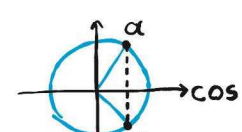


فرمول‌های مثلثاتی

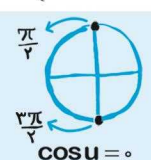
$$\begin{aligned} \tan x &= \frac{\sin x}{\cos x}, \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}, \cot x = \frac{1}{\tan x}, \sin^2 x + \cos^2 x = 1, 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}, 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \\ \sin 2\alpha &= 2\sin\alpha\cos\alpha, \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha \\ 1 - \cos\alpha &= 2\sin^2\frac{\alpha}{2}, 1 + \cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2} \\ (\sin\alpha \pm \cos\alpha)^2 &= 1 \pm \sin 2\alpha, \tan\alpha + \cot\alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}, \cot\alpha - \tan\alpha = 2\cot 2\alpha \\ \sin 2\alpha &= \frac{2\tan\alpha}{1 + \tan^2\alpha}, \cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2\alpha}{1 + \tan^2\alpha} \\ \tan 2\alpha &= \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}, \cot 2\alpha = \frac{\cot\alpha - 1}{\cot\alpha + 1} \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha &= 1 - 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\alpha, \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\alpha \\ \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} &= \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha} = \tan\frac{\alpha}{2}, \frac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha} = \tan^2\frac{\alpha}{2} \end{aligned}$$

معادلات مثلثاتی



$$\cos u = \cos \alpha$$

$$\begin{cases} u = 2k\pi + \alpha \\ u = 2k\pi - \alpha \end{cases}$$



$$\cos u = 0$$

$$u = k\pi + \frac{\pi}{2}$$



$$\cos u = 1 \Rightarrow u = 2k\pi$$



$$\cos u = -1 \Rightarrow u = 2k\pi + \pi$$



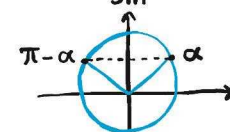
$$\sin u = \sin \alpha \Rightarrow u = k\pi + \alpha$$



$$\sin u = \cos u \Rightarrow u = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

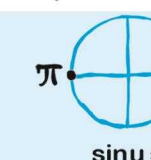


$$\sin u = -\cos u \Rightarrow u = k\pi - \frac{\pi}{4}$$



$$\sin u = \sin \alpha$$

$$\begin{cases} u = 2k\pi + \alpha \\ u = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

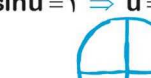


$$\sin u = 0$$

$$u = k\pi$$



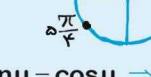
$$\sin u = 1 \Rightarrow u = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$



$$\sin u = -1 \Rightarrow u = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$



$$\sin u = \cos u \Rightarrow u = k\pi + \frac{\pi}{4}$$



$$\sin u = -\cos u \Rightarrow u = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

جواب‌های کلی

وقتی صفر می‌شود

وقتی 1 یا -1 می‌شود

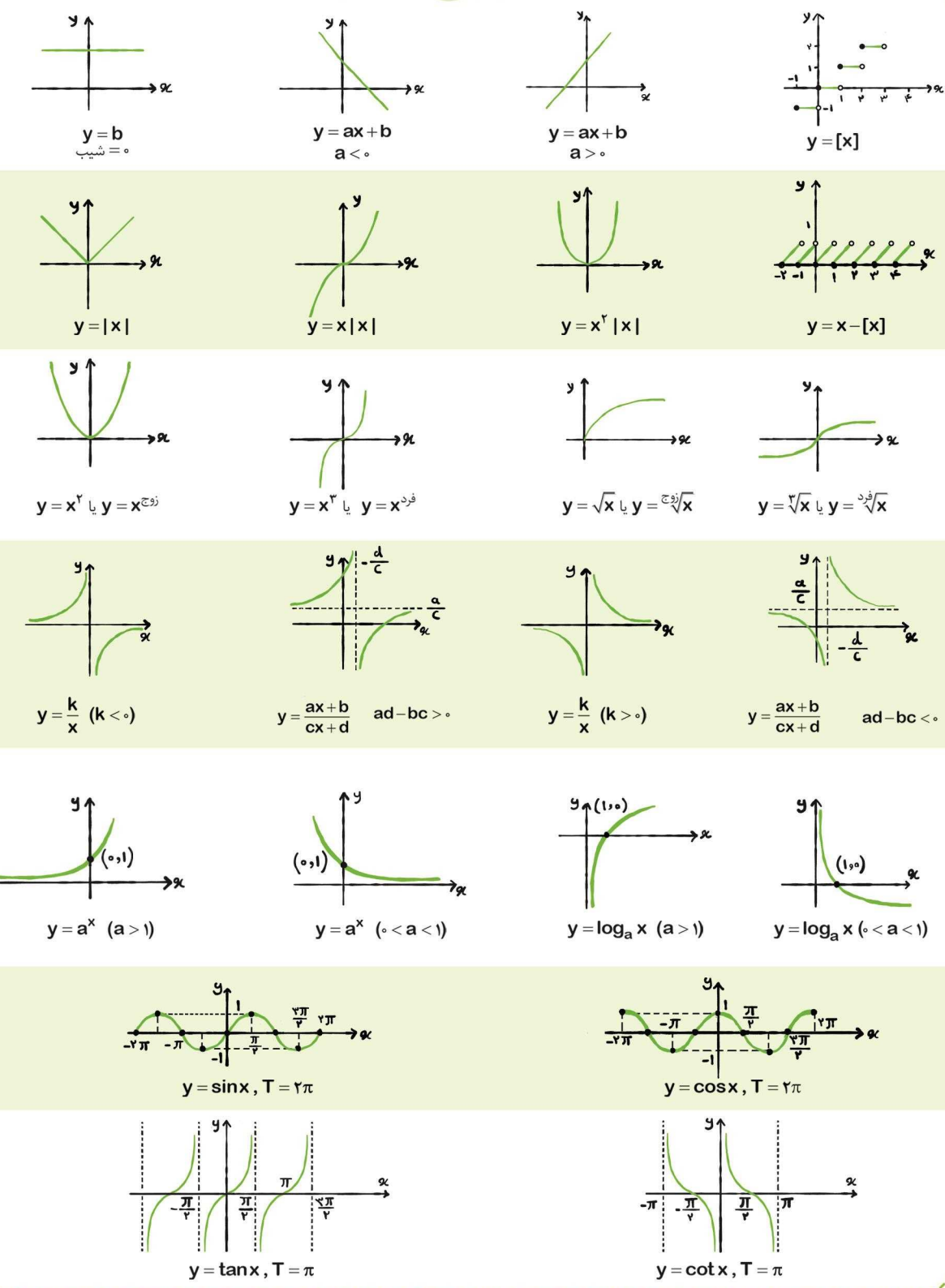
حالت‌های خاص

انواع نقاط بحرانی

مشتق نداریم	مشتق صفر است	اکسترمم
$\bullet$ مماس قائم $\bullet$ گوشه $\bullet$ نقطه ناپیوسته	$\bullet$ همیشه مشتق صفر $\bullet$ تمام شاخه ثابت $\bullet$ مشتق تغییر علامت می‌دهد.	$\bullet$ اکسترمم $\bullet$ min $\bullet$ max
$\bullet$ مماس قائم $\bullet$ گوشه $\bullet$ نقطه ناپیوسته	$\bullet$ مشتق تغییر علامت نمی‌دهد.	$\bullet$ غیر اکسترمم

پوستر فرمول‌های کنکورهای ریاضی تجربی

نمودار توابع معروف



فرمول‌های مشتق

تابع	مشتق	تابع	مشتق	تابع	مشتق
C	0	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - v'u}{v^2}$
ax^n	nax^{n-1}	$\sqrt[n]{u}$	$\frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$	$\frac{k}{u}$	$-\frac{ku'}{u^2}$
au^n	nau^{n-1}	$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$\frac{ax+b}{cx+d}$	$\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt[n]{u}$	$\frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$	$\frac{au+b}{cu+d}$	$\frac{(ad-bc)u'}{(cu+d)^2}$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$u \cdot v$	$u'v + v'u$	$f(u)$	$u'f'(u)$

شکل‌ها و حجم‌های هندسی

$S = ab$		$S = a^2$ $d = a\sqrt{2}$	
$S = absin\theta = ah$		$S = \frac{1}{2}d_1d_2$ $S = a^2sin\theta$	
$S = \frac{(a+b)h}{2}$		$h = a\frac{\sqrt{3}}{2}$ $S = a^2\frac{\sqrt{3}}{4}$	
$S = \frac{bh}{2}$ $S = \frac{1}{2}absin\alpha$		$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$	
$S = \frac{ah}{2}$ $S = \frac{1}{2}absin\theta$		$S = \frac{bc}{2} = \frac{ah}{2}$	
$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ $S = rab + rac + rbc$ $V = abc$		$S = 6a^2$ $V = a^3$ $d = \sqrt{3}a$ (قطر مکعب) $d' = \sqrt{2}a$ (قطر وجه)	
$S = 4\pi r^2$ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$		$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ (قاعدها جانبی) $V = \pi r^2h$	
$V = \frac{1}{3}\pi(r^2 + r'^2 + rr')h$		$S = \pi r^2 + \pi rl$ (قاعده جانبی) $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$	

نقاط مشتق ناپذیر

تعریف مشتق	فرم ضابطه	شکل	نایم‌پوسته
اگر تعریف مشتق را بنویسیم، صورت صفر نمی‌شود اما حد منفرجه صفر است. خط مماس در این نقاط وجود ندارد.	مثلاً $x = 4$ در $y = \sqrt{x}$ پیوسته نیست. نقطه‌ای که درون برکت عدد صحیح شود. مثلاً $x = 6$ در $y = [\frac{x}{2}]$ پیوسته نیست.		نایم‌پوسته
در این نقطه‌ها، مشتق راست و چپ برابر نیستند. شیب نیم‌مماس چپ $f'_-(x)$ شیب نیم‌مماس راست $f'_+(x)$ اگر تعریف مشتق را بنویسیم، حاصل حد چپ و راست متفاوت است.	مثلاً $ 2x - 4 $ در $x = 2$ گوشه دارد. مثلاً $\frac{x^2}{ x }$ در $x = 1$ پیوسته است، اما گوشه دارد.		گوشه
در توابع $K\sqrt[n]{x-a}$ حاصل تعریف مشتق از دو طرف $+\infty$ یا $-\infty$ می‌شود. در توابع $K\sqrt[n]{x-a}$ یا $K\sqrt[n]{x-a}$ حاصل حد تعریف مشتق از یک طرف $+\infty$ و از طرف دیگر $-\infty$ است. معادله خط مماس قائم به صورت $x = a$ است.	در بین توابعی که مشتق آن‌ها را می‌دانیم، این اتفاق فقط در توابع رادیکالی، در ریشه زیر رادیکال رخ می‌دهد. مثلاً $\sqrt{x-1}$ در $x = 1$ مماس قائم دارد. یا $\sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ مماس قائم دارد.		مماس عمودی

پانچواں باب

روايات ابن جرير