

ایران توشه

- رانلور نمونه سوالات امتحانی
- رانلور گام به گام
- رانلور آزمون گاج و قلم چی و سنجش
- رانلور فیلم و مقاله آنلیزشی
- کنلور و مشاوره

 IranTooshe.ir

 [@irantooshe](https://t.me/irantooshe)

 [IranTooshe](https://www.instagram.com/IranTooshe)





آزمون 21 بهمن 1401

دفترچه پاسخ

اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلالی-شاهین پروازی-محمدسجاد پیشوایی-عادل حسینی-افشین خاصه-خان-طاهر دادستانی-بابک سادات محمدحسن سلامی حسینی- پویان طهرانیان- کامیار علییون- سروش موئینی- سیدجواد نظری-جهانبخش نیکنام-امیر وفائی شهرام ولایی	حسابان 2 ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-معصومه اکبری-صحت- مهدی حاجی نژادیان-حسین حاجیلو-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی سوگند روشنی- یاسین سپهر-فرشاد صدیقی-فر-شایان عباچی-رضا عباسی اصل-احمدرضا فلاح-سهام مجیدی-پور-سروش موئینی محمد هجری امیر وفائی	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب-محسن بهرام پور-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-محمد صحت کار فرشاد فرامرزی-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم علوی-محمدجواد محسنی-مهرداد ملوندی-سروش موئینی-محمد هجری-امیر وفائی-فرهاد وفائی	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	
خسرو ارغوانی فرد-محمد اسدی-بابک اسلامی-عباس اصغری-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران حامد خسروی-بیبا خورشید-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-مهدی سلطانی-سعید شرق-امیرمحمد عبدوی-پوریا علاقه مند مسعود قره خانی-محسن قندچلر-بهادر کامران-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-احسان محمدی-حسین مخدومی محمود منصوری-سیدعلی میرنوری-حسام نادری-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
محمدرضا پورجاوید-احمدرضا جعفری نژاد-امیر حاتمیان-حمید ذبحی-یاسر راش-حسن رحمتی کوکنده-روزبه رضوانی-علی طرفی محمد عظیمیان زواره-رضا فراهانی-علیرضا کیانی دوست-محمدحسن محمدزاده مقدم-امیرحسین مسلمی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان 2 ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مهدی ملارمضانی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش پویا رستگاری محبوبه بیگ محمدی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک 923 - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: 021-6463



حسابان 2

گزینه 1»

(شاهین پروازی)

تابع $f(x)$ را در همسایگی $x=1$ به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} 3x & ; x \geq 1 \\ 2x & ; x < 1 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$$

تابع $f(x)$ در $x=1$ فقط پیوستگی راست دارد و پیوستگی چپ را که لازمه مشتق‌پذیری چپ در $x=1$ است ندارد.

$$f'(x) = \begin{cases} 3 & ; x > 1 \\ 2 & ; x < 1 \end{cases}$$

بنابراین:

وجود ندارد $f'_-(1) = 3$ $f'_+(1) = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = 3 \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = 2$$

(مسئله‌های 84 تا 87)

گزینه 1»

(امیر علیون)

مجاذب قائم نمودار تابع f خط a است.

از طرفی خط مماس قائم نمودار تابع $y = \sqrt[3]{x}$ ، $x=0$ است که با انتقال نمودار $y = \sqrt[3]{x}$ به اندازه $2a^2$ واحد به سمت راست و به دست آوردن نمودار تابع g ، خط مماس قائم هم به $2a^2$ منتقل می‌شود.

حال این دو خط بر هم منطبق‌اند و داریم:

$$2a^2 - a \Rightarrow 2a^2 - a = a(2a - 1) = 0$$

$$\Rightarrow a = 0 \vee a = \frac{1}{2}$$

مشخص است که $a=0$ غیر قابل قبول است، زیرا در این صورت نمودار f مجانب قائم ندارد.

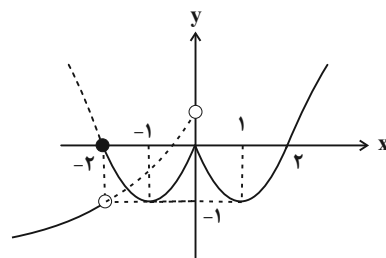
(مسئله‌های 88 تا 87)

گزینه 2»

(امیر علیون)

در چنین مواردی بهترین روش رسم تقریبی نمودار است. نمودار تابع f را در شکل زیر می‌بینید:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{-2x} & ; x < -2 \\ (|x| - 1)^2 - 1 & ; x \geq -2 \end{cases}$$



با توجه به نمودار بالا نقاط -2 و 0 و 1 مشتق‌ناپذیر است.

(مسئله‌های 89 تا 88)

گزینه 3»

(شاهین پروازی)

با توجه به تعریف مشتق $f'(a)$ داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x^2 + 2 + h) - f(x^2 + 2)}{h} = f'(x^2 + 2)$$

و با توجه به $x^2 + 2 \geq 2$ و ضابطه $f(x)$ که به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} x & ; x > 1 \\ 2 - x & ; x \leq 1 \end{cases}$$

شیب خط مماس در نقاط بیشتر از 2، یک است.

(مسئله‌های 77 تا 76)

(موانیش نیکنام)

گزینه 2»

معادله خط مماس بر نمودار تابع f در $x=2$ برابر است با:

$$y = -\frac{1}{a}x + 1$$

$$f(2) = -\frac{2}{a} + 1 \quad f'(2) = -\frac{1}{a}$$

حال برای حاصل حد صورت سؤال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \times \frac{f(x) + f(2)}{x + 2} = (f'(2)) \frac{2f(2)}{4}$$

$$\frac{1}{2} f'(2) f(2) = 3$$

$$\Rightarrow f'(2) f(2) = 6 \Rightarrow \left(-\frac{1}{a}\right) \left(-\frac{2}{a} + 1\right) = 6 \Rightarrow \frac{2}{a^2} - \frac{1}{a} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a^2} - \frac{1}{a} - 6 = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{a} - 2\right) \left(\frac{2}{a} + 3\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

دقت کنید که a منفی است.

(مسئله‌های 78 تا 80)

(عادل حسینی)

گزینه 4»

$$f(x) = (x-2) \frac{(x+2) \tan \frac{\pi x}{3}}{\sqrt{4x+1}} ; f(2) = 0$$

$x=2$ عامل صفرکننده است و برای محاسبه $f'(2)$ از تعریف مشتق

استفاده می‌کنیم:



$$\overrightarrow{ATWAAQ} \rightarrow -a - 1 = 2 + b \Rightarrow a + b = -3$$

دقت کنید که در یک همسایگی راست $x = -1$ ، $x = -1$ ، $[2x] = -2$ است. در همسایگی $x = -1$ تابع f از دو قطعه خط تشکیل شده است و شیب خطها برابر شیب نیم‌ماس‌های راست و چپ است که برای مشتق‌پذیری این شیب‌ها باید برابر باشند:

$$\Rightarrow a = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} [2x] = -2 \xrightarrow{a+b=-3} b = -1$$

(مسئله‌های 86 و 87)

(بیانفش نیکنام)

9- گزینه «1»

ابتدا مشتق راست و چپ تابع f را در $x = 0$ بدست می‌آوریم:

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = \frac{1}{k}$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = -\frac{1}{k}$$

پس داریم:

$$\left| \frac{1}{k} - \left(-\frac{1}{k}\right) \right| > \frac{2}{3} \Rightarrow |k| < 3 \Rightarrow -3 < k < 3$$

اعداد صحیح در این بازه $\pm 2, \pm 1, 0$ می‌باشد.

اما به ازای $k = 0$ تابع f ، تابع ثابت $f(x) = 1$ ($x \neq 0$) خواهد شد.

که چون در $x = 0$ تعریف نشده است پس مشتق چپ و راست وجود ندارد.

پس اعداد صحیح قابل قبول $\pm 2, \pm 1, 0$ هستند.

(مسئله‌های 86 و 87)

(ظاهر راستانی)

10- گزینه «3»

تابع $y = \frac{\sqrt{f(\sin x)}}{\cos x}$ در یک همسایگی چپ $\frac{\pi}{2}$ مثبت است. در این صورت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{\sqrt{f(\sin x)}}{\sqrt{\cos^2 x}} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{\sqrt{f(\sin x)}}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(t)}{\sqrt{1 - t^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{\frac{f(t) - f(1)}{t - 1}} \times \frac{-1}{t + 1}$$

$$\sqrt{f'_-(1) \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{(-2) \left(-\frac{1}{2}\right)} = 1$$

(مسئله‌های 86 و 87)

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2) \tan \frac{\pi x}{3}}{(x-2) \sqrt{4x+1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2) \tan \frac{\pi x}{3}}{\sqrt{4x+1}}$$

$$\frac{4 \tan \frac{2\pi}{3}}{3} = \frac{4}{3} \left(-\tan \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{4}{3} \sqrt{3}$$

پس معادله خط مماس به صورت زیر است:

$$y - 0 = -\frac{4}{3} \sqrt{3} (x - 2) \Rightarrow 4x + \sqrt{3}y = 8$$

(مسئله‌های 78 تا 80)

(پویان طهرانیان)

7- گزینه «2»

در یک همسایگی $x = -1$ می‌توانیم ضابطه (های) تابع f را به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} 3(x^3 - ax + b) & ; x < -1 \\ 4(x^3 - ax + b) & ; x \geq -1 \end{cases}$$

زیرا وقتی $x \rightarrow (-1)^-$ ، $\left[-\frac{4}{x}\right] = 3$ و وقتی $x \rightarrow (-1)^+$ ،

$\left[-\frac{4}{x}\right] = 4$ است. دقت کنید که در $x = -1$ تابع پیوستگی راست دارد.

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 9x^2 - 3a & ; x < -1 \\ 12x^2 - 4a & ; x > -1 \end{cases}$$

برای اینکه تابع f ، مشتق چپ هم داشته باشد، لازم است که از چپ هم

پیوسته باشد، بنابراین $x = -1$ باید ریشه $x^3 - ax + b$ باشد. در این

$$(-1)^3 - a(-1) + b = 0 \Rightarrow a + b = 1$$

صورت داریم:

حال برای مشتق‌های چپ و راست تابع f در $x = -1$ می‌توانیم بنویسیم:

$$f'_-(-1) = 9 - 3a \Rightarrow |9 - 3a - 12 + 4a| = |a - 3| = a$$

$$f'_+(-1) = 12 - 4a$$

$$\Rightarrow a - 3 = -a \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{a+b=1} b = -\frac{1}{2}$$

(مسئله‌های 86 و 87)

(عادل مسینی)

8- گزینه «4»

برای اینکه f در $x = -1$ مشتق‌پذیر باشد، لازم است پیوسته باشد، پس داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -a - 1 \\ f(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (-2x + b) = 2 + b \end{cases}$$



ریاضی پایه

گزینه 1 «1»

(کامیار علیپور)

ابتدا A را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{2^6 \times (3^3 \times 2 \times 5)^2}{3(3^2 \times 5^2)^4} \cdot \frac{2^6 \times 3^2 \times 2^2 \times 5^2}{3 \times 3^2 \times 5^2} \cdot \frac{1}{2^2} \cdot \frac{13}{2^2}$$

پس ریشه سیزدهم $2^{\frac{13}{2}}$ برابر است با $\sqrt{2}$

(ریاضی 1- توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی: صفحه‌های 54 تا 62)

گزینه 2 «2»

(ظاهر دراستانی)

$$\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{4-\sqrt{7}}}{\sqrt{3} + \sqrt{7} - 2} = \frac{\sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}} + \sqrt{\frac{8-2\sqrt{7}}{2}}}{\sqrt{3} + \sqrt{7} - 2}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{(\sqrt{7}-1)^2}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{3} + \sqrt{7} - 2}}$$

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{3}-1 + \sqrt{7}-1)}{\sqrt{3} + \sqrt{7} - 2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(ریاضی 1- توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی: صفحه 67)

گزینه 1 «1»

(شاهین پروازی)

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر عبارت $x^3 + y^3$ را تجزیه می‌کنیم.

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 + y^2 - xy) = (x+y)((x+y)^2 - 3xy)$$

برای پیدا کردن xy کافی است تساوی را به توان 2 برسانیم:

$$x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow x^2y + y^2x + 2xy\sqrt{xy} = 5$$

$$\Rightarrow xy(x+y) + 2xy\sqrt{xy} = 5 \xrightarrow{x+y=3} 2T^3 + 3T^2 - 5 = 0$$

$$\Rightarrow (T-1)(2T^2 + 5T + 5) = 0 \Rightarrow T = 1 \Rightarrow xy = 1$$

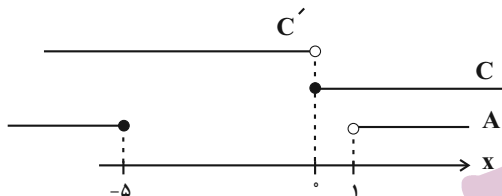
پس حاصل عبارت مورد نظر برابر است با:

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 27 - 9 = 18$$

(ریاضی 1- توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی: صفحه‌های 63 تا 65)

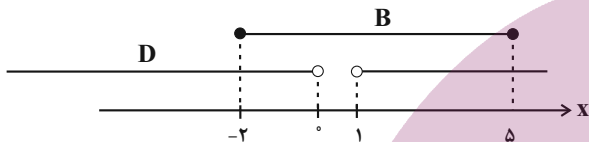
14- گزینه 3 «3» (عادل مسینی)

مجموعه‌های A و C در محور اعداد حقیقی به صورت زیر است:



پس مجموعه $A \cup C'$ برابر مجموعه $\mathbb{R} - [0, 1]$ است.

حال مجموعه‌های B و D در محور اعداد حقیقی به صورت زیر است:

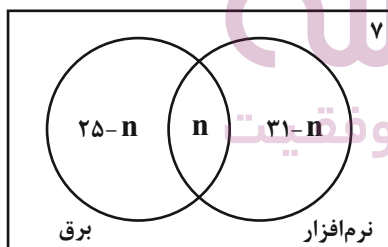


پس مجموعه $D - B$ برابر مجموعه $\mathbb{R} - [-2, 5]$ و طبیعتاً متمم آن بازه $[-2, 5]$ است.

(ریاضی 1- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های 3 تا 5)

15- گزینه 4 «4» (عادل مسینی)

نمودار ون زیر وضعیت این کلاس را در علاقمندی به رشته‌های برق و نرم‌افزار نمایش می‌دهد.



که n تعداد افراد علاقمند به هر دو رشته است.

این کلاس 43 نفر جمعیت دارد، پس داریم:

$$25 - n + n + 31 - n + 7 = 43 \Rightarrow n = 20$$

(ریاضی 1- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های 10 تا 13)

16- گزینه 2 «2» (ظاهر دراستانی)

تعداد نقاط شکل m برابر $n^2 + 4n$ می‌باشد. پس داریم:



19- گزینه «3» (نخستین خاصه‌شان)

ده جمله متوالی این دنباله را از a_{k-9} تا a_k در نظر می‌گیریم، داریم:

$$S_{10} = a_{k-9} + a_{k-8} + \dots + a_k = \frac{10}{2}(a_{k-9} + a_k)$$

جمله عمومی دنباله حسابی $a_1 + (n-1)d$ است. پس داریم:

$$S_{10} = 5[a_1 + (k-10)d + a_1 + (k-1)d]$$

در دنباله داده شده $a_1 = 2$ و $d = 3$ است.

$$\Rightarrow S_{10} = 5(6k - 29) = 335 \Rightarrow 6k - 29 = 67 \Rightarrow k = 16$$

یعنی مجموع جملات هفتم تا شانزدهم برابر 335 است.

(مسابان 1- پیر و معارله: صفحه‌های 2 تا 6)

20- گزینه «3» (عادل سینی)

جملات دنباله را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a_n : a_1, a_1q, a_1q^2, \dots, a_1q^{n-1}, \dots$$

که در آن $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ است. دنباله‌ای که جملات آن معکوس

جملات دنباله بالا باشد، به صورت زیر است:

$$b_n : \frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_1q}, \dots, \frac{1}{a_1} \left(\frac{1}{q}\right)^{n-1}, \dots$$

که داریم:

$$T_n = \frac{\frac{1}{a_1} \left(1 - \left(\frac{1}{q}\right)^n\right)}{1 - \frac{1}{q}} = \frac{1}{a_1q^{n-1}} \times \frac{q^n - 1}{q - 1} \Rightarrow T_n = \frac{S_n}{a_1a_n}$$

پس در این سؤال داریم:

$$T_{19} = \frac{S_{19}}{a_1a_{19}} = \frac{S_{19}}{18} \Rightarrow a_1a_{19} = 18$$

از طرفی می‌دانیم که در یک دنباله هندسی اگر $n + m = 2k$ باشد، رابطه

$$a_n a_m = a_k^2$$

پس داریم:

$$a_1a_{19} = a_{10}^2 = 18 \Rightarrow a_{10} = \pm 3\sqrt{2}$$

(مسابان 1- پیر و معارله: صفحه‌های 2 تا 6)

$$n^2 + 4n = 192 \Rightarrow n^2 + 4n - 192 = 0 \\ \Rightarrow (n-12)(n+16) = 0 \Rightarrow n = 12$$

در شکل دوازدهم 192 نقطه داریم.

(ریاضی 1- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های 17 و 18)

17- گزینه «4» (آمییر علیون)

ابتدا تعداد جملات منفی دنباله a_n را می‌یابیم:

$$a_n : n^2 - 7n + 10 = (n-5)(n-2) < 0 \Rightarrow 2 < n < 5$$

$$\Rightarrow n = 3, 4$$

پس a_n ، 2 جمله منفی دارد. این یعنی b_n هم باید دو جمله منفی داشته

باشد. پس داریم:

$$b_n < 0 \Rightarrow \begin{cases} a > 0: -2a < n < a \Rightarrow 2 < a \leq 3 \\ a < 0: a < n < -2a \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq a < -1 \end{cases}$$

پس حدود a مجموعه $\left[-\frac{3}{2}, -1\right) \cup (2, 3]$ است.

(ریاضی 1- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های 18 تا 20)

18- گزینه «4» (پوران طهرانیان)

ابتدا جملات سوم و هفتم را به دست می‌آوریم:

$$a_3 = 5(2)^{2-3} = \frac{5}{2}, a_7 = 5(2)^{2-7} = \frac{5}{32}$$

سه واسطه حسابی بین جملات a_3 و a_7 را $c-d$ ، c و $c+d$ در نظر

می‌گیریم که در آن d قدر نسبت دنباله حسابی به دست آمده است.

مجموعه سه واسطه برابر $3c$ است. اما طبق ویژگی‌های جملات متوالی و

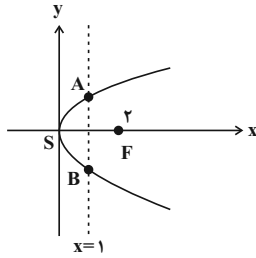
متساوی‌الفاصله در دنباله حسابی داریم:

$$2c = a_3 + a_7 \Rightarrow c = \frac{85}{64}$$

در نتیجه مجموع واسطه‌ها برابر $3c = \frac{255}{64}$ خواهد شد.

(ریاضی 1- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های 21 تا 23)

4a 8 ⇒ a = 2
 معادله سهمی: $F(h + a, k) = (2, 0)$



مکان هندسی نقاطی که از S و F به یک فاصله باشند، عمودمنصف پاره‌خط SF است، یعنی خط $x = 1$.
 از تقاطع این خط با سهمی داریم:

$$y^2 - 8x - x + 1 \Rightarrow y^2 = 8 \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{2}$$

نقاط برخورد: $A(1, 2\sqrt{2}), B(1, -2\sqrt{2})$

$$S_{SAB} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 1 = 2\sqrt{2}$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

25- گزینه «1» (سوکلر روشنی)

می‌دانیم کوچک‌ترین دایره‌ای که از دو نقطه ثابت می‌گذرد، دایره‌ای که آن دو نقطه، دو سر قطری از آن هستند. از طرفی با توجه به ویژگی مکان هندسی سهمی، فاصله هر نقطه واقع بر یک سهمی از کانون و خط هادی برابر است. پس در صورتی که شعاع دایره مورد نظر را با R نمایش دهیم، داریم:

$$2R = AF \quad |3 - 1| = 2 \Rightarrow R = 1$$

$$\Rightarrow \pi \times 1^2 = \text{مساحت دایره}$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 و 51)

26- گزینه «3» (امیرمسین ابومیبوب)

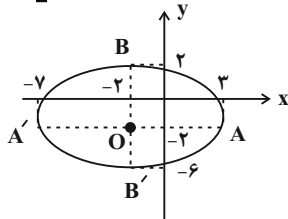
می‌دانیم بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه ثابت در این صفحه، مقدار ثابتی باشد. این دو نقطه ثابت کانون‌های بیضی به فاصله $2c$ از یکدیگر هستند و مقدار ثابت برابر $2a$ (طول قطر بزرگ بیضی) است. در این بیضی داریم:

$$MN \quad \sqrt{(-5-1)^2 + (-2+2)^2} = 6 \Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

$$2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

$$a^2 - b^2 + c^2 \Rightarrow 25 = b^2 + 9 \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$$

$$\text{مرکز بیضی: } O \quad \frac{M+N}{2} = (-2, -2)$$



مطابق شکل نقاط $A(3, -2)$ و $A'(-7, -2)$ دو سر قطر بزرگ و نقاط $B(-2, 2)$ و $B'(-2, -6)$ دو سر قطر کوچک بیضی هستند. بنابراین خط $y = 3$ در هیچ نقطه‌ای با این بیضی برخورد نمی‌کند.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 47 و 48)

هندسه 3

22- گزینه «2»

(امیرمسین ابومیبوب)

$$\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{4} \xrightarrow{2 \cdot \text{مربع}} \frac{c^2}{a^2} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow a^2 = 8c^2 \quad (1)$$

$$a^2 - b^2 + c^2 \xrightarrow{(1)} 8c^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 = 7c^2 \Rightarrow b = \sqrt{7}c$$

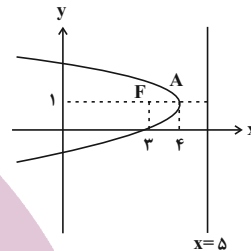
$$\Rightarrow 2b = \sqrt{7}(2c)$$

یعنی طول قطر کوچک بیضی، $\sqrt{7}$ برابر فاصله کانونی آن است.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 47 تا 49)

22- گزینه «4» (افشین فاضله‌فان)

این منحنی، یک سهمی با کانون $F(3, 1)$ و خط هادی به معادله $x = 5$ است.



سهمی رو به چپ باز می‌شود و رأس آن دقیقاً وسط پاره‌خط عمود از کانون بر خط هادی، یعنی نقطه $A(4, 1)$ قرار دارد. در این صورت داریم:

$$a = 1$$

$$\text{معادله سهمی: } (y - 1)^2 = -4(x - 4)$$

برای پیدا کردن نقاط تلاقی سهمی با محور y ها، در معادله سهمی $x = 0$ را

$$\text{جایگذاری می‌کنیم: } (y - 1)^2 = -4(0 - 4) \Rightarrow (y - 1)^2 = 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y - 1 = 4 \Rightarrow y = 5 \\ y - 1 = -4 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

$$5 + (-3) = 2$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

23- گزینه «4» (امیرمسین ابومیبوب)

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف تبدیل می‌کنیم و سپس معادله خط هادی آن را به دست می‌آوریم.

$$x^2 - 6x - 8y + 25 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x = 8y - 25$$

$$\xrightarrow{+9} x^2 - 6x + 9 = 8y - 16 \Rightarrow (x - 3)^2 = 8(y - 2)$$

سهمی قائم است و دهانه آن به طرف بالا باز می‌شود.

$$\text{رأس سهمی: } A(3, 2) \quad \text{و} \quad 4a = 8 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{معادله خط هادی: } y - k - a = 2 - 2 \Rightarrow y = 0$$

خط $y = 0$ (محور x ها) خط هادی سهمی است، پس نقطه $(-1, 0)$ روی این خط قرار دارد.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

24- گزینه «3» (فرشاد صریقی‌فر)

سهمی افقی است و دهانه آن رو به راست باز می‌شود. در این سهمی داریم:

$$\text{رأس سهمی: } S(0, 0)$$



گزینه 1»

(اسمدرضا فلاح)

می دانیم در یک سهمی که دهانه آن به سمت بالا است، اگر رأس $A(h, k)$ سهمی باشد، آنگاه خط h محور x ، نقطه $F(h, k+a)$ کانون و خط $y = k-a$ خط هادی است که a فاصله کانونی سهمی نامیده می شود. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} h = 2 \\ k - a = -2 \end{cases}$$

معادله این سهمی به صورت $(x-2)^2 = 4a(y-k)$ است. مختصات نقطه N را در معادله سهمی قرار می دهیم:

$$(4-2)^2 = 4a(0-k) \Rightarrow 4 = -4ak$$

$$\Rightarrow ak = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{k} \quad (1)$$

$$k - a = -2 \xrightarrow{(1)} k + \frac{1}{k} = -2 \Rightarrow k^2 + 2k + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (k+1)^2 = 0 \Rightarrow k = -1 \Rightarrow a = 1$$

بنابراین مختصات کانون سهمی به صورت زیر است:

$$F(2, -1+1) = (2, 0)$$

یعنی این نقطه روی محور x ها قرار دارد.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های 50 تا 53)

گزینه 2»

(سوگندر روشنی)

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف تبدیل می کنیم:

$$4y^2 + my = -48x + 143 \xrightarrow{+4} y^2 + \frac{m}{4}y = -12x + \frac{143}{4}$$

$$\Rightarrow y^2 + \frac{m}{4}y + \frac{m^2}{64} = -12x + \frac{143}{4} + \frac{m^2}{64}$$

$$\Rightarrow \left(y + \frac{m}{8}\right)^2 = -12 \left(x - \frac{\frac{143}{4} + \frac{m^2}{64}}{12}\right)$$

سهمی افقی است و دهانه آن به سمت چپ باز می شود. در این سهمی داریم:

$$\text{رأس سهمی } A \left(\frac{\frac{143}{4} + \frac{m^2}{64}}{12}, -\frac{m}{8} \right)$$

$$4a = 12 \Rightarrow a = 3$$

$$\text{کانون سهمی } F \left(\frac{\frac{143}{4} + \frac{m^2}{64}}{12} - 3, -\frac{m}{8} \right)$$

کانون سهمی روی محور y ها قرار دارد، پس داریم:

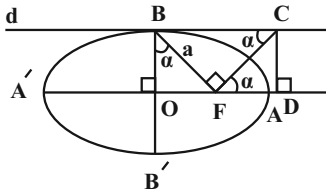
$$x_F = 0 \Rightarrow \frac{\frac{143}{4} + \frac{m^2}{64}}{12} = 3 \Rightarrow \frac{143}{4} + \frac{m^2}{64} = 36$$

$$\Rightarrow \frac{m^2}{64} = \frac{1}{4} \Rightarrow m^2 = 16 \Rightarrow m = \pm 4$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های 50 تا 56)

گزینه 2»

(سوگندر روشنی)



مطابق شکل دو مثلث OBF و BFC متشابه اند
 $(\widehat{OBF} = \widehat{FBC}, \widehat{O} = \widehat{F} = 90^\circ)$ و در نتیجه داریم:

$$\frac{OF}{BF} = \frac{BF}{BC} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{a}{BC} \Rightarrow BC = \frac{a^2}{c}$$

با توجه به اینکه $OD \parallel BC$ است، داریم:

$$\frac{AD}{AF} = \frac{OD - OA}{OA - OF} = \frac{\frac{a^2}{c} - a}{a - c} = \frac{a^2 - ac}{c(a - c)} = \frac{a(a - c)}{c(a - c)}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{a}{c} = \frac{1}{\frac{c}{a}} = \frac{1}{\frac{2}{2}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های 47 تا 49)

گزینه 1»

(اسمدرضا فلاح)

با توجه به خاصیت بازتابندگی بیضی، زاویه هایی که پاره خط های MF و MF' با خط d می سازند، برابر یکدیگر است، پس داریم:

$$\widehat{FMF'} = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$$

در مثلث قائم الزاویه OMF, FMF' میانه وارد بر وتر است، پس طول آن نصف طول وتر است و در نتیجه داریم:

$$OM = \frac{FF'}{2} \quad 2\sqrt{6} \Rightarrow FF' = 4\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow 2c = 4\sqrt{6} \Rightarrow c = 2\sqrt{6}$$

$$\text{خروج از مرکز: } \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \frac{2\sqrt{6}}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow a = 6$$

می دانیم مجموع فواصل هر نقطه واقع بر بیضی از دو کانون آن، برابر طول قطر بزرگ بیضی یعنی $2a$ است، پس با فرض $x = MF$ داریم:

$$MF + MF' = 12 \xrightarrow{MF = x} MF' = 12 - x$$

$$\Delta MFF': MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \Rightarrow x^2 + (12-x)^2 = (4\sqrt{6})^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 144 - 24x + x^2 = 96$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 24x + 48 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$\Delta = (-12)^2 - 4(24) = 48$$

$$x = \frac{12 \pm 4\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 + 2\sqrt{3} > 6 \quad | \text{یا} \\ x = 6 - 2\sqrt{3} < 6 \quad | \text{یا} \end{cases}$$

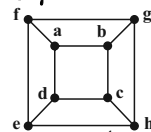
(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های 47 تا 50)



ریاضیات گسسته

گزینه 31

گزینه 1 که همان گراف C_8 با عدد احاطه گری 3 است و عدد احاطه گری گزینه‌های 2 و 4 نیز 3 است ولی عدد احاطه گری گزینه 3 برابر 2 است. $\gamma = 2 \Rightarrow \{a, h\}$: مجموعه احاطه گر



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های 44 تا 46)

گزینه 32

مجموعه احاطه گر مینیمال زیرمجموعه‌ای از رأس‌های گراف است که با حذف هر رأس از آن دیگر احاطه گر نباشد. با توجه به این تعریف، فقط مجموعه‌های $\{a, f, c\}$ و $\{c, f, h\}$ احاطه گر مینیمال هستند. مجموعه $\{a, e, d\}$ احاطه گر نیست و مجموعه $\{a, c, g\}$ با حذف رأس a هم‌چنان احاطه گر است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های 44 تا 47)

گزینه 33

گراف گفته شده در صورت سؤال C_5 است. که تعداد مجموعه‌های احاطه گر آن به صورت زیر است: $\binom{5}{2} - 5 = 5$ یعنی تمام مجموعه‌های دو عضوی احاطه گر هستند، به جز رئوسی که مجاورند.

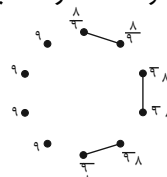
$$\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 10 + 5 + 1 = 16$$

یعنی تمام مجموعه‌های حداقل سه عضوی احاطه گر هستند. $5 + 16 = 21$ تعداد مجموعه‌های احاطه گر

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های 44 تا 51)

گزینه 34

گراف کامل مرتبه 10 دارای $\binom{10}{2} = 45$ یال است و این گراف 3 یال کمتر دارد، 3 یال را باید به گونه‌ای از k_{10} حذف کنیم که $\Delta = 9$ باقی بماند و $\delta = 8$ باشد. برای این منظور باید 3 یال را بدون رأس مشترک از k_{10} برداریم. واضح است 6 رأس با درجه $\delta = 8$ خواهیم داشت و 4 رأس با $\Delta = 9$ باقی می‌ماند. پس گراف مورد نظر 4 رأس درجه $p-1=9$ دارد که هر کدام می‌توانند مجموعه احاطه گر \min باشند.



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های 44 تا 51)

گزینه 35

ابتدا از میان شش نقطه داده شده، دو نقطه را به تصادف انتخاب می‌کنیم تا ضلع مشترک دو مثلث ایجاد شود. سپس از میان 4 نقطه باقی‌مانده، دو نقطه را انتخاب می‌کنیم تا رأس سوم دو مثلث را تشکیل دهند.

بنابراین تعداد مثلث‌ها برابر است با:

$$\binom{6}{2} \times \binom{4}{2} = 15 \times 6 = 90$$

(ریاضی 1 - شمارش برون شمردن: صفحه‌های 133 تا 140)

گزینه 1

اگر محسن و رضا و 3 نفر بین آن‌ها را یک بسته در نظر بگیریم خواهیم داشت: 3 نفر خارج بسته محسن _____ رضا

$$4! \times 2! \times \binom{6}{3} \times 3! = 24 \times 2 \times 20 \times 6 = 5760$$

(ریاضی 1 - شمارش برون شمردن: صفحه‌های 126 تا 140)

گزینه 37

ابتدا باید سه دانشکده را از میان 4 دانشکده انتخاب کنیم که این کار به 4 طریق امکان پذیر است. سپس از یکی از این 3 دانشکده 2 نفر و از 2 دانشکده دیگر هر کدام یک نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. با توجه به اینکه 3 حالت برای انتخاب دانشکده اول (دانشکده دارای دو عضو در تیم) وجود دارد، تعداد کل حالات ممکن برابر است با:

$$\binom{4}{3} \times 3 \times \binom{5}{2} \times \binom{5}{1} \binom{5}{1} = 4 \times 3 \times 10 \times 5 \times 5 = 3000$$

(ریاضی 1 - شمارش برون شمردن: صفحه‌های 133 تا 140)

گزینه 4

روش اول: با استفاده از ترکیب، می‌توان تعداد حالت‌ها را به دست آورد:

$$\binom{9}{2} \times \binom{7}{3} \binom{4}{4} = \frac{9!}{2!7!} \times \frac{7!}{3!4!} \times 1 = \frac{9!}{2!3!4!} = 1260$$

روش دوم: تعداد حالت‌ها با استفاده از قضیه جایگشت با تکرار برابر است با:

$$\frac{9!}{2!3!4!} = 1260$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 58 و 59)

گزینه 1

ابتدا چهار مکان از هفت مکان ممکن را برای ارقام زوج در نظر می‌گیریم. ارقام 0, 2, 4, 6 را تنها به یک حالت می‌توان به ترتیب صعودی در این چهار مکان قرار داد. ارقام 3, 5 نیز به $\frac{3!}{2!} = 3$ حالت در 3 مکان دیگر می‌توانند جابه‌جا شوند. بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{7}{4} \times 1 \times \frac{3!}{2!} = 35 \times 3 = 105$$

اما در این 105 حالت، حالت‌هایی هستند که رقم صفر، اولین رقم سمت چپ خواهد بود. تعداد این حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{6}{3} \times 1 \times \frac{3!}{2!} = 20 \times 3 = 60$$

بنابراین تعداد اعداد مطلوب برابر است با:

$$105 - 60 = 45$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 56 تا 58)

گزینه 4

ابتدا حروف بی صدا را به $\frac{6!}{2!}$ حالت قرار می‌دهیم و فضای خالی برای حروف صدادار 7 جایگاه است که 3 تای آن‌ها را انتخاب کرده و حروف صدادار به $\frac{3!}{2!} = 3$ حالت در آن‌ها جابه‌جا می‌شوند.

$$\frac{6!}{2!} \times \binom{7}{3} \frac{3!}{2!} = 360 \times 35 \times 3 = 37800$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 56 تا 58)

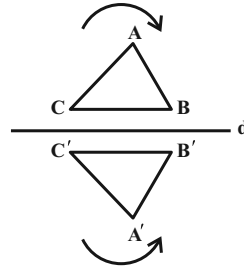


هندسه 2

گزینه 1» 41-

(امیرحسین ابومصوب)

انتقال، دوران و تجانس (مستقیم و معکوس) همواره جهت شکل‌ها را حفظ می‌کنند، ولی در بازتاب نسبت به خط، جهت شکل تغییر می‌کند. به عنوان مثال در شکل زیر رأس‌های A، B و C در جهت حرکت عقربه‌های ساعت قرار دارند ولی در بازتاب این مثلث نسبت به خط d، رأس‌های A'، B' و C' در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت قرار گرفته‌اند.



(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های 37 تا 51)

گزینه 2» 42-

(شایان عیاشی)

انتقال تبدیلی طولی است، پس شعاع دایره در انتقال تغییری نمی‌کند و $R' = 3$ است. نقطه O (مرکز دایره C) در این انتقال بر نقطه O' (مرکز دایره C') تصویر می‌شود، پس طول خط‌المرکزین دو دایره برابر طول بردار انتقال است، یعنی $OO' = 5$ بوده و در نتیجه داریم:

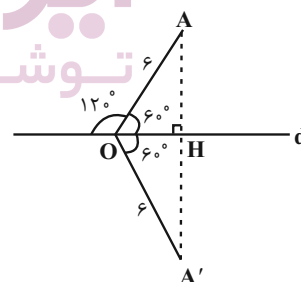
$$|R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع‌اند}$$

(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های 40 و 41)

گزینه 2» 43-

(امیرحسین ابومصوب)

مطابق شکل 60° \hat{AOH} است.



از طرفی بازتاب تبدیلی طولی است و اندازه زاویه‌ها و طول پاره‌خط‌ها در بازتاب ثابت باقی می‌ماند، بنابراین داریم:

$$OA' = OA = 6$$

$$\hat{AOA'} = 2\hat{AOH} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$$S_{\triangle OAA'} = \frac{1}{2} OA \times OA' \times \sin(\hat{AOA'}) = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های 37 تا 40)

گزینه 4» 44-

(سوام میمیری پور)

اگر O' مرکز دایره C' باشد، آنگاه نقاط O و O' دو طرف نقطه A هستند و داریم:

$$OO' = OA + O'A = OA + 3OA = 4OA$$

$$\Rightarrow OO' = 4 \times 6 = 24$$

$$R' = 3R = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} \quad \sqrt{24^2 - (2+6)^2} = \sqrt{576 - 64} = \sqrt{512} = 16\sqrt{2}$$

(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های 45 تا 51)

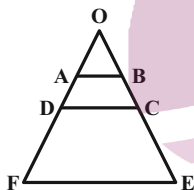
گزینه 1» 45-

(امیرحسین ابومصوب)

مطابق شکل فرض کنید امتداد ساق‌های AD و BC یکدیگر را در نقطه O خارج از دوزنقه قطع کنند. در این صورت نقطه O مرکز تجانسی است که دوزنقه ABCD را بر دوزنقه DCEF تصویر می‌کند. تحت این تجانس پاره‌خط AB بر پاره‌خط DC و پاره‌خط DC بر پاره‌خط FE تصویر می‌گردد. در نتیجه داریم:

$$\frac{AB}{DC} = \frac{DC}{FE} \Rightarrow \frac{2}{DC} = \frac{DC}{8} \Rightarrow DC^2 = 2 \times 8 = 16 \Rightarrow DC = 4$$

$$k \quad \frac{DC}{AB} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{بنابراین نسبت تجانس برابر است با:}$$

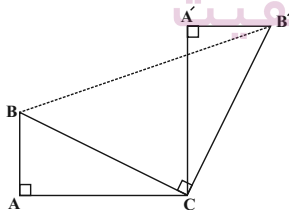


(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های 45 تا 51)

گزینه 3» 46-

(معمومه اکبری صمدت)

فرض کنید $AB = 2$ و $AC = 4$ باشد. در این صورت داریم:



$$\triangle ABC : BC^2 \quad AB^2 + AC^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow BC = 2\sqrt{5}$$

دوران تبدیلی طولی است، پس $B'C = 2\sqrt{5}$ است. از طرفی در دوران، زاویه بین هر پاره‌خط و تصویر آن، برابر با زاویه دوران است، پس

$$\hat{BCB'} = 90^\circ \quad \text{و در نتیجه مثلث } \triangle BCB' \text{ قائم‌الزاویه است. داریم:}$$

$$\triangle BCB' : BB'^2 \quad BC^2 + B'C^2 = 20 + 20 = 40 \Rightarrow BB' = 2\sqrt{10}$$

(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های 42 و 43)

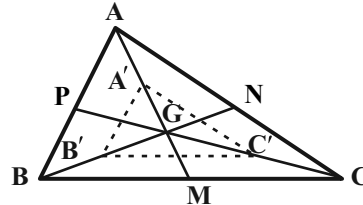


4- گزینۀ «1»

(مسین مایبلو)

فرض کنید نقطه G محل تلاقی میانه‌های مثلث ABC باشد. می‌دانیم میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را به نسبت 2 به 1 قطع می‌کنند، بنابراین داریم:

$$GA' = GA - AA' = \frac{2}{3}AM - \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3}AM$$



به‌طور مشابه $GB' = \frac{1}{3}BN$ است و داریم:

$$ABG : \frac{GA'}{GA} = \frac{GB'}{GB} = \frac{1}{2} \rightarrow A'B' \parallel AB$$

$$\rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{GA'}{GA} = \frac{1}{2}$$

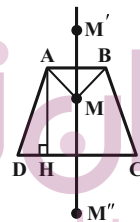
به‌طور مشابه $\frac{A'C'}{AC} = \frac{1}{2}$ و $\frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{2}$ است و در نتیجه دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند.

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های 40 و 41)

48- گزینۀ «3»

(امیر وفائی)



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AH(AB + CD)$$

$$\Rightarrow 65 = \frac{1}{2}AH(4 + 6)$$

$$\Rightarrow AH = 13$$

می‌دانیم ترکیب دو بازتاب نسبت به دو خط موازی معادل یک انتقال با برداری به‌طول دو برابر فاصله این دو خط است، بنابراین داریم:

$$MM'' = 2AH = 2 \times 13 = 26$$

(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: مشابه تمرین 4 صفحه 44)

49- گزینۀ «4»

(امیرمسین ابومصوب)

برای افزایش مساحت این قطعه زمین بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع پنج ضلعی ABCDE، کافی است بازتاب نقطه C را نسبت به خط گذرنده از نقاط B و D به‌دست آوریم. در این‌صورت دو مثلث BCD و $BC'D$ هم‌نهشت هستند. می‌دانیم اگر یکی از زوایای حاده در مثلث قائم‌الزاویه‌ای

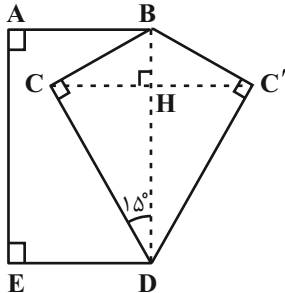
برابر 15° باشد، آن‌گاه طول ارتفاع وارد بر وتر در این مثلث، $\frac{1}{4}$ طول وتر است، پس داریم:

$$CH = \frac{1}{4}BD \quad \frac{1}{4} \times 10 = 2.5$$

$$S_{BC'D} = S_{BCD} = \frac{1}{2}CH \times BD = \frac{1}{2} \times 2.5 \times 10 = 12.5$$

با توجه به اینکه چهارضلعی ABDE مستطیل است، داریم:

$$S_{ABC'DE} = S_{ABDE} + S_{BC'D} = 5 \times 10 + 12.5 = 62.5$$



(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های 53 و 54)

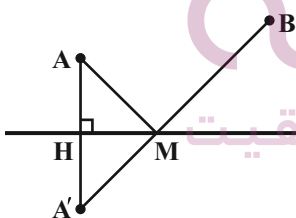
50- گزینۀ «2»

(امیر وفائی)

طبق روش هرون برای محاسبه طول کوتاه‌ترین مسیر، کافی است نقطه A' (بازتاب A نسبت به خط d) را یافته و آن را به B وصل کنیم. محل تلاقی $A'B$ و خط d، همان نقطه مورد نظر M است. که کوتاه‌ترین مسیر AMB را ایجاد می‌کند و طول این مسیر دقیقاً برابر طول پاره‌خط $A'B$ است.

$$m_d = \frac{1}{4} \Rightarrow m_{AA'} = 4$$

$$AA' \text{ معادله: } y - 2 = 4(x - 2) \Rightarrow y = 4x - 6$$



$$8y + 2x - 3 = 0 \Rightarrow 8(4x - 6) + 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 34x = 51 \Rightarrow x = \frac{51}{34} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = 0$$

بنابراین $H(\frac{3}{2}, 0)$ تصویر A روی خط d است و داریم:

$$H = \frac{A + A'}{2} \Rightarrow A' = 2H - A = (3, 0) - (2, 2) = (1, -2)$$

$$AMB \text{ طول کوتاه‌ترین مسیر } A'B = \sqrt{(7-1)^2 + (6+2)^2}$$

$$\sqrt{100} = 10$$

(هنرسه 2- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه 54)



آمار و احتمال - اختیاری

51- گزینه «1» (سیرممد رضا مسینی فر) گزینه «1»

با استفاده از قوانین گزاره‌ها داریم:

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv \sim (p \wedge \sim q) \vee (p \vee q)$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \vee (p \vee q) \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 6 تا 13)

52- گزینه «4» (فرشاد فرامرزی) گزینه «4»

گزاره شرطی تنها در صورتی نادرست است که مقدم آن درست و تالی آن نادرست باشد. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} p \vee r \equiv F \Rightarrow (p \equiv F) \wedge (r \equiv F) \\ (\sim p \Leftrightarrow q) \equiv T \end{cases}$$

از طرفی گزاره دو شرطی در صورتی درست است که دو طرف آن هم ارزش باشند. از آنجا که $\sim p \equiv T$ ، بنابراین: $q \equiv T$
بررسی گزینه‌ها:

1) $(p \equiv F) \wedge (q \equiv T) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv F$

2) $(q \equiv T) \wedge (r \equiv F) \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv F$

3) $(r \equiv F) \wedge (p \equiv F) \Rightarrow (r \vee p) \equiv F$

4) $(p \equiv F) \wedge (r \equiv F) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r) \equiv T$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 6 تا 13)

53- گزینه «4» (فرزانه قاکپاش) گزینه «4»

گزینه «1»: اگر $x=0$ انتخاب شود، به ازای هر $y \in A$ ، $xy=0$ است، پس این گزاره سوری درست است.

گزینه «2»: اگر $x=1$ انتخاب شود، به ازای هر $y \in A$ ، $xy=y$ است، پس این گزاره سوری درست است.

گزینه «3»: اگر $x=5$ انتخاب شود، به ازای هر $y \in A$ ، $x+y \geq 5$ است، پس این گزاره سوری درست است.

گزینه «4»: به ازای هر $x \in A$ ، اگر $y=0$ انتخاب شود، آنگاه $xy=0$ است که گزاره نمای $xy \geq 5$ را نقض می‌کند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 13 تا 15)

54- گزینه «3» (فرشاد فرامرزی) گزینه «3»

برای تساوی دو مجموعه داده‌شده، باید عضو 1 از مجموعه A با یکی از اعضای مجموعه B برابر باشد. داریم:

$$x=1 \Rightarrow \begin{cases} A = \{2,1,2\} = \{1,2\} \\ B = \{2,1\} = \{1,2\} \end{cases}$$

در نتیجه $A=B$.

$$1+x=1 \Rightarrow x=0 \Rightarrow \begin{cases} A = \{0,1,1\} = \{0,1\} \\ B = \{1,0\} = \{0,1\} \end{cases}$$

پس در این حالت نیز $A=B$ است، پس به ازای دو مقدار صحیح صفر و یک برای x، دو مجموعه A و B مساوی هستند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 23 تا 25)

55- گزینه «1» (امیر وغانی) گزینه «1»

هر مجموعه n عضوی دارای 2^n زیرمجموعه است، بنابراین مجموعه $A \cap B$ دارای 4 عضو است.

از آنجا که $A \cap B \subseteq B$ و $A \cap B \subseteq A$ است، پس مجموعه‌های A و B هر کدام حداقل 4 عضو دارند. برای ضرب دکارتی این دو مجموعه داریم:

$$n(A \times B) = 54 \Rightarrow n(A) \times n(B) = 54 \times 1 = 27 \times 2 = 18 \times 3 = 9 \times 6$$

با توجه به توضیحات فوق، تنها حالت ممکن برای دو مجموعه A و B آن است که یکی از دو مجموعه دارای 9 عضو و دیگری دارای 6 عضو باشد.

داریم: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 9 + 6 - 4 = 11$
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه 35)

56- گزینه «3» (سیر ممد رضا مسینی فر) گزینه «3»

گزینه «1»: نادرست است.



59- گزینه «2» (سیر ممبر رضا حسینی فرر)

دو مجموعه A و B غیر تهی هستند، بنابراین از رابطه $A \times B = B \times A$ نتیجه می‌شود $A = B$ است. دو حالت زیر برای تساوی دو مجموعه A و B امکان‌پذیر است:
حالت اول:

$$\begin{cases} x+1=3 \Rightarrow x=2 \\ 2-y=2 \Rightarrow y=0 \\ 2z+3=5 \Rightarrow z=1 \end{cases}$$

در این حالت $xyz=0$ است.
حالت دوم:

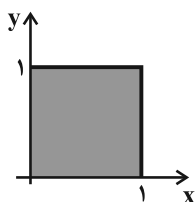
$$\begin{cases} x+1=3 \Rightarrow x=2 \\ 2-y=5 \Rightarrow y=-3 \\ 2z+3=2 \Rightarrow z=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

در این حالت $xyz=3$ است.
بنابراین بیشترین مقدار ممکن برای xyz ، برابر 3 است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: مشابه تمرین 5 صفحه 38)

60- گزینه «1» (سیر ممبر رضا حسینی فرر)

از طرفی می‌دانیم ناحیه $(A \times B) \cap (B \times A)$ همان ضرب دکارتی $(A \cap B) \times (A \cap B)$ است.
 $A \cap B = [-1,1] \cap [0,1] = [0,1]$
و مساحت ناحیه ضرب دکارتی $(A \cap B) \times (A \cap B)$ برابر یک است.



(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 35 تا 38)

$$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ A \subseteq B' \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cap A \subseteq B \cap B' \Rightarrow A \subseteq \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$$

گزینه «2»: نادرست است. دو مجموعه $A-B$ و $B-A$ جدا از هم هستند و رابطه $A-B \subseteq B-A$ در صورتی برقرار است که $A-B = \emptyset$ باشد، یعنی $A \subseteq B$.
گزینه «3»: درست است.

$$\left. \begin{matrix} A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B \\ A \cup B \subseteq A \cap B \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$$

گزینه «4»: نادرست است. دو مجموعه A و $B-A$ جدا از هم هستند و رابطه $B-A \subseteq A$ در صورتی برقرار است که $B-A = \emptyset$ باشد، یعنی $B \subseteq A$.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 23 تا 25)

57- گزینه «2» (امیرحسین ابومحبوب)

الف) عدد صفر به هیچ کدام از دو مجموعه A و B تعلق ندارد، پس این حالت یک افراز برای مجموعه اعداد صحیح نیست.
ب) عدد صفر به هر دو مجموعه A و B تعلق دارد، پس این حالت یک افراز برای مجموعه اعداد صحیح نیست.

پ) $A = \{1,2,3,\dots\}$ و $B = \{0,-1,-2,-3,\dots\}$

$$A \cup B = \{\dots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\dots\} = \mathbb{Z} \text{ و } A \cap B = \emptyset$$

این حالت یک افراز برای مجموعه اعداد صحیح محسوب می‌شود.
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه 21)

58- گزینه «3» (امیرحسین ابومحبوب)

$$\begin{aligned} (B-A') \cup (A-B) &= (B \cap A) \cup (A \cap B') & (A \cap B) \cup (A \cap B') \\ A \cap (B \cup B') &= A \cap U = A & (1) \\ (A'-B) \cup (B-A) &= (A' \cap B') \cup (B \cap A') \\ (A' \cap B') \cup (A' \cap B) &= A' \cap (B' \cup B) & A' \cap U = A' & (2) \\ (1) \cap (2) &\Rightarrow A \cap A' = \emptyset \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های 26 تا 34)

فیزیک 3

61- گزینه «1» (مفسر چندپلری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(الف) در طناب‌ها، تندی موج با شعاع طناب رابطه عکس دارد.

(ب) صوت موجی طولی است و راستای انتشار موج و راستای نوسان ذرات محیط، موازی هستند.

(ت) اشعه گاما از نوع امواج الکترومغناطیس است و انتقال انرژی آن مستقل از ذرات محیط است.

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 69 تا 80)

62- گزینه «3» (مسام تاری)

در یک موج سینوسی فاصله بین یک قله و دره همواره مضرب فردی از نصف طول موج است یعنی $\frac{\lambda}{2}(2n-1)$.

$$\Rightarrow 45 = (2n-1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{90}{2n-1} \text{ cm}$$

3 مقدار از مقادیر داده شده صدق می‌کنند.

$$\left. \begin{array}{l} n=1 \rightarrow \lambda=90\text{cm} \\ n=2 \rightarrow \lambda=30\text{cm} \\ n=3 \rightarrow \lambda=18\text{cm} \end{array} \right\}$$

$$\text{اگر } \lambda=15\text{cm} \Rightarrow 15 = \frac{90}{2n-1} \Rightarrow 2n-1=6 \Rightarrow n=\frac{7}{2}$$

پس طول موج نمی‌تواند 15cm باشد.

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 70 تا 72)

63- گزینه «2» (معمور منشوری)

چون موج در خلاف جهت محور x منتشر می‌شود، ذره M به سمت مرکز نوسان (پایین) حرکت می‌کند و در نتیجه حرکت آن تندشونده است و ذره N به سمت انتهای مسیر نوسان (بالا) حرکت می‌کند و در نتیجه حرکت آن کندشونده است. با توجه به آنکه تندی موج را نداریم، در نتیجه نمی‌توان درباره دوره (T) اظهار نظر کرد و همچنین با توجه به حرکت موج، ذره M

پس از گذشت $\frac{T}{12}$ به مرکز نوسان می‌رسد و تندی آن بیشینه می‌شود. برای

محاسبه طول موج خواهیم داشت:

$$\frac{3\lambda}{2} = 9 \Rightarrow \lambda = \frac{9 \times 2}{3} = 6\text{m}$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 70 تا 73)

64- گزینه «1» (مجتبی کلونیان)

ابتدا تندی انتشار موج را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{\rho V}{L}}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{\rho \pi r^2 L}{L}}} = \sqrt{\frac{F}{\pi r^2 \rho}} = \frac{v}{\pi r^2 \rho} \rightarrow v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

$$\frac{D}{\pi} = 3; \rho = 3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 3 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; F = 90\text{N}; D = 2\text{cm} = 2 \times 10^{-2}\text{m} \rightarrow v = \frac{2}{2 \times 10^{-2}} \sqrt{\frac{90}{(\pi)(3 \times 10^3)}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به شکل، طول موج و سپس دوره تناوب موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{5}{4} \lambda = 25\text{cm} \Rightarrow \lambda = 20\text{cm} = 2 \times 10^{-1}\text{m}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 2 \times 10^{-1} = 10T \Rightarrow T = 2 \times 10^{-2}\text{s}$$

با توجه به جهت انتشار موج، ذره M در حال بالا رفتن است. پس برای

دومین بار در مکان A - y اندازه شتاب ذره M بیشینه می‌شود یعنی

$$\text{در لحظه } t = \frac{3T}{4} \text{ این اتفاق رخ می‌دهد. پس:}$$

$$\Delta t = \frac{3T}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)(2 \times 10^{-2}) = \frac{3}{200} \text{ (s)}$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 72 تا 74)

65- گزینه «1» (محمدرعلی راست پیمان)

موج‌های الکتریکی و مغناطیسی هم‌فاز و عمود بر یکدیگر هستند. در 4T موج

الکتریکی و موج مغناطیسی بیشینه‌اند و به ترتیب در جهت مثبت y ها و منفی z ها

هستند. در 0/5T میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی وارون می‌شوند. میدان

الکتریکی بیشینه در جهت منفی محور y ها و میدان مغناطیسی بیشینه در

جهت مثبت محور z ها است.

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 74 و 75)

(پوریا علاقه‌مند)

68- گزینه «2»

با استفاده از تعریف شدت صوت و تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 2/4 = \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow 8 \times 0/3 = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 8 \log 2 = \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \log 2^8 = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2^8 = 256$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 80 و 81)

(مسعود قره‌فانی)

69- گزینه «2»

ابتدا نسبت شدت‌های صوت را به دست می‌آوریم:

$$\frac{6}{\beta_2 - \beta_1} = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 0/6 = \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 2 \times 0/3 = 2 \log 2 = \log 2^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 4$$

حال به کمک رابطه مقایسه‌ای، داریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow 4 = \left(\frac{r_1}{2r_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = 4 \times 4 = 16 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = 4 \Rightarrow f_2 = 4f_1$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 80 و 81)

(علیرضا گونه)

70- گزینه «2»

چون شنونده A با تندی ثابت به سمت آمبولانس می‌رود. در مدت زمان یکسان در مقایسه با شنونده ساکن با جبهه‌های موج بیش‌تری مواجه می‌شود و بسامد احساس آن بیش‌تر از بسامد واقعی می‌شود و چون شنونده B با تندی ثابت در حال دور شدن از آمبولانس است، در مدت زمان یکسان در مقایسه با شنونده ساکن با جبهه‌های موج کم‌تری مواجه می‌شود و در نتیجه بسامد احساسی آن کم‌تر از بسامد واقعی می‌شود و هم‌چنین چون آمبولانس ساکن است، لذا تجمع جبهه‌های موج در دو سوی آن یکسان بوده و در نتیجه طول موج دریافتی توسط هریک از دو شنونده با طول موج چشمه موج برابر است.

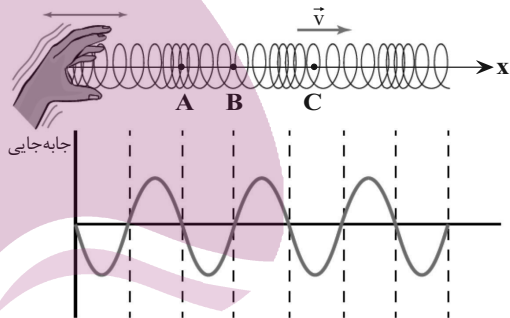
(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 81 تا 84)

(عباس اصغری)

66- گزینه «2»

با توجه به متن کتاب درسی، در یک لحظه از زمان، در مکان‌هایی که بیش‌ترین جمع‌شدگی یا بیش‌ترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است. در وسط فاصله بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور هم، اندازه جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل، بیشینه است.

بنابراین جابه‌جایی هر جزء فنر واقع در نقاط A و B از وضع تعادل صفر است و برای C بیش‌ترین جابه‌جایی را دارد. از طرف دیگر حلقه‌ها از وسط بازشدگی دور شده و به وسط جمع‌شدگی نزدیک شده‌اند. از آن‌جایی که جمع‌شدگی در سمت چپ نقطه C است بنابراین C به سمت چپ (خلاف جهت محور x) کشیده شده است. لذا $\Delta x_C < 0$ است.



(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه 77)

(بهنام رستمی)

67- گزینه «3»

طبق رابطه شدت صوت داریم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{P}{A} \frac{E}{t} \Rightarrow I = \frac{E}{A \cdot t} = \frac{E \propto A^2 f^2}{A \propto r^2} \Rightarrow I \propto \frac{A^2 f^2}{r^2}$$

$$\begin{cases} A_a = 6A_b & I_a = \left(\frac{f_a}{f_b} \times \frac{A_a}{A_b} \times \frac{r_b}{r_a}\right)^2 \\ f_b = 6f_a & \end{cases}$$

$$\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{6} \times \frac{6}{1} \times \frac{r_b}{30}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_b}{30} = \frac{1}{3} \Rightarrow r_b = \frac{30}{3} = 10m$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 80 و 81)

فیزیک 2

71- گزینه 2»

(بهنام رستمی)

$$C \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} = \frac{18}{6} = 3V$$

$$\Delta V = V = 3 \Rightarrow V_+ - V_- = 3 \Rightarrow V_+ - 6 = 3 \Rightarrow V_+ = 9V$$

(فیزیک 2 - الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

74- گزینه 4»

(سیرعلی میرنوری)

ساختمان خازن تغییری نکرده است، پس ظرفیت خازن ثابت است. در این صورت داریم:

$$U \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \xrightarrow{\text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^2$$

$$\frac{Q_2 \frac{6}{5} Q_1}{U_1} \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{36}{25} \quad (*)$$

از طرفی داریم:

$$U_2 - U_1 = 110 \rightarrow \begin{cases} U_2 = 360 \mu\text{V} \\ U_1 = 250 \mu\text{V} \end{cases} (*)$$

حال چون خازن در ابتدا به مولد 10 ولتی متصل است، داریم:

$$U_1 \frac{1}{2} C V_1^2 \Rightarrow 250 = \frac{1}{2} \times C \times (10)^2 \Rightarrow C = 5 \mu\text{F}$$

(فیزیک 2 - الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

75- گزینه 2»

(زهرا آقاممدری)

طبق رابطه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات خازن داریم:

$$E \frac{V}{d}$$

چون خازن به باتری متصل است، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است.

$$\frac{E_2}{E_1} \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\frac{V_1}{E_2} = \frac{V_2}{E_1} = 0/8} 0/8 = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\frac{C \frac{Q}{d}}{C_1} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = 0/8 \quad (1)$$

از طرفی طبق رابطه انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

72- گزینه 4»

(مسین قنبریلر)

با انتقال بار مثبت از صفحه منفی به صفحه مثبت، بار ذخیره شده خازن افزایش می‌یابد، زیرا بار صفحه منفی، منفی‌تر و بار صفحه مثبت، مثبت‌تر شده است. همچنین خواهیم داشت:

$$\uparrow Q = C V \uparrow$$

$$\uparrow E = \frac{V \uparrow}{d \downarrow}$$

$$\uparrow U = \frac{Q^2 \uparrow}{C \downarrow}$$

پس هر 4 پارامتر افزایش می‌یابد.

(فیزیک 2 - الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

73- گزینه 2»

(فسرو ارغوانی‌فر)

توجه داشته باشید که در حالت اول، نیروی وزن ذره با نیروی الکتریکی وارد بر آن خنثی می‌شود و ذره در حال تعادل است. چون خازن از مولد جدا شده است، بار آن ثابت می‌ماند و داریم:

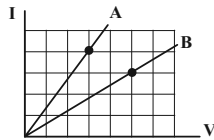
$$Q \quad C V \quad \frac{\epsilon_0 A}{d} V \Rightarrow V = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن نیز برابر است با:

$$E \quad \frac{V}{d} \quad \frac{Qd}{\epsilon_0 A d} \quad \frac{Q}{\epsilon_0 A} = S M Y$$

(زهره آقاممیری)

گزینه 3» -78



ابتدا دو نقطه از نمودار در نظر می‌گیریم و با توجه به قانون اهم، نسبت مقاومت دو سیم را به دست می‌آوریم:

$$R \quad \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{I_B}{I_A} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20} \quad (*)$$

اکنون با توجه به رابطه مقاومت رسانا برحسب مشخصات ساختمانی آن می‌توان نوشت:

$$R \quad \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\pi r^2} \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{9}{20} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times 2 \times \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 0/9$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 51 و 52)

(مسئله تدریسی)

گزینه 4» -79

طبق رابطه $U = RI^2t$ و با توجه به اینکه یکای فرعی انرژی و جریان به صورت $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$ و $\frac{C}{s}$ است، برای یکای فرعی مقاومت خواهیم داشت:

$$U = RI^2t \Rightarrow \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = [\Omega] \times \frac{C^2}{s^2} \times s \Rightarrow [\Omega] = \frac{kg \cdot m^2}{s \cdot C^2}$$

یکای مقاومت ویژه به صورت $\Omega \cdot m$ است.

$$\Rightarrow \text{یکای فرعی مقاومت ویژه} = \left[\frac{kg \cdot m^3}{s \cdot C^2} \right]$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 51 و 52)

(زهره آقاممیری)

گزینه 2» -80

با توجه به رابطه مقاومت ویژه برحسب دما داریم:

$$\rho_2 = \rho_1(1 + \alpha \Delta\theta) \Rightarrow \rho_2 - \rho_1 = \rho_1 \alpha \Delta\theta$$

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = \alpha \Delta\theta \Rightarrow \frac{28 \times 10^{-8} \Omega m - 20 \times 10^{-8} \Omega m}{20 \times 10^{-8} \Omega m} = \alpha \times 100$$

$$\Delta\theta = 100^\circ C$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{8}{2000} = 4 \times 10^{-3} \frac{1}{K}$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 52 تا 54)

$$U \quad \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{U_2}{U_1} = 0/8 \quad (2)$$

تغییر انرژی خازن برابر است با:

$$\Delta U = -1/6 mJ = -1/6 \times 10^3 \mu J$$

$$U_2 - U_1 = -1/6 \times 10^3 \xrightarrow{(2)} 0/2 U_1 = 1/6 \times 10^3$$

$$\Rightarrow U_1 = 8 \times 10^3 \mu J$$

$$U_1 \quad \frac{1}{2} C_1 V^2 \Rightarrow 8 \times 10^3 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-6} \times V^2$$

$$\Rightarrow V = 20V$$

(فیزیک 2 - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

(مسئله تدریسی)

گزینه 3» -76

در دمای ثابت حاصل $\frac{V}{I}$ برای یک مقاومت اهمی همواره ثابت است و برابر R یعنی مقدار مقاومت است.

$$A: \frac{V}{I} = \frac{1/6}{0/16} = \frac{2/4}{0/24} = \frac{3/2}{0/32} = 10 = SMY \Rightarrow \bar{A} \bar{A} \bar{A} \bar{A}$$

$$B: \frac{1/6}{0/16} \neq \frac{4/8}{0/24} \neq \frac{6/3}{0/3} \Rightarrow \bar{A} \bar{A} \bar{A} \bar{A} \bar{A} \bar{B}$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 49 تا 51)

(مسئله تدریسی)

گزینه 3» -77

موارد «ب» و «د» درست‌اند. صورت صحیح سایر موارد:

الف) دیود نوعی مقاومت غیر اهمی است.

ج) اغلب از ترمیستور بعنوان حسگر دما در مدارهای الکتریکی حساس به دما استفاده می‌شود.

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 49 تا 61)

(مسطحی کیانی)

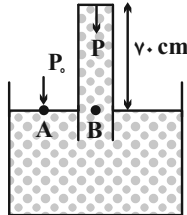
84- گزینه «1»

فشار جیوه بر ته بسته لوله را از پاسکال به سانتی متر جیوه تبدیل می کنیم:

$$P = \rho gh \Rightarrow 6750 \text{ Pa} = 13500 \times 10 \times h$$

$$h = 0.05 \text{ m} = 5 \text{ cm} \Rightarrow P'' = 5 \text{ cmHg}$$

چون ارتفاع جیوه‌ای که فشار 6750 Pa را ایجاد می کند برابر 5 cm است، بنابراین فشار وارد بر ته لوله 5 cmHg است.



مطابق شکل، فشار نقطه A برابر فشار نقطه B است. زیرا هم تراز در یک مایع اند. از طرف دیگر، فشار نقطه A برابر فشار هوا ($P_0 = P_A$) و فشار نقطه B برابر مجموع فشار ستون جیوه و فشاری که ته بسته لوله بر جیوه وارد می کند. بنابراین می توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{\text{atm}} + \rho gh_1 = P + \rho gh_2$$

$$\frac{P_{\text{atm}} + \rho gh_1}{\rho gh_2} = \frac{70 \text{ cmHg} + 5 \text{ cmHg}}{5 \text{ cmHg}} \Rightarrow P_0 = 70 + 5 \Rightarrow P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

(فیزیک 1 - ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های 32 تا 38)

(زهره آقاممیری)

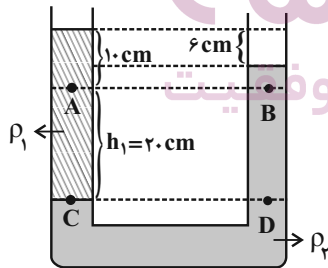
85- گزینه «1»

فشار در دو نقطه هم تراز C و D برابر است، بنابراین:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_A + \rho_1 gh_1 = P_B + \rho_2 gh_2$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = (\rho_2 - \rho_1) gh_2 \Rightarrow 400 = (\rho_2 - \rho_1) \times 10 \times 0.2$$

$$\Rightarrow \rho_2 - \rho_1 = 200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (1)$$



از طرفی در نقاط C و D همچنین می توان نوشت:

$$P_C = P_D \Rightarrow \rho_1 h_1' = \rho_2 h_2' \Rightarrow \rho_1 \times 30 = \rho_2 \times 24$$

$$\Rightarrow \rho_2 = 1.25 \rho_1$$

$$\xrightarrow{(1)} 0.25 \rho_1 = 200 \Rightarrow \rho_1 = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک 1 - ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های 32 تا 38)

فیزیک 1

81- گزینه «2»

با استفاده از رابطه فشار در شاره ها، داریم:

$$P_0 + \rho gh \Rightarrow \Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \frac{\Delta P'}{\Delta P} = \frac{\Delta h'}{\Delta h}$$

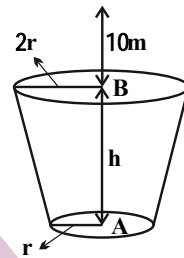
$$\Rightarrow \frac{P_8 - P_7}{P_7 - P_4} = \frac{h_8 - h_7}{h_7 - h_4} \Rightarrow \frac{P_8 - 1/94}{1/94 - 1/58} = \frac{8 - 7}{7 - 4}$$

$$\Rightarrow P_8 = 2/06 \text{ atm}$$

(فیزیک 1 - ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های 32 تا 40)

(پوریا علاقه مند)

82- گزینه «1»



$$F_A = F_B \Rightarrow P_A A_A = P_B A_B$$

$$\frac{r_B = 2r_A}{A_B = 4A_A} \Rightarrow P_A A_A = P_B 4A_A \Rightarrow P_A = 4P_B$$

$$\Delta P = \rho gh \Rightarrow P_A - P_B = \rho gh$$

$$\frac{P_A - 4P_B}{3} = \rho gh \Rightarrow 3(\rho g x) = \rho gh$$

$$\Rightarrow 3 \times 10 = h \Rightarrow h = 30 \text{ m}$$

(فیزیک 1 - ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های 32 تا 37)

(امیرمهر عبودی)

83- گزینه «3»

اگر فشار کل در کف ظرف (P) دو درصد افزایش یابد به 1/02P خواهد رسید.

20 سانتی متر مایع فشاری معادل 1/5 سانتی متر جیوه بر کف ظرف وارد می کند.

$$(\rho_1 h_1) = (\rho_2 h_2) \Rightarrow (1/0125)(20) = 13/5 h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 1/5 \text{ cm}$$

فشار کل برابر است با فشار حاصل از مایع به علاوه فشار هوا

$$P_1 = P_0 + P' \Rightarrow P_1 = 75 + 1/5 = 76/5 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = P_1 + P'' \xrightarrow{P_2 = 1/02 P_1} 1/02 P_1 = P_1 + P''$$

$$\Rightarrow 0/02 P_1 = P'' \xrightarrow{P_1 = 76/5 \text{ cmHg}}$$

$$P'' = (0/02 \times 76/5) \text{ cmHg}$$

حال برای پیدا کردن ارتفاع حاصل از مایع دوم، داریم:

$$(\rho'' h'') = (\rho_2 h_2) \Rightarrow (13/5)(0/02 \times 76/5) = \rho_2 h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{(13/5)(0/02)(76/5)}{0/2} = \frac{13/5 \times 76/5}{10} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow V_2 = A h_2 = 10 \times \frac{13/5 \times 76/5}{10} = 1032/75 \text{ cm}^3$$

(فیزیک 1 - ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های 32 تا 38)

از طرفی چون A شناور و B غوطه‌ور است، چگالی جسم A کمتر از چگالی مایع و چگالی جسم B برابر چگالی مایع است.

$$\begin{cases} \rho_A < \rho_1 \\ \rho_B = \rho_1 \end{cases}$$

اکنون اگر دو جسم را داخل مایع ρ_2 که $\rho_2 = \frac{3}{4}\rho_1$ است قرار دهیم، داریم:

$$\rho_2 < \rho_1 \rightarrow \rho_B = \rho_1 \rightarrow \rho_2 < \rho_B$$

پس جسم B داخل مایع ρ_2 پایین می‌رود و داریم: $F'_{bB} < mg$
چون $\rho_A < \rho_1$ و $\rho_2 < \rho_1$ است، پس سه حالت داریم: اگر $\rho_A = \rho_2$ باشد، در این حالت جسم A داخل مایع ρ_2 غوطه‌ور می‌شود، که در این صورت $F'_{bA} = mg$ خواهد شد. اگر $\rho_A < \rho_2$ باشد، در این حالت جسم A در سطح مایع ρ_2 شناور می‌شود، در این صورت باز هم $F'_{bA} = mg$ خواهد شد.

اگر $\rho_A > \rho_2$ باشد، جسم A داخل مایع به پایین می‌رود و داریم:

$$F'_{bA} < mg$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های 40 تا 43)

89- گزینه «3» (فسر و ارغوانی فرد)

حجم قسمت پایین ظرف برابر است با:

$$V_1 A_1 h_1 \Rightarrow 200 \times 10 \Rightarrow V_1 = 2000 \text{cm}^3 = 2L$$

با توجه به این که 3L مایع در ظرف ریخته‌ایم، بنابراین حجم مایع در قسمت بالایی ظرف برابر با 1L خواهد بود و در نتیجه ارتفاع مایع در قسمت بالایی ظرف برابر است با:

$$V_2 A_2 h_2 \Rightarrow 1000 = 100 h_2 \Rightarrow h_2 = 10 \text{cm}$$

بنابراین ارتفاع کل مایع در ظرف برابر است با:

$$h = h_1 + h_2 = 10 + 10 = 20 \text{cm}$$

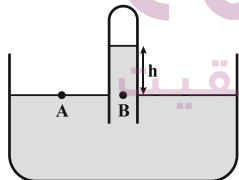
و در نتیجه اندازه نیرویی که از جانب مایع به کف ظرف وارد می‌شود، برابر است با:

$$F = PA_1 = \rho g h A_1 = 4 \times 10^3 \times 10 \times 20 \times 10^{-2} \times 200 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F = 160 \text{N}$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های 32 تا 40)

90- گزینه «2» (عبدالرشاد امینی نسب)



با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{A1} + P_{JA}$$

$$\Rightarrow 75 = 72/5 + P_{JA} \Rightarrow P_{JA} = 2/5 \text{cmHg}$$

حال ارتفاع ستون آبی را که فشاری معادل با $2/5 \text{cmHg}$ ایجاد می‌کند، می‌یابیم. داریم:

$$\rho_{JA} h_{JA} = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \Rightarrow 1 \times h_{JA} = 13/6 \times 2/5$$

$$\Rightarrow h_{JA} = 34 \text{cm}$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های 32 تا 40)

86- گزینه «2» (مهری سلطانی)

فشار کل در کف ظرف استوانه‌ای شکل برابر است با:

$$P_t = P_{\text{atm}} + P_0 \Rightarrow 86 \text{cmHg} = P_{\text{atm}} + 76 \text{cmHg}$$

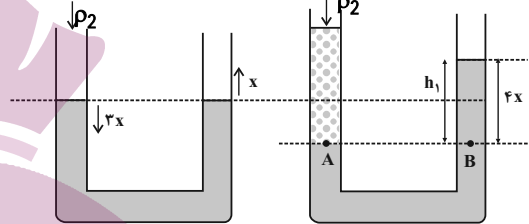
$$P_{\text{atm}} = 10 \text{cmHg}$$

مایع ρ_2 را به شاخه سمت چپ لوله U شکل اضافه می‌کنیم و چون سطح مقطع آن نصف سطح مقطع استوانه است، ارتفاع آن دو برابر می‌شود. از آنجا که جرم مایع (2) ثابت است، فشار مایع (2) برابر می‌شود با:

$$P'_2 = 2P_2 = 2 \times 10 = 20 \text{cmHg}$$

این فشار را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم:

$$P'_2 = 13600 \times 10 \times \frac{20}{100} = 27200 \text{Pa}$$



$$P_A = P_B \Rightarrow 27200 = 8000 \times 10 \times h_1$$

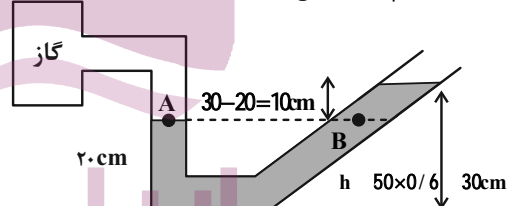
$$\Rightarrow h_1 = 0/34 \text{m}$$

$$h_1 = 4x \Rightarrow x = \frac{0/34}{4} = 0/85 \text{m} = 8/5 \text{cm}$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های 32 تا 38)

87- گزینه «1» (پوریا علاقه‌مند)

فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن برابر است، بنابراین:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_g = \rho g h$$

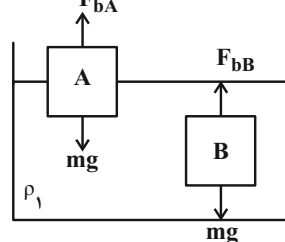
$$P_g = 2000 \times 10 \times \frac{10}{100} = 2000 \text{Pa}$$

(فیزیک 1 - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های 32 تا 40)

88- گزینه «3» (زهرا آقاممدری)

چون هر دو جسم داخل مایع ساکن‌اند، پس داریم:

$$F_b = mg \rightarrow m_A = m_B \rightarrow F_{bA} = F_{bB}$$





فیزیک 2

گزینه 2» 91-

(امسان مممری)

ابتدا به کمک ظرفیت و بار ذخیره شده، اختلاف پتانسیل میان دو صفحه خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = CV \Rightarrow V = \frac{20 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-6}} = 4V$$

حال به کمک رابطه $V = Ed$ ، بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات را محاسبه می‌کنیم:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{4}{10^{-3}} = 4 \times 10^3 \frac{V}{m}$$

(فیزیک 2- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

گزینه 2» 92-

(زهره آقامممری)

چون خازن از باتری جدا شده بار الکتریکی آن ثابت است. با خارج کردن دی‌الکتریک ظرفیت خازن کاهش می‌یابد در نتیجه طبق رابطه $Q = CV$ اختلاف پتانسیل دو سر خازن افزایش می‌یابد و ولت‌سنج عدد بیشتری نشان می‌دهد.

طبق رابطه $U = \frac{1}{2} QV$ با افزایش V ، انرژی خازن هم افزایش می‌یابد.

(فیزیک 2- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

گزینه 3» 93-

(مسعود قره‌فانی)

چون Q ثابت است برای به‌دست آوردن انرژی از رابطه $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ استفاده می‌کنیم.

از آنجایی که انرژی 4 برابر شده یعنی ظرفیت خازن (C) $\frac{1}{4}$ برابر شده است.

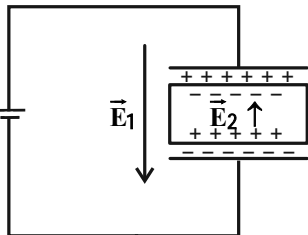
طبق رابطه $C = \frac{Q}{V}$ فقط به کمک گزینه 3 می‌توان ظرفیت را $\frac{1}{4}$ برابر کرد.

(فیزیک 2- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

گزینه 1» 94-

(غلامرضا ممبی)

با قرار دادن یک دی‌الکتریک در میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن، به بارهای مثبت و منفی دی‌الکتریک نیرو وارد شده و اتم‌های واقع در دی‌الکتریک دو قطبی می‌شوند. به طوری که در نهایت در مجاورت صفحه‌های خازن، روی سطوح دی‌الکتریک بارهای غیرهم‌نام با بار صفحه‌های خازن ایجاد می‌شود و جهت میدان در دی‌الکتریک مطابق شکل خواهد بود.



(فیزیک 2- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

گزینه 4» 95-

(زهره آقامممری)

چون خازن به مولد متصل است پس اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند. ولی با توجه به رابطه $C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{U}{\epsilon_0}}$ دی‌الکتریک κ برابر خواهد شد. در نتیجه با توجه به رابطه انرژی خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{U=12V} \Delta U = \frac{1}{2} (C_2 - C_1) V^2 = \frac{1}{2} (\kappa - 1) C_1 V^2$$

$$\xrightarrow{\frac{\kappa=3}{V=12V}} 2400 = \frac{1}{2} \times 2 \times C_1 \times 12^2 \Rightarrow C_1 = \frac{2400}{12 \times 12} = \frac{50}{3} \mu F$$

$$\Rightarrow C_2 = \kappa C_1 = 3 \times \frac{50}{3} = 50 \mu F$$

(فیزیک 2- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های 32 تا 40)

گزینه 4» 96-

(پوریا علاقه‌مند)

سه ثانیه اول یعنی $0s$ تا t_1 3s تا t_2

$$q_1 = (0)^2 - 2(0) + 4 = 4C$$

$$q_2 = (3)^2 - 2(3) + 4 = 9 - 6 + 4 = 7C$$

$$\rightarrow \Delta q = 7 - 4 = 3C$$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{3}{3} = 1A$$

(فیزیک 2- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 46 تا 48)



$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{L_A}{L_B} \times 4 \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{8}$$

(فیزیک 2- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 49 تا 52)

99- گزینه «4» (مسئله چندپلر)

ابتدا مقدار بار شارش یافته را به دست می‌آوریم:

$$I \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow 0/4 \times 10^{-3} = \frac{\Delta q}{25 \times 60} \Rightarrow \Delta q = 0/6 C$$

سپس اختلاف پتانسیل دو سر باتری را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{\Delta q} = \frac{2/4}{0/6} = 4V$$

در پایان پتانسیل الکتریکی قطب منفی باتری را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = V_+ - V_- \Rightarrow 4 = 12 - V_- \Rightarrow V_- = 8V$$

(فیزیک 2- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 46 تا 48)

100- گزینه «3» (مسئله چندپلر)

با توجه به رابطه $R = \frac{\rho \cdot L}{A}$ ابتدا رابطه بین طول‌های سیم‌های A و B را

پیدا می‌کنیم. اگر شعاع r و حجم باشد:

$$V_A = 2V_B \Rightarrow \pi r^2 L_A = 2(\pi(r^2 - \frac{r^2}{4})L_B)$$

$$\Rightarrow L_A = \frac{3}{2}L_B$$

در نتیجه برای مقاومت‌ها خواهیم داشت:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = 1 \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{\pi[r^2 - (\frac{r}{2})^2]}{\pi r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$$

(فیزیک 2- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 51 و 52)

97- گزینه «1» (پوریا علاقه‌مند)

فقط پ درست است.

بررسی غلط بودن سایر گزینه‌ها:

الف) با افزایش نور $R \leftarrow I \uparrow$

ب) دیود فقط جریان را در یک جهت عبور می‌دهد.

ت) ترمیستور به دما حساس است.

(فیزیک 2- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 49 تا 61)

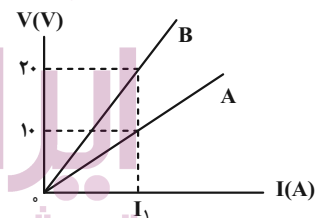
98- گزینه «3» (مصطفی کیانی)

ابتدا نسبت مقاومت A به مقاومت B را می‌یابیم. با توجه به نمودار، به ازای

جریان I_1 ، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها برابر $10V$ و V_A

$20V$ است. بنابراین، با استفاده از قانون اهم داریم:

$$I_1 \frac{V_A}{R_A} = \frac{V_B}{R_B} \Rightarrow \frac{10}{R_A} = \frac{20}{R_B} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

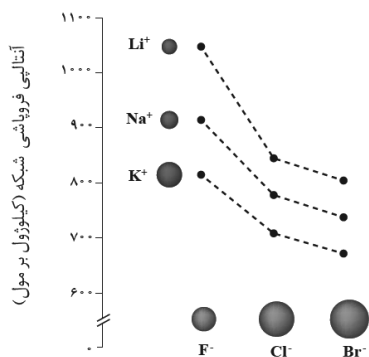


از طرف دیگر، بنا به رابطه $R = \frac{\rho \cdot L}{A}$ و با توجه به اینکه $A = \pi \frac{D^2}{4}$

است، داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 \xrightarrow{\rho_A = \rho_B} \frac{D_A}{D_B} \times \frac{1}{2} \times \frac{D_B}{D_A}$$

$$\frac{1}{2} = 1 \times \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{D_B}{\frac{1}{2}D_B}\right)^2$$



(شیمی 3- صفحه 80)

(امیر غامیان)

104- گزینه «3»

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست

ب) نادرست، بهره‌گیری از انرژی خورشیدی برای تولید برق کاهش ردپای زیست محیطی را به دنبال دارد اما مقدار آن را به صفر نمی‌رساند.

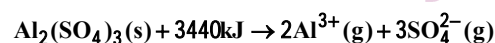
پ) نادرست، شاره‌ای که باعث حرکت توربین می‌شود، بخار آب بسیار داغ است.

ت) نادرست، آینه‌ها پرتوهای خورشیدی را منعکس می‌کنند (انرژی آن را جذب نمی‌کنند).

(شیمی 3- صفحه‌های 75 تا 77)

(ضمیر زینی)

105- گزینه «2»



$$? \text{kJ} \quad 3/01 \times 10^{22} \cdot \text{kg} \times \frac{1 \text{mol} \cdot \text{kg}}{6/02 \times 10^{23} \cdot \text{kg}} \times \frac{1 \text{mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{5 \text{mol} \cdot \text{kg}}$$

$$\times \frac{3440 \text{kJ}}{1 \text{mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} \quad 34 / 4 \text{kJ}$$

(شیمی 3- صفحه‌های 78 تا 81)

(علیرضا کیانی دوست)

106- گزینه «2»

بررسی برخی از عبارت‌ها:

شیمی 3

(یاسر اش)

101- گزینه «1»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «2»: در HCl، تراکم الکترون اطراف هسته اتم کلر بیشتر است.

گزینه‌های «3» و «4»: توزیع یکنواخت و متقارن الکترون‌ها در مولکول‌های دو اتمی جور هسته، نشانه ناقطی بودن مولکول است و گشتاور دو قطبی آن برابر صفر می‌شود.

(شیمی 3- صفحه‌های 73 و 74)

(علیرضا کیانی دوست)

102- گزینه «3»

عبارت اول نادرست است. زیرا با جانشینی یک اتم هیدروژن در مولکول کربن تتراکلرید به جای یک اتم کلر، مولکول حاصل قطبی می‌شود. اما با جانشینی دو اتم گوگرد به جای دو اتم اکسیژن در CO₂ همچنان مولکول ناقطی باقی می‌ماند.

عبارت دوم نادرست است. زیرا مولکول گوگردتری‌اکسید ناقطی و آمونیاک قطبی است و در مولکول آمونیاک توزیع بار الکتریکی اطراف اتم مرکزی (N) غیر یکنواخت و نامتقارن است.

عبارت چهارم نادرست است. زیرا شاره بخار داغ توربین را به حرکت در می‌آورد که برخلاف شاره‌های یونی اختلاف نقطه ذوب و جوش کمتری دارد.

(شیمی 3- صفحه‌های 73 تا 77)

(یاسر اش)

103- گزینه «3»

با توجه به نمودار زیر، آنتالپی فروپاشی شبکه LiCl از KF بیشتر است.

عبارت اول:

$$\text{Fe}_2\text{O}_3 \text{ \AA} [\text{kJ}] \frac{4}{5} \times 100 = 4/5$$

اما جرم آب در نمونه اولیه 16/3 گرم بوده است (چون 10 گرم از آن

تبخیر شده بود) پس:

$$\text{H}_2\text{O} \text{ \AA} [\text{kJ}] \frac{16}{3} \times 100 = 16/3$$

(شیمی 3- صفحه های 65 تا 68)

$$|\Delta H| = \left| \left(\frac{11}{7} \right) (787) - \left(\frac{29}{119} \right) (689) \right| = 14/85 \text{ kJ}$$

عبارت آخر نادرست است. زیرا Mg^{2+} چگالی بار بیشتری نسبت به

Ca^{2+} دارد و جاذبه قوی تری با O^{2-} برقرار می کند.

(شیمی 3- صفحه های 78 تا 81)

(امیر ماتیان)

110- گزینه «2»

(علی طرفی)

107- گزینه «3»

«موارد «ب» و «ت» نادرست است.» بررسی عبارت ها:

بررسی عبارت نادرست:

(الف) درست، در گرافیت هر اتم کربن (با 2 پیوند یگانه و یک پیوند دو گانه)

(ث) سازه فلزی مورد استفاده در ارتودنسی از جنس آلیاژ نیتینول است.

به 3 اتم کربن دیگر و در الماس هر اتم کربن (با 4 پیوند یگانه) به 4 اتم

(شیمی 3- صفحه های 85 تا 87)

کربن دیگر متصل است.

(ب) نادرست، میانگین آنتالپی $\text{Si}-\text{C}$ از $\text{C}-\text{C}$ کمتر است و سختی

(علی طرفی)

108- گزینه «1»

الماس بیشتر است.

گرافن دو بعدی ولی یخ سه بعدی است.

(پ) درست، هر چه تفاوت میان نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص بیشتر

(شیمی 3- صفحه های 70 و 71)

باشد، انرژی لازم برای شکستن پیوند بین اتم ها در حالت مایع بیشتر بوده و

این بدان معنی است که نیروی جاذبه میان ذرات سازنده آن بیشتر است.

(علی طرفی)

109- گزینه «2»

(ت) نادرست، در مولکول اوزون (O_3) همه اتم ها مشابه می باشند، اما اوزون

در اثر حرارت دادن 10 گرم از جرم آن کاسته می شود (10 گرم آب تبخیر

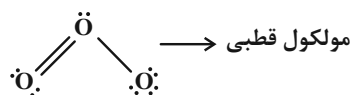
O_3) یک مولکول قطبی است زیرا روی اتم مرکزی جفت الکترون

می شود.) و جرم نهایی رُس برابر 90 گرم خواهد بود، پس داریم:

ناپیوندی وجود دارد.

$$7 \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{90} \times 100 \Rightarrow m_{\text{H}_2\text{O}} = 6/3 \text{ g}$$

$$5 \frac{m_{\text{Fe}_2\text{O}_3}}{90} \times 100 \Rightarrow m_{\text{Fe}_2\text{O}_3} = 4/5 \text{ g}$$



(شیمی 3- صفحه های 69، 70، 73 و 76)

دقت کنید که جرم Fe_2O_3 در نمونه اولیه نیز 4/5 گرم بوده است، پس:

شیمی 2

111- گزینه «3»

(امیر هاتمیان)

موارد «الف» و «ت» صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست

ب) نادرست: کمتر از ده درصد از نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف، پارچه، شوینده‌ها و ... به کار می‌رود.

پ) نادرست: ماده اولیه برای تهیه بسیاری از مواد و کالاهای صنایع گوناگون نقش دوم نفت خام در دنیای کنونی است.

ت) درست: روزانه بیش از 80/000/000 بشکه نفت خام در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود و هر بشکه نفت خام هم ارز 159 لیتر است.

$$8 \times 10^7 \times 159 \text{ L} = 1/272 \times 10^{10} \text{ L}$$

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صغه‌های 28 و 29)

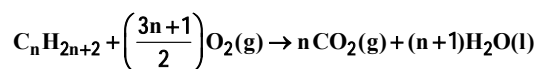
112- گزینه «1»

(ممد زینی)

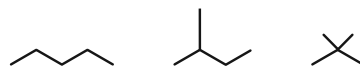
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول درست است. در آلکان‌ها، با افزایش جرم مولی، درصد جرمی هیدروژن و نیز فرآریت کاهش می‌یابد.

عبارت دوم درست است. در شرایط استاندارد (STP)، آب به حالت مایع است.



عبارت سوم درست است. $14n + 2 = 72 \Rightarrow n = 5$



پنتان 2-2- دی‌متیل پروپان 2-متیل بوتان

عبارت چهارم درست است.

تعداد پیوند اشتراکی در آلکان‌ها برابر $3n + 1$ است:

$$3n + 1 = 25 \Rightarrow n = 8 \Rightarrow \text{C}_8\text{H}_{18}$$

تعداد پیوند اشتراکی C-H در آلکان‌ها برابر $2n + 2$ است:

$$2(8) + 2 = 18$$

عبارت پنجم درست است. به ازای اضافه شدن هر اتم C، دو اتم H نیز به آلکان افزوده می‌شود، پس جرم مولی 14 واحد افزایش می‌یابد.

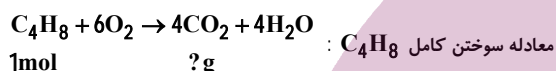
(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صغه‌های 32 تا 34)

113- گزینه «3» (امیر هاتمیان)

گاز متان با فرمول CH_4 و جرم مولی 16 g.mol^{-1} ساده‌ترین و اولین عضو خانواده آلکان‌ها است. بنابراین جرم مولی آلکان A که $3/5$ برابر جرم مولی متان است، برابر 56 گرم بر مول است.

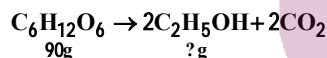
$14n$ جرم مولی آلکن و C_nH_{2n} فرمول عمومی آلکن‌ها

$$\rightarrow 14n = 56 \rightarrow n = 4$$



$$? \text{ g CO}_2 \quad 1 \text{ mol C}_4\text{H}_8 \times \frac{4 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_8} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 4 \times 44 \text{ g CO}_2$$

واکنش موازنه شده تخمیر گلوکز برای تولید سوخت سبز (اتانول)=



$$? \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH} \quad 90 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{2 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}$$

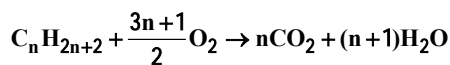
$$\frac{\text{CO}_2 \text{ } \text{g}}{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} \text{ } \text{g}} = \frac{4 \times 44}{46} = 3/8$$

نسبت مورد نظر:

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صغه‌های 22، 23، 36 و 39)

114- گزینه «3» (امیر هاتمیان)

واکنش سوختن آلکان:



جرم مولی H_2O 18 g.mol^{-1}

آلکان $\Rightarrow \text{C}_n\text{H}_{2n+2} \Rightarrow [\text{C}_n\text{H}_{2n+2}] = 14n + 2 \text{ g.mol}^{-1}$

$$\frac{18(n+1)}{14n+2} = \frac{3}{2} \Rightarrow n = 5 \Rightarrow \text{C}_5\text{H}_{12}$$

118- گزینه «2» (علی طرفی)

بررسی عبارت‌ها:

(آ) درست

(ب) نادرست، در آلکان‌ها، اتم‌های کربن (نه همه اتم‌ها) با چهار پیوند اشتراکی یگانه به چهار اتم دیگر متصل شده‌اند.

(پ) درست - ساده‌ترین عضو خانواده آلکان‌ها CH_4 و ساده‌ترین عضو خانواده آلکن‌ها C_2H_4 می‌باشد.

(ت) نادرست، در واکنش گاز اتن با آب در حضور H_2SO_4 ، اتانول به دست می‌آید.

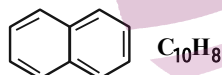
(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 32، 33 و 39 تا 41)

119- گزینه «2» (علی طرفی)

بررسی عبارت‌ها:

(آ) نادرست، نفتالن یکی از ترکیب‌های آروماتیک است و سیکلو آلکان محسوب نمی‌شود.

(ب) نادرست، دارای 5 پیوند کووالانسی دوگانه می‌باشد؛ در حالی که تعداد اتم‌های هیدروژن آن برابر 8 است.



(پ) درست

(ت) نادرست، به دو اتم کربن آن، هیدروژنی متصل نمی‌باشد.

(شیمی 2- صفحه 42)

120- گزینه «4» (علیرضا کیانی دوست)

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول نادرست است. بخش اعظم نیمی از نفت خام برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی به کار می‌رود.

عبارت سوم نادرست است. بخش عمده نفت خام را آلکان‌ها تشکیل می‌دهند.

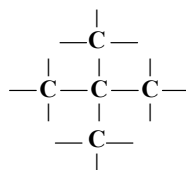
$$\frac{\text{C}-\text{H}}{\text{AK}\% \text{AO}} \leq 1 \quad \text{اگر } n=1 \text{ باشد، این نسبت 1 می‌شود.}$$

عبارت پنجم نادرست است. پس از جدا کردن نمک‌ها، اسیدها و آب، نفت خام را باقی‌مانده می‌کنند.

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 29، 31، 43 و 44)

چون آلکان دارای 5 کربن می‌باشد لذا آلکان مورد نظر باید پنتان یا یک ایزومر از آن باشد.

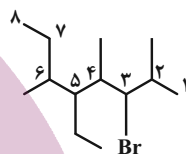
فقط گزینه «3» دارای 5 کربن در ساختار خود می‌باشد.



2, 2-دی‌متیل پروپان

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 36 تا 38)

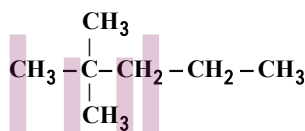
115- گزینه «3» (علی طرفی)



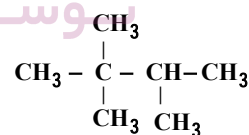
3- برم-5-اتیل - 2، 4، 6-تری‌متیل اوکتان

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 36 تا 38)

116- گزینه «2» (روزبه رضوانی)



2، 2-دی‌متیل پنتان



2، 3-تری‌متیل بوتان

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 36 تا 38)

117- گزینه «4» (علی طرفی)

گاز اتن اولین عضو خانواده آلکن‌هاست نه دومین عضو!

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 39 تا 41)

شیمی 1

121- گزینه «3» (علیرضا کیانی دوست)

بررسی عبارت نادرست:

عبارت اول، اتم‌های برانگیخته پرنرژی و ناپایدارند و تمایل دارند با از دست دادن انرژی به حالت پایدارتر و در نهایت به حالت پایه بازگردند.

(شیمی 1- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های 26 و 27)

122- گزینه «2» (اسرار راش)

هرچه مجموع $(n+1)$ زیرلایه‌ای کمتر باشد، انرژی آن نیز کمتر است. در صورتی که مجموع $(n+1)$ برای دو زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه‌ای که n کوچکتری دارد، به هسته نزدیک‌تر بوده و انرژی کمتری دارد.

(شیمی 1- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های 30 و 31)

123- گزینه «1» (روزبه رضوانی)

تنها عبارت «پ» درست است. بررسی عبارت‌ها:

الف) حداکثر شمار الکترون‌ها در هر زیرلایه برابر $4l+2$ و برای هر لایه $2n^2$ است.

ب) $n+1$ برای $6s$ و $4f$ به ترتیب برابر 6 و 7 است، پس $4f$ دیرتر از $6s$ پر می‌شود.

پ) ${}_{32}\text{Ge}: 1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^{10}, 4s^2, 4p^2$

ت) ${}_{14}\text{X}: 1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^2$ عنصر بالای

${}_{24}\text{Cr}: 1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^5, 4s^1 \Rightarrow \begin{matrix} d \rightarrow 5e^- \\ s \rightarrow 7e^- \end{matrix}$

(شیمی 1- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های 27 تا 34)

124- گزینه «3» (اسرار راش)

حداکثر گنجایش الکترونی یک لایه الکترونی (n) ، برابر $2n^2$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «1»: حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه $4l+2$ به دست می‌آید.

گزینه «2»: در مدل کوانتومی اتم به هر نوع زیرلایه یک عدد کوانتومی نسبت

می‌دهند. این عدد کوانتومی با نماد l نشان داده شده و عدد کوانتومی فرعی

نامیده می‌شود. مقادیر معین و مجاز آن به صورت زیر است:

$$l = 0, 1, \dots, n-1$$

گزینه «4»: نماد هر زیرلایه معین با دو عدد کوانتومی مشخص می‌شود؛ به

دیگر سخن هر زیرلایه را می‌توان با نماد nl نمایش داد؛ برای نمونه در

زیرلایه $2p$ ، $n=2$ و $l=1$ است.

(شیمی 1- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های 27 تا 34)

125- گزینه «2» (علیرضا کیانی دوست)

با توجه به اطلاعات ارائه شده عنصر X همان ${}_{35}\text{Br}$ است.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت سوم نادرست است. شمار جفت الکترون‌های جفت شده عنصر در

آرایش الکترون - نقطه‌ای این عنصر برابر 3 است.

(شیمی 1- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های 33 تا 40)

126- گزینه «4» (روزبه رضوانی)

دوره 4 و گروه 15 $X \rightarrow$

دوره 4 و گروه 13 ${}_{31}\text{E} \rightarrow$

دوره 4 و گروه 5 ${}_{23}\text{A} \rightarrow$

دوره 2 و گروه 13 ${}_{5}\text{B} \rightarrow$

دوره 4 و گروه 17 ${}_{35}\text{F} \rightarrow$

دوره 2 و گروه 15 ${}_{7}\text{C} \rightarrow$

(شیمی 1- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های 27 تا 34)

(عمیر زنی)

129- گزینه «1»

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول درست است. آرایش الکترونی کروم مطابق قاعده آفبا به صورت

$[18 \text{Ar}]3d^4 4s^2$ است. اما روش‌های طیفسنجی پیشرفته اثبات کرد که

این آرایش الکترونی نادرست است و آرایش الکترونی درست کروم به

صورت $[18 \text{Ar}]3d^5 4s^1$ است.

عبارت دوم نادرست است. مطابق قاعده آفبا زیرپایه‌ای زودتر از الکترون

اشغال می‌شود که $(n+1)$ آن کوچک‌تر باشد.

عبارت سوم درست است.

عبارت چهارم نادرست است. بر اساس روش‌های طیفسنجی پیشرفته،

آرایش الکترونی ^{29}Cu به صورت $[18 \text{Ar}]3d^{10} 4s^1$ است نه قاعده آفبا.

(شیمی 1-کیهان؛ زاگانه الفبای هستی؛ صفحه‌های 27 تا 34)

(امیرمسین مسلمی)

130- گزینه «3»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «1»: مولکول MgO عبارت نادرستی است و MgO جزو

ترکیبات یونی است.

گزینه «2»: ترکیب یونی دوتایی، ترکیبی است که از دو نوع عنصر تشکیل

شده است، نه دو اتم!

گزینه «3»: فرمول شیمیایی کلسیم اکسید و آلومینیم نیتريد به صورت

CaO و AlN می‌باشد.

گزینه «4»: آرایش الکترون - نقطه‌ای هلیوم به صورت He است.

(شیمی 1-کیهان؛ زاگانه الفبای هستی؛ صفحه‌های 35 تا 39)

(امیر هاتمیان)

127- گزینه «2»

ابتدا عدد اتمی عنصر X را تعیین می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} n - e = 8 \xrightarrow{e \quad p-3} \\ n + p = 55 \end{array} \right\} \begin{array}{l} n - p = 5 \\ n + p = 55 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} p = 25 \\ n = 30 \end{array}$$

آرایش الکترونی عنصر X :

$$^{25}\text{X} : 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^5 / 4s^2 \left\{ \begin{array}{l} n=4 \\ l=0 \end{array} \right. = 7$$

الف) درست - تعداد e^- های با $l=0$ برابر 8 و تعداد الکترون‌های

با $l=2$ برابر 5 است پس داریم:

$$\frac{1 \cdot 0! \cdot 1! \cdot 1! \cdot e^{-j} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{1 \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot e^{-j} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{8}{5} = 1/6$$

ب) نادرست، آخرین زیرپایه $3d^4$ می‌باشد که دارای $\begin{cases} n=3 \\ l=2 \end{cases}$ است.

$$^{25}\text{X}^{3+} : 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^4$$

پ) درست، عنصر X در دوره 4 جدول تناوبی قرار دارد که با عنصر ^{19}K

هم دوره است چون K نیز متعلق به دوره چهارم جدول تناوبی است.

ت) نادرست - بیرونی‌ترین زیرپایه:

$$e^{-j} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \times \left(\frac{n+1}{4+0} \right) = 8$$

(شیمی 1-کیهان؛ زاگانه الفبای هستی؛ صفحه‌های 27 تا 34)

(امیرمسین مسلمی)

128- گزینه «3»

عناصر ^{24}Cr و ^{25}Mn دارای 5 الکترون در زیرپایه $3d$ خود هستند.

دقت کنید عنصر ^{35}Br و همه عناصر با عدد اتمی بزرگ‌تر از 25، بیش از

پنج الکترون در زیرپایه با $n+1=5$ خود دارند.

(شیمی 1-کیهان؛ زاگانه الفبای هستی؛ صفحه‌های 27 تا 34)

شیمی 2

131- گزینه 2»

(علی طرفی)

ششمین عضو از خانواده آلکانها هگزان (C_6H_{14}) می باشد.

بررسی عبارت ها:

(آ) نادرست، فرآریت هگزان با توجه به داشتن تعداد کربن بیشتر نسبت به پنتان، کمتر است.

(ب) درست

(پ) نادرست، با توجه به اینکه تعداد اتم های کربن هگزان از اوکتان کمتر می باشد، گرانی آن نیز کمتر است.

(ت) درست

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های 32 تا 36)

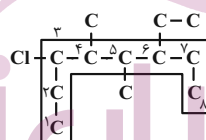
132- گزینه 2»

(روزبه رضوانی)

بررسی گزینه ها:

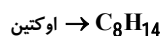
گزینه 1: با افزایش شمار اتم های کربن فرآریت کاهش می یابد.

گزینه 2: 3- کلو- 6 اتیل - 4، 5 - دی متیل اوکتان



گزینه 3: آلکانها چون ناقصی هستند در آب نامحلولند.

گزینه 4:»



(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های 32 تا 36، 41، 42)

133- گزینه 4»

(ممد عظیمیان زواره)

با توجه به فرمول عمومی آلکانها (C_nH_{2n+2}) آلکان مورد نظر پنتان

(C_5H_{12}) می باشد. تفاوت جرم مولی سیکلو هگزان (C_6H_{12}) با پنتان

(C_5H_{12}) برابر 12 گرم بر مول می باشد.

بررسی عبارت های درست:

(1) با توجه به فرمول مولکولی پنتان C_5H_{12} و بنزن C_6H_6 درست است.

(2) گاز فندک بوتان (C_4H_{10}) می باشد و در دمای اتاق و فشار 1 atm برخلاف پنتان حالت گازی دارد.

(3) شمار پیوندهای اشتراکی در پنتان و C_5H_{10} به ترتیب برابر 16 و 15 می باشد (شمار پیوندهای اشتراکی آلکان 1 واحد از شمار پیوندهای اشتراکی آلکن هم کربن خود بیشتر است).

(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های 35، 36، 39، 42)

134- گزینه 1»

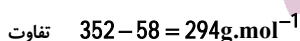
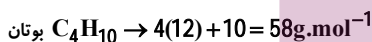
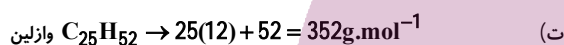
(روزبه رضوانی)

عبارت های «الف» و «ت» درست هستند. بررسی عبارت ها:

الف) درست است.

ب) اتانول تولید می شود نه اتان!

پ) بنزین سمی نیست! چون یک آلکان است.



(شیمی 2- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های 34، 35، 39، 41)

135- گزینه 3»

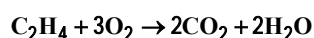
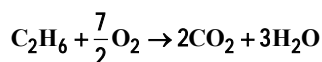
(ممد زهی)

مول اتان را X و مول اتن را Y در نظر می گیریم:

$$\left. \begin{array}{l} m_{C_2H_6} \quad 30x \Rightarrow m_C = 24x \\ m_{C_2H_4} \quad 28y \Rightarrow m_C = 24y \end{array} \right\} 84 = \frac{24x + 24y}{30x + 28y} \times 100$$

$$\Rightarrow y = 2/5x$$

حال واکنش سوختن اتن و اتان را نوشته و موازنه می کنیم:



به ازای مصرف X مول اتان، 2X مول گاز CO_2 تولید می شود.

(ممد رضا پورهاوید)

138- گزینه «4»

همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 43 تا 46)

(علی طرخی)

139- گزینه «2»

عبارت‌های «پ» و «ت» درست می‌باشند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) نفت خام مخلوطی از هیدروکربن‌ها (هم سیرشده و هم سیرنشده)، برخی

نمک‌ها، اسیدها، آب و ... است.

(ب) پس از جداکردن نمک‌ها، اسیدها و آب، نفت خام را پالایش می‌کنند.

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 43 تا 46)

(امیر غاتمیان)

140- گزینه «4»

بررسی سایر گزینه‌ها:

(1) نادرست، شکل درست: سوخت هواپیما به طور عمده از نفت سفید تهیه

می‌شود که شامل آلکان‌هایی با 22 تا 32 اتم هیدروژن است.

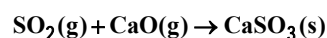
(2) نادرست، شکل درست: متان گازی سبک، بی‌بو و بی‌رنگ است که هرگاه

مقدار آن در هوای معدن به بیش از 5 درصد برسد احتمال انفجار وجود دارد.

(3) نادرست، شکل درست: یکی از راه‌های بهبود کارایی زغال‌سنگ به دام

انداختن گاز گوگرد دی‌اکسید خارج شده از نیروگاه‌ها با عبور گازهای خروجی

از روی کلسیم اکسید است.



(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 45 و 46)

به ازای مصرف $2/5x$ مول اتن، $5x$ مول گاز CO_2 تولید می‌شود. پس

نسبت شمار مول CO_2 حاصل از واکنش سوختن اتان به اتن برابر $\frac{2x}{5x}$ یا

$\frac{2}{5}$ خواهد بود.

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 32 تا 36 و 39 تا 41)

(علی طرخی)

136- گزینه «1»

بررسی عبارت‌ها:

$$1) \left\{ \begin{array}{l} \cdot q^1M: C_6H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{6} = 1 \\ \cdot \bar{A}H: C_2H_2 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{2}{2} = 1 \end{array} \right.$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} \cdot Hq \leftarrow \bar{A} \bar{H} \pm \bar{S} \bar{A} \bar{W}: C_6H_{12} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{12}{6} = 2 \\ \cdot \bar{A}H \bar{M}: C_4H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$3) \left\{ \begin{array}{l} \cdot q^1M: C_6H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{6} = 1 \\ \cdot \bar{A}H \bar{M}: C_{10}H_8 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$4) \left\{ \begin{array}{l} \cdot Hq \leftarrow \bar{A} \bar{H} \pm \bar{S} \bar{A} \bar{W}: C_6H_{12} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{12}{6} = 2 \\ \cdot \bar{A} \bar{H} \bar{M}: C_4H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$5) \left\{ \begin{array}{l} \cdot q^1M: C_6H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{6} = 1 \\ \cdot \bar{A}H \bar{M}: C_{10}H_8 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$6) \left\{ \begin{array}{l} \cdot Hq \leftarrow \bar{A} \bar{H} \pm \bar{S} \bar{A} \bar{W}: C_6H_{12} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{12}{6} = 2 \\ \cdot \bar{A} \bar{H} \bar{M}: C_4H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$7) \left\{ \begin{array}{l} \cdot q^1M: C_6H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{6} = 1 \\ \cdot \bar{A}H \bar{M}: C_{10}H_8 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$8) \left\{ \begin{array}{l} \cdot Hq \leftarrow \bar{A} \bar{H} \pm \bar{S} \bar{A} \bar{W}: C_6H_{12} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{12}{6} = 2 \\ \cdot \bar{A} \bar{H} \bar{M}: C_4H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$9) \left\{ \begin{array}{l} \cdot q^1M: C_6H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{6} = 1 \\ \cdot \bar{A}H \bar{M}: C_{10}H_8 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$10) \left\{ \begin{array}{l} \cdot Hq \leftarrow \bar{A} \bar{H} \pm \bar{S} \bar{A} \bar{W}: C_6H_{12} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{12}{6} = 2 \\ \cdot \bar{A} \bar{H} \bar{M}: C_4H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$11) \left\{ \begin{array}{l} \cdot q^1M: C_6H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{6} = 1 \\ \cdot \bar{A}H \bar{M}: C_{10}H_8 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$12) \left\{ \begin{array}{l} \cdot Hq \leftarrow \bar{A} \bar{H} \pm \bar{S} \bar{A} \bar{W}: C_6H_{12} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{12}{6} = 2 \\ \cdot \bar{A} \bar{H} \bar{M}: C_4H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$13) \left\{ \begin{array}{l} \cdot q^1M: C_6H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{6} = 1 \\ \cdot \bar{A}H \bar{M}: C_{10}H_8 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$14) \left\{ \begin{array}{l} \cdot Hq \leftarrow \bar{A} \bar{H} \pm \bar{S} \bar{A} \bar{W}: C_6H_{12} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{12}{6} = 2 \\ \cdot \bar{A} \bar{H} \bar{M}: C_4H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$15) \left\{ \begin{array}{l} \cdot q^1M: C_6H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{6} = 1 \\ \cdot \bar{A}H \bar{M}: C_{10}H_8 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$16) \left\{ \begin{array}{l} \cdot Hq \leftarrow \bar{A} \bar{H} \pm \bar{S} \bar{A} \bar{W}: C_6H_{12} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{12}{6} = 2 \\ \cdot \bar{A} \bar{H} \bar{M}: C_4H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$17) \left\{ \begin{array}{l} \cdot q^1M: C_6H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{6} = 1 \\ \cdot \bar{A}H \bar{M}: C_{10}H_8 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$18) \left\{ \begin{array}{l} \cdot Hq \leftarrow \bar{A} \bar{H} \pm \bar{S} \bar{A} \bar{W}: C_6H_{12} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{12}{6} = 2 \\ \cdot \bar{A} \bar{H} \bar{M}: C_4H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$19) \left\{ \begin{array}{l} \cdot q^1M: C_6H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{6} = 1 \\ \cdot \bar{A}H \bar{M}: C_{10}H_8 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$20) \left\{ \begin{array}{l} \cdot Hq \leftarrow \bar{A} \bar{H} \pm \bar{S} \bar{A} \bar{W}: C_6H_{12} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{12}{6} = 2 \\ \cdot \bar{A} \bar{H} \bar{M}: C_4H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$21) \left\{ \begin{array}{l} \cdot q^1M: C_6H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{6} = 1 \\ \cdot \bar{A}H \bar{M}: C_{10}H_8 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$22) \left\{ \begin{array}{l} \cdot Hq \leftarrow \bar{A} \bar{H} \pm \bar{S} \bar{A} \bar{W}: C_6H_{12} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{12}{6} = 2 \\ \cdot \bar{A} \bar{H} \bar{M}: C_4H_6 \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 32 تا 36 و 39 تا 42)

(ممد رضا پورهاوید)

137- گزینه «1»

بررسی عبارت‌ها:

(الف) در آلکن‌ها درصد جرمی کربن ثابت و برابر $86\% = 100 \times \frac{6}{7}$ است.

(ب) با افزایش تعداد اتم‌های کربن، تفاوت نقطه جوش دو آلکان متوالی کاهش می‌یابد.

(پ) با افزایش تعداد اتم‌های کربن شمار پیوندهای کووالانسی و گرانشی

افزایش می‌یابد.

(ت) با افزایش تعداد اتم‌های کربن، نقطه جوش افزایش می‌یابد.

(شیمی 2- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های 32 تا 36، 39 و 41)



حسابان 2 - اختیاری

141- گزینه «2»

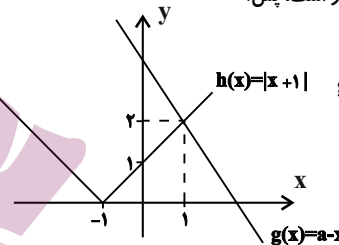
(مدرسین سلامی مسینی)

طبق تعریف تابع اکیداً نزولی، اگر $x_1 > x_2$ آن گاه $f(x_1) < f(x_2)$ ، پس داریم:

$$f\left(\frac{a-x+2}{2+|x+1|}\right) \geq f(1) \Rightarrow \frac{a-x+2}{2+|x+1|} \leq 1$$

$$\Rightarrow a-x+2 \leq 2+|x+1| \Rightarrow a-x \leq |x+1|$$

نامساوی اخیر به ازای $x \geq 1$ برقرار است، پس:



$$\begin{aligned} 2 &= a-1=2 \\ \Rightarrow a &= 3 \end{aligned}$$

(حسابان 2- تابع: صفحه‌های 15 تا 18)

142- گزینه «3»

(مدرسینار پیشوایی)

با استفاده از مربع دو جمله‌ای داریم:

$$f(x) = y \quad x^2 - 4x + a \Rightarrow y - a + 4 = (x-2)^2$$

$$\xrightarrow{x \geq 2} x-2 = \sqrt{y-a+4} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x-a+4}$$

با مقایسه با تابع داده شده خواهیم داشت:

$$2b - 2 \rightarrow b = 1$$

$$4b - a + 4 \xrightarrow{b=1} a = 0 \Rightarrow (a, b) = (0, 1)$$

(حسابان 1- تابع: صفحه‌های 57 تا 62)

143- گزینه «3»

(شهرام ولایی)

ابتدا برد f را به دست می‌آوریم: $R_f = \left[0, \frac{1}{2}\right]$

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{4}(4x - |4x|)} \Rightarrow R_f = \left[0, \frac{1}{2}\right]$$

خروجی f می‌شود ورودی g : پس برای پیدا کردن برد $g \circ f$ کافی است حاصل g

$$\text{را به ازای } 0 \leq x < \frac{1}{2} \text{ به دست آوریم.}$$

$$g(0) = 0$$

$$\Rightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq g(x) < \frac{1}{8} \Rightarrow R_{g \circ f} = \left[0, \frac{1}{8}\right)$$

(حسابان 1- تابع: صفحه‌های 66 تا 68)

144- گزینه «4»

(بابک سادات)

چون دامنه f : $x \geq 1$ است پس نیازی به قدر مطلق نیست و

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

برای تعیین دامنه g هم کافی است جلوی لگاریتم و زیر

رادیکال مثبت باشند:

$$x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 2 \text{ (I)}$$

$$x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \text{ (II)}$$

اشتراک (I) و (II) می‌شود $x > 2$ و داریم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$\{x \geq 1 \mid \sqrt{x-1} > 2\} \Rightarrow x > 5 \Rightarrow a = 5$$

حال نقطه تقاطع خط $y = 5$ را با تابع $f(x)$ می‌یابیم:

$$\sqrt{x-1} = 5 \Rightarrow x-1 = 25 \Rightarrow x = 26$$

(حسابان 1- تابع، توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های 66 تا 68 و 80 تا 85)

(بابک سادات)

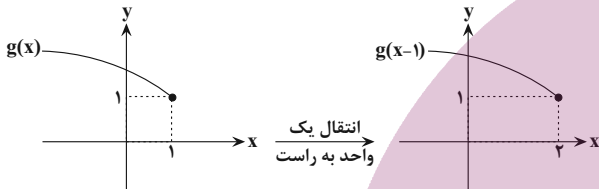
145- گزینه «2»

$$f^{-1} \circ f(x) = x, x \in D_f$$

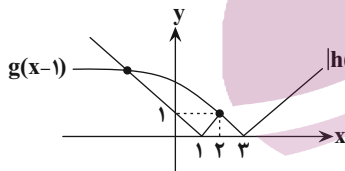
می‌دانیم:

$$g(x) = \sqrt{2 - f^{-1} \circ f(x)} = \sqrt{2 - x}, x \leq 1$$

بنابراین خواهیم داشت:



حال نمودار تابع انتقال یافته g و $|h(x)|$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



همان‌طور که در شکل بالا مشخص است، نمودار دو تابع همدیگر را در دو نقطه متمایز قطع می‌کنند.

(حسابان 2- تابع: صفحه‌های 1 تا 12)

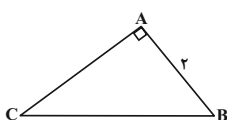
(پویان طهرانیان)

146- گزینه «3»

در مثلث ABC چون $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ و $0 < \hat{A}, \hat{B}, \hat{C} < 180^\circ$ از $\sin \hat{C} = \cos \hat{B}$ نتیجه می‌شود که $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}$ ولی چون

$$\hat{C} = 90^\circ + \hat{B} \text{ و رابطه } 45^\circ < \hat{B} < 90^\circ, \text{ پس } \cos \hat{B} = \frac{1}{5} < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

نمی‌تواند درست باشد، چون $\hat{C} > 135^\circ$ و جمع زوایا از 180° بیش‌تر خواهد شد. پس $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ و در نتیجه $\hat{A} = 90^\circ$ می‌باشد.



$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{2}{BC} \Rightarrow BC = 10$$



$$\min a - \left| -\frac{3}{4} \right| = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 1$$

از طرفی دوره تناوب تابع برابر 4π است، یعنی:

$$T \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

حال با توجه به مقادیر به دست آمده برای a ، حاصل $f\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{a - \frac{1}{2}}{\left| \frac{1}{2} \right|} \rightarrow f\left(\frac{7\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cos\left(\frac{\pm 7\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$-\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{-1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

$$\frac{a - \frac{1}{2}}{\left| \frac{1}{2} \right|} \rightarrow f\left(\frac{7\pi}{3}\right) = 1 - \frac{3}{4} \cos\left(\frac{\pm 7\pi}{6}\right) = 1 + \frac{3}{4} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$1 + \left(\frac{3}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 + \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

از بین مقادیر به دست آمده، فقط مقدار $1 + \frac{3\sqrt{3}}{8}$ در گزینه‌ها می‌باشد.

(مسئله 2- مثلثات: صفحه‌های 24 تا 29)

150- گزینه «1» (امیر وفائی)

با توجه به نمودار، بیش‌ترین مقدار تابع برابر صفر است. از طرفی $a > 0$ است.

چون اگر $a < 0$ باشد، بیش‌ترین مقدار تابع غیر صفر می‌شود. بنابراین:

$$a < 0 \rightarrow \frac{\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2}}{1} \rightarrow a(0) - c \neq 0$$

$$a(1) - c = 0 \Rightarrow a = c$$

دوره تناوب برابر $\frac{\pi}{2}$ است. پس:

$$\frac{\pi}{|b|} \frac{\pi}{2} \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = +2$$

کم‌ترین مقدار تابع به‌ازای $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ برابر صفر بدست می‌آید:

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x_A = \frac{\pi}{6}$$

مساحت مثلث OAB:

$$\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{6} \times |y_B| = \frac{\pi}{6} \Rightarrow |y_B| = 2 \Rightarrow y_B = -2$$

کم‌ترین مقدار تابع برابر 2- است، بنابراین:

$$a(0) - c = -2 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$a + b + c = 2 + 2 + 2 = 6$$

(مسئله 2- مثلثات: صفحه‌های 24 تا 29)

$$\text{از طرفی } AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 4 + AC^2 = 100$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

(ریاضی 1- مثلثات: صفحه‌های 29 تا 35)

147- گزینه «3» (لطم اجلائی)

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{3}$$

توجه کنید که

اگر به جای $\sin^2 x$ قرار دهیم $1 - \cos^2 x$ ، نتیجه می‌شود:

$$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = \frac{1}{3}$$

$$2\cos^2 x - \frac{4}{3} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{2}{3}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{3}{2}$$

در نتیجه

$$\Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$$

(ریاضی 1- مثلثات: صفحه‌های 42 تا 46)

148- گزینه «4» (سروش موثینی)

$$x - \frac{\pi}{2} \text{ در ربع چهارم است؛ } \frac{7\pi}{2} + x \text{ همان } \frac{3\pi}{2} + x \text{ و در ربع چهارم}$$

است؛ $x - 5\pi$ و $x + \pi$ هر دو ربع سوم هستند.

$$\frac{-\cos x - \sin x}{\frac{1}{\cos x} + \sin x + \cos^3 x} \rightarrow \frac{+\cos x}{+\cos x} \rightarrow \frac{-1 - \tan x}{\frac{1}{\cos^2 x} + \tan x + \cos^2 x}$$

$$\text{حالا با } \tan x = 2 \text{ داریم } \frac{1}{\cos^2 x} = 5 \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{5}$$

جواب می‌شود:

$$\frac{-1-2}{5+2+\frac{1}{5}} - \frac{-3}{36} - \frac{-5}{12}$$

(مسئله 1- مثلثات: صفحه‌های 98 تا 104)

149- گزینه «2» (سید یواز نظری)

نمودار تابع، بر خط $y = \frac{1}{4}$ مماس می‌باشد، بنابراین بیش‌ترین مقدار یا کم‌ترین

مقدار تابع برابر $\frac{1}{4}$ است. پس:

$$\max a + \left| -\frac{3}{4} \right| = \frac{1}{4} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$



هندسه ۳ - اختیاری

۱۵۱ - گزینه «۱»

(سروش موئینی)

$$A + I = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A + I)^{-1} = \frac{1}{2(5) - 2(3)} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(A + I) \text{ مجموع درایه‌های وارون } \frac{1}{4}(5 - 2 - 3 + 2) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۳، ۲۲ و ۲۳)

۱۵۲ - گزینه «۲»

(معدی غایی نژادریان)

$$AXB + C = D$$

$$\Rightarrow AXB = D - C \xrightarrow{A^{-1} \times} A^{-1}(AXB) = A^{-1}(D - C)$$

$$\Rightarrow \underbrace{(A^{-1}A)}_I XB = A^{-1}(D - C) \Rightarrow XB = A^{-1}(D - C)$$

$$\xrightarrow{\times B^{-1}} (XB)B^{-1} = A^{-1}(D - C)B^{-1}$$

$$\Rightarrow X \underbrace{(BB^{-1})}_I = A^{-1}(D - C)B^{-1}$$

$$\Rightarrow X = A^{-1}(D - C)B^{-1}$$

(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۱۵۳ - گزینه «۴»

(رضا عباس اصل)

$$B \quad A_1 + A_2 + \dots + A_{21} = \begin{bmatrix} 1 & n \\ n & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & n \\ n & 2 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 21 & n \\ n & 21 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1+2+\dots+21 & 21n \\ 21n & 1+2+\dots+21 \end{bmatrix}$$

با توجه به اینکه $1+2+\dots+21 = \frac{21(21+1)}{2} = 231$ است، داریم:

$$B = \begin{bmatrix} 231 & 21n \\ 21n & 231 \end{bmatrix}$$

اگر B وارون‌پذیر نباشد، باید داشته باشیم:

$$(231)^2 - (21n)^2 = 0 \Rightarrow (21n)^2 = (231)^2 \Rightarrow n = \pm \frac{231}{21} = \pm 11$$

$$\xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 11$$

(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۳، ۲۲ و ۲۳)

۱۵۴ - گزینه «۲»

(یاسین سپهر)

چون A ماتریس اسکالر است، بنابراین ماتریس مربعی می‌باشد. از طرفیضرب AB تعریف شده است، پس تعداد ستون‌های ماتریس A برابرتعداد سطرهای ماتریس B یعنی برابر ۳ می‌باشد. حال چون ماتریس A

اسکالر می‌باشد، پس به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$c_{22} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = 2a = -4 \Rightarrow a = -2$$

$$A \text{ مجموع درایه‌های قطر اصلی } a + a + a = 3a = 3(-2) = -6$$

(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۹)

۱۵۵ - گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

شرط وجود بی‌شمار جواب برای دستگاه آن است که:

$$\frac{k+1}{2} = \frac{5}{2k+3} = \frac{3}{k+2}$$

دو معادله از این دستگاه را انتخاب کرده و حل می‌کنیم. جواب‌های مشترک

دو معادله مقادیری از k را که به ازای آن دستگاه بی‌شمار جواب دارد،

مشخص می‌کند.

$$\frac{k+1}{2} = \frac{5}{2k+3} \Rightarrow (2k+3)(k+1) = 10 \Rightarrow 2k^2 + 5k + 3 = 10$$



(امیرمسین ابومیبوب)

گزینه «۱» - ۱۵۸

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -x & -1 \\ -1 & 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x-3 & 2x+3 & x+3 \\ x-3 & 2x+3 & x+3 \\ -x+3 & -2x-3 & -x-3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow x(x-3) - (2x+3) + x(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 2x - 3 + x^2 + 3x = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 3 = 0$$

اگر α و β ریشه‌های این معادله باشند، آنگاه داریم:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 1 \quad \text{و} \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} = \frac{1 - 2\left(-\frac{3}{2}\right)}{\left(-\frac{3}{2}\right)^2}$$

$$\frac{4}{9} + \frac{16}{9}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

کیوان (ارابی)

گزینه «۳» - ۱۵۹

$$(I - 2A)(I + \lambda A) = I \Rightarrow I^2 + (\lambda - 2)A - 2\lambda A^2 = I$$

$$\xrightarrow{-A^2} A \rightarrow I + (\lambda - 2)A - 2\lambda A = I \Rightarrow (\lambda - 2 - 2\lambda)A = \bar{0}$$

$$\Rightarrow (-2\lambda - 2)A = \bar{0} \xrightarrow{A \neq \bar{0}} -2\lambda - 2 = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{3}{2}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(امد رضا فلاح)

گزینه «۳» - ۱۶۰

$$A^2 - 2I \xrightarrow{\times 16} 16A^2 = 4AI \Rightarrow 16A^2 - 4AI = \bar{0}$$

$$\Rightarrow 16A^2 - 4AI = -I \Rightarrow (4A - 4I)(4A + 4I) = -I$$

$$\Rightarrow (4A + 4I)^{-1} = -(4A - 4I) = 4I - 4A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$$\Rightarrow 2k^2 + 5k - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\frac{k+1}{2} = \frac{3}{k+2} \Rightarrow (k+1)(k+2) = 6 \Rightarrow k^2 + 3k + 2 = 6$$

$$\Rightarrow k^2 + 3k - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -4 \end{cases}$$

پس تنها به ازای $k = 1$ ، دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

گزینه «۴» - ۱۵۶

(امیرمسین ابومیبوب)

کافی است دترمینان ضرایب دستگاه‌ها را به دست آوریم. در صورتی که

دترمینان به ازای مقدار یا مقادیری از k برابر صفر شود، دستگاه بی‌شمارجواب داشته یا فاقد جواب است. اگر ماتریس ضرایب هر دستگاه را با A

نمایش دهیم، آنگاه داریم:

گزینه «۱».

$$|A| \quad k(-1) - 2 \times 1 = 0 \Rightarrow -k - 2 = 0 \Rightarrow k = -2$$

گزینه «۲».

$$|A| \quad k^2 \times 4 - 1 \times 1 = 0 \Rightarrow 4k^2 - 1 = 0 \Rightarrow k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \pm \frac{1}{2}$$

گزینه «۳».

$$|A| \quad k \times k - 1 \times 4 = 0 \Rightarrow k^2 - 4 = 0 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$$

گزینه «۴».

$$|A| \quad k^2 \times 1 - 2 \times (-1) = 0 \Rightarrow k^2 + 2 = 0 \Rightarrow$$

ریشه حقیقی ندارد \Rightarrow به ازای تمامی مقادیر k ، جواب

منحصربه‌فرد دارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

گزینه «۱» - ۱۵۷

(امیرمسین ابومیبوب)

$$A^2 \begin{bmatrix} -\sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sin^2 \theta - \cos^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta \\ -2\sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta - \cos^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)



ریاضیات گسسته - اختیاری

گزینه 1» -161

(فرهاد و غایی)

$$[2x + 7]_7 = [11x + 5]_7 \Rightarrow 11x + 5 \equiv 2x + 7 \pmod{7} \Rightarrow 9x \equiv 2 \pmod{7} \Rightarrow 2x \equiv 2 \pmod{7}$$

$$\xrightarrow{+2} \frac{x \equiv 1 \pmod{7}}{(2,7) \ 1} \Rightarrow x^3 - 1 \equiv 1^3 - 1 \equiv 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 18 تا 22)

گزینه 4» -162

(مهرزاد ملونری)

مثال نقض گزینه 1»: $a = \sqrt{2}$

مثال نقض گزینه‌های 2» و 3»: $a = \sqrt[3]{2}$

در گزینه 4» بنا به برهان خلف، اگر اعداد a^2 و a^3 هر دو گویا باشند، آنگاه

$a \cdot \frac{a^3}{a^2}$ نیز عددی گویا می‌شود که خلاف فرض است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 2 تا 6)

گزینه 2» -163

(مهمربور ممسنی)

گزینه 1»: $a^4 | b^3 \Rightarrow a \times a^3 | b^3 \Rightarrow a^3 | b^3 \Rightarrow a | b \Rightarrow a^5 | b^5$

گزینه 3»: $a^4 | b^3 \Rightarrow a^{20} | b^{15} \Rightarrow a \times a^{19} | b^{15} \Rightarrow a^{19} | b^{15}$

گزینه 4»: $a | b \Rightarrow a^6 | b^6 \Rightarrow a^6 | b^7$

اما رابطه گزینه 2» در حالت کلی درست نیست. به عنوان مثال نقض:

اگر $a = 8$ و $b = 16$ باشد، آنگاه $a^4 = 8^4 = 2^{12}$ و $b^3 = 16^3 = 2^{12}$ است.

پس $a^4 | b^3$ ولی $a^3 = 8^3 = 2^9$ و $b^2 = 16^2 = 2^8$ است، پس $a^3 \nmid b^2$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 9 تا 12)

گزینه 1» -164

(امیرشسین ابومصوب)

با توجه به اینکه تعداد روزهای هفته برابر 7 است، کافی است تعداد روزهای

بین 15 خرداد تا 13 آبان را به دست آورده و باقی‌مانده تقسیم آن را بر 7

$$\text{تعداد روزها} \quad 16 + 3 \times 31 + 30 + 13 = 152 \Rightarrow 152 \equiv 5 \pmod{7} \text{ بیابیم.}$$

یکشنبه	شنبه	جمعه	پنجشنبه	چهارشنبه	سه‌شنبه	دوشنبه
6	5	4	3	2	1	0

حال مطابق جدول اگر روز مبدأ یعنی دوشنبه را معادل صفر فرض کنیم، روز

شنبه معادل 5 است، پس 13 آبان باید روز شنبه باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه 24)

گزینه 4» -165

(مرتضی فویم‌علوی)

$$2^6 \cdot 64 \equiv 1 \pmod{2^{30}} \xrightarrow{5 \cdot 1140344} 2^{30} \equiv 1$$

$$\xrightarrow{\times 2^5} 2^{35} \equiv 32 \equiv 11$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 18 تا 22)

گزینه 3» -166

(فرهاد و غایی)

$$\begin{cases} a - bq + 17, 17 < b & (1) \\ 3a - bq' + 6, 6 < b & (2) \end{cases}$$

مطابق فرض سؤال داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a - b(3q) + 51 \\ 3a - bq' + 6 \end{cases} \Rightarrow b(3q) + 51 = bq' + 6$$

$$\Rightarrow b(q' - 3q) = 45 \Rightarrow b | 45 \xrightarrow{b > 17} b = 45$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 14 و 15)



$$a^2 (4k+2)^2 = 16k^2 + 16k + 4 = 4 \underbrace{(4k^2 + 4k + 1)}_q$$

$$4q (q \in \mathbb{Z})$$

$$a^4 (4q)^2 = 16q^2 = 4(4q^2) = 4q'$$

$$\Rightarrow a^4 + a^2 + 1 = 4q' + 4q + 1 = 4 \underbrace{(q' + q)}_k + 1 = 4k + 1 (k \in \mathbb{Z})$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 15 تا 17)

(امیرمسین ایومفیوب)

گزینه «3» -170

چون عدد مورد نظر بر 36 بخش پذیر است، پس باید بر 4 و 9 بخش پذیر

باشد. عدد $\overline{xy3152}$ قطعاً بر 4 بخش پذیر است، چون دو رقم سمت راست

آن یعنی 52 بر 4 بخش پذیر است. بنابراین کافی است شرط بخش پذیری بر

9 را بررسی کنیم:

$$\overline{xy3152} \equiv x + y + 11 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow x + y \equiv -11 \equiv 7 \pmod{9}$$

$$\Rightarrow x + y = 7 \text{ یا } 16$$

$$x + y = 7 \xrightarrow{x \neq 0} \begin{cases} x=1, y=6 \\ x=2, y=5 \\ x=3, y=4 \\ x=4, y=3 \\ x=5, y=2 \\ x=6, y=1 \\ x=7, y=0 \end{cases} \text{ و } x + y = 16 \Rightarrow \begin{cases} x=7, y=9 \\ x=8, y=8 \\ x=9, y=7 \end{cases}$$

بنابراین در مجموع، ده عدد به صورت $\overline{xy3152}$ وجود دارد که بر 36

بخش پذیر باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 22 و 23)

(مهم هیری)

گزینه «4» -167

مطابق فرض سؤال داریم:

$$9a - 7 \equiv 2a - 3 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow 7a \equiv 4 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{+7} \begin{matrix} 11 & 11 \\ (7,11) & 1 \end{matrix} a \equiv -1 \equiv 10 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow a = 11k + 10 \Rightarrow 4a - 5 = 44k + 35 \Rightarrow 4a - 5 \equiv 35 \pmod{44}$$

$$\xrightarrow{22} \begin{matrix} 22 & 22 \\ 44 & 35 \end{matrix} 4a - 5 \equiv 35 \equiv 13 \pmod{44}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 18 تا 22)

(سروش موثینی)

گزینه «3» -168

$$\begin{cases} d | 3n - 2 \xrightarrow{\times 4} d | 12n - 8 \\ d | 4n + 1 \xrightarrow{\times 3} d | 12n + 3 \end{cases} \Rightarrow d | 11 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 11$$

کافی است تعداد حالت‌هایی را به دست آوریم که $d = 11$ باشد:

$$d = 11 \Rightarrow 11 | 3n - 2 \Rightarrow 3n - 2 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 3n \equiv 2 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{+3} \begin{matrix} 11 \\ (3,11) & 1 \end{matrix} n \equiv -3 \pmod{11} \Rightarrow n = 11k - 3 (k \in \mathbb{Z})$$

به ازای $k = 2, 3, \dots, 9$ ، عدد n دو رقمی است (8 مقدار)، پس

برای $82 = 90 - 8 = 82$ مقدار دو رقمی و طبیعی n ، دو عدد $4n + 1$ و $3n - 2$

نسبت به هم اول‌اند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های 9 تا 14)

(پواد ماتمی)

گزینه «2» -169

عدد زوجی که بر 4 بخش پذیر نباشد، به صورت $4k + 2 (k \in \mathbb{Z})$ قابل

نمایش است. داریم:

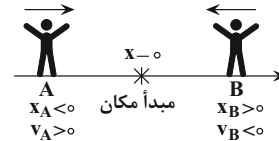
فیزیک 3 - اختیاری

171- گزینه «2»

(بوار کمران)

هرگاه متحرک به مبدأ مکان نزدیک شود، بردار مکان و بردار سرعت آن الزاماً در دو سوی مخالف خواهند بود.

یادآوری: علامت سرعت نشان‌دهنده جهت حرکت متحرک است. اگر متحرک در جهت محور X حرکت کند، علامت سرعت آن مثبت و اگر خلاف جهت محور X حرکت کند علامت سرعت آن منفی خواهد بود.



(فیزیک 3 - حرکت بر خط راست: صفحه‌های 3 تا 15)

172- گزینه «4»

(بابک اسلامی)

چون تندی متوسط اتومبیل A در این مسیر بیشتر از تندی متوسط اتومبیل B است، بنابراین اتومبیل A این مسیر را سریع‌تر طی کرده است. با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

$$(s_{av})_A \frac{\ell}{\Delta t_A} \Rightarrow \frac{86/4}{3/6} = \frac{3600}{\Delta t_A} \Rightarrow \Delta t_A = 150s$$

$$(s_{av})_B \frac{\ell}{\Delta t_B} \Rightarrow \frac{64/8}{3/6} = \frac{3600}{\Delta t_B} \Rightarrow \Delta t_B = 200s$$

$$\Delta t_A - \Delta t_B = 150 - 200 = -50s = \frac{-5}{6} \text{ min}$$

بنابراین متحرک A به اندازه $\frac{5}{6}$ دقیقه زودتر از متحرک B این مسیر را طی کرده است.

(فیزیک 3 - حرکت بر خط راست: صفحه‌های 2 تا 5)

173- گزینه «3»

(مهم اسری)

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{13 - (-5)}{5 - 2} = 6 \frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x - x_0 = 6 \times 4 = 24m$$

(فیزیک 3 - حرکت بر خط راست: صفحه‌های 13 تا 15)

174- گزینه «1»

(امیرمسین برادران)

دو قطار زمانی از کنار هم به طور کامل رد می‌شوند که مکان انتهایی دو قطار یکسان شود. بنابراین معادله مکان - زمان دو قطار را برای انتهای آن‌ها می‌نویسیم:

$$v_1 \text{ درجهت مثبت محور } x \quad 54 \frac{km}{h} = \frac{54}{3.6} \frac{m}{s} = 15 \frac{m}{s}$$

$$v_2 \text{ درجهت منفی محور } x \quad -108 \frac{km}{h} = \frac{-108}{3.6} \frac{m}{s} = -30 \frac{m}{s}$$

$$x'_A = x_A - \ell_1 = -200 - 300 = -500m$$

$$x'_B = x_B + \ell_2 = 600 + 400 = 1000m$$

$$(1) \text{ قطار } x_1 \quad v_1 t + x'_A \Rightarrow x_1 = 15t - 500$$

$$(2) \text{ قطار } x_2 \quad v_2 t + x'_B \Rightarrow x_2 = -30t + 1000$$

$$\frac{x_1 = x_2}{15t - 500 = -30t + 1000} \Rightarrow t = \frac{1500}{45} = \frac{100}{3} s$$

$$\frac{t = \frac{100}{3} s}{x_A = 15t - 200} \Rightarrow x_A = 15 \times \frac{100}{3} - 200 = 300m$$

(فیزیک 3 - حرکت بر خط راست: صفحه‌های 13 تا 15)

175- گزینه «4»

(غلامرضا مصی)

مطابق با نمودار، متحرک در لحظه $3s$ تغییر جهت می‌دهد و بنابراین داریم:

$$v \quad at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 3 + v_0 \Rightarrow v_0 + 3a = 0 \quad (1)$$

جابه‌جایی متحرک در 8 ثانیه ابتدایی حرکت برابر با $-16m$ است. بنابراین:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow -16 = \frac{1}{2} \times a \times 8^2 + v_0 \times 8$$

$$\Rightarrow v_0 + 4a = -2 \quad (2)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (1) و (2) داریم:

$$a = -2 \frac{m}{s^2}, v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

در لحظه $8s$ ، جهت بردار مکان متحرک تغییر می‌کند، بنابراین تندی متحرک در این لحظه برابر است با:

$$v \quad at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 8 + 6 \Rightarrow v = -10 \frac{m}{s} \Rightarrow s = 10 \frac{m}{s}$$

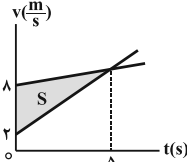
(فیزیک 3 - حرکت بر خط راست: صفحه‌های 15 تا 21)

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{30/5}{8} = \frac{61}{16} \text{ m/s}$$

(فیزیک 3- حرکت بر خط راست، صفحه‌های 15 تا 21)

178- گزینه «1» (شماره فسروی)

با توجه به این که شتاب حرکت متحرک‌ها ثابت است و سرعت دو متحرک در لحظه $5s$ یکسان می‌شود، نمودار سرعت - زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم.



با توجه به این که دو متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کرده‌اند و مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با اندازه جابه‌جایی دو متحرک است، بنابراین بیشترین فاصله دو متحرک در 10 ثانیه ابتدایی حرکت در لحظه $5s$ رخ خواهد داد و برابر است با:

$$\Delta x_{max} = S = \frac{(8-2) \times 5}{2} \Rightarrow \Delta x_{max} = 15m$$

(فیزیک 3- حرکت بر خط راست، صفحه‌های 15 تا 21)

179- گزینه «2» (مسین مفرومی)

سنگ کل مسیر سقوط را طی مدت $4s$ طی می‌کند، بنابراین اگر فرض کنیم $\frac{7}{16}h$ انتهایی مسیر را طی مدت t ثانیه طی می‌کند، $\frac{9}{16}h$ ابتدایی مسیر را در مدت $(4-t)$ ثانیه طی خواهد کرد. داریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{9}{16}h}{\frac{4-t}{4}h} = \left(\frac{4-t}{4}\right)^2 \Rightarrow t = 1s$$

(فیزیک 3- حرکت بر خط راست، صفحه‌های 21 تا 24)

180- گزینه «1» (مهمعلی راست‌پیمان)

با در نظر گرفتن سطح زمین به‌عنوان مبدأ مکان، معادله سرعت - جابه‌جایی را برای حرکت گلوله در دو حالت می‌نویسیم. داریم:

$$v^2 = -2g(y - y_0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1^2 = -2g\left(\frac{h}{5} - h\right) \Rightarrow v_1^2 = \frac{4}{5} \times 2gh & (*) \\ v_2^2 = -2g(0 - h) \Rightarrow v_2^2 = 2gh & (**) \end{cases}$$

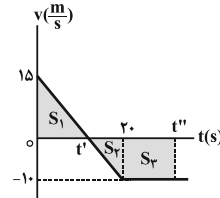
بنابراین:

$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{2gh}{\frac{4}{5} \times 2gh} \Rightarrow \frac{v_2^2}{(12\sqrt{5})^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow v_2 = 30 \frac{m}{s}$$

(فیزیک 3- حرکت بر خط راست، صفحه‌های 21 تا 24)

(علیرضا کونه)

176- گزینه «4»



متحرک در لحظه‌ای به مکان اولیه خود باز می‌گردد که جابه‌جایی آن برابر با صفر باشد و با توجه به این که مساحت زیر نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است، ابتدا با استفاده از تشابه بین دو مثلث، لحظه t' را می‌یابیم. داریم:

$$\frac{15}{10} = \frac{t'}{20-t'} \Rightarrow t' = 12s$$

بنابراین:

$$S_1 = \frac{15 \times 12}{2} = 90m \Rightarrow \Delta x_1 = 90m$$

$$S_2 = \frac{8 \times 10}{2} = 40m \Rightarrow \Delta x_2 = -40m$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 0 \Rightarrow 90 + (-40) + \Delta x_3 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta x_3 = -50m$$

$$\Rightarrow S_3 = 50m \Rightarrow 50 = (t'' - 20) \times 10 \Rightarrow t'' = 25s$$

(فیزیک 3- حرکت بر خط راست، صفحه‌های 15 تا 21)

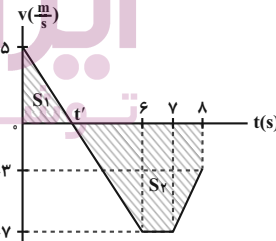
177- گزینه «1» (سعید شرق)

برای محاسبه تندی متوسط، ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم نموده و سپس به کمک آن، مسافت پیموده شده را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$0 \leq t < 6s \Rightarrow v_6 = a_1 t_1 + v_0 = -2 \times 6 + 5 \Rightarrow v_6 = -7 \frac{m}{s}$$

$$6s \leq t < 7s \Rightarrow a_2 = 0 \Rightarrow v_7 = v_6 = -7 \frac{m}{s}$$

$$7s \leq t < 8s \Rightarrow v_8 = a_3 t_3 + v_7 = 4 \times 1 - 7 \Rightarrow v_8 = -3 \frac{m}{s}$$



در لحظه t' علامت سرعت عوض می‌شود، در نتیجه متحرک تغییر جهت می‌دهد. با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه t' را می‌یابیم. داریم:

$$\frac{5}{t'} = \frac{7}{6-t'} \Rightarrow t' = 2/5s$$

مسافت طی شده توسط متحرک برابر با مجموع اندازه جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا $2/5s$ و $2/5s$ تا $8s$ است. داریم:

$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = \frac{5 \times 2/5}{2} + \left| \frac{(4/5+1) \times 7}{2} + \frac{(7+3) \times 1}{2} \right|$$

$$\Rightarrow \ell = 6/25 + 19/25 + 5 = 30/5m$$

شیمی 3 (اختیاری)

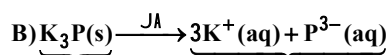
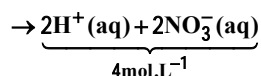
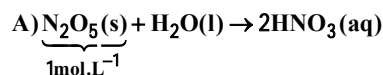
از 4×10^{-5} در برابر $0/8$ صرف نظر می‌شود.

$$K_a \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow K_a = \frac{4 \times 10^{-5} \times 4 \times 10^{-5}}{0/8} = 2 \times 10^{-9}$$

(شیمی 3 - صفحه‌های 18 تا 28)

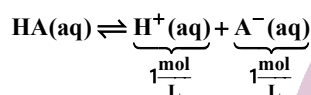
(ممبر زنی)

گزینه 1 «1»

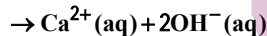
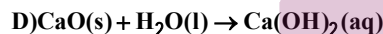


$$0/5 \frac{\text{mol}}{L} \Rightarrow 4 \times 0/5 = 2 \frac{\text{mol}}{L} = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$C) \alpha = \frac{[H^+]}{M_{K_3P}} \Rightarrow 0/2 = \frac{[H^+]}{5} \Rightarrow [H^+] = 1 \frac{\text{mol}}{L}$$



غلظت کل یونها = 2 مول بر لیتر \Rightarrow



$$n \frac{m}{M_{CaO}} = \frac{112}{56} = 2 \text{ mol CaO}$$

$$? \text{ mol} \cdot \frac{m}{M_{K_2O}} = 2 \text{ mol CaO} \times \frac{3 \text{ mol} \cdot \frac{m}{M_{K_2O}}}{1 \text{ mol CaO}} = 6 \text{ mol} \cdot \frac{m}{M_{K_2O}}$$

$$\Rightarrow M_{K_2O} \cdot \frac{m}{M_{K_2O}} = \frac{6}{2} = 3 \frac{\text{mol}}{L}$$

رسانایی الکتریکی محلول‌های الکترولیت به غلظت یون‌های آن بستگی دارد پس:

رسانایی الکتریکی: $A > D > C = B$

(شیمی 3 - صفحه‌های 14 تا 19)

(رضا فراهانی)

گزینه 4 «4»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه 1 «1»: گل ادریسی در خاک با محیط اسیدی به رنگ آبی درمی‌آید.

گزینه 2 «2»: آمونیاک با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

گزینه 3 «3»: یکی از فراورده‌های حاصل از واکنش منیزیم هیدروکسید و

هیدروکلریک اسید، منیزیم کلرید است که در آب محلول است.

(شیمی 3: صفحه‌های 28 تا 32 و 34)

(ممبر زنی)

گزینه 2 «2»

عبارت «آ» درست است. اسیدهای ضعیف در آب عمدتاً مولکولی حل

می‌شوند و اندکی یونیده می‌شوند و غلظت H^+ و آنیون حاصل برابر است

(متانویک اسید جزو اسیدهای تک پروتون‌دار ضعیف است).

عبارت «ب» نادرست است. رسانایی الکتریکی به غلظت اسید و درجه یونش

بستگی دارد.

عبارت «پ» درست است.

عبارت «ت» نادرست است. سرعت مصرف A، $\frac{2}{3}$ برابر سرعت تولید C است.

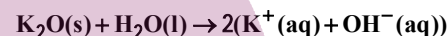
عبارت «ث» درست است. هرچه محلول اسید ضعیف رقیق‌تر شود، درجه

یونش آن اسید بزرگ‌تر می‌شود (اسید بیشتر یونیده می‌شود).

(شیمی 3 - صفحه‌های 16 تا 28)

(ممبر عظیمیان زواره)

گزینه 4 «4»



$$[OH^-] = M \frac{n}{V} \Rightarrow 5 \times 10^{-1} = \frac{n}{2L} \Rightarrow n = 1 \text{ mol KOH}$$

$$? \text{ mol } K_2O \quad 1 \text{ mol KOH} \times \frac{1 \text{ mol } K_2O}{2 \text{ mol KOH}} = 0/5 \text{ mol } K_2O$$

$$? \text{ g } KNO_3 \quad 0/5 \text{ mol } K_2O \times \frac{4 \text{ mol } KNO_3}{2 \text{ mol } K_2O}$$

$$\times \frac{101 \text{ g } KNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3} = 101 \text{ g } KNO_3$$

$$? \text{ LO}_2 \quad 0/5 \text{ mol } K_2O \times \frac{5 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } K_2O} \times \frac{22/4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol } O_2} = 28 \text{ LO}_2$$

(شیمی 3 - صفحه‌های 16 تا 28)

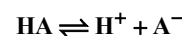
(ممبر عظیمیان زواره)

گزینه 2 «2»

$$? \text{ mol HA} \quad 10/8 \text{ g HA} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{27 \text{ g HA}} = 0/4 \text{ mol HA}$$

$$M_{HA} \frac{n}{V} = \frac{0/4 \text{ mol}}{0/5 L} = 0/8 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

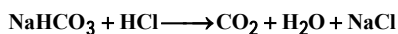
$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-4/4} = 4 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$



0/8	0	0	ممبر عظیمیان زواره
-----	---	---	--------------------

-x	+x	+x	SE:تث OAAQI
----	----	----	-------------

0/8 - 4 × 10 ⁻⁵	4 × 10 ⁻⁵	4 × 10 ⁻⁵	A:ج SE:تث
----------------------------	----------------------	----------------------	-------------



گزینه «2»: درست: این محیط بسیار اسیدی می‌تواند حتی فلز روی را در خود حل کند. با توجه به واکنش‌پذیری بیشتر Mg از Zn، فلز Mg نیز واکنش داده و حل خواهد شد.
گزینه «3»: درست.

(شیمی 3، صفحه‌های 24، 31، 32 و 36)

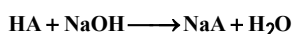
189- گزینه «1» (مدرسین ممبرزاده‌مقدم)

ابتدا $[\text{H}^+]$ را تعیین کرده و سپس غلظت اولیه اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{pH} = 2/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2/7} = 10^{-3} \times 10^{+0/3} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \alpha M \Rightarrow M = \frac{2 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-2}} = 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به واکنش زیر داریم:



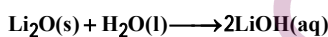
$$? \text{ mol NaOH} \quad 2 \text{ L} \quad \times \frac{0/1 \text{ mol HA}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HA}}$$

$$0/2 \text{ mol NaOH}$$

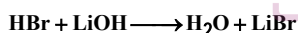
(شیمی 3، صفحه‌های 18، 20، 24، 25 و 30 تا 32)

190- گزینه «2» (مدرسین ممبرزاده‌مقدم)

معادله انحلال یونی Li_2O در آب به صورت زیر است.



معادله واکنش خنثی شدن اسید و باز به صورت زیر است:



غلظت H^+ در محلول اسید برابر است با:

$$\text{pH} = 1/4 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1/4} = 10^{-2} \times 10^{0/6} = (10^{0/3})^2 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$? \text{ g Li}_2\text{O} \quad 200 \text{ mL} \quad \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0/04 \text{ mol HBr}}{1 \text{ L}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol LiOH}}{1 \text{ mol HBr}} \times \frac{1 \text{ mol Li}_2\text{O}}{2 \text{ mol LiOH}} \times \frac{30 \text{ g Li}_2\text{O}}{1 \text{ mol Li}_2\text{O}} = 0/12 \text{ g Li}_2\text{O}$$

(شیمی 3، صفحه‌های 24، 25، 16 و 30 تا 32)

186- گزینه «4» (سین رمشتی‌لوکنده)

NaOH برای pH 13/7

$$[\text{H}^+] = 10^{-13/7} = 10^{-14} \times 10^{0/3} = 2 \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-14}} = \frac{1}{2}$$

$$0/5 \text{ mol.L}^{-1} [\text{NaOH}]$$

$$M_b V_b = M_a V_a \Rightarrow 0/5 \times 100 = M_a \times 200 \Rightarrow M_a = 0/25 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \xrightarrow{K_a < 10^{-4}} K_a \approx M\alpha^2$$

$$25 \times 10^{-6} = 25 \times 10^{-2} \times \alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 = 10^{-4} \Rightarrow \alpha = 10^{-2}$$

$$[\text{H}^+] = M\alpha = 25 \times 10^{-2} \times (10^{-2}) = 25 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log 25 \times 10^{-4} = 4 - 2\log 5$$

$$4 - 2(0/7) = 2/6$$

(شیمی 3، صفحه‌های 19 و 30)

187- گزینه «4» (ممد عظیمیان زواره)

با افزایش غلظت، ثابت یونش تغییری نمی‌کند؛ زیرا تنها عامل مؤثر بر ثابت تعادل (ثابت یونش) دما است، اما با تغییر غلظت، درجه یونش اسید HA تغییر می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «1»: شمار مول‌های HA و HX در محلول هر دو اسید یکسان بوده و برای خنثی کردن محلول آنها مقدار مول یکسانی از NaOH لازم است.

گزینه «2»: HX اسید قوی محسوب شده و pH آن در شرایط یکسان از محلول کمتر است.

گزینه «3»: یکی از آنها اسید قوی و دیگری اسید ضعیف است و طبق رابطه $[\text{H}^+] = M\alpha$ ، α نیز در غلظت H^+ مؤثر است. (α در اسیدهای ضعیف به غلظت و دما بستگی دارد.)

(شیمی 3، صفحه‌های 18 و 20)

188- گزینه «4» (ممد عظیمیان زواره)

برای افزایش قدرت پاک‌کردن چربی‌ها، به شوینده‌ها جوش شیرین (NaHCO_3) اضافه می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «1»: درست.

پاسخ نامه تشریحی آزمون شناختی ۲۱ بهمن ۱۴۰۱

دانش آموز عزیز!

در این پاسخ نامه، سوالات دانش شناختی مطرح و پاسخ تشریحی آنها ارائه شده است. بهبود دانش شناختی شما و آگاهی از منطق زیربنایی آن که در پاسخ تشریحی آمده است، موجب ارتقاء و تقویت توانایی های شناختی شما می شود.

۲۶۱. ورزش یا فعالیت فیزیکی موجب تسهیل یادگیری در کدام مورد زیر می شود؟

۱. تکالیف درسی بعد از ورزش
۲. تکالیف درسی قبل از ورزش
۳. هر دو مورد
۴. هیچ کدام

پاسخ تشریحی: پاسخ ۳ صحیح است. یادگیری فرایندی است که نه تنها قبل از مواجهه با اطلاعات نیازمند توجه است بلکه پس از ارائه اطلاعات نیز، نیازمند تثبیت و ذخیره سازی است. ورزش قبل از یادگیری، موجب تمرکز توجه و ورزش پس از یادگیری، موجب تقویت تثبیت و ذخیره اطلاعات می شود.

۲۶۲. برای پیشگیری از حواس پرتی کدام مورد را مفید می دانید؟

۱. اجازه دادن حرکت آزادانه فکر
۲. کم کردن محرک های مزاحم
۳. هردو مورد
۴. نمی دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. کم کردن محرک های مزاحم موجب مواجهه کمتر مغز با اطلاعات غیرضروری می شود. در این شرایط مغز تلاش کمتری برای انتخاب اطلاعات مرتبط در رقابت با اطلاعات غیرمرتبط نیاز دارد.

۲۶۳. تعداد گویه های قابل ذخیره در کدام نوع حافظه بیشتر است؟

۱. اطلاعات تصویری
۲. اطلاعات شنیداری
۳. فرقی نمی کند
۴. نمی دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. در حافظه فعال، تعداد گویه های قابل ذخیره دیداری ۴-۳ مورد ولی گویه های قابل ذخیره شنیداری ۹-۵ گویه است. لطفا پاسخ تشریحی سوال بعد را نیز با دقت بخوانید.

۲۶۴. کدام مورد برای به خاطر سپاری حجم بیشتری از اطلاعات را در یک بازه زمانی مفید است؟

۱. اطلاعات تصویری
۲. اطلاعات شنیداری
۳. فرقی نمی کند
۴. نمی دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. هر چند تعداد گویه های قابل ذخیره دیداری کمتر از شنیداری است ولی به دلیل موازی بودن اطلاعات دیداری، حجم بیشتری از اطلاعات می تواند در یک بازه زمانی به وسیله حس بینایی منتقل شود. بر این اساس توصیه می شود تا حد ممکن متن کتاب را به تصویر تبدیل کنید، حتی تصویری که فقط خودتان متوجه منظور و نشانه های آن بشوید.

۲۶۵. چگونه می‌توان توجه را در زمان خواندن مطالب درسی به سمت موارد مهم تر سوق داد؟

۱. خط کشیدن زیر مطالب مهم‌تر

۲. نکته‌برداری

۳. هایلایت کردن

۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. هر چهار مورد اطلاعات مهم تر را برجسته‌تر کرده و آن را در رقابت با اطلاعات کم اهمیت‌تر برای جلب توجه موفق می‌کند.

۲۶۶. کدام روش زیر را در مطالعه مناسب‌تر می‌دانید؟

۱. استفاده از مثال‌های موجود در کتاب درسی

۲. خلق مثال‌های جدید بر اساس دانش خودمان

۳. تفاوتی ندارد

۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. خلق مثال‌های جدید موجب پردازش عمیق‌تر اطلاعات و ماندگاری بهتر آن‌ها می‌شود.

۲۶۷. به خاطر سپاری کدام مطلب زیر راحت‌تر است؟

۱. مطالب عجیب

۲. مطالب خنده‌دار

۳. مطالب واقعی و جدی

۴. مورد ۱ و ۲

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. مطالب هیجانی و عجیب راحت‌تر فرا گرفته می‌شوند به دو دلیل: جلب توجه بیشتر، امکان تکرار و شانس تثبیت بیشتر. توصیه می‌کنیم از مثال‌ها و یا ارتباط‌های خنده دار و عجیب برای یادگیری مطالب درسی استفاده کنید.

۲۶۸. کدام روش را برای حل مساله مناسب‌تر می‌دانید؟

۱. پیروی از روش معمول

۲. خلق روش جدید

۳. هر دو

۴. هیچ‌کدام

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. خلق مثال‌های جدید موجب پردازش عمیق‌تر اطلاعات و ماندگاری بهتر آن‌ها می‌شود.

۲۶۹. نگهداشتن توجه بر روی کدام یک از موارد زیر سخت‌تر است؟

۱. تکلیف ساده و یکنواخت

۲. تکلیف دشوار و متنوع

۳. فرقی ندارد

۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. تکالیف ساده و یکنواخت، مثل تکالیف درسی، توجه پایدار بیشتری نیاز دارند. این نوع توجه با تلاش و یا فواصل استراحت منظم می‌تواند عملکرد بهتری داشته باشد.



نکته: سوال‌ها و پاسخ‌های بالا برای تقویت توجه، تمرکز، حافظه و خلاقیت، راهکارهایی را ارائه داده است. این راهکارها به شما کمک می‌کند منابع شناختی موجود خود را به طور بهینه مدیریت کنید. این روش در تقویت شناختی "جبران" نامیده می‌شود.

روش دیگر تقویت شناختی، "ترمیم" است که در آن منابع شناختی موجود فرد توسعه می‌یابد. برنامه کامپیوتری تقویت و توجه سام (موجود در پروفایل شما در سایت کورتکس) می‌تواند به این منظور مورد استفاده قرار گیرد.