y^2 = z^2 + 3$$

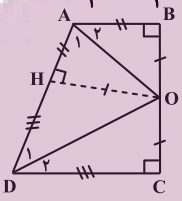
$$-\quad x^2 = z^2 + 2$$

$$y^2 - x^2 = 1 \Rightarrow AC^2 = 1 \Rightarrow AC = 1$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۶۹- **گزینهٔ «۱»** *(محمد صحت‌کار)*

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 = \frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{D} = \frac{1}{2}\times 180^\circ = 90^\circ$$



بنابراین زاویهٔ $A\hat{O}D$ برابر 90° و مثلث AOD قائم‌الزاویه است. از طرفی دیگر طبق شکل و خاصیت نیمساز خواهیم داشت:

$$\begin{cases} OH = OB = OC \\ AH = AB = 4 \\ DH = DC = 9 \end{cases} \Rightarrow AD = 4 + 9 = 13$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOD داریم:

$$OH^2 = AH \times DH = 4\times 9 = 36 \Rightarrow OH = 6$$

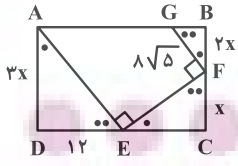
$$\Rightarrow BC = OB + OC = 6 + 6 = 12$$

$$\Rightarrow \text{محیط ذوزنقه} = 4 + 12 + 9 + 13 = 38$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۴۱، ۴۲ و ۶۱ تا ۶۳)

۷۰- **گزینهٔ «۴»** *(محمد صحت‌کار)*

مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ ADE، CFE و BGF به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند. بنابراین:



$$\frac{BG}{2x} = \frac{12}{3x} \Rightarrow BG = \frac{2}{3}\times 12 = 8$$

$$\Rightarrow \overset{\Delta}{BGF}: BF^2 = (8\sqrt{5})^2 - 8^2 = 256$$

$$\Rightarrow BF = 16 \Rightarrow CF = 8$$

$$\Rightarrow \frac{x}{EC} = \frac{BG}{2x} \Rightarrow \frac{8}{EC} = \frac{8}{16} \Rightarrow EC = 16$$

$$\Rightarrow CD = 16 + 12 = 28 \Rightarrow AB = 28$$

$$\Rightarrow AG = 28 - 8 = 20$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

ریاضیات گسسته

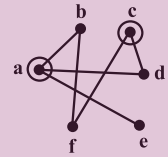
۷۱- **گزینهٔ «۳»** (محمد صحت‌کار)

گزاره‌های «الف»، «ب» و «پ» گزاره‌هایی درست هستند اما گزارهٔ «ت» گزاره‌ای نادرست است، زیرا برای هر گراف با مجموعهٔ رأس‌های $V=\{v_1, v_2, ..., v_p\}$، خود مجموعهٔ V مجموعه‌ای احاطه‌گر است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** (محمد صحت‌کار)

ابتدا باید گرافی با ۶ رأس رسم کنیم و هر رأس را به نام یکی از شهرها نام‌گذاری کنیم. سپس نقاط متناظر با شهرهایی که فاصلهٔ آن‌ها ۲۰ کیلومتر یا کمتر است را به هم وصل کنیم. در این شرایط، هدف، یافتن عدد احاطه‌گری این گراف است.



مجموعه‌های دوعضوی $\{a, c\}$ و $\{a, f\}$ مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم این گراف هستند. بنابراین:

$$\gamma(G)=2$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** (کیوان دارابی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$$p=8\ ,\ \Delta=3\ ,\ \gamma=2 \Rightarrow 2=\frac{8}{3+1} \Rightarrow \gamma=\frac{p}{\Delta+1}$$

گزینهٔ «۲»:

$$p=p\ ,\ \Delta=p-1\ ,\ \gamma=1 \Rightarrow 1=\frac{p}{p-1+1} \Rightarrow \gamma=\frac{p}{\Delta+1}$$

گزینهٔ «۳»:

$$p=p\ ,\ \Delta=0\ ,\ \gamma=p \Rightarrow p=\frac{p}{0+1} \Rightarrow \gamma=\frac{p}{\Delta+1}$$

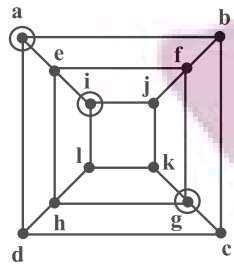
گزینهٔ «۴»:

$$p=6\ ,\ \Delta=2\ ,\ \gamma=3 \Rightarrow 3 \neq \frac{6}{2+1} \Rightarrow \gamma \neq \frac{p}{\Delta+1}$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** (کیوان دارابی)

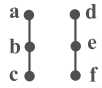
در این گراف $\gamma=3$، به عنوان مثال یکی از $\gamma-$ مجموعه‌ها، مجموعهٔ $\{a, g, i\}$ است.



(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

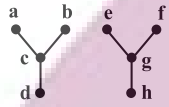
۷۵- **گزینهٔ «۲»** (خرزاد جوادی)

G_1 :



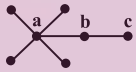
$\gamma=2$, یکتاست $\Rightarrow$ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم $=\{b, e\}$

G_2 :



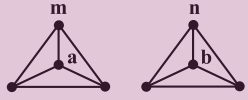
$\gamma=2$, یکتاست $\Rightarrow$ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم $=\{c, g\}$

G_3 :



G_3 دارای دو مجموعهٔ احاطه‌گر با اندازهٔ ۲ می‌باشد یکی $\{a, b\}$ و دیگری $\{a, c\}$؛ لذا غیریکتاست.

G_4 :



دو مجموعهٔ $\{m, n\}$ و $\{a, b\}$ در G_4 احاطه‌گر مینیمم با اندازهٔ ۲ هستند لذا یکتا نیستند.

پس در دو مورد از چهار گراف بالا مجموعهٔ احاطه‌گر یکتا بوده و $\gamma=2$ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

۷۶- **گزینهٔ «۳»** (کیوان دارابی)

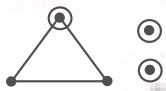
در این گراف چون $\gamma=1$ بنابراین گراف رأس فول دارد. به عبارتی:

$$\Delta=p-1=5-1=4$$

و چون گراف تنها دو $\gamma-$ مجموعه دارد، پس تنها دو رأس فول یعنی رأس درجهٔ ۴ دارد. کمترین اندازهٔ گراف زمانی است که ۳ رأس دیگر گراف از درجهٔ ۲ باشند (توجه داشته باشید با درجات پایین‌تر گرافی وجود ندارد). پس درجات رئوس گراف G به صورت ۲, ۲, ۲, ۴, ۴ است. برای به دست آوردن درجات رئوس در گراف مکمل، درجات رئوس G را از $p-1$ یعنی ۴، کم می‌کنیم. پس دنبالهٔ درجات گراف $\overline{G}$ به صورت زیر است:

۲, ۲, ۲, ۰, ۰

که اگر آن را رسم کنیم خواهیم دید که $\gamma(\overline{G})=3$.



(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

۷۷- **گزینهٔ «۴»** (مهرداد ملونری)

گزینه‌های «۱» تا «۳» را می‌توان با اضافه کردن یک رأس دیگر به مجموعهٔ احاطه‌گر تبدیل کرد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: $\{b, c, l\} \cup \{k\} = \{b, c, k, l\}$

گزینهٔ «۲»: $\{c, f, j\} \cup \{k\} = \{c, f, j, k\}$

گزینهٔ «۳»: $\{e, g, i\} \cup \{h\} = \{e, g, i, h\}$

در گزینهٔ «۴»، مجموعهٔ $\{h, i, l\}$ هیچ یک از رئوس a و d و همچنین رئوس مجاور آن‌ها را ندارد و از آنجا که مجموعه رئوس مجاور هر یک از رأس‌های a و d فاقد عضو مشترک هستند، لذا نمی‌توان فقط با یک رأس، مجموعهٔ داده شده را به مجموعهٔ احاطه‌گر تبدیل کرد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا فلاح)

بررسی موارد:

الف) این مجموعه احاطه‌گر است و با حذف هر عضو آن، مجموعهٔ باقی‌مانده احاطه‌گر نیست، پس احاطه‌گر مینیمال است.

ب) این مجموعه احاطه‌گر است و با حذف هر عضو آن، مجموعهٔ باقی‌مانده احاطه‌گر نیست، پس احاطه‌گر مینیمال است.

پ) این مجموعه احاطه‌گر است اما با حذف رأس d مجموعهٔ باقی‌مانده $(\{a, f, g\})$ کماکان احاطه‌گر است. پس این مجموعه مینیمال نیست.

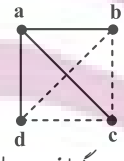
ت) این مجموعه هم شبیه مجموعه‌های (الف) و (ب) مینیمال است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** (محمد صحت‌کار)

برای آن که مجموعهٔ یک عضوی $D = \{a\}$ مجموعه‌ای احاطه‌گر باشد باید رأس a با همهٔ رأس‌های دیگر مجاور باشد. بنابراین در مجموعهٔ یال‌های این گراف یال‌های ab، ac و ad حتماً هستند اما سه یال دیگر یعنی bc، bd و cd می‌توانند در مجموعهٔ یال‌های این گراف باشند یا نباشند.

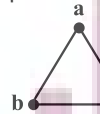
پس تعداد گراف‌های مطلوب برابر است با: $2 \times 2 \times 2 = 8$



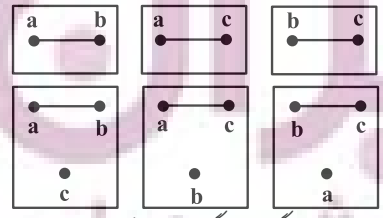
(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۸۰- **گزینهٔ «۳»** (سوگند روشنی)

اگر گراف C_3 را به صورت زیر درنظر بگیریم:



زیرگراف‌هایی که دارای دو -7 مجموعهٔ متمایز هستند عبارتند از:



(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

ریاضیات گسسته- پیشروی سریع

۸۱- **گزینهٔ «۳»** (محمد صحت‌کار)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم است.

گزینهٔ «۲»: احاطه‌گر نیست.

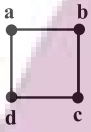
گزینهٔ «۳»: یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است که با توجه به گزینهٔ «۱»، مینیمم نیست.

گزینهٔ «۴»: احاطه‌گر است ولی مینیمال نیست زیرا با حذف رأس d هم‌چنان احاطه‌گر باقی می‌ماند.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

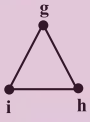
۸۲- **گزینهٔ «۴»** (محمد صحت‌کار)

این گراف گرافی ناهمبند با ۳ بخش است. برای یافتن تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم باید ابتدا تعداد -7 مجموعه‌های هر بخش را حساب کنیم و سپس این اعداد را در هم ضرب کنیم.



$\binom{4}{2} = 6$

$\binom{2}{1} = 2$



$\binom{3}{1} = 3$

رأس‌های j و k در همهٔ مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم هستند. بنابراین:

تعداد -7 مجموعه‌ها $= 6 \times 2 \times 3 = 36$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

۸۳- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی دیداری)

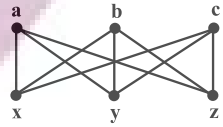
مرتبهٔ گراف فرد است پس k باید زوج باشد یعنی $k = 4, 6, 8$. کران پایین عدد احاطه‌گری برابر $\left\lceil \frac{p}{\Delta+1} \right\rceil$ یا $\left\lceil \frac{p}{k+1} \right\rceil$ است. پس داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta = 4 \Rightarrow \left\lceil \frac{17}{4+1} \right\rceil = 4 \\ \Delta = 6 \Rightarrow \left\lceil \frac{17}{6+1} \right\rceil = 3 \\ \Delta = 8 \Rightarrow \left\lceil \frac{17}{8+1} \right\rceil = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow 4+3+2 = 9$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

برای تحلیل راحت‌تر گراف، گراف یک‌ریخت (هم‌نوع) با آن را رسم می‌کنیم.



در این گراف $\gamma = 2$ ، اما گراف دو مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال ۳ عضوی دارد: مجموعه‌های $\{a , b , c\}$ و $\{x , y , z\}$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مجموعهٔ $\{۵ , ۴ , ۳ , ۲ , ۱\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است، زیرا با حذف هر رأس، مجموعهٔ دیگر احاطه‌گر نخواهد بود.

گزینهٔ «۲»: مجموعهٔ $\{۹ , ۸ , ۱\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است.

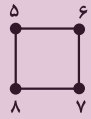
گزینهٔ «۳»: این مجموعه احاطه‌گر است، اما مینیمال نیست، زیرا اگر عضو ۸ را از مجموعه حذف کنیم، مجموعه کماکان احاطه‌گر خواهد بود.

گزینهٔ «۴»: مجموعهٔ $\{۱۰ , ۹ , ۳ , ۱\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

عدد احاطه‌گری $C_۴$ با ۲ برابر است، یعنی گراف با حداقل ۲ رأس احاطه می‌شود. هر دو رأس هم انتخاب کنیم، یک مجموعهٔ احاطه‌گر تشکیل می‌دهند. مجموعه‌های دارای بیشتر از ۲ عضو نیز قطعاً احاطه‌گر خواهند بود. بنابراین:



$\Rightarrow$

$$\text{تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر} = \binom{۴}{۲} + \binom{۴}{۳} + \binom{۴}{۴} = ۶ + ۴ + ۱ = ۱۱$$

از طرفی بخش دیگر گراف یعنی گراف زیر نیز دو نوع مجموعهٔ احاطه‌گر دارد. آن‌هایی که شامل رأس ۱ هستند و آن‌هایی که شامل رأس ۱ نیستند.

$\Rightarrow$ تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر $= ۲^۳ + ۱ = ۹$

بنابراین تعداد کل مجموعه‌های احاطه‌گر این گراف برابر است با حاصل‌ضرب این دو عدد، یعنی: $۹ \times ۱۱ = ۹۹$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۸۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

چنین گرافی می‌تواند از دو بخش مجزا تشکیل شده باشد که در هر بخش، یک رأس وجود دارد که با تمام رئوس دیگر مجاور است. مطابق شکل چنین گرافی حداقل ۶ یال دارد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴)

۸۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

عدد احاطه‌گری $P_۶$ برابر ۲ است، پس مجموعه‌های احاطه‌گر آن ۲ تا ۶ عضوی هستند. تنها مجموعهٔ احاطه‌گر ۲ عضوی (مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم)، مجموعهٔ $\{b , e\}$ است. این گراف دارای ۶ مجموعهٔ احاطه‌گر ۳ عضوی شامل b به صورت $\{b , c , e\}$ ، $\{b , c , f\}$ ، $\{b , d , e\}$، $\{b , e , a\}$، $\{b , d , f\}$ و $\{b , e , f\}$ است. برای رئوس این گراف می‌توان $\binom{۵}{۳} = ۱۰$ مجموعهٔ ۴ عضوی شامل رأس b تعریف کرد که فقط مجموعهٔ $\{a , b , c , d\}$ احاطه‌گر نیست. این گراف دارای $\binom{۵}{۴} = ۵$ مجموعهٔ ۵ عضوی احاطه‌گر شامل رأس b است و همچنین تنها یک مجموعهٔ ۶ عضوی احاطه‌گر در این گراف موجود است که طبیعتاً شامل رأس b نیز می‌باشد. بنابراین تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر شامل رأس b برابر است با: $۱ + ۶ + ۹ + ۵ + ۱ = ۲۲$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

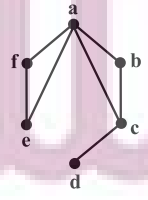
۸۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

عدد احاطه‌گری گراف $\overline{C_n}$ $(n \geq ۴)$ همواره برابر ۲ است. می‌دانیم درجهٔ تمام رأس‌های گراف C_n برابر ۲ است، پس در گراف $\overline{C_n}$، هر رأس فقط با دو رأس دیگر مجاور نیست. فرض کنید رأس a در گراف C_n با دو رأس b و c مجاور باشد. در این صورت قطعاً b و c در گراف C_n مجاور نیستند، چون در غیر این صورت دوری به طول ۳ شامل سه رأس a، b و c ایجاد می‌شود که در گراف‌های C_n $(n \geq ۴)$ امکان‌پذیر نیست، بنابراین رأس a، $n-۲$ رأس گراف $\overline{C_n}$ به جز b و c را احاطه می‌کند و با توجه به مجاور بودن b و c در گراف $\overline{C_n}$، هر کدام از مجموعه‌های $\{a , b\}$ یا $\{a , c\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم برای گراف $\overline{C_n}$ است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴)

۹۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

درجات رئوس این گراف تنها می‌تواند به صورت $۱ , ۲ , ۲ , ۲ , ۳ , ۴$ باشد. طبق صورت سؤال این گراف دوری به طول بزرگ‌تر از ۳ ندارد، پس تنها به صورت زیر قابل رسم است:



مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال این گراف عبارتند از:

$$\{a , c\} , \{a , d\} , \{c , f\} , \{c , e\} , \{b , d , e\} , \{b , d , f\}$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

فیزیک ۳

۹۱- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا جباری)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ هنگام انتشار امواج لرزه‌ای، امواج اولیهٔ p از نوع طولی و امواج ثانویهٔ s از نوع عرضی هستند.

ب) نادرست؛ وقتی امواج در یک طناب منتشر می‌شوند، تمام ذرات آن، با بسامدی یکسان که همان بسامد چشمهٔ موج است نوسان می‌کنند.

پ) درست؛ هنگام انتشار موج طولی، فاصلهٔ بین دو تراکم متوالی به اندازهٔ طول موج است.

ت) درست؛ امواج ایجاد شده روی سطح آب و همچنین تمام امواج الکترومغناطیسی مانند امواج رادیویی، از نوع عرضی هستند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۹، ۷۰، ۷۶ و ۷۸)

۹۲- **گزینهٔ «۳»** (علی برزگر)

ابتدا می‌توان بسامد موج را به دست آورد: $f = \frac{n}{t} = \frac{۹۰}{۶۰} = \frac{۳}{۲}\,Hz$

می‌دانیم فاصلهٔ یک قله تا درهٔ مجاورش برابر نصف طول موج است. لذا می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda}{۲} = ۱۵ \Rightarrow \lambda = ۳۰\,cm = ۰/۳\,m$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda f = ۰/۳ \times \frac{۳}{۲} = \frac{۹}{۲۰} = ۰/۴۵\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۹۳- **گزینهٔ «۳»** (غلامرضا مهبی)

با توجه به نمودار جابه‌جایی- مکان داریم:

$$\frac{\lambda}{۲} = ۲۰\,cm \Rightarrow \lambda = ۴۰\,cm = ۰/۴\,m$$

و با توجه به نمودار مکان- زمان داریم: $\frac{T}{۲} = ۰/۰۱ \Rightarrow T = ۰/۰۲\,s$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\lambda = v \times T \Rightarrow ۰/۴ = v \times ۰/۰۲ \Rightarrow v = ۲۰\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \Delta x = vt = ۲۰ \times ۲ = ۴۰\,m$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۹۴- **گزینهٔ «۴»** (حسام نادری)

ابتدا رابطهٔ تندی انتشار موج عرضی را به صورت زیر می‌نویسیم و بعد v را حساب می‌کنیم:

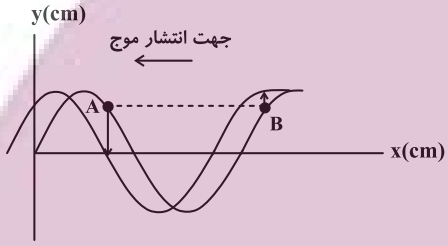
$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{FL}{\rho AL}} = \sqrt{\frac{F}{\rho \frac{\pi D^۲}{۴}}} = \frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{۲}{۲ \times ۱۰^{-۲}}\sqrt{\frac{۷۵}{۴۰۰ \times ۳}} = ۱۰۰ \times \frac{۵}{۲۰} = ۲۵\,\frac{m}{s}$$

از روی شکل طول موج را محاسبه می‌کنیم و بعد فرکانس را به کمک رابطهٔ $f = \frac{v}{\lambda}$ به دست می‌آوریم:

$$۳\frac{\lambda}{۴} = ۱۵\,cm \Rightarrow \lambda = ۲۰\,cm \Rightarrow f = \frac{۲۵}{۲۰ \times ۱۰^{-۲}} = ۱۲۵\,Hz$$

برای قسمت بعدی سؤال، با توجه به جهت انتشار موج، نقطهٔ A به سمت پایین (مرکز نوسان) و نقطهٔ B به سمت بالا (نقطهٔ بازگشت) حرکت می‌کند. پس نقطهٔ B حرکت کندشونده دارد.



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۹۵- **گزینهٔ «۲»** (عباس اصغری)

ابتدا سرعت انتشار موج عرضی را در ریسمان محاسبه می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F.L}{m}} = \sqrt{\frac{F.L}{\rho.L.A}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho.A}} = \sqrt{\frac{۱۰N}{۸ \times ۱۰^۳ \times ۲ \times ۱۰^{-۶}}} = \sqrt{\frac{۱۰^۴}{۱۶}} = \frac{۱۰۰}{۴} = ۲۵\,\frac{m}{s}$$

از طرفی با توجه به این‌که طول موج از روی شکل معلوم است دورهٔ نوسانات را محاسبه می‌کنیم. $\frac{۳\lambda}{۲} = ۱۵\,cm \Rightarrow \lambda = ۱۰\,cm \Rightarrow \lambda = ۰/۱\,m$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{\frac{۱}{۱۰}}{۲۵} = \frac{۱}{۲۵۰}\,s$$

حال محاسبه می‌کنیم که بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۱ + \frac{۱}{۱۰۰}$ چه کسری از دورهٔ نوسان ذرات محیط است.

$$\Delta t = \frac{۱}{۱۰۰}\ ,\ \frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{۱}{۱۰۰}}{\frac{۱}{۲۵۰}} \Rightarrow \Delta t = ۲/۵T$$

در مدت زمان $۲/۵T$ هر ذره از محیط مسافتی معادل $L = ۱۰A$ را طی می‌کند. A دامنهٔ نوسان ذرات محیط است. $L = ۱۰ \times ۲\,cm = ۲۰\,cm$

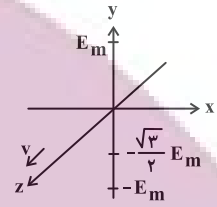
$$\Rightarrow S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{۲۰cm}{\frac{۱}{۱۰۰}s}=۲۰۰۰\frac{cm}{s}$$

S_{av} : تندی متوسط

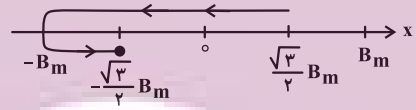
نکته: هر نوسانگر در مدت ۱ دوره مسافتی معادل ۴ برابر دامنهٔ نوسان و در مدت نصف دوره مسافتی معادل ۲ برابر دامنهٔ نوسان را طی می‌کند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمد نهاوندی‌مقدم)*



با استفاده از قاعده دست راست مشاهده می‌شود که اگر انگشتان دست را در جهت $-y$ و انگشت شست دست راست را در جهت $+z$ قرار دهیم کف دست در جهت $+x$ قرار می‌گیرد که جهت میدان مغناطیسی در لحظهٔ $t=\frac{T}{۴}$ است و چون میدان الکتریکی در حال کاهش است، میدان مغناطیسی نیز در حال کاهش خواهد بود و در زمان $t'=\frac{۳T}{۴}$ چون به مدت $\frac{۳T}{۴}-\frac{T}{۴}=\frac{T}{۲}$ از دوره گذشته است، مقدار میدان مغناطیسی برابر همین مقدار در جهت $-x$ می‌شود و مقدار آن در حال کاهش است.



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

۹۷- **گزینهٔ «۳»** *(حسام نادری)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همواره همگام هستند.

ب) درست

پ) نادرست؛ بار الکتریکی چه ساکن باشد و چه متحرک در اطراف خودش میدان الکتریکی ایجاد می‌کند ولی برای ایجاد میدان مغناطیسی، حتماً باید متحرک باشد.

ت) نادرست؛ امواج مکانیکی برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحهٔ ۷۴)

۹۸- **گزینهٔ «۱»** *(دانیال راستی)*

با توجه به این‌که موج P زودتر از موج S دریافت می‌شود، دو موج اول مربوط به زمین‌لرزهٔ (۱) و دو موج دوم مربوط به زمین‌لرزهٔ (۲) می‌شوند. ابتدا فاصلهٔ مکانی هر کدام از زلزله‌ها را از مرکز لرزه‌نگاری به دست می‌آوریم:

$$\frac{d_۱}{v_S}-\frac{d_۱}{v_P}=\Delta t_۱ \xrightarrow[v_S=۴/۵\frac{km}{s},\ v_P=۸\frac{km}{s}]{\Delta t_۱=۷۰-۰=۷۰s}$$

$$d_۱=\frac{۷۰}{\frac{۱}{۴/۵}-\frac{۱}{۸}}=۷۲۰km$$

$$\frac{d_۲}{v_S}-\frac{d_۲}{v_P}=\Delta t_۲ \xrightarrow{\Delta t_۲=۴۵۵-۲۱۰=۲۴۵s}$$

$$d_۲=\frac{۲۴۵}{\frac{۱}{۴/۵}-\frac{۱}{۸}}=۲۵۲۰km$$

با فرض این‌که اولین موج P در لحظهٔ $t=t_۰$ دریافت شده، زمان رخ دادن هر زمین‌لرزه را حساب می‌کنیم، زمان رخ دادن زمین‌لرزهٔ (۱) را با $t_۱$ و زمین‌لرزهٔ (۲) را با $t_۲$ نشان می‌دهیم:

$$\frac{d_۱}{t_۰-t_۱}=v_P \xrightarrow{d_۱=۷۲۰km} t_۰-t_۱=۹۰\Rightarrow t_۱=t_۰-۹۰$$

$$\frac{d_۲}{(t_۰+۲۱۰)-t_۲}=v_P$$

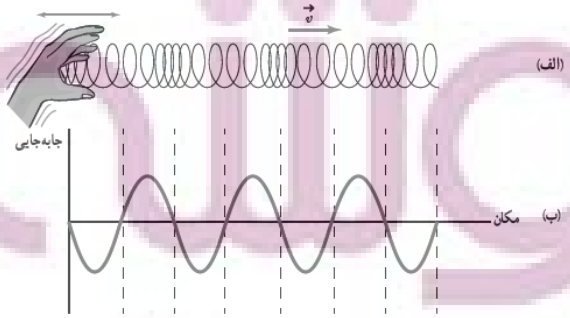
$$\xrightarrow{d_۲=۲۵۲۰km}(t_۰+۲۱۰)-t_۲=۳۱۵\Rightarrow t_۲=t_۰-۱۰۵$$

بنابراین زلزلهٔ (۲)، ۱۵ ثانیه قبل از زلزلهٔ (۱) رخ داده است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۹۹- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*

با توجه به شکل ۳- ۲۳ کتاب درسی صفحهٔ ۷۷، در مکان‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است. بنابراین مورد (ب) درست و مورد (پ) نادرست است. از طرفی با دقت در شکل ملاحظه می‌شود در وسط فاصلهٔ بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور هم، اندازهٔ جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل بیشینه است. پس مورد (ث) نیز نادرست است. همچنین با توجه به تعریف طول موج و دامنه موارد (الف) و (ت) درست هستند.



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحهٔ ۷۷)

۱۰۰- **گزینهٔ «۳»** (حسام نادری)

فاصلهٔ قله و دره در یک موج سینوسی مضرب فردی از نصف طول موج است یعنی $(۲n-۱)\frac{\lambda}{۲}$. در این سؤال داریم:

$$۹۰=(۲n-۱)\frac{\lambda}{۲}\Rightarrow\lambda=\frac{۱۸۰}{۲n-۱}(cm)$$

باید $n=۱,۲,۳,...$

$$\Rightarrow\begin{cases}n=۱\Rightarrow\lambda=\frac{۱۸۰}{۱}=۱۸۰cm=۱/۸m\\ n=۲\Rightarrow\lambda=\frac{۱۸۰}{۳}=۶۰cm=۰/۶m\\ n=۳\Rightarrow\lambda=\frac{۱۸۰}{۵}=۳۶cm=۰/۳۶m\\ \vdots\end{cases}$$

فاصلهٔ دو قلهٔ متوالی برابر طول موج است که طبق محاسبات بالا ۳ مقدار از مقادیر داده شده در صورت سؤال صدق می‌کنند.

اگر $\lambda=۰/۹m\Rightarrow۹۰=\frac{۱۸۰}{۲n-۱}\Rightarrow۲n-۱=۲\Rightarrow n=\frac{۳}{۲}$ ×

اگر $\lambda=۰/۳m\Rightarrow۳۰=\frac{۱۸۰}{۲n-۱}\Rightarrow۲n-۱=۶\Rightarrow n=\frac{۷}{۲}$ ×

n باید یک عدد صحیح مثبت باشد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

فیزیک ۳- پیشروی سریع

۱۰۱- **گزینهٔ «۴»** (حسام نادری)

موارد (ب) و (ث) درست هستند.

علت نادرستی سایر موارد:

الف) صوت یک موج مکانیکی طولی است و برای انتشار نیاز به محیط مادی دارد.

پ) در حالی‌که موج صوتی از بلندگو به سمت شنونده منتشر می‌شود، مولکول‌های هوا در جای خود نوسان می‌کنند و همراه موج حرکت نمی‌کنند.

ت) فاصلهٔ بین دو تراکم متوالی یا دو انبساط متوالی برابر طول موج است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** (علی برزگر)

دو صوت یکی از طریق هوا و دیگری از طریق میله به گوش فرد خواهد رسید و می‌دانیم تندی صوت در جامدات به مراتب بیشتر از مایعات است:

$$t_{هوا}-t_{میله}=۰/۲s\Rightarrow\frac{d}{v_{هوا}}-\frac{d}{v_{میله}}=۰/۲$$

$$\Rightarrow ۷۲(\frac{۱}{۳۲۰}-\frac{۱}{v_{میله}})=۰/۲\Rightarrow\frac{۱}{v_{میله}}=\frac{۱}{۳۲۰}-\frac{۱}{۳۶۰}$$

$$\Rightarrow v_{میله}=۹\times۳۲۰\frac{m}{s}\Rightarrow v_{میله}=۹v_{هوا}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۱۰۳- **گزینهٔ «۴»** (مجتبی نکوئیان)

با توجه به رابطهٔ مربوط به تراز شدت صوت داریم:

$$\beta=(۱۰dB)\log\frac{I}{I_۰}\xrightarrow{I=\frac{P}{A}=\frac{P}{۴\pi r^۲}}\beta=(۱۰dB)\log\frac{P}{۴\pi r^۲I_۰}$$

$$\xrightarrow[\pi=۳\ ,\ I_۰=۱۰^{-۱۲}\frac{W}{m^۲}]{\beta=۶۴dB\ ,\ P=۱۲۰W}۶۴=۱۰\log\frac{۱۲۰}{۱۲r^۲(۱۰^{-۱۲})}$$

$$\Rightarrow۶/۴=\log\frac{۱۰^{۱۳}}{r^۲}\Rightarrow۷-۲(۰/۳)=\log\frac{۱۰^{۱۳}}{r^۲}$$

$$\Rightarrow\log۱۰^۷-\log۲^۲=\log\frac{۱۰^{۱۳}}{r^۲}\Rightarrow\log\frac{۱۰^۷}{۲^۲}=\log\frac{۱۰^{۱۳}}{r^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۱۰^۷}{۴}=\frac{۱۰^{۱۳}}{r^۲}\xrightarrow{\text{جذر}}r=۲\times۱۰^۳m=۲\times۱۰^۵cm$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** (پوریا علاقه‌مند)

با استفاده از تعریف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow\frac{\beta_۲}{\beta_۱}=\frac{\log\frac{I_۲}{I_۰}}{\log\frac{I_۱}{I_۰}}\xrightarrow{\beta_۲=۸\beta_۱}$$

$$۸\log\frac{I_۱}{I_۰}=\log\frac{I_۲}{I_۰}\Rightarrow(\frac{I_۱}{I_۰})^۸=\frac{I_۲}{I_۰}\xrightarrow{I_۲=۱۰۰I_۱}$$

$$\frac{۱۰۰I_۱}{I_۰}=(\frac{I_۱}{I_۰})^۸\Rightarrow(\frac{I_۱}{I_۰})^۷=۱۰۰$$

$$۷\log\frac{I_۱}{I_۰}=\log۱۰^۲\Rightarrow\beta_۱=\frac{۲۰}{۷}dB$$

$$\Rightarrow\beta_۲=۸\beta_۱\Rightarrow\beta_۲=\frac{۱۶۰}{۷}dB$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** (مجتبی نکوئیان)

اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطه را برحسب دسی‌بل می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$\beta=(۱۰dB)\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}$$

$$\xrightarrow{I=\frac{P}{A}=\frac{P}{4\pi r^2}} \beta_2-\beta_1=10\log(\frac{r_1}{r_2})^2$$

برای اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطهٔ A و B داریم:

$$\beta_A-\beta_B=10\log(\frac{r_B}{r_A})^2 \xrightarrow[r_B=r_A+9]{\beta_A-\beta_B=12dB} 12=10\log(\frac{r_A+9}{r_A})^2$$

$$\Rightarrow 1/2=\log(\frac{r_A+9}{r_A})^2 \Rightarrow 4(0/3)=4\log 2=\log(\frac{r_A+9}{r_A})^2$$

$$\Rightarrow 2^4=(\frac{r_A+9}{r_A})^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 4=\frac{r_A+9}{r_A} \Rightarrow r_A=3m$$

در نهایت تراز شدت صوت را در نقطهٔ C به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\beta_C=10\log\frac{P}{4\pi r_C^2.I_0} \xrightarrow[I_0=10^{-12}\frac{W}{m^2}]{P=120W,\ \pi=3,\ r_C=\sqrt{16^2+12^2}=20m}$$

$$\beta_C=10\log\frac{120}{12(4\times10^2)(10^{-12})}=10\log\frac{10^{11}}{4}$$

$$=10[\log 10^{11}-\log 2^2]=10[11-2(0/3)]=104dB$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمدجواد سورچی)*

می‌دانیم ارتفاع صوت، بسامدی از صوت است که گوش ما درک می‌کند؛ بنابراین برای افزایش ارتفاع باید بسامد صوت افزایش یابد. وقتی ضربه‌ای که به دیاپازون می‌زنیم، محکم‌تر شود، بسامد صوت دیاپازون که مقداری معین است، تغییر نمی‌کند، بلکه شدت آن افزایش می‌یابد. از طرفی وقتی به چشمهٔ صوت نزدیک می‌شویم، شدت صوت افزایش می‌یابد ولی بسامد آن که وابسته به چشمهٔ صوت است تغییر نمی‌کند. وقتی صوت از یک محیط وارد محیط دیگری می‌شود، تندی‌اش تغییر می‌کند ولی بسامد تغییر نمی‌کند. بنابراین در هیچ یک از حالت‌های گفته شده، بسامد و در نتیجه ارتفاع صوت تغییر نمی‌کند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۱۰۷- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

وقتی چشمهٔ صوتی ساکن است، طول موج در اطراف آن برای همهٔ شنونده‌ها یکسان است و ربطی به این ندارد که با چه سرعتی و در چه جهتی حرکت می‌کنند. بنابراین گزینه‌های «۲» و «۳» رد می‌شوند. از طرفی شنونده‌های A و B هر دو با تندی یکسان به طرف چشمهٔ صوتی نزدیک می‌شوند بنابراین بسامد یکسانی را دریافت می‌کنند یعنی $f_A=f_B$ است. اما چون شنوندهٔ C با تندی بیشتری نسبت به شنوندهٔ B و هم‌جهت با آن حرکت می‌کند پس بسامدی که شنوندهٔ C دریافت می‌کند بیشتر از بسامدی است که شنوندهٔ B دریافت می‌کند و گزینهٔ «۴» رد می‌شود. توجه کنید که فاصلهٔ شنونده‌ها تا چشمهٔ صوت روی بسامد دریافتی تأثیر ندارد بلکه شدت صوت دریافتی را تغییر می‌دهد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

۱۰۸- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*

همان‌طور که می‌دانید، هنگامی که چشمه صوت حرکت می‌کند، تراکم جبهه‌های موج در جلوی چشمه بیشتر از پشت چشمه است. با توجه به این‌که تراکم جبهه‌های موج در سمت شنوندهٔ B بیشتر از سمت شنوندهٔ A است، پس چشمهٔ موج از A به سمت B در حرکت است. بنابراین برای شنونده A طول موج صوت دریافتی بلندتر از λ_S و برای شنوندهٔ B کوتاه‌تر از λ_S خواهد بود. یعنی $\lambda_A>\lambda_S>\lambda_B$. از طرفی دیگر با توجه به شکل جبهه‌های موج ملاحظه می‌شود، چشمهٔ صوت از جبهه‌های موجی که قبلاً ایجاد کرده، عبور نمی‌کند، بنابراین تندی چشمهٔ صوت کمتر از تندی انتشار صوت در محیط است یعنی $v_S<v$.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحهٔ ۸۲)

۱۰۹- **گزینهٔ «۲»** *(حسام نادری)*

وقتی چشمهٔ نور از ناظر (آشکارساز) دور می‌شود، طول موج افزایش می‌یابد که به آن اصطلاحاً انتقال به سرخ می‌گویند و وقتی چشمهٔ نور به ناظر نزدیک می‌شود، طول موج کاهش پیدا می‌کند که به آن اصطلاحاً انتقال به آبی می‌گویند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحهٔ ۸۳)

۱۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(حسام نادری)*

با توجه به شکل، دامنهٔ موج صوتی A، دو برابر دامنهٔ موج صوتی B و طول موج A، دو برابر طول موج B است. با توجه به رابطهٔ $f=\frac{V}{\lambda}$ و این‌که تندی انتشار صوت در یک محیط ثابت است، می‌توان گفت بسامد A، $\frac{1}{2}$ برابر B است. حال داریم:

$$I\propto\frac{A^2f^2}{d^2}$$

I: شدت صوت — A: دامنه

f: بسامد — d: فاصله از چشمه

$$\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=(\frac{A_A}{A_B})^2(\frac{f_A}{f_B})^2(\frac{d_B}{d_A})^2=2^2\times(\frac{1}{2})^2\times(\frac{2r}{r})^2=4$$

$$\Delta\beta=\beta_A-\beta_B=10\log\frac{I_A}{I_B}$$

$$=10\times\log 4=20\log 2=20\times0/3=6dB$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحهٔ ۸۸)

فیزیک ۲

۱۱۱- **گزینهٔ «۴»** (قسام نادری)

وقتی خازن شارژ شده و سپس آن را جدا می‌کنیم، بار آن ثابت می‌ماند. با دو برابر شدن فاصلهٔ صفحات، ظرفیت خازن طبق رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d}$، نصف می‌شود و داریم:

$$q = CV \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times \frac{V_2}{10} \Rightarrow V_2 = 20V$$

برای تغییرات انرژی خواهیم داشت:

$$U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \xrightarrow{q \text{ ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = 2 \quad \text{برابر}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** (آراس محمدی)

چون نمودار انرژی خازن برحسب فاصلهٔ صفحات به صورت خطی است، بنابراین خازن از مولد جدا شده است. زیرا:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \xrightarrow{C=\frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d}} U = \underbrace{\frac{Q^2}{2\kappa\varepsilon_0 A}}_{\text{شیب خط}} \times d \Rightarrow Q \text{ ثابت}$$

با توجه به نمودار داریم (به واحدها توجه شود):

$$\text{شیب خط} = \frac{Q^2}{2\kappa\varepsilon_0 A} \xrightarrow[\kappa=1\ ,\ \varepsilon_0=9\times10^{-12}\frac{F}{m}\ ,\ A=6\times10^{-5}m^2]{\text{شیب خط}=\frac{0/9\times10^{-3}}{30\times10^{-6}}=30}$$

$$30 = \frac{Q^2}{2\times1\times9\times10^{-12}\times6\times10^{-5}} \Rightarrow Q = 180\times10^{-9}C$$

قسمت اول سؤال:

$$Q = CV \xrightarrow{Q=\text{ ثابت}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow[d_2=60\mu m\ ,\ d_2=30\mu m]{\frac{C_1}{C_2}=\frac{d_2}{d_1}}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{60}{30} \Rightarrow V_2 = 2V_1$$

$$\frac{\Delta V}{V_1}\times100 \xrightarrow{V_2=2V_1} \frac{2V_1 - V_1}{V_1}\times100 = 100\%$$

$\Rightarrow$ ۱۰۰ درصد افزایش می‌یابد

قسمت دوم سؤال:

چون Q ثابت و نسبت اختلاف پتانسیل‌ها معلوم است برای به دست آوردن تغییرات انرژی ذخیره شده از فرمول $\Delta U = \frac{1}{2}Q\Delta V$ استفاده می‌کنیم. ابتدا ΔV که همان V_1 است را به دست می‌آوریم:

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} \xrightarrow[d_1=30\mu m]{Q=180\times10^{-9}C} V_1 = \frac{180\times10^{-9}C}{\frac{1\times9\times10^{-12}\times6\times10^{-5}}{30\times10^{-6}}}$$

$$\Rightarrow V_1 = 10000V$$

و در نهایت تغییرات انرژی ذخیره شده در خازن:

$$\Delta U = \frac{1}{2}Q\Delta V \xrightarrow[\Delta V=V_1=10^4V]{Q=180\times10^{-9}C}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2}\times180\times10^{-9}\times10^4 = 900\mu J$$

روش دوم قسمت اول: طبق رابطهٔ $E = \frac{Q}{\kappa\varepsilon_0 A}$ و ثابت بودن Q می‌توان گفت E ثابت است و داریم:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1}\times\frac{d_1}{d_2} \Rightarrow 1 = \frac{V_2}{V_1}\times\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow V_2 = 2V_1 \Rightarrow$ ولتاژ ۱۰۰ درصد افزایش داشته

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۱۳- **گزینهٔ «۳»** (آراس محمدی)

با استفاده از رابطهٔ ظرفیت خازن تخت داریم:

$$C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \Rightarrow d = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{C} = \frac{10\times9\times10^{-12}\times5\times10^{-4}}{8\times10^{-9}} = \frac{45}{8}\times10^{-6}m$$

و چون در صورت سؤال گفته است که میدان بیشتر از $2\times10^7\frac{N}{C}$ شود خازن دچار فروریزش می‌شود پس اختلاف پتانسیل میان دو صفحهٔ خازن نیز بیشینه می‌شود و داریم:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow V_{max} = E_{max}d = 2\times10^7\times\frac{45}{8}\times10^{-6} = \frac{900}{8}V$$

حال طبق رابطهٔ $q = CV$، بیشترین بار ذخیره شده در خازن را به دست می‌آوریم:

$$q_{max} = CV_{max} \Rightarrow q_{max} = 8\times10^{-9}\times\frac{900}{8} = 9\times10^{-7}C = 0/9\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۱۱۴- **گزینهٔ «۲»** (علی برزگر)

می‌دانیم اگر نمودار $I-V$ برای یک مقاومت خطی باشد، مقاومت آن یک مقدار ثابت است و با تغییر جریان، R تغییر نمی‌کند، لذا داریم:

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{30}{5} = 6\Omega \Rightarrow \alpha = 6$$

$$R_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}\Omega \Rightarrow \beta = \frac{5}{2}$$

$$\xrightarrow{\alpha=6\ ,\ \beta=\frac{5}{2}} C = \frac{2\alpha-1}{3\beta} = \frac{11}{3\times\frac{5}{2}} = \frac{22}{15}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۱۱۵- **گزینهٔ «۲»** (کامران ابراهیمی)

طبق قانون اهم $V = RI$ برای رسانای اهمی چون R ثابت می‌باشد می‌توان نوشت:

$$\frac{V_2}{I_2} = \frac{V_1}{I_1} \Rightarrow \frac{1/2V_1}{I_1+1} = \frac{V_1}{I_1} \Rightarrow 1/2I_1 = I_1 + 1$$

$$\Rightarrow I_1 = 5A$$

$$q_1 = I_1 t \Rightarrow q_1 = (5A)(\frac{24}{60}h) \Rightarrow q_1 = 2Ah$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۱۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

ابتدا با توجه به شکل و با استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{I_B}{I_A} \xrightarrow[I_A = 1/25(A),\ I_B = 4(A)]{V_A = V_B}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = 1 \times \frac{4}{1/25} = \frac{16}{5}$$

طبق رابطهٔ بین مقاومت الکتریکی سیم و ساختمان آن در دمای ثابت می‌توان نوشت:

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow[\frac{R_A}{R_B} = \frac{16}{5}]{\rho_A = \rho_B} \frac{16}{5} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \qquad (1)$$

از طرفی طبق تعریف چگالی داریم:

$$\rho' = \frac{m}{V} \xrightarrow{V = AL} \rho' = \frac{m}{AL} \Rightarrow \frac{\rho'_A}{\rho'_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{L_B}{L_A}$$

$$\xrightarrow[\frac{m_B}{m_A} = 5]{\rho'_A = \rho'_B} 1 = \frac{1}{5} \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{L_B}{L_A}$$

$$\Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{5} \frac{A_B}{A_A} \qquad (2)$$

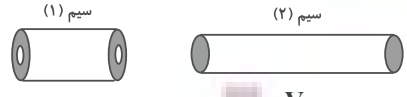
$$\xrightarrow{(1),\ (2)} \frac{16}{5} = \frac{1}{5} \times (\frac{A_B}{A_A})^2 \xrightarrow{A = \pi r^2 = \frac{\pi D^2}{4}}$$

$$16 = (\frac{D_B}{D_A})^4 \Rightarrow \frac{D_B}{D_A} = 2$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۱۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمدجواد سورچی)*

با توجه به رابطهٔ $R = \frac{\rho L}{A}$ می‌توانیم بنویسیم:



$$R = \frac{\rho L}{A} \xrightarrow{V = A.L \Rightarrow L = \frac{V}{A}} R = \frac{\rho . \frac{V}{A}}{A} = \frac{\rho . V}{A^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{V_2}{V_1} \times (\frac{A_1}{A_2})^2 \xrightarrow{\rho_2 = \rho_1,\ V_2 = V_1} \frac{R_2}{R_1} = (\frac{A_1}{A_2})^2$$

$$\xrightarrow[A_2 = \frac{\pi d^2}{4}]{A_1 = \pi(r^2_{\text{خارجی}} - r^2_{\text{داخلی}})} \frac{R_2}{R_1} = \frac{\pi(r^2_{\text{خارجی}} - r^2_{\text{داخلی}})^2}{\pi \frac{d^2}{4}}$$

$$= \frac{4(r^2_{\text{خارجی}} - r^2_{\text{داخلی}})^2}{d^2} \xrightarrow[R_1 = 50\Omega,\ R_2 = R_1 + 400 = 450\Omega]{r_{\text{خارجی}} = 2mm,\ r_{\text{داخلی}} = 1mm}$$

$$\frac{450}{50} = \frac{4(2^2 - 1^2)^2}{d^2} \Rightarrow 9 = (\frac{12}{d^2})^2 \Rightarrow 3 = \frac{12}{d^2} \Rightarrow$$

$$d^2 = 4 \Rightarrow d = 2mm$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۱۱۸- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

مقاومت الکتریکی R_2 را برحسب R_1 به دست می‌آوریم:

$$R_2 = R_1(1 + \alpha \Delta T) \xrightarrow[\Delta T = 50K]{\alpha = 4/2 \times 10^{-3} K^{-1}}$$

$$R_2 = R_1(1 + 4/2 \times 10^{-3} \times 50) \Rightarrow R_2 = R_1(1 + 0/21) = 1/21 R_1$$

حال اگر بخواهیم سیم فلزی را تحت کشش قرار دهیم تا همین تغییر مقاومت را در دمای ثابت پیدا کند، می‌توان نوشت:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow[A_1 L_1 = A_2 L_2]{\rho_1 = \rho_2} \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{L_2}{L_1}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = (\frac{L_2}{L_1})^2 \xrightarrow{R_2 = 1/21 R_1} 1/21 = (\frac{L_2}{L_1})^2 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = 1/1$$

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \frac{1/1 L_1 - L_1}{L_1} \times 100 = \%10$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۱۱۹- **گزینهٔ «۳»** *(مهدی شریفی)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مقاومت ترمیستور به دما بستگی دارد.

۲) دیودها فقط در یک جهت جریان را عبور می‌دهند و در طرف دیگر مقاومت خیلی زیاد دارند.

۴) با افزایش شدت نور، مقاومت LDR کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۶ تا ۶۰)

۱۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا اندازهٔ مقاومت ترکیبی را تعیین می‌کنیم. چون مقاومت ترکیبی حلقهٔ چهارم ندارد، به معنای تلرانس ۲۰ درصد است. در نتیجه محدودهٔ این مقاومت را به صورت زیر محاسبه می کنیم. توجه کنید که دو حلقهٔ اول (از آن طرفی که به یک سر مقاومت نزدیک‌تر است) رقم اول و دوم را نشان می‌دهند و حلقهٔ سوم ضریبی است که به صورت 10^n مشخص می‌شود:

$$R = ab \times 10^n \pm \text{تلرانس} \xrightarrow[b = 5(\text{سبز}),\ n = 0(\text{سیاه})]{a = 3(\text{نارنجی})}$$

$$R = 35 \times 10^0 \pm 0/2(35 \times 10^0) \Rightarrow R = 35 \pm 7 \Rightarrow 28 < R < 42$$

طبق قانون اهم داریم:

$$V = IR \Rightarrow I = \frac{V}{R} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{5/6}{28} = 0/2A \\ I_2 = \frac{5/6}{42} = 0/133A \end{cases}$$

یعنی عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد بین دو عدد $0/133\ A$ و $0/2\ A$ است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

توسعه ای برای موفقیت

فیزیک ۱

۱۲۱- **گزینهٔ «۳»** (قسام نادری)

موارد (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی سایر موارد:

پ) وقتی مایعی به سرعت سرد شود، جامد بی‌شکل (آمورف) تشکیل می‌شود.

ت) سطح آب در لولهٔ مویین شیشه‌ای تمیز فرو رفته است چون دگرچسبی آب و شیشه بیشتر از هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است.

ث) آب روی سطح شیشه‌ای چرب به صورت قطره‌قطره می‌شود زیرا هم‌چسبی در این حالت بیشتر از دگرچسبی است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

۱۲۲- **گزینهٔ «۱»** (دانیال راستی)

با توجه به فرضیات سؤال می‌توان گفت جسم اول روی کوچک‌ترین وجه و جسم دوم روی بزرگ‌ترین وجه قرار دارند و داریم:

$$P_1=\frac{m_1 g}{A_{1,min}} \xrightarrow[A_{1,min}=0/2\times 0/3\,m^2]{m_1=30\,kg} P_1=5000\,Pa$$

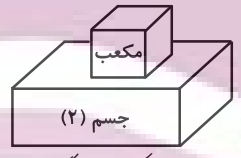
$$P_2=\frac{m_2 g}{A_{2,max}} \xrightarrow[A_{2,max}=0/3\times 0/5\,m^2]{m_2=30\,kg} P_2=2000\,Pa$$

بعد از گذاشتن مکعب روی جسم دوم خواهیم داشت:

$$P_2'=P_1 \Rightarrow \frac{(m'+m_2)g}{A_{2,max}}=P_1$$

$$\Rightarrow \frac{(m'+30)\times 10}{0/3\times 0/5}=5000 \Rightarrow m'=45\,kg \quad \text{جرم مکعب}$$

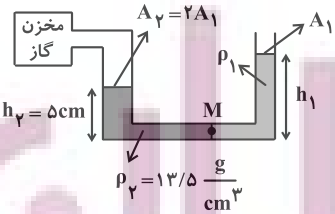
$$\Rightarrow P=\frac{m'g}{A'}=\frac{45\times 10}{0/2\times 0/2}=11250\,Pa \quad \text{ناشی از مکعب}$$



(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحهٔ ۳۳)

۱۲۳- **گزینهٔ «۴»** (زهره آقامحمدی)

چون جرم جیوه $\frac{3}{2}$ برابر جرم مایع است، داریم:



$$m_2=\frac{3}{2}m_1 \xrightarrow{m=\rho V=\rho Ah}$$

$$\rho_2 A_2 h_2=\frac{3}{2}\rho_1 A_1 h_1 \xrightarrow{A_2=2A_1}$$

$$\rho_2(2A_1)h_2=\frac{3}{2}\rho_1 A_1 h_1 \Rightarrow \rho_1 h_1=\frac{4}{3}\rho_2 h_2 \quad (*)$$

چون دو مایع در حال تعادل‌اند، پس فشار در سمت راست و چپ نقطهٔ M یکسان است:

$$P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}=P_0+P_{\text{مایع}} \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}}-P_0}_{P_g\ (\text{فشارپیمانه‌ای})}=P_{\text{مایع}}-P_{\text{جیوه}}$$

$$P_g=\rho_1 g h_1-\rho_2 g h_2=g(\rho_1 h_1-\rho_2 h_2) \xrightarrow{(*)}$$

$$P_g=g\left(\frac{4}{3}\rho_2 h_2-\rho_2 h_2\right)=g\left(\frac{1}{3}\rho_2 h_2\right)$$

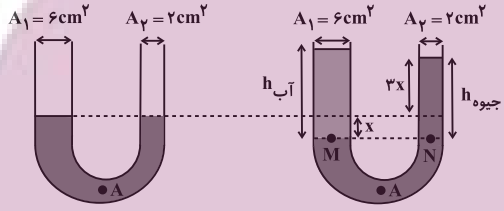
$$\xrightarrow[\rho_2=13500\ \frac{kg}{m^3}]{g=10\ \frac{N}{kg},\ h_2=0/05\,m}$$

$$P_g=10\times\left(\frac{1}{3}\times 13500\times 0/05\right)=2250\,Pa$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۲۴- **گزینهٔ «۴»** (محمدجواد سورچی)

می‌دانیم تغییر حجم جیوه در دو شاخه در اثر اضافه شدن آب در شاخهٔ سمت چپ یکسان است. بنابراین مطابق شکل زیر داریم:



$$h_{آب}=\frac{V}{A_1} \Rightarrow h_{آب}=\frac{408}{6}=68\,cm$$

$$P_M=P_N \Rightarrow \rho_{آب} g h_{آب}=\rho_{جیوه} g h_{جیوه}$$

$$\Rightarrow 1000\times 10\times 0/68=13600\times 10\times 4x$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{80}m=1/25\,cm$$

$$3x=3/75\,cm$$

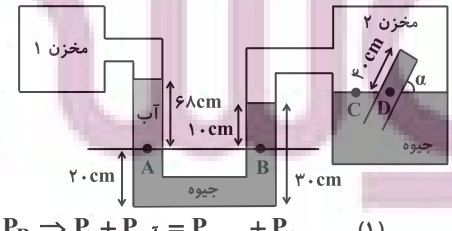
با توجه به این‌که ارتفاع جیوه در شاخهٔ سمت راست افزایش یافته است، درمی‌یابیم فشار در نقطهٔ A به اندازهٔ ۳/۷۵ سانتی‌متر جیوه افزایش یافته است که معادل است با:

$$\Delta P=3/75\,cmHg \xrightarrow{1cmHg=10torr} \Delta P=37/5\,torr$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱۲۵- **گزینهٔ «۳»** (قسام نادری)

ابتدا فشار گاز مخزن ۲ را حساب می‌کنیم. خط هم‌تراز را از مرز بین آب و جیوه در نظر می‌گیریم و داریم:



$$P_A=P_B \Rightarrow P_1+P_{آب}=P_{جیوه}+P_2 \quad (1)$$

فشار آب را برحسب cmHg حساب کرده و بعد از رابطهٔ بالا استفاده می‌کنیم:

$$(\rho gh)_{آب} = (\rho gh)_{جیوه} \Rightarrow ۱\times ۶۸ = ۱۳/۶ \times h_{جیوه}$$
$$\Rightarrow h_{جیوه} = ۵cm \Rightarrow P_{آب} = ۵cmHg$$

$$\xrightarrow{(۱)} P_۱ + ۵ = ۱۰ + P_۲ \xrightarrow{P_۱=\frac{۹}{۸}P_۲} \frac{۹}{۸}P_۲ = ۵ + P_۲$$
$$\Rightarrow \frac{P_۲}{۸} = ۵ \Rightarrow P_۲ = ۴۰cmHg$$

حال به سراغ مخزن ۲ و بارومتر موجود در آن می‌رویم. با در نظر گرفتن دو نقطهٔ هم‌تراز C و D داریم:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_۲ = P_{جیوه} + P_{ته\,لوله} \Rightarrow ۴۰ = \ell \sin\alpha + P_{ته\,لوله}$$
$$\Rightarrow P_{ته\,لوله} = ۴۰ - ۴۰\sin\alpha = ۴۰(۱-\sin\alpha)cmHg$$

اکنون با توجه به نیروی وارد بر انتهای لوله از طرف جیوه، خواهیم داشت:

$$F = P_{ته\,لوله} \times A$$
$$\Rightarrow ۲۷/۲ = ۱۳۶۰۰\times ۱۰ \times ۴۰ \times ۱۰^{-۲} \times (۱-\sin\alpha) \times ۱۰ \times ۱۰^{-۴}$$
$$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \alpha = ۳۰^\circ$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا جباری)*

برای محاسبهٔ فشار ناشی از هوا در یک ستون قائم می‌توان از رابطهٔ $P = \frac{W}{A}$ استفاده کرد که در آن W وزن ستون هوای بالای سطح A تا ارتفاع مورد نظر است. با استفاده از نمودار داده شده، فشار هوا در ارتفاع‌های ۲ کیلومتری و ۱۵ کیلومتری از سطح زمین را پیدا می‌کنیم و در رابطه قرار می‌دهیم:

$$P_۱ - P_۲ = \frac{W_۱}{A} - \frac{W_۲}{A} \xrightarrow[P_۲=۱۰kPa=۱\times ۱۰^۴Pa]{P_۱=۸۰kPa=۸\times ۱۰^۴Pa\ ,\ A=۴m^۲}$$
$$۸\times ۱۰^۴ - ۱\times ۱۰^۴ = \frac{W_۱ - W_۲}{۴} \Rightarrow W_۱ - W_۲ = ۲۸\times ۱۰^۴ N$$

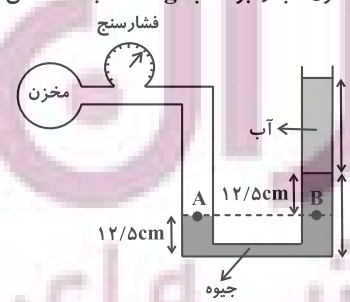
بنابراین وزن ستون هوای بالای سطح A در ارتفاع ۲ کیلومتری از وزن ستون هوای بالای آن سطح در ارتفاع ۱۵ کیلومتری، $۲۸\times ۱۰^۴ N$ بیشتر است. پس می‌توان نوشت:

$$mg = ۲۸\times ۱۰^۴ N \xrightarrow{g=۱۰\frac{N}{kg}} m = ۲/۸\times ۱۰^۴ kg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(سیده‌ملیحه میرصالحی)*

در مرحلهٔ اول فشار ستون آب را برحسب $cmHg$ به دست می‌آوریم:



$$h_{جیوه} = (\frac{\rho_{آب}}{\rho_{جیوه}})h_{آب} \Rightarrow h_{جیوه} = (\frac{۱}{۱۳/۶})\times ۳۴ = ۲/۵cmHg$$

برای به دست آوردن فشار پیمانه‌ای مخزن، کافی است از قاعدهٔ هم‌فشاری استفاده کنیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{مطلق} = P_۰ + P_{آب} + P_{جیوه}$$
$$P_{مطلق} - P_۰ = P_{آب} + P_{جیوه} = ۲/۵ + ۱۲/۵ = ۱۵cmHg$$

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای مخزن را نشان می‌دهد. بنابراین از نسبت داده شده، فشار هوا را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{P_{پیمانه‌ای}}{P_{مطلق}} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow \frac{۱۵}{P_{مطلق}} = \frac{۱}{۶}$$
$$\Rightarrow P_{مطلق} = ۹۰cm\,Hg$$
$$P_{پیمانه‌ای} = P_{مطلق} - P_۰ \Rightarrow ۱۵ = ۹۰ - P_۰$$
$$\Rightarrow P_۰ = ۷۵cm\,Hg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(علی برزگر)*

جسم در مایع (۱) غوطه‌ور شده است: $F_b = W$

جسم در مایع (۲) ته‌نشین شده است: $F_N + F_b = W \Rightarrow F_b < W$

جسم در مایع (۳) شناور شده است: $F_b = W$

لذا می‌توان نتیجه گرفت: $\Rightarrow (F_b)_۲ < (F_b)_۱ = (F_b)_۳$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی شریفی)*

جسم‌های A و B در حالت شناوری قرار دارند. پس چگالی آن‌ها از چگالی مایع کمتر است، اما چون A بیشتر از B داخل مایع است پس چگالی بیشتری از B دارد. جسم‌های C و D در حالت غوطه‌وری قرار دارند پس چگالی آن‌ها برابر و برابر چگالی مایع می‌باشد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(حسام نادری)*

طبق اصل برنولی، هر جا سرعت شاره بیشتر باشد، فشار کمتر است و طبق معادلهٔ پیوستگی، هر چه سطح مقطع کوچک‌تر باشد، تندی شاره بیشتر است، یعنی:

$$P \propto A \propto \frac{۱}{v}$$

پس در شکل صورت سؤال فشار در ناحیهٔ ۱ بیشتر از ناحیهٔ ۲ است و داریم:

$$P_۱ - P_۲ = ۵cm\,Hg \xrightarrow{\text{تبدیل به } Pa}$$
$$P_۱ - P_۲ = ۱۳۶۰۰\times ۱۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} = ۶۸۰۰Pa$$

فشار ناحیهٔ ۱، $۶۸۰۰Pa$ بیشتر از ناحیهٔ ۲ است، پس مایع در شاخهٔ چپ لولهٔ U شکل به اندازهٔ h بالا می‌آید و حال مقدار h را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta P = ۶۸۰۰ = \rho g \Delta h = ۳۴۰۰\times ۱۰ \times \Delta h$$
$$\Rightarrow \Delta h = ۰/۲m = ۲۰cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

شیمی ۳

۱۳۱- **گزینهٔ «۳»** (علیرضا کیانی‌دوست)

زیرا مجموع درصد جرمی جامدهای یونی $(MgO, Na_2O, Al_2O_3, Fe_2O_3)$ از مجموع درصد جرمی مواد دیگر (SiO_2، H_2O، Au) کمتر است.

بررسی درستی گزینهٔ «۱»:

$$\frac{50}{100}\times 13/32 = 6/66\,g$$

جرم نمونهٔ جدید: $100 - 6/66 = 93/35\,g$

$$\%SiO_2 = \frac{46/2}{93/34}\times 100 \simeq 49/496$$

$$49/496 - 46/2 = 3/296 \simeq 3/3\%$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۳۲- **گزینهٔ «۱»** (روزبه رضوانی)

بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) $_{14}Si$ درست است.

پ) یون تک اتمی از کربن و سیلیسیم (نه همهٔ عنصرهای گروه ۱۴) در هیچ ترکیبی شناخته نشده است. اما یون تک‌اتمی از عناصر دیگر گروه ۱۴ شناخته شده است؛ مثلاً Pb^{2+}

ت) اتم‌های سیلیسیم در رأس‌های آن قرار دارند، نه اتم‌های اکسیژن.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۳۳- **گزینهٔ «۱»** (پیمان خوابوی‌مهر)

تنها عبارت چهارم صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- شکل مدل گلوله و میله برای گرافن را نمایش می‌دهد.
- گرافن شفاف و انعطاف‌پذیر است.
- حلقه‌های گرافن به حلقهٔ بنزن شباهت بیشتری نسبت به سیکلوهگزان دارند. (به علت پیوندهای دوگانه)

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۱۳۴- **گزینهٔ «۴»** (روزبه رضوانی)

هر مترمربع برابر $10^4\,cm^2$ است، از سویی ضخامت هر لایهٔ گرافن با قطر یک اتم کربن برابر است.

$$2/25 = \frac{0/75\times 10^{-3}\,g}{10^4\,cm^2 \times \text{ضخامت}} \Rightarrow \text{ضخامت} = 3/3\times 10^{-8}\,cm$$

$$\text{ضخامت} = 3/3\times 10^{-8}\,cm \times \frac{10^7\,nm}{1\,cm} = 3/3\times 10^{-1}\,nm$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۳۵- **گزینهٔ «۲»** (علیرضا کیانی‌دوست)

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: سیلیس خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.

مورد سوم: بیش از ۹۰٪ پوستهٔ جامد زمین را ترکیب‌های گوناگون دو عنصر اکسیژن و سیلیسیم تشکیل می‌دهند که SiO_2 فراوان‌ترین اکسید در این لایه از سیارهٔ ما به شمار می‌رود.

مورد چهارم: تاکنون از $_6C$ و $_{14}Si$ یون تک اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.

مورد ششم: $CO_2(s)$ یک جامد مولکولی است، یعنی شامل مولکول‌های مستقل و جدا از هم است که در هر مولکول شمار معینی اتم با پیوند اشتراکی به هم متصل شده‌اند نه این‌که همهٔ اتم‌ها در یک شبکهٔ سه بعدی به هم متصل شده باشند.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۴)

۱۳۶- **گزینهٔ «۲»** (روزبه رضوانی)

الماس، گرافیت و گرافن به دلیل وجود پیوندهای اشتراکی میان میلیون‌ها اتم کربن، جامد کووالانسی بوده و یخ به دلیل دارا بودن همزمان پیوندهای اشتراکی و نیروهای بین مولکولی که از ویژگی‌های یک ترکیب مولکولی است، جامد مولکولی محسوب می‌شود. در میان الماس، گرافیت و گرافن، تنها گرافن ساختار دوبعدی داشته، ولی چینش اتم‌ها در گرافیت و گرافن دوبعدی است. پیوندهای موجود در الماس و گرافن فقط از نوع اشتراکی (کووالانسی) و در گرافیت به دلیل ساختار لایه‌لایه و منسجم آن، هم پیوند اشتراکی (در لایه‌ها) و هم جاذبهٔ وان‌درووالسی (برای اتصال لایه‌ها به هم) وجود دارد. همهٔ این ترکیب‌ها ساختار شبکه‌ای شش ضلعی دارند.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

۱۳۷- **گزینهٔ «۲»** (روزبه رضوانی)

سطح آنتالپی الماس از گرافیت بالاتر است، بنابراین از سوختن الماس در مقایسه با گرافیت گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحهٔ ۷۱)

۱۳۸- **گزینهٔ «۲»** (محمدرضا پورجاوید)

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

سیلیس ساختاری غول‌آسا و سخت دارد. اما یک جامد کووالانسی است و استفاده از عبارت «فرمول مولکولی» برای آن نادرست است.

سیلیس ماده‌ای پایدار است و کوارتز شکل خالص آن در طبیعت می‌باشد.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** (هادی مهدی‌زاده)

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) شمار اتم‌های متصل شده به هر اتم کربن در گرافیت و الماس به ترتیب برابر ۳ و ۴ است.

ت) آنتالپی پیوند میان اتم‌های الماس کمتر از گرافیت است.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱۴۰- **گزینهٔ «۳»** (احسان پنجه‌شاهی)

طبق شکل‌های صفحه‌های ۷۶ و ۷۷ کتاب درسی در SCO اتم‌های C و S با رنگ آبی و اتم O با رنگ قرمز نشان داده شده‌اند.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

شیمی ۳- پیشروی سریع

۱۴۱- **گزینهٔ «۱»** (پیمان خوابوی‌مهر)

عبارت‌های (آ) و (ت) صحیح‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) $NaCl$ یک ترکیب یونی است و از مولکول تشکیل نشده است.

پ) C، معرف منبع ذخیرهٔ انرژی گرمایی است.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحهٔ ۷۸)

۱۴۲- **گزینهٔ «۱»** (محمد عظیمیان‌زواره)

بررسی عبارت‌ها:

آ) درست

ب) درست؛ زیرا تفاوت نقطهٔ ذوب و جوش HF بیشتر است.

پ) درست

ت) درست

ث) نادرست؛ هر ترکیب یونی دوتایی را می‌توان فراوردهٔ واکنش یک فلز با یک نافلز دانست.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۱۴۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

فرمول ترکیب‌های یونی توصیف شده به ترتیب به صورت NaX، MgX_2، KX و CaX_2 می‌باشند. برای آنتالپی فروپاشی این ترکیب‌ها ابتدا می‌توان بار یون‌های سازندهٔ آن‌ها را بررسی کرد. هر قدر مجموع قدرمطلق بار یون‌ها در یک ترکیب بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی آن بیشتر خواهد بود:

فرمول شیمیایی ترکیب	CaX_2	KX	MgX_2	NaX
مجموع قدرمطلق بار یون‌ها	$\lvert(+2)+(-1)\rvert=3$	$\lvert(+1)+(-1)\rvert=2$	$\lvert(+2)+(-1)\rvert=3$	$\lvert(+1)+(-1)\rvert=2$

به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت:

$MgX_2 \ , \ CaX_2 > NaX \ , \ KX$: آنتالپی فروپاشی

از طرفی هر قدر شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی ترکیب یونی آن‌ها بیشتر خواهد بود. بنابراین خواهیم داشت:

$Mg^{2+} < Ca^{2+} \ , \ Na^+ < K^+$: شعاع یونی

$MgX_2 > CaX_2 \ , \ NaX > KX$: آنتالپی فروپاشی

به این ترتیب آنتالپی‌های فروپاشی داده شده مربوط به ترکیب‌های زیر بوده و دومین فلز قلیایی جدول (Na) دارای آنتالپی فروپاشی $+۱۵۰۰kJ$ خواهد بود.

فرمول شیمیایی ترکیب	KX	NaX	CaX_2	MgX_2
آنتالپی فروپاشی	$+۱۰۰۰$	$+۱۵۰۰$	$+۲۰۰۰$	$+۲۵۰۰$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

۱۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا کیانی‌دوست)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ Y^{2-} بیشترین شعاع اتمی و O^+ کمترین شعاع اتمی را دارد.

۲) درست؛ با توجه به این‌که مجموع قدرمطلق بار کاتیون و بار آنیون در MgS از Na_2O بیشتر است چگالی بار بیشتری دارد.

۳) نادرست؛ با توجه به نمودار کتاب می‌توان دریافت که اختلاف آنتالپی فروپاشی NaF و KBr بیشتر از اختلاف آنتالپی فروپاشی $LiBr$ و KF است.

۴) درست

$$NaCl(s)+۷۸۷kJ \rightarrow Na^+(g)+Cl^-(g)$$

$$\text{اختلاف } ۲۵g \times \frac{۱mol\ NaCl}{\text{اختلاف } ۱۲/۵g} \times \frac{۷۸۷kJ}{۱mol\ NaCl} = ۱۵۷۴kJ$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

۱۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(هادی مهدی‌زاده)*

از واکنش فلز سدیم با گاز کلر جامد یونی سفیدرنگی حاصل می‌شود که همان نمک خوراکی بوده و در ترکیب حاصل شده $(NaCl)$ شعاع نافلز که از Cl به Cl^- تبدیل می‌شود، برخلاف فلز که از Na به Na^+ تبدیل می‌شود، افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۸، ۷۹، ۸۳ و ۸۴)

۱۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

محلول‌های فرضی داده شده دارای یون‌های متفاوتی از وانادیم بوده و رنگ بازتاب شده از آن‌ها نیز با یکدیگر متفاوت است.

فرمول شیمیایی ترکیب	VO	$V(SO_4)_2$	$V(NO_3)_3$
یون موجود در ترکیب	V^{2+}	V^{4+}	V^{3+}
رنگ بازتاب شده	بنفش	آبی	سبز

از مقایسهٔ طول موج‌های نورهای بازتاب شده خواهیم داشت:

بنفش $>$ آبی $>$ سبز : طول موج

$(V^{3+}) \quad (V^{4+}) \quad (V^{2+})$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۱۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خوابوی‌مهر)*

بررسی موارد:

آ) نادرست، عدد اکسایش تیتانیم در TiO_2 برابر ۴+ است در حالی‌که عدد اکسایش کربن در $CHCl_3$ برابر ۲+ است.

ب) نادرست؛ چگالی فولاد از تیتانیم بیشتر است پس در جرم برابر از این دو ماده حجم فولاد کمتر است.

پ) درست؛ نقطهٔ ذوب تیتانیم از فولاد بیشتر است و مقاومت هر دو ماده در برابر سایش عالی است.

ت) درست؛ ذوب و مخلوط کردن تیتانیم و نیکل منجر به تولید آلیاژ هوشمند می‌شود. نیکل در لایهٔ سوم خود ۱۶ الکترون دارد.

$$_{۲۸}Ni: ۱s^2\ ۲s^2\ ۲p^6\ ۳s^2\ ۳p^6\ ۳d^8\ ۴s^2$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۷، ۸۵ و ۸۷)

۱۴۸- **گزینهٔ «۳»** *(هادی مهدی‌زاده)*

آنتالپی فروپاشی شبکه همانند نقطهٔ ذوب، با مقدار قدرمطلق بار الکتریکی کاتیون و آنیون رابطهٔ مستقیم دارد.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۶)

۱۴۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

فرض می‌کنیم x مول $NaCl$ و y مول KBr داریم:

$$\underbrace{KBr(s)}_{y(mol)}+\underbrace{۶۸۹kJ}_{۶۸۹y} \rightarrow K^+(g)+Br^-(g)$$

$$\underbrace{NaCl(s)}_{x(mol)}+\underbrace{۷۸۷kJ}_{۷۸۷x} \rightarrow Na^+(g)+Cl^-(g)$$

$$\text{جرم} = n \times \text{جرم مولی} \Rightarrow \begin{cases} \text{جرم } KBr: ۱۱۹y \\ \text{جرم } NaCl: ۵۸/۵x \end{cases}$$

$$\text{جرم } KBr + \text{جرم } NaCl = ۴۱۲g$$

$$\text{حل دستگاه ۲ معادله ۲ مجهول} \begin{cases} ۶۸۹y+۷۸۷x=۳۷۳۹ \\ ۱۱۹y+۵۸/۵x=۴۱۲ \end{cases} \Rightarrow x=۳ \ , \ y=۲$$

$$\text{درصد جرمی } KBr = \frac{\text{جرم } KBr}{\text{جرم اولیهٔ مخلوط}} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۱۱۹ \times ۲}{۴۱۲} \times ۱۰۰ \simeq ۵۷/۸٪$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۱۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

شکل (A) همهٔ طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند. بنابراین به رنگ سیاه دیده می‌شود و می‌تواند دوده باشد.

شکل (B) همهٔ طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کند. بنابراین به رنگ سفید دیده می‌شود و می‌تواند ترکیب (TiO_2) تیتانیم دی‌اکسید باشد.

ترکیب Fe_2O_3 رنگ‌دانهٔ معدنی است که به رنگ قرمز دیده می‌شود، یعنی بخشی از طول موج مرئی را جذب می‌کند و باقی‌ماندهٔ آن یعنی طول موج‌های مربوط به رنگ قرمز را بازتاب می‌کند.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحهٔ ۸۳)

شیمی ۲

۱۵۱- **گزینهٔ «۲»** *(پارسا عیوض‌پور)*

اگر فرمول ترکیب اولیه C_nH_{2n} باشد و با محلول قرمز رنگ برم واکنش داده باشد، پس قطعاً آلکن بوده است.

$$C_nH_{2n} + Br_2 \rightarrow C_nH_{2n}Br_2$$

$$\text{درصد افزایش جرم} = \frac{2\times 80}{12n+2n}\times 100 = 10n$$

$$\Rightarrow \frac{160}{14n}\times 10 = n \Rightarrow 1600 = 14n^2 \Rightarrow n^2 = \frac{1600}{14}$$

$$= \frac{800}{7} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{800}{7}} \simeq 11$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خواجوی‌مهر)*

در آخرین زیرلایهٔ اتم کربن ۲ الکترون وجود دارد.

$$_6C: 1s^2 2s^2 2p^2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عمده‌ترین قسمت نفت خام را هیدروکربن‌ها (نه کربوهیدرات‌ها) تشکیل داده‌اند.

۲) کمتر از ۱۰ درصد نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف و پارچه، شوینده‌ها، مواد آرایش و بهداشتی، رنگ، پلاستیک، مواد منفجره و لاستیک به کار می‌رود.

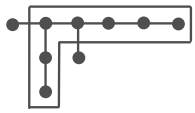
۴) نفت خام مایعی غلیظ (و نه رقیق) است که رنگ آن سیاه یا قهوه‌ای متمایل به سبز است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

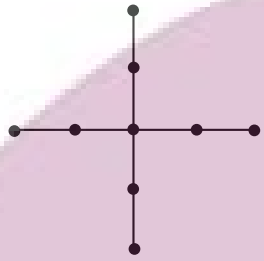
۱۵۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی موارد:

آ) نادرست؛ نام درست آن ۳، ۴- دی متیل هپتان می‌باشد.



ب) درست (۳، ۳- دی اتیل پنتان)



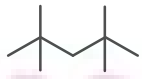
پ) درست؛ فرمول مولکولی آن C_9H_{20} می‌باشد. شمار پیوندهای $C-C$ در آلکان‌ها برابر است با $n-1$، بنابراین ۸ پیوند $C-C$ در آن وجود دارد که با شمار اتم‌های H در C_3H_8 برابر است.

ت) درست؛ گاز (آلکان) مورد استفاده در فندک، بوتان (C_4H_{10}) می‌باشد.

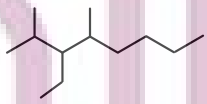
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۵۵- **گزینهٔ «۱»** *(پارسا عیوض‌پور)*

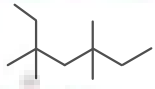
۳،۳،۲،۲- تترا متیل بوتان



۴،۴،۲،۲- تترا متیل پنتان



۳- اتیل- ۴،۲- دی متیل اوکتان



۵،۵،۳،۳- تترا متیل هپتان

توسعه ای برای موفقیت

$$\Rightarrow (۲+۲+۳+۳)+(۲+۲+۴+۴)+(۳+۲+۴)+(۳+۳+۵+۵)=۴۷$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(روزبه رضوانی)*

بررسی موارد:

آ) درست؛ $C_۲H_۴ + H_۲O \xrightarrow{H_۲SO_۴} C_۲H_۵OH$

ب) درست

پ) نادرست؛ فراوردهٔ واکنش، ۱ و ۲- دی برموآتان نام دارد.

ت) درست؛ هر مول اتن با جذب ۱ مول گاز هیدروژن یا ۲ مول اتم هیدروژن به آلکان تبدیل شده و سیر می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۸)

۱۵۷- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا کیانی‌دوست)*

فرمول عمومی آلکین‌ها $C_nH_{۲n-۲}$ **می‌باشد.**

$$\frac{۲n-۲}{n-۲}=۲/۴ \Rightarrow ۲n-۲=۲/۴n-۴/۸n \Rightarrow n=۷$$

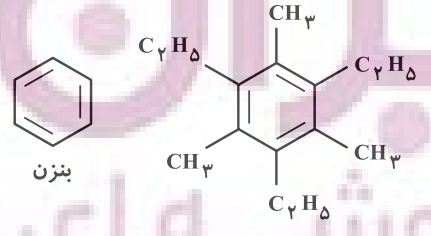
$$C_۷H_{۱۲} \Rightarrow ۷C+۱۲H$$

$$۲۸/۸g\ C_۷H_{۱۲} \times \frac{۱mol\ C_۷H_{۱۲}}{۹۶g\ C_۷H_{۱۲}} \times \frac{۵mol\ \text{اختلاف}}{۱mol\ C_۷H_{۱۲}} \times \frac{۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}}{۱mol}$$

$$=۹/۰۳\times ۱۰^{۲۳}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۴۱)

۱۵۸- **گزینهٔ «۴»** *(روزبه رضوانی)*



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) حلقهٔ بنزن در ساختار حفظ شده پس خاصیت آروماتیکی را داراست.

۲) قطبیت C و H تفاوت خاصی با یکدیگر ندارد، پس گشتاور دوقطبی تغییر خاصی نخواهد کرد.

۳) فرمول مولکولی نفتالن $C_{۱۰}H_۸$ **است ولی فرمول مولکولی ترکیب جدید** $C_{۱۵}H_{۲۴}$ **است.**

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۴۳)

۱۵۹- **گزینهٔ «۱»** *(هادی مهدی‌زاده)*

معادلهٔ سوختن کامل آلکین‌ها به صورت زیر است:

$$C_nH_{۲n-۲}+\frac{۳n-۱}{۲}O_۲ \rightarrow nCO_۲+(n-۱)H_۲O$$

$$?\ g\ H_۲O = ۰/۲۵mol\ \text{آلکین} \times \frac{(n-۱)mol\ H_۲O}{۱mol\ \text{آلکین}} \times \frac{۱۸g\ H_۲O}{۱mol\ H_۲O}$$

$$=۱۳/۵g\ H_۲O \Rightarrow n=۴$$

$$C_۴H_۶ \Rightarrow C\ \text{درصد جرمی}: \frac{(۴\times ۱۲)}{(۴\times ۱۲)+(۶\times ۱)}\times ۱۰۰ \simeq ۸۹٪$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۴۲)

۱۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

آلکن‌ها تنها دارای یک پیوند دوگانه‌اند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

۱) از اتن $(C_۲H_۴)$ **برای این منظور استفاده می‌شود.**

۲) در $C_۶H_{۱۲}$**، چهار پیوند** $C-C$ **وجود دارد.**

$$C=C-C-C-C-C$$

۴) حالت فیزیکی اتانول $C_۲H_۵OH$ **و** $C_۲H_۴Br_۲$ **در دما و فشار اتاق، مایع می‌باشد.**

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

ابیان تست
توشه‌ای برای موفقیت

شیمی ۱

۱۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(هدی بهاری‌پور)*

بررسی موارد:

آ) نادرست؛ بیشترین مقدار انرژی مربوط به انتقال H است. اختلاف تعداد تراز در انتقال‌های D و H با هم برابر است ولی چون فاصلهٔ ترازها در لایه‌های پایین‌تر از هم بیشتر است پس اختلاف انرژی بیشتری نیز دارند.

ب) درست

پ) درست

ت) نادرست؛ در انتقال E، الکترون انرژی را جذب کرده است.

ث) درست

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خوابوی‌مهر)*

با توجه به الگوهای طیف داده شده، در این نمونه فلزهای C و E قرار دارند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحهٔ ۴۴)

۱۶۳- **گزینهٔ «۴»** *(هادی مهدی‌زاده)*

بررسی موارد:

آ) عنصری که در دورهٔ ۴ و گروه ۷ قرار دارد، $_{25}Mn$ است که آرایش الکترونی فشردهٔ کاتیون Mn^{3+}_{25} به صورت $[Ar]\ 3d^4$ می‌باشد. دقت شود که به هنگام تشکیل کاتیون رسیدن به زیرلایهٔ d^4 و d^9 بلامانع است.

ب) در دورهٔ چهارم، لایهٔ چهارم تنها شامل زیرلایه‌های $4s$ و $4p$ می‌شود که حداکثر ۸ الکترون می‌توانند دریافت کنند.

پ) در دورهٔ چهارم جدول تناوبی، عناصر $_{19}K$، $_{24}Cr$، $_{29}Cu$ و $_{33}As$ دارای آخرین زیرلایهٔ نیمه‌پر هستند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۱۶۴- **گزینهٔ «۴»** *(روزبه رضوانی)*

بررسی موارد:

آ) نادرست؛ حداکثر تعداد الکترون‌ها در هر زیرلایه برابر $4l+2$ در هر لایه برابر $2n^2$ است.

ب) نادرست؛ $n+l$ برای $6s$ و $4f$ به ترتیب برابر ۶ و ۷ است، پس $4f$ دیرتر از $6s$ پر می‌شود.

پ) نادرست،

$$_{32}Ge: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ \underbrace{3d^{10}}_{l=2\rightarrow 10e^-}\ 4s^2\ 4p^2$$

عنصر زیرین

$$_{36}Kr: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}\ 4s^2\ 4p^6$$

ت) نادرست؛ $d \rightarrow 5e^-$ $\qquad$ $s \rightarrow 7e^-$

$$_{24}Cr: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^5\ 4s^1$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۱۶۵- **گزینهٔ «۲»** *(پیمان خوابوی‌مهر)*

مجموع $n+l$ برای الکترون‌های ظرفیت $_{24}Cr$ برابر ۲۹ است.

$$_{24}Cr: [_{18}Ar]\ 3d^5\ 4s^1 \Rightarrow (5\times5)+(4\times1)=29$$

پس A عنصر $_{29}Cu$ است.

- **محلول $CuSO_4$ در آب، آبی رنگ است.**
- **رنگ شعله ترکیبات مس، سبز رنگ است که طول موج کمتری نسبت به رنگ زرد دارد.**
- **$_{29}Cu$ در دورهٔ ۴ و گروه ۱۱ قرار دارد. اختلاف دوره و گروه آن برابر ۷ است که با عدد اتمی $_7N$ (از دستهٔ p) برابر است.**
- **در آرایش الکترونی $_{29}Cu^{2+}$، ۹ الکترون با $n+l=5$ وجود دارد.**

$$_{29}Cu^{2+}: [_{18}Ar]\ 3d^9$$

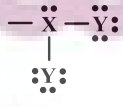
(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۲، ۳۰ تا ۳۴)

۱۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا کیانی‌دوست)*

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ با توجه به آرایش‌های الکترونی می‌توان دریافت که عدد اتمی عنصرهای موجود به صورت $_7W$، $_{13}Q$، $_{56}Z$، $_{35}Y$، $_{15}X$ می‌باشد.

$$Z^{2+}\quad Y^- \Rightarrow ZY_2 \qquad Q^{3+}X^{3-} \Rightarrow QX$$



$$Z^{2+}W^{3-} \Rightarrow Z_3W_2$$

مورد دوم: درست

$$Q^{3+}Y^- \Rightarrow QY_3 \sim 3e$$

مورد سوم: نادرست

$Q^{3+}Y^{3-} \Rightarrow QY$

$\frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = \frac{1}{1}$

مورد چهارم: نادرست

$6e^-$ جفت شده $:\ddot{Y}:$

$3e^-$ جفت نشده $\cdot\ddot{W}\cdot$ ، $\cdot\ddot{X}\cdot$ و $\cdot\ddot{Q}\cdot$

$\frac{6}{3} = 2$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

آلومینیم‌اکسید	Al_2O_3
سدیم‌سولفید	Na_2S

$\frac{3}{2} = 3 \times \frac{1}{2}$

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) زیرا مجموع بار الکتریکی کاتیون و آنیون در آن برابر است.

۲) در ترکیب یونی MBr_3 عنصر M نمی‌تواند کلسیم (Ca) باشد.

۴) فرمول اکسید عنصر A به صورت AO می‌باشد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(هدی بهاری‌پور)*

فرمول شیمیایی کلسیم فسفید Ca_3P_2 است و نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن $\frac{3}{2}$ است.

بررسی موارد:

الف) AlP ۱ ب) Mg_3N_2 $\frac{3}{2}$

پ) Ca_3N_2 $\frac{3}{2}$

ت) CaO ۱

ث) NaF ۱ ج) $SrCl_2$ $\frac{1}{2}$

پس در موارد ب و پ نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیبات ارائه شده در آن‌ها با کلسیم فسفید برابر است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

بررسی موارد:

مورد اول: الکترونی که دارای عدد کوانتومی $n = 3$ است به یکی از زیرلایه‌های 3s ، 3p و یا 3d تعلق دارد. زیرلایهٔ 3d در بین این زیرلایه‌ها دارای $l = 2$ است و عبارت اول می‌تواند درست باشد.

عبارت دوم: زیرلایه‌هایی مانند 4p ، 5p ، 6p و 7p همگی دارای $l = 1$ هستند و سطح انرژی آن‌ها از الکترونی با $n = 3$ بالاتر خواهد بود.

مورد سوم: زیرلایه‌ای با $l = 3$ شامل زیرلایه‌های 4f ، 5f و ... است که هیچ یک دارای $n = 3$ نیستند.

مورد چهارم: لایهٔ سوم $(n = 3)$ ظرفیت پذیرش ۱۸ الکترون را دارد. بنابراین الکترونی با $n = 3$ می‌تواند در کنار خود ۱۷ الکترون دیگر را نیز داشته باشد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

۱۷۰- **گزینهٔ «۴»** *(میثم کوثری‌لشکری)*

عبارت‌های آ و ت درست هستند.

آ) عنصرهای $_{19}K$ و $_{24}Cr$ و $_{29}Cu$ در آخرین زیرلایه خود آرایش $4s^1$ و $_{31}Ga$ آرایش $4p^1$ دارند.

ب) در این دوره $_{20}Ca$ و همهٔ عنصرهای واسطه به‌جز $_{24}Cr$ و $_{29}Cu$ که شامل ۸ عنصر هستند دارای آرایش $4s^2$ در آخرین زیرلایه خود هستند و $_{36}Kr$ هم با آرایش $4p^6$ در آخرین زیرلایهٔ خود، همگی در آخرین زیرلایه از الکترون پر هستند که مجموعاً ۱۰ عنصر هستند.

پ) در مجموع ۸ عنصر دارای زیرلایهٔ پر با $n+l=5$ هستند. (3d و 4p دارای این ویژگی هستند) از عنصر $_{29}Cu$ به بعد در 3d دارای ۱۰ الکترون وجود دارد یعنی از گروه ۱۱ تا ۱۸ که شامل ۸ عنصر است. (عنصر گروه ۱۸ یعنی $_{36}Kr$ دارای آرایش $4p^6$ در زیرلایه آخر است و دوزیرلایه کاملاً پر با $n+l=5$ دارد.)

ت) ($l = 2$ یعنی زیر لایه d) دو عنصر $_{24}Cr$ و $_{25}Mn$ به ترتیب با آرایش $[_{18}Ar]\underline{3d^5}\,4s^1$ و $[_{18}Ar]\underline{3d^5}\,4s^2$ ویژگی مورد نظر را دارند و ۵ الکترون در 3d دارند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

توشه‌ای برای موفقیت